

Nos premiers énoncés

1. Soit un triangle ABC rectangle en A et r le rayon du cercle centré sur l'hypoténuse et tangent aux deux côtés de l'angle droit. Comparer $\frac{1}{r}$ et $\frac{1}{b} + \frac{1}{c}$.

(Transmis par Daniel Reisz).

2. Diviser un trapèze en deux parties équivalentes par une parallèle aux bases. (Géométrie théorique et pratique. Eysseric et Pascal, Delagrave 1874 – Enseignement secondaire spécial et baccalauréat ès sciences –).

3. Tout plan mené par les milieux de deux arêtes opposées d'un tétraèdre divise ce solide en deux parties équivalentes.

(Leçons de géométrie. Jacques Hadamard – Armand Colin 1901).

4. Dans une boîte cubique, d'arête unité, sont enfermées 2 001 mouches. Montrer qu'il existe à tout moment une boule sphérique de rayon $\frac{1}{11}$ où se trouvent trois mouches au moins.

(Olympiades)

5. *Pour matheux superstitieux.* Dans une année civile, combien y a-t-il de vendredi 13 au plus ? Combien y en a-t-il au moins ? Combien en moyenne ? (on supposera pour simplifier que toutes les années dont le millésime est divisible par 4 sont bissextiles).

(Jean Christophe Laugier, Rochefort)

6. On considère deux nombres entiers (positifs) a et b tels que $a^2 + 2b$ soit un carré parfait.

Mettre $a^2 + b$ sous la forme d'une somme de carrés d'entiers.

(Maillard et Millet. Classe de mathématiques)

7. a désignant un nombre réel ou complexe non nul donné, on considère la suite numérique (u_n) définie par $u_0 = 1$, $u_1 = 1$ et $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n + a \cdot u_n \cdot u_{n+1}$ pour tout n entier naturel.

Exprimer u_n en fonction de n . En particulier, pour $a = -\frac{1}{2}$, quelle est la limite de u_n

quand n augmente indéfiniment ?

(Jacques Drouglazet. Surgères)

8. Montrer que tout entier impair non divisible par 5 a un multiple dont l'écriture ne comporte que des 1.