

**ANALYSE
&
DEMARCHE ANALYTIQUE**

Les neveux de Descartes

Commission Inter-IREM
Epistémologie et Histoire des Mathématiques

Publications récentes

La figure et l'espace, actes du 8ème Colloque inter-IREM, éd. IREM de Lyon, 1991.

Histoires de problèmes, histoire des mathématiques, Ellipses, Paris, 1993.

Histoire d'infini, actes du 9ème Colloque inter-IREM, éd. IREM de Brest, 1994.

Histoire et épistémologie dans l'éducation mathématique, actes de la 1ère Université d'été européenne sur l'histoire des mathématiques, éd. IREM de Montpellier, 1995.

Histoires d'algorithmes, Du caillou à la puce, Belin, Paris, 1995.

Les philosophes et les mathématiques, Ellipses, Paris, 1996.

Contribution à une approche historique de l'enseignement des mathématiques, actes de l'Université d'été de Besançon, éd. IREM de Besançon, 1996.

La mémoire des nombres, actes du 10ème Colloque inter-IREM, éd. IREM de Basse-Normandie, 1997.

M 300 ANAYA

8386

Commission inter-IREM
Epistémologie et Histoire des Mathématiques

IREM de LYON
BIBLIOTHEQUE

Université Claude Bernard -LYON I
43, Bd du 11 Novembre 1918
69622 VILLEURBANNE Cedex

ANALYSE
&
DEMARCHE ANALYTIQUE

Les neveux de Descartes

ACTES DU XI^{ème} COLLOQUE INTER-IREM
D'EPISTEMOLOGIE ET D'HISTOIRE DES
MATHEMATIQUES

REIMS, 10 et 11 Mai 1996

Edition et diffusion : IREM de Reims, Moulin de la Housse
BP 1039 - 51687 Reims Cedex 2

ISBN : 2-86612-138-4

Diffusion : IREM de Reims, Moulin de la Housse, BP 1039

51687 Reims Cedex 2

Conception et mise en page : Association Histoire des Mathématiques en Champagne-Ardenne, Reims.

Impression de l'ouvrage : Service de mécanographie, U.F.R. Sciences exactes et naturelles, Reims.

Impr. couverture et reliure : Imprimerie Graphisme Labori, Reims.

Photogr. pages de couvertures : Robert Meulle, Reims.

1ère de couverture : oeuvre originale, Jean Charles Farey.

4ème de couverture : « la place Royale à la veille de son achèvement »
aquarelle de Eugène Auger (1910), collection Musée Le Vergeur Reims.

... Et j'espère que nos neveux me sauront gré, non seulement des choses que j'ai ici expliquées, mais aussi de celles que j'ai omises volontairement, afin de leur laisser le plaisir de les inventer.

René DESCARTES
La géométrie

AVANT-PROPOS

Lorsqu'en 1985, nous avons participé à la création d'un groupe de recherche en Histoire des Mathématiques au sein de l'IREM de Reims, nous étions loin de penser que onze ans plus tard, nous organiserions le 11ème colloque de la commission inter-IREM d'épistémologie et d'histoire des mathématiques. Et pourtant, au cours de ces années, cette idée s'est peu à peu imposée à nous, comme une dette qu'il faudrait bien rembourser un jour ou l'autre. Dette envers les autres membres de la commission qui nous avaient tant appris à travers leurs travaux et dont la convivialité n'était pas pour rien dans la réussite des précédents colloques et universités d'été auxquels nous avons participé, mais aussi dette envers l'histoire des mathématiques parce qu'elle nous avait fait découvrir l'aspect vivant des mathématiques et nous avait permis d'envisager son enseignement autrement que sous l'aspect formaliste trop souvent privilégié, à notre grand regret, lors de nos études universitaires. C'est pourquoi nous nous devons de saisir l'occasion de faire partager notre passion pour l'histoire des mathématiques au plus grand nombre de collègues de notre région.

Nous tenons à remercier toutes les personnes qui nous ont soutenu et accordé leur confiance pour l'organisation de ce colloque et la réalisation de ses actes. En particulier Evelyne Barbin, responsable de la commission inter-IREM, Hélène Authier, Bertrand Turco et Jean Michel Bazin, directeurs successifs de l'IREM de Reims pendant toute cette période, ainsi que Monsieur Fleischhacker du service de mécanographie de la faculté des sciences, pour ses conseils techniques et sa disponibilité.

Nous remercions également les institutions, associations et entreprises suivantes grâce au soutien desquelles l'accueil et la réussite de cette manifestation ont été possibles :

Ministère de l'Éducation Nationale, de la Recherche et de la Technologie

Ministère de la Culture : célébrations nationales

Conseil Général de la Marne

Ville de Reims

Rectorat de l'Académie de Reims : MAFPEN

Université de Reims Champagne-Ardenne

I.U.T. Leonard de Vinci

U.F.R. de Sciences Exactes et Naturelles

Institut Universitaire de Formation des Maîtres de Reims

Assemblée des Directeurs d'IREM

Association pour le Développement des Etudes et Recherches en Histoire et
Epistémologie des Mathématiques

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public :
Régionale de Champagne Ardenne

Bibliothèque Municipale Carnégie Reims

Champagne Frédéric Thomas Vertus

Librairie Michaud Reims

Mutuelle Générale des Etudiants de l'Est

Jean Marie FAREY, Jean Claude PENIN & Patrick PERRIN
Commission inter-IREM, IREM de Reims

SOMMAIRE

Présentation <i>Evelyne Barbin</i>	1
1. Analyse et synthèse	5
Retour aux sources du concept d'analyse <i>Jacqueline Guichard</i>	7
Entre démarche mathématique et démarche philosophique <i>Joëlle Delattre</i>	25
Mathématiques et dialectique chez Platon, Aristote et Nicolas de Cues <i>Jean-Marie Nicolle</i>	53
2. Analyse et méthode cartésienne	63
Analyse et synthèse dans la philosophie cartésienne <i>Véronique Le Ru</i>	65
La méthode analytique de Descartes et l'évidence comme détermination de la vérité <i>Evelyne Barbin</i>	79
Lecture en classe de la Géométrie de Descartes <i>Maryvonne Hallez et Marie-Françoise Jozeau</i>	103
3. Analyse et calcul infinitésimal	115
Les lois de la réflexion et de la réfraction comme exercice de calcul <i>Patricia Radelet - De Grave</i>	117

Ce qu'il y a d'algèbre en analyse, avec les logarithmes comme objet d'histoire <i>Jean Dhombres</i>	139
Le jeu du Treize, un essai d'analyse d'un jeu de hasard <i>Patrick Perrin</i>	205
La formule de Stirling <i>Denis Lanier et Didier Trotoux</i>	231
4. Analyse et fonction	287
Aux sources de la théorie des fonctions analytiques: la résolution des équations et l'analogie des puissances et des différences <i>Jean-Pierre Lubet</i>	289
Etonnantes fonctions elliptiques <i>Jean-Claude Pénin</i>	311
5. Mathématiques rémoises	339
Gerbert, le pape mathématicien <i>Henri Plane et Jean-Claude Pénin</i>	341
Le manuscrit 235, un témoin de la géométrie de Gerbert au Mont Saint-Michel <i>Jacqueline Leparmentier et Michel Levard</i>	357
Abraham de Moivre <i>Gilbert Maheut</i>	373
Table des planches hors-texte	387
Les auteurs	389
Programme du colloque	391
Liste des participants	394

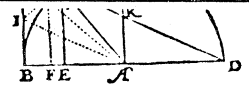
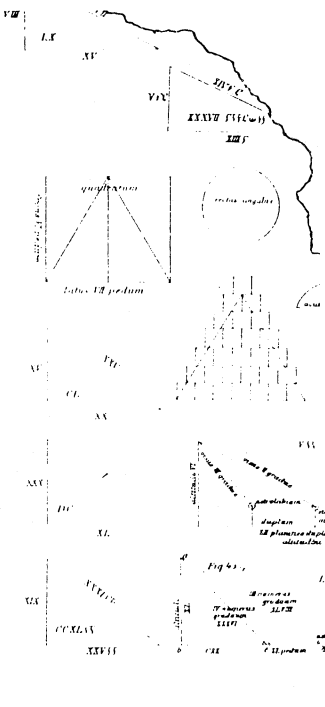
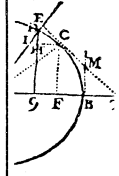
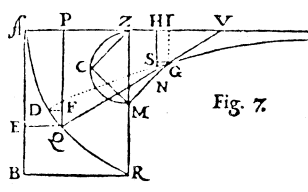
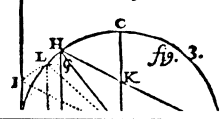
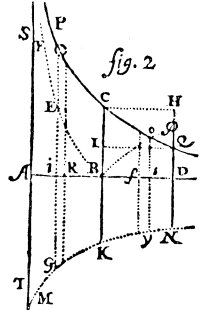
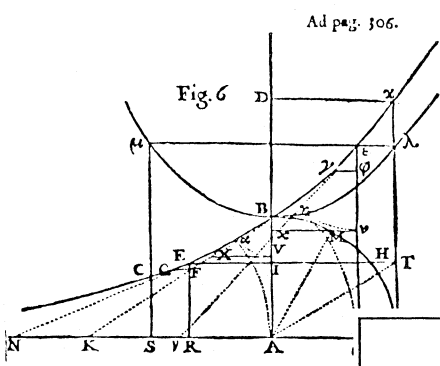


Fig. 4.

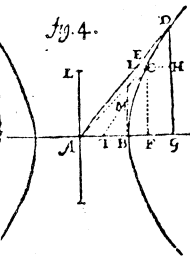
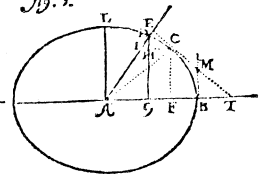


Fig. 5.



PRÉSENTATION

En 1996, année de ce Colloque de Reims, au moins deux anniversaires méritaient d'être célébrés par les mathématiciens : il y a quatre siècles naissait René Descartes, inventeur de la géométrie analytique, et il y a trois siècles paraissait le traité du Marquis de l'Hospital, premier ouvrage d'analyse en langue française. Cette coïncidence de dates nous invitait à choisir comme thème de ce 11ème Colloque inter-IREM d'Epistémologie et d'Histoire des Mathématiques, *l'analyse et la démarche analytique*.

Accoler les termes *analyse* et *analytique* semble, littéralement, aller de soi. Pourtant, la séparation entre le chapitre sur la géométrie analytique et celui sur l'analyse est tellement habituelle dans les programmes de mathématiques, que n'est jamais interrogé le rapport existant entre ces deux domaines, que recouvrirait la racine commune de leurs appellations. Or, l'histoire des mathématiques permet en même temps de comprendre les relations entre la géométrie analytique et l'analyse, et de saisir ce qui est propre aux différents actes du mathématicien lorsqu'il résoud un problème géométrique ou quand il étudie une fonction.

Tout au long de cette histoire, la signification du mot analyse a connu des glissements, et pour en rendre compte il suffit d'observer les mots qui ont été associés ou opposés à celui d'analyse. Ainsi, tout en suivant un ordre chronologique, les quatre premières parties de ces Actes proposent aux lecteurs de se livrer à des associations de mots : analyse et synthèse depuis la géométrie grecque, analyse et méthode dans la mathématique cartésienne, analyse et calcul infinitésimal, puis analyse et fonction. Les maillons extrêmes de cette chaîne sont d'un usage courant : l'analyse est toujours opposée à la synthèse dans l'étude des lieux géométriques, l'analyse est communément définie aujourd'hui comme l'étude des fonctions. L'histoire fournit deux maillons intermédiaires qui correspondent schématiquement à deux introductions, celle de l'algèbre en géométrie, et celle de l'infini en l'étude des courbes.

La première partie de ce recueil nous renvoie, avec la contribution de Jacqueline Guichard, aux sources du mot analyse dans la pensée grecque. L'opposition de l'analyse à la synthèse prend place dans la constitution d'un discours démonstratif visant la certitude. Ainsi, que ce soit en logique ou en

ROZENFELD	<i>Roland</i>	Mourenx
SIMAL	<i>Amadou</i>	Sedan
SINIGRE	<i>Marie</i>	Rilly la Montagne
SIP	<i>Jacky</i>	Masny
SOKELAND	<i>Simone</i>	Reims
SOLAIS	<i>Marinette</i>	Paris
SPAGNESI	<i>Laurent</i>	Troyes
SPAGNESI	<i>Françoise</i>	Troyes
SPIESSER	<i>Maryvonne</i>	Toulouse
STOLL	<i>André</i>	Strasbourg
THIEBAULT	<i>André</i>	Epernay
THIERUS	<i>Alain</i>	Reims
THIRION	<i>Maurice</i>	Amiens
THOMAS	<i>Anne</i>	Reims
TOSSUT	<i>Rosane</i>	Mons (Belgique)
TROTOUX	<i>Daniel</i>	Ifs
TURCO	<i>Bertrand</i>	Reims
VADEL	<i>Jean-Michel</i>	Saint Dizier
VERDIER	<i>Jacques</i>	Tomblaine
VERDIER	<i>Norbert</i>	Paris
VOLTAIRE	<i>Isabelle</i>	Fouju
ZERNER	<i>Martin</i>	Nice

LELOUARD	<i>Monique</i>	Sotheville les Rouen
LEPARMENTIER	<i>Jacqueline</i>	Caen
LEVARD	<i>Michel</i>	Thury Harcourt
LOMBARDI	<i>Henri</i>	Besançon
LUBET	<i>Jean-Pierre</i>	Lille
MALINAUD	<i>Brigitte</i>	Le Bourget
MARMIER	<i>Anne-Marie</i>	Toulouse
MATHIEU	<i>Claude</i>	Charleville-Mézière
MATZ	<i>Claude</i>	Cergy-Pontoise
MENOTTI	<i>Jean-Pierre</i>	Reims
MERKER	<i>Claude</i>	Besançon
METIN	<i>Frédéric</i>	Dijon
MEUSNIER	<i>Norbert</i>	Saint Denis
MICHEL	<i>Françoise</i>	Reims
MIRA	<i>Carmelle</i>	Mont Saint Aignan
MOREAU	<i>Guy</i>	Louviers
MULLER	<i>Pierre Alain</i>	Romilly sur Seine
NICOLLE	<i>Jean-Marie</i>	Rouen
NORDON	<i>Nicole</i>	Mont Saint Aignan
OBERLI	<i>Claire</i>	Cherbourg
ORTHEAU	<i>Jean-Paul</i>	Reims
OUDIN	<i>Christine</i>	Troyes
PATE	<i>Samuel</i>	Rethel
PENIN	<i>Jean-Claude</i>	Reims
PENIN	<i>Annie</i>	Reims
PERRIN	<i>Patrick</i>	Reims
PINAUD	<i>Jacques</i>	Orléans
PINCHON	<i>Françoise</i>	Epernay
PLANE	<i>Henry</i>	Paris
PLANE	<i>Marie-Jeanne</i>	Créteil
PROVOST	<i>Sylvie</i>	Paris
RADELET	<i>Patricia</i>	Louvain-la-Neuve (Belgique)
REGNARD	<i>Philippe</i>	Nevers
RENARD	<i>Claudine</i>	Reims
RICHARD	<i>Carole</i>	Anglure
ROCHE	<i>Geneviève</i>	Reims
RODRIGUEZ	<i>Michel</i>	Douai
ROUCHE	<i>Nicolas</i>	Nivelles (Belgique)
ROUSSEL	<i>Josiane</i>	Grenoble
ROY	<i>Claire</i>	Reims

DHOMBRES	<i>Jean</i>	Nantes
DJEBBAR	<i>Ahmed</i>	Paris
DUCEL	<i>Yves</i>	Besançon
DUMORTIER	<i>Sébastien</i>	La Chapelle Saint Luc
DUPERRET	<i>Jean-Claude</i>	La Chapelle Saint Luc
DUVAL	<i>Anne-Aude</i>	Bar sur Seine
FAREY	<i>Jean-Marie</i>	Reims
FELLER	<i>Fabrice</i>	Bazeilles
FISCHER	<i>Simone</i>	Reims
FRIEDELMEYER	<i>Jean-Pierre</i>	Strasbourg
GASZYNSKI	<i>Henri</i>	Epernay
GEORGES	<i>Joëlle</i>	Reims
GEVERS	<i>Pascaline</i>	Louvain-la-Neuve (Belgique)
GILAIN	<i>Christian</i>	Paris
GOUDOUR	<i>Jean</i>	Reims
GUIBERT	<i>Gilles</i>	Reims
GUICHARD	<i>Jean-Paul</i>	Parthenay
GUICHARD	<i>Jacqueline</i>	Parthenay
GUILLEMOT	<i>Marianne</i>	Paris
GUILLEMOT	<i>Michel</i>	Toulouse
GUITART	<i>René</i>	Paris
GUYOT	<i>Patrick</i>	Mâcon
HALLEZ	<i>Maryvonne</i>	Paris
HAUCHART	<i>Christiane</i>	Louvain-la-Neuve (Belgique)
IGLIORI	<i>Sonia</i>	Paris
JABOEUF	<i>François</i>	Montpellier
JACOB	<i>Marie</i>	Villemomble
JENDOUBI	<i>Mohamed</i>	Tomblaine
JOZEAU	<i>Marie-Françoise</i>	Luzarches
KAHN	<i>Claudine</i>	Strasbourg
KIENTZ	<i>Geneviève</i>	Reims
KOUTEYNIKOFF	<i>Odile</i>	Anthony
LANGUEREAU	<i>Hombeline</i>	Besançon
LANIER	<i>Catherine</i>	Caen
LANIER	<i>Denis</i>	Caen
LE CHEVALIER	<i>Jean-Luc</i>	Douai
LE DANTEC	<i>Marie-Françoise</i>	Cergy-Pontoise
LE GOFF	<i>Jean-Pierre</i>	Caen
LE RU	<i>Véronique</i>	Reims
LEFORT	<i>Xavier</i>	Saint Nazaire

LISTE DES PARTICIPANTS

ALVES-DIAS	<i>Marlène</i>	Paris
ARTIGUE	<i>Michèle</i>	Reims
AUBEPART	<i>Gérard</i>	Reims
BARBIN	<i>Evelyne</i>	Paris
BENARD	<i>Dominique</i>	Le Mans
BERILLE	<i>Annie</i>	Troyes
BERNARD	<i>Alain</i>	Nimes
BESSOT	<i>Didier</i>	Caen
BKOUCHE	<i>Rudolphe</i>	Lille
BOISSELLE	<i>Patrick</i>	Reims
BOROWCZYK	<i>Jacques</i>	Tours
BOYE	<i>Anne</i>	La Baule
BRIN	<i>Philippe</i>	Créteil
BRUCHE	<i>Gérard</i>	Givet
BUHLER	<i>Martine</i>	Noisy le Grand
CHAPUT	<i>Brigitte</i>	Sainte Savine
CHEVIN	<i>Gérard</i>	Reims
CLAPIE	<i>Mireille</i>	Auch
CLINARD	<i>Michel</i>	Orléans
CLOUET	<i>Francine</i>	Reims
COLLAUDIN	<i>Pierre</i>	Paray le Monial
CORDIER	<i>Jean</i>	Reims
CORTIER	<i>Jean-Philippe</i>	Troyes
COUNIOT	<i>Patricia</i>	Bruxelles (Belgique)
COUSQUER	<i>Eliane</i>	Villeneuve d'Asq
COUVREUX	<i>Denis</i>	Reims
D'HOOGHE	<i>Hélène</i>	Reims
DAUMAS	<i>Denis</i>	Argelès Gazost
DEBARGE	<i>Régis</i>	Bazeilles
DEBEAUMARCHE	<i>Gérard</i>	Reims
DELATTRE	<i>Joëlle</i>	Villeneuve d'Ascq
DELEDICQ	<i>André</i>	Paris
DEMALANDER	<i>Jean</i>	Reims
DERAY	<i>Tristan</i>	Langres
DESHAIES	<i>Joël</i>	Reims

Samedi 11 mai, I.U.T. Léonard de Vinci.

9h 30 - 10h 45 **Conférence** : Christian GILAIN

Calcul intégral et démarche analytique chez D'Alembert et Condorcet

11h - 12h **2^{ème} série d'exposés en parallèle**

E3 Ahmed DJEBAR

L'Analyse et la Synthèse dans la tradition mathématique arabe.

E6 Henri LOMBARDI

Le raisonnement par l'absurde

E7 Patrick PERRIN

Logarithmes en Terminale scientifique.

E9 Norbert VERDIER

Sharaf al-din al-tusi, un illustre mathématicien arabe.

14h - 16h 30 **2^{ème} série d'ateliers en parallèle**

A4 Eliane COUSQUER

Du Bois Reymond et l'analyse.

A5 Joëlle DELATTRE

Un exemple d'analyse systématique en Grèce au II^{ème} siècle entre démarche philosophique et démarche mathématique.

A6 GROUPE M.A.T.H. Mnémosyne

Descartes dans nos classes.

A8 Jean-Paul GUICHARD

La renaissance de l'analyse : Viète et Descartes

A9 Denis LANIER & Didier TROTOUX

La formule dite de Stirling

A11 Jean-Pierre LUBET et Anne-Marie MARMIER

Lagrange et la Théorie des fonctions analytiques

A15 Henry PLANE & Jean-Claude PENIN

Gerbert, le pape mathématicien de l'an Mille.

A16 Roland ROZENFELD

De la géométrie à l'analyse : Les aventures de la cycloïde au siècle de Louis XVI.

17h Réunion de la commission inter-IREM Epistémologie et Histoire des Mathématiques.

18h Visite de la Cathédrale de Reims.

14h - 16h 30 1^{ère} série d'ateliers en parallèle.

A1 Jacques BOROWCZYK

La Nouvelle algèbre ou Art analytique de François Viète (1540 - 1603)

A2 Anne BOYE & Xavier LEFORT

Les débuts du calcul intégral ou les essais de donner une suite au travail inachevé du Marquis de l'Hospital.

A3 Mireille CLAPIE & Maryvonne SPIESSER

Quelques problèmes d'optimisation à partir de l'oeuvre de P. de Fermat

A7 Jacqueline GUICHARD

Retour aux sources du concept d'Analyse.

A10 Jacqueline LEPARMENTIER & Michel LEVARD

La géométrie de Gerbert

A12 Claude MERKER

Le Traité des Trilignes rectangles de Pascal.

A13 Jean-Claude PENIN

Etonnantes Fonctions Elliptiques

A14 Patrick PERRIN

Le jeu du Treize

17h - 18h 1^{ère} série d'exposés en parallèle.

E1 Didier BESSOT

« La méthode des fluxions et des suites infinies » d'Isaac Newton

E2 Rudolf BKOUCHE

Les aventures de la méthode analytique (*de l'analyse au formalisme*)

E5 Véronique LE RU

Analyse et synthèse dans la philosophie cartésienne

E8 Patricia RADELET DE GRAVE

Les lois de réflexion et de réfraction de la lumière comme exercice de calcul.

E11 Jean-Marie NICOLLE

Dialectique et Mathématique chez Platon, Aristote et Nicolas de Cues.

18h 15 Visite de l'exposition de livres anciens de Mathématiques de la Bibliothèque Municipale Carnégie de Reims.

20h 30 Soirée de gala au Tennis Club de Reims

XI^{ème} COLLOQUE INTER-IREM
EPISTEMOLOGIE ET HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES
REIMS, 10 & 11 Mai 1996

<p>ANALYSE & DEMARCHE ANALYTIQUE Les Neveux de Descartes</p>
--

PROGRAMME

La langue officielle du colloque est le français

Judi 9 mai 1996, U.F.R. Sciences, Amphithéâtre Marcel David.

18h, **Ouverture du Colloque**

18h 15, **Conférence : Gilbert MAHEUT**
Abraham de Moivre : un mathématicien champenois à Londres.

19h 15, **Conférence : Charles VULLIEZ**
Gerbert : pédagogue et mathématicien.

Vendredi 10 mai et samedi 11 mai, I.U.T. Léonard de Vinci

Exposition permanente sur Eugène Belgrand, proposée par le collège d'Ervy-le-Chatel.

Vendredi 10 mai, I.U.T. Léonard de Vinci.

9h 15 - 10h 30 **Conférence : Evelyne BARBIN**
La pensée analytique de Descartes

10h 45 - 12h **Conférence : Jean DHOMBRES**
Sur ce qu'il y a d'algèbre contenu dans le calcul différentiel et intégral

RADELET-DE GRAVE Patricia, Université Catholique de Louvain
Belgique.

TROTOUX Didier, IUT de Caen, IREM de Caen.

LES AUTEURS

BARBIN Evelyne, IREM Paris VII.

DELATTRE Joëlle, IUFM de Lille, IREM de Lille.

DHOMBRES Jean, Université de Nantes, Centre François Viète Histoire des Sciences & Techniques.

GUICHARD Jacqueline, Lycée E.Pérochon Parthenay, IREM de Poitiers.

HALLEZ Maryvonne, IREM Paris VII.

JOZEAU Marie Françoise, Lycée G. de Nerval Luzarches, IREM Paris VII.

LANIER Denis, Lycée Malherbe Caen, IREM de Basse-Normandie.

LE RU Véronique, IUFM de Reims.

LEPARMENTIER Jacqueline, Lycée Dumont d'Urville Caen, IREM de Basse-Normandie.

LEVARD Michel, Collège Bellair Thury Harcourt, IREM de Basse-Normandie.

LUBET Jean Pierre, Lycée Baggio Lille, IREM de Lille.

MAHEUT Gilbert, Vitry-le-François.

NICOLLE Jean Marie, Lycée Jeanne d'Arc Rouen, IREM de Rouen.

PENIN Jean Claude, Lycée G. Clémenceau Reims, IREM de Reims.

PERRIN Patrick, Lycée G. Clémenceau Reims, IREM de Reims.

PLANE Henry, Paris, IREM de Dijon.

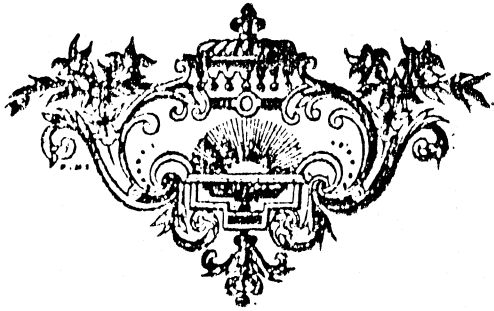


TABLE DES PLANCHES HORS-TEXTE

p X « Les neveux de Descartes », montage, association Histoire des Mathématiques en Champagne Ardenne.

p 6 *Disciplinae mathematicae* de Jan Ciermans (1640), oeuvre mentionnée dans l'article de J. Dhombres (cf p.163).

p 64 *Opera mathematica* de Christoph Klau dit Clavius, l'auteur est mentionné dans l'article de J. Dhombres (cf p.146).

p 116 *Mirifici logarithmorum canonis descriptio* de John Napier (1614).

p 138 *Logarithmo-technica* de Nicolas Mercator (1668), oeuvre mentionnée dans l'article de J. Dhombres (cf p.179).

p 202 *Chilias logarithmorum* de Johannes Kepler (1624), oeuvre mentionnée dans l'article de J. Dhombres (cf p.141).

p 203 *Arithmetische und geometrische progress-tabulen* de Jobst Bürgi (1620), oeuvre mentionnée dans l'article de J. Dhombres (cf p.160).

p 204 Extrait (page 73) de *l'Essay d'analyse sur les jeux de hazard* de Pierre Rémond de Montmort (1713), oeuvre mentionnée dans l'article de P. Perrin, (photo Bibliothèque Nationale).

p 288 *Essay d'analyse sur les jeux de hazard* de Pierre Rémond de Montmort (1713), (photo Bibliothèque Nationale).

p 340 *Supplementum chiliadis logarithmorum* de Johannes Kepler (1625).

p 372 Extrait des *Miscellanea analytica* d'Abraham de Moivre (1730), contenant la célèbre « formule de Moivre », (collection privée G. Maheut).

mathématique, l'analyse et la synthèse se distinguent selon l'ordre dans lequel les propositions sont reliées dans ce discours : allant des axiomes aux conséquences ou inversement. Les articles de Joëlle Delattre et de Jean-Marie Nicolle mettent en évidence les limites du discours démonstratif, logique ou mathématique, car il suppose que soient posés les axiomes, les principes et les objets sur lesquels il parle, et il nécessite donc une autre partie de l'argumentation, à savoir la dialectique. Notons, avec Jean-Marie Nicolle, qu'il en est ainsi de la notion d'infini, qu'Aristote définit par une opération dialectique de distinction et qu'il exclut des mathématiques. Ceci permet de mieux appréhender la modification cartésienne du mot analyse, puisque la méthode cartésienne doit remplacer à la fois la logique et la dialectique, mais que la géométrie cartésienne évite l'infini.

Descartes oppose l'analyse et la synthèse dans une réponse aux objections qui sont faites aux démonstrations de ses *Méditations touchant la première philosophie*. Deux examens de cette réponse sont proposés dans ce recueil : Véronique Le Ru s'appuie, en particulier, sur la comparaison des deux démonstrations de l'existence de Dieu données dans les méditations cartésiennes, et Evelyne Barbin se réfère surtout à la méthode cartésienne pratiquée dans la géométrie. Maryvonne Hallez et Marie-Françoise Jozeau rappellent que, dans le *Discours de la méthode*, Descartes écrit que sa méthode doit, à la fois, garder les avantages et se débarrasser des défauts de l'analyse des Anciens et de l'algèbre des Modernes. Cette méthode retient de l'analyse qu'elle suppose le problème résolu et de l'algèbre qu'elle est la science de la chose inconnue. L'analyse cartésienne demande donc de considérer que tout problème géométrique se ramène à la recherche de choses inconnues, à savoir les grandeurs de segments désignés algébriquement par des lettres. Avec Descartes, l'analyse est ainsi liée à une pratique algébrique de la géométrie et les objets même de la géométrie en sont modifiés. En particulier, dans la géométrie cartésienne, les courbes sont exprimées par des équations polynomiales et ordonnées selon le degré de ces équations.

A la fin du 17^{ème} siècle, le calcul infinitésimal de Leibniz ou de Newton plonge l'analyse cartésienne dans l'infini de deux façons : les lettres représenteront aussi des grandeurs infiniment petites, et les courbes seront aussi exprimées par des séries infinies. Ce que l'on va appeler l'analyse infinitésimale s'impose dans l'étude des courbes. Patricia Radelet - De Grave nous fait suivre les recherches du Marquis de l'Hospital, de Jacob et de Johann Bernoulli sur le problème difficile des courbes caustiques qui fera l'objet de deux chapitres du traité du Marquis. Mais l'analyse infinitésimale triomphe aussi dans l'étude des logarithmes ou des probabilités, et le travail

sur les séries joue un rôle important dans cette nouvelle analyse, comme l'indiquent trois autres contributions. Jean Dhombres explique que les séries permettent, plusieurs dizaines d'années après leur invention, l'intégration des logarithmes dans la culture mathématique. Patrick Perrin montre comment Montmort, dans son *Essai d'analyse sur les jeux de hasard* de 1708, démontre des formules de dénombrement à l'aide de séries. Denis Lanier et Didier Trotoux soulignent que les recherches vers 1730, par Stirling et De Moivre, de l'évaluation de $n!$ sont, à la fois, motivées par le calcul des probabilités et liées aux travaux sur les sommes et interpolations de suites.

Dès le traité du Marquis de l'Hospital de 1696, *Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes*, le mot analyse est attaché à l'étude des courbes. Mais avec le traité d'Euler de 1748, *Introduction à l'analyse infinitésimale*, qui prend pour point de départ la notion de fonction introduite par Leibniz, l'étude des courbes est transformée en celle des fonctions. Ainsi le mot analyse se trouve-t-il finalement attaché à l'étude des fonctions. L'article de Jean-Pierre Lubet s'intéresse aux fonctions analytiques de Lagrange et à sa méthode de résolution des équations par les séries. Celui de Jean-Claude Penin trace un panorama historique concernant les fonctions elliptiques, depuis les recherches sur la rectification des courbes au 17^{ème} siècle jusqu'aux études systématiques de leurs propriétés au début du 19^{ème} siècle.

Le Colloque inter-IREM de Reims célébrait deux anniversaires, mais à la demande des collègues de l'IREM de Reims, il a aussi fêté deux mathématiciens liés à la région de Reims : Gerbert, qui fut évêque de la ville au 10^{ème} siècle, et Abraham de Moivre qui est né à Vitry-le-François en 1667. Voilà pourquoi le lecteur trouvera ici trois contributions qui évoquent la vie et l'œuvre de ces deux mathématiciens. Henri Plane et Jean-Claude Penin présentent des écrits géométriques et arithmétiques de Gerbert, tandis que Jacqueline Leparmentier et Michel Levard analysent précisément un manuscrit de sa géométrie. Avec l'article de Gilbert Maheut sur Abraham de Moivre, nous retrouvons un mathématicien qui, dans ses *Mélanges analytiques* de 1730, se révèle un habile interprète de l'art analytique.

Reims est une ville propice à toute célébration joyeuse, y compris les anniversaires mathématiques. Tout le monde sait pourquoi : parce que c'est la ville du Champagne, de ce vin au pétilllement délicieux. Les participants de ce Colloque ont donc été très honorés de boire du Champagne dont l'étiquette était à la marque de cette manifestation. Ils remercient

Présentation

sincèrement les organisateurs du Colloque pour cette gentille attention, ainsi que pour l'excellente organisation de ces deux journées.

Evelyne BARBIN
Responsable de la Commission
inter-IREM Epistémologie et
Histoire des Mathématiques



Collection de la Société des Amis du Vieux-Reims

Présentation de l'ouvrage

En 1996, année de ce Colloque de Reims, au moins deux anniversaires méritaient d'être célébrés par les mathématiciens : il y a quatre siècles naissait René Descartes, inventeur de la géométrie analytique, et il y a trois siècles paraissait le traité du Marquis de l'Hospital, premier ouvrage d'analyse en langue française. Cette coïncidence de dates nous invitait à choisir comme thème de ce 11^{ème} Colloque inter-IREM d'Epistémologie et d'Histoire des Mathématiques, *l'analyse et la démarche analytique*.

Associer les termes *analyse* et *analytique* semble, littéralement, aller de soi. Pourtant, la séparation entre le chapitre sur la géométrie analytique et celui sur l'analyse est tellement habituelle dans les programmes de mathématiques, que n'est jamais interrogé le rapport existant entre ces deux domaines, que recouvrirait la racine commune de leurs appellations. Or, l'histoire des mathématiques permet en même temps de comprendre les relations entre la géométrie analytique et l'analyse, et de saisir ce qui est propre aux différents actes du mathématicien lorsqu'il résout un problème géométrique ou quand il étudie une fonction.

L'auteur

La commission inter-IREM **Epistémologie et Histoire des Mathématiques** est composée de professeurs de collège, de lycée, d'universitaires enseignant les mathématiques, la philosophie, les sciences physiques et l'histoire, et de chercheurs en histoire des sciences. Elles organise, à l'échelon national et international, des colloques et des universités d'été et a publié de nombreux ouvrages consacrés à l'histoire et à l'enseignement des mathématiques.