

Le Robinson de la mathématique (suite)*

par P. MAHAUT, C.E.G. Saint-Martin de Fontenay

Le soleil tombait à la verticale, écrasant sous sa chaleur hommes et bêtes. Pas un souffle de vent ; seul le mouvement de la mer donnait un "air" de vie à cette île. Pourtant, dans un coin ombragé et frais, Robinson et Vendredi s'étaient aménagé une retraite agréable, et, après un bon repas, discutaient entre eux.

Vendredi — Hier en fouillant dans une caisse, j'ai trouvé ce tas de cartons.

Robinson — Ce n'est pas un tas de cartons, c'est un jeu de cartes.

Vendredi — On peut jouer avec des morceaux de carton comme ceux-là ... il est vrai qu'il y a des dessins dessus !

Robinson — Justement, regarde les dessins ; tu ne remarques rien ?

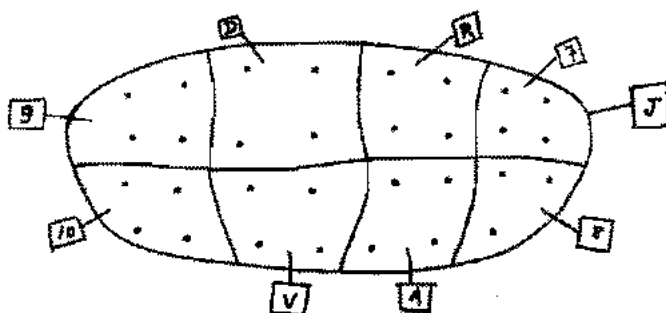
Vendredi — Si, en regardant les dessins je peux les ranger comme les verres de l'autre jour ou bien par couleurs (rouge, noir) ou bien par signe (il montre le trèfle, le pique, le carreau, le coeur) ou bien faire par figure (il montre les dames, les rois ...).

Robinson — C'est bien, tu as compris ta dernière leçon. Mais aujourd'hui pourrais-tu dessiner un ensemble, par exemple, l'ensemble des cartes ?

Vendredi — C'est très simple, j'y ai déjà réfléchi. J'ai une baguette qui me permet de tracer des lignes sur le sable, et j'ai des petits cailloux. Chaque petit caillou va représenter une carte, ce sera plus rapide que de dessiner chaque carte car il y en a beaucoup. (Vendredi se penche sur le sable et se met au travail).

Robinson (se mettant lui aussi à dessiner) — Pour donner un nom à chaque ensemble je vais piquer une étiquette comme celles que les marchands de légumes piquent sur les étales. J'ai appelé [A] les quatre as, [R] les quatre rois ... (et Robinson explique à Vendredi quelles sont toutes les cartes du jeu).

(*) Voir Bulletin APMEP n° 293, page 249 et suivantes.



Vendredi — J'ai compris ; mais tu ne m'as toujours pas dit comment nous pouvons jouer avec ces cartes !

Robinson — Il existe bien des manières, mais je vais t'apprendre la plus simple : "la bataille". Quand tu vivais dans ta tribu et que deux guerriers de deux tribus adverses se battaient, le vainqueur, le plus fort, emmenait le plus faible comme esclave.

Vendredi — Oui, mais je ne vois pas le rapport !

Robinson — Avec les cartes c'est la même chose. L'as est plus "fort" que le roi, le roi plus "fort" que la dame, la dame plus "forte" que le valet ... le huit plus "fort" que le sept.

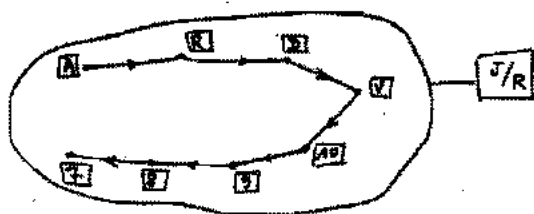
Vendredi (*interloqué*) — Et alors, tout ce monde-là va se battre !

Robinson — Oui, et les faire se battre c'est faire *une relation d'ordre*.

Vendredi (*de plus en plus étonné*) — Ah ! chez nous, lorsque nous nous battions, c'était plutôt le désordre !

Robinson (*plaisamment*) — Oui, mais ce ne sont là que des choses apparentes ; le commun des mortels sait bien que se battre, c'est quelquefois rétablir l'ordre pour que le désordre ne soit pas un nouvel ordre. Trêve de plaisanterie ; pourrais-tu me dessiner l'ensemble des étiquettes de ta dernière partition ? Ensuite, pour comprendre ce qu'est une relation d'ordre tu dessineras sur le sable des flèches joignant deux représentants et allant du plus "fort" vers le plus "faible".

Vendredi — Je vais essayer ; je n'ai qu'à suivre ce que tu m'as dit tout à l'heure (*après avoir effacé deux fois pour mieux disposer ses éléments, Vendredi arrive au schéma ci-dessous*).



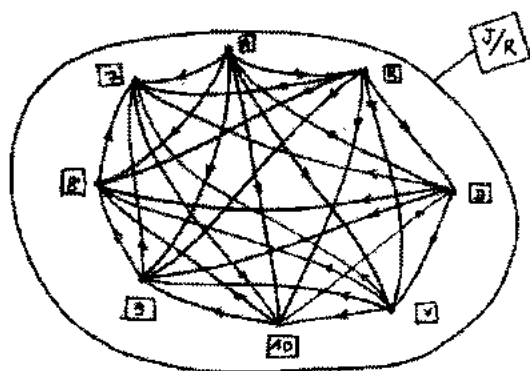
Robinson — Oui, mais si tu fais battre un roi et un sept, lequel est le plus fort ?

Vendredi — C'est le roi.

Robinson — Cela ne se voit pas sur ton dessin ; tu dois donc comparer chaque étiquette avec toutes les autres. Il manque donc beaucoup de flèches.

Vendredi (*bougonnant*) — Je ne vais jamais en sortir !

(Vendredi se met néanmoins au travail et un peu plus tard il arrive au schéma ci-dessous).



Robinson — Tu viens d'obtenir ce qui s'appelle un *diagramme sagittal*. Pour éviter d'avoir à dessiner autant de flèches on représente quelquefois le schéma que tu avais fait avant et qui s'appelle un *diagramme fluvial*.

Vendredi — C'était bien la peine !

Robinson — Oui, car pour bien comprendre le premier schéma que tu as fait il faut être conscient que la relation entre les éléments est transitive, c'est-à-dire que si le roi est plus fort que la dame, et la dame plus forte que le valet, alors le roi est plus fort que le valet et que cette dernière flèche n'est pas dessinée mais qu'elle est supposée exister en empruntant le parcours [R], [D], [V].

Vendredi — J'ai remarqué aussi autre chose. Si nous faisons un schéma sagittal pour les relations que nous avons vues la dernière fois : deux éléments qui sont en relation seraient joints par deux flèches, une flèche du premier élément vers le second et une flèche du second vers le premier puisque ces relations étaient symétriques, tandis que dans cette nouvelle relation chaque flèche est unique car si le roi est plus fort que la reine par exemple alors la reine ne peut pas être plus forte que le roi.

Robinson — Tu viens de découvrir que cette relation est antisymétrique alors que les relations précédentes étaient symétriques. Une telle relation transitive et antisymétrique est appelée une *relation d'ordre*.

Vendredi — J'ai compris. Alors comment joue-t-on ?

Robinson — Je distribue les cartes, la moitié du jeu pour toi et l'autre moitié pour moi. Nous faisons battre les cartes une à une comme cela : je retourne la première de mon paquet, tu retournes la première de ton paquet, nous les posons sur le sable et la plus forte emmène l'autre. Celui qui a le plus gros paquet gagne.

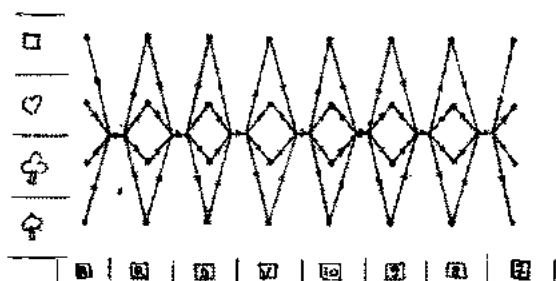
Vendredi (*pensif*) — Oui mais comment faire si nous retournons tous les deux un roi ?

Robinson — On rejoue par-dessus et ce sont les deux cartes suivantes qui décident.

Vendredi — J'ai compris. Mais lorsqu'on joue, c'est entre les cartes du jeu que l'on fait la relation d'ordre et non pas entre les représentants. Il y a tellement d'éléments que je ne vois pas comment faire le diagramme sagittal !

Robinson — Fais uniquement le diagramme fluvial.

Vendredi — Je vais essayer (*après un moment il fit ce diagramme*).



Vendredi (*se reculant pour regarder son travail*) — Ce n'est pas un diagramme fluvial, c'est un vrai plan de bataille ! de bataille rangée !

Robinson — Que veux-tu dire par là ?

Vendredi — Que pour faire le diagramme fluvial, à cause du grand nombre d'éléments je n'avais pas la place d'écrire le nom de chacun. J'ai préféré les ranger en colonnes et mettre les étiquettes que nous avons déjà employées. Ensuite, je me suis aperçu que je connaissais leur figure mais pas leur signe. Alors, je les ai rangées aussi en ligne et j'ai utilisé les étiquettes de notre premier rangement.

Robinson — Oui, mais quand on joue il faut que les cartes de chaque paquet soient mélangées, sinon, nous aurions sans arrêt des cartes de même figure et nous ne pourrions pas conclure.

Vendredi — Evidemment, c'est dans le désordre que l'on peut faire de l'ordre !

Robinson — Pour terminer, j'ajouterai que l'ordre réalisé dans l'ensemble des représentants est total car pour deux représentants on peut toujours conclure lequel est le plus fort, tandis que dans ton dernier diagramme l'ordre est partiel car pour deux cartes tu ne peux pas toujours conclure.

Vendredi — Je commence à comprendre ce qu'est "ranger". Dans un ensemble d'objets, on découvre une propriété, forme, couleur, signe ... qui permet de mettre des éléments en relation et qui permet surtout de former des sous-ensembles. Ces sous-ensembles considérés comme des éléments à leur tour peuvent être alors classés dans un ordre déterminé.

Robinson — C'est une manière de voir les choses.

Vendredi — La prochaine fois il faudra que tu m'expliques d'autres jeux que j'ai trouvés en fouillant dans la même caisse.