Dans nos classes

Un exemple d'utilisation du référentiel en classe de seconde

Groupe A.P.M.E.P. - Référentiels

A partir d'un document du groupe du Lycée technique d'Aulnay-sous-Bois, le groupe de tavail A.P.M.E.P. sur les référentiels, avec l'accord des auteurs, propose une nouvelle version.

Les élèves disposent du référentiel complet en début d'année. Ce référentiel se compose de trois parties :

A. Activités numériques
Statistique - Fonctions
B. Géométrie plane
C. Géométrie de l'espace.

Chacune de ces parties comporte :

— une liste des situations mathématiques qu'un élève de Seconde doit savoir maîtriser dans des problèmes de rapportant à la classe de Seconde : ce sont les situations de références ;
— une liste de savoir-faire organisés autour des trois types d'activités : représenter, résoudre et calculer.

L'étude des homothéties permet de rencontrer un certain nombre de situations de référence. En annexe 1 on trouvera la liste de ces situations de référence avec les méthodes utilisables.

Un contrat pour l'apprentissage est établi avec la classe. La liste des objectifs et le lien avec les situations de référence sont distribués aux élèves de la classe, liste construite en tenant compte de la structure générale du référentiel (situation de référence et savoir-faire, adaptés à la classe considérée) (annexe 2).

Tout au long de l'apprentissage l'élève auto-évalue ses productions et repère les exercices importants dans les cases de droite de la fiche "annexe 2".

En fin d'apprentissage une feuille de co-évaluation "annexe 3" est donnée aux élèves et lors de la séance suivante de travaux dirigés, le professeur répond individuellement aux élèves qui ont encore des difficultés en rapport aux objectifs fixés. Il peut éventuellement redonner d'autres exercices. Les élèves qui n'ont pas de difficultés travaillent sur des activités qui ne seront pas prises en compte dans l'évaluation sommative (annexe 4).

Le contrôle évaluant l'apprentissage sur les homothéties est donné en annexe 5. La grille d'évaluation précise la performance attendue de l'élève et les compétences mises en jeu :

I. Connaître les résultats figurant au programme.

II. Elaborer un plan de solution, une stratégie.

III. Argumenter.

IV. Réaliser.

V. Communiquer : s'exprimer, présenter...

Par exemple dans l'exercice I-1° seule la réalisation est évaluée, aucune argumentation n'est attendue par le professeur. Par contre dans l'exercice II-3° on évalue directement les connaissances du cours, le plan de solution (il faut chercher l'image de la droite (AE) par exemple puis définir h(E) par une intersection de droites), la réalisation effective de la construction et l'argumentation (image d'une droite par h...).

La correction du contrôle se fait en classe. Chaque élève d'abord seul avec ses documents puis éventuellement avec l'aide du professeur corrige et complète son devoir. Ceux qui ont vite terminé poursuivent les travaux en cours.

Quelques effets de ces méthodes, constatables dans nos classes :

— en début d'année on remarque quelques difficultés pour gérer les documents mais on peut penser que cet apprentissage est en soi bénéfique ;

— l'élève se situe mieux par rapport aux objectifs à maîtriser, il peut souvent constater qu'il n'est pas complètement en situation d'échec mais... il mesure aussi le chemin à parcourir ;

— progressivement les élèves deviennent plus autonomes devant le travail à faire.

Annexe 1

Géométrie plane

Situation de référence

Méthodes et outils qui peuvent être utilisés.

I. Les configurations
II. Le calcul vectoriel
III. La géométrie analytique
IV. Les transformations

Situation de référence	I	II	III	IV
2. Deux vecteurs sont colinéaires				
3. Deux droites sont parallèles				
4. Un point est le milieu d'un segment				
5. Trois points sont alignés				
8. Un point est l'image d'un point par : une homothétie de centre et de rapport donnés				
9. Une droite est l'image d'une droite par une homothétie de centre et de rapport donnés				
11. Un point appartient à un des ensembles suivants : — une droite définie par deux points				
— une droite définie par un point et un vecteur directeur				
— un cercle de centre et de rayon donnés				
13. Calcul de distances				

La numérotation respecte la numérotation du référentiel. Toutes les situations ne sont pas abordées pendant l'étude des homothéties.

Annexe 2

Homothéties

Liste des savoir-faire te permettant d'appréhender les situations de référence et dépendant de l'étude des homothéties.

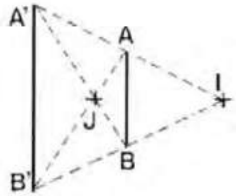
Ils te permettront de t'auto-évaluer en cours d'apprentissage.

1. Savoir tracer l'image d'un point connaissant le centre et le rapport de h						
2. Savoir construire l'image d'un point connaissant le centre, un point et son image						
3. Savoir traduire vectoriellement que $M' = h(M)$						
4. Reconnaître que l'on est en présence d'une homothétie à partir d'une égalité vectorielle du type $\vec{AM} = k\,\vec{AM}$						
5. Savoir reconnaître et utiliser la configuration "segments homothétiques"						
6. Savoir montrer que trois points sont alignés : — en utilisant la conservation du milieu						
— en utilisant la conservation de l'alignement						
7. Savoir utiliser le fait que l'homothétie transforme deux droites parallèles en deux droites parallèles						
8. Savoir traduire et utiliser l'effet d'une homothétie : — sur les distances						
— sur les aires						
— sur les angles						

Configuration des segments homothétiques

(AB) est parallèle à (A'B') AB≠A'B'.

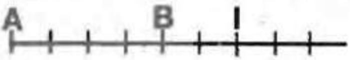
L'homothétie qui transforme A en A' transforme B en B'.
Il existe deux homothéties qui transforment [AB] en [A'B'].
Elles ont pour centre I et J.

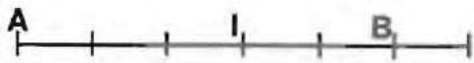


Annexe 3

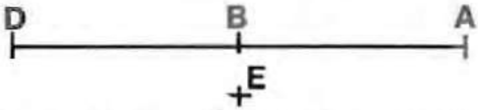
Fiche d'auto-évaluation : homothéties

I. B est l'image de A par l'homothétie de centre I. Déterminer son rapport k dans les cas suivants :

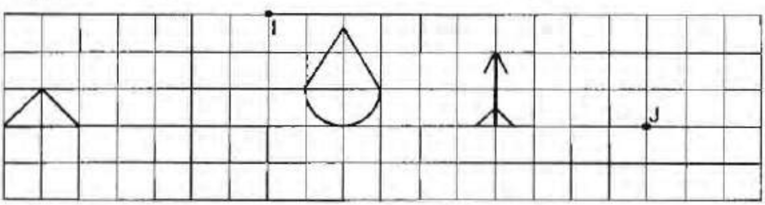




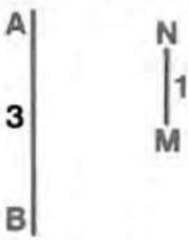
Construis l'image de E par l'homothétie de centre A qui transforme B en D.



II. Dessine l'image de la maison par h1 homothétie de centre I et de rapport 1/2 ; l'image du culbuto par h2 l'homothétie de centre J et de rapport 3/2 ; l'image de la flèche par h3 l'homothétie de centre J et de rapport −1/2.



III. Construis les centres des homothéties qui transforment le segment [AB] en [MN]. Donne leurs rapports.



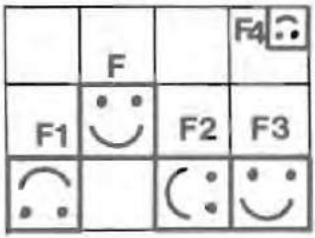
VI. Dessine le cercle C de centre O et de rayon 2.
Construis le cercle C' image de C par l'homothétie de centre I qui transforme O en O'.

V. Voici 5 figures ; parmi les transformations suivantes :

— symétries orthogonales ;
— symétries centrales ;
— homothéties ;
— translations.

Précise dans chaque cas la transformation convenable.

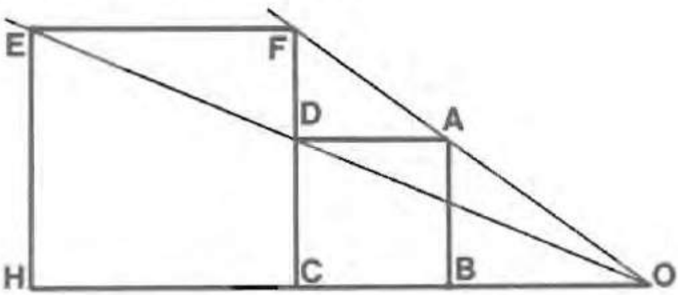
F→F1 ; F→F2 ; F→F3 ; F→F4



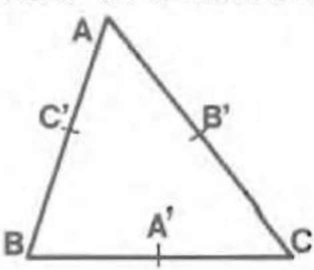
VI. Observe la configuration ci-dessous (ABCD et EFGH sont deux carrés).

BC = 2 cm - BO = 3 cm

Calculel'aire du carré (EFGH) en cm².



VII. A′ est le milieu de [BC], B′ est le milieu de [AC], C′ est le milieu de [AB].



Détermine l'homothétie qui transforme B en B′ et C en C′.

Quelle est l'image du point A par cette homothétie ?

Indique l'homothétie qui transforme respectivement A′, B′, C′ en A,B,C.

VIII. Pour traiter cet exercice tu peux utiliser des informations placées à la fin de celui-ci.

On donne un cercle C de centre O, de diamètre [AB]. Soit un point D du cercle C distinct de A et de B. On appelle E le point tel que D soit le milieu de [AE].

1. Quelle relation vectorielle peut-on écrire entre $\vec{AE}$ et $\vec{AD}$?

2. On appelle F le point tel que B soit le milieu de [AF].
   D′ le point de C diamétralement opposé à D.
   E′ le point tel que D′ soit le milieu de [AE′].

Démontre que les points A, E, F, E′ appartiennent à un même cercle.

3. Démontre que les points B, E, E′ sont alignés.

Informations possibles

• Pour démontrer que quatre points sont cocycliques on peut :
  — utiliser le fait que certaines distances sont égales ;
  — utiliser l'image d'un cercle par une transformation.

• Pour démontrer une propriété avec de nouveaux points, on peut utiliser une propriété déjà démontrée avec d'autres points (démonstration par analogie).

Annexe 4

Droite d'Euler

ABC est un triangle, M, N et P sont les milieux de [BC], [AC] et [AB].

1. Justifier que les médiatrices des côtés de ABC sont concourantes en un point O qui est le centre du cercle circonscrit à ABC.

2. On appelle G le centre de gravité de ABC et h l'homothétie de centre G qui transforme M en A.

   a) Quelle est l'image du triangle MNP par h ?

   b) Quelles sont les images des médiatrices du triangle ABC ? En conclure que les hauteurs du triangle ABC sont concourantes en un point H.

   c) Montrer que H, G et O sont alignés.

La droite, contenant M, G et O, est appelée droite d'Euler du triangle ABC.

α : ABC est un triangle et BCDE est un carré.

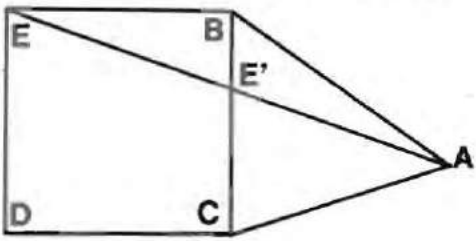
On appelle h l'homothétie de centre A qui transforme E en E′ (E′ est l'intersection de (AE) et (BC)).

1. Déterminer les images B′, C′, D′ des points B, C, D par h et les construire.

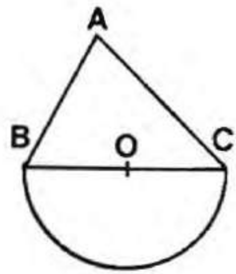
2. Quelle est la nature du quadrilatère B′C′D′E′ ?

3. a) Construire un triangle ABC tel que :
AB = 6 cm - AC = 7 cm - BC = 9 cm.

b) Constuire un carré B′C′D′E′ tel que :
B′ ∈ (AB), C′ ∈ (AC), E′ ∈ (BC) et D′ ∈ (BC).



β : sur la figure ci-contre, construire un demi-cercle tangent à BC et dont le diamètre MN a ses extrémités sur [AB] et [AC].



Annexe 5

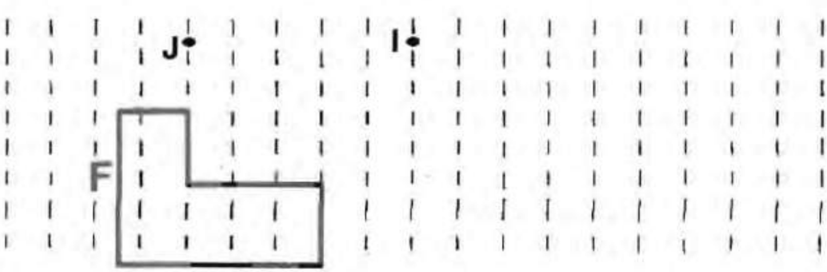
Contrôle

Exercice 1

1. Dessine l'image de F par l'homothétie de centre I de rapport 1/3. Cette image est notée F1.

2. Dessine l'image de F1 par l'homothétie de centre J et de rapport 3. Cette image est notée F2.

3. Quelle transformation géométrique semblerait permettre de passer de F à F2 ?

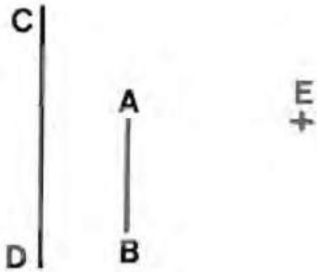


Exercice 2

1. Construire les centres I et J des homothéties qui transforment le segment [AB] en [CD].

2. Déterminer le rapport de ces homothéties.

3. Construire à la règle non graduée et au compas l'image de E par l'homothétie de rapport positif, qui transforme [AB] en [CD].

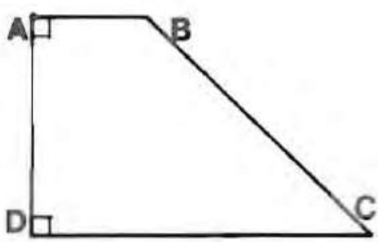


Exercice 3

On considère le trapèze rectangle ABCD. (AB) est parallèle à (DC). AB = 3, CD = 9 et AD = 4.
Les droites (AC) et (BD) se coupent en E.
I est le milieu de [AB] et J est le milieu de [CD].

1. Calculer la longueur BC.

2. Soit h l'homothétie de centre E qui transforme B en D.
a) Quelle est l'image de A par h ?
b) Quel est le rapport de h ?
c) Montrer que les points I, E, J sont alignés.



3. a) Traduire vectoriellement : h(B) = D. En déduire que $\overrightarrow{BE} = 1/4\ \overrightarrow{BD}$.
b) Soit H la projection orthogonale de E sur (AB). Calculer la longueur EH.
c) Calculer l'aire du triangle AEB. En déduire l'aire du triangle DEC.

4. (AD) et (BC) se coupent en F. Calculer FD (on pourra utiliser l'homothétie qui transforme A en D).

I. Connaître les résultats figurant au programme II. Elaborer un plan de solution ; une stratégie III. Argumenter IV. Réaliser	NOM : Prénom :				
Questions	I	II	III	IV	Note
Exo 1 - 1° Construction de F 1					
2° Construction de F 2					
3° Passage de F à F 2					
Exo 2 - 1° Construction de I et J					
2° Rapport d'homothétie					
3° Construction de h(E)					
Exo 3 - 1° Calcul de BD					
2° a) h(A)					
b) Rapport de h					
c) Alignement de I, E, J.					
3° a) Traduction de h(B) = D					
$\overrightarrow{BE} = 1/4\ \overrightarrow{BD}$					
b) Calcul de EH					
c) Aire de AEB					
Aire de DEC					

Communiquer :

s'exprimer ☐ présenter ☐ Note ☐