

# Labyrinthes

## Compte rendu d'une activité menée dans une classe de cinquième, année 2000 – 2001

### Marianne Pigoury Julien

Donner des occasions de jouer, de dessiner, d'observer, de chercher, de comprendre ou développer des stratégies, d'émettre des conjectures et de les vérifier, en approchant de diverses manières ce thème très riche, voilà quelques uns des buts visés par cette activité, avec pour moteur et ciment l'objectif final : donner à voir aux autres en dessinant dans la cour de récréation.

Au cours de cette année scolaire, nous avons consacré une douzaine de séquences au thème des labyrinthes.

#### Première étape

Dans un premier temps, la classe a exploré sans consignes particulières quelques labyrinthes « bien choisis ». Cela nous a permis d'établir deux classifications :

- certains labyrinthes se présentent comme des énigmes à résoudre (figures 3 et 4), d'autres comportent une voie unique (figures 1 et 2) et ne laissent aucun choix sur le trajet à suivre.
- dans certains labyrinthes, on entre avec pour objectif de ressortir (figures 2 et 4), alors que dans d'autres on doit parvenir au centre (figures 1 et 3).

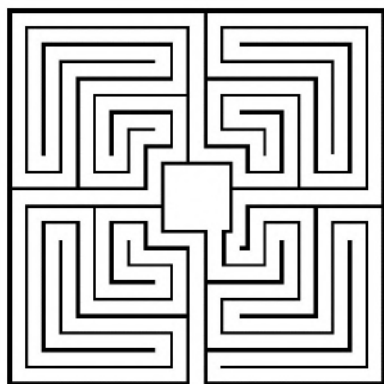


Figure 1

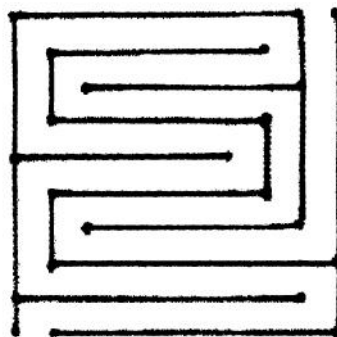


Figure 2

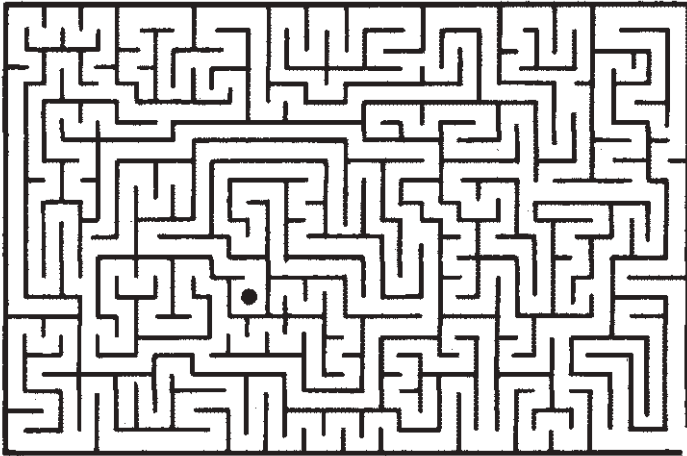


Figure 3

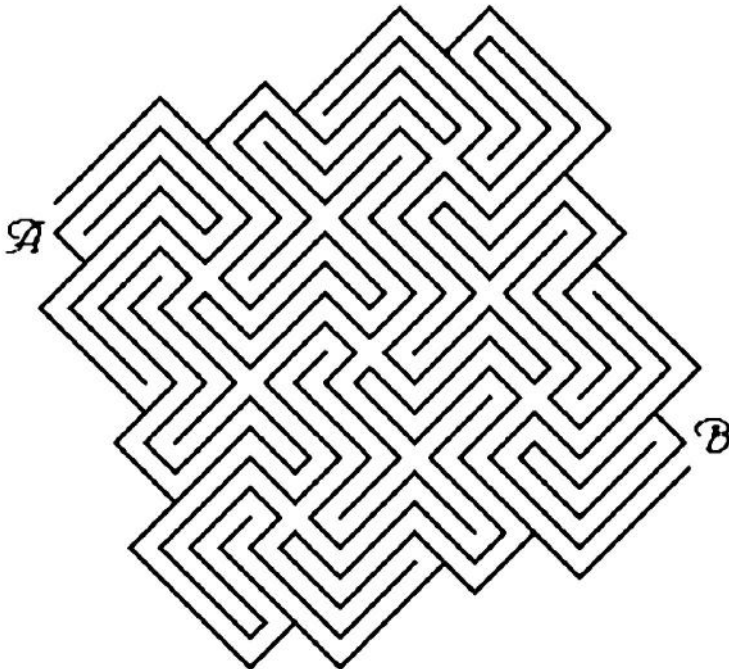


Figure 4

### Deuxième étape

Pour les labyrinthes à choix aussi appelés « à voies multiples » (figures 3 et 4), nous avons recherché des idées d'exploration.

Nous avons exploité la méthode du « mur à main gauche ». Il a fallu pour cela imaginer que l'on était à l'intérieur, entre deux murs bien hauts, que l'on ne pouvait pas voir de dessus l'ensemble du labyrinthe : on ne pouvait donc pas choisir le trajet comme on le fait quand on cherche avec un crayon sur une page de jeu dans une revue.

Dans ces conditions, on peut décider de partir au hasard, ce qui entraîne parfois de grandes déconvenues ; on peut aussi décider de poser sa main gauche par exemple sur le mur gauche à l'entrée, et de ne jamais quitter le mur de la main. Dans les labyrinthes que j'ai proposés à la classe, cela finissait toujours par mener au but, mais parfois au prix d'un très long trajet !

Sur deux petits labyrinthes, les élèves ont tracé d'une couleur le trajet « à main gauche » et d'une autre couleur le trajet « à main droite », pour constater que la partie commune aux deux trajets indiquait un troisième chemin plus direct.

S'est alors posée la question d'un « plus court chemin » qui n'a pas été résolue, mais qui a permis de faire naître quelques discussions et idées de recherche.

Pour les labyrinthes à voies multiples j'ai évoqué, sans les faire expérimenter en classe, les points suivants :

- si l'on commence à appliquer la règle du « mur à main gauche » alors que l'on est déjà entré dans le labyrinthe, et que le mur où l'on pose la main n'est pas connecté à la sortie, on est alors amené à revenir indéfiniment au même point, comme dans les pires cauchemars...
- l'utilisation dans les cas difficiles de « l'algorithme de profondeur » pour explorer les labyrinthes particulièrement complexes. Quelques élèves de club l'ont essayé avec beaucoup de curiosité mais aussi de difficulté, car son application sur papier demande beaucoup de soin et de concentration.

### **Algorithme de profondeur**

*Pour l'utiliser, on doit marquer à l'aide d'un crayon (sur papier), ou bien d'une craie (sur les murs du labyrinthe), le chemin parcouru, en indiquant le sens de parcours.*

– Au départ, comme à n'importe quel carrefour, choisir au hasard un chemin qu'on n'a pas encore parcouru ; utiliser cette règle chaque fois que c'est possible.

– Quand on arrive à un carrefour d'où partent des chemins qui ont tous été explorés une fois, reprendre en marche arrière l'un des chemins déjà parcouru (qui sera alors supprimé, on ne le parcourra pas une troisième fois), jusqu'à arriver à rencontrer un chemin inexploré.

– Répéter ainsi jusqu'à une position finale : on a trouvé la sortie (hourra !), ou bien on revient à l'entrée et aucun nouveau mouvement n'est possible : le labyrinthe n'a alors pas de solution.

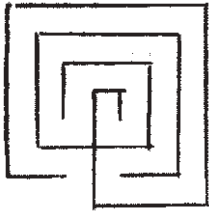
### **Troisième étape**

Il est à noter que le premier labyrinthe à voie unique que j'ai proposé, celui de la cathédrale de Chartres, qui est un labyrinthe de méditation, a suscité une réaction assez véhémement de certains élèves qui se sentaient floués : « Mais il n'y a rien à trouver, là-dedans ! ».

Pour les labyrinthes à voie unique, nous avons appris tout d'abord à dessiner un labyrinthe crétois à partir d'un motif de base que l'on peut rendre de plus en plus complexe. Ce labyrinthe n'a vraisemblablement rien à voir avec celui du Minotaure, mais il existe depuis longtemps dans diverses civilisations.

Dans un premier temps, on dessine le plus simple de tous, dont le patron de base est composé d'une croix et quatre points. On part du haut et on choisit un sens de tracé qui restera le même jusqu'à la fin.

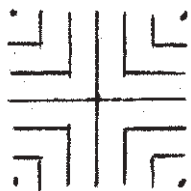
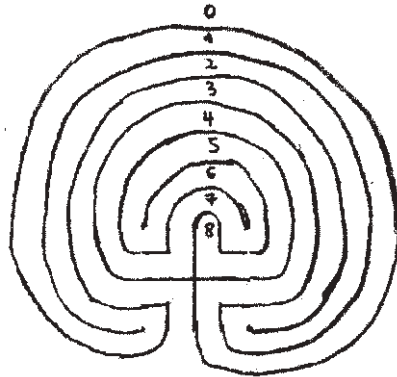
Sur cet exemple, on a tracé de gauche à droite. On peut tracer sur papier quadrillé ou sur papier blanc, suivant sa personnalité ; le plus dur est bien sûr de tracer des couloirs de même largeur !



On peut également le tracer « à la romaine », ce qui lui confère une forme quasi carrée plus acceptable pour les esprits ordonnés. On peut encore tourner dans l'autre sens !

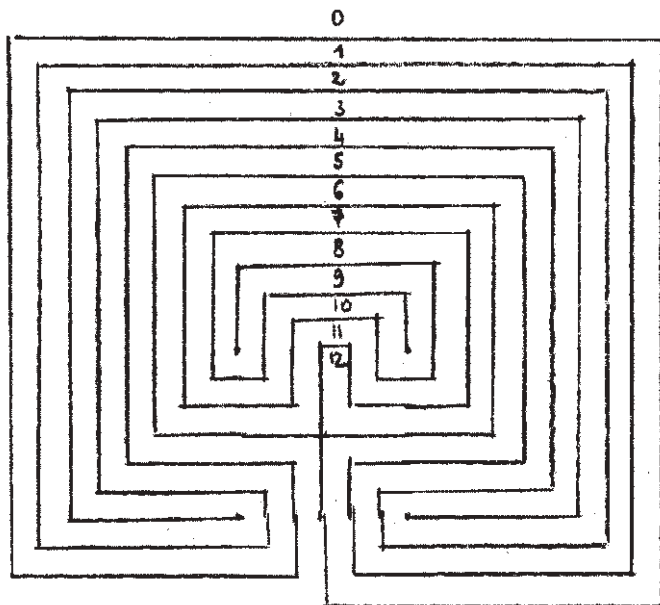


Un modèle plus complexe se construit à partir d'une croix, quatre équerres et quatre points, les tracés se faisant comme précédemment, et on obtient un labyrinthe à neuf niveaux.



En utilisant un quadrillage à petits carreaux, et en traçant à la règle, nous avons recommencé avec le patron de base ci-contre : le labyrinthe obtenu est à treize (douze + un) niveaux, comme on peut le voir sur la figure ci-après.

Les élèves les plus rapides et les plus motivés ont compliqué de plus en plus ce patron, mais le dessin devient vite beaucoup plus complexe que ludique, il faut ajouter des rallonges aux feuilles, et on finit par s'emmêler les crayons !



Le labyrinthe obtenu avec le patron de la page précédente comporte 13 niveaux.

### Quatrième étape

En partant du niveau 0, qui représente l'entrée, ou bien l'extérieur du labyrinthe, nous avons numéroté chaque couloir en ordre croissant de l'extérieur vers l'intérieur, jusqu'au niveau le plus intérieur, point d'arrivée du trajet. Nous avons alors parcouru chacun des labyrinthes crétois dessinés dans l'étape précédente.

Faisons ce parcours pour le labyrinthe ci-dessus. Une première constatation : du niveau 0 on pénètre dans le niveau 5, que l'on parcourt dans le sens des aiguilles d'une montre ; puis du niveau 5 on se rend au niveau 2, et l'on va y cheminer cette fois dans le sens trigonométrique. À chaque changement de couloir il y a un changement de sens de parcours.

Si l'on note les numéros des niveaux parcourus au fur et à mesure, on obtient l'ordre suivant :

.0.5.2.3.4.1.6.11.8.9.10.7.12.

Pour le labyrinthe à neuf niveaux présenté auparavant, l'ordre de parcours est le suivant :

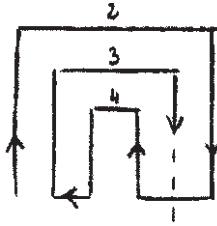
.0.3.2.1.4.7.6.5.8.

Après observation, nous avons énoncé trois règles (la deuxième est celle qui apparaît de la manière la plus immédiate à tous les élèves). Nous avons également tenté de les justifier.

### Les trois règles de base

**01** Tous les niveaux étant numérotés de 0 (l'entrée) jusqu'à  $n$  (le but), on doit tous les parcourir, en partant de 0 et en finissant par  $n$  (évident, mais facile à oublier dans le feu de l'action !).

**02** On doit alterner les chemins de rang impair et les chemins de rang pair : en effet on change de sens de rotation à chaque changement de niveau ; et si, par exemple, l'on passait du rang 2 vers la gauche au rang 4 vers la droite, on ne pourrait pas parcourir le niveau 3, ou alors on serait obligé de franchir un chemin déjà existant).



**03** Deux chemins parcourus dans le même sens (pair allant vers impair, par exemple), doivent être soit emboîtés l'un dans l'autre, soit séparés, mais ils ne peuvent pas être partiellement superposés.

Par exemple, dans la figure 5, le chemin qui mène du niveau 4 au niveau 5 est emboîté dans 2-9 puisque les deux couloirs 4 et 5 sont encadrés à l'extérieur par 2 et à l'intérieur par 9 (les couloirs non utilisés n'ont pas été représentés).

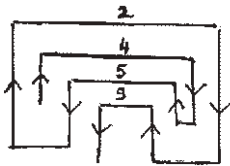


Figure 5

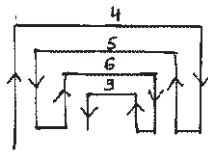


Figure 6

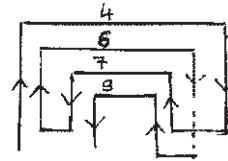


Figure 7

Dans la figure 6, 4-5 et 6-9 sont séparés tandis que, dans la figure 7, 4-7 et 6-9 sont partiellement superposés, et cela mènerait à des chemins qui se coupent, ce qui est incompatible avec un trajet unique, sans choix.

## Cinquième étape

Nous avons ensuite appris à redessiner ces labyrinthes (dont l'arrivée se trouve au centre), en labyrinthes équivalents qui possèdent une entrée et une sortie, à partir de la suite numérique indiquant l'ordre de parcours des niveaux.

On inscrit d'une part les trajets parcourus dans un sens, de pair à impair, et d'autre part ceux parcourus dans l'autre sens, d'impair à pair.

Sur le labyrinthe à neuf niveaux, cela donne le tableau ci-contre :

de pair à impair	d'impair à pair
0-3	3-2
2-1	1-4
4-7	7-6
6-5	5-8

On travaille sur du papier quadrillé 5×5 et on numérote (une ligne sur deux) de 0 à 8.

Chaque ligne figure un des neuf (8 + 1) couloirs, représenté horizontalement. 0 représente l'entrée, et 8 représente la sortie. Or l'entrée n'est pas un véritable niveau, et comme la sortie est à l'extérieur du labyrinthe, elle ne représente pas non plus un véritable niveau. Il y aura donc en réalité pour ce labyrinthe sept niveaux. Il sera représenté dans un carré de 7 sur 7 (la forme carrée n'est pas indispensable, mais elle est plus équilibrée).

On numérote alors sept colonnes de A à G (toujours une ligne sur deux du quadrillage 5×5), pour compléter le carré.

On commence le travail en dessinant le trajet parcouru à l'intérieur du labyrinthe : les trajets pairs-impairs sont représentés verticalement sur la gauche du carré, les trajets impairs-pairs sur la droite (figure 8), en prenant soin de rejeter le plus à l'extérieur les trajets emboîtants, du type 4-7 (colonne A), et de dessiner plus à l'intérieur les trajets emboîtés, du type 6-5 (colonne B).

Les deux types de trajets verticaux sont reliés par des traits horizontaux traversant le carré (figure 9). On obtient ainsi le trajet à l'intérieur du labyrinthe.

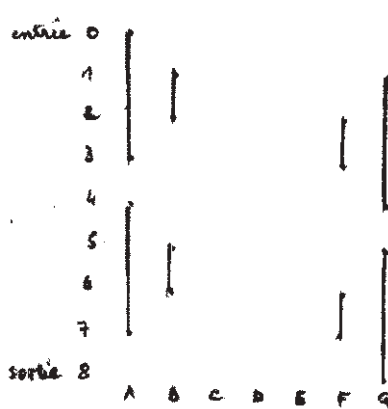


Figure 8

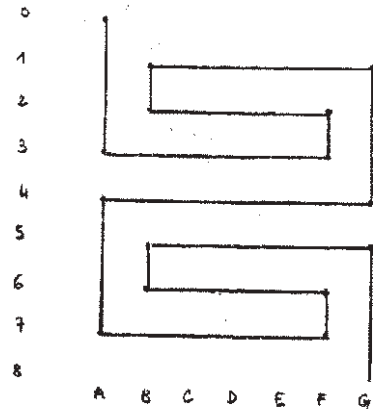


Figure 9

Sur la figure 10, le trajet à l'intérieur du labyrinthe a été remplacé par un trait très fin, et on a « construit » autour de ce trajet les « murs » du labyrinthe.

Enfin la figure 11 a été recopiée de la figure 10, en ne conservant que les murs, et nous avons obtenu le labyrinthe ouvert équivalent au labyrinthe crétois à neuf (et maintenant seulement sept) niveaux.

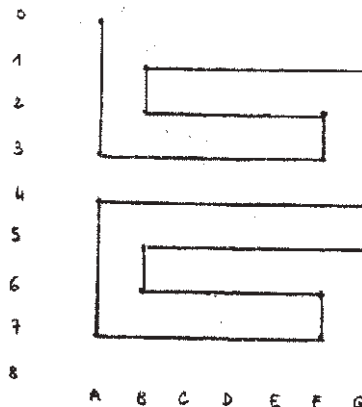


Figure 10

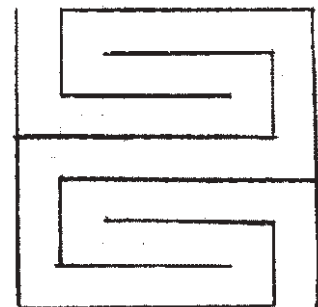


Figure 11

## Sixième étape

Après cet important travail sur le « labyrinthe crétois », il était temps d'inventer le labyrinthe de la classe, celui que l'on allait montrer aux camarades des autres classes. J'ai choisi un labyrinthe à voie unique pour deux raisons :

- comme nous n'allions pas fabriquer de murs, l'aspect de « trajet obligé » à parcourir en respectant un chemin tortueux me paraissait plus amusant et original.
- nous pouvions par ailleurs réinvestir nos découvertes et en vérifier expérimentalement le bien-fondé.

## Créer son propre labyrinthe

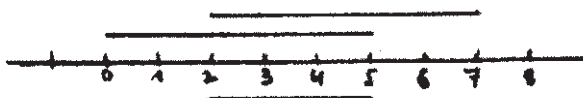
Parmi les trois règles énoncées, la plus difficile à respecter est la règle 03 : deux chemins de même sens doivent être soit disjoints, soit emboîtés, mais ils ne peuvent pas être partiellement superposés.

Pour permettre à chacun de vérifier le bon respect de cette règle lors de la création collective d'un nouveau labyrinthe, on peut tracer au tableau une droite graduée de 0 à 8 si l'on crée un labyrinthe à sept vrais niveaux.

On dessine au-dessus de la droite les trajets pairs-impairs, et en-dessous les trajets impairs-pairs. Si les élèves proposent par exemple la séquence qui commence par : 0-5 ; 5-2 ; 2-7 ; ..., on va tracer la figure suivante :

de pair vers impair

d'impair vers pair

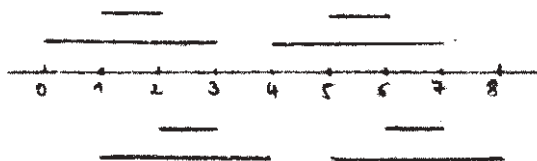


On a d'abord tracé le trait de 0 à 5 au-dessus, puis celui de 5 à 2 en dessous, et de nouveau celui de 2 à 7 au dessus : on voit tout de suite sur la figure le chevauchement partiel (2-7 avec 0-5) et on change alors le trajet 2-7 en 2-1 par exemple qui est emboîté.

Voilà ce que donne le labyrinthe crétois à sept niveaux réels sur un tel schéma :

de pair vers impair

d'impair vers pair



Un labyrinthe à neuf niveaux réels (numérotés au départ de 0 à 10, et donnant pour résultat final un labyrinthe inscrit dans un carré de neuf carreaux de côté) s'est révélé assez facile à inventer en groupe : on se trompe, on est obligé d'effacer et de recommencer, mais il y a toujours un élève qui trouve une solution...



## Dernière étape

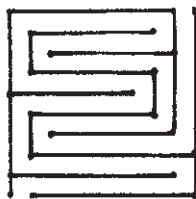
Il était initialement prévu de représenter un seul labyrinthe, à la peinture blanche, dans la cour du collège. Pour des raisons pratiques nous en avons finalement dessiné trois, mais à la craie.

Parmi tous les labyrinthes 9 sur 9 que nous avons à notre répertoire, il a fallu choisir : une enquête statistique s'imposait, ce qui a permis de traiter de manière vivante (ô combien !) une partie du chapitre sur les pourcentages et les diagrammes circulaires, et nous a conduit à observer que le labyrinthe arrivant en deuxième position pour le choix n° 1 n'était pas celui qui arrivait en première position pour le choix n° 2.

Le traçage dans la cour de récréation des labyrinthes choisis a été beaucoup plus facile que je ne le prévoyais : avec les grandes règles et équerres en bois que nous utilisons pour les tableaux (j'avais choisi les plus vieilles), chacun des trois groupes de 10 élèves a tout d'abord tracé à la craie blanche un quadrillage de 9 sur 9 carreaux de 45 cm de côté, puis repassé les « murs » de traits épais à la craie de couleur (rouge ou verte).

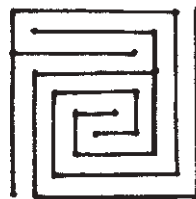
Voici les plus intéressants de nos labyrinthes (l'entrée est en haut).

lab A : 0-7-6-3-2-1-4-5-8-9-10



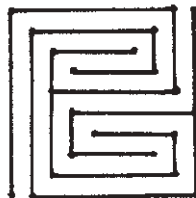
A

lab B : 0-9-4-7-6-5-8-1-2-3-10



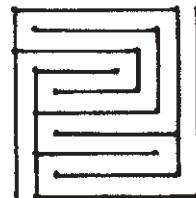
B

lab C : 0-5-8-7-6-9-2-3-4-1-10



C

lab D : 0-9-8-7-6-1-2-5-4-3-10



D

Le labyrinthe B a réuni sur lui la très grande majorité des suffrages (26 sur 30 en premier choix).

D était notre meilleur deuxième choix (15 sur 30 en deuxième choix).

Une fois nos dessins au sol terminés, nous avons solennellement et fièrement parcouru nos labyrinthes.

Dans les heures qui ont suivi, j'ai pu observer que beaucoup d'élèves des autres classes (et même des « grands » !) ont parcouru nos labyrinthes avec curiosité et amusement.

## Références

• Les deux sites les plus riches ont été pour moi :

◇ [www.math.sunysb.edu/~tony/mazes](http://www.math.sunysb.edu/~tony/mazes) où j'ai trouvé la séquence concernant la fabrication d'un labyrinthe par la classe.

◇ [ftp.astrolog.org/labyrinth/](http://ftp.astrolog.org/labyrinth/) qui propose un « maze-maker » fabriquant des labyrinthes plus ou moins complexes que l'on peut parcourir, au choix, vus de dessus, ou bien en situation réelle avec vue sur les murs environnants. Le trajet se pilote au clavier.

• Voici deux autres sites à explorer, ou à faire explorer par les élèves :

◇ <http://home.netvigator.com/~ntomyng/Maze/index.html> : un jeu adorable et très amusant, intitulé The Hello Kitty Flower Mazes (il faut ramasser toutes les fleurs contenues dans les labyrinthes proposés, la difficulté va croissant et requiert au bout d'un moment beaucoup de réflexion).

◇ <http://www.gjnem.demon.co.uk/> (il faut bien lire « g j n e m ») qui propose une multitude de jeux que je n'ai pas tous essayés, mais qui ont l'air bien tentants.

Dans ces sites on trouve aussi de multiples liens vers d'autres sites sur le même thème. Attention cependant : la recherche du mot « labyrinthe » mène parfois dans des sites très ésotériques, d'autres tout à fait commerciaux (ce qui n'est pas incompatible...), et on trouve même en Allemagne une discothèque qui porte ce nom !

• La revue Pour la science n° 162 (avril 1991) contient de très enrichissants enseignements sur les labyrinthes.

• Il existe aussi un certain nombre de labyrinthes « nature », dont les murs sont des haies de maïs pour les plus récents : le maïs est une plante annuelle, le tracé du labyrinthe peut donc être modifié tous les ans.

D'autres labyrinthes plus anciens, comme celui de Hampton Court Gardens, ont des haies de buis taillées et bichonnées depuis plusieurs siècles.



Hampton Court Gardens, « le » labyrinthe.