

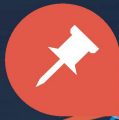
Le bulletin de l'APMEP - N° 530

AU FIL DES MATHS

de la maternelle à l'université...

Édition Octobre, Novembre, Décembre 2018

Le demi-cercle (1)



APMEP

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

ASSOCIATION DES PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES DE L'ENSEIGNEMENT PUBLIC

26 rue Duméril, 75013 Paris

Tél. : 01 43 31 34 05 - Fax : 01 42 17 08 77

Courriel : secretariat-apmep@orange.fr - Site : <https://www.apmep.fr>

Présidente d'honneur : Christiane ZEHREN



Au fil des maths, c'est aussi une revue numérique augmentée :
<https://afdm.apmep.fr>

version réservée aux adhérents. Pour y accéder connectez-vous à votre compte via l'onglet *Au fil des maths* (page d'accueil du site) ou via le QRcode, ou suivez les logos ▶.

Si vous désirez rejoindre l'équipe d'*Au fil des maths* ou bien proposer un article, écrivez à aufildesmaths@apmep.fr

Annonces : pour toute demande de publicité, contactez Mireille GÉNIN mcgenin@wanadoo.fr

À ce numéro est joint un appel à candidature pour le Comité National ou le bulletin de réabonnement « établissement ».

ÉQUIPE DE RÉDACTION

Directrice de publication : Alice ERNOULT.

Responsable coordinatrice de l'équipe : Lise MALRIEU.

Rédacteurs : Vincent BECK, Marie-Astrid BÉZARD, François BOUCHER, Richard CABASSUT, Séverine CHASSAGNE-LAMBERT, Frédéric DE LIGT, Mireille GÉNIN, Cécile KERBOUL, Valérie LAROSE, Lise MALRIEU, Jean-Marie MARTIN, Vincent PANTALONI, Daniel VAGOST, Christine ZELTY.

« **Fils rouges** » numériques : Gwenaëlle CLEMENT, Laure ÉTEVEZ, Marianne FABRE, Adrien GUINEMER, Jacques VALLOIS.

Illustrateurs : Pol LE GALL, Olivier LONGUET, Jean-Sébastien MASSET.

Équipe T_EXnique : François COUTURIER, Isabelle FLAVIER, Anne HÉAM, François PÉTIARD, Olivier REBOUX, Guillaume SEGUIN, Sébastien SOUCAZE, Michel SUQUET.

Maquette : Olivier REBOUX.

Votre adhésion à l'APMEP vous abonne automatiquement à *Au fil des maths*.

Pour les établissements, le prix de l'abonnement est de 60 € par an.

La revue peut être achetée au numéro au prix de 15 € sur la boutique en ligne de l'APMEP.

Mise en page : Olivier REBOUX

Dépôt légal : Décembre 2018. ISSN : 2608-9297.

Impression : Imprimerie Corlet

ZI, rue Maximilien Vox BP 86, 14110 Condé-sur-Noireau

Le cercle : peut-on en faire toute une histoire ?

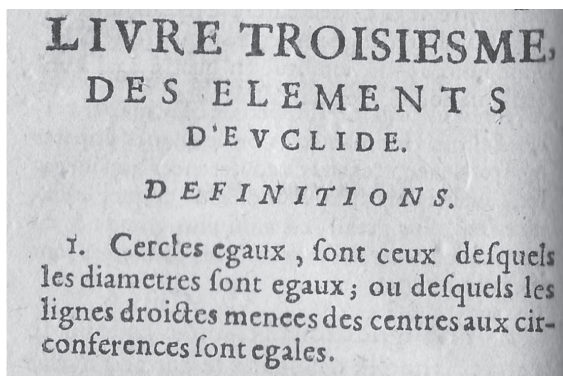
Inspiré par notre fil rouge, Henry Plane a fouillé sa bibliothèque pour retrouver quelques archives évoquant le cercle. De petits trésors à (re)découvrir.

Henry Plane

Cercle, disque, circonférence, rond, voire roue, cirque... Il faut constater que, dans un dictionnaire, chacun de ces mots fait appel aux autres. Et que fait le géomètre depuis qu'il a pris de l'importance lorsqu'on a su que la Terre était ronde ? ...

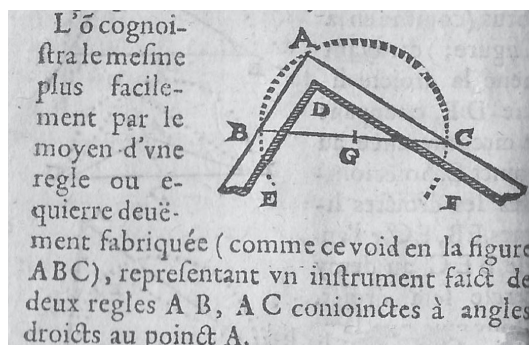
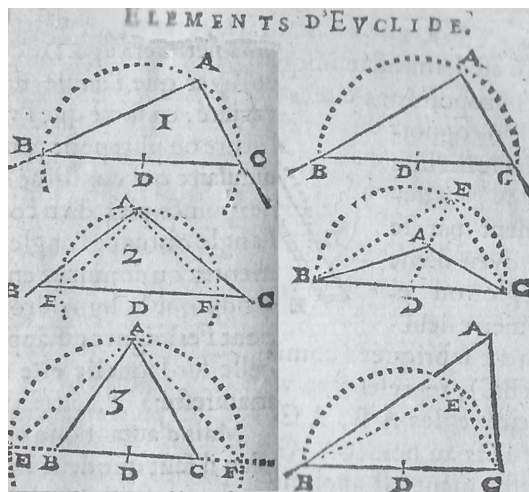
Nous nous contenterons, dans cet article, de quelques échos sur le sujet, depuis quatre siècles, c'est-à-dire depuis la première traduction en français des livres dits d'Euclide : le Mardelé en 1620.

C'est le « Livre Troisième » qui est consacré au cercle, en voici le début :



On remarque, dès les premières pages de l'ouvrage, des figures où apparaissent des cercles.

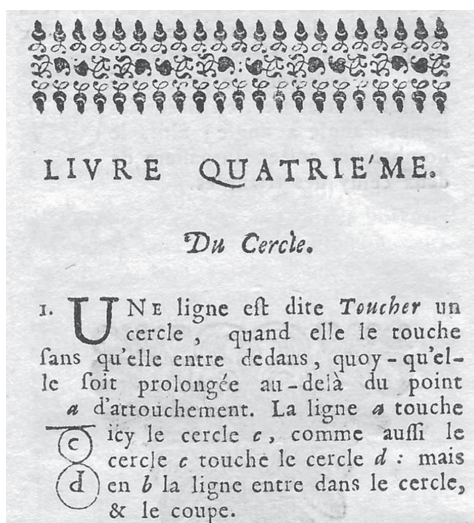
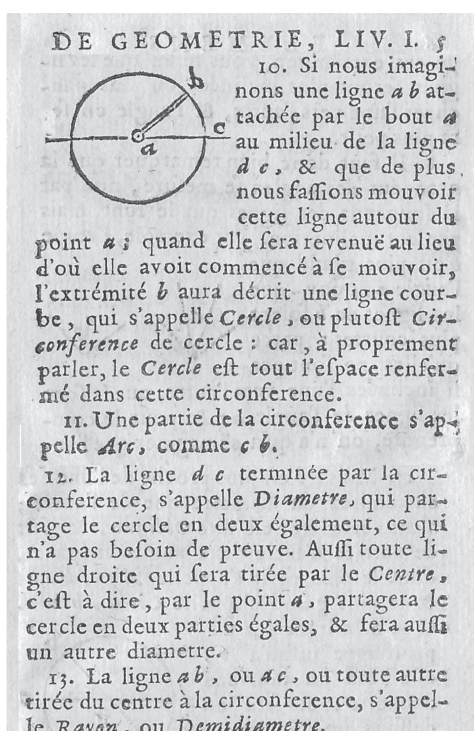
En effet, sous une forme ou une autre, on dispose de l'outil compas :



On constatera ensuite que les ouvrages du XVII^e siècle vont s'écarter de l'ordre euclidien. Descartes ne s'attarde pas sur $xx + yy$, Pascal étudie les « lignes du quart de cercle ».

Les « Éléments de géométrie » de Pardies (1671), qui eurent un grand succès à la cour de Pékin, montrent un ordre totalement différent.

Ainsi dès le début :



On parlera de tangente plus tard ...

Viète, quant à lui, montre que les ressources des astronomes relatives aux triangles sphériques étaient supérieures à celles utilisées pour les triangles rectilignes. Si le « nombre utile aux sages » est connu avec une précision suffisante, les opérations qui l'entourent sont longues et lourdes à effectuer. Qui reconnaîtrait dans une équation du 45^e degré le sinus d'un arc de 8 degrés, comme le fit notre Vendéen ?

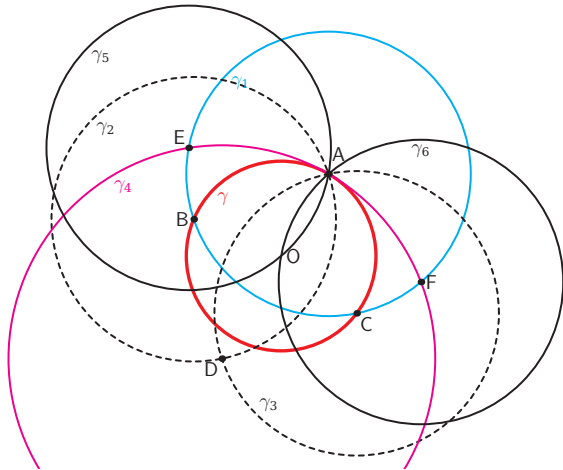
Pourtant, arpenteurs et artilleurs de l'époque auraient bien eu besoin de calculer avec des angles de diverses valeurs. Ils seront mis à l'aise par une découverte dans un autre domaine : ce sont Neper, avec les logarithmes, Briggs et Vlacq, avec les tables de sinus et de tangentes, qui vont simplifier les calculs. Les utilisations vont être fulgurantes dans toutes les branches des mathématiques. Euler et J. Bernoulli en témoignent dès le début du XVIII^e siècle.

Au passage nous noterons que, si les mesures des arcs de cercle, puis des angles, sont exprimées selon un système hérité de Babylone (90 degrés de 60 minutes), celles des sinus vont imposer le système décimal plus d'un siècle avant le décret de la Convention en 1790.

Certes le cercle fait partie des coniques, florissantes au XVIII^e siècle, mais les ouvrages de géométrie sont, à présent, souvent publiés conjointement à ceux d'algèbre voire de trigonométrie : Clairaut, Bézout, Bossut... Il ne s'agit pas de « convaincre des sophistes obstinés » mais de s'adresser à un public voulant acquérir un certain capital de connaissances. L'époque, témoin des Lumières, pense à former des jeunes pour un monde nouveau. Plus on avancera dans ce siècle, plus on pensera à établir des programmes d'enseignement. Ce sera, en particulier, l'œuvre des organismes nationaux créés à la Révolution, avec Lacroix, Monge ou Legendre.

La géométrie y apportera sa rigueur et ses techniques. Ne vient-on pas de découvrir que tout ce qui se faisait avec la règle pouvait se faire avec le compas seul, c'est-à-dire avec des cercles !

Bonaparte a rapporté de sa campagne d'Italie le moyen de retrouver, grâce à Mascheroni, le centre perdu d'un cercle, au seul compas !



On veut déterminer le centre O du cercle γ (rouge).

Soit A un point arbitraire de γ et un cercle γ_1 (cyan) de centre A sécant avec γ en B et C .

Soit D l'autre point d'intersection des cercles γ_2 et γ_3 (pointillés) de centres respectifs B et C et passant par A . Soit γ_4 (magenta) le cercle de centre D passant par A .

Soit E et F les points d'intersection de γ_4 et γ_1 . Le centre O cherché est le deuxième point d'intersection des cercles γ_5 et γ_6 (noirs) de centres respectifs E et F et passant par A .

Peut-on dire que le XIX^e siècle a été celui du cercle ?

Glanons : le triangle, ou trois droites coplanaires, est muni d'un cercle circonscrit, d'un cercle inscrit, de trois cercles exinscrits, d'un cercle d'au moins neuf points... On en ajoutera.

Deux sécantes issues d'un même point : le géomètre y voyait des segments aux rapports inversement proportionnels, on y retiendra désormais un produit constant : la puissance d'un point par rapport au cercle, génératrice de l'inversion.

Avec deux cercles viendront les familles à points communs, à points de base...

Si un angle de grandeur constante, dont chaque côté passe par un point fixe, fait souvent souvenir d'Apollonius, d'autres figures avec cercles feront appel à de grands Anciens pour être distinguées.

\mathbb{C} entrera dans le jeu avec le plan complexe : $z = a + ib$ mais aussi $\rho e^{i\theta}$.

Survolons toujours : Edmond Rostand chantera au soleil « les ronds si beaux par terre ».

Puisque nous arrivons au XX^e siècle, seulement quelques extraits curieux de livres.

Méray, professeur à la faculté des sciences de Dijon, avait une conception de l'enseignement de la géométrie qui lui valut, entre autres, des démêlés avec la Direction de l'Instruction Publique. Le cercle n'arrivait qu'au chapitre 16, après l'espace (édition de 1903).

CHAPITRE XVI.

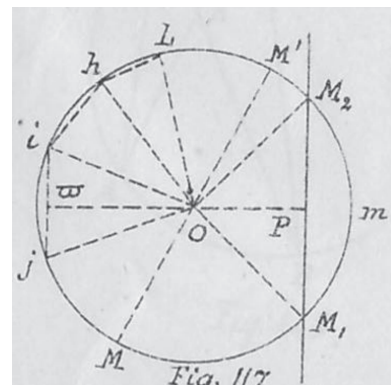
PRINCIPES DE LA THÉORIE DU CERCLE.

Définitions et premières propriétés.

497. Un cercle, une circonférence (de cercle) quelquefois pour un peu plus de précision, est le lieu (14) des points d'un plan, ... M, M_1, M_2, \dots (fig. 117), dont les distances ..., OM, OM_1, OM_2, \dots à un même point fixe O de ce plan, sont toutes égales à un même segment non nul donné. C'est tout aussi bien le lieu des positions, la trajectoire, d'une extrémité M d'un segment OM de longueur constante et égale à ce segment, qui pivote dans le plan considéré, autour de son autre extrémité O demeurant fixe en O (83, 1), (587, inf.).

Un cercle est ainsi une ligne plane ; son plan est celui où il est tracé, son centre est le point fixe O , son rayon est la distance uniforme OM de ses points à son centre, longueur invariable du segment pivotant.

Quand le segment donné est nul, le lieu n'a pas d'autres points que O , et n'est pas dans un plan déterminé. Dans ce cas, toujours excepté sauf mention du contraire, il est commode quelquefois de voir dans ce point unique un cercle nul (ou infiniment petit, moins proprement) (Cf. 122).



Les nombres en gras sont des renvois aux autres paragraphes du cours pour définir les termes utilisés.

La librairie Delagrave éditait une « géométrie » (programmes de 1909) destinée aux écoles primaires supérieures de jeunes filles avec des exemples à portée de la main.

Larousse n'édite pas que des dictionnaires. On pouvait trouver dans cette librairie un « Précis à l'usage de la classe de 5^e A et B » (programmes de 1930).

DE LA CIRCONFÉRENCE DE CERCLE
ARCS ET CORDES

Définitions.

26. **Circonférence.** — La *circonférence* est une ligne courbe plane, fermée, dont tous les points sont à égale distance d'un point intérieur situé dans son plan et nommé *centre* (fig. 16).

27. **Cercle.** — Le *cercle* est la portion de plan limitée par la circonférence, qui est une *ligne*, avec le cercle, qui est une *surface*.
Il ne faut pas confondre la circonférence, qui est une *ligne*, avec le cercle, qui est une *surface*.
Les dessous de lampe en drap brodé, les dessous de plats en métal découpé, en vannerie, ont souvent la forme de cercles.

28. **Rayon.** — On appelle *rayon* toute droite qui va du centre à la circonférence. Ex. : OC (fig. 16).
Tous les rayons d'un même cercle sont égaux par définition.

29. **Diamètre.** — Le *diamètre* est une droite qui joint deux points de la circonférence, en passant par le centre. Ex. : AB (fig. 16). Tous les diamètres d'un cercle sont égaux comme étant les doubles des rayons.

30. **Arc.** — Un *arc* est une portion quelconque de la circonférence. Ex. : FMG (fig. 16).

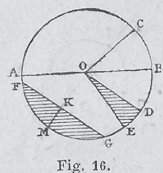


Fig. 16.

Les circonférences et les arcs permettent de faire des combinaisons très variées qu'on emploie soit dans le dessin, soit dans la broderie. La figure 17 représente une de ces combinaisons.

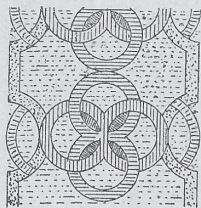


Fig. 17.

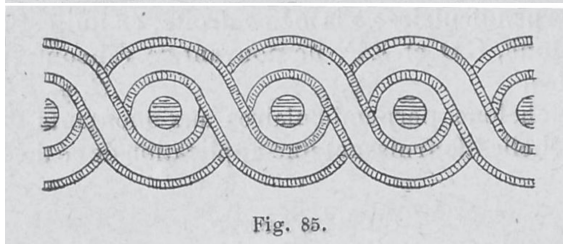


Fig. 85.

CHAPITRE IV
CERCLES. ARCS

691. DÉFINITION — Le cercle (ou circonférence⁽¹⁾) est la ligne formée par l'ensemble des points qui sont à une même distance, appelée rayon, d'un point fixe appelé centre (fig. 142).

692. Les cercles sont d'un usage fréquent. Les roues de voiture, les pièces de monnaie sont des cercles.

693. Tracé. — Pour dessiner un cercle, on se sert d'un *compas* (fig. 143). A défaut d'un compas, on peut, comme les jardiniers, utiliser un morceau de ficelle (fig. 144).

694. Propriétés du cercle. — Les points qui sont à l'intérieur du cercle sont à une distance du centre inférieure au rayon.

Les points qui sont à l'extérieur du cercle sont à une distance du centre supérieure au rayon. On ne peut passer d'un point à l'intérieur du cercle à un point à l'extérieur sans traverser le cercle.

695. DÉFINITION. — On appelle *corde* le segment qui joint deux points du cercle. Toute corde qui passe par le centre est un diamètre. Ainsi, AB est une corde, CD un diamètre (fig. 145).
Tout diamètre vaut deux fois le rayon $CD = 2R$.
Tout diamètre est *axe de symétrie* pour le cercle.

(1) Théoriquement le cercle est la surface limitée par la circonférence. Mais conformément à des habitudes très répandues, nous emploierons le mot cercle pour désigner la circonférence. D'ailleurs, ne dit-on pas toujours arc de cercle ?

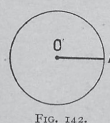


Fig. 142.

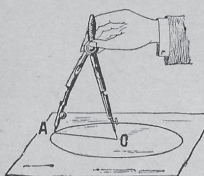


Fig. 143.

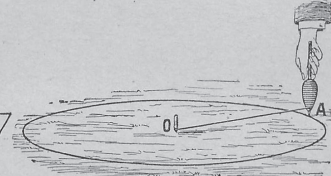


Fig. 144.

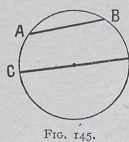


Fig. 145.

Cette page, et sa note de bas de page, n'ont que 80 ans !

Au XXI^e siècle... C'est à nous d'entrer en piste, circulaire comme au cirque ?



Henry Plane, professeur de mathématiques retraité, est un membre actif de l'APMEP. Il appartient au groupe M:ATH (Mathématiques : Approche par des Textes Historiques) de l'IREM de Paris VII.

© APMEP Décembre 2018

Sommaire du n° 530

Le demi-cercle (1)

Éditorial

Opinions

L'APMEP et la réforme du lycée — Bureau et Commission Lycée

Une rentrée pas comme les autres au lycée — Commission Lycée de l'APMEP

✦ Certains cercles sont vicieux — Claudie Asselain-Missenard

Confiance? — Serge Petit

Avec les élèves

✦ Des animaux... compassés! — Yvan Monari

Le dispositif *Mathématiques* — Olivier Le Dantec et Marie Anackiewicz

✦ Les anneaux olympiques — Valérie Larose

✦ Le thaMographe — Thierry Delattre

Coup de cœur : « Facéties Mathémagiques »

Décomposition des nombres en maternelle — Laurence Le Corf

1 **Ouvertures** 41

3 ✦ Changement de regard sur le cercle — Caroline Bulf & Valentina Celi 41

3 ✦ Cercles discrets — François Boucher 50

5 **Récréations** 67

Au fil des problèmes — Frédéric de Ligt 67

8 La semaine des mathématiques — Valérie Larose 69

11 L'alcool au volant — Michel Soufflet 71

17 ✦ Cercle limite — Olivier Longuet 73

Au fil du temps 75

21 ✦ Matériaux pour une documentation 75

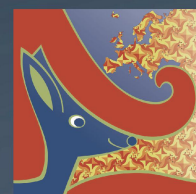
28 ✦ Le cercle — Peut-on en faire toute une histoire? — Henry Plane 79

35 Anniversaires — Dominique Cambrésy 83

37 Élémentaire, mon cher Euclide! — Pierre Legrand 85



Culture**MATH**



APMEP

www.apmep.fr