Le Rapido

Catherine Combelles(*)

Le Rapido est un jeu de la Française des Jeux qui se joue dans les cafés. Les tirages ont lieu sur un écran en continu toutes les 5 minutes, et on trouve les bulletins de jeux à disposition sur les tables ; bien des lecteurs ont sans doute eu la curiosité d'y regarder de plus près. C'est ce que j'ai fait.

1. Règle du jeu et gains :

Le ticket de Rapido comprend deux grilles où jouer, dites grille A et grille B.

Grille A

1	**2**	**3**	**4**	**5**
6	**7**	**8**	**9**	**10**
11	**12**	**13**	**14**	**15**
16	**17**	**18**	**19**	**20**

Grille B

1	**2**	**3**	**4**

Le joueur doit également compléter les items suivants :

MISE PAR TIRAGE :	**1€**	**2€**	**3€**	**5€**	**10€**	
NOMBRE DE TIRAGES :	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
	7	**8**	**9**	**10**	**20**	**50**
Participez au tirage de la 2ème chance en doublant votre mise :	**OUI**					

La règle du jeu est expliquée au dos du ticket.

> ***Comment jouer à RAPIDO ?***
> *Cochez, au stylo bleu ou noir,* ***8 numéros dans la grille A*** *et* ***1 numéro dans la grille B****, ou demandez un système Flash à votre détaillant. Cochez la mise de votre choix pour le tirage de la « 1ère chance » : 1€, 2€, 3€, 5€ ou 10€, ainsi que le nombre de tirages auxquels vous désirez jouer.*
> *Pour participer au tirage de la « 2ème chance », cochez la case correspondante. Votre mise est alors multipliée par deux.*
> *À chaque tirage « 1ère chance » et « 2ème chance », 8 numéros sont tirés au sort dans la grille A, et 1 numéro dans la grille B. Si vous gagnez aux deux chances, vous cumulez vos gains.*
> *Vous avez 1 chance sur 5,5 de gagner.*

Le joueur a donc le choix, pour chaque tirage de payer 1€ au minimum, 10€ au maximum, les gains étant proportionnels à la mise. Choisir la « deuxième chance », c'est simplement participer à deux tirages successifs avec le même bulletin de jeu. Bien sûr, on paye le double ! On gagne … la peine de remplir un bulletin de jeu !

(*) catherine.combelles@gmail.com

Sur le site de la Française des Jeux, on trouve l'explication du mystérieux « système Flash » : « *Les numéros du joueur sont attribués de manière aléatoire par le terminal de prises de jeu. Le joueur choisit uniquement le montant de sa mise, le nombre de tirages auxquels il souhaite participer.* » Voilà encore un dispositif pour joueur fatigué.
On peut compliquer le jeu en jouant plusieurs numéros dans la grille B, mais cette éventualité n'est pas détaillée sur le ticket, et nous nous contenterons de l'étude de ce ticket.
Au dos du ticket, est également indiqué le tableau des gains.
Le voici, directement recopié du site de la Française des jeux :

Vous avez trouvé	Gain : X fois la mise	Gains de la 1ère chance ou de la 2ème chance pour une mise de				
		1 €	2 €	3 €	5 €	10 €
8 numéros dans la grille A et le numéro de la grille B	X 10 000	10 000€	20 000€	30 000€	50 000€	100 000€
8 numéros dans la grille A	X 1 000	1 000€	2 000€	3 000€	5 000€	10 000€
7 numéros dans la grille A et le numéro de la grille B	X 150	150€	300€	450€	750€	1500€
7 numéros dans la grille A	X 50	50€	100€	150€	250€	500€
6 numéros dans la grille A et le numéro de la grille B	X 30	30€	60€	90€	150€	300€
6 numéros dans la grille A	X 10	10€	20€	30€	50€	100€
5 numéros dans la grille A et le numéro de la grille B	X 6	6€	12€	18€	30€	60€
5 numéros dans la grille A	X 2	2€	4€	6€	10€	20€
4 numéros dans la grille A et le numéro de la grille B	X 1	1€	2€	3€	5€	10€

2. Des questions et des remarques :

Ce ticket est plein d'intérêt, et le présenter simplement à un élève constitue un joli problème ouvert à soi tout seul.

- Bien sûr, la première question qui vient à l'esprit est : « **est-il vrai que le joueur a une chance sur 5,5 de gagner ?** »

Un petit tableau de calculs tout à fait à la portée d'un élève connaissant les combinaisons fournit les résultats suivants :

Le nombre total de choix possibles est $\binom{20}{8}\times\binom{4}{1}=503\,880$.

Vous avez trouvé :	Probabilité d'un tel résultat :	Gain pour 1€
8 numéros dans la grille A et le numéro de la grille B	$\dfrac{1}{503\,880} \approx 2\times10^{-6}$	10 000€
8 numéros dans la grille A erreur dans la grille B	$\dfrac{3}{503\,880} \approx 6\times10^{-6}$	1 000€
7 numéros dans la grille A et le numéro de la grille B	$\dfrac{\binom{8}{7}\times\binom{12}{1}}{503\,880} = \dfrac{96}{503\,880} = \dfrac{4}{20\,995} \approx 0{,}000\,191$	150€
7 numéros dans la grille A erreur dans la grille B	$3\times\dfrac{\binom{8}{7}\times\binom{12}{1}}{503\,880} = \dfrac{288}{503\,880} = \dfrac{12}{20\,995} \approx 0{,}000\,572$	50€
6 numéros dans la grille A et le numéro de la grille B	$\dfrac{\binom{8}{6}\times\binom{12}{2}}{503\,880} = \dfrac{1\,848}{503\,880} = \dfrac{77}{20\,995} \approx 0{,}003\,668$	30€
6 numéros dans la grille A erreur dans la grille B	$3\times\dfrac{\binom{8}{6}\times\binom{12}{2}}{503\,880} = \dfrac{5\,544}{503\,880} = \dfrac{231}{20\,995} \approx 0{,}011\,003$	10€
5 numéros dans la grille A et le numéro de la grille B	$\dfrac{\binom{8}{5}\times\binom{12}{3}}{503\,880} = \dfrac{12\,320}{503\,880} = \dfrac{308}{12\,597} \approx 0{,}024\,450$	6€
5 numéros dans la grille A erreur dans la grille B	$3\times\dfrac{\binom{8}{5}\times\binom{12}{3}}{503\,880} = \dfrac{36\,960}{503\,880} = \dfrac{308}{4\,199} \approx 0{,}073\,351$	2€
4 numéros dans la grille A et le numéro de la grille B	$\dfrac{\binom{8}{4}\times\binom{12}{4}}{503\,880} = \dfrac{34\,650}{503\,880} = \dfrac{1155}{16\,796} \approx 0{,}068\,766$	1€

Si l'on définit « gagner » par : « obtenir un gain strictement positif », ce qui semblera bien naturel à tout un chacun, la probabilité de gagner est égale à la probabilité d'obtenir un « gain » d'au moins 2 euros, pour une mise d'un euro.
Cette probabilité est donc de :

$$\frac{1+3+96+288+1\,848+5\,544+12\,320+36\,960}{503\,880} = \frac{57\,060}{503\,880} = \frac{951}{8\,398} \approx 0{,}113$$

à 10^{-3} près.

L'inverse est : $\frac{8\,398}{951} \approx 8,83$, c'est donc 1 chance sur 8,8 et non sur 5,5 de gagner.

D'où sort donc ce « **1 chance sur 5,5** » ? C'est que pour la Française des Jeux, « gagner » signifie « ne pas perdre » (sauf peut-être, son temps !!). Et donc, le résultat « 4 numéros dans la grille A et le numéro de la grille B » qui ne procure que le remboursement de la mise est aussi pour elle un résultat gagnant. La probabilité de gagner dans ce sens quelque peu spécieux devient :

$$\frac{57\,060+34\,650}{503\,880}=\frac{91\,710}{503\,880}\approx 0,182\,.$$

L'inverse est $\frac{503\,880}{91\,710} \approx 5,49$. Il y a bien environ 1 chance sur 5,5 de ne pas perdre, comme annoncé par la Française des Jeux, soit encore 2 chances sur 11… Quant à la chance de perdre, elle est alors de 1 – 2/11 soit 9/11. On comprend que la Française des Jeux n'ait guère envie de proclamer : « Vous perdez environ 9 fois sur 11 »… Elle préfère annoncer : « Vous avez une chance sur 5,5 de gagner. »

Ce tableau permet d'autres remarques intéressantes : on s'attend à ce que la probabilité diminue lorsque le gain augmente ; or il est surprenant de constater que ce n'est pas toujours le cas ! Il est en effet plus probable de « gagner » 2€ que de « gagner » 1€ ! Les concepteurs du jeu ont préféré conserver la logique apparente de l'organisation du tableau, classé selon le nombre de numéros trouvés dans la grille A que de respecter l'ordre des probabilités croissantes. Ou serait-ce un peu de pitié pour les joueurs qui, en moyenne, vont perdre de l'argent ?

- Mais au fait, combien perdent-ils, en moyenne ?

On peut penser qu'un élève aura envie devant ce ticket de jeu d'en calculer l'espérance : elle est de –0,294 €, pour une mise de 1 €. Jouer au Rapido coûte donc en moyenne environ 30 centimes d'euro pour une mise de 1€. Cela non plus, la Française des Jeux ne souhaite pas le proclamer.

- L'élève curieux peut se poser d'autres questions : vaut-il mieux miser deux euros, ou jouer deux fois un euro ? C'est une bonne façon de montrer l'efficacité des propriétés de l'espérance : sa linéarité permet de répondre sans calcul que l'espérance est ici la même puisque les gains sont proportionnels à la mise. Sur ce plan au moins, le jeu est logique.

Par contre, un calcul détaillé devient pertinent lorsque la question devient : « La probabilité de gagner est-elle plus grande en misant une fois 2€ ou en misant deux fois 1€ ? ». et là, non, « ce n'est pas pareil ». Car en deux coups à un euro, on peut gagner soit en gagnant deux fois de suite, soit en gagnant plus de deux euros une seule fois, la première, ou la deuxième. Un arbre de probabilités conditionnelles permet d'éclaircir la situation.

- Si on aime les questions pointues, on peut se demander par exemple : « quelle est la probabilité de gagner 1 euro en misant 5 fois 1€ ? » ou « a-t-on plus de chances de gagner 1€ en gagnant 1 seule fois 6 euros, ou en gagnant 3 fois 2 euros, lorsqu'on joue 5 fois 1€ ? », etc.

On le voit, ce ticket de jeu est plein de ressources, et pourrait représenter un joli exemple de TP pour le bac, si cette épreuve a lieu un jour… Il pourrait donner aux élèves l'occasion de prouver leur connaissance du programme, mais aussi leur capacité à observer, à critiquer, et à se poser des questions.