

Dossier : Statistique et probabilités

Enseigner les statistiques en seconde Une expérience dans l'académie de Versailles⁽¹⁾ par Rémy Coste

Au cours des mois d'Avril et Mai 1999, une expérience pédagogique a été menée dans l'académie de Versailles à l'initiative du mathématicien Daniel Schwartz, en collaboration avec l'inspection pédagogique régionale et le CRDP. Elle a concerné 28 classes de seconde, soit 782 élèves. L'idée était, d'une part de réaliser une étude statistique sur une expérience réelle effectuée par les élèves, d'autre part de disposer d'un effectif qui dépasse largement celui d'une seule division. Une cassette vidéo (fournie), où l'on voit une interview de Daniel Schwartz, a permis de présenter efficacement le cours sur les statistiques et l'expérience dont les élèves allaient être les acteurs.

Expérience : Chaque élève, sans avoir été prévenu, a coupé à vue une longueur de ficelle de 200 mm. Un protocole strict a été imposé pour que les conditions soient identiques pour tous les élèves. Chaque élève a effectué deux fois la coupe.

Première partie : Traitement et analyse des données de la classe : les résultats recueillis au sein de la classe ont permis d'introduire les paramètres et les représentations classiques (étendue, médiane, quartiles, moyenne, diagramme en boîte), de comparer les paramètres pour les deux coupes effectuées, de demander à chaque élève de se situer par rapport à la moyenne (écarts bruts, en valeur absolue), de faire un regroupement en classes (de

(1) Ce texte, sauf l'annexe, est déjà paru dans « Chantiers mathématiques » de septembre 1999.

même amplitude puis d'amplitudes inégales), de faire un vrai histogramme, de calculer la moyenne pondérée avec les fonctions de la calculatrice, de comparer cette moyenne pondérée à la moyenne initiale, de fabriquer un tableau numérique dans lequel chaque colonne est une étape de calcul de l'écart-type. Notons à ce sujet qu'il s'agit d'une excellente initiation au tableur, et que toutes les calculatrices actuelles ont des fonctions de gestions de listes (tableur simplifié) qui permettent de mener simplement cette activité. Au delà de la découverte de ces paramètres, l'objectif essentiel était d'amener les élèves à réfléchir et à débattre sur la façon d'exploiter les résultats, sur la signification et la pertinence de tel ou tel paramètre.

Deuxième partie : Retour des données des 28 classes :

Première coupe : longueur moyenne : 223 mm, écart-type : 38, minimum : 110 mm, maximum : 430 mm

Deuxième coupe : longueur moyenne : 213 mm, écart-type : 33, minimum : 101 mm, maximum : 420 mm

Il y a peu de différence entre gauchers et droitiers, mais il semble que les filles coupent en moyenne plus long que les garçons (229 contre 216). On peut toutefois se demander si cette différence est significative, et ce qu'il faudrait faire pour le savoir (répétition de l'expérience).

En même temps que les moyennes, sont donnés les pourcentages de coupes trop longues ($L > 200$ mm).

Pour l'ensemble des élèves : Première coupe : 72% de coupes trop longues. Deuxième coupe : 64 % de coupes trop longues.

Avec ces résultats, il nous a été fourni **140 échantillons** de 80 mesures chacun (environ 10% de la population totale). Il est important de souligner que tous les échantillons ont été tirés **au hasard** parmi les 782 mesures (seule la première coupe a servi). Les 140 échantillons, avec, pour chacun, le pourcentage de coupes trop longues, ont été distribués aux élèves de la classe, en les répartissant équitablement (chaque élève disposait ainsi de 4 ou 5 échantillons). Nous avons pu constater une **fluctuation des échantillons** en comparant les pourcentages de chacun d'eux à celui de la population totale (72%). Ces fluctuations ont convaincu les élèves que des écarts de plusieurs unités entre échantillons n'étaient pas significatifs, et que se contenter d'un échantillon pour évaluer une population (ce qui est inévitable dans la plupart des études statistiques) comporte un risque d'erreur.

Nous avons abordé alors la notion **d'intervalle de confiance ou de fourchette**⁽²⁾. Nous avons été munis de deux tableaux, donnant les intervalles

(2) NDLR : si la notion de fluctuation d'échantillonnage figure au programme de Seconde, dans sa partie obligatoire, à partir de la rentrée 2000, les intervalles de confiance figurent seulement parmi les thèmes, qui ne sont pas tous à traiter.

de confiance à 95% et à 99% (tableaux relatifs à des échantillons de taille 80). Et nous les avons fournis aux élèves – bien sûr sans justification –, ce qui leur a permis de constater que sept des 140 échantillons donnent des fourchettes au taux de confiance à 95% qui ne contiennent pas la valeur 72% et un des échantillons donne une fourchette au taux de confiance à 99% qui ne contient pas la valeur 72%.

Conclusion : Si cet enseignement remplit de façon incontestable une partie de notre mission qui consiste à éduquer un futur citoyen qui devra analyser et comprendre ce type d'informations chiffrées – et en cela c'est à la fois intéressant et indispensable – on peut s'interroger s'il contribue à une formation en mathématiques réelle (maîtrise d'un outil mathématique, d'un raisonnement, etc.). De plus, est-il pertinent d'aborder la notion d'intervalle de confiance à $n\%$ avant d'avoir introduit la notion de probabilité ? Outre que les élèves ont souvent des croyances intuitives fantaisistes, il est peut-être gênant, lorsque l'on utilise les tableaux des intervalles de confiance, de devoir se contenter ainsi d'un argument d'autorité. À débattre...

Bibliographie

Voici cinq livres et deux logiciels particulièrement intéressants comme supports pédagogiques :

- Claudine ROBERT, *L'empereur et la girafe*, Éditions Diderot.
- *Tableaux de l'économie française*, INSEE (il existe aussi en CDROM mais plus cher)
- Joseph KLATZMANN, *Attention, statistiques !*, Éditions La découverte.
- Sylviane GASQUET, *Plus vite que son nombre*, Édition du Seuil.
- Daniel SCHWARTZ, *Le jeu de la science et du hasard*, Flammarion.
- *Logiciel STATIS 2* sous Windows, CDROM (diffusé par TLC-Edusoft) : Base de données statistiques sociales et économiques extrêmement riche, accompagnée de nombreux outils de traitement des données.
- *Logiciel STATISTIQUES* (CRDP de Versailles) : Logiciel de gestion de données statistiques d'utilisation simple.

ANNEXE

Extraits des documents distribués.

I- Activités proposées

Fluctuations d'échantillonnage.

Intervalles de confiance à 95% ou fourchettes au risque d'erreur consenti à 5%.

1°) *déterminer des intervalles de confiance pour les 140 échantillons.*

On ne peut pas obtenir le pourcentage exact de coupes trop longues dans la population à partir d'un échantillon ; se pose maintenant la question de déterminer un intervalle dans lequel doit « raisonnablement » se trouver le pourcentage de la population.

C'est ainsi que les élèves vont avoir à déterminer eux-mêmes, pour les quelques échantillons dont ils disposent, les intervalles de confiance correspondants, en utilisant la table d'intervalles de confiance à 95%...

2°) *faire percevoir expérimentalement la notion de risque consenti.*

Dans 5% des cas *en moyenne*, la fourchette est fautive : la vraie valeur (c'est-à-dire le pourcentage de coupes trop longues dans la population) est en dehors de la fourchette proposée « *J'ai confiance à 95%* » ou encore, « *Il y a 5% de chances que je me trompe* »).

Il s'agit d'observer cela sur les 140 échantillons dont dispose la classe. Nous disposons du pourcentage de coupes trop longues sur la population : $p = 72\%$ (insistez auprès des élèves que ce ne serait évidemment pas le cas dans une situation de recherche médicale ou de sondage politique !).

On va pouvoir compter dans la classe le nombre de fourchettes obtenues ne contenant pas p .

En raison des arrondis, on convient que les intervalles de confiance de borne inférieure ou supérieure 72 ne contiennent pas p , en d'autres termes qu'ils sont considérés comme des intervalles ouverts.

II- Tableau des intervalles de confiance à 95% d'un pourcentage

Si, dans un échantillon de 80 coupes, les élèves en comptent 75% trop longues, ils obtiennent, en se reportant au tableau ci-dessous, un intervalle de confiance à 95% de : [64 ; 84].

Dans un autre échantillon, ils trouvent 83,8 % de coupes trop longues, soit un intervalle de confiance à 95% de [74 ; 91], qui ne contient pas $p = 72\%$ ⁽³⁾.

(3) NDLR : Dans le thème d'études il est dit « on incitera les élèves à connaître l'approximation usuelle de la fourchette, au niveau de confiance 0,95, issue d'un sondage sur n individus ($n \geq 30$) dans le cas où la proportion observée (p) est comprise entre 0,3 et 0,7, à savoir $\left[(p) - 1/\sqrt{n}, (p) + 1/\sqrt{n} \right]$ ». Mais, ici, comme $(p) = 0,75$ ou 0,838, aucun des deux échantillons cités n'entre dans ce cadre... Quant au tableau ci-après, son obtention est restée mystérieuse. Il serait pourtant impératif, sous peine de discrédit, que la formation prévue pour les enseignants nous éclaire complètement sur tout cela.

Échantillon de taille n = 80

Nombre de fils longs	Pourcentage de fils longs	Borne inférieure	Borne supérieure	Nombre de fils longs	Pourcentage de fils longs	Borne inférieure	Borne supérieure
0	0	0	5	41	51	40	63
1	1	0	7	42	53	41	64
2	3	0	9	43	54	42	65
3	4	1	11	44	55	43	66
4	5	1	12	45	56	45	67
5	6	2	14	46	58	46	68
6	8	3	16	47	59	47	70
7	9	4	17	48	60	48	71
8	10	4	19	49	61	50	72
9	11	5	20	50	63	51	73
10	13	6	22	51	64	52	74
11	14	7	23	52	65	54	75
12	15	8	25	53	66	55	76
13	16	9	26	54	68	56	78
14	18	10	28	55	69	57	79
15	19	11	29	56	70	59	80
16	20	12	30	57	71	60	81
17	21	13	32	58	73	61	82
18	23	14	33	59	74	63	83
19	24	15	35	60	75	64	84
20	25	16	36	61	76	65	85
21	26	17	37	62	78	67	86
22	28	18	39	63	79	68	87
23	29	19	40	64	80	70	88
24	30	20	41	65	81	71	89
25	31	21	43	66	83	72	90
26	33	22	44	67	84	74	91
27	34	24	45	68	85	75	92
28	35	25	46	69	86	77	93
29	36	26	48	70	88	78	94
30	38	27	49	71	89	80	95
31	39	28	50	72	90	81	96
32	40	29	52	73	91	83	96
33	41	30	53	74	93	84	97
34	43	32	54	75	94	88	98
35	44	33	55	76	95	88	99
36	45	34	57	77	96	89	99
37	46	35	58	78	98	91	100
38	48	36	59	79	99	93	100
39	49	37	60	80	100	95	100
40	50	39	61				