

Une activité en troisième

Pierre Rey

Durant toute une année scolaire les élèves de troisième du collège ont mené un projet en partenariat avec une association de professionnels du bâtiment, Cobaty⁽¹⁾. Pour ces professionnels, l'objectif est de sensibiliser les jeunes aux questions d'environnement liées à la construction de lieux de vie : questions d'ensoleillement, de chaleur et d'isolation thermique, de bruit et d'isolation phonique en référence au concept de développement durable. Tous les enseignants de mathématique et quelques collègues d'autres disciplines (SVT, technologie, français, arts plastiques) se sont impliqués dans ce projet. Pour nous, professeurs de mathématiques, l'objectif était de proposer des activités qui, dans ce cadre, permettaient de mettre en action certaines notions du programme de troisième. Nous avons ainsi pu travailler les statistiques à partir d'un questionnaire élaboré et traité sur les bruits et leur perception, mais je voudrais vous relater une activité qui a mis en œuvre les angles et la trigonométrie, activité qui semble avoir intéressé les élèves.

L'objet de l'activité est de savoir quel débord minimal de toit je dois bâtir sur ma maison orientée plein Sud pour que les rayons du soleil ne pénètrent pas le salon muni d'une baie vitrée aux heures où ils dardent le plus fort, mais pénètrent au maximum lorsque j'ai besoin de réchauffer ma pièce. Nous avons dû faire d'abord un peu d'astronomie pour savoir quand le soleil est au plus haut et quand il est au plus bas : un intervenant de l'association est venu leur parler de la hauteur (inclinaison : angle que font les rayons avec l'horizon) du soleil en essayant de leur montrer pourquoi cette hauteur n'est pas la même en été et en hiver et pourquoi elle dépend de la latitude du lieu où nous nous trouvons. J'ai repris cela lors de la séquence sur la sphère : à l'aide d'un cosmographe les élèves ont pu appréhender l'implication de l'inclinaison de l'axe de la terre sur cette question. Ensuite nous avons calculé l'inclinaison du soleil aux équinoxes, puis au solstice d'été et au solstice d'hiver. Ces résultats bien connus mettent en œuvre des calculs d'angles utilisant des parallèles et des complémentaires : aux équinoxes, la hauteur angulaire est de $90^\circ - \text{latitude du lieu}$; au solstice d'été, elle est de $90^\circ - \text{latitude} + 23^\circ$ (arrondi de l'inclinaison de l'axe de rotation de la terre) ; au solstice d'hiver, elle est de $90^\circ - \text{latitude} - 23^\circ$ (voir Annexe).

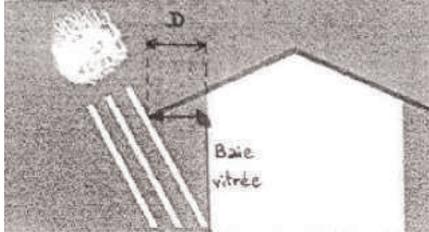
(1) Il s'agit d'une association apolitique, asyndicale et non corporatiste qui a vu le jour à la suite d'une promesse faite pendant la deuxième guerre mondiale par des prisonniers de guerre Français.

Elle a pour objectif d'être le trait d'union naturel en France, comme à l'International, entre des professions complémentaires rassemblées autour de l'acte de construire, de l'urbanisme, de l'environnement et du cadre de vie

Nous avons trouvé pour Manosque (Alpes de Haute Provence, latitude arrondie à 44°) :

- au solstice d'été : 69° ;
- au solstice d'hiver : 23° .

La question initiale est alors schématisée par la figure ci-dessous :

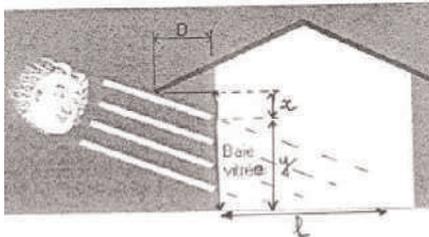


En supposant que le mur a une hauteur de 3m et est ouvert par une baie vitrée de 2,40 m de haut et connaissant l'angle des rayons du soleil (solstice d'été : 69° à Manosque), il faut calculer le débord minimal de toit D.

Une fois repéré le triangle rectangle et déterminé ses angles, les élèves utilisent les lignes trigonométriques pour calculer D.

Ensuite, ce débord D étant construit, posons-nous la question de la pénétration des rayons du soleil l'hiver et du volume d'air de la pièce chauffé par ceux-ci.

Le schéma est alors le suivant (angles des rayons : 23° à Manosque au solstice d'hiver) :



Pour obtenir l , il va falloir calculer d'abord x en utilisant un premier triangle rectangle, puis y par différence et l dans un deuxième triangle rectangle (si l'on veut simplifier, on peut estimer que le rayon frappe le haut de la baie vitrée).

Nous n'avons envisagé que le cas où la longueur frappée par les rayons du soleil est inférieure à la largeur de la pièce⁽²⁾.

Pour terminer l'activité, on peut calculer le volume d'air chauffé par les rayons du soleil en assimilant ce volume à celui d'un prisme de base triangulaire (nous négligeons le chauffage induit par réflexion sur le sol ou sur la baie vitrée).

Mais l'activité ne s'est pas arrêtée là car il a fallu présenter dans une exposition le travail de cette expérience et j'ai proposé aux élèves – entre autres présentations – de construire une maquette de la maison avec son débord bien sûr, d'y inclure les rayons du soleil par l'intermédiaire d'un laser fixé sur un rapporteur pour obtenir les positions été et hiver. Cette réalisation a nécessité un travail sur les échelles intéressant et pour ceux qui ont voulu fabriquer un toit pyramidal une révision du patron de la pyramide.

(2) Il est possible d'envisager l'autre cas, le volume chauffé sera alors celui d'un prisme de base trapézoïdale.

La nécessité légendaire et impérieuse de s'abriter des morsures des rayons du soleil dans le Sud de la France en plein été a sûrement contribué à éveiller la curiosité des élèves devant la question initiale très concrète. Cette curiosité a entraîné chez eux une motivation ponctuelle pour traiter le problème qui s'est installée dans le temps jusqu'à la réalisation de la maquette pour l'exposition. Les contraintes d'emploi du temps des uns et des autres ont fait que la question s'est posée après l'apprentissage des différentes lignes trigonométriques. Il pourrait être intéressant de renverser l'ordre des choses, les élèves n'ayant comme outil que le cosinus et le théorème de Pythagore, ils pourraient voir alors l'utilité et l'intérêt des deux autres rapports.

N.D.L.R. (Henri BAREIL, avec l'accord de Pierre REY) :

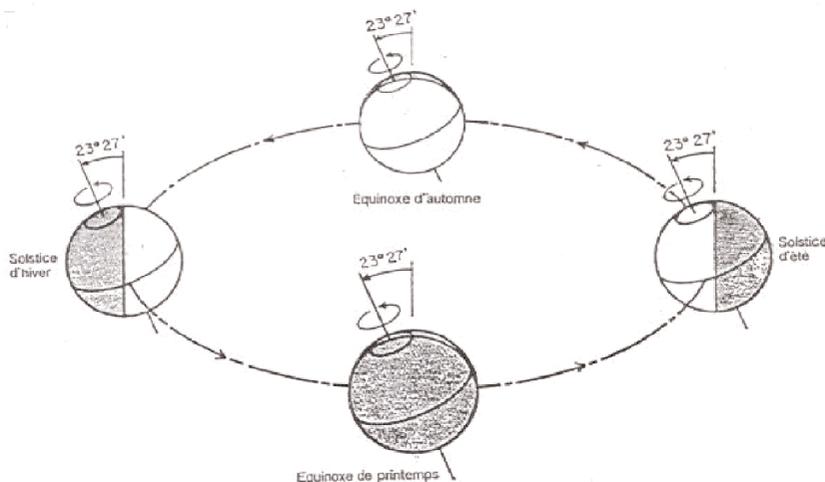
L'étude du « débord minimal » est possible dès la Sixième et la Cinquième :

- en utilisant les données (3 m ; 2,40 m ; 69° obtenu avec un rapporteur), réaliser, « à l'échelle », le dessin en coupe de la page précédente,
- « mesurer », à la règle graduée, ce débord. L'approximation du « mesurage » dépend de l'échelle et de la qualité du dessin ... Qu'en déduire comme « débord » réel ... ?

ANNEXE

Révolution de la terre autour du soleil

L'axe de la terre est incliné de $23^\circ 27'$ par rapport à une perpendiculaire au plan de révolution.



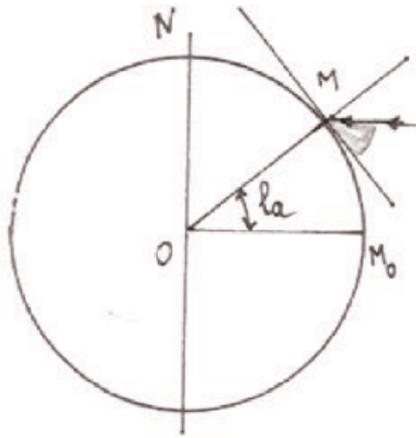
Trois cas se présentent alors, aux équinoxes, au solstice d'été et au solstice d'hiver ;

ℓ_a est la latitude du lieu, i l'inclinaison de l'axe de la terre.

L'angle d'inclinaison des rayons du soleil (la « hauteur » du soleil) par rapport à l'horizon est grisé sur les figures :

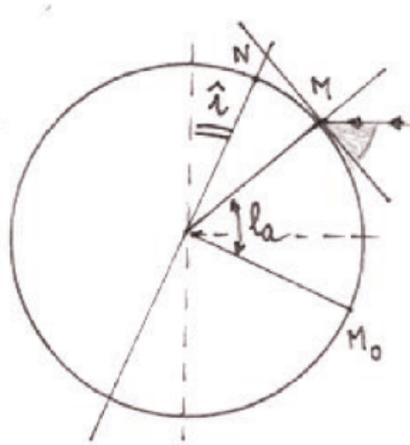
Suite et fin page 762

Suite de la page 732



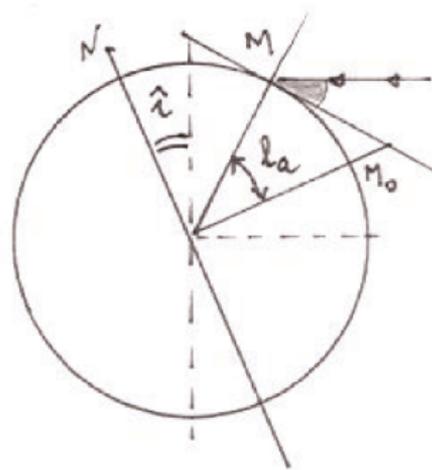
Aux équinoxes, le calcul
donne :

$$90^\circ - l_a.$$



Au solstice d'été, le
calcul donne :

$$90^\circ - l_a + 23^\circ.$$



Au solstice d'hiver, le
calcul donne :

$$90^\circ - l_a - 23^\circ.$$