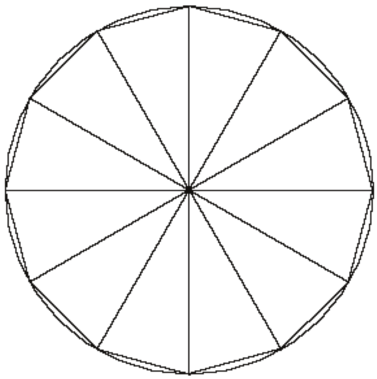
Dans nos classes
Collège

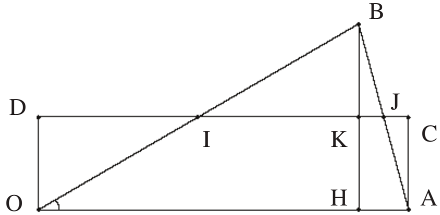
Recette pour découper un dodécagone régulier en trois carrés identiques

Michel Rousselet
Collège Georges-Duhamel
95 220 Herblay

Prendre un beau dodécagone régulier inscrit dans un cercle rayon R et de centre O. Le partager en 12 beaux triangles isocèles.



Prendre le premier de ces triangles, appelons-le OAB. Le couper en trois morceaux pour le transformer en un rectangle OACD. Comment ? Comme l'indique cette figure :



I et J sont les milieux respectifs de [OB] et de [AB].
K est le point de rencontre de la hauteur [BH] avec (IJ).
D et C les symétriques respectifs de K par rapport à I et à J.

Quand il m'a vu faire pour la première fois, mon petit neveu Tistou, celui qui est en cinquième, n'était pas bien sûr que OACD soit un rectangle.

« *Mais si, lui ai-je dit, c'est même un rectangle de dimensions R et* $\frac{R}{4}$ »

D'ailleurs, Tistou a réussi à le prouver en faisant appel aux outils de la classe de cinquième (propriétés des symétries centrales, somme des angles d'un triangle, calcul de l'aire d'un triangle). Il a prouvé successivement que :

- le quadrilatère OACD est un rectangle
- les triangles IDO et AJC ont des aires respectivement égales à celles des triangles IBK et JBK.
- l'aire du rectangle OACD est la même que celle du triangle OAB
- $KH = \frac{BH}{2}$.
- $BH = \frac{R}{2}$ et, par suite, $KH = \frac{R}{4}$.

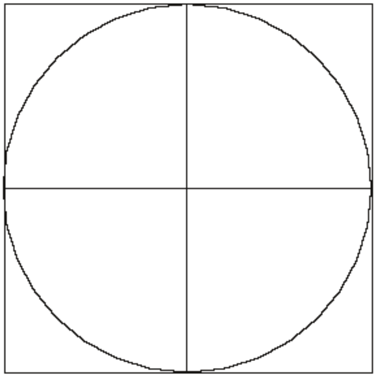
Reprenons

Fabriquer un rectangle identique à OACD avec chacun des 11 triangles restants.

Regrouper les 12 rectangles 4 par 4. Les empiler pour faire trois carrés identiques de côté R.

Servir.

Mais cela sert à quoi ? Eh bien à prouver que l'aire d'un disque de rayon R est supérieure à $3R^2$! Comme par ailleurs, tout le monde connaît la figure ci-dessous, vous pouvez en déduire que **le nombre π est compris entre 3 et 4.**



Quoi, direz-vous, tout ce travail pour cela ? En cinquième, tous les enfants savent que le nombre π est égal à 3,14 et des poussières. C'est parfaitement exact, mais l'avaient-ils prouvé de quelque manière que ce soit ?

N'oubliez pas ce qu'a écrit Jean Dieudonné : « *majorer et minorer sont des activités essentielles aux mathématiques.* » Pourquoi se priver d'une telle activité lorsqu'elle permet réellement de construire des connaissances ?