Note de la Rédaction : l'article qui suit analyse les sujets du Baccalauréat 2003, séries S et ES. Le sujet de la Série S est paru dans le Bulletin nº 149, p. 733-734. Nous reproduisons celui de la Série ES en Annexe.

# Non-sens

Nicole Vogel(*)

Beaucoup de choses ont été dites ou écrites à propos de la *difficulté* du problème du bac S 2003.

Mais laissons de côté la difficulté évidente du sujet pour poser d'autres questions, fondamentales pour l'avenir de l'enseignement des mathématiques.
Faire des mathématiques, c'est essentiellement résoudre des problèmes.
Un problème est une question ou un ensemble de questions issus des mathématiques ou d'un autre domaine. Le résoudre consiste à trouver une réponse à ces questions.
Pour des raisons qui m'échappent, la mode semble être aux problèmes interdisciplinaires ou transdisciplinaires plutôt qu'aux problèmes de mathématiques pures.
Pourquoi pas ?
Mais, si l'on peut discuter de l'intérêt des problèmes scolaires de mathématiques pures, ces problèmes ont toujours un sens, motivant ou non, mais clairement identifiable. Par exemple, il s'agit d'étudier une fonction, de résoudre une équation ou de trouver des propriétés d'une figure géométrique.
Par contre, les problèmes avec habillages – qui ne sont pas des problèmes de modélisation – proposés au bac cette année n'ont aucun intérêt ni aucun sens.

## Commençons par le problème posé au bac ES.

La modélisation de la partie C va au delà de toutes les caricatures de problèmes de robinet qu'on peut imaginer !
Pourquoi des $t(k)$ et un sigma ? On pourrait dire la même chose de façon beaucoup plus simple…
Les candidats ont été complètement désemparés devant ce texte. Est-ce que ce ne serait pas plus intéressant de donner un sens plus concret à cette définition de descendance finale de la génération plutôt que d'en donner une définition formelle hors sujet ?
Pourquoi donner ce nuage de points ?
Pourquoi n'a-t-on pas commencé le problème par un tableau de $t(k)$ en demandant de tracer le nuage, puis en disant qu'on proposait une fonction d'ajustement et en demandant de tracer sa courbe pour terminer la première partie ?

(*) Professeur de mathématiques au lycée Schuman de Haguenau, animatrice à l'IREM de Strasbourg.

Pourquoi cherche-t-on un modèle pour quelque chose qu'on connaît exactement ?
Dans C2, on dit que la valeur exacte demandée au C1 est 1,20 : comment l'a-t-on obtenue ? En additionnant les $t(k)$ que l'auteur de l'énoncé connaît, mais qu'il nous cache ? Dans quel but ? Si on sait faire à l'aide d'une simple addition immédiate avec tout outil de calcul, pourquoi chercher une méthode aussi compliquée qu'une intégrale ?
Est-ce que le fait que le modèle proposé donne un « bon » résultat permet de conclure quelque chose sur le modèle ? Pour tester le modèle, il faudrait plutôt tester l'ajustement. La proximité de la somme (de Riemann si on remplace les $t(k)$ par les $f(k)$) et de l'intégrale relève ensuite de la théorie de l'intégration ! Mais approcher une somme de Riemann par une intégrale semble franchement farfelu !

Qu'est-ce qu'on peut *justifier* dans la question C3 ? La valeur moyenne est 1/34 de la descendance finale ou en tous cas du modèle de la descendance finale. Que peut-on dire de plus ?
Faut-il discuter pour voir dans quels cas 1/34 du modèle peut donner la valeur réelle ? Ou observer que la valeur moyenne et la descendance finale ne se mesurent pas avec les mêmes unités ?
Quel est le *sens* de cette dernière question ?

D'autre part, en quelle année et dans quel pays cela se passe-t-il ? Sans doute pas en 2003 en France, car on constate que la fécondité maximale est à 20 ans. Il ne semble pas qu'actuellement les mères de 20 ans soient les plus nombreuses en France. En plus, la fécondité à 17 ans est environ égale à celle à 28 ans et à 18 ans à peu près égale à celle à 25 ans.
La courbe de fécondité ferait plutôt penser à un pays africain. Mais une descendance finale de 1,2 contredit complètement cette hypothèse !

Dans l'introduction des programmes de la série ES, les objectifs généraux pour la série disent :
« La science est un moyen (“ déraisonnablement efficace ”) de rendre le monde qui nous entoure intelligible et partiellement prévisible. »
« Dans un premier temps, les objectifs suivants seront prioritairement visés…
– initier les élèves à la pratique d'une démarche scientifique globale mêlant observation, exercice de l'imagination, questionnement, synthèse, usage de la logique, argumentation et démonstration mathématique. »

On ne peut pas vraiment dire que ce sujet de bac rende quoi que ce soit intelligible ou prévisible, ou qu'il participe à une quelconque démarche scientifique.

## Voyons maintenant le problème posé au bac S.

Le sujet abordé ici pourrait avoir un intérêt et un sens.
Mais le problème n'en a pas, tout simplement parce que l'énoncé les a oubliés.
Essayons d'y voir plus clair :

À la lecture de l'introduction et à la vue de l'annexe, on peut penser qu'il s'agit de trouver des fonctions pouvant modéliser l'évolution de la population de bactéries présentée en annexe.

Dans ce cas, il n'est sans doute pas nécessaire de faire une étude générale de deux modèles d'évolution.
Les développements des parties A et B laissent plutôt supposer qu'il s'agit de comparer deux modèles d'évolution de populations, le modèle malthusien et le modèle logistique de Verhulst.
Mais comme l'énoncé ne dit rien à ce sujet, la partie B est incompréhensible. Où veut-on en venir ? Quelles questions se pose-t-on ?
Comment un élève peut-il s'y retrouver ? Un problème de modélisation peut-il avoir un sens si on ne sait pas à quelles questions il doit répondre ?
Essayons de rendre les deux modèles évoqués ici intelligibles.

A - Pour un temps limité, il est raisonnable de considérer que la vitesse d'accroissement d'une population est proportionnelle à son effectif P, c'est-à-dire que sa croissance relative instantanée $\dfrac{P'}{P}$ est constante. (Si une population de 100 individus augmente de $n$ individus par unité de temps, on peut estimer qu'elle augmentera de $2n$ individus dans le même temps quand son effectif sera de 200.)
Dans ce cas, l'effectif P de la population est une fonction du temps $t$ solution de l'équation différentielle $y' = ay$, $a$ étant la croissance relative instantanée de la population. On trouve évidemment $P(t) = P(0)\ e^{at}$.
C'est le modèle de l'économiste anglais Malthus (1798).

Comme pour toute fonction de ce type, le rapport $\dfrac{P(t+T)}{P(t)}$ est indépendant de $t$, et égal à $e^{aT}$.
Le temps de doublement T est indépendant de l'instant $t$ de départ et solution de $e^{aT} = 2$.

Donc $T = \dfrac{\ln 2}{a}$ (et, si on veut $P(t) = P(0)2^{\frac{t}{T}}$ ).

Jusqu'ici, l'énoncé du bac était relativement clair.

Mais il s'agit de modéliser notre population de bactéries par une fonction P.
Notons N le nombre réel de bactéries et *décidons de choisir* $P(0) = N(0)$ et $P(0{,}5) = N(0{,}5)$.
(Un tableau de résultats expérimentaux ne permet en aucun cas de dire par quels points va passer la courbe du modèle P. C'est à nous de choisir les relations entre l'expérience et le modèle.)
D'après l'annexe, on a alors $P(0) = 1$ et $P(0{,}5) = 2$, donc le temps de doublement est $T = 0{,}5$.
$e^{0{,}5a} = 2$, donc $0{,}5a = \ln 2$ et $a = 2 \ln 2$. D'où $P(t) = e^{2 \ln 2\, t} = 4^t$.

(Remarquons que le choix $P(0) = N(0)$ et $P(0{,}5) = N(0{,}5)$ conduit à $a = 2\ln 2 \cong 1{,}386$, mais que le choix $P(1) = N(1)$ conduit à $a \cong 1{,}361$ et évidemment d'autres choix donnent encore d'autres résultats.)

(Au lieu de passer par une équation différentielle, on aurait aussi pu partir de l'observation expérimentale suivante : pendant les premiers instants ($t < 2$), la population semble doubler lorsque $t$ augmente de 0,5. Cela signifie qu'aux temps $t_n = 0{,}5n$, les nombres de bactéries $x_n$ forment une suite géométrique de raison 2 avec $x_0 = 1$, donc $x_n = 2^n$. On chercherait donc une fonction P telle que pour tout entier $n$, $P(0{,}5n) = 2^n$, que l'on prolongerait naturellement par $P(t) = 2^{2t} = 4^t$)

Le problème du modèle malthusien, c'est qu'il est catastrophiste car si $a > 0$, $\lim\limits_{t\to+\infty} P(t) = +\infty$, ce qui veut dire que la population deviendrait forcément trop nombreuse (si $a < 0$, $\lim\limits_{t\to+\infty} P(t) = 0$ et la population s'éteindrait). L'observation à long terme ne confirme pas ce type d'évolution.

B –En 1838, le mathématicien belge Verhulst a donc fait une autre hypothèse, qui améliore le modèle de Malthus.

Pour Verhulst, la croissance relative instantanée n'est pas constante, mais diminue proportionnellement au nombre V des individus, c'est-à-dire que $\dfrac{V'}{V} = a - kV$, la constante positive $k$ indiquant la vitesse de cette diminution.

La diminution est attribuée à la limitation du milieu.

Cette relation peut bien sûr s'écrire aussi $\dfrac{V'}{V} = a\left(1 - \dfrac{V}{M}\right)$, avec $M = \dfrac{a}{k}$.

Dans ce modèle, M est le nombre d'individus que le milieu peut supporter.

V est donc solution de l'équation différentielle (E) : $\dfrac{y'}{y} = a - \dfrac{a}{M}y$.

(Remarquons que la relation (E) donnée dans le sujet du bac est une relation qui ne comporte que des nombres réels, $g(t)$, $g'(t)$, $a$, M… et aucune fonction. Cela n'a donc pas de sens de dire qu'une fonction – telle que $\dfrac{1}{h}$ – la vérifie.)

$$\text{Or } \frac{y'}{y} = a - \frac{a}{M}y \Leftrightarrow -\frac{y'}{y^2} = -\frac{a}{y} + \frac{a}{M} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{y}\right)' = -a\left(\frac{1}{y}\right) + \frac{a}{M}.$$

Donc $\dfrac{1}{V}$ est solution de l'équation différentielle (E′) : $Y' = -aY + \dfrac{a}{M}$.

On en déduit que $\dfrac{1}{V(t)} = c\,e^{-at} + \dfrac{1}{M}$ d'où $V(t) = \dfrac{1}{c\,e^{-at} + \dfrac{1}{M}} = \dfrac{M}{1 + Ce^{-at}}$ (avec $C = Mc$).

Si $a$, M et C sont strictement positifs (donc aussi $c$), la fonction $t \mapsto e^{-at}$ est strictement décroissante, donc la fonction $t \mapsto c\,e^{-at} + \dfrac{1}{M}$ est également strictement décroissante (et ici positive) et son inverse $t \mapsto V(t)$ est strictement croissante.
Si $a > 0$, $\lim\limits_{t\to+\infty} V(t) = M$. Donc, dans ce modèle, la population évolue vers un seuil limite, M (si on avait $a < 0$, on aurait $\lim\limits_{t\to+\infty} V(t) = 0$ et la population s'éteindrait comme dans le modèle malthusien).
(La méthode ci-dessus est plus simple pour étudier le sens de variation de V que l'étude du signe de la dérivée, car elle n'utilise pas l'inégalité $V(t) < M$.
Elle utilise par contre le signe de C (nous étudions le cas $a > 0$).
Or $V(0) = \dfrac{M}{1+C}$, donc $C = \dfrac{M}{V(0)} - 1$, ce qui montre comment « C dépend des conditions expérimentales » : $V(0)$ est l'effectif de départ, et M est la capacité d'accueil du milieu.
Pour $a > 0$, on obtient :
$C > 0 \Leftrightarrow V$ est croissante sur $[0\,;+\infty] \Leftrightarrow V(0) < M$.
Si au départ la population $V(0)$ dépasse le seuil critique M, elle décroît et tend vers M.)

L'inégalité $\dfrac{M}{1+C} \leq V(t) < M$ résulte ici du sens de variation et des limites de V.

Avant de pouvoir se poser de nouvelles questions sur la pertinence ou les propriétés de ce modèle, il me semble INDISPENSABLE D'OBSERVER UN EXEMPLE de courbe obtenue.

Revenons à notre population de bactéries et essayons de la modéliser par une fonction V.
Pour cela, il faut faire des choix.

Il est naturel de partir de V(0) = N(0) = 1, donc $\dfrac{M}{1+C} = 1$.
Il s'agit maintenant de choisir M.
À partir des résultats expérimentaux nous pouvons estimer la limite du nombre de bactéries.
Le tableau de l'annexe nous suggère un seuil de 100 (millions de bactéries), donc le choix M = 100 (puisque $\lim\limits_{t\to+\infty} V(t) = M$).
(Dans l'énoncé de bac, on pourrait penser qu'on aurait tout aussi bien pu choisir $M = 50\,N_0$ au lieu de $M = 100\,N_0$. Mais ce serait absurde avec les résultats expérimentaux fournis !)

D'où C = 99 et $V(t) = \dfrac{100}{1+99\,e^{-at}}$.

Il nous manque $a$.

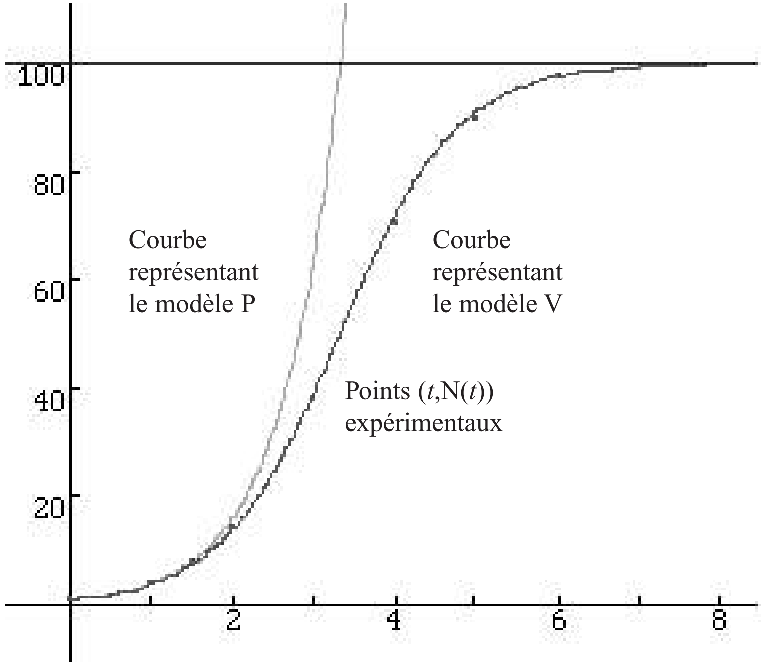
A priori, rien ne nous oblige à reprendre la même valeur de $a$ que pour P, alors que l'énoncé est peu clair sur cette question.

D'ailleurs, le choix $V(0{,}5) = N(0{,}5)$ nous donnerait $a = 2\ln\dfrac{99}{49} \cong 1{,}401$ alors que $2\ln 2 \cong 1{,}396$.

Mais nous allons *décider* de reprendre $a$ = 2 ln 2.

Dans ce cas, $V(t) = \dfrac{100}{1+99\times 4^{-t}}$.

Nous pouvons maintenant tracer la courbe représentant cette fonction V qui modélise N.




Les fonctions du type de V sont souvent appelées fonctions logistiques et leurs courbes sont dites sigmoïdes car elle sont en forme de S étiré.

D'après cette figure, la fonction V semble mieux modéliser la population de bactéries que la fonction P.

Il est MAINTENANT NATUREL DE DÉCRIRE ce qui se passe dans le modèle V.

Le coefficient directeur de la tangente à la courbe de V modélise la vitesse d'accroissement de la population.

On observe graphiquement que cette vitesse semble augmenter jusque vers $t = 3$, puis diminuer.
On cherche donc à vérifier cela par le calcul, en étudiant le sens de variation de V′.

$\frac{V'}{V} = a - \frac{a}{M}V$ donc $V' = aV - \frac{a}{M}V^2$ d'où

$$V'' = aV' - 2\frac{a}{M}VV' = V'\left(a - 2\frac{a}{M}V\right).$$

Lorsque $a$, M et C sont positifs, nous avons vu que V est strictement croissante, donc V′ est strictement positive et $V''$ a le signe de $a - 2\frac{a}{M}V$.

$a - 2\frac{a}{M}V > 0 \Leftrightarrow V < \frac{M}{2}$ (M et $a$ étant positifs).

V est continue et strictement croissante sur [0 ; +∞] avec $V(0) = \frac{M}{1+C}$ et $\lim\limits_{t \to +\infty} V(t) = M$.

Donc, dès que C > 1 (ce qui est le cas ici), il existe un unique réel $t_0$ tel que $V(t_0) = \frac{M}{2}$.

(L'inégalité $C < 1$ est équivalente à $V(0) > \frac{M}{2}$.

Si la population de départ est comprise entre $\frac{M}{2}$ et M, elle augmente jusqu'à la limite M avec une vitesse constamment décroissante.)

Ici, graphiquement, $t_0 \cong 3{,}3$.

Et comme V est strictement croissante, $V(t) < \frac{M}{2} \Leftrightarrow t < t_0$.

On trouve donc par le calcul que la vitesse d'accroissement du nombre de bactéries augmente jusqu'à ce que la population atteigne la moitié du seuil limite, puis que cette vitesse d'accroissement diminue jusqu'à une limite nulle. On l'observe sur la courbe de V, mais on le vérifie aussi par le calcul :

$$\lim_{t \to +\infty} V'(t) = \lim_{t \to +\infty} aV(t) - \frac{a}{M}V^2(t) = aM - \frac{a}{M}M^2 = 0\ )$$

Le nombre moyen de bactéries entre les instants $t$ et $t_0$ semble tout à fait anecdotique. S'il faut absolument chercher un nombre moyen, peut-être qu'il serait plus intéressant – étant donné la symétrie apparente de la courbe – de comparer le nombre moyen de bactéries entre les instants 0 et $2t_0$ à la valeur $\frac{M}{2}$.

Bien sûr, on peut faire le calcul : $\mathrm{V}(t)=\dfrac{\mathrm{M}}{1+\mathrm{C}\,\mathrm{e}^{-at}}=\dfrac{\mathrm{M}\,\mathrm{e}^{at}}{\mathrm{e}^{at}+\mathrm{C}}=\dfrac{\mathrm{M}}{a}\dfrac{a\,\mathrm{e}^{at}}{\mathrm{e}^{at}+\mathrm{C}}$. Donc (au moins pour C > 0) une primitive de V est $t\mapsto\dfrac{\mathrm{M}}{a}\ln\left(\mathrm{e}^{at}+\mathrm{C}\right)$.

D'où le nombre moyen de bactéries entre les instants 0 et $t_0$ :

$$\mu=\frac{1}{t_0}\int_0^{t_0}\mathrm{V}(t)=\frac{\mathrm{M}}{at_0}\left[\ln\left(\mathrm{e}^{at}+\mathrm{C}\right)\right]_0^{t_0}.$$

De plus $\mathrm{V}(t_0)=\dfrac{\mathrm{M}}{2}$, donc $\dfrac{\mathrm{M}}{1+\mathrm{C}\,\mathrm{e}^{-at_0}}=\dfrac{\mathrm{M}}{2}$ d'où $\mathrm{e}^{at_0}=\mathrm{C}$.

Donc

$$\mu=\frac{\mathrm{M}}{\ln\mathrm{C}}\left(\ln(2\mathrm{C})-\ln(\mathrm{C}+1)\right).$$

Et dans notre modèle,

$$\mu=\frac{100}{\ln 99}\left(\ln(198)-\ln(100)\right)=\frac{100\ln 1{,}98}{\ln 99}\cong 14{,}9.$$

Entre les instants 0 et $2t_0$, on obtient une valeur moyenne

$$\mu_2=\frac{\mathrm{M}}{2\ln\mathrm{C}}\left(\ln(\mathrm{C}^2+\mathrm{C})-\ln(\mathrm{C}+1)\right),$$

d'où

$$\mu_2=\frac{\mathrm{M}}{2\ln\mathrm{C}}\left(\ln(\mathrm{C})+\ln(\mathrm{C}+1)-\ln(\mathrm{C}+1)\right)=\frac{\mathrm{M}}{2}.$$

En fait, lorsque j'ai posé plus haut la question de la comparaison de cette valeur moyenne à $\dfrac{\mathrm{M}}{2}$, j'ignorais vraiment la réponse, car je n'ai jamais eu l'occasion d'étudier la symétrie d'une courbe logistique…

Évidemment, la réponse précédente invite à étudier de plus près la symétrie de la courbe par rapport au point $\mathrm{I}\left(t_0;\dfrac{\mathrm{M}}{2}\right)$ (en prolongeant bien sûr V à ]–∞ ; +∞[).

Compte tenu de $\mathrm{e}^{at_0}=\mathrm{C}$, on trouve $\mathrm{V}(t_0+h)=\dfrac{\mathrm{M}}{1+\mathrm{e}^{-ah}}$ et $\mathrm{V}(t_0-h)=\dfrac{\mathrm{M}}{1+\mathrm{e}^{ah}}$.

D'où

$$\mathrm{V}(t_0+h)+\mathrm{V}(t_0-h)=\frac{\mathrm{M}}{1+\mathrm{e}^{-ah}}+\frac{\mathrm{M}}{1+\mathrm{e}^{ah}}=\mathrm{M}.$$

Par conséquent, le point $\mathrm{I}\left(t_0;\dfrac{\mathrm{M}}{2}\right)$ est un centre de symétrie de la courbe de V prolongée à ]-∞ ; +∞[.

Cela prouve au moins que l'on peut se poser des questions lorsqu'on a le temps d'observer, et qu'on veut bien faire des calculs lorsqu'il y a de vraies questions !
Les modèles exposés ici sont souvent au programme de cycles universitaires de démographie ou d'écologie. (Voir par exemple http://www.fsj.ualberta.ca/biologie/BIOLE%20208/notes/Croissance.htm)
Dans ce cas, on les place dans un contexte historique ou expérimental et on les étudie pour s'en servir parmi d'autres.
Ils ont servi et servent encore à étudier l'évolution de nombreux phénomènes, comme la population des États-Unis au XIX$^{e}$ siècle, le nombre d'individus touchés par une épidémie ou une épizootie, le nombre d'ordinateurs en France, la demande de téléphones portables…
On peut aussi se demander lequel de ces modèles est pertinent pour prévoir l'évolution de phénomènes inquiétants comme les pollutions de notre environnement.
On peut trouver beaucoup de questionnements motivant une telle étude.
Mais si on ne retient que l'aspect le plus technique du modèle sans aucune traduction concrète, il perd tout son intérêt et tout son sens et on risque de faire perdre pour longtemps le goût de la vraie science aux élèves.

Il est sans doute possible de faire un problème interdisciplinaire intéressant à partir des idées ci-dessus.
Mais cela prend du temps et exige de mêler les approches théoriques et expérimentales. Cela ne semble pas possible dans le temps limité du bac.
Nous aimerions par contre beaucoup que des programmes un peu moins chargés et surtout des horaires de mathématiques un peu plus conséquents nous permettent d'aller davantage dans ce sens.
Cela pourrait être possible dans le cadre des TPE, mais pour cela il faudrait que les professeurs puissent proposer des sujets de TPE, car un élève ne pourra jamais choisir tout seul un problème dont il ignore l'existence ou auquel il ne comprend rien à première vue.

En tous cas, il me semble beaucoup plus intéressant de faire des vrais problèmes de mathématiques « pures » que des caricatures ou des simulacres de problèmes concrets.
N'avons-nous vraiment rien appris de notre passé de problèmes de robinets et de trains ?

# Le problème du Baccalauréat 2003, série ES

(11 points) Commun à tous les candidats

## Partie A

Soit $g$ la fonction définie sur [0 ; 50] par :

$$g(x) = (x-15)^2 \mathrm{e}^{-\frac{x}{3}}.$$

1. On note $g'$ la fonction dérivée de $g$ sur [0 ; 50].

   *a*. Montrer que :

   $$g'(x) = \frac{1}{3}(x-15)(21-x)\mathrm{e}^{-\frac{x}{3}}.$$

   *b*. Etudier le signe de $g'$ sur [0; 50].

   *c*. Dresser le tableau de variations de $g$ sur [0; 50].

2. Soit G la fonction définie pour tout $x$ de [0 ; 50] par :

   $$\mathrm{G}(x) = 3(-x^2+24x-153)\mathrm{e}^{-\frac{x}{3}}.$$

   Montrer que G est une primitive de $g$ sur [0 ; 50].

## Partie B

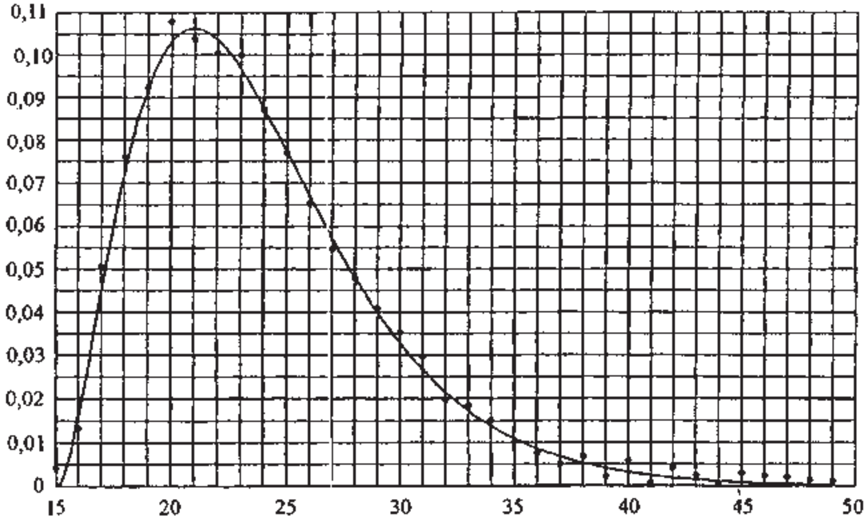
Soit $f$ la fonction définie sur [15 ; 49] par :

$$f(x) = \frac{107\mathrm{e}^7}{36\,000} g(x).$$

1. Justifier que $f$ admet les mêmes variations que $g$ sur l'intervalle [15 ; 49].

2. La représentation graphique de $f$ dans un repère orthogonal $\mathcal{R}$ est donnée ci-dessous.

   Calculer l'aire $\mathcal{A}$, exprimée en unités d'aire, du domaine plan délimité par $\mathcal{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 15$ et $x = 49$ (on utilisera le résultat de la question A. 2.). On donnera la valeur exacte de $\mathcal{A}$, puis sa valeur arrondie à $10^{-1}$.




**Partie C**

Dans une population et pour une génération donnée, le taux de fécondité $t(k)$ à l'âge $k$, où $k$ est un entier compris entre 15 et 49, est le rapport entre le nombre de naissances chez les mères d'âge $k$ et le nombre de femmes d'âge $k$ de cette génération.

Le nuage de points représentant le taux de fécondité d'une population pour une génération donnée (l'âge étant représenté en abscisse et le taux de fécondité en ordonnée) est représenté dans le repère $\mathcal{R}$. On appelle descendance finale la somme des taux de fécondité par âge $t(k)$ ; elle est donc égale à $\sum_{k=15}^{49} t(k)$. On suppose qu'elle peut être modélisée par l'aire délimitée par la courbe $\mathcal{C}$, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 15$ et $x = 49$.

1. Utiliser les résultats de la partie B afin d'estimer la descendance finale de cette génération (on donnera un résultat arrondi à $10^{-1}$).
2. Une valeur arrondie à $10^{-2}$ de la somme des taux de fécondité par âge est 1,20.

   Comparer ce résultat avec celui obtenu à la question précédente.

   Le modèle choisi paraît-il adapté?
3. Calculer la valeur moyenne de $f$ sur l'intervalle [15 ; 49].

   Peut-on affirmer que la descendance finale est égale à cette valeur moyenne ? Justifier votre réponse.