

Dossier : orientations pour l'enseignement des maths

Les Mathématiques, ou la Démocratie^(*)

Colin Hannaford

J'ai enseigné les mathématiques pendant vingt ans. J'ai observé que les mathématiques sont enseignées et apprises selon les règles d'un système de valeurs.

[...]

Si nos élèves vivent notre enseignement comme une aventure personnelle au pays de l'intelligence et de la discipline, héritée de toute l'humanité et partagée avec elle, c'est l'idée démocratique elle-même que nous leur enseignons, en même temps que la confiance en eux, la liberté, le respect des autres et la générosité.

Mais si nous enseignons les mathématiques comme un système fermé – fermé d'emblée, c'est-à-dire trouvant dès le départ sa propre fin dans une réalité dépassant l'entendement de la majorité –, c'est alors un modèle très différent que nous imposons à nos élèves.

Au lieu de liberté, nous leur montrons des limites. Au lieu de confiance en eux-mêmes, nous leur enseignons la subordination. Au lieu de générosité, nous privilégions l'obéissance. Au lieu d'un monde de possibilités différentes, depuis les bornes les plus étroites jusqu'à la plus entière liberté (et où ils peuvent exercer leur choix, en acceptant ses conséquences

^(*) Extraits d'un projet de conférence du Professeur Colin Hannaford, Directeur de l'Institute of Democracy from Mathematics, Oxford.

naturelles), nous ne leur offrons qu'une seule combinaison d'idées, découlant toutes d'un seul ensemble de règles se suffisant à lui-même, en l'appuyant de notre puissante autorité morale, logique et intellectuelle. Tout cela, il leur faut l'accepter entièrement, ou le rejeter entièrement.

Les mathématiques enseignées ainsi sont d'essence totalitaire. Par voie de conséquence logique et analogique, elles justifient le recours aux idées totalitaires dans d'autres domaines, particulièrement, bien sûr, en politique, où l'autorité absolue cherche sans cesse à prendre la place de la pensée et de la responsabilité autonomes.

[...]

[Voyons cela de plus près] : la plupart des enfants ne parviennent pas à apprendre les mathématiques pour la seule raison que nous leur faisons apprendre et se rappeler un trop grand nombre de modèles.

Les modèles qu'apprennent les enfants sont souvent complexes. Ce sont parfois des combinaisons d'éléments visuels, oraux et kinesthésiques. Ils sont propres à chaque individu, différents pour chaque enfant et peuvent être conservés en mémoire aussi bien une seule journée que toute une vie. Ce qui est fondamental, c'est que la logique et la réflexion logique ne jouent pour ainsi dire aucun rôle dans leur formation.

Bien souvent, ces modèles sont purs de tout corps étranger. Même s'ils contiennent des fragments des explications du professeur, ces explications elles-mêmes sont considérées comme des modèles. Remarquez d'ailleurs à ce sujet avec quelle force les enfants rejettent le plus souvent les explications qui leur parviennent d'autres sources – si correctes soient-elles – lorsqu'elles ne reprennent pas mot pour mot la formulation qui leur est familière. Pour l'enfant, seule la recreation du modèle habituel est importante. Elle seule est porteuse de sens !

Aussi incroyable que cela soit pour les adultes, j'ai découvert que c'est uniquement en apprenant à reproduire des quantités énormes de ces fameux modèles, et en les suivant pas à pas, que la plupart des jeunes enfants parviennent à surnager au cours de leurs premières années de mathématiques. Bien entendu, c'est ce procédé qui leur permet de réussir ; ils s'appuient sur lui et c'est de lui qu'ils dépendent. Et il n'y a rien à redire à ce système du point de vue des résultats. C'est un mode d'apprentissage naturel et efficace. Ce que l'on peut lui reprocher, toutefois, c'est qu'il est fort limité. Les enfants ne se souviennent pas du contenu des mathématiques, mais bel et bien de leur forme !

Au cours de leurs premières années, jusqu'à l'âge d'environ onze ans, la quasi-totalité des enfants emploient le système que je viens de vous décrire

sans jamais rencontrer la moindre difficulté. Quelques-uns se mettent même à percevoir les articulations logiques, et commencent souvent à en manifester les signes. Cependant, la majorité n'apprend jamais spontanément et individuellement à se comporter ainsi. Si on exerce sur eux de trop fortes pressions, ils n'apprendront jamais à se servir du type de réflexion logique qui leur est présenté. Ils resteront toujours dépendants de ce en quoi ils ont foi : leurs modèles. Mais à mesure que la quantité de modèles à apprendre augmente, à mesure que les chapitres nouveaux s'accumulent, sans aucune limite, vient le moment où ils ne peuvent plus tout mémoriser, et où ils rencontrent l'échec.

[...]

Or le genre d'argumentation qui convient à la pensée mathématique est aussi très utile, sinon essentiel, à la pensée démocratique.

[...]

Voici trois principes fondateurs de l'idée démocratique, tels qu'ils sont enseignés par le biais des mathématiques. Les deux premiers sont les plus simples, mais sans eux nous n'enseignerions rien du tout.

Tous les hommes ont en partage le savoir mathématique, et le pouvoir qui découle de ce savoir.

Tous les hommes peuvent accéder à ce savoir et à ce pouvoir par l'apprentissage, et ils sont égaux entre eux pendant cet apprentissage.

[...]

Les Pythagoriciens ont cherché à tourner le dos à la nécessité de partager le savoir mathématique. Il me semble que nous traitons les Pythagoriciens avec beaucoup trop d'indulgence, par exemple quand nous disons à nos élèves : « nous leur devons la découverte des nombres irrationnels ! C'est pour nous qu'ils l'ont faite ! »

En réalité, les Pythagoriciens n'avaient nullement l'intention de découvrir quoi que ce soit pour qui que ce soit, sinon pour eux-mêmes. Leur société était cloisonnée, fermée et très aristocratique. Ils envisageaient d'exercer un pouvoir oligarchique au moyen des connaissances mathématiques, alliées à une variante des rites orphiques.

[...]

[Cependant] les historiens rapportent bel et bien un changement profond dans les valeurs morales. Bien que les Grecs soient restés frappés de crainte par les nombres irrationnels – ils ne se sont jamais vraiment remis du choc de cette découverte – la diffusion la plus large possible des principes mathématiques devint inséparable de leur système de valeurs. Ils mettaient même leurs paradoxes en commun !

Mais là n'est pas encore l'essentiel de ce que je désire vous exposer.

Dans tous les groupes sociaux, les individus se font mutuellement bénéficier de connaissances matérielles fondamentales. Sinon, la survie du groupe est en danger. Les mathématiques se rangent-elles dans cette catégorie ? La réponse est non.

Les mathématiques qui nous intéressent ici se définissent comme un art fait de défi rhétorique, d'argumentation et de débat. Il me semble clair que les enjeux matériels n'ont jamais été au cœur de leurs préoccupations. Aujourd'hui encore subsiste une distinction entre les mathématiques pures et les mathématiques appliquées. Si bien que certains des plus grands mathématiciens contemporains ont affiché leur satisfaction que leurs travaux soient dépourvus de toute utilité matérielle. Et certains sous-entendaient d'ailleurs sûrement : « de toute utilité pour la plèbe ». Ce ton de complaisance dédaigneuse a pu égarer bien des gens, en leur donnant à penser que les mathématiques étaient contraires aux idéaux démocratiques.

En quoi les mathématiques sont-elles donc à part ? C'est ce que montre le troisième et dernier principe moral [...] :

Ceux qui connaissent les mathématiques ne doivent pas en rendre l'apprentissage difficile aux autres. Tel est le principe. Au contraire (affirmation stupéfiante !), ils doivent le rendre aussi simple que possible.

[...]

Mais le plus important reste encore à venir. Ce ne sont pas ceux qui savent qui décident quand une démonstration est suffisamment établie : c'est leur public, leurs élèves, c'est-à-dire le commun des mortels.

[...]

La célèbre phrase de McLuhan est parfaitement applicable aux mathématiques ; le message est bien dans le moyen de communication.

Les mathématiques montrent aux hommes comment parvenir à un accord : en s'exposant mutuellement leurs points de vue et leurs opinions de façon intelligente et raisonnable, et en convenant d'une solution. Ou en convenant qu'il n'y en a aucune.

Telle est la source du pouvoir véritable des mathématiques. Telle est également l'origine de leur poids en politique.

[...]

Mais, exigence fondamentale : comment faire profiter autrui de ses découvertes ?

Comme les spectateurs dans un cirque, notre attention est captivée par les funambules, là-haut, sur leur corde raide ou leur trapèze, scintillant sous les

projecteurs. Nous ne pensons pas à nous-mêmes.

Mais les mathématiques sont construites en bas aussi bien qu'au-dessus de nous. Et c'est en bas que se trouve le spectacle principal : l'organisation, le mât soutenant les spécialistes dans les hauteurs et le public, attentif, invisible dans l'obscurité, à regarder et à apprendre.

Lorsque le premier manuel de mathématiques parut à l'intention des Allemands du peuple, au Moyen Âge, il renfermait des tables et des règles élémentaires. Son auteur, Adam Riese (mort en 1559), était un homme d'un courage extraordinaire. Il mit fin à un monopole du savoir vieux de mille ans et affirmait que son objectif était de mettre fin aux escroqueries dont le peuple était victime.

Ceci marque la véritable origine des mathématiques. Il me semble qu'il faudrait s'en souvenir [...]

Les mathématiques sont là au service de tous, pour profiter également à tous.

Mais je vous entends crier : « Cessez de dire des bêtises ! Si les mathématiques possèdent ce don merveilleux, comment expliquer l'échec de la démocratie dans tant de pays, précisément à l'heure où l'éducation universelle devrait en fait ouvrir la voie aux phénomènes que vous décrivez ? »

[...]

Il y a un défaut. Nous devons le débusquer.

[...]

Si l'enseignement des mathématiques est trop rigide et totalitaire, les enfants appelleront de leurs vœux une démocratie totalitaire en grandissant. S'ils oublient le reste, c'est même le seul modèle qu'ils se rappelleront.

Nulle discipline ne fut plus couronnée de prestige que les mathématiques dans l'Europe du dix-neuvième siècle. Pourtant, à cette époque, et même pendant une bonne partie du siècle suivant, les plus éminents mathématiciens d'Europe prophétisaient le jour où les mathématiques seraient totalement constituées, formant une unique et parfaite structure, bâtie sur des vérités axiomatiques inébranlables. Elles ne contiendraient pas seulement le savoir mathématique, mais la totalité du savoir. Elles apporteraient la solution de toutes les questions possibles.

[...]

[Or] les prétentions à leur accomplissement furent anéanties en 1930 par un jeune Autrichien, Kurt Gödel. Il démontra que les mathématiques ne pourraient jamais devenir un système se suffisant à lui-même, fondé sur un ensemble d'axiomes. Elles ne seraient jamais une structure parfaite. Elle ne seraient jamais LA mathématique.

[...]

Les mathématiques sont désormais ouvertes : il y en a de différentes sortes et différents degrés [...]. Mais, un peu par nostalgie, un peu par embarras, nous laissons toujours les mathématiques paraître complètes et absolues.

C'est pourquoi les mathématiques restent encore pour les enfants une grande totalité surnaturelle, comme créée par un esprit surnaturel. Ils peuvent toujours s'imaginer, par analogie, que les tenants du pouvoir sont doués d'esprits surhumains, capables de commander et de régner infailliblement sur la vérité politique.

C'est une vieille erreur. Elle ne vient pas des mathématiques. Peut-être les a-t-on perverties pour appuyer l'idée, mais je ne crois pas que cela ait été délibéré. Il existe une vieille, une très vieille nostalgie des premiers âges de notre histoire, dans les grands empires agricoles du Proche-Orient, où la pensée originale était presque inutile, où les questions restaient aussi immuables que leurs réponses, où l'obéissance à des règles invariables était garante de l'État, et où toute grâce et tout bien venaient d'en haut.

C'est également une nostalgie très modeste [...]. La conscience change très lentement. Il est toujours désagréable et douloureux de penser, de donner des solutions nouvelles à des problèmes nouveaux, ce qui est pourtant un devoir.

[...]

Il est cependant vrai que les mathématiques sont inséparables de certaines exigences. Elles requièrent que les hommes se traitent comme égaux entre eux. Elles exigent qu'ils cherchent à tomber d'accord en suivant leurs règles. Mais elles exigent aussi que ces règles soient librement comprises et que chacun puisse les expliquer librement à ses semblables. Elles reconnaissent que les hommes ont le droit à l'erreur, le droit de changer d'avis et d'abandonner leurs anciennes idées.

Telles sont les règles de la démocratie.

[...]

[Un tel] programme peut être enseigné. Il peut être enseigné à des enfants. Il commence par la lettre A, comme Arithmétique.

Colin Hannaford
Oxford, 1994