AVIS DE RECHERCHE

Vous pouvez utiliser cette rubrique pour poser des questions de tout ordre : demande d'une démonstration, d'une référence, de résolution d'un problème, d'éclaircissement d'un point historique, etc. L'anonymat de ceux qui le demandent est conservé.

Veuillez envoyer vos questions et réponses, avec une feuille par sujet, ou, beaucoup mieux, sur disquette Mac ou PC (avec enveloppe affranchie pour son retour immédiat) à :

Robert FERRÉOL - 6, rue des annelets
75019 PARIS.

NOUVEAUX AVIS DE RECHERCHE

AVIS DE RECHERCHE N° 19 de J.Y. Le Cadre (Plevin)

Pourquoi, ou sous quelle influence, les Français (contrairement aux Suisses et aux Belges) ont-ils abandonné l'usage des mots septante, octante et nonante et les ont remplacés par soixante-dix, quatre-vingts et quatre-vingt-dix ? et quand ?

AVIS DE RECHERCHE N° 20 de F. Duc (Orange),

d'une fonction dérivable sur **R** et étant monotone sur aucun intervalle de **R**.

RÉPONSES AUX AVIS PRÉCÉDENTS

AVIS DE RECHERCHE N°14 sur Bioche.

D'après les documents envoyés par M. Vidiani, A. Magnier et H. Plane, Charles Marie Paul Bioche est né le 7.9.1859 et décédé, presque nonagénaire, le 18.8.1949 à Paris. Il a été élève de l'École Normale Supérieure de 1879 à 1882 puis professeur en math élem, en particulier au lycée Louis-Le-Grand de 1897 à 1925, année de sa retraite. Il semble qu'il ait assuré la présidence de L'APMEP pendant la guerre et jusqu'en 1923, ainsi que celle de la S.M.F. La liste de ses publications montre qu'il s'est principalement intéressé aux courbes et surfaces et qu'il ne devait probablement pas considérer "ses" règles taupinesques sur les changements de variable à effectuer dans les intégrales en sin et cos comme le centre de son œuvre : les documents envoyés par M. Vidiani ne me permettent pas de dire pourquoi ces règles portent maintenant son nom et A. Magnier précise que c'est la première fois qu'il les voient nommées ainsi. H. Plane signale que de l'autre côté de la Sorbonne, à St Louis, ces règles lui ont été données sous le nom énigmatique de "grand-père, grand-mère"...

AVIS DE RECHERCHE N°16

Peut-on déterminer toutes les matrices de rotations d'ordre 3 à coefficients rationnels ?

Réponse de P. Renfer (Ostwald).

L'usage des quaternions permet une étude élégante des rotations en dimension 3.

On identifie l'espace vectoriel euclidien $\mathbf{R}^3$, muni de la base canonique, à l'espace vectoriel des quaternions purs, muni de la base (i, j, k).

On démontre alors le théorème suivant (voir par exemple le livre de géométrie de Marcel Berger, proposition 8. 9. 4) :

Soit $s = a + b\,i + c\,j + d\,k$ un quaternion non nul :

Alors l'application $f_s : \begin{array}{ccc} \mathbf{R}^3 & \to & \mathbf{R}^3 \\ q & \to & sqs^{-1} \end{array}$ *est réduite à l'identité si s est réel et*

sinon c'est la rotation dont l'axe est engendré et orienté par $b\,i + c\,j + d\,k$,

et dont l'angle θ est défini par $\tan\dfrac{\theta}{2} = \dfrac{\sqrt{b^2 + c^2 + d^2}}{a}$ *($\theta = \pi$ si $a = 0$, cas*

des retournements).

On obtient facilement la matrice A de f_s dans la base (i, j, k), en calculant

sis^{-1}, sjs^{-1}, sks^{-1}:

$$A = \frac{1}{a^2+b^2+c^2+d^2}\begin{bmatrix} a^2+b^2-c^2-d^2 & 2(cb-ad) & 2(db+ac) \\ 2(bc+ad) & a^2-b^2+c^2-d^2 & 2(dc-ab) \\ 2(bd-ac) & 2(cd+ab) & a^2-b^2-c^2+d^2 \end{bmatrix}$$

Or, si la matrice A ci-dessus est à coefficients rationnels, les vecteurs de l'axe sont obtenus par la résolution d'un système à coefficients rationnels, donc b, c et d peuvent être choisis rationnels; à l'aide des coefficients diagonaux on en déduit facilement que a^2 est rationnel ; l'un des trois nombres b, c, d étant non nuls, l'examen de l'un des coefficients non diagonaux montre alors que a est rationnel. Mais à cause de l'homogénéité, on peut pour finir supposer que a, b, c, d sont entiers.

L'expression ci-dessus avec a, b, c, d entiers non tous nuls donne donc la forme générale des matrices de rotation à coefficients rationnels.

NDLR

Pour $a = b = c = d = 1$, on obtient $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, pour $a = 0$, $b = c = d = 1$,

$A = \dfrac{1}{3}\begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix}$ etc... Cette formule est à l'origine de la quasi totalité des exercices sur les isométries en dimension 3 !

M. Vidiani m'envoie des photocopies du livre sur les nombres remarquables de F. Le Lionnais (Hermann) et du cours d'algèbre de D. Perrin (ENS Sèvre 1990). Dans le premier, on apprend que le nombre 57 est le plus petit dénominateur commun possible des coefficients tous distincts d'une telle matrice : $\dfrac{1}{57}\begin{bmatrix} 53 & -23 & 4 \\ 17 & 44 & 32 \\ 16 & 28 & -47 \end{bmatrix}$ et qu'on peut trouver une telle matrice ayant tous ses coefficients décimaux distincts : $\begin{bmatrix} 0{,}96 & -0{,}28 & 0 \\ 0224 & 0768 & 0{,}6 \\ 0{,}168 & 0{,}576 & -0{,}8 \end{bmatrix}$.

Dans le deuxième (ex. 4, p. 173), on étudie des sous-groupes distingués du groupe $O_3^+(\mathbf{Q})$ formé par ces matrices, ce qui montre que contrairement à $O_3^+(\mathbf{R})$, ce groupe n'est pas simple.

AVIS DE RECHERCHE N°17 sur des librairies pratiquant la vente de livres scientifiques.

M. Vidiani m'envoie la liste suivante :

Librairie OFFILIB : 48, rue Gay-Lussac 75240 Paris Cedex 05 -
43 29 21 32 (plutôt pour les livres étrangers)

Librairie Le François : 91, bd St Germain Paris VI
(10% moins cher qu'OFFILIB)

Dokumente Verlag, Postfach 1340, D 7500 Offenburg
(20 à 30% moins cher qu'OFFILIB)

Librairie Interférences : 33, rue Linné Paris V - 47 07 70 06

Librairie J. Gabay : 151 bis, rue St Jacques Paris V - 43 54 64 64

Librairie le Tour du Monde : 9, rue de la Pompe Paris XVI - 42 88 58 06

F. Bayarré : 21, rue de Tournon Paris VI - 43 54 91 99

F. et R. Chamonal : 5, rue Drouot Paris IX - 47 70 84 87

Sté A. Brieux : 48, rue Jacob Paris VI - 42 60 21 98

T. Scheler : 19, rue de Tournon Paris VI - 43 26 97 69

Bibliothèque Nationale : 58, rue de Richelieu 75084 Paris Cedex 02

Librairie Decitre : 29 place Bellecour entrée 29 A 69002 Lyon -72 40 54 21

Librairie Fuery-Lamy : 21 rue Paradis 13001 Marseille- 91 33 57 91