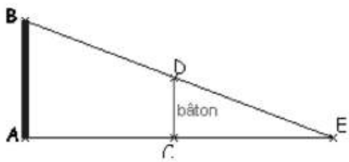
Mesurer des longueurs inaccessibles avec des bâtons

Thérèse Eveilleau(*)

En complément des articles « Mesurer la hauteur d'un arbre » et « Thalès dehors », voici un aperçu sur fond historique de quelques procédés et instruments qui ont jalonné les siècles précédents.

1. Un bâton et de l'ombre

Au 3ème siècle av JC, **Euclide** dans son *Optique* décrit un procédé utilisant l'ombre et les propriétés des triangles semblables : $AB = AE\dfrac{CD}{CE}$.



Plus tard, **Léonard de Vinci** (15-16ème siècle) utilisera le même principe qu'Euclide :
« *Si tu veux mesurer une hauteur d'une tour avec l'ombre du soleil, prends un bâton qui soit d'une brasse, fixe-le et attends que le soleil lui fasse deux brasses d'ombre ; et aussitôt mesure l'ombre de la tour, et si elle est de 100 brasses, la hauteur de la tour sera de 50 ; c'est une bonne règle* »…

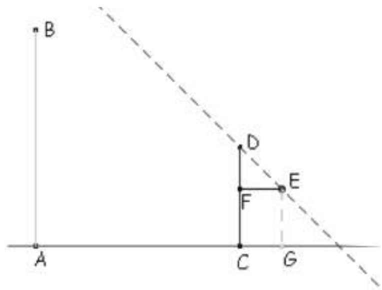
2. Des bâtons

Les trois instruments présentés ci-dessous permettent des mesures, qui cette fois-ci ne font plus intervenir l'ombre.

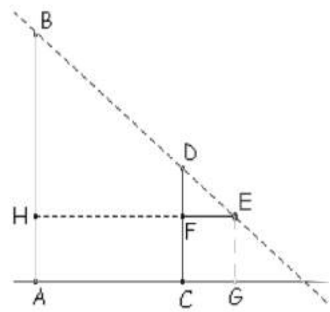
a. L'instrument de Gerbert(1) d'après la Géométrie de Gerbert, 10^{e}-11^{e} siècle**.**

L'instrument est composé de deux bâtons CD et EF.
On les dispose perpendiculairement l'un sur l'autre. Sur le plan pratique, le grand bâton a une longueur à peu près égale à la taille de la personne qui prend les mesures. Ce n'est toutefois pas obligatoire. Les bûcherons utilisent souvent deux petits bâtons qu'ils croisent en respectant certaines règles : il faut réaliser un triangle rectangle isocèle DFE, donc placer CD perpendiculaire à EF de façon à ce que DF = FE.

(*) http://therese.eveilleau.pagesperso-orange.fr/
(1) Voir l'annexe.



Un fil à plomb, permet de bien positionner le bâton CD à la verticale. On suppose que le sol est bien plan et horizontal.
L'opérateur place son œil en E. Il doit se placer de façon à ce que son rayon visuel ED passe par le sommet B de l'arbre comme indiqué sur la figure ci-dessous.



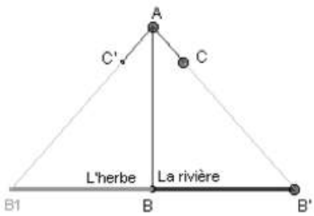
Les deux triangles BHE et DFE sont semblables et donc tous les deux rectangles et isocèles. D'où BH = HE, et AB = BH + HA est aussi AB = HE + FC ou bien AB = HE + EG.
Pour avoir la hauteur de l'arbre, il suffit de mesurer la distance de l'opérateur à l'arbre et d'ajouter
– la longueur de la partie basse du bâton : FC
ou bien
– la hauteur des yeux de l'opérateur, qui sont en E.

Une variante (de Souan-fa-tong-tsong, 1593), permet d'obtenir la hauteur de l'arbre avec deux parties FD et EF de longueurs différentes.
Dans ce cas, il faudra faire une règle de trois pour obtenir la hauteur de l'arbre :
$BH = HE\dfrac{DF}{FE}$ et bien entendu la hauteur de l'arbre sera $BH + FC$, ou bien $BH + EG$.

b. L'instrument d'Errard de Bar-le-Duc (1594)

Il est constitué de deux bâtons assemblés et articulés en A.
Cette articulation ne doit pas être trop mobile afin de garder un angle déterminé.

L'opérateur placé en B, au bord de la rivière, positionne la branche AC de façon à aligner les points A, C et B′.



Une fois l'instrument bien réglé, on le fait pivoter sur la terre ferme tout en conservant l'angle BAC égal à l'angle BAC′. (AB) reste vertical. Il suffit alors de mesurer la distance $BB_1 = BB'$, sans se mouiller…

Expérimenter avec l'animation : http://therese.eveilleau.pagesperso-orange.fr/pages/truc_mat/pratique/textes/riviereF.htm

c. Le télémètre d'Errard de Bar-le-Duc (1594)

Il s'agit à la base de l'instrument de Gerbert nettement amélioré.
Cette fois on lit directement sur l'appareil la distance désirée sans aucun calcul.

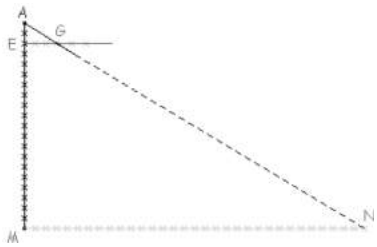
Si la distance AE comporte autant de divisions qu'il y a de pieds entre A et M, alors la distance AM à mesurer comporte autant de pieds que la distance EG contient de divisions.

Par exemple aujourd'hui, si l'on a 15 divisions pour AE et 15 dm pour AM, alors une longueur de 40 divisions pour EG correspondra à une rivière de 40 dm de largeur soit 4m.

On dispose l'instrument de façon à ce que AM soit vertical. AE doit être tel qu'il y ait autant de divisions entre A et E que d'unités entre A et M, A étant la position de l'œil.

Ci-dessous, AE comprend 2 divisions. Donc AM comprend 2 unités (qui font ici 20 divisions).

L'œil étant en A, on dispose la règle AG de telle sorte que le rayon visuel AG passe par le bord inaccessible N de la rivière.



Sur le schéma dessus, EG comprend 3 divisions, la rivière mesure donc 3 unités (qui correspondent bien à 30 divisions). On lit directement le résultat en comptant les divisions sur EG.
Dans le cas de cette figure, la rivière mesure 3 unités de largeur.

Ceci parce qu'avec les triangles semblables AEG et AMN, nous avons bien $\frac{\text{AM}}{\text{AE}} = \frac{\text{MN}}{\text{EG}}$.

Avec une procédure analogue, on peut évaluer hauteurs et profondeurs inaccessibles.

Bibliographie

Émile Fourrey. *Curiosités géométriques*. Édition 1994 Paris, 1907 Librairie Vuibert.

A. Dahan-dalmedico, J.Peiffer. *Une histoire des mathématiques Routes et dédales*. Points Sciences Encyclopédie Larousse.

Annexe

Gerbert d'Aurillac (Auvergne vers 938 – Rome 1003)

Dit le « savant Gerbert », pape sous le nom de Sylvestre II de 999 à 1003, il est philosophe, mathématicien et mécanicien. Célèbre pour son érudition, conseiller et soutien des Capétiens, il devint en 991, archevêque de Reims puis archevêque de Ravenne en 998. Élu pape en 999, il lutta contre la simonie et les vices des ecclésiatiques.

Il a introduit les chiffres arabes en Europe (à l'époque on comptait encore de façon digitale ou par le système de jetons ou avec le système romain peu pratique pour les opérations),

Gerbert serait le promoteur de la méthode des abacistes. Cette méthode présente des facilités analogues à notre arithmétique de position pour l'addition et la soustraction.

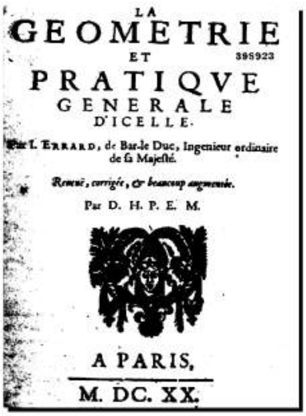
Il a été surnommé le «pape des chiffres ».

Errard de Bar-le-Duc (Bar-le-Duc 1554- Sedan 1610)

Ingénieur militaire français, il fut chargé par Sully de créer le corps des ingénieurs ordinaires du roi. Il fut surnommé « le père de la fortification ».

Il est l'auteur d'ouvrages de géométrie pratique.

– *La Geometrie et practique générale d'icelle*. 1ère éd., Paris, 1594.



LA GEOMETRIE ET PRATIQVE GENERALE D'ICELLE.

Par I. ERRARD, de Bar-le Duc, Ingenieur ordinaire de sa Majesté.

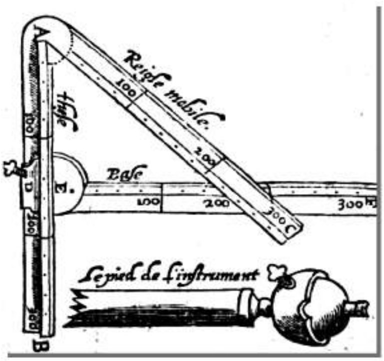
Reveuë, corrigée, & beaucoup augmentée.

Par D. H. P. E. M.

A PARIS,

M. DC. XX.

– *Géométrie d'Errard* 3e éd. revue par Hanrion, Paris, 1619.



Télémètre d'Errard de Bar-le-Duc (1594)