

Les fractales : objet interdisciplinaire math-philo

Dominique Gaud & Jacqueline Guichard

L'atelier s'est proposé de présenter en quoi les fractales nous ont paru un bon sujet, – à la croisée des chemins de l'histoire des mathématiques, de l'épistémologie et de la pédagogie –, pour réfléchir sur le statut des objets mathématiques, sur la modélisation, et fournir des idées d'activités interdisciplinaires en prise directe avec les programmes de mathématiques et de philosophie pour favoriser chez les élèves une meilleure compréhension de la spécificité des mathématiques.

Une quarantaine de personnes étaient présentes dans cet atelier.

Une première partie a été consacrée à nos motivations : **Pourquoi s'intéresser aux fractals au lycée?**

Est-ce un phénomène de mode (on peut le penser si l'on regarde les articles et la littérature consacrés aux fractals ou si on regarde les images fractales qui nous envahissent) ; est-ce une future révolution dans notre enseignement (si on en croit B. Mandelbrot) ; est-ce une théorie utile (les expérimentalistes sont à la recherche de nouveaux modèles qui sont plus en adéquation avec les phénomènes étudiés et les fractals fournissent de ce point de vue un nouveau modèle) ; les élèves sont en prise directe avec les fractales sans le savoir : images virtuelles, compression d'images...

En tant qu'enseignants, nous avons travaillé sur les fractals car ils constituent un sujet interdisciplinaire riche qui peut concerner un grand nombre de disciplines : mathématiques, philosophie, physique en premier lieu, mais aussi par ses applications : biologie, économie, astronomie, industrie, etc. En ce qui concerne les mathématiques et la philosophie, nous avons retenu les aspects suivants :

• en **philosophie** :

• le statut des objets mathématiques : qu'est-ce qu'un objet mathématique ?

- la modélisation ; les rapports entre les mathématiques et la réalité,
 - la géométrisation de phénomènes imprédictibles (la théorie du chaos),
 - les théories scientifiques : qu'est-ce qu'une théorie scientifique ?
- en **mathématiques** :
- utilisation des suites (géométriques, récurrentes...),
 - la notion de courbe : peut-on toujours dessiner la courbe représentative d'une fonction ?
 - la notion de dimension,
 - les rapports entre continuité et dérivabilité
 - la modélisation : le rapport entre les maths et la réalité.

Une **information** a été donnée dans une deuxième partie :

Qu'est-ce qu'un fractal ? Qu'est-ce qu'une fractale ? La réponse a été fournie en observant les points communs entre divers objets ou phénomènes (chou-fleur, nuage, billard, météo, ensembles de Julia, paysages virtuels ou des dessins d'Escher, attracteur de Lorenz).

Nous avons retracé brièvement l'histoire des fractals en trois temps.

Premier temps : la « préhistoire » des fractales.

- de la première définition de la notion de fonction par Bernoulli en 1718, en passant par la naissance des séries trigonométriques dont l'étude devaient conduire Riemann, Weierstrass, Cantor et Peano aux premiers « monstres » ;
- les constructions géométriques de Moore, Hilbert, Von Koch, Sierpinski, De Rham, Heighway ;
- l'intervention des expérimentalistes comme Jean Perrin qui reconnaissent dans les courbes sans tangente un moyen de décrire certains phénomènes ;
- les réactions des mathématiciens de l'époque.

Ce temps a permis de réfléchir sur le statut des objets mathématiques : qu'est-ce qu'une courbe si on ne peut pas la dessiner ?

Dans un deuxième temps, nous avons abordé les travaux de Fatou et Julia en l'illustrant d'un extrait du film d'A. Douady : *La dynamique du lapin*.

Enfin, dans un troisième temps, nous avons montré le rôle de théoricien de B. Mandelbrot en retraçant son cheminement. Cela a été l'occasion de réfléchir non seulement sur les rapports entre les mathématiques et la réalité, mais aussi sur ce qu'est une théorie.

La dernière partie de l'atelier a été consacrée aux activités mises en place dans les classes. Des extraits de travaux pour les élèves ont été montrés et discutés.

En conclusion, nous avons indiqué que notre travail détaillé était publié dans deux brochures de l'IREM de Poitiers dans lesquelles figurait une importante bibliographie.

Gaud, Guichard, Parpay, Sicre et Chrétien, *Les Fractales*, 1996.

Gaud, Guichard, Bonneval, Jacquesson, Le gallot, Bloch, Gacougnole et Chrétien, *Les chantiers du chaos*, 1998.



Nous avons aussi insisté sur le rôle essentiel des IREM dans de tels travaux : cette recherche n'aurait pas été possible sans l'atelier Math-Philo de l'IREM de Poitiers.