

## Les milieux dans le miroir.

Frédéric Butz(\*)

Une application intéressante du théorème des milieux dans le triangle est la résolution du problème d'optique géométrique suivant :

« Une personne désire s'observer de pied en cap dans un miroir.  
Quelle doit-êtr la taille minimum du miroir ? »

Comme ce problème met également en jeu des connaissances de sciences physiques, j'ai demandé à mon collègue de cette matière dans la classe de partager une séance avec lui.

Vous aurez de bonnes chances de réussir cette séance avec les ingrédients suivants :

- 1) Un beau miroir : 1,8 m de long et 0,6 m de large, bords poncés et dos recouvert de ruban adhésif, remboursable par votre gestionnaire favori.
- 2) Un panneau mobile sur lequel vous fixerez le miroir le temps nécessaire à l'aide de serre-joints pas trop serrés.
- 3) Un collègue de sciences physiques, aussi dynamique qu'enjoué.
- 4) Le matériel nécessaire pour faire un TP d'optique : il s'agit de fabriquer des rayons lumineux assez concentrés et de les réfléchir.
- 5) Une classe de quatrième avec laquelle vous adorez travailler.
- 6) Du temps : 1h30 environ.

Le problème est posé à l'oral aux élèves.

Tout d'abord, nous leur avons demandé d'exprimer leurs intuitions *a priori* et nous les avons notées au tableau. Leurs réactions sont attendues : « c'est pas des maths, pourquoi vous êtes là monsieur ? », « la même taille que la personne », « cela dépend de la distance au miroir », « ça dépend de l'inclinaison du miroir ».

Nous avons commencé par nous occuper de la dernière proposition : effectivement, la formulation du problème, volontairement minimaliste, ne mentionne pas les positions respectives de la personne et du miroir. Nous précisons donc : la personne et le miroir sont verticales.

Puis les élèves ont testé les hypothèses avec un grand miroir posé au fond de la salle et une règle de tableau.

Il faut deux élèves Alice et Bob. Alice se mire et indique à Bob à quel endroit du miroir elle voit la pointe de ses pieds et le sommet de sa tête. Bob y place des morceaux d'adhésif puis mesure la distance entre les deux adhésifs.

Surprise : si Alice se déplace plus loin ou plus près alors cette mesure ne change pas !

La comparaison avec la taille d'Alice montre que la distance entre les adhésifs en est approximativement la moitié. D'où vient la différence ? Des chaussures certainement, ainsi que des erreurs de mesure.

---

(\*) butzportier@free.fr

On recommence avec Charlie de taille différente, mais maintenant, on prédit à l'avance la mesure que l'on devrait obtenir, et ça marche ! Les élèves sont tout contents mais il faut quand même effectuer la manip encore une fois pour bien se convaincre du phénomène.

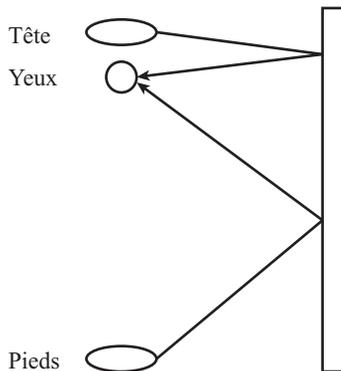
Il faut maintenant expliquer tout ça : la hauteur du miroir ne dépend pas de la distance entre la personne et le miroir et c'est la moitié de sa taille. L'objectif est écrit au tableau.

Pour commencer, le physicien s'efforce de faire comprendre aux élèves ce que signifie « se voir de pied en cap dans un miroir » en termes de rayons lumineux : c'est l'occasion d'un rappel sur les trajectoires de la lumière, et de sources secondaires et primaires qu'ils ont déjà vues dans le programme de cinquième je crois. Le programme de quatrième sur les ombres et les couleurs interfère un peu mais, finalement, ils arrivent à la conclusion que l'on voit des rayons issus de la tête et des pieds qui se sont réfléchis dans le miroir.

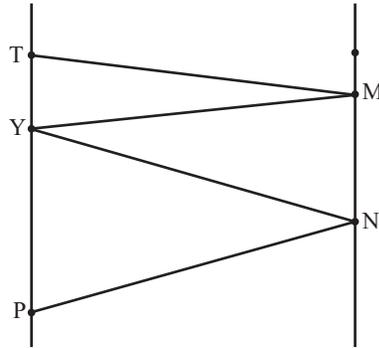
Puis nous leur proposons de représenter la situation par une expérience de physique ; par commodité, on va remplacer la verticalité de l'observateur et du miroir par l'horizontalité.

La tête et les pieds sont modélisés par deux lampes munies d'un condenseur à fente qui produisent de beaux rayons rectilignes devant lesquels on place un miroir ; entre les lampes, on fait une marque qui symbolise les yeux. En utilisant les joints de carrelage des paillasse, les élèves placent le tout de sorte que le miroir soit parallèle à la droite qui passe par les deux lampes et le symbole des yeux.

Il faut orienter les sources pour que les rayons réfléchis se rencontrent au symbole des yeux.



Les rayons sont tracés au crayon directement sur les paillasse : on a maintenant une ébauche de figure géométrique que je traduis avec les élèves au tableau en termes de points et de segments. C'est maintenant une vraie figure de géométrie sur laquelle on peut appliquer les mathématiques.



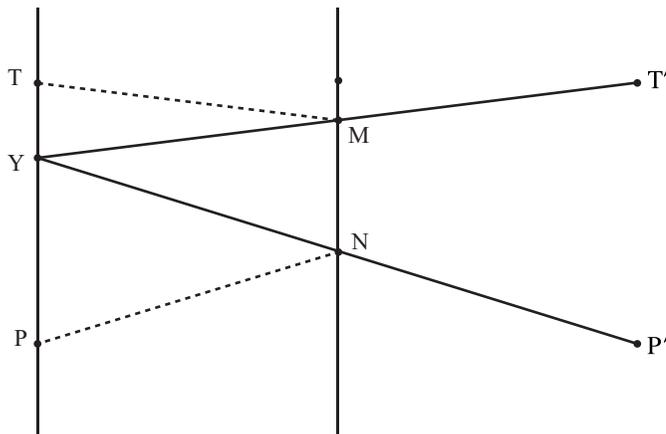
Les points importants de la figure sont identifiés et on traduit en termes de longueurs ce que l'on veut expliquer :  $MN = YP/2$ . Les élèves ont vu depuis quelques temps ce genre d'écriture : cela leur rappelle le théorème des milieux.

Le problème devient donc : comment passer de la figure issue de la modélisation physique à un triangle muni des milieux de deux côtés ?

Et là il ne reste que 10 minutes pour terminer la résolution et ranger le matériel. Une heure, c'est nettement trop court ! Il a fallu que nous poussions fort les élèves pour achever.

La difficulté provient de la présence du miroir.

Qu'à cela ne tienne : ôtez-le ; il faut alors jongler entre le phénomène physique et son interprétation mathématique pour trouver que tout se passe comme si Alice voyait sa jumelle placée symétriquement par rapport au miroir. Le triangle apparaît alors : l'un des sommets est placé aux yeux d'Alice, les deux autres aux pieds et à la tête de sa jumelle...



Cette séquence a été très agréable. Les bons élèves qui, au départ, prétendaient que « les maths et la physique, ça n'a rien à voir » ont été étonnés, et les élèves qui sont habituellement passifs ont bien participé.