Recherche inter-IREM 1973-78, en géométrie de 4ème-3ème, dite « O.P.C. » : réflexion critique et évaluation

Brochure

- rédigée sous la seule responsabilité de l'équipe O.P.C. et de son animateur national Charles PEROL.
- éditée par l'A.P.M.E.P.

Publication de l'A.P.M.E.P.

(Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public)

ASSOCIATION DES PROFESSEURS DE MATHEMATIQUES DE L'ENSEIGNEMENT PUBLIC

29, rue d'Ulm - 75005 Paris

Secrétariat : 37, rue Jacob - 75006 Paris

Qu'est-ce que l'A.P.M.E.P. ?

L'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public a été fondée en 1910. Elle regroupe près de 13.000 enseignants concernés par les mathématiques ("de la Maternelle à l'Université").

Les maîtres qui enseignent des mathématiques à tous les niveaux, "de la Maternelle à l'Université", mettent en commun leurs expériences pédagogiques, se réunissent pour en discuter ou pour perfectionner leur culture scientifique. Ils ont défini leurs objectifs dans la Charte de Caen, en particulier sur les finalités de l'enseignement, l'expérimentation pédagogique, la formation des maîtres. En s'appuyant sur les idées contenues dans cette Charte, ils conjuguent leurs efforts pour améliorer l'enseignement des mathématiques (contenu, méthodes, etc...)

L'A.P.M.E.P. s'intéresse donc à toutes les questions qui concernent l'enseignement des mathématiques depuis les premières initiations (à la Maternelle et à l'Ecole Elémentaire) jusqu'aux études supérieures (recherche et formation des maîtres), sans oublier la formation permanente. En liaison avec les autres Associations de spécialistes et avec les organisations syndicales (en concurrence de qui elle ne se place jamais), elle s'attache à la sauvegarde des droits de la fonction enseignante et contribue à sa promotion.

L'A.P.M.E.P. entretient des relations amicales, échange des informations et des services avec des Associations de Professeurs de Mathématiques des autres pays de l'Europe et du Monde.

L'A.P.M.E.P. est organisée en Régionales, par académies, (certaines avec des sections départementales) qui ont leur activités pédagogiques propres. Une collaboration souvent fructueuse s'est instaurée avec les I.R.E.M. sur des objectifs communs.

L'A.P.M.E.P. édite un Bulletin (5 numéros par an) qui réunit des articles de documentation mathématique, pédagogique et administrative, et qui rapporte la vie de l'association. Elle édite aussi des recueils de sujets d'examens ou concours : B.E.P.C., E.N., Baccalauréat, D.E.U.G.

De plus, elle publie une série de brochures et d'ouvrages de documentation (vendus au prix coûtant) concernant tous les niveaux d'enseignement, et qui ne sont ni des manuels, ni des traités.

L'efficacité du travail de l'A.P.M.E.P. tient au nombre et au dynamisme de ses membres. Si vous ne les avez pas encore rejoints, faites-le donc sans tarder.

* et dans le Texte d'Orientation 1978.

SOMMAIRE

1.	C. PEROL: O.P.C.: Qu'est-ce que c'est?	5
2.	C. PEROL: L'O.P.C. et les programmes du 20 juillet 1978	8
3.	S. LEMPERIERE, F. MESLET, J. COCHEPIN, J.P. BENEDETTI: Usage des transformateurs articulés	11
4.	R. CREPIN: La continuité dans l'enseignement mathématique à travers une expérience O.P.C.	19
5.	H. BAREIL: Une équipe O.P.C. et l'axiomatique	29
6.	J. CARTRON: Le thème pris comme centre d'activités	42
7.	C. PEROL : Le géométrique et le numérique	55
8.	J. et M. BOUDAREL : Repérages dans le plan (classe de 6ème).	60
9.	C. PEROL: Introduction à l'évaluation	67
	R. GRAS: Evaluation de l'expérience O.P.C	
	Test de sortie de juin 1977	68
Lire	e aussi :	
	Qu'est-ce que l'A.P.M.E.P. ? Bibliothèque de l'A.P.M.E.P.	2 160

O.P.C.: QU'EST-CE QUE C'EST?

Il est apparu très tôt que les programmes de quatrième et troisième de 1971 n'étaient pas satisfaisants en géométrie. Alors la Commission Lichnérowicz chercha des remèdes dans diverses directions. La circulaire 2 colonnes du 19/2/1973 apportait un soulagement immédiat. Pour une échéance plus lointaine, certains proposaient comme salut la recherche de nouvelles axiomatiques qui seraient plus à la portée des enfants. Quelques-uns (H. BAREIL, J. FORT, Ch. PÉROL) proposèrent d'entreprendre une recherche inter-IREM dans une direction complètement différente.

Encouragé par A. LICHNEROWICZ, l'IREM de Clermont-Ferrand lança un appel publié dans le premier bulletin inter-IREM. Le titre du papier était : "Offre Publique de Collaboration" (en abrégé O.P.C.). C'était l'époque de l'O.P.A. de B.S.N. sur Saint-Gobain. Voici la première page de cet appel :

- « L'IREM de Clermont-Ferrand lance une Offre Publique de Collaboration pour une expérimentation de programmes de quatrième et troisième (surtout en géométrie mais non exclusivement).
- » Il s'agit de préparer un éventuel changement de programme applicable après les diverses phases de l'expérimentation, donc dans quelques années. La Commission ministérielle Lichnérowicz a, lors de sa réunion du lundi 2 avril, approuvé le principe d'une telle expérimentation.
- » A Clermont-Ferrand, et probablement dans beaucoup d'autres régions, nous pensons que les programmes actuels ont de très graves défauts et que les nouvelles annexes et commentaires divers ne peuvent constituer que des palliatifs. Il faut donc songer à les remplacer et pour faire mieux, il faut cette fois les appuyer sur une expérimentation sérieuse.
- » Parmi les reproches que nous pouvons adresser aux actuels programmes, relevons-en deux pour fonder sur eux nos propositions.
- » 1) Les élèves qui ne poursuivront pas des études par la voie longue ont été considérés comme sans intérêt. Les tracés divers dont beaucoup auront besoin n'arrivent qu'après des chapitres plus théoriques qui leur font perdre pied.
- » Nous soutenons que c'est, au contraire, sur leurs besoins à eux que l'enseignement doit être bâti et que l'on obtiendra ainsi, par surcroît, un meilleur enseignement pour ceux qui pousuivront des études longues de mathématiques.

» 2) La voie actuelle choisie pour l'apprentissage n'a été justifiée que par ses qualités comme voie d'exposition. En caricaturant à peine, on pourrait dire qu'a été faite pour elle la première phrase du mode d'emploi de Bourbaki (le traité prend les mathématiques à leur début et donne des démonstrations complètes). Mais nous ne pouvons pas supposer à nos élèves "une certaine habitude du raisonnement mathématique" puisque notre tâche à nous est précisément de les rapprocher de ce but éloigné. »

Une première réunion organisée en septembre 1973 à Clermont-Ferrand rassembla des délégués de beaucoup d'IREM en présence de M. LEGRAND, Directeur de la Recherche à l'I.N.R.D.P. La vivacité des débats fut le reflet du désarroi des enseignants. Quelques équipes eurent la force de surmonter le découragement, de ne pas se laisser paralyser par les critiques seulement dissolvantes, de se lancer dans l'action.

Le titre de la recherche initialement inscrite à l'I.N.R.D.P. était : l'enseignement de la géométrie en quatrième et troisième, ses objectifs, leurs approches.

Chaque équipe a organisé son travail avec une physionomie propre. Le travail de l'équipe de Vannes est très différent de celui de l'équipe de Clermont-Ferrand. Cette diversité n'est pourtant pas l'anarchie. Chaque année, au cours de 4 ou 5 stages, où les amis d'O.P.C. étaient heureux de se retrouver, les points de vue ont été confrontés. Le travail de chacun s'est enrichi des apports des autres. Il est arrivé que les chemins se croisent; que sur tel point l'équipe de Toulouse se soit ralliée à la conception de Clermont-Ferrand pendant que l'équipe de Clermont-Ferrand se retrouvait sur celle de Toulouse.

Le planning initial prévoyait la fin de la recherche en juin 1978. Mais le Ministère, qui avait entre-temps retiré le patronage de notre recherche à l'I.N.R.D.P. pour le donner (vu l'intérêt particulier de son objet) à la Direction des Collèges, décidait unilatéralement de mettre fin à notre recherche en juin 1977.

L'année 1977-78 fut néanmoins nécessaire pour exploiter le test de sortie que nous avions fait passer à nos élèves.

Aujourd'hui, dans cette brochure, nous publions le compte rendu de cette évaluation tel que l'a rédigé R. GRAS. Nous y joignons de courts articles rédigés par divers membres de nos équipes. Ajoutés à ceux déjà parus dans les brochures APM "Géométrie au 1er cycle I et II", ils cherchent à donner une vue panoramique de ce que nous avons voulu faire.

Ces articles ont été rédigés indépendamment les uns des autres. Chaque auteur y expose ses idées actuelles; il est seul responsable de ce qu'il écrit. Que le lecteur ne cherche donc pas une cohérence de détail entre des articles d'auteurs différents. Nulle de nos équipes n'a jamais rien imposé à nulle autre. Si des regroupements se sont opérés, c'est dans une totale liberté. Si les diverses routes choisies n'ont cessé de converger, c'est librement. Que quelques-uns ne reconnaissent d'autre ligne de force à notre

recherche que celle qu'ils y ont apportée, est d'une cohérence interne irréprochable puisque, avec raison, ils énoncent parmi ces lignes de force : « faire construire à chaque élève les représentations des concepts qu'il juge selon lui le mieux ressentis ». Ce qui est valable pour les enfants ne le serait-il pas aussi pour leurs professeurs?

Articles publiés dans «Géométrie au 1er cycle» (2 tomes) Brochure A.P.M.E.P.

Tome 1:

- Ch. PEROL: Apprentissage des concepts spatiaux page 16 à 21.
- Ch PEROL: La position des O.P.C. sur l'axiomatique p 50 à 55.
- H. BAREIL: Un premier cycle pour qui? p 75 et 76.
- I. LIERAB: Oublieuse mémoire p 77 et 78.
- Ch. PEROL: La progression clermontoise p 86.
- H. BAREIL: Progression de Toulouse p 87.
- R. CREPIN: Géométrie en classe de 4e et 3e p 100 à 103.
- J.P. MOUNIELOU et LENOIR: Valoriser une activité géométrique en 6° et 5° p 123 et 124.
- H. BAREIL: Pour une redéfinition de l'enseignement des mathématiques pendant les formations de base p 140 à 147.
- G.H. CLOPEAU: A propos de géométrie: faire p 184 à 200.

Tome 2:

- D. BOISNARD, M.T. LECAM (Vannes) et D. CARRIOT (Clermont): Le papier peint (thèmes) p 157 à 164.
- R. GRAS: De l'expérience O.P.C. à la recherche sur programmes et évaluation par objectifs p 210 à 259.

Pour ma part (Ch. PEROL), j'annexerais volontiers à cette production l'article de P. GAGNAIRE: Quelques thèmes de géométrie pour le 1er cycle - p 277 à 325. Son auteur n'appartenait certes pas à nos équipes mais nous avons souvent puisé dans ses écrits et d'autre part, dans son dernier paragraphe, il se réfère à la pratique de l'équipe O.P.C. de Clermont.

L'O.P.C. ET LES PROGRAMMES DU 20 JUILLET 1978

Lors de notre première réunion à CLERMONT-FERRAND les 21 et 22 septembre 1973, nous définissions l'objectif de la recherche que nous entreprenions: "Préparer les matériaux nécessaires à l'aménagement des programmes de 4e et de 3e". Les enrichissements que le déroulement de la recherche nous a apportés ne nous ont pas fait oublier ce but et nous n'avons rien négligé pour faire connaître notre point de vue à tous ceux qui pouvaient influer sur de nouveaux programmes.

Les programmes changent. Leur nouveau libellé a été établi le 20 juillet et adopté par le C.E.G.T. le 17 septembre. Ces nouveaux programmes sont-ils ceux des O.P.C.? Non, absolument pas et pour de nombreuses raisons:

- l'O.P.C. n'était pas partie prenante de la réunion du 20 juillet,

- l'O.P.C. n'était pas monolithique et n'avait pas <u>un</u> programme à proposer,

- l'objectif et la vocation de l'O.P.C. n'étaient pas de faire un programme mais de "préparer des matériaux..."

Alors l'O.P.C. n'a-t-elle eu aucune influence sur les nouveaux programmes? Je crois que si et que cette influence a été importante et multiforme.

La direction des collèges, organisatrice de la réunion du 20 juillet, avait depuis 1975 décidé de patronner directement notre recherche (inscrite auparavant à l'I.N.R.D.P.). Chaque année nous l'avons tenue informée de nos travaux par un rapport de synthèse et chacune de nos équipes lui a adressé ses publications. Le conseiller scientifique du directeur suivait attentivement notre travail et était invité à chacune de nos réunions nationales.

MM. H. CARTAN et J. LERAY pour l'Académie des sciences et J. GIRAUD pour la section française de la C.I.E.M. (Commission internationale pour l'enseignement de la mathématique) avaient participé à notre dernière réunion nationale qui a eu lieu à ENGHIEN les 18 et 19 novembre 1977. Nous y avons exposé l'essentiel de nos travaux et de nos thèses.

L'un des deux représentants de l'A.P.M.E.P. à la réunion du 20 juillet, H. BAREIL, était bien entendu chargé de défendre les positions de l'Association, mais connaissait aussi très bien notre travail puisque luimême est membre d'une de nos équipes.

L'Inspection générale avait suivi depuis le début notre recherche, un ou deux de ses membres étaient en général présents à nos réunions natio-

nales. Cinq de ses membres, dont le doyen sortant, M. MAGNIER, et le nouveau doyen, M. RAMIS, avaient aussi participé à notre réunion d'ENGHIEN.

Certes, aucun des participants à la réunion du 20 juillet n'était notre porte-parole. Pourtant, la connaissance de l'existence et du sérieux de notre travail contribuait à renforcer l'assurance de ceux dont les thèses étaient voisines des nôtres, notamment en leur donnant en quelque sorte la caution de la pratique sur le terrain et elle était de nature à ébranler la conviction de l'Inspection générale qui défendait le point de vue opposé.

Ces nouveaux programmes donnent-ils alors satisfaction aux O.P.C.? Oui sur quelques points. En lançant notre recherche, nous appelions de nouveaux programmes. En voilà. Ils ont l'avantage, étant un nouveau changement, de permettre une nouvelle remise en cause. Celleci, contrairement à celle du début de la décennie, portera plus sur la didactique et la pédagogie que sur le contenu mathématique. S'il entrait dans les habitudes, comme la Commission LICHNEROWICZ l'avait prévu, que les programmes soient révisés tous les quatre ou cinq ans, ce serait là un important progrès. Ces nouveaux programmes seront une raison pour ceux qui le souhaitent de rompre avec la routine de l'exposé.

D'autre part, la lettre du programme dit que le professeur aura... "toute latitude de faire intervenir, dès que cela lui paraîtra opportun, les notions de distance, de cercle, de parallélogramme, d'orthogonalité qui ont été introduites jusque là de façon intuitive." Le professeur ne sera donc plus contraint de refuser, pour des raisons alors inavouables, ces notions dont l'élève ne pouvait pas comprendre pourquoi elles étaient bannies. Voyez, à ce sujet, la critique faite par l'Académie de l'axiomatique du milieu.

En accord avec nos thèses, aucune construction axiomatique n'est suggérée par des commentaires. Cela devrait laisser aux maîtres une véritable liberté. Je pense que beaucoup d'entre eux peuvent en profiter pour faire alterner des situations de pédagogie active variées, visant à développer non seulement la faculté de suivre l'enchaînement d'une démonstration mais aussi d'analyser, d'imaginer, de critiquer, de se poser et de résoudre des problèmes, etc.

Est-ce à dire que ces programmes sont satisfaisants ? Ils en sont très loin. Ils apparaissent de manière évidente comme des compromis entre les interlocuteurs du 20 juillet.

Pour ma part, je regrette l'absence en 4e des angles (avec le même statut que les distances) et de leur cortège: bissectrice, rotation, polygones réguliers, en particulier triangle équilatéral et carré. Loin d'être un alour-dissement, ces notions apporteraient en 4e une importante liberté. Par contre, je crains que l'inutile mention de R en 4e ne soit l'occasion de développements prétentieux et d'une perte de temps.

Je crains aussi que dans le programme de 3^e la rédaction : "Rapport de projection orthogonale, symétrie de ce rapport. Propriété de Pythagore..." n'induise obligatoirement une démonstration belle mais formelle du théorème de Pythagore.

Les critiques que je viens de faire peuvent paraître mineures. La révision périodique, dans quelques années, les ferait tomber en ajoutant quelques mots et en en supprimant quelques autres. Il n'en est pas de même de la critique fondamentale suivante: ces programmes restent écrits en seuls termes de contenu. Ils ne précisent ni les objectifs généraux, ni les types d'activité, ni les niveaux d'approfondissement à atteindre dans la maîtrise de chaque notion mentionnée. C'est la porte ouverte à toutes les surenchères. La crainte de paraître insuffisant (à qui?) née d'une défiance de soi et d'un manque de confiance dans le niveau de sa formation et de sa réflexion risque encore une fois de produire dans les livres d'abord et dans la pratique des classes ensuite les effets néfastes que nous avions vécus avec les actuels programmes.

Dès maintenant (26.12.78) les livres de 4° sont écrits. Ils ont été rédigés à la hâte, sans réflexion (quels délais permettaient cette réflexion?) par des équipes bousculées par des éditeurs dont l'objectif, lui, est très clair.

Quand ces lignes paraîtront, les maîtres seront placés devant leur première responsabilité: choix d'un manuel pour l'établissement. Lequel? Ou bien une décision de sortir, en équipe (si possible en liaison avec l'IREM), le matériel simple qui le remplacera. La démission serait inadmissible. Ce serait démissionner que de choisir un livre en se laissant impressionner par l'ambition de son propos. Le livre, surtout celui que le professeur ne comprend pas bien, ne saurait suppléer aux lacunes de la formation des maîtres. L'enseignant doit être à la fois responsable et modeste.

Les équipes O.P.C., elles, ne démissionnent pas. Mais, réduites à leurs seules forces, elles ne détiennent pas de solution. Les programmes sont toujours ce qu'en font ceux qui les enseignent.

Si vous pensez que le travail de l'O.P.C. peut vous aider, nos équipes sont à votre disposition. Ecrivez-leur dans leur IREM. Demandez-leur de vous communiquer du matériel, d'organiser des réunions, etc.

En nous mettant à contribution, vous aiderez la mise en œuvre des programmes du 20 juillet à se rapprocher de ce que nous voudrions qu'elle soit.

USAGE DES TRANSFORMATEURS ARTICULÉS

par l'équipe O.P.C. de Caen : Simone LEMPÉRIÈRE, Francis MESLET, Jacky COCHEPIN, Jean-Paul BENEDETTI

La présentation classique des programmes de 4° et de 3° (programme de 1972) prévoyait d'abord la géométrie de la droite puis la géométrie plane en dégageant à partir d'observations dans le plan physique (supposées faites en 6° et 5°) les axiomes d'incidence et l'axiome de Thalès. Cette présentation est bien sûr cohérente. Elle a l'inconvénient d'être accueillie passivement par les élèves. Ils font docilement les exercices répétitifs et ceux d'entre eux qui ont des difficultés au niveau des calculs vivent une situation d'échec dans laquelle ils s'installent.

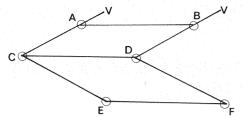
Le groupe O.P.C. de Caen soucieux, comme tous les groupes O.P.C., de trouver des activités dans lesquelles les élèves puissent construire eux-mêmes les outils mathématiques qui leur permettront d'aborder et de mieux comprendre les contenus des programmes, a profité de la dynamique qu'offre l'étude des transformations planes. Ce choix permet de travailler en géométrie plane dès le début de l'année scolaire, ce qui n'empêche pas de travailler parallèlement sur les nombres (en 4e, après N, Z, D, le groupe O.P.C. a choisi d'étudier Q.)

Dans une première séance les élèves découvrent les appareils. Ils sont par groupes de quatre. L'activité est totale pour chaque élève car la différence entre le bon et le mauvais en mathématiques disparaît bien souvent dans ce type d'activités. Quelquefois, on note même des renversements de tendance bien rassurants pour qui recherche des solutions au problème du soutien.

Les premières explications sont très brèves; les voici: « Repérez les pointes traçantes et les points fixes. Les pointes traçantes doivent être libres sur toute une région du plan. On peut ainsi décrire une figure quelconque. »

C'est par tâtonnements et par élimination des situations absurdes que les élèves trouvent quelles sont les articulations qu'il est possible d'immobiliser en donnant la liberté aux pointes traçantes de parcourir toute une région du plan.

A titre d'exemple voici un travail d'un groupe de 4° sur un appareil qu'ils appelleront plus tard un "translateur".



Si on immobilise A et D ou B et C alors les pointes traçantes sont immobilisées.

Si on immobilise A et B ou C et D on peut seulement tracer des cercles de centres A et B ou C et D et la barre EF

ne sert plus à rien. Si on immobilise C et F ou D et E, on immobilise le parallélogramme CDEF et alors on refait des cercles de centres C et D. Les points fixes possibles avec les données du début sont E et F.

Cette phase de tâtonnements n'excède pas une heure de manipulations pour les six appareils que nous appellerons plus tard "translateur, homothétiseur, symétriseur central, symétriseur axial, inverseur et rotateur" et que nous présenterons schématiquement page 13.

Pour la deuxième séance les données sont plus précises : « A l'aide de chaque appareil, cherchez l'image d'une droite et d'un motif simple. Après cela précisez les images de trois points imposés. Observez les figures tracées et faites un schéma de l'appareil traceur. »

Ces séances donnent au professeur la possibilité d'observer l'activité des groupes et ses interventions au niveau de chaque groupe rendent inutile un travail de synthèse au niveau de la classe.. On complète par l'utilisation du papier calque ces manipulations.

Translateur: après avoir décalqué le motif objet, les élèves font glisser la feuille suivant un "modèle" acquis en technologie et constatent que le motif image est superposable au motif objet.

Symétriseur central : le même geste aboutit à un échec et il faut plusieurs essais infructueux pour arriver au demi-tour autour du point fixe.

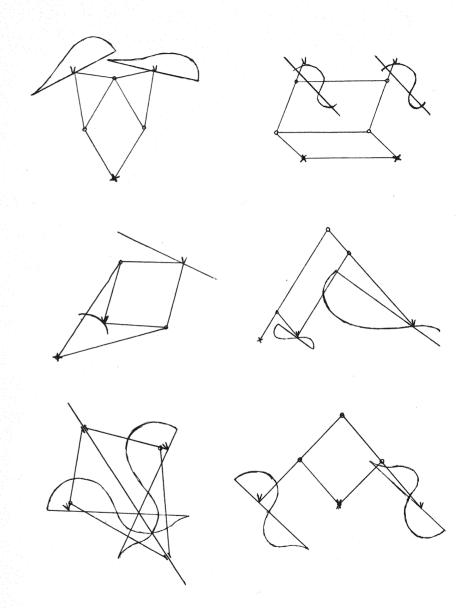
Symétriseur orthogonal : le pliage a été très vite perçu. C'est un réinvestissement de travaux en dessin d'art en 6e et 5e.

Rotateur : il paraît honnête de dire que l'aide du professeur est utile voire indispensable pour trouver comment passer de la figure objet à la figure image.

Homothétiseur: les élèves perçoivent "l'agrandissement" et aussi l'aspect "homothétie positive ou négative" en faisant tourner le calque.

A titre d'exemples, voici les deux fiches de synthèse et les conclusions à ce niveau, d'un des groupes d'une classe O.P.C.

Travaux d'élèves



NON DILATATEURS

Le rotateur

- _ Les dimensions sont conservées.
- _Glr'y a par parallélisme. _Gly a une rotation.

Le translateur.

- Les dimensions sont conservées.
- Il rea parallélisme.
- _ Li l'on fait glisser la figure objet parallèlement à la droite joignant les points fixes, on obtient la figure image.

L'inverseur.

_ Il n'y a pas parallélisme. une droite.

L'homothétiseur.

- _ Ily a parallelisme. Les dimensions ne sont pas conservées _ La figure image est tournée de
- 180° par rapport à la figure objet.

Le symétriseur axial.

- _Il n'y a par parallélisme.
- Lly a eu un retournement de la figure objet par rapport à l'axe de l'appareil.

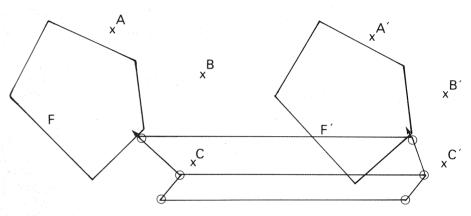
Le symétriseur central

- _Il y a parallélisme.
- La higure image est tournée de "par rapport à la figure

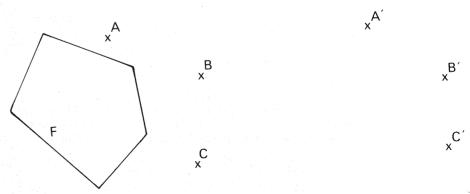
Dans les séances ultérieures chaque groupe reçoit du papier calque sur lequel les élèves prennent l'empreinte du motif objet, de trois points imposés A, B, C, et de leurs images A', B', C' obtenues au moyen de l'appareil.

On demande aux élèves de trouver un procédé de construction pour obtenir l'image du motif objet sans utiliser l'appareil (Les données sont volontairement surabondantes).

Exemple: le translateur; sur une feuille de papier on donne la figure F et les points A, B, C et on construit la figure image F' et A', B', C' à l'aide du translateur.



Sur le papier calque on prend l'empreinte de F, A, B, C, A', B' et C'.



A partir de là, les élèves doivent sur ce calque, à l'aide des instruments classiques de dessin, construire la figure F'. Ils vérifient ensuite la validité de la construction à l'aide de l'appareil ou par superposition avec papier calque.

Cette phase n'est pas sans faire naître des conflits fructueux entre la simulation graphique d'un essai de l'appareil et son propre fonctionnement. Mais ces conflits sont moins ressentis comme l'échec face au professeur que comme une inadéquation entre l'appareil et la conception que l'élève s'en fait. Le film "reflets et tâches" de Danielle BOISNARD et Régis GRAS, de l'IREM de Rennes, rend bien compte d'une telle inadéquation lorsque des élèves veulent simuler le symétriseur axial alors qu'ils ont oublié de prendre en compte l'orthogonalité. L'appareil confronté à la réalisation des élèves s'obstine à démentir leurs présupposés. Revenons aux opérations exécutées par les élèves à l'aide des calques.

Pour la translation: la réaction des élèves est immédiate: "Pour obtenir l'image M' de M, je trace la parallèle aux droites (AA'), (BB'), (CC'), passant par M et je reporte sur la droite à partir de M la distance MM' égale à AA', BB' et CC'.

Les élèves remarquent alors que la translation est entièrement déterminée par la donnée du bipoint (A, A') mais ne songent pas à utiliser la propriété (A'M')//(AM) pour obtenir M'. (Il est vrai que le procédé (MM')//(AA') et MM' = AA' est rapide et efficace)

Pour l'homothétie : les élèves manifestent de l'embarras et réclament le droit de décalquer le point fixe. Cette faveur leur étant accordée, ils mesurent OA, OA', OB, OB', OC, OC' et cherchent à quelle distance de O il faut placer M' sur (OM). Si l'homothétie est une symétrie centrale il n'y a pas de difficulté. Pour les autres homothéties, les élèves perçoivent un "agrandissement" constant mais, le rapport d'homothétie n'étant pas un nombre entier, il leur faut trouver un procédé graphique. C'est alors qu'ils songent à utiliser le parallélisme. Ils vérifient avec règle et équerre les propriétés : (AB)//(A'B'), (AC)//(A'C'), (BC)//(B'C'). Ils constatent que C' peut être obtenu au moyen de (C'A')//(CA) et (C'B')//(CB). Ils en déduisent un procédé pour construire la figure image F' de la figure F. A ce moment-là, ils conviennent que la donnée du point fixe n'était pas indispensable et même que A, B, A', B' suffisaient.

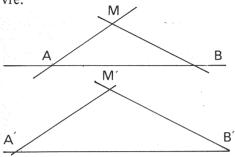
Pour la symétrie axiale: les élèves pensent au pliage et utilisent l'orthogonalité et des considérations de longueurs. Dans la rotation ils remarquent l'aspect isométrie (Ces activités seront reprises en 3° et conduisent à la notion d'angle). L'inversion est un sujet d'étonnement, voire de suspicion (A priori l'image d'une droite doit être une droite!!!).

Cette transformation est intervenue au niveau de la manipulation de l'appareil mais n'a pas donné lieu à des travaux ultérieurs et pour cause! Elle a permis de faire sentir la nécessité de retenir comme caractéristique d'une classe de transformations (transformations affines) la propriété qu'une droite a pour image une droite. Cette propriété est naïve et semble superflue sans le contre-exemple de l'inversion.

A partir de tous ces travaux les élèves se rendent compte que pour les trois transformations, translation, symétrie centrale, homothétie, on peut, en utilisant le parallélisme, se passer de données de longueurs.

Dans cet itinéraire, les élèves ont eu de nombreuses occasions de raisonner et de rédiger leurs explications même si les axiomes et les théorèmes d'appui étaient essentiellement des théorèmes en actes.

Les constructions au traceur de parallèles et aux divers instruments de dessin, au fur et à mesure qu'elles se compliquent, amènent l'élève à un effort de justification et de rédaction, sans lequel il ne peut plus poursuivre.



Exemples: ①construction de l'image d'un point dans la dilatation définie par les bipoints (A, A') et (B, B'). Le texte exigé est le suivant : la droite (A'M') "image" de (AM) est parallèle à la droite (AM). Donc: je trace la droite parallèle à (AM) passant par A'. La droite (B'M')

"image" de (BM) est parallèle à la droite (BM). *Donc*: je trace la droite parallèle à (BM) passant par B'.

Le point M' est le point d'intersection des deux droites tracées. Les élèves sont amenés à différencier : la description de la construction d'une part et la justification de la construction d'autre part.

②Si la construction précédente ne leur pose pas trop de problèmes, les élèves éprouvent plus de difficultés si on leur demande de construire l'image de M' dans la même dilatation. Le petit texte écrit précédemment se révèle nécessaire. Les droites objets sont maintenant (AM') et (BM').

3 Autres exemples: construire l'antécédent de M? l'image de A'? l'image A'' de A'?...

Ces efforts de rédaction et de justification aideront l'élève plus tard dans la notion de démonstration où il faudra évidemment justifier.

En troisième, les appareils sont repris au début de l'année. Les élèves doivent les classer d'après les propriétés des transformations (dilatations ou isométries). Le symétriseur axial est alors privilégié pour l'étude de l'orthogonalité et le support du pliage. Vous trouverez page 18 une fiche proposée aux élèves pour faire ces classifications

L'activité dont ont fait preuve les élèves face à cette méthode de travail nous a convaincus de l'intérêt de poursuivre notre effort dans cette manière d'enseigner.

Les élèves qui se percevaient comme faibles en mathématiques ont eu la satisfaction d'apporter leur contribution au travail du groupe. Ils ont trouvé des appuis utiles en réalisant au niveau des constructions ce que certains de leurs camarades pouvaient concevoir par un raisonnement plus abstrait.

Classification des appareils

points invariants						
		-				,
le parallélisme est conservé						
l'image d'une l'image d'une le parallélisme l'écartement droite est une droite est une droite parallèle conservé conservé	,ì			·		
l'image d'une droite est une droite						
schéma de l'appareil						
Appareil	Translateur	Inverseur	Symétriseur central	Homothétiseur	Symétriseur axial	Rotateur

Quelle colonne du tableau permet d'identifier les dilatateurs?

compas est qe Définition: on appelle isométrie toute transformation dans laquelle l'écartement

conservé.

LA CONTINUITÉ DANS L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE A TRAVERS UNE EXPÉRIENCE O.P.C....

I — CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES

«La pédagogie nouvelle de la mathématique demande que les notions soient construites dans un ordre cohérent. Elle proclame son unité depuis le jardin d'enfants jusqu'à l'Université. Elle refuse la coexistence d'une "mathématique pour les petits" et d'une "mathématique pour les grands". Bien entendu selon les âges, elle reconnaît les niveaux différents du langage, de l'expérimentation, de l'abstraction et demande que l'on utilise pour chacun le vocabulaire adéquat. Elle s'assigne pour but la formation d'un individu intellectuellement autonome et non la fabrication en série de machines à calculer vivantes. »

(Mathématique moderne, langage du futur - VAN HOUT.)

Nous avons eu la chance en France, pendant quelques années, d'avoir une commission ministérielle chargée de l'étude et aussi de l'expérimentation de futurs programmes de mathématiques de l'école élémentaire et de l'école secondaire (1er et 2e cycles). Elle avait pris en charge aussi la formation des maîtres mais malheureusement, malgré le désir profond du Président LICHNEROWICZ et de la majorité des membres, la commission a cessé d'exister avant d'avoir mené à bien cette tâche. Cette commission n'a pas toujours réussi dans ses entreprises, les difficultés rencontrées pour la géométrie en 4e en sont le témoin; mais depuis sa disparition, l'ensemble des professeurs de mathématiques souhaite la création d'une commission de réflexion sur l'enseignement mathématique et la formation des maîtres. Malgré ses défauts, nous préférons l'existence d'une Commission, où tous les ordres d'enseignants seraient présents, plutôt que la non existence qui nous met en présence de nouveaux programmes de mathématique non préalablement expérimentés.

Le travail de la commission LICHNEROWICZ a permis une réorganisation de l'enseignement mathématique, au premier cycle en particulier. Peut-être a-t-on eu tort de passer directement d'un enseignement confus et formel à un enseignement très organisé autour d'axiomes, discutables parfois, et surtout trop contraignants, n'affirmant qu'une voie à la déduction mathématique. On aurait souhaité la mise en œuvre de plusieurs annexes axiomatiques pour la géométrie de 4° - 3° afin de laisser

plus de liberté au professeur. La circulaire du 19 février 1973 permettait de nombreux aménagements qui ne se sont pas manifestés suffisamment dans les manuels.

Notre groupe O.P.C. a essayé de s'inspirer autant que possible des considérations générales de cette circulaire et d'organiser l'enseignement en s'inspirant des indications du tableau deux colonnes.

ANNEXE à la circulaire du 19 février 1973

1. — Réflexions sur l'enseignement en quatrième et en troisième

Le programme se prête à un exposé linéaire, solide et rigoureux; mais un tel exposé ne saurait être apprécié par la plupart des élèves de quatrième et de troisième. Un enseignement adapté aux élèves doit considérer les possibilités concrètes de la classe, tenir compte de la diversité probable des orientations ultérieures et promouvoir le goût des élèves pour les activités mathématiques. Une mauvaise assimilation des concepts et des démarches de base risque de provoquer des blocages irréversibles, qui n'apparaîtraient que plus tard. Il importe donc de progresser avec beaucoup de prudence, de patience, d'attention aux élèves.

On pourra s'inspirer des considérations suivantes:

- 1. Il convient de consacrer suffisamment de temps à l'introduction d'une notion nouvelle, souvent par des approches successives dont certaines peuvent se référer à des points distincts du programme. En géométrie, une expérimentation préalable se révèle nécessaire.
- 2. Les diverses étapes dans l'acquisition (stade descriptif, perception du concept, formalisation et usage) seront bien marquées.
- 3. On se gardera le plus souvent d'épuiser un sujet au moment où on le rencontre pour la première fois.
- 4. La formation à l'observation, à l'analyse, à la recherche puis à l'abstraction et au raisonnement importe plus qu'une acquisition plus ou moins mécanique de connaissances. Il est plus difficile de former ainsi des esprits que de se borner à transmettre un contenu mathématique; il convient donc de subordonner cette transmission à la tâche essentielle de formation; mais, bien entendu, toute formation suppose un minimum de connaissances solides.

C'est pourquoi le professeur n'hésitera pas à admettre, chaque fois que cela est utile, des énoncés qui pourraient, en fait, être démontrés; il en fera comprendre le sens à partir de considérations intuitives ou inductives. Il ménagera d'autre part, dans l'étude du programme, des séquences de déductions bien construites, à partir d'énoncés explicitement admis.

5. Il importe:

— de maintenir et d'enrichir la pratique du calcul numérique, de familiariser avec l'usage des tables;

- de préparer aux techniques utiles aux autres disciplines;
- de savoir poser et résoudre des problèmes (l'usage d'un théorème peut être plus formateur que sa démonstration explicite);
- d'utiliser, pour l'analyse d'une situation, des dessins géométriques;
- d'user d'un langage mathématique aussi précis et simple que possible.

2. — Tableau

Dans le tableau présenté ci-dessous,

- la colonne de droite contient, sous le titre « acquisitions nécessaires » les notions du programme de chaque classe (et éventuellement des classes antérieures) que tout professeur de la classe suivante devrait, au début de l'année scolaire, voir connues de ses élèves;
- la colonne de gauche indique certaines activités importantes et certains points de méthode, en regard des diverses rubriques de la colonne de droite.

Ces deux colonnes, destinées à être confrontées par les professeurs, ne sauraient être dissociées.

Tout professeur enseignant en quatrième ou en troisième organise sa réflexion à partir de la lecture des programmes, des annexes et des commentaires. Il convient de souligner que ces derniers sont à l'usage exclusif des professeurs. Le tableau précité est destiné à aider le professeur dans ses choix essentiels.

D'après les textes en vigueur, le programme de la classe de troisième est aussi le programme du B.E.P.C.; il va de soi que les rubriques de la colonne de droite du tableau de troisième et leurs conséquences immédiates sont l'objet central des épreuves du B.E.P.C.

Une observation analogue s'applique respectivement aux examens d'entrée en troisième (tableau de quatrième) et en seconde (tableau de troisième) ainsi qu'au concours d'entrée à l'Ecole normale, chacun selon sa finalité.

ACTIVITÉS IMPORTANTES et POINTS DE MÉTHODE

Familiarisation avec D et R: calcul sur les puissances de dix à exposant dans Z: recherche, sur des exemples, d'une écriture décimale approchée de l'inverse d'un élément de D. Distinction entre les intervalles dans Z, dans D et dans R.

Apprendre à justifier les étapes des calculs dans Z ou D par les propriétés de structure de Z ou D.

Mise en place progressive d'un procédé systématique de résolution d'équations et d'inéquations.

Pour les inéquations, on utilisera la compatibilité des opérations avec l'ordre : comportement à l'égard de l'ordre des applications numériques déduites de l'addition et de la multiplication.

Observation de situations mathématiques présentant des analogies.

Notion de groupe.

Distinction entre l'ensemble des points et Droite munie d'un repère; abscisse d'un l'ensemble numérique avec lequel il est en bijection; traduction du language géométrique en langage numérique, et réciproque ment.

Apprendre à réaliser un dessin illustrant des relations mathématiques données et, réciproquement, apprendre à traduire et à exploiter les informations mathématiques relatives à un dessin.

ACQUISITIONS NÉCESSAIRES

Pratique du calcul dans Z et dans D.

Début de familiarisation avec le calcul dans

Usage de la valeur absolue,

Equations et inéquations du premier degré à une inconnue réelle (on choisira des coefficients numériques simples et on ne fera pas de théorie générale à ce niveau).

Expression des axiomes de groupe.

Calculs approchés sur les réels: utilisation des puissances de dix.

Exercices de calcul sur les polynômes; produits: $(x + a)^2$, $(x - a)^2$, (x + a)(x - a)

point, recherche de milieux et de distances; changement de repère.

Usage de l'énoncé de Thalès.

Vecteurs du plan, groupe additif.

Plan muni d'un repère, coordonnées d'un point.

Construction et analyse de dessins utilisant le parallélisme, les translations, la symétrie centrale, les projections.

ACTIVITÉS IMPORTANTES et POINTS DE MÉTHODE

ACQUISITIONS NÉCESSAIRES

Apprendre à justifier les étapes des calculs dans Z, D, R, O par les propriétés de structure de Z, D, R, O.

Pratique du calcul dans R et dans O. Usage de la valeur absolue.

Exercices simples sur les racines carrées.

Usage des tables; calculs approchés; utilisation des puissances de dix.

Calcul de valeurs de fonctions polynômes et de fonctions rationnelles.

Pratique de représentations graphiques de fonctions affines, ou affines par intervalles.

Représentation graphique des équations et inéquations à une ou deux inconnues réel-

Eauations et inéauations du premier degré à une ou deux inconnues réelles (on choisira des coefficients numériques simples et on ne fera pas de théorie générale à ce niveau).

Pratique de l'addition des vecteurs du plan, de leur multiplication par un réel, des combinaisons linéaires de deux vecteurs.

Orthogonalité: énoncé de Pythagore.

Plan rapporté à un repère orthonormé, calcul de la distance de deux points.

Translation, symétrie centrale, symétrie orthogonale: ce sont des isométries particulières.

Le cercle et ses symétries.

Usage des formules trigonométriques et des tables sur le demi-cercle et dans le triangle rectangle.

Apprendre à réaliser un dessin illustrant des relations mathématiques données et, réciproquement, apprendre à traduire et à exploiter les informations mathématiques relatives à un dessin.

Usage du rapport de projection orthogonale d'un axe sur un axe; usage de tables trigonométriaues.

Construction et analyse de dessins utilisant le parallélisme, l'orthogonalité, les distances, les symétries, les projections, les tables trigonométriques; usage de la règle, du compas, de l'équerre...

A l'intérieur des équipes O.P.C., nous avons pris une orientation un peu différente des autres équipes, tout en mettant l'accent beaucoup plus sur les méthodes d'enseignement que sur les contenus, à l'aide d'activités proposées aux enfants sur des fiches de travail. Nous avons eu le souci de construire les notions dans un ordre cohérent à partir des notions familières aux enfants.

Bien que l'expérimentation O.P.C. ait été lancée, lors de la dernière réunion de la Commission LICHNEROWICZ, pour l'enseignement de la géométrie en quatrième et troisième, nous avons étendu l'expérimentation à l'enseignement mathématique en quatrième - troisième et puis, peu à peu, à l'enseignement mathématique au premier cycle.

Comme dans toutes les équipes O.P.C., nous avons voulu que l'enfant soit acteur, dans la construction des notions mathématiques, et non pas seulement imitateur, voire spectateur inerte. Avant les programmes de 1971, l'enseignement mathématique était très "saucissonné": arithmétique, algèbre, géométrie ne se mélangeaient pas. Les programmes de 1971 ont eu l'avantage, pendant 7 ans, de démontrer aux élèves l'unité de la formation mathématique, que la déduction n'était pas l'apanage de la géométrie, que l'intuition n'était pas l'apanage de l'arithmétique, mais que intuition, déduction, induction, raisonnement participaient en même temps à la construction de toutes les notions mathématiques. Les programmes de 1978 vont-ils sauvegarder cette unité dans la formation des enfants?

L'originalité des travaux de notre équipe, si originalité il y a, c'est d'entreprendre des activités de géométrie dès le début de l'année de quatrième et de ne pas dissocier ces activités du domaine numérique qui nous apparaît être le plus familier aux enfants.

Essayons de justifier ci-dessous nos options fondamentales qui visaient à une formation globale de l'enfant tout en ne négligeant pas les aspects manipulatoires, et en essayant de favoriser le réinvestissement dans des situations de l'environnement de tous les jours.

II — A PROPOS DE LA CONTINUITÉ DE L'ENSEIGNEMENT MATHÉMATIQUE

De la maternelle à la faculté, l'objet de l'enseignement mathématique est de créer un outil utile et efficace pour la résolution des problèmes variés qui se posent aux individus tout au long de leur vie.

Pour ce faire, l'enseignement s'oriente dans deux directions complémentaires : affiner l'outil mathématique et vérifier le bien-fondé de cet affinage dans des applications liées au monde extérieur (applications dans les domaines des diverses sciences physiques et humaines en particulier). Ces confrontations constantes de la mathématique et du réel permettent à chaque instant un progrès dans la découverte mathématique et une augmentation du pouvoir de l'homme sur son environnement. Les dernières réalisations technologiques en sont la preuve patente.

Pour enseigner d'une manière cohérente, il me semble nécessaire de savoir discerner à chaque instant les deux voies de cet enseignement, et ceci dès les premiers pas en mathématiques. Examinons les hypothèses de travail en ce qui concerne spécialement les nombres.

Le réel se présente à nous sous deux formes, le "discontinu" et le "continu". Mettons ces mots entre guillemets afin d'en souligner la complexité naturelle, avant d'en retrouver aussi exactement que possible le sens arithmétique.

Dès que nous sommes en présence d'une situation, nous la mettons en relation avec une situation vécue par nous antérieurement; notre première action est d'essayer de lui appliquer le même traitement, pour utiliser le langage de l'informatique. Ainsi naissent la relation d'équivalence et les idées d'application. La mise en correspondance des situations nous amène tout naturellement à la notion de correspondance d'objet à objet, de personne à personne..., de terme à terme, en donnant à ce dernier mot un sens aussi général que possible. Plusieurs situations comparables sont analysées avec le même outil mathématique. Dans l'histoire des peuples, le premier outil est l'ensemble N avec sa structure (N, +, x). Il faut comprendre qu'il existe une application d'un certain "ensemble de situations" dans l'ensemble N; les éléments de N sont des mesures pour ces situations. N permet l'analyse du "discontinu", il est le modèle de ce que les mathématiciens appellent le dénombrable. Cette origine de N justifie l'appellation "ensemble de naturels".

Mais quel est l'outil mathématique qui a prise sur le "continu"?

L'existence de cet ensemble a été admise et l'on a supposé que la structure de cet ensemble était comparable à celle de (N, +, x) ce qui a conduit à structurer le "continu" à l'aide de la "droite numérique" dont on peut étudier une image réelle (dite interprétation géométrique), puis du "plan complexe" qui permet d'ailleurs une meilleure approche du "continu" (en ce qui concerne en particulier les notions angulaires). Si les éléments de $\bf N$ sont des mesures d'ensembles formés d'objets distincts, les éléments de $\bf R$ (ensemble des "réels positifs") mesurent d'abord des "segments de droite" puisque l'on associe $\bf R$ à la droite numérique. Le rôle du mathématicien a été, au cours des âges, de créer d'abord à partir de $\bf N$ des ensembles de nombres dont les structures sont de plus en plus proches de celle que l'on impose à $\bf R$.

Revenons à une droite $\mathfrak D$ dont l'image physique est donnée par le trait tracé à l'aide d'une règle. $\mathfrak D$ est un ensemble de points, on établit une bijection entre certains points de $\mathfrak D$ et les éléments de $\mathbb N$ de telle sorte que la structure de l'ensemble des points sur $\mathbb D$ soit homomorphe de la structure $(\mathbb N, \leq)$. On peut en donner une interprétation graphique comme suit :



On gradue ainsi la droite. Si nous regardons attentivement, dès maintenant sur D, on construit simultanément le "discontinu": l'ensemble des points codés 0, 1, 2... et le "continu": les "segments" limités par ces points.

Dans l'enseignement nous trouvons les deux aspects:

- 1 élaboration par la pensée de modèles liés au "discontinu", modèles qui s'imbriquent les uns dans les autres (ci-dessus les fondations de l'édifice sont représentées par N et sa structure).
 - 2 application dans les divers domaines matériels et humains.

III — LES RÉALISATIONS EN QUATRIÈME ET TROISIÈME

Dans les établissements où nous avons fait les expériences dès les classes de sixième et cinquième, les enfants étaient familiarisés autant que possible avec l'usage de certains instruments: règle, équerre, compas, quadrillages (nœuds ou traits) et avec les diverses écritures: numération, écritures additives, soustractives, multiplicatives, exponentielles et nombres naturels d'abord, avec extension peu à peu aux relatifs et décimaux.

Les enfants avaient codé des déplacements sur quadrillage. Malheureusement, nous n'avons pas toujours pu aller aussi loin que nous l'aurions souhaité, faute de temps, et nous étions obligés de reprendre cet aspect manipulatoire au début de la classe de quatrième.

Dans ce fascicule vous trouverez toutes les intentions, ainsi que les objectifs visés par l'expérimentation O.P.C.; nous nous bornerons à indiquer ici comme nous avons fait vivre dans nos classes la cohérence de la construction mathématique autour de la structure \mathbb{R}^2 .

Les enfants connaissent N et Z et des éléments de D sans bien connaître la structure de ce dernier ensemble. A partir d'un quadrillage-point P, nous familiarisons les élèves avec les notions de repère, coordonnées, repérages de points dans des quadrillages codés avec $Z \times Z$, puis $D \times D$ par l'usage de papier millimétré.

Les points du quadrillage P sont mis en correspondance avec les éléments de $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ pour atteindre les notions de bi-point, de bi-points équivalents, de translation. Ces exercices débouchant sur l'utilisation de translateur, puis de symétriseur et pantographe.

Pendant le même temps, les notions d'équivalence et d'ensemblequotient (le mot n'est jamais utilisé) sont réinvesties dans les ensembles de nombres et permettent la compréhension de la construction de \mathbf{Z} à partir de $\mathbf{N} \times \mathbf{N}$, puis de \mathbf{Q} à partir de $\mathbf{Z} \times \mathbf{Z}$. Le décimal est pour nos élèves un rationnel qui peut s'écrire sous la forme a \times 10° (a \in \mathbf{Z} , p \in \mathbf{Z}). Tout ceci paraît théorique, mais en fait nous ne faisons que des manipulations d'écritures de nombres et des manipulations sur quadrillage.

Par exemple, l'aspect illimité de la droite est aperçu dans les manipulations de nombres en itérant une translation dans P avec des points que l'on peut nommer par leurs coordonnées seulement, mais qui ne peuvent pas être tracés sur le quadrillage de la feuille.

Le matériau numérique étant disponible, nous passons du quadrillage P au plan, en manipulant d'abord les instruments de dessin sur feuille blanche. On admet dans ce cas que les points du plan sont en correspondance avec les éléments de $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$; c'est-à-dire que, le repère (O, I, J) étant choisi, il existe une bijection de l'ensemble des points du plan dans l'ensemble $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$. Ce qui avait été vécu avec P est généralisé au plan, et l'analyse conduit à la définition d'un nouvel ensemble V de vecteurs. Chaque vecteur est défini par un couple de composantes, éléments de $\mathbf{R} \times \mathbf{R}$.

Les enfants disposent maintenant du plan (ensemble de points) et du plan vectoriel. Le plan associé au plan vectoriel est celui sur lequel seront faits les dessins géométriques, la structure vectorielle facilitera les écritures pour les calculs. L'usage sur feuille blanche du translateur, du symétriseur, du pantographe concrétise la structure mise en place.

A la fin de la classe de quatrième, les élèves utilisent la somme des vecteurs, la composition des translations (avec les dessins en illustration) et dans le plan pointé, le parallélogramme et ses propriétés caractéristiques.

Une synthèse sur la notion de groupe est faite à partir de nombreux exemples rencontrés tout au long de l'année.

Toutes ces notions sont revues en troisième, et l'on met en place les propriétés de la structure vectorielle en ajoutant le produit d'un vecteur par un réel. Dans le plan associé au plan vectoriel on démontre les relations d'incidence. Les représentations graphiques de fonctions linéaires et affines et les propriétés de la droite plongée dans le plan sont approfondies. Le théorème de Thalès est démontré.

Quant à la géométrie métrique, elle est présentée avec la notion de la relation dans $\mathbf{R} \times \mathbf{R} : xx' + yy' = 0$ avec un repère orthonormé. La justification du choix de ce repère orthonormé pour la géométrie métrique sera faite avec l'usage de l'équerre dans des dessins sur quadrillages orthonormés, obliques ou non régulièrement gradués.

De cette notion on déduit facilement Pythagore et l'on présente rapidement la trigonométrie (associée à l'usage du rapporteur et des tables).

La notion de distance a été présentée dès le début par la norme d'un vecteur, les calculs s'appuyant sur la relation de Pythagore.

Ensuite on s'intéresse aux isométries; le calcul vectoriel facilitant souvent l'expression des démonstrations sans que l'on néglige dans le même temps les dessins illustrant les transformations étudiées dans le plan.

P.S.: Lors de sa venue à LIMOGES, Régis GRAS a fait état des bons résultats de nos élèves des classes expérimentales en géométrie.

Effectivement, les élèves réputés moyens nous ont agréablement surpris ; quant aux élèves plus faibles, ils ont consolidé leurs aptitudes en calcul numérique.

5

Henri BAREIL (O.P.C. TOULOUSE)

UNE ÉQUIPE O.P.C. ET L'AXIOMATIQUE

I. Orientations générales initiales

Par rapport à la démarche officiellement préconisée en 1971-72 pour les classes de 4^e-3^e, les fondateurs d'O.P.C. entendaient, sur certains points, se situer autrement :

1. Objectif principaux:

Ces animateurs d'O.P.C. souhaitaient :

- fonder davantage l'enseignement de la géométrie sur l'activité des élèves (cela supposait un souci de motivation et un appel accru aux démarches expérimentales);
- s'intéresser ainsi prioritairement, non à l'édification d'une mathématique, mais au développement (en ce qui concerne les mathématiques notamment!) des diverses capacités des élèves, de tous les élèves.

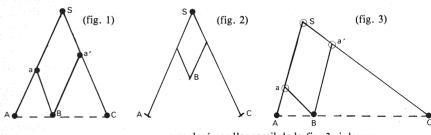
2. Méthodes:

Il apparaissait nécessaire à la plupart d'entre nous :

— de se préoccuper du fonctionnement des concepts plus que de leur introduction théorique, en multipliant les exercices de tous niveaux et de toutes catégories ainsi que les problèmes (au plein sens du terme).

Par exemple, l'étude sur l'homothétie était associée à divers problèmes d'utilisation d'un pantographe :

- normalement réglé avec A ou B ou C fixes (fig. 1),
- normalement construit, mais avec A et B (ou A et C) qui décrivent respectivement deux droites données, et le cas où, de plus, la direction de (AB) est donnée,
- anormalement réglé (fig 2):



- remplacé par l'appareil de la fig. 3 ci-dessus.

— d'insister sur l'attitude de recherche et ses méthodes (expérimenter, conjecturer, mettre les conjectures à l'épreuve...).

Cela ne vaut évidemment que s'il y a vraiment problème : c'est notamment le cas des correspondances entre points variables et, donc, de l'étude ou de l'utilisation des diverses transformations.

— de permettre une plus grande initiative des élèves et de susciter leur intérêt en leur proposant, dès le départ, des situations "riches". Cela entraînait le refus de la dichotomie "affine en 4° - métrique en 3°". De même que le parallélisme, la distance (dans le plan), l'orthogonalité et les angles étaient alors introduits dès les débuts de la quatrième.

Cela permettait, par exemple:

- a) l'exploitation des démarches expérimentales les plus simples (déplacement d'un calque par pivotement autour d'un point, retournement autour d'une droite, glissement...),
- b) corrélativement, l'intervention immédiate de la notion pratique de milieu, des symétries (et de la médiatrice), ainsi qu'une compréhension fonctionnelle de la translation et de l'homothétie.
- c) une continuité avec les classes de 6e-5e quant aux figuresclés (rectangle ou cercle par exemple) sans être obligé de les amputer de leurs propriétés les plus familières (rectangle) ou de les ignorer (cercle),

d) la multiplication, dès les débuts de la classe de 4°, de vrais "problèmes".

— de doter les élèves du plus grand nombre d'outils possible en insistant sur les relations entre ces outils.

De là un effort accru pour lier activités numériques et activités géométriques, pour faire intervenir rapidement vectoriel et analytique aux côtés de la géométrie "pure" classique.

Pour beaucoup d'entre nous, l'introduction, très vite, de la relation de Pythagore répondait à ce souci. Elle donne en effet immédiatement la traduction analytique de la distance puis, très rapidement, celle de l'orthogonalité de deux vecteurs.

3. Et l'axiomatique?

Parmi les outils voulus dès le départ figuraient d'abord les propriétés de base, considérées comme évidentes à l'issue d'études expérimentales soignées, choisies SANS LIMITATION DE NOMBRE ET SANS HIÉRARCHIE ENTRE ELLES.

Nous nous refusions en effet:

— à classer et à hiérarchiser des propriétés d'égale évidence en "axiomes", d'une part, et "propriétés déductibles mais non démontrées pour alléger", d'autre part.

Ainsi, par exemple, pour la transitivité du parallélisme et l'énoncé d'Euclide, ou pour la conservation de la distance et celle de l'alignement, dans la symétrie orthogonale.

... par exemple, en symétrie orthogonale, pour la démonstration de la conservation de la distance à l'aide de la relation de Pythagore.

4. Et les démonstrations?

Ces prises de position entraînaient corrélativement, pour la plupart d'entre nous, en ce qui concerne les démonstrations :

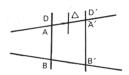
— une exigence renouvelée de motivation.

Cela conduisait à bien distinguer conjecture et démonstration, à multiplier les activités de mise en garde (par exemple les applications qui ne conservent pas l'alignement...), à susciter de nombreux exemples de prise en défaut de conjectures pourtant fort plausibles ou d'évidences.

Cf. par exemple, les textes correspondants (repris d'O.P.C.-Toulouse) dans les brochures A.P.M.E.P. Géométrie premier cycle, tome 1, ou Activités mathématiques en 4º-3º, tome 1.

— le refus d'un purisme artificiellement injecté aux élèves :

Toute activité mathématique exige-t-elle, pour être valide, que tout pré-supposé soit explicité et pris comme axiome ou démontré ?



Par exemple (fig. ci-contre), avec △//D//D', faut-il expliciter comme axiome, ou démontrer le fait que, si △ coupe le segment [AA'], △ coupe aussi le segment [BB']?

Ma réponse est "non". Je me garderai bien de me substituer à l'élève lorsqu'aucune problématique ne l'a conduit à se poser réellement de questions. A quoi pourrait servir d'en faire un chien savant d'une rigueur que rien, à son niveau, n'appelle? «C'est petit à petit que l'apprenti géomètre deviendra plus exigeant, qu'il sera capable de voir de plus en plus finement ses présupossés » (Ch. PÉROL). Il n'y a pas lieu de l'enfermer, au départ, dans une rigueur apparue au terme de longs cheminements et de problèmes, alors que rien ne la motive encore.

* *

Comment ces orientations générales se sont-elles traduites au niveau des diverses équipes O.P.C.?

Je parlerai ici de l'équipe de Toulouse parce que je la connais bien et que son évolution me semble intéressante.

II. A l'épreuve des faits

1. Principes de la structuration du contenu mathématique :

- Au début, nous n'avons nullement remis en cause le principe majeur de l'enseignement de la géométrie dans le 1^{er} cycle qui a marqué des générations d'enseignants français: jusqu'en 5^e (avant 1971), ou en 4^e (à partir de 1971), on fait une "géométrie physique"; puis il faut édifier, pas *ex nihilo* mais presque, une "géométrie mathématique". Cet état d'esprit avait été renforcé en nous par les commentaires officiels de 1971 et nous y adhérions.
- Mais nous refusions la recherche d'une axiomatique minimale et la séparation ci-dessus dénoncée (entre axiomes et propriétés déductibles mais non démontrées) et nous nous donnions beaucoup de jeu en prenant des propriétés de base en grand nombre (une trentaine sur parallélisme, orthogonalité, distances, angles, dès le début de l'étude dans le domaine mathématique).
- Nous souhaitions aussi éviter une organisation globale "linéaire" rigide en prévoyant plusieurs progressions possibles, mais toujours en faisant intervenir *dès le départ* la distance (dans le plan), le parallélisme, l'orthogonalité, les angles et, très vite, la relation de Pythagore.
- Par ailleurs nous nous sommes refusés à une étude initiale séparée de la droite, passant immédiatement aux figures du plan.

2. Organisation pratique:

Nous avons donc:

a) Bien marqué le clivage entre la "géométrie physique" et le "domaine mathématique": dans les fascicules destinés aux élèves, chacun des deux relevait d'une couleur différente du papier...

Nous avons aussi fait effort pour motiver la distinction entre les deux, par exemple avec des distances non classiques, ou avec une "orthogonalité mathématique" traduite physiquement par une non-orthogonalité (au sens de l'équerre).

- b) Recensé, sans hiérarchie, les propriétés de base évidentes, expérimentalement vérifiées, surgies à travers les figures-clés (parallélogramme, rectangle, carré, cercles...) étudiées expérimentalement, en "géométrie physique"...
- ajouté l'énoncé de Pythagore (pas évident du tout!, expérimentalement établi à l'aide d'aires),
- constitué ainsi un lot général de "règles du jeu" (ou axiomes) prises comme propriétés de base de tout le domaine mathématique.

Cependant, après quelques semaines d'activités géométriques, il nous arrivait de montrer (dans certaines classes — mais tous les fascicules-élèves présentaient des exemples —) que le nombre d'axiomes pris au départ pouvait être réduit, certains étant déduits d'autres, avec plusieurs choix possibles.

c) Créé, à partir de là, par grand sujet (translation, symétrie orthogonale...) des études, appelées "modules" à CLERMONT (équipe PÉROL), organisées, pour chacune, à partir d'une approche expérimentale conduisant à de nouvelles propriétés de base pour ce module.

Par exemple, des études expérimentales des translations induisent comme propriété de base l'équivalence des deux définitions par \overline{MM} invariant et par

d) Concédé une certaine autonomie aux différents "modules" [cf. liste des modules de CLERMONT dans la brochure A.P.M.E.P. *Géométrie premier cycle, tome 1*], chacun d'eux disposant de propriétés de base spécifiques et développant à partir de là (et de propriétés de base communes) sa propre progression.

De ce fait tel énoncé (Thalès par exemple, ou la propriété caractéristique des points de la médiatrice) intervenant comme propriété de base dans l'un des modules initiaux, se retrouvait "théorème" (démontré) dans tel autre module (lors de l'étude du produit d'un vecteur par un nombre pour Thalès, après la relation de Pythagore pour la médiatrice).

On aurait tort de crier pour autant à la confusion! D'abord le changement de statut ravit volontiers les élèves car il souligne la puissance de nouveaux outils. Ensuite ce statut n'a aucune importance quant au fonctionnement des concepts, qui seul importe. Enfin il est bon, ainsi que le souligne Ch. PÉROL, que les élèves sachent, et pratiquent par l'exemple, que le statut d'un énoncé est relatif à ces choix arbitraires et que toute démonstration est donc "relative".

e) Maintenu, à l'intérieur de chaque module, une progression linéaire, à partir de propriétés de base.

Cependant, pour les démonstrations les plus difficiles, l'adhésion des élèves était recherchée (par accumulation d'exemples ou démarche de géométrie physique) puis le théorème était énoncé (en précisant qu'il n'était pas encore démontré), sa démonstration étant rejetée en fin de chapitre (en "exercices-démonstrations", après les exercices ou problèmes correspondant au chapitre).

Mais nous n'imaginions même pas la possibilité, à un certain moment d'une progression, d'utiliser des théorèmes qui, dans cette progression, n'auraient pas été vus à ce moment-là. Une telle utilisation nous aurait semblé une hérésie.

Par exemple l'une des progressions proposait, avant les isométries telles que translation ou symétries, le fonctionnement de transformations autres où l'alignement n'était pas nécessairement conservé. Ainsi se présentait le fonctionnement de l'inversion (O fixe, λ réel constant, O, M, M' alignés et \overline{OM} . \overline{OM} ' = λ). [Il s'agissait de transformer le dessin 'Poussin échassier roulant une boule de neige'' - cf. brochure A.P.M.E.P. ''Géométrie premier cycle, tome 1'']. Or, à ce moment-là, aucun des théorèmes déjà vus ne permettait de démontrer la plupart des conjectures expérimentalement établies. On s'en tenait donc à des conjectures. Ce n'est que plus tard, avec le cosinus par exemple, quand celui-ci avait été étudié, qu'il était possible, si on le voulait, de reprendre cette étude, et de démontrer.

3. Quelques perspectives fondamentales

- a) La géométrie pratiquée s'est efforcée de faire une grande place aux transformations et aux constructions de figures.
- b) Chemin faisant, nous insistions sur les articulations logiques des raisonnements, les types de raisonnement, plus attentifs à cela qu'à l'accumulation de démonstrations d'énoncés.
- c) Surtout, nous nous sommes efforcés de faire travailler à partir de problèmes, de faire chercher des problèmes.

La matière, riche, de notre géométrie s'y prêtait. Et nous le pouvions, puisque toutes les propriétés évidentes expérimentalement (et dont la démonstration éventuelle aurait plutôt écœuré) avaient été admises : il restait du temps, et il y avait des outils, pour de vrais problèmes!

Pourquoi démontrer, par exemple, comme tels autres livres de quatrième, qu'une droite contient au moins 2 points ou que deux droites perpendiculaires sont sécantes, ou que, dans la translation, ou la symétrie orthogonale, l'image d'une droite est une droite? C'est si évident! Par contre, par exemple, la composition d'une symétrie-point et d'une translation est un vrai problème! Et là nous prenions notre temps...

d) L'équipe O.P.C. de Toulouse s'est par ailleurs refusée à faire de l'acquisition de certains résultats une fin en soi. Il nous paraissait plus important d'intéresser les élèves à la manipulation des divers outils et à la mise en œuvre de diverses méthodes.

Aussi-avons-nous refusé de privilégier l'analytique, ou le vectoriel, ou la géométrie "pure", et avons-nous essayé de jouer sur tous ces tableaux. Par exemple à propos de compositions de symétries, ou de translations et de symétries (cf. brochure A.P.M.E.P. Activités mathématiques en 4^e - 3^e, tome 1). Nous y avons pratiqué tour à tour les diverses méthodes possibles.

Nous avons aussi essayé de multiplier des activités telles que la solution la plus facile ou la plus séduisante provenait tantôt d'une méthode, tantôt d'une autre...

III. Une remise en cause

Ainsi avons-nous vécu 2 ans de 4° et 2 ans de 3° avec de nombreux motifs de satisfaction: nos élèves pouvaient pratiquer une géométrie riche et séduisante et y développer, plus qu'à partir du programme officiel, bien des capacités: expérimenter et organiser, conjecturer, démontrer...

Cependant, il a peu à peu semblé à certains d'entre nous que nous étions arrêtés à mi-chemin. Certes, nos élèves semblaient plutôt apprécier la géométrie que nous leur proposions... mais pouvaient-ils s'y impliquer beaucoup, ou à fond, tant nous restions directifs, toujours "matheux" jusqu'au bout des ongles au sens traditionnel, et pas très enclins à voir les choses du point de vue des élèves, de leurs intérêts et de leur souci d'initiative?

Analysant la situation, nous avons senti monter en nos élèves, et corrélativement en nous, une mise en question de plus en plus vive :

- (1) du cloisonnement (étanche) entre le domaine dit physique et le domaine dit mathématique,
- (2) d'une organisation générale et d'un fonctionnement des concepts encore assujettis à des règles trop rigides.

Il est apparu en effet, de plus en plus clairement:

- Pour le (1),
- que la distinction entre les deux domaines est totalement étrangère à l'esprit des élèves,
- qu'elle n'est même pas raisonnablement fondée au niveau de la réflexion mathématique: le domaine physique qui intervient fait l'objet d'une ample "idéation". C'est déjà, sous cette appellation, un modèle mathématique qui fait loi. Or, la réflexion mathématique s'ordonne à propos des relations entre objets et celles-ci sont les mêmes, dans le domaine dit physique et dans le domaine dit mathématique. D'ailleurs, même au niveau le plus élevé, n'y a-t-il pas des liens très étroits entre la physique de l'espace et la géométrie en ce qui concerne les problématiques?
 - Pour le (2)
- que cette organisation brimait l'initiative des élèves et l'enseignement des mathématiques lui-même : quoique nous en ayons, nous participions encore trop largement d'un état d'esprit privilégiant l'exposition des concepts, donc l'action du professeur, au détriment des problèmes et de l'activité de l'élève.

IV. Pour ouvrir les frontières

La critique précédente a conduit ceux d'entre nous qui nous la faisions à une deuxième démarche:

1. — Un seul domaine d'activités :

Cette deuxième démarche refuse le cloisonnement entre domaine physique et domaine mathématique.

Cela étant, elle ancre fortement la classe de quatrième dans les acquis géométriques antérieurs et supprime toute coupure entre la cinquième et la quatrième. Plus besoin, au début de la 4°, de demander aux élèves de faire table rase de leurs savoirs géométriques "pour bâtir une géométrie mathématique"! Grâce à cette continuité, des situations riches peuvent être exploitées d'emblée.

Par exemple, de façon similaire, Daniel LEHMANN propose aussitôt, en 4e, l'étude des figures formées par les milieux des côtés et des diagonales d'un quadrilatère. (Cf. publication IREM de LILLE ou, avec d'autres exemples, brochure A.P.M.E.P., Activités mathématiques en 4e - 3e, tome 1)

Ainsi avons-nous pu, aussi, supprimer le catalogue des propriétés de base générales qui, après une étude du domaine physique, inaugurait notre passage au domaine mathématique. Or, ce répertoire était fastidieux...

Ces propriétés de base, héritées des classes antérieures, sont désormais simplement rappelées au fur et à mesure des besoins, des problèmes...

• Il est aussi possible d'exploiter alors plus directement des déplacements physiques (ainsi ceux de translation, de rotation...) ou des problèmes expérimentaux (ainsi ceux relatifs aux jeux de miroirs, qui se traduisent par des compositions de symétries...).

2. — Une recherche plus libre:

• Le questionnement libre, à partir d'un minimum de planification, est revalorisé et développé.

Ainsi l'étude de la médiatrice a engendré des développements libres à partir de MA = MB:

Dans une classe, l'étude de $MA^2 - MB^2 = a^2$ (et non plus $MA^2 - MB^2 = 0$) a conduit à l'interrogation suivante (qui a induit la relation de Pythagore): quand la droite ensemble des points M, obtenue comme conjecture, passe-telle par A, ou par B?

Dans une autre classe, c'est l'étude de $MA^2 + MB^2 = a^2$ qui a eu un effet analogue avec la question : quand le cercle obtenu passe-t-il par A (et par B) ?

3. — Pour une géométrie toujours plus "dynamique":

a) C'est la géométrie "dynamique", à points variables (cf. "lieux géométriques" de naguère, mais ici les "réciproques" sont généralement hors-jeu, et les objectifs différents), qui se révèle la plus intéressante: elle permet aux questions de foisonner:

Comme exemple, soit un triangle ABC dont on fixe deux points (par exemple B et C, ou les milieux de [AB] et [AC]...). On choisit une ligne à décrire par un autre point du triangle... et on cherche ce qui se passe pour d'autres points (sommets, orthocentre...). (Cf. les deux brochures A.P.M.E.P. déjà citées).

Les transformations géométriques y interviennent naturellement comme outil permettant à la fois de découvrir ou justifier, de simplifier les études, de mieux mettre en valeur leurs résultats. Elles ne se limitent pas aux symétries et à la translation. [Ici aussi cf. brochure A.P.M.E.P., Activités mathématiques en 4°-3°, tome 1]

b) D'autre part, nous avons beaucoup utilisé les "variations à partir d'une situation de base".

Par exemple, alors qu'on vient d'étudier le problème des points M tels que MA = MB (avec A et B points fixes), il est proposé aux élèves de reprendre librement ce problème d'équidistance en remplaçant tout ou partie des points A, B, M, par d'autres êtres mathématiques (droites, paires de points, segments, cercles...) choisis individuellement à leur gré. (Cf. brochure A.P.M.E.P., Activités mathématiques en 4e-3e, tome 1, avec d'autres exemples de "Variations à partir de...")

4. — Une "nouvelle" conception des démonstrations.

En même temps il apparaît un mode de fonctionnement de la démonstration qui semble nouveau EN DÉMARCHE D'APPRENTISSAGE:

L'apprentissage de "la démonstration" se fait traditionnellement, en géométrie, à partir de propriétés de base reconnues comme telles et d'énoncés antérieurement établis ou admis dans une suite de discours ordonnés en une progression où les énoncés s'enchaînent explicitement et où le maître a impliqué (ou cru impliquer) l'élève. C'est tout à fait logique dans le cadre d'un enseignement qui se veut une "exposition" de la mathématique, l'apprenti n'ayant qu'à absorber une nourriture préparée hors de lui. C'est trop restrictif dans l'optique d'un enseignement voulu comme activité mathématique qui, dans le cadre d'une planification minimale, s'efforce de susciter les initiatives et de les laisser se développer et veut placer l'élève en situation de chercheur.

En effet, il faut alors accepter que, dans le foisonnement des problèmes, il y en ait qui échappent à une progression pré-établie.

Il faut aussi que la situation d'apprentissage bénéficie des mêmes possibilités que toute situation ultérieure de recherche.

Pour préciser cela je prends une situation que j'ai vécue hors de toute question d'enseignement, à titre tout à fait personnel:

elle a surgi à propos de problèmes de dénombrements relatifs à des droites du plan et aux objets mathématiques qu'elles créent.

Soit quatre droites non parallèles D_1 , D_2 , D_3 , D_4 . On considère les quatre triangles (ABC,...) dont les côtés sont, pour chacun, trois des quatre droites D_i . On trace leurs orthocentres. Ils paraissent alignés! Le sont-ils?

Cette affaire de triangles, d'alignements, et d'orthocentres m'a fait souvenir d'une "droite de STEINER"... [Etant donné un triangle ABC, les projetés d'un point M sur les côtés sont alignés si et seulement si M appartient au cercle circonscrit (Théorème 1). La droite des projetés est la droite des SIMSON du point M. Son image dans l'homothétie (M, 2), droite de STEINER de M, passe par l'orthocentre de ABC (Théorème 2) - et par les symétriques de M par rapport aux côtés de ABC -].

Dès lors le problème de l'alignement des orthocentres revenait à celui de l'existence d'un point M commun à tous les cercles ABC...

Il existe une démonstration classique (cf. ACHACHE et RICHARD: *Mathématiques du CAPES* - Editeur HERMANN) fondée sur la transformation appelée similitude).

Mais, par le biais inattendu (pour moi) d'un ouvrage sur les coniques, me vint une seconde démonstration :

Il m'apprit (ou me rappela?) que:

- (Théorème 3) toute parabole tangente aux droitescôtés d'un triangle a son foyer sur le cercle circonscrit,
- (Théorème 4) il existe une parabole (et une seule) tangente aux quatre droites D_i données au début.

Les théorèmes (1), (2), (3), (4) me permettent donc de démontrer l'alignement des orthocentres. Aucune inquiétude là-dessus. Pourtant, ces théorèmes n'ont pas été déroulés à l'intérieur d'une progression dont j'ai eu à connaître en toutes ses étapes. Je me suis fié à une documentation et je l'ai utilisée.

Plus que d'un comportement personnel, il me semble qu'il s'agit là d'une démarche commune. Dès lors que l'on veut allier chez les élèves situation de recherche et situation d'apprentissage, il n'y a plus lieu de les priver de telles possibilités: toute documentation doit pouvoir être utilisée.

Cela ouvre sur un autre problème : comment juger de la fiabilité de la documentation dont je dispose ?

En mathématiques, c'est facile. Mais le recours à une documentation est général dans la vie du citoyen (ou devrait l'être) et il faudrait, à l'école, inciter à essayer de juger d'abord de la valeur, de la fiabilité, des sources de documentation! D'autres disciplines, telles l'histoire, la philosophie rendront ce service...

...Dans notre deuxième phase toulousaine de l'expérience O.P.C., j'ai donc utilisé ce type de démonstration.

Ainsi, par exemple, bien avant d'avoir vu en classe la relation de Pythagore, l'ai-je fournie pour permettre de démontrer la conjecture relative à ce qu'est, en repère orthonormé, l'ensemble des points M(x, y) tels que $x^2 + y^2 = 9$.

Autre exemple: la composition de deux symétries centrales s'est, dans une classe de 4°, présentée avant le théorème sur le segment qui joint les milieux de deux côtés d'un triangle. J'ai fourni celui-ci, qui avait été conjecturé, et la démonstration relative à la composition de deux symétries centrales s'en est déduite... Plus tard, le théorème a été établi.

5. — Des libertés à l'égard des programmes :

Tout ce qui précède nous a conduits, en notre deuxième phase de l'expérimentation, à ne pas laisser restreindre ou atrophier l'activité des élèves par les frontières des programmes.

Par exemple, certain jour, à propos des points M(x,y) tels, dans un repère orthonormé, que $x^2 + y^2 = 36$ (donc OM = 6), des élèves ont voulu s'intéresser à des points $N(x, \frac{y}{2})$ ou, plus généralement $(x, \frac{y}{n})$ puis $(\frac{x}{n}; y)$, puis... Il est apparu que les points $N(x, \frac{y}{2})$, (...), semblaient former une ellipse. La démonstration s'est appuyée sur une consultation d'encyclopédies donnant l'équation cartésienne de l'ellipse...

De même avons-nous étudié, par points et tangentes (pour A et B fixes, et avec intervention des cercles (A, a) ou (B, a), l'ensemble des points M tels que MA + MB = a.

De même aussi, avons-nous, en 4^e , démontré ce qu'est l'ensemble des points M tels que |x| + |y| = a (a donné, ...) en utilisant les théorèmes (fournis comme documentation) sur la représentation graphique d'une fonction affine ou sur l'équation d'une droite.

Cela nous a permis, éventuellement, de donner davantage d'unité à certaines études.

Ainsi, reprenons l'exemple du "poussin échassier roulant une boule de neige" à transformer par inversion en début de 4° (Cf. page 34). Désormais, immédiatement après leurs conjectures, les èlèves peuvent :

- soit vérifier le bien-fondé de celles-ci à l'aide d'encyclopédies,
- soit les démontrer aussitôt par des outils (tels que le cosinus, ou l'énoncé de Thalès, et la caractérisation du cercle à l'aide de l'angle droit) donnés en documentation.

6. — Un centrage sur l'essentiel:

Qu'entraînent la multiplication et l'élargissement du champ d'activités (rendus possibles, répétons-le, notamment au point de vue du temps et à celui des motivations, par le fait de partir réellement des acquis des classes antérieures, d'admettre les évidences comme propriétés de base, mais, en échange, de privilégier les problèmes?)

Paradoxalement, ils entraînent un centrage sur l'essentiel:

- s'intéresser prioritairement au développement des diverses capacités des élèves (manipuler, expérimenter, observer, conjecturer, faire surgir des questions, douter et s'auto-contrôler, fabriquer et utiliser une documentation, rédiger et s'exprimer, démontrer, chercher, imaginer, inventer...).
- mettre l'accent, quant au contenu mathématique, sur les méthodes, et sur quelques énoncés-clés du programme (les autres relevant d'une documentation accessible).

Par exemple, la conservation du milieu (de deux points) par projection (sur une droite, ou un plan, selon une direction de droite) s'est révélée un énoncé simple de grande puissance. Corrélativement, il est inutile de s'intéresser à des énoncés dérivés qui ne font que le plagier en l'accomodant à des situations particulières.

Ce centrage sur l'essentiel a rassuré ceux qui, voyant nos incursions hors des programmes, craignaient que ceux-ci ne soient pas traités! Les dites incursions n'ont d'ailleurs en rien nui aux programmes eux-mêmes... Au contraire!

V. Conclusions

Les libertés prises dans la première phase vis-à-vis de l'axiomatique, du découpage des programmes, ont donc été développées, accentuées, diversifiées dans la seconde phase.

De même l'accent mis sur l'intérêt porté aux capacités des élèves, à leurs initiatives, à leurs possibilités de se comporter en "chercheurs".

Les deux phases nous ont conjointement persuadés que, pour promouvoir une réelle et féconde activité des élèves, il y a lieu d'en finir avec un enseignement des mathématiques considéré comme une exposition linéaire, ordonnée, d'une progression.

Certes, il y a un équilibre à trouver entre les divers objectifs de l'enseignement, les fonctions didactiques qui s'ensuivent, et les méthodes à mettre en jeu pour les assumer au mieux.

Cet équilibre est certainement fonction de l'élève, des élèves. Ce qui plaide pour une personnalisation accrue de l'enseignement selon les élèves. Encore dois-je ajouter qu'actuellement NOUS NE SAVONS PAS assez bien briser avec "l'enseignement linéaire et d'exposition" des mathématiques. Trop d'habitudes nous y ramènent.

La brochure A.P.M.E.P. "Activités mathématiques en 4º-3º, tome 1 (mais le tome 2 en fera sans doute autant!) développe, avec exemples à l'appui, ce que peut être un enseignement des mathématiques plus centré sur l'élève et qui l'incite à conjuguer, en lui laissant le plus d'initiative possible, sa pensée avec son action.

Indépendamment des questions de programmes (celui d'O.P.C. n'était pas le même que celui de 1978-79), la réflexion O.P.C. aura préparé ces voies-là, dont je reprends les points à mes yeux fondamentaux :

- prise en compte des acquis (et des non-acquis) de 6e et 5e,
- intérêt accordé aux comportements,
- accent mis, quant au contenu, sur:
- les transformations,
- une géométrie dynamique,
- l'intersectoriel: c'est-à-dire le souci de s'intéresser conjointement aux divers secteurs de la géométrie et à leurs méthodes. Géométrie "pure", analytique, vectoriel, sont ainsi étroitement conjugués.
- prise de conscience du fait que le programme peut être respecté (et vivifié, ô combien!) en ne se privant pas d'incursions ou d'outils hors du programme,
- mise en convergence de tout ce qui précède pour permettre, soutenir, stimuler l'initiative et l'activité des élèves.

* *

Voilà donc nos approches d'un nouveau type d'enseignement en 4° et 3°.

Redisons qu'elles restent timides, maladroites, engoncées dans de vieux habits tout raidis...

A peu près tout est à faire, à découvrir...

LE THÈME PRIS COMME CENTRE D'ACTIVITÉS

"Les concepts mathématiques ne vivent ni ne se développent jamais par leur définition et la construction d'une théorie ne peut pas se réduire à un discours linéaire éventuellement accompagné d'applications". Toute l'histoire des mathématiques est là pour en apporter la preuve.

Les lignes de force de l'expérience O.P.C. ne sont pas apparues dès le départ, mais elle se sont affirmées peu à peu à la suite de différents colloques. A travers les travaux des groupes et les échanges verbaux, des idées se sont dégagées. D'abord, nous avons su ce que nous ne voulions pas:

- ① enseigner une axiomatique globale et linéaire,
- ② dispenser un enseignement essentiellement verbal, formel et détaché de l'environnement de l'enfant,
- ③ prendre en compte uniquement la seule orientation vers les classes de seconde C.

Il nous fallait donc, tout en visant les contenus globaux des programmes de 4° et 3°, préciser nos objectifs et changer nos méthodes de travail*.

A — Nos objectifs se sont ainsi définis:

- Rendre l'enfant plus vivant, plus actif, le mettre en situation de recherche, lui donner l'envie de faire des mathématiques et d'en faire sans ennui, faire en sorte qu'il ne soit pas en état d'échec permanent.
- Tenir compte des niveaux d'acquisition conceptuelle et des phases du processus d'apprentissage.
- Individualiser davantage l'enseignement et favoriser le développement de chacun.
 - Eviter les excès axiomatiques.
- Donner aux mathématiques leur rôle d'apprentissage à l'induction et à la déduction, sans les enfermer dans une austérité et une sécheresse rigoureuse.
 - Mêler plus étroitement algèbre et géométrie, nombre et espace.

*a) Voir article de Régis GRAS dans la brochure *Géométrie au 1^{er} cycle*, tome II, brochure A.P.M.E.P.

b) Beaucoup de passages de ce document ont été repris de différents écrits de Régis GRAS (IREM de Rennes), responsable du groupe O.P.C. de Rennes-Vannes.

• Faire prendre conscience à l'enfant qu'il existe des phénomènes non déterministes (ou aléatoires) mathématisables.

Pour mettre en œuvre ces projets ambitieux, nous avons dû réviser nos méthodes.

B — Nos méthodes

- Nous avons voulu que l'enfant prenne une part active dans l'apprentissage des mathématiques: introduction d'une notion par des situations concrètes, familières, sur lesquelles il peut observer, manipuler, émettre des hypothèses puis représenter, traduire en langage mathématique, traiter numériquement le concept, ensuite modéliser, déduire et enfin, phase presque toujours oubliée dans l'enseignement actuel, réinvestir dans d'autres domaines concrets pour appliquer, mieux maîtriser et et voir ainsi "à quoi ça sert".
- L'activité s'est en général exercée en groupes de 3 à 4 élèves, le cours magistral a été abandonné et, par voie de conséquence, le travail sur fiches fut instauré dans toutes nos classes. Cette organisation du travail a permis à chaque professeur une meilleure observation de la vie de sa classe, du comportement de ses élèves, de leurs difficultés, de leurs blocages. Il a aussi permis aux élèves de s'exprimer, de confronter (de s'affronter aussi), de participer à une tâche collective et par conséquent de se socialiser.
- Les transformations: symétrie centrale, translation, symétrie orthogonale, homothétie, rotation, ont été privilégiées en raison de leur dynamique pour aborder les concepts figurant aux programmes de 4°-3°. Chaque fois que cela a été possible (crédits suffisants), les transformations ont été utilisées (voir article de l'équipe de CAEN). Nous nous sommes beaucoup servi des instruments de dessin, règle graduée, compas, équerre, rapporteur. Le papier calque, les fiches furent aussi des auxiliaires précieux. En outre, les transformations nous ont permis de lier algèbre et géométrie.
 - Nous n'avons pas séparé systématiquement affine et métrique.
- L'ensemble des programmes de 4e et de 3e a été présenté dans des thèmes à support concret.
- C Citons par exemple des extraits du thème "Soleil et ombres" de l'IREM de Rennes, équipe O.P.C. de Vannes, pour illustrer les différentes étapes de l'apprentissage.

1re étape

Les élèves observent, manipulent, recueillent des informations, émettent des hypothèses et les confrontent avec le réel.

Ombres sur la cour: à propos de milieux

- 1) Une échelle est appuyée contre un mur; le soleil projette, partiellement, sur ce mur l'ombre de l'échelle.
- Observe l'espacement des barreaux de l'échelle, puis l'espacement des ombres de ses barreaux. Qu'en penses-tu?
- 2) Un portail est composé de barreaux verticaux. Fais pivoter ce portail :
- a) Observe la déformation de l'ombre sur le sol, remarque une position particulière pour laquelle la forme de l'ombre ne ressemble pas au portail.
- b) Observe l'espacement entre les barreaux du portail, puis l'espacement entre les ombres de ses barreaux.
- c) Place sur chaque barreau une pince à linge qui fournira aussi une ombre. Place cette pince au milieu du barreau; observe la position de l'ombre correspondante.
- Place maintenant, sur un barreau, trois pinces espacées régulièrement délimitant quatre portions du barreau; observe les positions des ombres correspondantes.
- 3) Une perche est appuyée contre le mur. Repère sur cette perche deux pointes A et B dont les ombres sont vues sur le mur.
 - a) Cherche le milieu I de ces pointes.
 - b) Cherche la position de l'ombre de I.
- c) Sur cette perche, cherche le milieu J de (A, I) puis le milieu K de (I, B).

Quelles propriétés trouve-tu pour les ombres de I et K?

- \vec{d}) Schématise la situation observée en faisant apparaître les points A, B, I, J et K et leur ombre.
- 4) Une synthèse: Que penses-tu de la position de l'ombre d'une pointe I placée au milieu d'une tige rectiligne souple d'extrémités A et B? Qu'observes-tu si tu courbes la tige?
- 5) Système articulé: Assemble en O deux tiges plates (méccano) par système vis-écrou.
- a) Sur l'une d'elles, fixe trois autres boulons A, B, I pour reproduire la perche ou le dessin ci-dessus.

Sur la seconde, fixe trois autres boulons A', B', I' pour reproduire l'ombre de la perche et enfin, matérialise la correspondance entre ces tiges par des élastiques qui doivent occuper la position de droites parallèles.

b) Reprends les tiges assemblées comme ci-dessus. Sur l'une d'elles, fixe un boulon M à sa seconde extrémité et un boulon K en son milieu.

Sur la seconde, fixe un boulon N à la place de ton choix.

Peux-tu trouver une place sur cette tige et y fixer un boulon J de façon que l'élastique IJ et l'élastique MN soient parallèles? Quelle est la position de J par rapport à (O, N)?

c) A nouveau, reprends le système. Fixe un boulon P à la place de ton choix sur l'une et un boulon R sur l'autre, puis un boulon I pour le milieu de (O, P) et un boulon J pour le milieu de (O, R).

Dans quelle position t'apparaissent les élastiques IJ et PR?

N.B.: Cette apparence correspond à une propriété importante qui sera étudiée ultérieurement.

d) A partir du montage de la question a), supprime la liaison en O. Est-ce que, pour toute position des deux tiges, les élastiques restent parallèles?

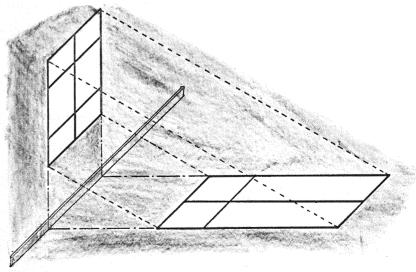
Au cours de cette première étape, l'enfant a pris conscience d'un certain nombre de phénomènes. Il a conçu des théorèmes "en actes". Cet apprentissage sensori-moteur sera ensuite facilement réinvesti dans des activités plus mentales.

Remarques:

Il existe à l'IREM de Rennes un film, "A propos de Thalès", qui illustre point par point cette première partie.

Prenons un exemple dans une autre partie du thème (la partie projection). Dans un premier temps, les élèves ont manipulé, observé; ils vont maintenant "faire fonctionner" ce qu'ils pensent avoir compris et commencer leur "approche mathématique".

2e étape :



Dans ta salle:

Le dessin ci-dessus représente la fenêtre d'une salle, et son ombre partielle sur le sol. Les traits interrompus représentent les rayons du soleil aux coins de la fenêtre, ils établissent les correspondances entre elle et son image.

- 1) Tu vas représenter les traits de correspondance entre les barreaux et leurs images.
 - 2) Tu complèteras l'image de la fenêtre.
- 3) Sur une des vitres de la fenêtre, tu placeras une petite tache, puis tu dessineras un trait de correspondance vers l'image de la fenêtre.

Est-ce que tu peux placer rigoureusement l'image de cette tache?

- 4) Pour t'aider, imagine la tache sur un bord de la vitre; alors, est-il plus commode de placer son image rigoureusement?
- 5) Imagine encore une règle appliquée sur la vitre et touchant les bords de cette vitre; tu représenteras la règle sur le dessin de la fenêtre, puis tu détermineras l'image de cette règle (tu utiliseras le procédé de construction de l'image de la tache quand celle-ci se trouve sur un bord).
- 6) Maintenant, si tu places la règle sur la tache dessinée à la question n°3, que penses-tu des positions respectives des images de la tache et de la règle?

Propose un moyen de repérer la position de l'image de la tache de la question n°3.

- 7) Réalise un dessin très simple sur une vitre, puis, en utilisant les procédés précédents, représente l'image de ce dessin.
- 8) Réalise un dessin très simple sur l'image au sol; peux-tu alors représenter sur la fenêtre un dessin dont l'ombre se formerait sur celui réalisé au sol?

Approche mathématique: illustration d'une application

- Les traces lumineuses des rayons illustrent des droites parallèles.
- La fenêtre et ses points matériels illustrent un ensemble (de départ).
- L'ombre de la fenêtre et ses points matériels illustrent un autre ensemble (d'arrivée).
- 1) Contrôle l'affirmation: "la correspondance objet-image illustre en général une application".
- 2) Recherche dans quelle situation elle illustre une bijection et distingue alors dans quel cas elle illustre seulement une application non bijective.

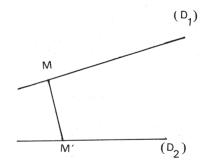
Définition

1) Dans un plan \mathfrak{T} , on choisit une droite (D_1) , une droite (D_2) et une direction δ ne contenant pas (D_2) . On appelle projection de direction δ de la droite (D_1) sur la droite (D_2) l'application qui à tout point M de (D_1) associe le point M' de (D_2) tel que la droite (MM') appartienne à la direction δ .

En résumé:

projection de direction
$$\delta$$
 $\left\{ \begin{array}{l} (D_1) \longrightarrow (D_2) \\ M \longmapsto M' \end{array} \right.$ avec $\left\{ \begin{array}{l} M \in D_1 \\ M' \in D_2 \end{array} \right.$ et $(MM') \in \delta$

 (D_1) est l'ensemble de départ (illustré par les objets) (D_2) est l'ensemble d'arrivée (illustré par les ombres) δ est la direction de projection (voir les faisceaux de rayons lumineux) (MM') est illustrée par la trace lumineuse dans la cave (cf. I - 5).



Remarque:

Dans les situations concrètes, nous avons rencontré plus exactement des projections d'un plan sur un plan. Pour arriver à la définition précédente, il faut restreindre l'observation à une arête de l'objet, ou bien à un barreau de la fenêtre et son ombre correspondante.

Il serait trop long de reproduire ici les exercices géométriques faits à propos du milieu et de sa projection; par contre, cette activité a permis de mener en parallèle (c'est le cas de le dire!) le "milieu géométrique" et le "milieu numérique".

Graphiques de mobiles

Sur le graphique page 50, la ligne brisée O, A, B, C, D représente le mouvement d'un cycliste.

Les points O, A, B, C, D illustrent des étapes représentées par des couples : (date, lieu). La date et le lieu à un instant déterminé sont évalués à partir des date et lieu initiaux, c'est-à-dire le couple (0, 0).

Les lignes en traits mixtes repérées par 15 km/h, 24 km/h, 30 km/h représentent des directions de projection qui seront nécessaires dans l'exercice.

Nous supposerons dans cette question que le cycliste est capable de maintenir sa vitesse constante de 24 km/h.

1) A quel instant doit-il partir du lieu O pour atteindre l'étape B?

2. Pour ta recherche graphique, utilise la direction repérée par 24 km/h. Sur quelle ligne du quadrillage trouves-tu le point représentatif de cette étape de départ?

3. A quel instant le cycliste doit-il partir du lieu O pour atteindre l'étape A? Que remarques-tu?

1. En examinant le graphique, peux-tu dire si le cycliste a toujours roulé? Justifie ta réponse.

2. Après avoir roulé 4 km, il voudrait marquer un arrêt; comment cet arrêt serait-il représenté sur le graphique?

De quelle durée serait cet arrêt si le cycliste voulait atteindre l'étape C à la vitesse supposée constante de 30 km/h?

Divertissement

Nous supposons que, dans l'observation précédente, la date initiale coïncide avec l'heure locale : 8 heures.

Le jour suivant, le cycliste part à 8 heures locale; il revient ainsi en roulant moins vite car il est fatigué.

Y a-t-il cependant un lieu où il passe à la même heure que la veille lors de l'aller?

Exercice de rencontre

(refaire un graphique soigné pour représenter le mouvement du cycliste).

- 1) Un cyclomotoriste, que nous supposerons rouler à la vitesse constante de 40 km/h, veut rejoindre le cycliste à l'étape A (date, lieu); à quel instant doit-il partir du lieu origine?
 - 2) S'il veut le rejoindre à l'étape B, à quel instant doit-il partir?
- 3) Ils se donnent rendez-vous à mi-chemin entre A et B; à quel instant le cyclomotoriste doit-il partir toujours du lieu origine?

Que peux-tu dire de cette réponse comparée à celles des deux questions précédentes ?

Remarque:

On désigne par <u>mi-chemin</u> entre deux étapes le lieu situé à égale distance des lieux correspondant à ces étapes.

D'une manière analogue, on appelle <u>mi-temps</u> entre deux étapes, la date située à égale distance des dates correspondant à ces étapes.

C'est à l'occasion de ce thème que fut entreprise également l'étude des rationnels et des opérations dans Q.

3e étape:

L'élève va opérer au niveau du modèle mathématique. Il valide à travers le modèle ses actions antérieures.

Le thème "soleil et ombres" se termine par la présentation de l'axiome de Thalès. Après avoir manipulé, observé, construit, gradué, l'enfant débouche naturellement sur l'axiome qui est alors formulé. Il va faire des problèmes de difficulté croissante. Il est capable dès ce moment-là d'utiliser un langage formel dont il est maintenant muni et qui prend son sens grâce aux activités précédentes.

Exercices-problèmes

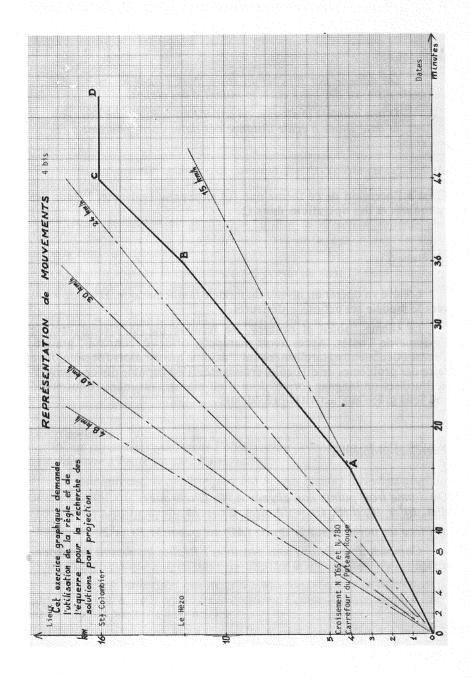


On donne trois points non alignés A, B, C tels que: d(A, B) = 10, d(B, C) = 12, d(A, C) = 16

a) Place un point M sur la droite (AB) tel que d(M,B) = 2

Combien de solutions sont possibles ? Réalise les dessins correspondants.

(voir suite page 51)



b) On envisage les projections suivantes:

 P_1 de (AB) sur (AC) et de direction (BC). Quelle est la projection de A? de B? de (AB)?

 P_2 de (AC) sur (BC) et de direction (AB). Quelle est la projection de A? de C? de (AC)?

P₃ de (BC) sur (AB) et de direction (AC). Quelle est la projection de B? de C? de (BC)?

Place dans chaque cas les projetés des points M trouvés au a).

(2) Deux droites D et D' ont le point O en commun, A et B sont deux points de D et vérifient :

$$\overline{OA} + 2 \overline{OB} = 0$$

E et F sont deux points de D' et vérifient :

$$\overline{OE} + 2\overline{OF} = 0$$

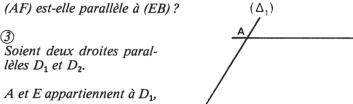
a) Les droites (AE) et (BF) sont-elles parallèles?

b) Soit P le projeté de A sur D' parallèlement à (EB). Calcule $\frac{\overline{OP}}{\overline{OE}}$

c) En choisissant sur D', 0 comme abscisse de O, et 1 comme abscisse de E, calcule alors les abscisses de F et P.

F est-il distinct de P?

(AF) est-elle parallèle à (EB)?



A et E appartiennent à D_1 ,

B et C appartiennent à D_2

de façon que:

lèles D_1 et D_2 .

$$d(A, B) = 60$$

et $d(E, C) = 54$

a) Place un point M sur
$$(\Delta_1)$$
 tel que $d(M,B) = 15$

puis construis une droite parallèle contenant M et coupant (\triangle_2) en N : calcule d(N,E).

- b) Place un point P sur (Δ_1) tel que d(A, P) = 12 et un point Q sur (Δ_2) tel que d(E, P) = 10.8
- La droite (PQ) est-elle parallèle à D_1 et D_2 ?
- Ta réponse est-elle unique?

 \mathbf{D}_2

 (Δ_2)

4º étape: retour au domaine concret.

Exercices d'application

① Un élève est debout contre un pilier du préau;

- l'élève mesure 1,50 m.

- on mesure l'ombre du pilier 4,41 m

- on mesure l'ombre de l'élève 2,10 m

Quelle est la hauteur du pilier?

2) Pour avoir une idée de la hauteur d'un clocher, Pierre aligne sur une même ligne de visée, le sommet du clocher et le faîte de sa maison.

- il sait que sa maison est haute de 7 m

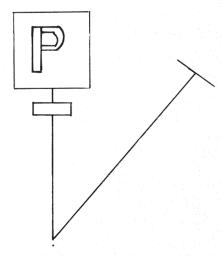
- que la distance maison-église est de 300 m

- que pour faire cette visée, il est à 60 m de sa maison et que ses yeux sont à 1,40 m du sol.

Quelle est la hauteur du clocher?

(3) Exercice (tâche technique)

Objectif: voir si les élèves réinvestissent dans le dessin et donc, sans être gênés par les problèmes d'expression, possèdent l'idée de proportionnalité des mesures.



Compléter le dessin de l'ombre de ce panneau routier sans se soucier de la perspective.

En résumé: citons une phrase de Régis GRAS.

«Bien entendu, ces 3 types d'activités ne sont pas toujours séparés dans les actions et la pensée de l'enfant, mais nous avons voulu qu'un temps soit accordé dans chaque thème à chacune de ces étapes afin que chaque enfant vive sa propre aventure, construise ses propres schémas conceptuels en disposant des homomorphismes de passage de l'un à l'autre, et enrichisse à son gré sa propre préparation à des orientations ultérieures très différentes.

D. L'expérience O.P.C., les thèmes et la suite

Au cours des différentes rencontres O.P.C., les participants ont été amenés, progressivement, à l'idée d'un tableau présentant des thèmes, leurs développements possibles et leurs niveaux d'application. Les séances de travail furent très animées, chacun ayant à cœur d'apporter sa contribution; les projets de thèmes voyaient le jour régulièrement. Ce travail s'est concrétisé par un tableau déjà paru dans la brochure Géométrie au 1^{er} cycle, tome II, de l'A.P.M.E.P.

L'expérimentation O.P.C. ayant été brutalement interrompue, on aurait pu craindre que tout ce travail restât sans lendemain. Mais nous avons appris que des équipes de recherches, "sauvages" ou non, travaillent à partir des éléments de ce tableau pour établir des documents à l'usage des classes. Ainsi, les idées et le travail O.P.C. n'ont pas été inutiles; c'est notre plus grande satisfaction.

LE GÉOMÉTRIQUE ET LE NUMÉRIQUE

Notre recherche est née des difficultés apparues très tôt pour enseigner la mathématique dans le cadre des programmes de 1971. Le fait que les plus importantes de ces difficultés concernaient la géométrie ne nous a pas amenés à nous limiter étroitement à cette partie. Au contraire, dès le départ nous avons affirmé fortement l'unité de la fonction éducative et, pour ce qui concerne l'enseignement de la mathématique lié très étroitement le numérique, le géométrique et l'ensembliste. Nos équipes ont toujours été unanimes dans la recherche de cette liaison. Certes, dans le style des uns et des autres un observateur attentif peut voir des différences. Les uns mettent plutôt l'accent sur tel aspect, les autres sur tel autre, mais au fond il ne s'est jamais agi que d'une question de dosage.

L'équipe limousine a fondé toute l'orientation de son enseignement de la géométrie sur le passage :

Activités sur quadrillage → plan repéré → plan isotrope.

Dans cette voie, la structuration géométrique naît de considérations numériques. Roger CREPIN expose cela par ailleurs. Il me dispense donc d'insister davantage sur cet aspect de la liaison.

Une structure n'est vraiment assimilée que lorsque l'élève est capable de la reconnaître sous des habillages divers. L'équipe de VANNES a, dès l'année de pré-recherche, proposé de coupler systématiquement l'étude des fonctions numériques et celle des transformations géométriques.

Quand on rapproche symétrie-point du plan et application $x \mapsto x' = -x + b$.

les analogies apparaissent. La recherche des points invariants dans un cas, des valeurs invariantes dans l'autre est typique. Le rapprochement de $x \mapsto x + b$ et de la translation plane est tout aussi éclairant. Des transformations de couples de nombres préparent la notion de symétrie droite.

Pour l'enfant, non seulement chaque domaine s'éclaire de la connaissance de l'autre, mais l'unité de la mathématique apparaît.

A CLERMONT-FERRAND, le "module" Pythagore a offert une occasion particulièrement favorable d'interpénétration de contenus géométriques et numériques. Le numérique y sert de pont entre deux contenus géométriques : l'énoncé de Pythagore et la notion d'aire (voir en annexe).

Les rapprochements n'ont pas toujours été aussi faciles, pourtant Thalès et la proportionnalité, Thalès et le passage de $\bf D$ ou de $\bf N$ à $\bf Q$ constitue une autre occasion aussi favorable.

Toutes ces idées se fondent sur l'affirmation qu'une notion n'est vraiment assimilée que lorsque l'élève est capable de traduire les faits dans des langages divers. Il importe que les notions géométriques conduisent à des expressions algébriques avec leurs schématisations graphiques et à des calculs numériques poussés jusqu'à l'obtention de valeurs décimales exactes ou à des encadrements. Il importe tout autant que les notions algébriques et numériques soient illustrées par des représentations spatiales.

L'importance de considérations de cette nature ne se limite pas aux classes de 4e et de 3e (voir Annexe 2). Chacun peut dans l'ordre d'enseignement qui est le sien, avec son tempérament propre, exploiter des liaisons de ce type: son enseignement s'en trouvera allégé et rendu plus efficace.

ANNEXE 1

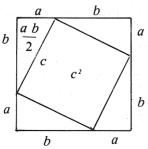
PYTHAGORE, le numérique et la notion d'aire

a) Illustration géométrique de $(a + b)^2 = ...$

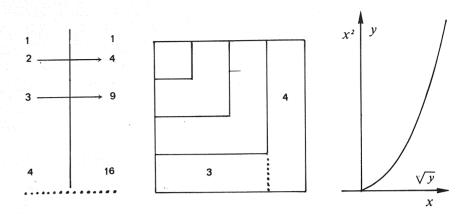
	а	b
а	a²	ab
b	ab	b²

b) Motivation de l'énoncé de Pythagore

$$c^2 + 4 \frac{ab}{2} = a^2 + b^2 + 2 ab$$



c) Pythagore appelle la construction d'une table de carrés.



et d'un graphique de carrés et de racines carrées.

- d) Insuffisances de **D** et de **Q**. Encadrements à l'aide d'une table de carrés.
- e) Distance de 2 points en repère orthonormé.

Bien entendu, ces quelques points constituent seulement un aperçu. La liaison entre Pythagore et d'autres domaines de la mathématique se poursuivra au-delà du 1^{er} cycle en géométrie analytique, en statistique, en analyse, etc.

ANNEXE 2

Texte rédigé par le colloque de Grenoble de la section française de la Commission Internationale pour l'Enseignement des Mathématiques.

Critères de choix des contenus mathématiques de la formation mathématique des professeurs de lycées

Nous n'avons pas voulu discuter des méthodes ou des programmes au sens usuel du terme, mais seulement, pour l'instant, partir d'un certain nombre d'erreurs de perspective que propage involontairement l'enseignement actuel.

1) — Croyance dans le fait que les différentes théories usuellement enseignées (Algèbre linéaire, Calcul différentiel, Calcul intégral, Topologie générale, Fonctions d'une variable complexe, ...) sont indépendantes et ont une justification interne.

2) — Incapacité ou répugnance à faire les traductions du langage "moderne" en un langage plus proche de l'expérience sensible.

(Par exemple, traduction d'un problème du langage de l'algèbre linéaire dans le langage classique de la géométrie euclidienne et dans l'autre sens aussi, évidemment. Ou encore : nombres complexes et transformations planes, calcul intégral et calcul d'aires, volumes, longueurs, moments d'inertie, etc...).

3) — Mépris pour les aspects constructifs ou de calcul explicite (primitives) ou les algorithmes.

Un algorithme qui donne une solution explicite en dit plus long qu'un théorème d'existence même si, convenablement formulée, la preuve de celui-ci est plus simple (l'algorithme d'Euclide en dit plus long que le fait qu'un idéal de l'anneau des entiers a un plus petit élément strictement positif).

- 4) Méconnaissances de l'importance qu'il y a à étudier sérieusement certains objets mathématiques qui apparaissent souvent dans des questions a priori sans lien entre elles ; citons au hasard : groupes classiques, fonctions spéciales, polyèdres réguliers, ensembles de Cantor, etc...
- 5) Refus de recourir à des figures et graphiques pour la recherche et l'expression de solutions de toutes sortes de problèmes.

Il convient que l'enseignement donne l'occasion à l'étudiant de vivre quelques démarches scientifiques exemplaires.

Une de ces démarches est de partir d'un *problème substantiel* et de bâtir ou d'utiliser pour le résoudre les théories mathématiques nécessaires.

Par exemple: déterminer la distribution des vitesses d'un fluide autour d'un disque est un problème dont la solution est accessible à un étudiant de maîtrise mais nécessite toutes les ressources de la théorie élémentaire des fonctions d'une variable complexe.

Une idée analogue est de choisir d'emblée des sujets transversaux au découpage admis des mathématiques en théories séparées, au lieu d'attendre la fin du cours pour établir des ponts avec les enseignements voisins.

Exemple. Surface de R³: calcul différentiel, calcul des variations, topologie algébrique, fonction d'une variable complexe, singularité des équations différentielles, intégrales doubles.

Ces observations sont valables dès le DEUG et a fortiori ensuite. Notre souci est de corriger ces erreurs de perspective là où elles prennent leur source, c'est-à-dire à l'Université, en espérant aider ainsi des ajustements analogues dans l'Enseignement Secondaire.

Formation scientifique générale nécessaire à un professeur de mathématiques

Une telle formation, outre son aspect culturel, doit :

- 1) permettre de mieux comprendre le fonctionnement des mathématiques elles-mêmes qui ne constituent pas une discipline isolée,
- 2) permettre de mieux comprendre le rôle des mathématiques dans les autres sciences,
- et faciliter ainsi la collaboration des divers enseignants d'une même classe.

L'objectif est de montrer comment certaines situations réelles peuvent conduire à des problèmes que les mathématiques permettent alors de formuler et de résoudre plus ou moins complètement.

La mise en œuvre d'une telle formation nécessite une analyse préalable, spécifique à chaque cas, des domaines d'intervention considérés, des concepts mathématiques mis en jeu et des différents modes d'intervention possibles.

Il convient ensuite de spécifier à quel niveau d'approfondissement de cette analyse se situeront les différentes activités proposées aux étudiants. Il serait souhaitable que ces activités soient menées en collaboration avec des spécialistes de disciplines expérimentales et fassent appel suivant les cas à des connaissances de physique, mécanique, statistique, probabilités, recherche opérationnelle, informatique, astronomie, etc...

Ces activités pourraient faire l'objet d'un travail personnel pris en compte dans la délivrance de la licence ou de la maîtrise.

REPÉRAGES DANS LE PLAN (CLASSE DE 6^e)

Le thème "Repérages dans le plan" a été réalisé en classe de 6°, en continuité avec la recherche O.P.C., c'est-à-dire que l'acquisition du concept s'est faite grâce aux trois niveaux d'activités, mis en évidence par les films élaborés à l'IREM de Rennes par l'équipe O.P.C. locale, et décrits par Régis GRAS dans la brochure A.P.M.E.P. Géométrie 1° cycle (Tome II), pages 214 et 215. Rappelons-les succinctement:

- 1. Lors d'une première étape, les élèves "bricolent", manipulent, recueillent des informations, formulent des premières hypothèses relativement aux algorithmes de construction qui modélisent l'action de l'outil manipulé, soumettent par des simulations et des prévisions ces hypothèses à des confrontations effectives avec le réel...
- 2. Lors d'une deuxième étape, l'élève fait fonctionner les algorithmes de construction graphique ou numérique précédemment conçus et se montre capable d'exprimer ses actes au moyen d'images ou du verbe (dialectique de la formulation selon G. BROUSSEAU).
- 3. Lors de la troisième étape, l'élève opère au niveau du modèle mathématique ou tout au moins il valide, à travers le modèle, ses actions antérieures.

Bien entendu, ces trois types d'activités ne sont pas toujours séparés dans les actions et la pensée de l'enfant: mais nous allons montrer que dans ce thème un temps est accordé à chacune de ces étapes, afin que tout enfant puisse, dans le contexte des programmes existants, construire ses propres schémas, et enrichir à son gré sa propre préparation à des orientations ultérieures très différentes.

Voici donc des extraits d'une fiche rédigée et commentée par l'équipe O.P.C. PARIS-NORD (Jean et Madeleine BOUDAREL) à propos de "Repérages dans le plan".

Nous n'avons pas voulu imposer aux élèves un repère avec des axes de coordonnées et des unités de longueur sur ces axes, pour définir l'abcisse et l'ordonnée d'un point et pour préciser la position exacte d'un objet dans le plan, mais nous avons préféré poser une question plus ouverte: "Un point étant donné sur une feuille de papier, de quels renseignements a-t-on besoin pour préciser sa position?"

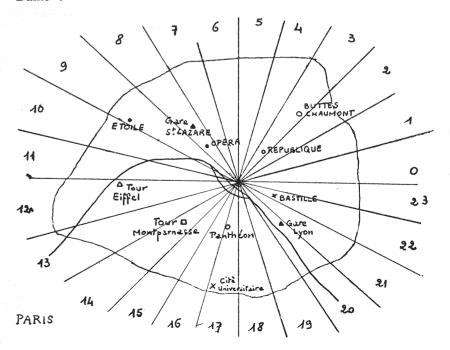
Cette question ouverte a été ensuite détaillée en plusieurs parties :

- ① Eléments de motivation au niveau de l'observation d'objets non ponctuels :
- élèves dans une classe
- salle de classe dans un établissement scolaire
- repérage d'une personne nommément désignée dans une salle de spectacle, dans une foule...

Par exemple, à propos du repérage de l'élève "Jacques" dans la classe, "Pierre", placé au bureau, le désigne, en n'utilisant d'abord qu'une seule direction, celle de son bras tendu, mais se rend vite compte qu'une seconde donnée est nécessaire, car plusieurs élèves sont dans la même direction. Cette seconde donnée sera obtenue à l'aide d'un ruban partant de la main de "Pierre" et décrivant la classe dans la direction de son bras. L'élève "Jacques" est ainsi repéré à l'aide de deux nombres qui sont le numéro du secteur (déterminé par le bras tendu) et la distance mesurée sur le ruban entre le bureau et lui.

2.) Représentation-schématisation

En donnant le planimètre simplifié de PARIS, sur lequel figure 24 secteurs, et en utilisant le double décimètre en guise de ruban (le point de départ étant "Notre-Dame de Paris"), repère chaque monument à l'aide de deux nombres : le numéro du secteur et la distance (en cm) à "Notre-Dame".



Monuments	Couples
ÉTOILE	·
Gare St-Lazare	
République	
Tour Eiffel	·
Gare de Lyon	

Monuments	Couples
Panthéon	
Bastille	
egyt i tradi	(3, 4)
Cité Universitaire	
	:

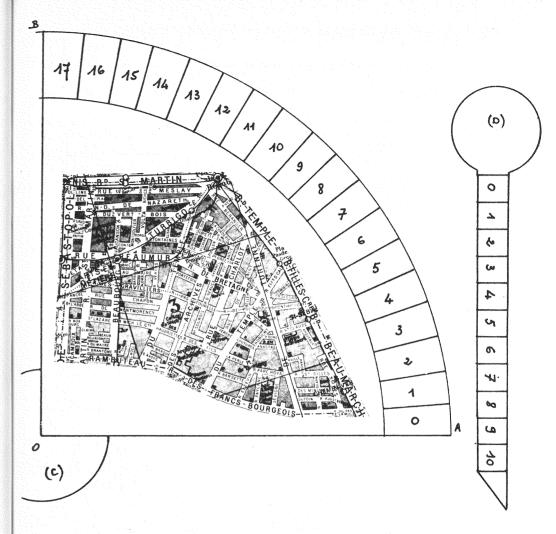
Il est utile ici de préciser la notation et l'utilisation des couples, et la différence entre couple et paire.

Il est surprenant, mais intéressant, de constater que les élèves, d'euxmêmes, ont préféré au premier abord le repérage en polaires au repérage cartésien traditionnel.

3. Travaux pratiques

Manipulation n°1: réalise un planimètre simplifié.

- Pour cela: 1) Tracer un cercle de rayon 2,5 cm, et deux quarts de cercle de même centre, de 13 et 15 cm de rayon. Joindre OA et OB. A l'aide du rapporteur, partager la couronne en arcs de 5 degrés chacun.
 - 2) Réaliser l'aiguille.
 - 3) Découper l'aiguille et attacher à l'aide d'une pression le disque (D) sur la partie (C) du secteur.



Fiche élève:

En collant sur la partie (C') le plan du 3e arrondissement de PARIS, on a ainsi réalisé un planimètre de cet arrondissement.

• Chaque édifice de cet arrondissement est repéré par un couple, constitué d'un nombre du secteur A et d'un nombre de l'aiguille B.

Edifice ou lieu	Nombre de l'aiguille B	Couple
Ecole Centrale	·	
Lycée Victor-Hugo		
Saint-Denis du St-Sacrement		
Archives Nationales		s a See pilk
Mairie du IIIe		

Manipulation n°2: repérage des objets à l'aide des cases d'un quadrillage.
a) type "bataille navale"

	1	2	3	4
Α			(3)	
В	Δ			
С			·	〈ጐ

	Α	В	С
1			
2			
3			
4			

	1	2	3	4	
1					
2					
3			1		
4	-				

fig. 1 fig. 2

fig. 3

L'ordre des indications est quelconque Une case est repérée par une <u>paire</u> L'ordre des indications est nécessaire Une case est repérée par un couple

Dans fig. 1, cite les cases \bigcirc , \triangle , $\stackrel{\longleftarrow}{}$ Dans fig. 2, place \triangle en C2 et $\stackrel{\longleftarrow}{}$ en D1

Dans fig. 3, place les couples (1,1), (3,1) et (1,3) après avoir choisi la 1^{re} coordonnée, comme étant prise horizontalement.

b) Type "tableau".

Dans le tableau ci-dessous : recherche les villes à moins de 150 km l'une de l'autre. Classe les villes de la plus proche à la plus lointaine de PARIS. Calcule la distance parcourue lors du circuit suivant : PARIS - LYON - CLERMONT - LIMOGES - RENNES - PARIS.

Problème: des amis passent leurs vacances ensemble. L'un habite TOU-LOUSE, l'autre ANGERS. Pour se retrouver, ils ont chacun parcouru plus de 500 km. Où peut être leur lieu de vacances?

Voici un tableau de quelques "Distances routières" exprimées en kilomètres

	Angers	Annecy	Besançon	Bordeaux	Brest	ClerFerrand	Dijon	La Rochelle	Limoges	Lyon	Nantes	Orléans	Paris	Poitiers	Rennes	St-Brieuc	Toulouse
Angers		712	585	327	371	402	498	184	246	538	90	208	296	128	126	222	546
Annecy			234	707	1032	345	252	691	497	159	799	504	531	546	787	852	619
Besançon				688	924	388	85	659	481	208	564	377	387	509	661	769	675
Bordeaux					634	369	613	183	219	549	331	443	559	225	437	536	250
Brest						402	812	450	723	890	305	539	564	491	245	145	884
ClerFerrand							280	400	184	180	469	294	382	280	507	606	382
Dijon								584	406	197	588	285	310	433	567	666	662
La Rochelle				1.					213	570	143	344	469	137	241	348	411
Limoges										364	297	259	375	118	369	468	306
Lyon											607	402	472	428	645	742	467
Nantes												317	386	179	106	208	559
Orléans													116	218	285	383	565
Paris														329	348	462	681
Poitiers				1											251	350	418
Rennes	1.11															102	665
St-Brieuc																	764
Toulouse																	

(4.) Mathématisation

Dans chacun des exemples précédents, nous venons de voir qu'une origine étant fixée, deux nombres sont nécessaires et suffisants pour repérer un point dans un plan.

Quel que soit le point M du plan, muni d'une origine O, il est repéré par un couple de nombres appelés ses coordonnées.

De même tout couple de nombres permet de repérer un point et un seul du plan (l'origine O ayant été fixée au préalable).

Si le plan est muni d'un quadrillage d'origine O, de directions Ox et Oy, les coordonnées du point M seront appelées <u>abscisse</u> et <u>ordonnée</u>.

Exemple: pour reproduire une figure, un bateau par exemple, on le couvre d'un quadrillage associé à un repère (Oxy). Les points du bateau peuvent ainsi être repérés par leurs coordonnées.

fig. 4.

- Réalise un quadrillage identique, associé à un repère (O'x'y'). Reproduis point par point le bateau ci-contre dans ce nouveau quadrillage.

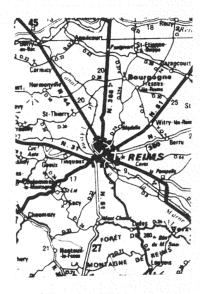
- Réalise un quadrillage ayant pour unité 2 cm. Reproduis point par point le bateau de la fig. 4.

(5.) Applications

a) Carte routière

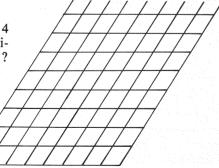
Pour représenter une région, le géographe ne peut le faire à ses dimensions réelles. Il les divise toutes par un même nombre que l'on indique sur la carte par l'échelle (exemple : échelle 1/200 000).

- Effectue un agrandissement (\times 2,5) de la portion de carte ci-contre.



b) Déformations

Reprends le bateau de la fig. 4 et reproduis-le dans le repère oblique ci-dessous. Que constate-t-on?



Trace un cercle dans le repère du paragraphe (4) ayant pour rayon 2 cm. Repère les coordonnées de plusieurs points de ce cercle dans ce repère et reporte-les dans le repère ci-dessus. Ou'est devenu le cercle?

INTRODUCTION A L'ÉVALUATION

L'exposé qui va suivre rend compte de l'évaluation de notre recherche que nos équipes ont dû faire sous leur responsabilité propre.

Nous regrettons que l'utilisateur auquel nous destinions ce travail, la Direction des Collèges, n'ait pas lui-même organisé un contrôle du produit que nous lui livrions. Dans notre projet initial, alors que la recherche était rattachée à l'I.N.R.D.P., un tel contrôle était prévu dans les classes étalonnées dont cet organisme disposait dans les C.E.S. expérimentaux. Ce travail, réalisé par des équipes indépendantes des concepteurs de l'expérience, aurait exclu toute possibilité d'accusation de partialité, non volontaire bien sûr, en faveur de la recherche ou de tel de ses courants.

La carence du Ministère nous a contraints d'organiser nous-mêmes cette évaluation. Pour cela, nous avons dû attribuer à l'IREM de Rennes la plus grande partie des heures de décharge que le Ministère nous avait accordées les premières années. Ces décharges n'ont compensé que très partiellement pour cet IREM l'important travail d'élaboration des items du test et l'exploitation de ses résultats bruts.

Les autres équipes ont dû consacrer quelques heures de classe en début de 4° et en fin de 3° à faire passer le test et ensuite de nombreuses heures au travail de correction et de codage des résultats pour leur académie.

Je remercie tous ceux qui ont permis que ce travail soit exécuté et en particulier Régis GRAS qui, après avoir conçu le questionnaire, a analysé toutes ces données et en a interprété les résultats.

ÉVALUATION DE L'EXPÉRIENCE O.P.C.

Test de sortie de juin 1977

Régis GRAS - Université et IREM RENNES

CHAPITRE I

PRÉSENTATION GÉNÉRALE DU TEST

Le test dont l'analyse suit est présenté au cours de la première semaine de juin 1977, dans des classes de 3° de la France métropolitaine. Il apparaît comme instrument d'évaluation de fin de cycle expérimental O.P.C. (¹). Aussi, pour une exploitation fructueuse de ce rapport par le lecteur, son étude devrait s'accompagner de celle de l'analyse du test d'entrée dans ce cycle, test présenté en septembre 1975, l'analyse étant publiée par l'IREM de Rennes [1].

§ 1 - Généralités sur les conditions de passage du test.

Seuls les élèves testés à l'entrée doivent répondre au nouveau questionnaire, à l'exclusion :

- des 4 classes de la section d'enseignement spécialisé de Bruz (35) qui n'ont subi que le test d'entrée, à des fins didactiques,
- d'une classe de 3^e d'un C.E.S. parisien, qui se présente à la sortie en groupe contrôle (²).

Cependant, diverses raisons vont modifier la population attendue. Citons les plus apparentes :

- les phénomènes de redoublement en 4e,
- l'absentéisme lié à la démobilisation en cette fin d'année de 3e,
- l'exigence du passage global de toutes les épreuves du test pour que celui-ci soit pris en compte.
- la trop grande dispersion de certaines classes éclatées à l'issue de la classe de 4°,

(¹) O.P.C.: Offre publique de collaboration; expérience née en septembre 1974 sous la rubrique "L'enseignement de la géométrie en 4° et 3°; ses objectifs, ses approches".

(²) Ce groupe est chargé de valider le caractère ''témoin'' des classes témoins (cf. chap. II § 2-1).

• enfin, peut-être la négligence de certains professeurs qui n'ont pas fait retour des feuilles de relevé de résultats.

On lira dans le tableau suivant les populations comparées entréesortie en fonction des groupes d'élèves.

	The state of the s	-	
	-1885 J	Entrée (septembre 1975)	Sortie (juin 1977)
Groupe expérimental	Nombre de classes	33	29
(EX)	Nombre d'élèves	870	568
Groupe témoin	Nombre de classes	26	25
(TE)	Nombre d'élèves	672	471
EX + TE	Nombre d'élèves	1 542	1 039
Groupe Contrôle	Nombre de classes		1
(CO)	Nombre d'élèves		37
EX + TE + CO	Nombre d'élèves		1 076

On verra plus loin, par l'examen de certains paramètres, que la baisse de l'effectif n'affecte pas sensiblement la représentativité de la population de sortie par rapport à celle d'entrée.

Région par région, voici, à l'entrée et à la sortie, les répartitions des classes :

		Entrée	Sortie
CLERMONT	EX	10	8
CLE RMON I	TE	4	4
LIMOGES	EX	4	4
LIMOGES	TE	4	4
POITIERS	EX	13	12
POTITERS	TE	11	11
RENNES	EX	4	4
(VANNES)	TE	4	4
TOULOUSE	EX	2	1
TOOPOOSE	TE	3	2

Il ne faut pas s'étonner que la chute d'effectif soit plus importante dans le groupe expérimental que dans le groupe témoin. En effet, tout changement (de professeur, par exemple) au cours des 2 années de cycle, affecte naturellement plus le groupe exceptionnel (EX) que le groupe normal (TE).

Les consignes relatives à l'organisation du passage et de la correction du test (cf. annexe 1) sont transmises un mois à l'avance aux responsables régionaux :

Clermont: M. BRACQUEMONT

Limoges: M. CREPIN

Poitiers: Mme BENET et M. PARPAY

Vannes: Mme BOISNARD Toulouse: M. BAREIL.

Mais les feuilles vierges de test ne sont remises aux enseignants concernés que la veille ou l'avant-veille des épreuves (cf. annexe 2). Un exemplaire du corrigé-type, éprouvé par un pré-test en juin 1976, leur est communiqué par la suite.

§ 2 - Statistiques des paramètres-élèves

Nous possédons relativement à chaque élève :

- son âge au 1er septembre 1977 (l'âge d'entrée était pris au 1er septembre 1975),
 - son sexe,
- son caractère de redoublant ou non en 4° au cours de la première année (1975-76),
- la catégorie socio-professionnelle du chef de famille selon la classification I.N.S.E.E. (cf. annexe 3).

Voici le tableau comparatif de l'évolution des pourcentages de ces variables sur toute la population. Les codages de ces variables sont indiqués à la suite de leur dénomination; ils serviront fréquemment par la suite.

p-				
	Paramètre et son codage		Pourcentage Entrée	Pourcentage Sortie
Ages	11 ans (entrée) ou 13 ans (sortie)	(A3)	1,1 %	1,1 %
	12 ans (entrée) ou 14 ans (sortie)	(A4)	23 %	23,7 %
	13 ans (entrée) ou 15 ans (sortie)	(A5)	51,2 %	49,2 %
	14 ans (entrée) ou 16 ans (sortie)	(A6)	22,3 %	22,3 %
	15 ans (entrée) ou 17 ans (sortie)	(A7)	2,5 %	3,3 %
	16 ans (entrée) ou 18 ans (sortie)	(8A)	0,1 %	0,3%
Sexe	Fille (F)		48,3 %	51,8 %
	Garçon (G)		51,7 %	48,2 %
Redou- blement 4ème	Redoublant (OR)		7,1 %	5 %
	Non redoublant (NR)		92,9 %	95 %
Caté- gorie socio- profes- sion- nelle	Agriculteur - exploitant	(R1)	9,3 %	9,9 %
	Salarié agricole	(R2)	1,7 %	1,8 %
	Patron de l'industrie et du commerce	(R3)	11,2 %	10,4 %
	Profession libérale et cadre supérieur	(R4)	16 %	17,4 %
	Cadre moyen	(R5)	15,3 %	16,4 %
	Emploi	(R6)	10,1 %	10,2 %
	Ouvrier	(R7)	26,8 %	25,6 %
	Personnel de service	(R8)	2,8 %	2 %
	Autres catégories (armée, police,)	(R9)	3,8 %	3,3 %
	Personne non active	(R10)	2,3 %	2,7 %
Character services and services are services and services				

Remarquons alors la stabilité des pourcentages, à l'exclusion de ceux respectifs des filles et des garçons. Deux raisons majeures à cela:

- à l'issue de la 4^e, quelques garçons rentrent en L.E.P., ce qui a pour effet secondaire, quelquefois, d'élever le niveau scolaire apparent de la population garçon,
- de plus, et sans doute, les garçons de 3e en fin d'année sont-ils plus facilement démobilisés que les filles.

Mais dans l'ensemble, nous pouvons estimer que la population de sortie est un excellent échantillon socio-scolaire de la population d'entrée. Un test du χ^2 appliqué au tableau de contingence des effectifs des représentants des catégories socio-professionnelles, pour un effectif total de 1039, donne :

$$\chi_{\sigma}^2 \approx 7.7$$

Or, pour 9 degrés de liberté:

Prob $[\chi^2 > 8] \le 0.6$

Ainsi, les 2 colonnes ne sont pas significativement différentes, pour des seuils exigeants, comme cela apparaissait à première vue.

§ 3 - Rappels des principaux objectifs et des méthodes de l'expérience O.P.C.

- 3.1. Ces rappels nous paraissent nécessaires à l'analyse et à la compréhension d'éventuelles différences globales ou ponctuelles entre les performances expérimentales et témoins. Donnons les grandes lignes des objectifs généraux de cette expérience lancée par l'IREM de Clermont, sous l'impulsion de Ch. PÉROL.
- 1) Faire construire par chaque élève et rendre disponibles chez lui les représentations conceptuelles qu'il juge les plus adaptées à sa propre conception et au traitement des faits mathématiques.
- 2) Donner un sens à ses activités scolaires par l'éveil ou la prise en compte de motivations différentes d'un enfant à un autre et par la multiplication des illustrations et des applications.

En particulier, tenter de réconcilier avec les mathématiques les élèves en position de faiblesse ou de rejet.

- 3) Ensemencer un terrain plus favorable à l'intuition et au développement de l'esprit scientifique (inductif et hypothético-déductif).
- 3.2. Quelques méthodes semblant appropriées à la satisfaction de ces objectifs sont utilisées dans les groupes régionaux. Citons les plus connues; nous relèverons ensuite les nuances d'opérationalisation d'une région à l'autre.
- 1) Faire plus de place à l'activité propre de l'élève. Quelquefois, cette activité s'exerce en groupe. Le plus souvent, elle part d'une observation ou d'une action sur l'environnement.
- 2) Délinéariser l'axiomatique des programmes de mathématiques des classes de 4° et 3°. En particulier, ne pas séparer ce qui est naturellement imbriqué dans les premières perceptions de l'espace, comme les propriétés affines et métriques.
- 3) Faire fonctionner les êtres mathématiques et non contempler les structures.
- 4) Afin de satisfaire simultanément les points 1, 2 et 3, partir, dans l'approche d'un concept inerte, d'une transformation géométrique ou algébrique.
- 3.3. A cela, <u>trois courants O.P.C.</u> apportent des nuances et usent de méthodes particulières dans la pratique quotidienne :

Courant Clermont - Toulouse - Chatellerault (Poitiers 1):

Remise en cause de l'ordre global des notions en 4^e et 3^e. Par exemple, introduction systématique des propriétés métriques du plan en 4^e (usage des calques) et affinement, en 3^e, de la connaissance du plan par l'examen des propriétés affines.

Courant Rennes (Vannes) et La Rochelle (Poitiers 2):

Peu de modifications dans l'ordre "officiel" des notions mais approche de la géométrie affine par la propriété de "projection du milieu". Manipulations systématiques pour l'approche des transformations. Algèbre et géométrie sont associées par celles-ci. Un enseignement par thème en algèbre et géométrie caractérise Vannes.

Courant Limoges et Niort (Poitiers 3):

Approche de Q, de R, des transformations du plan par travaux sur quadrillages (combinaison algèbre et géométrie). L'ordre "officiel" des notions n'est que peu modifié. Une fraction du groupe EX de Niort travaille sur des bases voisines de celles de Vannes.

3.4.En dépit de ces nuances, on voit donc sur quelles méthodes enseignement expérimental et enseignement traditionnel divergent. Dans ce dernier, une place de choix est faite à une présentation globale et linéaire des concepts, ceci d'une facon généralement magistrale. L'accent est mis davantage sur l'acquisition et la restitution rigoureuse de connaissances mathématiques que sur celles d'attitudes scientifiques larges (induction, esprit critique mais tolérance, approche heuristique, réinvestissement, etc.). La vitesse de croisière n'est pas atteinte dans le cycle testé puisqu'il ne s'agit que de la 2e vague expérimentale (la première vague a débuté en septembre 1974). Il ne faudra donc pas s'étonner si les résultats expérimentaux ne se placent pas à la hauteur des objectifs ambitieux, d'autant plus que le test n'a ni la prétention ni l'aptitude de mesurer tous les acquis tirés de l'expérience. Il sera cependant intéressant de voir les comportements respectifs des deux types d'élèves dans les épreuves didactiques : les professeurs engagés dans l'expérience craignent que leurs élèves se trouvent dans l'incapacité de restituer les acquis de contenus des programmes officiels.

§ 4 - Description des cahiers du test

4.1. <u>La conception du test de sortie</u>, en raison du refus du ministère de l'Education de se charger de l'évaluation de cette expérience, nous a incombé, tout comme le test d'entrée. Signalons, au passage, que c'est par souci de rectitude et d'honnêteté professionnelle que nous avons décidé de mettre en place un plan d'évaluation, au risque de subir un sérieux camouflet. Mais refuser un tel plan aurait été perçu par les expérimentaux comme une lâcheté et une négation d'éventuelle remise en cause, défauts qu'a toujours chassés de ses méthodes l'expérience O.P.C.

Le test d'évaluation de sortie devait satisfaire plusieurs contraintes :

- n'avantager ni les classes expérimentales ni les classes témoins en puisant des situations spécifiquement développées dans un de ces deux types.
- prendre en compte et mesurer au minimum les mêmes variables qu'à l'entrée.
- équilibrer les variables entre celles de type connaissances (algèbre et géométrie) et celles de type attitudes (démarche heuristique, esprit critique, etc.).
- 4.2. Pour tenter de respecter les contraintes ci-dessus, sur les 101 items constituant le test:
- a) nous reprenons in extenso 45 des 95 items du test d'entrée et actualisons 11 des 50 restants.
- b) dans les 2 premiers cahiers, nous mettons surtout l'accent sur les connaissances; les 4 autres cahiers (50 items sur 101) présentent des situations plus originales par rapport aux situations scolaires classiques: on en jugera en consultant les textes joints en annexe 2.

Voici schématiquement les contenus mathématiques mis en jeu dans chacun des 6 cahiers du test :

cahier N (numérique): 38 items (dont 7 O.C.M. (1))

- relations, applications
- encadrements, équations, factorisations
- équation de droite, représentation graphique
- pratique des réels, des fractions et des décimaux

cahier G (géométrie): 13 items

- vecteurs, coordonnées d'un vecteur
- Thalès, Pythagore
- transformations du plan

cahier S (suite progressives logiques): 24 items (dont 21 O.C.M.)

• transformations de figures (2)

cahier O (ombres): 5 items (tous Q.C.M.)

• propriétés affines des projections solaires

cahier E (euclidien): 7 items (dont 6 O.C.M.)

- symétrie orthogonale (pliage)
- orientation du plan-
- propriétés métriques du plan

(1) Q.C.M.: question à choix multiples

cahier M (mesurage): 14 items (dont 13 O.C.M.)

- estimation (par la simple perception) de longueurs, d'aires, de volumes.
- c) Le champ des activités déployées à travers les items se montre très étendu. Tout en renvoyant à l'annexe 4 qui décrit les types d'activités communément développées (ou supposées développées) dans les classes. nous indiquons, dans le tableau ci-dessous, par une croix, le type fortement représenté dans les cahiers:

Cahiers Activités	Cahier N	Cahier G	Cahier S	Cahier O	Cahier E	Cahier M
Heuristique	X	Х		Х	Х	х
Classificatoire	х					
Traductive	х				·	
Calculatoire et technique	х	Х	·	-		х
Logique		Х	Х			
Réinvestissement	Х	Х	·	х	x	х
Critique		Х				
Prospective (prédictive)	х		х			

d) En utilisant notre taxinomie d'objectifs cognitifs citée en annexe 5, nous repérons le niveau de complexité de chacun des items, eu égard aux différents concepts abordés et aux niveaux supposés visés en fin de 3^e. Cette classification du test selon cette taxinomie n'est pas toujours, on s'en doute, univoque et nous rencontrons, comme dans la classification ci-dessus, l'ambivalence de certains items. Nous retenons, cependant, à l'exception de 4 items classés simultanément en classes D et E, l'affectation à laquelle les enseignants consultés se rallient le plus souvent. Voici le tableau décrivant statistiquement le croisement des 2 partitions induites par les cahiers du test et par la taxinomie. A l'intersection ligne-colonne, on trouvera donc l'effectif des items concernés.

⁽²⁾ Les 15 premiers items sont extraits d'un test S3 de l'I.N.O.P. et ne peuvent donc être reproduits dans l'annexe 2.

Cahiers Classification	Cahier N	Cahier G	Cahier S	Cahier O	Cahier E	Cahier M
(A) Connaissance des outils	2	0	0	0	6	3
B Analyse et transposition	7	0	8	0 %)	0	10
© Compréhension des relations et structures	13	5	16	5	.]	Mar 1
D Synthèse et créativité	16	, + ₄	0	0	0	0
E Critique et évaluation	0	\[\] \\ \]	0	0	0	0

Ainsi, tous les niveaux de la taxinomie sont atteints, objectif qui était visé à travers la rédaction du test, afin de ne pas privilégier certaines capacités au détriment d'autres, comme cela se présente souvent dans les évaluations normatives traditionnelles (par exemple, le B.E.P.C.).

e) Enfin, une dernière classification selon la typologie de l'exercice et du problème de Strasbourg (cf. [5]) donne les densités suivantes dont la force est indiquée par une croix :

Classification Classication fication Strasbourg	cahier N	cahier G	cahier S	cahier O	cahier E	cahier M
Didactique	х	X				х
Manipulatoire- exploratoire	х	Х	х	Х	X	X
Tâches techniques	Х	X		·.		- N
Applications	х	х	·	х	Х	Х

CHAPITRE II

ANALYSE STATISTIQUE DES RÉSULTATS BRUTS

§ 1 - Score de chaque item. Etude de quelques corrélations

Le tableau ci-après représente, cahier par cahier, le score de réussite de chacun des items. Une colonne indique les résultats relatifs au test

SCORE DE REUSSITE A CHAQUE QUESTION

Γ		N°	Réus.	Réus.		N°	Réus.	Réus.		N°	Réus.	Réus.		N°	Réus.	
		item	entrée	sortie		item	entrée			item	entrée			item	entrée	
	ı	N ₁	68%	89%		N ₂₇	$\geq \leq$	75		Sı	61	73		01	8	11
		N ₂	34	62		N ₂₈	$\geq <$	39		s ₂	46	60	0	02	49	53
		N ₃	5	11		N ₂₉	\times	34		s ₃	28	34	CAHIER	03	37	30 *
		N ₄	32	62		N ₃₀	\times	33		s ₄	47	66	CAI	04	8/	5 *
		N ₅		48	z	N ₃₁	\times	12		s ₅	41	61		05	46	48
		N ₆	'36	55		N ₃₂	\times	5		s ₆	38	56		E	88	91
		N ₇	60	57 *	CAHIER	N ₃₃	\times	15		s ₇	63	78		E2	85	89
		N ₈	3	44		N ₃₄	\times	8		s ₈	19	35	ы	E ₃	24	28
		N ₉	\times	72		N ₃₅	\times	51		S ₉	15	23	1	E ₄	63	65
ľ		N ₁₀	\times	15		N ₃₆	\times	38		s 10	22	38	CAHIER	E ₅	51	57
		N II	\times	80		N ₃₇	\times	38		S 11	41	45		^Е 6	65	76
		N ₁₂	\times	60		N ₃₈	\times	37		S ₁₂	33	42		E ₇	\times	68
		N ₁₃	\times	73					s	s ₁₃	24	29		M	71	83
		N ₁₄	\times	28		G ₁	\times	32	CAHIER	S ₁₄	21	29		м ₂	35	46
	ER N	N ₁₅	\times	14		G ₂	\times	29	CAI	s ₁₅	23	29		М3	71	76
	CAHIER	N ₁₆	\supset	59		G ₃	\times	63		S ₁₆	\times	75		м ₄	79	88
		N ₁₇	\supset	72		G ₄	\times	21		S ₁₇	\boxtimes	81		M ₅	61	69
		N ₁₈	\times	49		G ₅	\times	46		S ₁₈	\times	62		^М 6	61	78
		N ₁₉	11	13	9	₆	\times	19		s ₁₉	\times	62	X M	м ₇	50	53
		N ₂₀	\times	40	CAHIER	G ₇	\times	30		s ₂₀	\times	68	CAHIER	м ₈	28	35
		N ₂₁	\times	60	CA	G ₈	\supset	11		s ₂₁	\times	42	'O	м ₉	24	44
		N ₂₂	\supset	48		G ₉	\times	42		s ₂₂	X	54		M ₁₀	28	37
		N ₂₃	$\overline{\mathbf{X}}$	40		G ₁₀	\times	28		s ₂₃	X	51		M ₁₁	19	35
		N-24	\supset	59		G _i 1	\times	8		S ₂₄	X	40		M ₁₂		37
		N ₂₅	\times	2		G ₁₂	\times	29						M ₁₃		49
		N ₂₆	\times	30		G ₁₃	X	31						M ₁₄		29

d'entrée, lorsque l'item est repris à la sortie. On pourra ainsi comparer l'évolution des scores et constater que les élèves régressent seulement sur 3 items marqués d'un *: N_7 , O_3 et O_4 . Si la formulation de N_7 a quelque peu évolué de 1975 à 1977, ce qui peut expliquer la baisse sensible du score, par contre, O_3 et O_4 sont deux items de forme absolument identique à l'entrée et à la sortie.

Afin d'éprouver l'hypothèse légitime de réponse faite au hasard aux Q.C.M., nous avons calculé les coefficients de corrélation entre les scores entrée et sortie des items de 5 des 6 cahiers du test de sortie. Voici les résultats:

coefficient de corrélation entre les scores entrée-sortie au cahier N: 0,82

66	6,6	au cahier S: 0,96
66	· (4)	au cahier O: 0,98
66	· • • • • • • • • • • • • • • • • • • •	au cahier E: 0,99
66	4.6	au cahier M: 0,97

Ainsi, les quelques différences de scores entre l'entrée et la sortie sont très atténuées par la forte corrélation des deux séries de scores, indicateur d'une tendance de ces scores à varier dans le même sens. L'hypothèse pessimiste de réponses fréquemment faites au hasard a donc peu de chances de tenir, ce qui nous permet d'accorder plus de crédit au choix par les enfants des modalités des Q.C.M. Nous aurons, plus loin, d'autres raisons de le penser. Remarquons que le coefficient de corrélation est un peu plus faible sur le cahier N où les items sont plus nouveaux et où, sans doute, les effets de l'apprentissage sont plus sensibles, que sur les 4 autres cahiers, révélateurs de pensée logique ou de reconnaissance et de maîtrise des phénomènes géométriques et métriques de l'espace.

Nous mettons en évidence des résultats importants à travers les 8 remarques suivantes.

Remarque 1.

Les questions au score le plus élevé sont les suivantes :

$$N_1$$
 (89 %); N_{11} (80 %)
 S_{17} (81 %); E_1 (91 %); E_2 (89 %)
 M_1 (83 %); M_4 (88 %).

Celles qui admettent le score le plus faible sont les suivantes :

$$N_3$$
 (11 %); N_{25} (2 %); N_{32} (5 %); N_{34} (8 %) G_8 (11 %); G_{11} (8 %); O_1 (11 %); O_4 (5 %).

Remarque 2

La même question, présentée à l'entrée et à la sortie, N₁₉, portant sur la compréhension de "Thalès arithmétique", n'a pas bénéficié, dans l'ensemble des élèves, d'un progrès sensible en dépit de l'apprentissage vécu en général en fin de 4°: 11 % de succès à l'entrée contre 13 % seulement à la sortie.

Remarque 3

Les 15 premières questions du cahier S, exempt de tout apprentissage, présentaient en moyenne 34,8 % de réussite à l'entrée et obtiennent 44,6 % à la sortie, en évoluant toutes dans le même sens et dans un rapport voisin de $\frac{4}{2}$.

Ceci représente un autre argument infirmant l'hypothèse de réponse systématique au hasard aux Q.C.M., ce qui n'élimine pas l'hypothèse d'un nombre restreint de réponses aléatoires.

Remarque 4

Les performances des élèves au cahier O ne varient pas en moyenne : sur les 5 items communs entrée-sortie, on obtient en effet :

moyenne entrée: 29,6 % moyenne sortie: 29,4 %

L'apprentissage des propriétés affines de l'espace, conservées par projection parallèle, n'a pas provoqué d'évolution significative dans l'ensemble, sauf peut-être dans certaines classes dont nous reparlerons plus loin. En tout cas, la prise en compte de la perspective demeure une source d'erreur, en dépit de la mise en garde préliminaire qui l'exclut.

Remarque 5

A l'exclusion du dernier, les items du cahier E ont déjà été présentés à l'entrée. On ne note qu'un faible progrès de 5 points (moyenne 62,7 % à l'entrée contre 67,7 % à la sortie) et cela en dépit d'un apprentissage de la symétrie orthogonale et du plan repéré.

Le progrès n'est guère plus sensible sur les 11 items communs du cahier M: 49,4 % à l'entrée, contre 58,5 % à la sortie. On aurait pu attendre davantage de succès en raison des activités de traçage et de mesurage, normalement pratiquées en 4° et en 3°. A moins qu'elles ne le soient justement pas !... Dans l'ensemble, on ne peut que déplorer la minceur du réinvestissement des connaissances théoriques dans le monde sensible. Notons cependant que les progrès les plus importants sont obtenus sur l'évaluation des aires et volumes (après celle d'une longueur et usage de l'algorithme de calcul des autres grandeurs) et sur l'évaluation... de la longueur d'une cigarette (triste consolation!).

Remarque 6

Les performances extrémales des élèves sont les suivantes sur l'ensemble du test:

maximum: 92,1 % pour un garçon de 14 ans minimum: 20,8 % pour une fille de 15 ans.

Remarque 7

Notons quelques corrélations entre les performances moyennes des classes d'enfants aux différents cahiers du test. Par exemple, le coefficient de corrélation entre les performances moyennes des 55 classes au cahier N et au test complet est 0,921. Bien sûr, la taille de ce coefficient est liée à la

lourde contribution du cahier N (38 items) au résultat général. Cependant, comme on le verra pour le cahier G et les cahiers S et M, ceci n'est pas suffisant. La taille de la corrélation est aussi indicatrice de la variété des items de ce cahier, par rapport au test complet, au niveau de la nature des tâches demandées et de leur complexité, comme nous l'avons vu dans le chapitre I.

La corrélation des performances au cahier G et au test global est 0,82. Le résultat global est donc moins sensible à la réussite à ce cahier qu'il ne l'était pour le cahier N.

La corrélation du cahier S (24 items contre 13 à G) au test complet est plus faible encore : 0,75. Elle décroît encore avec le cahier M (14 items) : 0,60. Mais elle devient très faible avec :

le cahier E (7 items): 0,48 et le cahier O (5 items): 0,24.

Ce dernier résultat, aggravé sans doute par le faible poids du cahier par rapport à l'ensemble, laisse présumer le peu de dépendance entre les qualités d'observation des propriétés des ombres et les qualités plus didactiques requises dans le test.

Remarque 8

Il pourra être intéressant pour le lecteur de noter les corrélations entre les performances à certains cahiers:

```
coefficient de corrélation cahier N - cahier G : r_{N,G} = 0,77

cahier N - cahier M : r_{N,M} = 0,54

cahier N - cahier S : r_{N,S} = 0,49

cahier N - cahier E : r_{N,E} = 0,27

cahier N - cahier O : r_{N,O} = 0,11

cahier G - cahier S : r_{G,S} = 0,45

cahier G - cahier O : r_{G,O} = 0,15

cahier E - cahier M : r_{E,M} = 0,46
```

et deux coefficients négatifs (le succès dans l'un croît plutôt avec l'échec dans l'autre):

coefficient de corrélation cahier O - cahier E : $r_{O,E} = -0.04$ coefficient de corrélation cahier O - cahier M : $r_{O,M} = -0.06$

Si d'évidence, les corrélations s'avèrent fortes : entre N et G (composante didactique commune) entre N et M (composantes algorithmique et numérique communes) entre N et S et entre G et S (composante logique commune)

entre E et M (composante commune de l'observation des propriétés métriques de l'espace),

elles sont faibles ou ont tendance à devenir négatives entre le cahier O et les autres cahiers pour différentes raisons, sans doute tenant à O: pas didactique, préambule de consigne mal compris, forme Q.C.M. autorisant le hasard, etc.

Notons, en liaison avec les 2 dernières remarques:

- La classe qui obtient la moyenne minimum (resp. maximum) au cahier S: 25,8 % (resp. 74,3 %) obtient la moyenne minimum (resp. maximum) au test: 32,1 % (resp. 58,6 %). L'association tient encore entre les seconds minima: 36,1 % pour S et 32,2 % pour le test.
- La classe qui obtient la moyenne minimum en N (23,7 %) obtient la 2° moyenne minimum en G (7,7 %). De même, le 2° minimum en N (27 %) est associé (pour la même classe) au minimum absolu en G (5,6 %).
- Même phénomène pour les cahiers E et M: 2º maximum de E (84,9 %) associé au maximum absolu de M (66,4 %) maximum absolu de E (90,1 %) associé au 2º maximum de M (65,5 %).

§ 2 - Analyse différentielle : classes expérimentales - classes témoins

2.1. Performances générales

- a) Relativement à chaque cahier, le tableau qui suit indique les <u>réussites moyennes des classes expérimentales</u> (568 élèves), <u>des classes témoins</u> (471 élèves) et <u>contrôle</u> (37 élèves), respectivement au test d'entrée, puis au test de sortie. A titre d'illustration, est adjoint à ce premier tableau, le même type d'éléments de comparaison au niveau d'une région où les méthodes pédagogiques utilisées nous sont mieux connues. Les différences significatives (variations supérieures à 10 %) sont soulignées d'un *. Pour les raisons indiquées dans le chapitre I, nous formulons l'hypothèse que les absences ou les départs des élèves des classes EX et TE se distribuent aléatoirement et n'affectent pas la représentativité de la population de sortie par rapport à celle d'entrée.
- b) Nous allons pratiquer <u>un test d'homogénéité</u> sur les populations EX et TE à l'entrée et à la sortie, en estimant les écart-types des résultats à l'entrée, écart-types qui nous manquent. Rappelons que ce test sert à apprécier l'hypothèse que les populations EX et TE sont des échantillons extraits de 2 populations admettant la même moyenne, c'est-à-dire statistiquement comparables.

Entrée $\begin{cases} \frac{N_1}{X_1} = 870 & \text{(population expérimentale)} \\ \frac{N_1}{X_1} = 49,35 & \text{(performance expérimentale moyenne)} \\ \sigma_1 = 11,3 & \text{(écart-type des performances expérimentales estimé à l'aide de celui de sortie (¹).} \end{cases}$

 $\begin{cases} \frac{N_2}{X_2} = 672 & \text{(population témoin)} \\ \overline{X_2} = 47,88 & \text{(performance témoin moyenne)} \\ \sigma_2 = 11,8 & \text{(écart-type des performances témoins estimé à l'aide de celui de sortie)} \end{cases}$

 $[\]overline{(^1)}$ Faute de renseignements complémentaires, une estimation raisonnable de σ_1 est σ_1' , écart-type des performances de sortie. Toute estimation plus fine ne pourrait que conduire à des valeurs supérieures à 11,3 et donc à une valeur de z inférieure à 2,47.

	Y				_			
			Cahier G	Cahier S 24 items	Cahier O 5 items	Cahier E 7 items	Cahier M	Moyenne générale ou varia- tion moyenne
	Classe EX Réussite moyenne	44 %	33,9 %	53,4 %	29,8 %	68,4 %	55,9 %	47, 6%
	Classe TE Réussite moyenne	41,5.%	24,9 %	49,1 %	28,7 %	67,1 %	53 %	43,9 %
A L	Classe CO Réussite moyenne	41 %	35,1 %	48,1 %	28,1 %	68,3 %	52,5 %	44,8 %
ATION	Rapport Réussite EX Réussite TE entrée	1,06 (28 items)	X	1,08 (28 items)	0,99 (8 items)	1,01 (13 items)	0,99 (18 items)	1,03
Z	Rapport Réussite EX Réussite TE sortie	1,06	1,36 *	1,09	1,04	1,02	1,05	1,08
	Variation entrée → sortie de ce rapport	0 %	X	+ 1 %	+ 5 %	+ 1 %	+ 6 %	+ 5 %
	Rapport Réussite EX Réussite CO	1,07	0,97	1,11	1,06	1	1,06	1,06
	Classe EX Réussite moyenne 86 élèves	44,6 %	33,9 %	51,4 %	27,4 %	67,4 %	56,4 %	47,3 %
ES)	Classe TE Réussite moyenne 75 élèves	35,8 %	21 %	49,6 %	26,3 %	71,4 %	50,6 %	41,2 %
A L (VANNES)	Rapport Réussite EX Réussite TE entrée	1,15		1,05	0,97	1	0,96	1,01
EGION	Rapport Réussite EX Réussite TE sortie	1,25	1,61 *	1,04	1,04	0,95	1,12 *	1,15 *
R	Variation entrée → sortie de ce rapport	+ 10 % *	X	- 1 %	+ 7 %	- 5 %	+ 16 %	+ 14 2*

⁽¹⁾ Il n'y avait pas de tel cahier à l'entrée.

Calculons
$$z = \frac{\overline{X_1} - \overline{X_2}}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{N_1} + \frac{\sigma_2^2}{N_2}}} = 2,47 \text{ (pour } \sigma_1 = \sigma_2 = 12, \text{ alors } z = 2,38)$$

Aussi, la différence EX - TE, significative au seuil de 5 %, ne l'est pas au seuil de 1 %.

Sortie
$$\begin{cases} \frac{N_1^2}{X_1^2} = 568 & \text{(population EX)} \\ \overline{X_1^2} = 47,6 & \text{(performance EX moyenne)} \\ \sigma_1^2 = 11,3 & \text{(écart-type des performances EX)} \end{cases}$$
$$\begin{cases} \frac{N_2^2}{X_2^2} = 472 & \text{(population TE)} \\ \overline{X_2^2} = 43,9 & \text{(performance TE moyenne)} \\ \sigma_2^2 = 11,8 & \text{(écart-type des performances TE)} \end{cases}$$

Calculons z' =
$$\frac{\overline{X_{1}^{2}} - \overline{X_{2}^{2}}}{\sqrt{\frac{\sigma_{1}^{2}}{N_{1}^{2}} + \frac{\sigma_{2}^{2}}{N_{2}^{2}}}} = 6,22$$

La différence EX - TE est cette fois-ci significative au seuil de 10-6. Ceci signifie que l'on peut être certain, avec une probabilité d'erreur inférieure à 10-6, que les populations EX et TE, sensiblement différentes au début du cycle expérimental, le sont sûrement à la fin, à travers les épreuves du test.

Enfin, si l'on pratique un test d'homogénéité sur les populations TE et CO à la sortie, pour vérifier le caractère "contrôle" de la classe parisienne, on obtient:

$$\begin{cases} \frac{N_3'}{X_3'} = 37 & \text{(population CO)} \\ \frac{N_3'}{X_3'} = 44.8 & \text{(performance CO moyenne)} \\ \sigma_3' = 10.6 & \text{(écart-type des performances CO)} \end{cases}$$

D'où
$$z'' = \frac{\overline{X_2'} - \overline{X_3'}}{\sqrt{\frac{\sigma_2'^2}{N_2'} + \frac{\sigma_3'^2}{N_3'}}} = 0,49$$

La différence des performances TE - CO n'est pas significativement nulle au seuil de... 60 %! Ces deux populations peuvent donc être considérées comme des échantillons d'une même population: ce qui signifie encore que cet échantillon témoin est représentatif de toute la population qui n'est pas expérimentale et donc que son caractère témoin n'est pas usurpé.

c) Nous adjoignons à ce test d'homogénéité, un test d'analyse de variance (test de Snedecor) permettant de déceler l'influence d'un facteur sur les résultats d'observations de performances. Les observations porteront, par exemple, sur les modalités M_{EX} et M_{TE} du facteur susceptible d'affecter les performances à l'entrée. Les variances à considérer sont :

•
$$s_1^2$$
: variance intraclasse égale à $\frac{1}{N_1 + N_2 - 2} [(N_1 - 1) \sigma_1^2 + (N_2 - 1)^2 \sigma_2^2]$

•
$$s_2^2$$
 = variance interclasse égale à $N_1 (\overline{X}_1 - m)^2 + N_2 (\overline{X}_2 - m)^2$

où m =
$$\frac{1}{2} (\overline{X}_1 + \overline{X}_2)$$

Si le rapport $F = \frac{s_2^2}{s_1^2}$ est supérieur à une valeur donnée pour un seuil

fixé (5 % ou 1 %), par la table de la loi de Fisher-Snedecor, pour des degrés de liberté (1; $N_1 + N_2 - 2$), on pourra dire que le facteur discriminant les performances des 2 populations EX et TE existe.

Calculons donc la valeur du F relatif, à l'entrée du cycle expérimental, aux performances EX et TE:

$$s_1^2 = \frac{1}{870 + 672 - 2} [(870-1). 11,3^2 + (672-1).11,8^2] = 133$$

$$s_2^2 = 870 [49,35 - 48,63]^2 + 672 (48,63-47,88)^2 = 829$$

où
$$48,63 = \frac{1}{2} (49,35 + 47,88)$$

d'où
$$F = \frac{829}{133} = 6,23$$

L'existence du facteur, acceptée au seuil de 5 % ($F_{5\%} = 3,84$), est refusée au seuil de 1 % ($F_{1\%} = 6,64$) comme par le test d'homogénéité.

Par contre, la valeur du F relatif, à la sortie, aux performances EX et TE est égale à:

$$\frac{s_2^{\prime 2}}{s_1^{\prime 2}} = \frac{3559}{133} = 26,76$$

Le facteur discriminant existe donc au seuil de 1 %.

Le même test appliqué aux modalité M_{TE} et M_{CO} (population témoin et population contrôle) montre qu'il n'existe pas au seuil de 5 % de facteur discriminant ces modalités. On trouve en effet : F = 0.81.

d) En nous fixant un seuil supérieur, égal à 37 % de réussite, seuil qui nous assure un échantillon convenable de près de 10 % des individus testés à la sortie, nous recherchons les élèves qui, au test d'entrée, avaient obtenu un score inférieur ou égal à 37 %. Puis nous notons leurs nouvelles performances au test de sortie. C'est ainsi que nous obtenons :

		Elèves classes expérimentales	Elèves classes témoins
	Effectifs	33	45
Paramètres au test	score moyen	$\overline{x_1} = 32,82$	$\overline{X_2} = 32,2$
d'entrée	écart-type	σ ₁ = 3,31	$\sigma_2 = 3,68$
Paramètres	score moyen	$\overline{X_1^*} = 38,6$	$\overline{X_2^{\dagger}} = 33,32$
au test de sortie	écart-type (1)	σ' ₁ = 10,9	$\sigma_2^* = 9,58$

En première approximation, on note que les plus faibles élèves testés à l'entrée progressent globalement mieux dans les classes EX (18 % de progrès moyen dans ces classes contre 3 % seulement dans les classes TE). Ceci nous assure de l'atteinte de l'un de nos objectifs O.P.C.: aider, entre autres, les élèves en difficulté.

Si l'on pratique, comme dans b) un test d'homogénéité sur les populations en présence, on obtient :

• Population entrée EX - TE: z = 0,779

La différence normalisée z des moyennes de scores n'est pas significative car :

Prob
$$[|z| \ge 0,779] = 0,436$$

• Population sortie EX - TE: z' = 2,223

La différence est cette fois significative au seuil de 5 % puisque:

Prob
$$|z| \ge 2,223 = 0,026$$

• Population entrée-sortie TE: z'' = -0,732

Pas de différence significative: les performances des 45 élèves des classes TE n'ont donc pas statistiquement changé de l'entrée à la sortie.

⁽¹) Les écart-types de sortie sont nettement supérieurs à ceux de l'entrée puisque les élèves concernés peuvent obtenir, à la sortie, des scores nettement supérieurs à 37 %, ce qui n'était pas le cas, par définition, à l'entrée.

• Population entrée-sortie EX: z''' = -2,915

La différence est encore significative, au seuil de 1 % puisque:

Prob $|z| \ge 2.915 = 0.004$

En résumé et plus simplement, si les populations d'enfants faibles à l'entrée en classes EX et TE ne différaient pas, elles diffèrent par contre à la sortie. En même temps, la population TE n'évolue pas sensiblement, alors que la population d'enfants faibles à l'entrée en classes EX varie fortement dans le sens positif.

e) Si nous utilisons le test de Snedecor pour éprouver l'hypothèse de l'existence d'un facteur discriminant les populations "faibles" EX et TE, nous retrouvons, comme précédemment, la confirmation des résultats fournis par le test d'homogénéité.

En effet:

• pour les population EX et TE à l'entrée :

F = 0.23: donc pas de facteur discriminant

• pour les populations EX et TE à la sortie :

F = 5.13: le facteur existe au seuil de 5 %

• pour les populations TE à l'entrée et TE à la sortie :

F = 0.27: donc pas de facteur discriminant

• pour les populations EX à l'entrée et EX à la sortie :

F = 8,21: le facteur existe même au seuil de 1 %.

En conclusion, nous pouvons dire, avec peu de chances de nous tromper, qu'un facteur d'influence sur les performances des élèves est né de l'usage de méthodes pédagogiques expérimentales.

2.2. Remarques particulières

En dépit de ceci, il serait hâtif et excessif, à ce niveau d'analyse, de différencier irrévocablement les classes EX et TE. Cependant, voici quelques remarques complémentaires appuyant les précédentes.

Remarque 1. La différence sur le cahier G entre EX et TE est trop forte (+ 36 %) pour ne pas être significative. Le succès relatif des EX semble tenir, en particulier, à l'usage de méthodes actives comme le confirme la très forte tendance relevée à Vannes (+ 62 %).

Remarque 2. Les variations sur les autres cahiers que G, ainsi que sur le test global sont peu sensibles sur le plan national, mais le sont davantage dans certaines régions.

Par contre, on ne relève pas globalement de changement notable, au niveau des performances, sur les cahier O, E et M, alors que, de la référence fréquente à l'environnement pratiquée en classes EX, on pouvait attendre une différence plus importante à l'issue d'un cycle expérimental. Tout au plus peut-on souligner l'amélioration sensible des élèves des classes EX de Vannes dans leur accroissement de capacité à évaluer, à l'œil,

des longueurs, des aires et des volumes (+ 16 %) et celle de Limoges, en classes EX, dans la capacité à reconnaître les propriétés des projections solaires (+ 17,5 %).

Remarque 3. L'évolution des rapports de performances la plus constante sur les différents plans régionaux et national se situe au niveau du cahier S. Nous avons noté à l'entrée, grâce au travail d'un conseiller d'orientation, la corrélation étroite entre le Q.I. des élèves et leur performance générale au test, particulièrement au cahier S. Que l'évolution des capacités requises dans ce cahier soit peu sensible aux méthodes d'apprentissage n'a alors plus rien de surprenant : l'intelligence générale ne se développe pas comme les capacités cognitives.

Remarque 4. Quelques questions discriminent fortement les 2 types de classe. Les performances TE dépassent de 30 % les performances EX sur 2 items:

 N_{25} (règle de décroissance d'une suite numérique comme la racine carrée) et G_8 (+ 39 %) (critique d'une situation d'apprentissage de l'axiome de Thalès).

Par contre, les performances EX dépassent les autres de plus de 30 % sur des items qui s'appuient, les uns et les autres, assez souvent sur des bases concrètes ou qui présentent une formulation non classique (pour les 2 types de classes):

$$N_3$$
 (+ 67 %); N_{10} ; N_{18} ; N_{33} (+ 75 %)
 G_2 ; G_6 ; G_9 (+ 48 %); G_{10} (+ 116 %); G_{11} (+ 174 %); G_{12} (+ 48 %);
 G_{13} (+ 62 %)
et M_8 .

Notons, et nous y reviendrons, que les exercices de traçage sont, dans l'ensemble mieux réussis en milieu EX qu'en milieu TE.

Remarque 5. Comme nous l'avons signalé au § 4.2 (chapitre I), chaque item est placé dans l'une au moins des classes et d'activités (annexe 4) et d'objectifs cognitifs (annexe 5).

Voici selon la première typologie, les rapports respectifs des performances moyennes EX et TE (+ CO).

	Classe d'acti- vités	Heuris- tique	Traduc- tive	Classi- fica- toire	Calcu- latoire	Logique	Techni- que	Réinves- tisse- ment	Criti- que	Prédic- tive
***************************************	Rapport EX TE	1,07	1,15	1,03	1,01	1,11	1,32*	1,17*	1,17*	1,10

- 4 classes d'activités sont discriminantes de façon significative (≥15 %) en faveur des classes EX:
- activités de type traductif (changement de langage et interprétation)
- activités de type technique (exécution d'une tâche avec minutie et précision)

- activités de type réinvestissement (modélisation et confrontation au réel)
- activités de type critique (critique de données et choix d'éléments correctifs).

Selon la deuxième classification, on obtient les rapports suivants :

	Comp?	lexité cro			
Taxinomie	Classe A	Classe B	Classe D	Classe E	
Rapport EX TE	1,01	1,06	1,11	1,16 *	1,16 *

Ainsi, la différence entre les 2 types de classe (EX et TE) s'accentue continuellement quand on s'élève dans les classes de complexité. On peut donc affirmer, avec peu de risque de se tromper, que les élèves des classes EX sont plus habiles que les autres, dans des activités requérant des capacités supérieures. Ceci représente un des meilleurs crédits à l'actif de l'expérience O.P.C.

En appui de cette hypothèse de complexité croissante et de capacités supérieures requises en D et E, voici le tableau de contingence donnant le nombre d'items de niveaux A, B, C, D et E par rapport à des intervalles de réussite moyenne de la population totale à chacun des items classé à ce niveau.

£	·					
Score moyen	A	В	С	D	Е	Totaux
100 à 80 %	5	2	0	0	0	5 - 7 -
80 à 60 %	4	11	8	1	0	24
60 à 40 %	2	6	14	5	0	27
40 à 20 %	0	6	15	9 (dont 2E)	2	30
20 à 0 %	0	0	4	9 (dont 2E)	2	13
Totaux	11	25	41	24 (dont 4E)	4	101

Le chiffre 5 à l'intersection de la ligne "100 à 80 %" et la colonne "A" signifie que 5 des items classés en A ont des scores de réussite moyenne compris entre 100 et 80 %.

Un test d'indépendance entre les 2 distributions données par la double entrée de ce tableau, fournit, pour 16 degrés de liberté: $\chi^2 = 66,14$ et Prob $[\chi^2 \ge 66,14] = 0,99999995$

Autrement dit, il y a sûrement (au seuil de 5.10⁻⁸) dépendance entre ces 2 distributions, ce qui nous garantit l'hypothèse de complexité croissante.

§ 3 - Analyse différentielle des courants O.P.C.

Dans le chapitre I, § 3.3., nous avons mis en évidence 3 courants distinguant sensiblement les groupes expérimentaux:

Courant 1: Clermont - Toulouse - Poitiers 1

Courant 2: Vannes - Poitiers 2 Courant 3: Limoges - Poitiers 3

A la demande de Ch. PÉROL, nous cherchons ci-dessous à mettre en évidence les différences éventuelles au niveau des résultats à travers ces 3 courants. Voici les résultats bruts :

: : : :-	1		EX	TE	Rapport EX TE entrée	Rapport EX TE sortie	Variation
	Entrée	Nombre d'élèves	457	309			
nt 1	Lucree	Performance moyenne	49,71	47,56	1,05		+ 0 %
Courant	Sortie	Nombre d'élèves	253	189			+ 0 %
	301216	Performance moyenne	46,67	44,58		1,05	
	Entrée	Nombre d'élèves	229	160			
int 2	Bireree	Perfomance moyenne	49,04	48,07	1,02		+ 12 %
Courant	Sortie	Nombre d'élèves	177	118			+ 12 %
	Sortie	Performance moyenne	50,38	44,01		1,14	
	Entrée	Nombre d'élèves	196	203			
int 3	Bireree	Performance moyenne	47,55	48,13	0,99		+ 7 %
Courant	Sortie	Nombre d'élèves	139	162			+ / <i>/</i> ₆
	201116	Performance moyenne	45,48	43,06		1,06	

Ainsi donc, en apparence, c'est le courant 2 qui semble le mieux avoir progressé à travers le test de sortie. Soulignons que les classes de Toulouse entrant dans la composition du courant 1 voient de l'entrée à la sortie décroître leurs effectifs de plus de la moitié. Or, la classe EX de Toulouse figurant à la sortie obtient un score assez faible, ce qui ne manque pas d'affecter sensiblement la performance EX du courant 1.

Quoi qu'il en soit et quel que soit le courant, il n'y a pas d'erreur de parcours des classes expérimentales. Ceci parachève au niveau des statistiques brutes l'examen des différences EX-TE qui semblent donc pour la plupart toutes jouer en faveur des classes EX.

§ 4 - Analyse différentielle : filles -garçons

Rappelons qu'au cours du cycle d'orientation (4°-3°), il est plus fréquent de voir un garçon qu'une fille quitter le C.E.S. pour rentrer dans un lycée d'enseignement professionnel. Ceci, quand on sait sur quels critères négatifs s'opère ce changement, perturbe sensiblement l'homogénéité des performances à des épreuves de type intellectuel.

Néanmoins, nous avons relevé une vingtaine d'items discriminant les 2 sexes avec un écart supérieur à 30 % donc significatif d'une sensibilité au sexe :

en faveur des filles: O_4 (+ 55 %) (ombre d'une fenêtre sur un mur) en faveur des garçons: N_{19} (+ 80 %); N_{21} , N_{22} ; N_{31} ; N_{32} (+ 50 %); N_{33} (+ 68 %); N_{34} (+ 264 %); G_9 ; G_{11} (+ 134 %); G_8 (+ 69 %); G_9 (+ 75 %); G_8 (+ 80 %); G_9 (+ 65 %); G_9 (+ 75 %).

Les questions auxquelles réussissent mieux les garçons paraissent relever, à la lecture de ce qui précède :

- des suites logiques arithmétiques (génération de suites après découverte d'un algorithme),
- des situations spatiales dynamiques (génération logique de figures),
- des estimations à vue d'aires et de volumes (bonne appréciation de la longueur des champs perçus).

Nous avons déjà exprimé ces remarques dans [1] et [2]. C'est la constance de leur observation qui nous incite à les mettre en évidence ici. Par contre, et avec la même constance, nous relevons une meilleure maîtrise des filles (en plus de l'item O₄) à la plus grande partie des items portant sur les équations (usage des algorithmes) et sur les estimations de longueurs (bonne appréciation des objets unidimensionnels).

Globalement, sur chaque cahier puis sur le test complet, nous obtenons les résultats suivants:

	Cahier N	Cahier G	Cahier S	Cahier O	Cahier E	Cahier M	Test complet
Rapport <u>G</u> F		1,20 *	1,15	1,02	1,09	1,11	1,12

Ainsi, dans l'ensemble, les filles réussissent moins les items et les cahiers à nature logico-spatiale que les garçons.

§ 5 - Analyse différentielle : âges de 13 à 18 ans

Nous ne tiendrons qu'exceptionnellement compte des classes d'âges peu représentées: 13, 17 et 18 ans (moins de 5 % en tout de la population globale). C'est à titre d'information que nous donnons ci-dessous les performances comparées de chaque classe d'âge sur chaque cahier et sur le test entier.

			_				
	Cahier N	Cahier G	Cahier S	Cahier O	Cahier E	Cahier M	Test complet
13 ans (1,1 %)	55 %	31 %	49 %	35 %	64 %	62 %	51 %
14 ans (23,7 %)	47 %	34 %	55 %	29 %	71 %	55 %	49 %
15 ans (49,2 %)	43 %	31 %	53 %	29 %	68 %	56 %	47 %
16 ans (22,3 %)	36 %	24 %	46 %	28 %	64 %	51 %	41 %
17 ans (3,3 %)	43 %	31 %	41 %	36 %	63 %	55 %	44 %
18 ans (0,3 %)	44 %	46 %	65 %	60 %	71 %	43 %	52 %

(le trait supérieur (resp. inférieur) indique le maximum (resp. minimum))

Ainsi sur plus de 95 % de la population (14 à 16 ans), la hiérarchie des résultats montre :

- que ce sont les plus âgés (16 ans en particulier, les autres âges étant, rappelons-le, moins significatifs) qui obtiennent les plus mauvais résultats dans chacun des cahiers,
- que les plus jeunes (14 ans) réussissent mieux que les autres enfants dans les cahiers plutôt didactiques (N et G),
- qu'au cahier S, l'optimum est atteint entre 14 et 15 ans,
- qu'au cahier M, la performance décroît quand l'âge s'élève.

Nous avons relevé quelques items ne présentant pas de sensibilité avec l'âge:

- réussite 53 % à l'item O₂ (ombre d'une fenêtre ronde)
- réussite 65 % à l'item E₄ (grille de mots croisés)

(suite page 93)

Nous avons reporté dans le tableau les codes des items où les scores semblent avec l'âge les plus significatifs : la flèche dirigée vers le bas (resp. le haut) indique la décroissance (resp. la croissance) des scores avec l'âge croissant.

			- 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	
Items	A ₄	A ₅	A ₆	Remarques
N ₇ +	70,6 %	56,5 %	40, 4 %	
N ₈ +	50,6 %	46,3 %	31, 7 %	Composition d'applications
N ₁₄ +	38,4 %	26,5 %	16,7 %	D. victor des frantiers
N ₁₅ +	23,5 %	11,7 %	8,7 %	Propriétés des fractions
N ₂₆ +	35,7 %	30,8 %	18,8 %	Simplification de fractions
N ₂₈ +	49,8 %	39,7 %	25,4 %	
N ₃₁ +	17,3 %	11,7 %	7,5 %	avec 25 % à 13 ans et 5,6 % à 17 ans : décroissance continue
N ₃₂ ↓	7,8 %	4,7 %	3,3 %	avec 16,7 % à 13 ans et 0 % à 17 ans : décroissance continue
N ₃₃ +	20,4 %	15,1 %	9,2 %	avec 33,3 % à 13 ans et 2,8 % à 17 ans : décroissance continue
N ₃₄ +	11 %	8,5 %	5 %	
G ₆ ↓	22,7 %	21 %	13,3 %	et 8,3 % à 17 ans
G ₇ ↑	27,8 %	30,2 %	32,1 %	La performance croît avec l'âge : 33,3 % à 17 ans
G ₁₀ +	31,8 %	30,4 %	19,2 %	1 January Carlot
G ₁₁ ↓	9,8 %	9,8 %	3,3 %	Fin de test avec alternance heuristi-
G ₁₂ +	34,9 %	27,8 %	21,7 %	que et didactique
G ₁₃ +	35,3 %	32,7 %	20,8 %	
E ₃ +	34,9 %	27 %	22,1 %	
E ₇ ↑↓	65,5 %	71,7 %	65,5 %	Tanasan mariatan at attains
S ₁₄ ↑↓	28,6 %	33,1 %	20,8 %	La performance maximale est atteinte à 15 ans. On note respectivement à 17 ans : 66,7 %; 22,2 %; 41,7 %
M ₁₃ ↑ ↓	47,1 %	51,6 %	46,2 %	
M ₁₄ +	25,9 %	29,5 %	29,2 %	La performance croît avec l'âge : 38,9 % à 17 ans
14	<u> </u>			30,9 % a 17 ans

- réussite de 80 % à l'item M₁ (longueur estimée d'une demi-diagonale d'un carré)
- réussite 87 % à l'item M₄ (longueur estimée des côtés d'un rectangle)
- réussite 77 % à l'item M₆ (longueur estimée d'une cigarette, avec un "progrès" pour 17 ans: 83 %).
- Par contre, sur certains items, on note de fortes variations avec l'âge. C'est le cas en particulier:
- des items très didactiques (fractions, équations de droite, Thalès): N₇, N₈, N₁₄, N₁₅, N₂₆, N₂₈, N₃₁, N₃₂ et toute la fin du cahier N, G₆, G₇ et toute la fin du cahier G.
- de S₁₄ (suite géométrique)
- de E₃ (fort facteur verbal dans l'explication d'un double pliage)
- de E₇ (développement d'une figure)
- de M₁₃ (volume d'une pyramide évaluée à l'aide d'un cube)
- de M₁₄ (tracé d'un rectangle d'aire donnée).

En résumé, longueur et didactisme d'un questionnaire jouent en défaveur des élèves plus âgés. Ceux-ci paraissent, en effet, se décourager plus vite que les jeunes, rechigner à l'effort prolongé, à la concentration (échec sur les questions ouvertes) et rejeter la version scolaire du test.

§ 6 - Analyse différentielle : caractère "redoublant" ou "non redoublant"

Rappelons qu'un élève dit 'redoublant' ici, l'a été en 4º lors de l'année 75-76, donc au cours de la 1^{re} année expérimentale pour les élèves des classes EX. Aucun élève redoublant de 3º n'a pu être pris en compte lors du test de sortie.

Voici le tableau comparatif des performances de ces 2 types d'élèves à chacun des cahiers :

Cahiers Carac- tère	Cahier N	Cahier G	Cahier S	Cahier O	Cahier E		Test complet
Redoublant	41,9 %	23,6 %	53,2 %	30,4 %	67,2 %	54,5 %	45,2 %
Non redoublant	42,9 %	* 30,3 %	51,2 %	29,3 %	67,8 %	54,5 %	45,9 %

On note qu'il y a peu de différences entre les 2 groupes, sauf en géométrie où l'écart relatif est de 28 % en faveur des élèves qui n'ont pas redoublé en 4e. Remarquons à ce sujet, que la moyenne en géométrie:

- des redoublants des classes EX est : 26.7 %
- alors que celle des redoublants des classes TE est: 17,7 %

Ainsi, en comparant les rapports des performances:

• redoublants: $\frac{EX}{TE} = 1,51$

• non redoublants: $\frac{EX}{TE} = 1,36$

on remarque que l'enseignement pratiqué en géométrie, dans les classes EX a moins défavorisé les redoublants (ou les a désavantagés) qu'il ne l'a fait en classes TE. Quand on sait quelle importance le formalisme et l'axiomatisation prennent traditionnellement, on comprend peut-être mieux les raisons de la différence.

Voici les questions les plus discriminantes (à plus de 30 %) des 2 types d'élèves et qui ne sont pas d'évidence impliquées par le phénomène âge déjà évoqué:

Item	Meilleure réus- site moyenne	Moins bonne réussite moyenne	Accroissement relatif du moins bon au meilleur	Remarques
N ₃	NR : 11,2 %	OR : 5,6 %	100 %	définir une relation par un lien verbal complexe
N ₁₀	NR : 15,3 %	OR : 9,3 %	65 %	encadrement d'une somme
N ₂₀	NR : 41,2 %	OR : 27,8 %	48 %	"Thalès algébrique" : didactique
N ₃₀	NR : 33, 6 %	OR : 24,1 %	40 %	didactiques
G ₁	NR : 32,2 %	OR : 18,5 %	74 %	Jaroueerques
s ₉	NR : 23,8 %	OR : 14,8 %	61 %	déplacements sur un quadrillage
s ₂₃	OR : 66,7 %	NR : 50 %	33 %	matrices logiques
s ₂₄	OR : 55,6 %	NR : 39 %	43 %	

Les items, à l'exclusion de S_9 et peut-être en partie de N_{30} , où les non-redoublants dominent les redoublants, relèvent de notions abordées en 4^e : le redoublement de cette classe n'a donc pas joué positivement. Par contre, les 2 items S_{23} et S_{24} où les redoublants s'avèrent supérieurs, requièrent une maturité et des qualités de recomposition (synthèse) dont les plus jeunes disposent moins.

§ 6 - Analyse différentielle : caractère socio-professionnel du chef de famille

6.1. Analyse sur la population totale

Nous avons toujours noté une très forte corrélation entre la hiérarchie socio-culturelle (liée au groupe socio-professionnel) du chef de famille et la réussite à nos tests. Celui-ci ne fait pas exception.

				p	questina manuscripturas de la companya de la compa	_	
Cahiers Groupe	Cahier N	Cahier G	Cahier S	Cahier O	Cahier E	Cahier M	Test complet
R ₁ : agriculteurs	43,7 %	28,3 %	44,8 %	29,3 %	63,4 %	56,1 %	44,4 %
R ₂ : salariés agricoles	37,5 %	25,8 %	46 %	33 %	63,6 %	49,6 %	41,3 %
R ₃ : patrons de l'in- trie et du commerce	41,9 %	31,7 %	53,6 %	31,1 %	68,4 %	55,4 %	46,5 %
R ₄ : professions libé- rales et cadres sup.	47,9 %	36,8 %	57,6%	28,2 %	70,9 %	56 %	50,5 %
R ₅ : cadres moyens	45,8 %	34,4 %	54,4 %	32,7 %	71,5 %	56,4 %	49 %
R ₆ : employés	37,9 %	27,3 %	48,2 %	28,2 %	65,2 %	52 %	42,3 %
R ₇ : ouvriers	40,4 %	24,9 %	48,6 %	26,7 %	66,9`%	53,6 %	43,3 %
R ₈ : personnel de service	<u>37</u> ,4 %	22 %	49,4 %	28,2 %	65,6 %	50,3 %	41,6 %
R _g : armée, police	41,9 %	30,5 %	48,3 %	37,1 %	63,7 %	51,4 %	44,6 %
R ₁₀ : personnes non actives	43,3 %	28,6 %	52 %	24,8 %	67,5 %	54,4 %	45,8 %

(le trait supérieur (resp. inférieur) indique le maximum (resp. le minimum).

Les enfants les mieux intégrés à l'école, c'est-à-dire réussissant le mieux les items à forme didactique prononcée (N et G) sont en effet ceux dont le père (ou la mère) remplit une fonction à la fois culturelle, sociale et professionnelle élevée. C'est le cas de la catégorie R_4 , immédiatement suivie de R_5 , puis R_3 . A l'opposé, les échecs à ces items, assez révélateurs d'une moindre adaptation scolaire, sont le fait des enfants des catégories R_8 et R_2 .

Par contre, nous remarquons les bonnes performances obtenues :

- \bullet au cahier M (mesurages) par les enfants de techniciens (cadres moyens R_5) et d'agriculteurs
- au cahier O (ombres) par les enfants de militaires ou policiers et de salariés agricoles.

Toutes les hypothèses, que nous ne sommes pas seuls à formuler, de l'influence du milieu socio-professionnel sur le comportement et les capacités des enfants, sont alors permises et confirmées.

Citons, plus précisément, les plus discriminantes par rapport à la classification en groupes socio-professionnels:

	R	R ₂	R ₃	R ₄	R ₅	R ₆	R ₇	R ₈	R ₉	R ₁₀	Remarques
N ₁₀	15 %	5%	11,6%	21,9%	17,6%	10 %	13,5%	4,5%	11,4%	20,7%	encadrement taille
N ₃₁	7,5%	5%	8,9%	19,8%	11,4%	12,7%	10,2%	9,1%	17,1%	13,8%	didactique de for- me nouvelle
N ₃₂	2,8%	0%	2,7%	12,3%	4,5%	2,7%	4,4%	4,5%	5,7%	0 %	
N ₃₃	12,1%	20%	16,1%	24,1%	16,5%	8,2%	10,2%	9,1%	17,1%	13,8%	mathématisation avec une petite ambiguité
G ₁₁	4,7%	10%	8 %	16 %	14,8%	2,7%	4,4%	0 %	5,7%	0 %	créatif
G ₁₃	27,1%	25%	31,3%	43,3%	32,4%	33,6%	21,5%	27,3%	37,1%	27,6%	11
S ₁₈	48,6%	45%	59,8%	73,8%	62,5%	61,8%	61,1%	59,1%	57,1%	58,6%	symétrie axiale assez ca c hée
02	56,1%	70%	54,5%	48,7%	54 %	60 %	48 %	54,5%	57,1%	51,7%	observation d'une ombre

Insistons encore sur le fait que les items dont la réussite favorise systématiquement les enfants de R_4 , recouvrent des situations exigeant une mathématisation, un réinvestissement opportun des connaissances scolaires. En général, la présentation bien que de teinte didactique, y est originale et exige donc une bonne maîtrise des outils mathématiques ainsi qu'une bonne adaptabilité.

6.2. Analyse selon les populations EX et TE

Effectuant et analysant le croisement des deux partitions selon :

• d'une part la catégorie socio-professionnelle

• d'autre part le caractère expérimental ou non évidence l'impact des méthodes pédagogiques en fonc

on met en évidence l'impact des méthodes pédagogiques en fonction du milieu dans lequel vit l'enfant. Le tableau suivant est éclairant :

Catégorie	R	R ₂	R ₃	R ₄	R ₅	R ₆	R ₇	R ₈	R ₉	R ₁₀
Moyenne glo- bale au test	44,4 %	41,3 %	46,5 %	50,5 %	49 %	42,3 %	43,3 %	41,6 %	44,6 %	45,8 %
Moyenne EX au test	48,3 %	47,7 %	48,6 %	50,4 %	51,5 %	41,8 %	45,3 %	41,9 %	44,8 %	50,7 %
Moyenne TE au test	41,8 %	34,9 %	43,8 %	50,6 %	45,9 %	43 %	41,2 %	41,3 %	44,4 %	39,8 %
Rapport EX TE	1,16	1,37 *	1,11	0,995	1,12	0,97	1,10	1,02	1,01	1,27 *

On s'aperçoit alors que les enfants des catégories où l'écrit et le verbe précèdent, sinon remplacent l'action (R_4, R_6, R_9) , tirent peu de profit de

l'expérience. Au contraire, les enfants des catégories socialement plus humbles et où l'action précède ou se substitue à son expression intellectualisée, connaissent des réussites significatives. C'est le cas, en particulier, des enfants des salariés agricoles (R_2), des agriculteurs (R_1), des cadres moyens (techniciens du R_5), des ouvriers (R_7), des artisans et commerçants (R_3). Corrigeons l'apparente aberration de R_{10} (personnes non actives) par rapport à l'hypothèse précédente, en rappelant que, dans cette catégorie, se retrouvent les enfants de chômeurs.

Ainsi, la distorsion sociale qui semble ne pas favoriser les formes d'intelligence concrète, non verbales, techniques, paraît gommée en partie par l'emploi de méthodes actives partant du monde sensible. Si cette affirmation semble hâtive et excessive, nous pouvons affirmer, pour le moins, que le test par sa conception variée permet de rendre compte de capacités mathématiques où les avantages du milieu social et de l'évaluation traditionnelle, basée sur les qualités pérennisant ces mêmes avantages, sont sensiblement atténués.

CHAPITRE III

ANALYSE FACTORIELLE DES CORRESPONDANCES

§ 1 - Introduction

Rappelons brièvement que ce type d'analyse que nous décrirons dans le tome 2 de l'"Analyse des données" publié par l'A.P.M., consiste à faire apparaître dans un ordre décroissant les lignes de force du test, c'està-dire à extraire les facteurs discriminant les élèves à travers leurs réponses aux items. Les points-items et les points-élèves sont représentés dans des plans factoriels. Par exemple, 2 points-élèves sont, dans le plan factoriel relatif aux facteurs 1 et 2:

• d'autant plus séparés (resp. proches) sur l'axe 1 qu'ils ont des attitudes différentes (resp. semblables) selon le facteur 1 et particulièrement à l'égard des items à faible score de réussite,

• d'autant plus proches (resp. séparés) sur l'axe 2 qu'ils ont des attitudes semblables (resp. différentes), (par exemple: la réussite), suivant le facteur 2 et particulièrement encore selon les items à faible score de réussite.

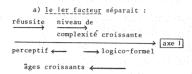
L'analyse consiste à donner un sens, interpréter chacun des facteurs retenus dans l'étude, en utilisant ce jeu des oppositions et des proximités, en particulier pour les points ayant une forte contribution à la définition de ce facteur. Le programme de traitement des données fournit ces différents renseignements et permet également de représenter, dans le même plan, les élèves et les items, ce qui aide à l'interprétation des facteurs. Mieux encore, le programme permet de projeter ensemble les items et les barycentres de points-élèves, appelés variables supplémentaires. Par

exemple, on trouvera, dans le même plan, tous les items et les barycentres relatifs aux paramètres descriptifs : âge, sexe, EX, TE, etc.

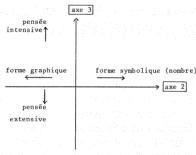
Au test d'entrée (cf. [1]), nous avions noté dans une analyse des correspondances que :

a) le 1er facteur séparait :

• les items de caractère logico-formel (nombres, suites logiques, etc.) des items de caractère perceptif (mesurage, effet de pliage, etc.)



- les élèves suivant leur âge : les plus jeunes à droite, les plus âgés à gauche et suivant leur réussite : les plus performants à droite, les moins performants à gauche.
- b) le 2^e facteur opposait au niveau opératoire supérieur, deux modes de représentation : la forme graphique (dessin géométrique, par exemple) et la forme symbolique numérique.



c) le 3e facteur, révélateur de la réussite et de l'interprétation scolaire, opposait en outre les items suivant qu'ils relevaient d'une opération de pensée "extensive" (créativité, généralisation, traduction) ou d'une opération de pensée "intensive".

Nous ne manquerons pas de souligner les points d'accord ou de désaccord entre ces facteurs d'entrée et ceux de sortie. Signalons les quantités d'information (l'inertie, dit-on en analyse des correspondances) respectives restituées par les 4 premiers facteurs du test de sortie :

le 1er facteur restitue 4,25 % de l'information totale (tableau carré donnant les résultats de chaque élève à chaque item),

le 2e facteur restitue 4 % de l'information totale,

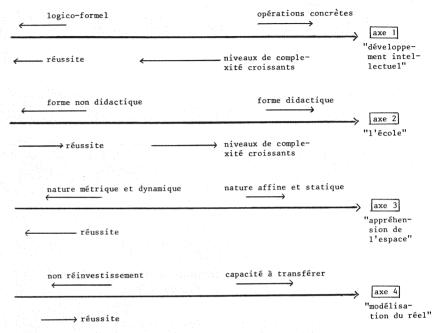
le 3e facteur restitue 2,6 % de l'information totale,

le 4e facteur restitue 2,5 % de l'information totale.

Sachant qu'il y a a priori 100 facteurs (les 101 items sont représentés dans un espace à 100 dimensions), on pouvait s'attendre en moyenne à

obtenir 1 % d'information par facteur. Ici, les 2 premiers facteurs sont donc riches d'information, les 4 restituant ensemble 13,35 % d'information.

Voici, à titre de résumé, les sens que nous avons donnés à ces 4 facteurs dans le test de sortie :



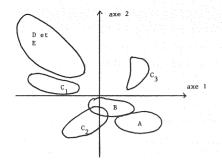
Les paragraphes qui suivent tentent de justifier et commenter ces hypothèses au sujet de la nature et de l'ordre des discriminations des élèves et des items.

§ 2 - Interprétation du 1er axe factoriel

2.1. Examen des variables items sur cet axe

a) Comme au test d'entrée, il oppose de gauche à droite les items relevant du stade logico-formel aux items relevant du stade des opérations concrètes, au sens de Piaget. Rappelons que celui-ci définit ce stade concret comme étant caractérisé par la capacité de la pensée à effectuer, certes des groupements opératoires, mais "sur des objets manipulables ou susceptibles d'être intériorisés".

Adoptant de plus notre taxinomie de niveaux de complexité (ou d'objectifs cognitifs), le premier facteur oppose, dans le même sens, les niveaux supérieurs D et E aux niveaux les plus bas A et B. Le schéma cidessous rend compte des nuages d'items regroupés, dans le plan des 2 premiers axes, suivant la classification A - B - C - D - E.



On note un éclatement du groupement selon la classe C, en 3 sous-nuages C_1 , C_2 et C_3 .

Précisément, en considérant lees points à forte contribution, on observe que cet axe est principalement défini par 3 sous-groupes d'items (cf. figure de la page 102).

• d'une part à gauche, un sous-groupe constitué par les 3 items : N_{14} , N_{15} et N_8 , à forte technicité et haute compréhension de concepts encore complexes pour les élèves de 3° (nombres rationnels et composée de 2 applications),

• d'autre part, à droite, deux sous-groupes formant le sous-nuage C3

• l'un constitué des items N₃₅, N₃₆, N₃₇, N₃₈, requérant une lecture et l'interprétation directe d'un graphique,

• l'autre constitué des items S₂₂, S₂₃ et S₂₄, relatifs aux matrices logiques à compléter.

Ces 2 sous-groupes ont ceci en commun qu'ils font référence à une certaine imagerie, plutôt ludique, sur laquelle l'enfant doit opérer; de plus, les items les composant se situent en fin des cahiers N et S.

- b) Ce qui suit va permettre de compléter et soutenir l'hypothèse de la signification du 1^{er} facteur. Par rapport aux contenus du test, on trouve ainsi:
- A gauche, à quelques exceptions près que nous citerons, les items des cahiers N et G; apparaissent aussi presque tous les items de S_1 à S_{14} , items s'appuyant moins sur l'appréhension sensible des figures géométriques génériques que sur un raisonnement de type inductif, mais non dépourvu d'une certaine logique.
- A droite, avec de rares exceptions, les items des cahiers O, M et E et les items S_{15} à S_{24} . Tous font référence à des schémas plus sensibles que logico-formels : leur support est en général concret (c'est-à-dire familier à 15 ans), les procédures intellectuelles sollicitées et pratiquées prennent appui sur la représentation proposée ou font référence à des observations de l'environnement sensible.

Les exceptions, plus apparentes que réelles, comme on va le voir, sont les suivantes :

• à droite: N₂₇ (mais technique et Q.C.M.) N₁, N₉ (mais appel à des niveaux perceptifs) N₁₁, N₁₃ (mais mécanisme de base de l'addition et la multiplication)

N₃₅, ..., N₃₈ (mais de nature perceptive)

G₄ (critique mais à support concret : une maison)

 S_1 , S_7 , S_{12} (à perception assez immédiate).

• à gauche: O₁ (où la perception parasite le réajustement nécessaire à la réponse; plus de 11 % de réussite pour O₁, contre 30 à 53 % pour O₂, O₃ et O₅).

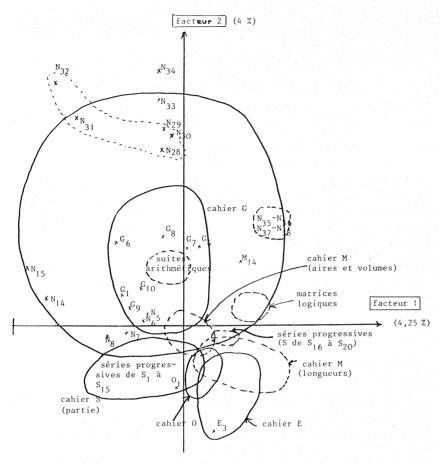
 M_8 , M_9 , M_{11} , M_{12} (exigeant l'usage d'un algorithme : aire ou volume, outre la perception immédiate ou mémorisée).

c) Par rapport à la forme du questionnement, on remarque que le 1^{er} axe oppose généralement les items de type ouvert (représentés à gauche) aux items de type fermé (Q.C.M. représentées à droite) où le hasard peut quelquefois intervenir. Mais ce phénomène n'est sans doute pas la cause première dans la définition du facteur. En effet, on retrouve à gauche de nombreuses Q.C.M. (cahier S par exemple) et à droite des items ouverts (comme S₂₂, S₂₃ et S₂₄) dont la position inversée tempérerait l'induction hâtive quant au sens de ce facteur: le niveau de complexité domine, à notre avis, la forme de questionnement.

2.2. Examen des variables items dans le plan des 2 premiers facteurs

Bien que cet examen anticipe l'analyse que nous ferons du 2e facteur, il nous semble intéressant et fructueux pour la précédente analyse, de souligner la formation de quelques grappes d'items significatives, à notre sens, des affinités de tâches, de procédures et de contenus relatifs aux items. On pourra, pour mieux suivre la constitution de ces grappes, se reporter au schéma suivant reproduisant succinctement le plan des 2 premiers facteurs. Voici les grappes intéressantes:

- G_1 et G_9 (G_{10} est assez proche): ils exigent des tâches de traçage, relevant elles-mêmes de l'usage d'algorithmes de constructions transformationnelles,
- N₂₈, N₂₉, N₃₀, N₃₁ et N₃₂: items ne cachant pas leur contenu didactique et exigeant une exécution calculatoire,
- \bullet S₂₂, S₂₃, S₂₄ (matrices logiques) puis N₃₅, N₃₆, N₃₇ et N₃₈ (lecture et interprétation de graphiques), grappes formées sur une communauté de contenu et de tâche,
- N_{21} à N_{26} (à l'exception de N_{25}): suites numériques demandant de la part de l'élève la découverte d'un critère générique (un opérateur) et 3 procédures inductives d'application de l'opérateur reconnu,
- N_5 , N_6 , N_7 et N_8 regroupés par la notion à laquelle ils font appel : applications et compositions d'applications,



- deux regroupements dûs à la perception des objets proposés à l'estimation :
 - une grappe à droite du 1^{er} axe réunissant les items de perception des longueurs : M₁ à M₆,
 - une grappe au centre et à gauche de l'axe réunissant les items à perception directe des aires et volumes ou à perception de longueur, suivie d'un calcul d'aire ou de volume: M₇ à M₁₃ (à l'exception de M₁₀ perçu plus directement et pour lequel les modalités proposées, en dehors de la bonne, s'excluaient par l'absurde). Notons, ici, l'éloignement de l'item de construction à main levée d'un rectangle d'aire donnée (M₁₄): de type ouvert, il fait appel à des capacités bien supérieures à celles sollicitées par ailleurs, puisqu'une recomposition, une synthèse s'imposent.

• E₁ à E₇ (à l'exclusion de E₃) regroupé par la perception commune du pliage et de repérage dans le plan. Tout ici n'est qu'affaire de distance, des dichotomies: gauche-droite, haut-bas, alors que E₃ exige, en plus d'une compréhension du texte qui pose le principal problème, une composition intériorisée de 2 pliages de même axe.

2.3. Examen des variables élèves sur le premier axe

On conçoit aisément quels types d'élèves se trouvent opposés selon cet axe:

- à gauche, les élèves ayant atteint par leurs capacités et leur travail des niveaux où l'assimilation ne pose pas de problème. Ces élèves, en général appliqués, ne font pas d'impasse dans les cahiers du test et ne répondent pas particulièrement à l'attrait des formes ludiques. Par contre, leur réussite globale au test est bonne ou très bonne; le long de ce dernier axe, nous trouvons les meilleurs scores: 72,3 % de réussite, 76,2 % (2 fois), 77,2 % (3 fois), 71,2 % et 92,1 % (maximum absolu).
- à droite, les élèves n'ayant pas atteint leur maturité intellectuelle, capables de faire l'impasse sur des questions embarrassantes pour s'exprimer sur des items à forme ludique de fin de cahier, donc plus à l'aise dans les items concrets et nouveaux. Leur réussite globale au test est moins bonne sinon plus mauvaise. On trouve ici les scores minima: 13,9% (minimum absolu), 15,8%, 21,8% (2 fois) et 22,8% (4 fois) de réussite.

Autrement dit, on ne note aucune aberration d'ensemble: si le niveau d'un item s'élève dans la complexité cognitive du ou des concepts requis, il est résolu par les élèves qui ont aussi généralement résolu ceux de niveaux inférieurs, qui ont donc dépassé les stades perceptifs et "d'opérations concrètes".

§ 3 - Interprétation du 2e axe factoriel

3.1. Examen des variables-items

- a) Le 2^e axe oppose grossièrement les items à forte résonance scolaire, items dits de type didactique, aux items de nature étrangère à l'école. Il correspond donc au 3^e axe facteur du test d'entrée. On retrouve, en effet, à de rares exceptions près :
- au haut de l'axe, les points relatifs aux cahiers N et G qui font référence aux contenus de l'enseignement en 4e et 3e,
- au bas de l'axe, les points relatifs aux cahiers S, O, E et M dont la résolution n'est pas hypothéquée par une carence des connaissances enseignées en 4e et 3e.

De plus, comme le montre le schéma de la page 102, les niveaux de complexité se déploient, à l'exception de la 1^{re} partie du cahier S, le long de l'axe et dans le même sens que lui.

Enfin, les points apportant la plus forte contribution (60 % de l'inertie totale portée par cet axe) à la définition de l'axe sont tous situés au nord et en 2 sous-nuages :

- une grappe N_{28} à N_{34} indiquée par la figure de la page 102, représentant plus du tiers de l'information restituée par l'axe. Les 5 premiers items sont très didactiques, les 2 derniers le deviennent après une mise en équation,
- un groupement N_{35} à N_{38} représentant 25 % de l'information et mesurant la capacité à lire et interpréter un graphique.

Au sud, les contributions sont plus diffuses et tiennent essentiellement, pour 10 % de l'information, aux 13 premiers items du cahier S.

- b) En résumé, le 2° facteur oppose les items selon plusieurs attributs : d'une part, didactique, complexe, forme ouverte, présenté en fin de cahier (pour N, S et M en partie),
- d'autre part, non didactique, à choix multiples, présenté en début de cahier.

Nous pensons que le facteur est révélateur d'une bonne intégration au système scolaire et caractérise ceux que l'on appelle traditionnellement les "bons élèves", ceux que l'on décrit d'habitude comme élèves apprenant et comprenant leurs cours, travaillant vite et refusant les réponses au hasard en n'abordant une question qu'après avoir cherché, sinon résolu, la question précédente.

- c) Ce qui suit vient en appui de ce qui précéde. Soulignons ici quelques regroupements selon le 2e axe:
- les items de S₁₆ à S₂₁ qui font appel à la connaissance dynamique de transformations géométriques planes (rotation, symétries, homothéties),
- les items G_6 , G_9 et G_8 , relatifs à une critique de l'axiome de Thalès, qui se superposent à l'item G_4 , véritablement perçu, semble-t-il, comme une filiation des propriétés métriques de Thalès. Par contre, les 2 items relatifs à un "Thalès très numérique", N_{19} et N_{20} , subissent un traitement apparemment étranger à celui accordé aux items géométriques: l'environnement d'une question induit un contenu suffisamment différent de celui que l'on place dans cette question, pour que, par suite, le comportement de réponse, suivant un facteur, soit lui-même différent. On verra dans le chapitre IV que cette distinction ne tient plus lorsque toute l'information est prise en compte.

De plus, sans s'étonner outre mesure, on remarque la présence de N_{26} (division successive de 2 termes d'une fraction) à côté des 4 items géométriques cités ci-dessus : analogie de tâche! Sans aucun doute.

- Les items N_9 et N_{10} relatifs à la croissance de taille d'un enfant, séparés par l'axe 1, se trouvent proches selon l'axe 2
- les 6 items N₁₁ à N₁₆ relatifs aux équations s'étalent, dans l'ordre d'importance de l'échec, suivant l'axe 2 comme l'indique la figure cidessous, sans espacement excessif.

$$N_{11}$$
 N_{12} N_{14} N_{15}
 N_{13} O N_{16} $axe 2$

Mais on note la très grande proximité, dont nous avons déjà parlé par ailleurs (cf. [1] et [2]), des 2 questions N_{11} et N_{13} nécessitant les mêmes procédures de "changement de membre" respectivement pour l'addition et pour la multiplication. Il en est de même pour N_{12} et N_{16} où l'inconnue est placée au même endroit dans l'équation. Ce n'est donc pas l'opération mais l'analogie de la situation et de la procédure qui induit la ressemblance, via l'analogie des comportements de réponses.

3.2. Examen des variables-élèves

Si l'on examine leurs positions en fonction de leurs performances, on remarque, comme pour l'axe 1, la discrimination faite par l'axe 2. Au nord, en général, se projettent les élèves à bonne ou brillante performance, au sud, les élèves à médiocre performance. Cependant, une 2^e coordonnée positive ne suffit pas à un point-élève pour que celui-ci soit reconnu performant : il lui faut aussi une abscisse positive. C'est donc dans le 2^e quart du plan 1.2 (x < 0 et y > 0) que nous trouvons les meilleurs élèves et dans le 4^e quart, les élèves médiocres. Pour être plus précis, c'est la 2^e bissectrice qui représente la direction de la réussite au test et de sa complexité. Cette reconnaissance nous permet rapidement de cerner les coefficients de réussite (ou d'échec) des items et les performances moyennes des élèves et des variables supplémentaires dont nous allons parler maintenant.

§ 4 - Etude des variables supplémentaires dans le plan 1.2

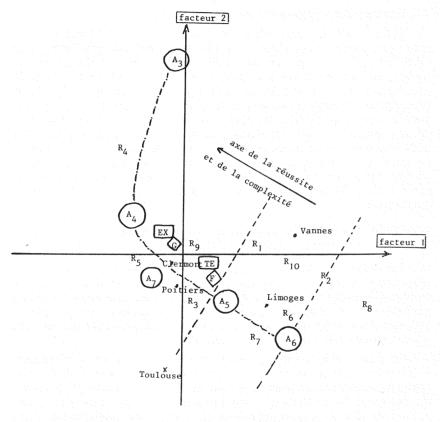
4.1. Paramètre âge (cf. figure de la page 106)

Les 4 âges A_3 , A_4 , A_5 et A_6 qui représentent 97 % de la population sont placés en "croissant" comme nous l'avons toujours remarqué. Les enfants d'âge dit "normal" ou légèrement en avance (14 ans en fin de 3°) semblent obtenir un meilleur équilibre dans l'ensemble du test mais partagent avec les enfants de 13 ans une position avantageuse par rapport aux nuages relatifs à la taxinomie (cf. page 100).

De part et d'autre de A₄, les enfants A₃, A₅ et A₈ ont des réussites voisines (cf. chapitre II - § 5), mais, par contre se révèlent intégrés différemment au système scolaire. Les enfants de 13 ans sont des "bûcheurs" et réagissent favorablement et rapidement aux items didactiques. Les enfants de 15 et 18 ans, comme ceux de 16 et 17 ans, rejettent plutôt ces items, se complaisent dans les Q.C.M. et les exercices fortement soustendus par une représentation. Il est possible qu'une certaine expérience des tests psycho-techniques ait même avantagé les 17 et 18 ans : leur image voisine celle des items du début du cahier S, construit par l'I.N.O.P.

Quand on compare les résultats d'entrée et de sortie, on s'aperçoit que les plus jeunes n'ont pas payé le tribut d'une année d'avance, contrairement à ce qu'il est généralement admis. Ils ont maintenu leur caractère performant à l'égard du test. D'un autre côté, les plus âgés encore présents en 3° à 17 et 18 ans, compensent par une meilleure maturité, en cer-

tains secteurs, leurs contre-performances à tous les cahiers didactiques. Leur présence en 3° paraît certainement due plutôt à des retards accidentels, aggravant leur inadaptation au système scolaire, qu'à leur manque de capacités. Mais leur faible effectif empêche d'appuyer davantage cette hypothèse. Par contre, les enfants de 16 ans semblent lourdement handicapés sur ces deux plans; leur écart aux autres est symptomatique de l'inadéquation de leurs attentes et leurs moyens au système proposé.



4.2. Paramètre socio-professionnel familial

Comme nous l'avons déjà signalé, et le plan précédent le montre, la hiérarchie sociale induite par le niveau culturel est parfaitement respectée au niveau de la réussite au test. Encore une fois, les groupes R_4 et R_5 (professions libérales, cadres supérieurs et moyens) prennent l'avantage. Suivent dans leur sillage:

• les groupes socialement "riches" ou structurés: R₁, R₃ et R₉,

• puis les groupes socialement plus défavorisés et isolés: R_6 , R_7 , R_8 et enfin R_{10} .

Au risque de redites, soulignons les positions de ces 3 sous-groupes dans le plan 1.2.:

• le 1^{er} sous-groupe (R₄ et R₅) réussit bien le test, dans son ensemble et est bien intégré au système scolaire;

• le 2^e sous-groupe (R₁, R₃ et R₉) a une réussite moyenne : les enfants d'agriculteurs et de militaires contestent sans doute moins l'école, sa structure et ses contenus que les enfants de commerçants...

• le 3° sous-groupe (R_6 , R_7 , R_8 et R_{10}) ne réussit pratiquement que les items à support concret, à validation sensible; les enfants d'ouvriers ou de petits employés s'intègrent le plus mal au système éducatif tel que nous le pratiquons et tel que... nous l'évaluons.

Par rapport au test d'entrée, nous constatons donc la mise en place d'une hiérarchie scolaire reconduisant, décalquant la hiérarchie sociale. Les discordances (!) de l'entrée entre ces 2 hiérarchies sont gommées : c'est ainsi que le groupe social R_{10} est "repoussé par le sommet" et que le fossé entre, d'une part R_4 et R_5 et, d'autre part, R_9 s'est élargi.

4.3. Paramètre "redoublement"

Alors qu'à l'entrée, la différence "redoublant" - "non-redoublant" était peu marquée au niveau des 2 premiers facteurs, elle l'est cette fois assez nettement le long du 1er facteur, mais moins le long de l'axe de la réussite générale (2e bissectrice). On peut donc formuler l'hypothèse que, si le redoublement en classe de 4e a permis dans l'ensemble aux élèves concernés de combler leur retard par rapport aux contenus scolaires, le succès est moins grand au niveau de leur assimilation. Notons, en effet, que les élèves redoublants (les plus âgés et de familles modestes, par ailleurs) se retrouvent près du nuage des items concrets et des niveaux cognitifs assez bas. La différence la plus significative entre les performances respectives non redoublants-redoublants apparaît en géométrie de l'ordre de 20 % (cf. chapitre II § 6): un enseignement formel et verbal perturbe et laisse des traces quasi-indélébiles.

4.4. Paramètre "sexe"

Les positions requises des points filles (F) et garçons (G) suivent les tendances toujours remarquées à travers nos analyses factorielles. Les garçons réussissent dans l'ensemble mieux que les filles (+ 12 %) et la différence est encore plus marquée dans l'appréhension de l'espace que dans le domaine numérique. Leurs capacités de type logico-formel sont plus développées, ce qui leur permet une meilleure réussite aux items de niveaux cognitifs supérieurs. Mais rappelons, pour éviter d'entonner précipitamment les cocoricos phallocrates, que de nombreux garçons, les plus faibles, quittent le C.E.S. entre l'entrée en 4e et la sortie de 4e.

L'examen du nuage M dans le plan factoriel 1.2, appuyé par les résultats bruts, montre encore une fois (cf. [1] et [2]) que les filles estiment les longueurs aussi bien, sinon mieux quelquefois, que les garçons. Par

contre, l'écart, confirmé par la position des points G et F par rapport aux 2 parties du nuage M, devient très important en faveur des garçons dans l'estimation des aires (+ 15 %) et plus encore des volumes (+ 45 %) (cf. chapitre II § 4).

4.5. Paramètre "classe et région"

Les différences régionales au niveau de la réussite sont peu marquées (+ 7 % au maximum), comme l'indiquent les projections des points sur la 2e bissectrice. Elles respectent sensiblement celles que nous avions notées à l'entrée (cf. chapitre II). Deux années scolaires n'ont pas bouleversé les capacités et les scores des élèves. De plus, dans l'ensemble TE + EX, il ne paraît pas y avoir ni des aptitudes ni une pédagogie régionales nettement plus performantes que les autres.

Par contre, on note de grands écarts d'une classe à l'autre, certaines ayant des images fortement décentrées dans le plan 1.2. Il serait intéressant, si des biais affectifs ne s'y mêlaient pas, de comparer certains groupes d'élèves et les méthodes appliquées afin d'extraire des enseignements des oppositions selon les axes et des contributions à leur définition. Nous n'y renonçons pas.

4.6. Paramètre "expérimental - témoin"

Les 2 points EX et TE s'opposent sur l'axe de la réussite et sur les 2 axes de niveaux de complexité et d'intégration scolaire, et ceci toujours en faveur des classes EX. Cette affirmation, d'importance pour les expérimentateurs, est appuyée par les résultats globaux et partiels au test (cf. chapitre II § 2).

Il faut reconnaître qu'au test d'entrée, un mince écart séparait déjà les deux groupes en faveur des classes EX. Il n'est donc pas impossible que le creusement de cet écart soit un phénomène génétiquement naturel et que les pratiques pédagogiques lui soient étrangères. Nous nous en tiendrons donc à des hypothèses prudentes et tempérées, dont la plus rassurante semble être l'évolution quasi-normale des élèves expérimentés dans un cadre d'objectifs pédagogiques assignables au 1er cycle.

§ 5 - Interprétation du 3° axe factoriel

C'est un axe (cf. figure page 110) fortement marqué par la représentation et la maîtrise de l'espace et de ses propriétés. Il discrimine grossomodo les items géométriques de la façon suivante :

• à gauche de l'axe (50 % de l'information restituée par l'axe) se situent les items à nature métrique, à appréhension souvent immédiate, à bon ou très bon coefficient de réussite: G₃, G₅, G₉, G₁₁, G₁₂, G₁₃, S₁₆ à S₂₄. Ces derniers items sont fortement corrélés avec l'axe. Leur support étant transformationnel, on peut estimer que celui-ci révèle les capacités à appréhender dynamiquement les propriétés des applications du plan sur lui-même.

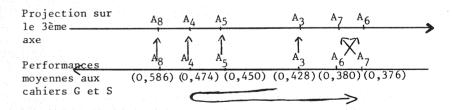
• à droite de l'axe (28 % de l'information), se situent les items à nature plutôt affine, plus statique, où la projection parallèle est omniprésente et où il est donc nécessaire quelquefois (cahier O) de changer de point de vue : G_1 , G_2 , G_4 , G_6 , G_7 , G_8 , O_1 à O_5 et, subissant le même traitement, les items N_{35} à N_{38} du cahier numérique.

Le 3° axe semble donc l'axe de la représentation spatiale : il est orienté de la droite vers la gauche par l'aspect de plus en plus dynamique des procédures de considération et de résolution des items.

La corrélation entre cet aspect dynamique et la réussite au test n'est pas certaine. Cependant, le plus souvent, les élèves ou les catégories d'élèves ayant globalement réussi ont des projections sur la partie gauche du 3e axe: c'est le cas des classes EX, de l'ensemble des classes de Clermont, de l'ensemble des garçons et de la catégorie socio-professionnelle R₄.

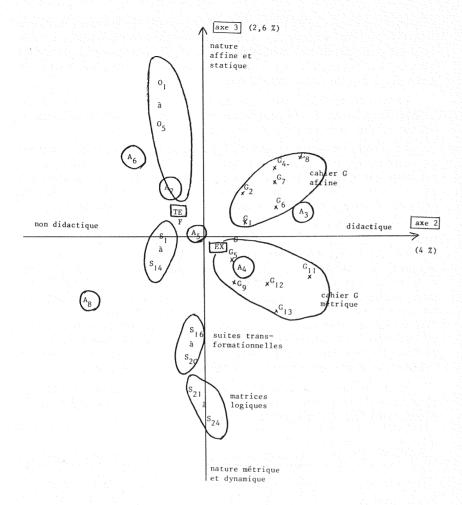
Par contre, la corrélation entre la réussite aux items de nature géométrique (fin du cahier S et cahier G) et la projection négative sur le 3° facteur est plus prononcée (voir figure ci-dessous) et très souvent validée, ce qui serait à verser au crédit des approches dynamiques des concepts géométriques... statiques (notion de direction, propriétés de Thalès et Pythagore, angles et mesures angulaires, vecteurs, etc.). Plus précisément, il semble y avoir un seuil de capacités ou, pour le moins, une classe de propriétés difficilement atteintes par certains élèves. Certains procédés avérés efficaces pour une classe de problèmes (par exemple de type dynamique) ne l'ont jamais été ou ne le sont plus (16 et 17 ans) ou ne le sont pas encore (13 ans) pour une autre classe de problèmes (de type statique).

Pour s'en convaincre, il suffit de voir le phénomène bouclé des performances de catégories "âges" où seule la catégorie A_8 (0,3 % de la population) fait contre-exemple.



Comparaison des positions sur l'axe 3 et sur l'échelle des performances à G et à S

Sur le plan des variables supplémentaires, signalons que la plus forte contribution à cet axe (et à chaque fois, dans le sens positif de l'axe) est apportée par les enfants des classes TE, les enfants de 16 ans, le groupe des classes de Limoges (TE + EX) et les groupes socio-professionnels R_1 , R_2 (agriculteurs et ouvriers).



§ 6 - Interprétation du 4e axe factoriel

Le caractère discriminant paraît, cette fois, être l'aptitude à maîtriser et logifier le réel. Les capacités à appréhender le réel aussi tangible qu'une page de test (M_9) ou qu'une frise (G_{10}) , à mathématiser le problème concret d'optimisation d'une dépense $(N_{33}$ et $N_{34})$, à analyser et interpréter une mathématisation déjà produite, comme le graphique des courriers $(N_{35}$ à $N_{38})$ s'apparentent à la capacité à découvrir la loi générique des figures géométriques présentes dans les items du cahier S. Cet apparentement se produit à un niveau élevé de capacité de transfert, comme nous pouvons le constater immédiatement en examinant la nature des questions. En effet, les items apportant la plus forte contribution (55%) à la définition de cet axe, sont les suivants : N_{10} , N_{33} à N_{38} et S_2 à S_{14} .

Ils correspondent au même côté positif de l'axe, en même temps que les items N₉, G₁₀ et G₁₁, E₃, M₉, M₁₂ et M₁₃, dont la contribution est plus faible. Ces quelques items s'opposent à la plus grande partie des autres items, en particulier aux items numériques, projetés sur le demi-axe négatif du 4° facteur. Notons qu'en général (cahiers N, O, E et M), les derniers items du cahier sont projetés à droite pendant que les premiers items sont projetés à gauche. On peut donc s'attendre à ce que les élèves ayant un meilleur comportement global se retrouvent projetés sur le demi-axe positif.

En effet, avec une forte contribution, s'opposent gauche-droite les filles et les garçons. Egalement, et dans le même sens, nous trouvons en confirmation des hypothèses expérimentales, l'opposition témoins-expérimentaux. Nous rencontrons encore une fois, le phénomène bouclé des âges:

Enfin les catégories socio-professionnelles se projettent de façon assez conforme à la tradition:

Remarque. Si l'on dresse le bilan des points bien représentés par leurs seules projections sur les 4 premiers facteurs, on trouve ceux dont le nom est revenu fréquemment à travers cette analyse, en explication ou en illustration du caractère discriminant mis en évidence. Il s'agit des items:

- N_{14} , N_{15} , N_{27} à N_{38} (les 4 derniers items ont une qualité de représentation supérieure à 0,5)
- S₈, S₉, S₂₂, S₂₃ et S₂₄ et des variables supplémentaires :
- filles
- non-redoublants
- 16 ans.

Ceci signifie, entre autres, que nous pourrons accorder beaucoup de crédit à l'interprétation issue des projections de ces points et, en particulier, à la persistance de leurs rapprochements ou leurs éloignements respectifs.

En conclusion de ces paragraphes, soulignons l'intérêt d'une telle étude. Elle met en évidence:

• d'une part, la hiérarchie des facteurs discriminant les items et les élèves : cet ordre entre les facteurs est certainement moins apparent que leur nature, relevant bien souvent du simple bon sens ;

- d'autre part, que les élèves ne répondent certainement pas au hasard aux items du test et cela est rassurant. La difficulté ou la facilité qu'ils rencontrent dans leur réponse tient à la nature de certains paramètres des questions posées (contenu, forme, complexité, nature de la tâche, etc.): ceci permet de mieux comprendre quel type de blocage peut survenir dans l'apprentissage;
- enfin, comment certains de ces paramètres se combinent entre eux (par exemple réussite et complexité sont associées au "logico-formel" et à l'intégration scolaire); comment ils s'effacent devant d'autres: par exemple, la forme devant le contenu, et comment certains items, de nature différente, se trouvent curieusement regroupés, modulo un de ces paramètres, simple ou composé.

CHAPITRE IV

Classification hiérarchique

§ 1 - Introduction

1.1. Objectifs

Comme dans la plupart des analyses que nous avons pratiquées, à l'examen des statistiques brutes quantifiant les éléments de classification a priori (cahiers, types de classes, âges, etc.) et à l'analyse des correspondances dégageant les principaux facteurs discriminant les items et les élèves, nous adjoignons une classification hiérarchique des items. Notre intention n'est plus ici de noter les différences impliquées éventuellement par un type d'enseignement, mais plutôt de contribuer à une meilleure connaissance des phénomènes didactiques apparus dans l'interrogation d'élèves de la fin de 1er cycle. En outre, cette étude doit contribuer à la validation (ou non) de certaines des hypothèses exprimées précédemment : les associations d'items sont-elles plus sensibles, au moment de la passation du cahier, au contenu et à la forme du questionnement qu'à la nature plus ou moins complexe de l'objectif cognitif illustré et évalué par l'item? Nous avons vu, il y a deux ans, dans l'analyse du test d'entrée (cf. [3] et [1]) que ce dernier critère était le plus pertinent. Ou'en est-il dans le test de sortie?

1.2. Algorithme de la classification (A.V.L.)

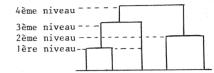
Rappelons, en quelques lignes, l'algorithme dit de la vraisemblance du lieu (A.V.L.), mis au point par I.C. LERMAN, Maître de conférences à Rennes, et servant à construire une classification hiérarchique dans l'ensemble des 101 items du test.

Un indice de proximité est affecté à chaque paire {i, j} d'items. Il doit rendre compte de l'effectif de l'ensemble des élèves ayant réussi conjointement à i et à j, par rapport à celui que l'on pouvait attendre, selon toute

vraisemblance (statistique), de cardinaux des ensembles d'élèves ayant respectivement répondu à i et à j. Cet indice π (i, j) sert inductivement à construire un indice P (I, J) entre deux classes d'items I et J, de la façon suivante :

posons
$$p(I, J) = \max_{i \in I} [\pi(i,j)]$$

 $i \in I$
 $j \in J$
alors $P(I, J) = [p(I, J)]^{lm}$
où $l = \text{card } I \text{ et } m = \text{card } J$

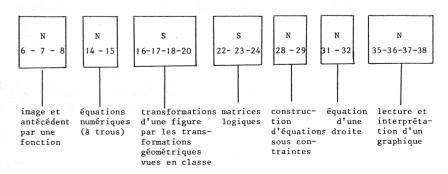


A chaque niveau de l'arbre représentant la classification, on rassemble ou bien 2 items, ou bien un item et une classe d'items, ou bien 2 classes d'items dont l'indice de proximité est le plus grand. On peut ainsi théoriquement obtenir (n-1) niveaux pour un test de n items. Une statistique permet de condenser l'arbre associé, mettant ainsi en évidence les niveaux où se regroupent des items ou des classes dont l'association est significative. Un critère permet également de détecter les variables neutres dont la présence dans certaines classes, peu pertinente par rapport à la visée classificatoire, ne sera généralement pas prise en compte dans l'analyse.

§ 2 - Examen général des arbres

2.1. Formation des nœuds significatifs

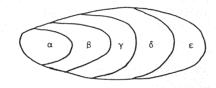
a) Dans l'analyse pratiquée ici, on dénombre 88 niveaux distincts constituant l'arbre détaillé. Dès le premier niveau, se forment de nombreux sous-ensembles d'items dont l'indice de similarité, aux arrondis près, est le même. C'est le cas des items:



Notons que ces items apparaissent a priori fortement soudés par leur sémantique et par les processus intellectuels mis en jeu dans leur résolution, outre l'ordre dans lequel ils sont présentés à travers le test. Ces mêmes groupes d'items, à l'exclusion de S_{18} selon le $1^{\rm er}$ axe factoriel, sont apparus déjà avec la même très bonne qualité de représentation et avec des positions voisines sur les 4 axes factoriels analysés dans le chapitre précédent.

b) 31 nœuds significatifs, parmi les 88 de l'arbre détaillé, définissent l'arbre condensé que nous analyserons par la suite. Ils correspondent tous, comme nous l'avons dit, à des maxima de la statistique, révélatrice de la consistance de la classe formée. Sur l'arbre réduit joint à ce texte et sur le schéma qui suit, nous avons appuyé par un trait les niveaux correspondant à ces maxima et par deux traits les niveaux correspondant aux plus élevés de ces maxima. C'est le cas des: 15°, 24°, 30°, 32°, 39°, 41°, 50°, 59°, 66°, 69°, 82° et 84° niveaux.

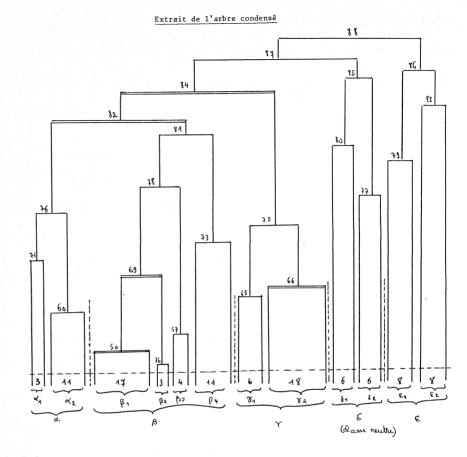
Nous indiquons ci-contre les niveaux où se forment les 5 classes auxquelles nous allons tenter de donner une interprétation dans le paragraphe suivant. Ces classes notées α , β , γ , δ et ε s'associent l'une à l'autre comme le montrent le schéma ci-contre et le schéma de l'arbre condensé au-delà du 36° niveau.



 γ_2 est, par exemple, le codage d'une sous-classe de γ (voir page 115) 18 est son effectif d'items la constituant 66 est le niveau auquel se constitue cette sous-classe γ_2 .

Le double trait indique que ce niveau correspond à un maximum élevé de la statistique.

Disons tous de suite que δ est constituée pour moitié d'éléments neutres. La constitution de cette classe et son embranchement au 87^e niveau à la classe $\alpha \cup \beta \cup \gamma$ ne peuvent être retenus comme très pertinents. Une variation de sensibilité dans les indices de similarité pourrait provoquer une variation dans les variances des items de δ suffisante pour que soit modifiée, non seulement la constitution de la classe, mais également la ramification aux niveaux supérieurs.



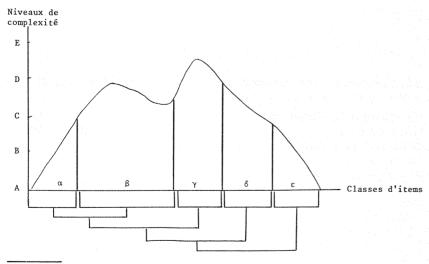
2.2. Comparaison de la classification obtenue par l'A.V.L. et de celle obtenue par la taxinomie d'objectifs cognitifs

La classification des items selon la taxinomie est confrontée à la classification donnée ici par l'A.V.L. Voici le croisement en effectifs d'items des 2 partitions induites par ces classifications.

Classification	(α		- 4.	β	- 15.	γ		ð	S	ε	
Classi selon fication se A.V.L. lon la taxinomie	α1	α ₂	β	β ₂	β 3	β ₄	Υ _l	Υ2	δ ₁	δ2	€1	€2
A : Connaissance des outils et du fait mathématique	2					-		* * * * * * * * * * * * * * * * * * *			5	14
B : Analyse de faits et transposition	,		6		4	. 8				i ,	, ' 2	3
C : Compréhension des relations et des structures		11	10		,	3',		5	5 /	, 5	1	1
D : Synthèse et créativité			1	3			` 2	,' 1,3 [']]		4.7	*:
E : Critique et évaluation							4 ⁽¹)					-

----: trajectoire de densité

En première approche, le long des racines de l'arbre des items, la hiérarchie induite par la complexité des objectifs cognitifs et pratiquement par les scores obtenus par les élèves à ces mêmes items, se présente ainsi (schéma obtenu en retournant la trajectoire de densité tracée en pointillé, dans le tableau de la page précédente):



(1) Ces 4 items sont classifiables dans D et dans E

Les bords de l'arbre correspondent à des niveaux inférieurs, le centre à des niveaux moyens et supérieurs. Ce phénomène présent est non explicité dans les deux dernières analyses didactiques effectuées.

Un test d'indépendance entre les 2 distributions données par ces classifications, fournit à partir du tableau de contingence précédent :

 $\chi^2 \simeq 115$ avec 16 degrés de liberté.

Comme on pourrait s'y attendre, ces 2 classifications sont liées : il y a rejet de l'indépendance au seuil très significatif de 1°/00.

2.3 Comparaison de la classification obtenue par l'A.V.L. et de la classification des items en cahier

L'accord entre les 2 classifications est aussi consistant que le précédent, ce qui n'était pas le cas à l'entrée. Nature générale du contenu des cahiers et lien entre les comportements de réponse des élèves ne sont pas indépendants. En effet, le croisement des 2 partitions donne le tableau suivant :

Classification selon		α		ı	3			Y	δ		ε	<u> </u>
Classi- Selon fication se- A.V.L. lon les cahiers	α ₁	α ₂	β _l	β ₂	β ₃ ,	β4	Υl	Υ2	δ1	δ2	ε	ε ₂
Cahier N	2		13				2	17	3		1	
Cahier G			4	3			4]			
Cahier S	-	11				11 31					1	1
Cahier O										5.		
Cahier E									1		5.	. r
Cahier M	1			-	4				1	1	4	6

Si l'on calcule encore le χ^2 associé à ce tableau de contingence pour éprouver l'indépendance des 2 distributions, on trouve une valeur qui permet évidemment de rejeter encore au seuil de 1°/ \circ 0 cette indépendance :

α est chargée en items de S

β est chargée en items de N, G et S

y est chargée en items de N et G

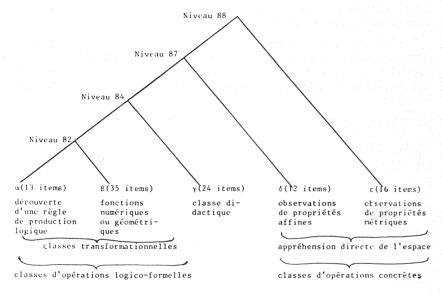
d est chargée en items de O

E est chargée en items de E et M.

Remarque. Un croisement entre la partition A.V.L. et la classification induite par la typologie des activités (cf. annexe 4) laisse apparaître également une dépendance marquée entre les 2 classifications, mais moins nette que dans les deux croisements précédents.

2.4. Interprétation rapide de l'arbre

Pour terminer ce long préambule, indiquons succinctement la signification que nous donnons (et tenterons de justifier au § 3) aux classes d'items.



On remarque donc que la stratification la plus grossière correspond aux deux derniers stades piagétiens du développement : on se souvient certainement que c'est aussi le sens donné au 1^{er} facteur de l'analyse précédente (cf. éventuellement § 2.1 du chapitre III). La seconde partition intéressante, en 5 classes, est à la fois marquée par le contenu mathématique des items et, comme nous l'avons vu ci-dessus, par la complexité mise en évidence par la taxinomie.

§ 3 - Analyse détaillée des classes

3.1. Classes d'opérations logico-formelles

Les items proposés dans les classes α , β et γ se placent dans l'ensemble (70 %) aux niveaux C, D et E de complexité cognitive. Ils supposent une bonne ou très bonne assimilation des concepts enseignés en 4° et 3° et, en outre, permettent de révéler des capacités à formaliser même si la base de traitement du problème est un objet ou une famille d'objets directement ou indirectement perçus de façon sensible. Le traitement du pro-

blème transite nécessairement par celui d'un modèle mathématique (fonction générative de figures ou d'une suite de nombres, optimisation d'une situation concrète, etc.). Notons, en faveur des classes expérimentales, que l'on retrouve ici les principaux items où leurs performances se démarquent nettement de celles des classes TE (N₁₈, N₃₃, G₆, G₉ à G₁₃).

a) Classe α (14 items)

Pour tous les items, à l'exclusion d'un seul, on sollicite chez l'enfant un même type de processus : dégager d'une situation, globalement ou séquentiellement appréhendée, l'analogie classifiante (relation d'équivalence) ou générative (règle de production).

Sous-classe α_1 (3 items)

Les 2 premiers items du test $(N_1 \text{ et } N_2)$ se retrouvent associés à l'item M_{10} dont la neutralité peut expliquer l'incongruité de sa présence en classe α . Alors que pour les deux premiers items, le problème consiste à définir par une expression verbale la relation d'équivalence ayant induit une partition donnée, il s'agit pour M_{10} de retrouver de mémoire l'aire d'un timbre ordinaire, par usage éventuel de l'algorithme donnant l'aire du rectangle. Notons que la fusion de $\{M_{10}\}$ à $\{N_1, N_2\}$ se produit au 71° niveau à la faveur d'un maximum de la statistique.

Sous-classe α_2 (11 items)

Ces items constituent la majeure partie du test "séries progressives" emprunté à l'I.N.O.P. La tâche dans ces 11 items consiste à choisir parmi 5 figures proposées celle qui suit "logiquement" les 3 premières. En fait, pour chaque item, il s'agit en plus de la découverte d'une génération progressive de 3 figures enchaînées, à l'aide de procédures analogiques ou antilogiques, de faire également fonctionner, lors d'une 4º étape, la fonction générative découverte. Quelle que soit la méthode utilisée par l'enfant, deux phases d'analyse et synthèse se succèdent dans la résolution de chaque item.

Les 4 items complétant la partie du test I.N.O.P. mais absents de la classe α_2 , sont d'une moins grande complexité: la nature de la fonction générative relève de la forme ou d'une propriété cardinale des figures. Par contre, dans la classe α_2 , la fonction générative est de type transformationnel: rotation, symétries, déplacements ou antidéplacements divers composés, etc.

La classe admet une bonne cohésion: au cours de sa formation, on note, en effet, 3 maxima de la statistique.

b) Classe β (35 items)

Cette classe présente particulièrement une excellente cohésion: 12 maxima, parmi les plus élevés, de la statistique. Les items, comme nous allons le voir, requièrent la mise en fonctionnement d'un algorithme ou d'une application, définis sur un domaine numérique ou géométrique. L'application ou bien est donnée ou bien se dégage aisément de l'examen des éléments liés par elle. La composante didactique est beaucoup plus

sensible que dans la classe α où la pensée naturelle, un très bon sens logique, étaient requis, suppléant les connaissances scolaires.

Sous-classe β_1 (17 items)

C'est la sous-classe la plus soudée des 4 sous-classes composant β . 5 items s'y trouvent réunis d'ailleurs dès le 1er niveau. L'algorithmique sous-tend tous les items, que le champ de l'application soit un ensemble de nombres ou qu'il soit une partie du plan. En effet, on retrouve comme constituants de β_1 :

• la résolution des 6 équations numériques de N₁₁ à N₁₆

• l'usage ou la construction d'un organigramme de calculs : N₁₇ et N₁₈

• la mise en évidence de l'algorithme de production de 2 suites numériques images ou antécédentes par 2 fonctions f et g (N₅, N₆ et N₇), puis par leur composition (N_e)

• l'image d'un intervalle numérique par une transformation simple (N₀)

• l'algorithme de construction, dans un quadrillage, d'un point défini par un vecteur, lui-même donné par ses composantes vectorielles (G₁) ou bien

défini par une isométrie (G_o) • la critique de relations métriques non vérifiées dans un trian-

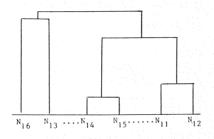
gle: relation de Pythagore (G₃) et somme des mesures d'angles

 (G_5) .

Notons au sujet du regroupement dans β_1 des 6 équations numériques (N₁₁ à N₁₆) par paires que:

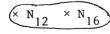
• les 3 paires sont séparées

• la nature commune aux éléments d'une paire tient à la nature de l'opération en jeu (somme ou produit) ou bien à la nature des variables (entiers. fractions ou fractions littérales).



Rappelons alors que les regroupements de ces 6 items, par paire, n'étaient pas exactement les mêmes selon les 3 premiers facteurs de l'analyse factorielle, puisque l'on y retrouvait :

$$\times$$
 N₁₅ × N₁₄



$$(\tilde{N}_{11} \times \tilde{N}_{13})$$

L'appariement ici tenait plus au processus opératoire utilisé qu'à la nature des variables ou de l'opération algébrique. Mais remarquons que. pour les enfants de classe de 3^e actuelle, la complexité de la technique de réduction au même dénominateur de fractions, est telle que l'appariement (N₁₄, N₁₅) résiste à l'usage de 2 méthodes différentes d'analyse des données.

Sous-classe β_2 (3 items)

Cette classe est constituée de 3 items géométriques consécutifs : G₁₁, G₁₂ et G₁₃. Leur présence en fin de cahier est, sans doute, l'une des causes de leur regroupement. Mais également, les isométries du plan données (G₁₂), à définir (G₁₁) ou suggérées (G₁₃) n'y sont pas étrangères et ont pu jouer comme facteur d'association de β_2 aux autres sous-classes fonctionnelles de B.

Sous-classe β_3 (4 items)

Ces 4 items appartiennent au même cahier M₅, M₉, M₁₃ et M₁₁. Outre cette raison, on peut relever des composantes de traitement communes dans ces items:

• les estimations de longueurs, d'aires ou de volumes nécessitent un report non direct de l'unité de mesure : l'appréhension est rationnelle et non perçue (c'est le cas, par exemple, de M₁₃ et ce ne serait pas celui de M_{12} , justement absent de β_2), sauf peut-être, à la perspective près d'ailleurs, pour M_o (aire de la page de test);

• les estimations de certaines dimensions étant faites (côtés de rectangle. hauteur de la pyramide ou d'un étage de bâtiment scolaire), un algorithme multiplicatif de calcul de volume, d'aire ou de hauteur totale

s'impose pour conclure.

Sous-classe β_{A} (11 items)

On retrouve ici 2 items échappés du test I.N.O.P.: S₁₀ et S₁₅ et les 9 items de la fin du cahier S que nous avions composée. L'homogénéité introduite par les auteurs (différents) est donc respectée! D'ailleurs, la classe β_4 est formée, pour 8 de ses constituants, dès le 1^{er} niveau et son élaboration quasi-définitive (à l'exclusion justement de S₁₀ et S₁₅) se fait précocement, dès le 15^e niveau à la faveur d'un maximum de la statistique.

Notons qu'avant la constitution définitive, au 74^e niveau (sous un autre maximum), 3 agglomérats se sont formés:

$$\{S_{10}, S_{15}\}, \{\{S_{16}, S_{17}, S_{18}, S_{20}, S_{19}\}, S_{21}\}, \{S_{22}, S_{23}, S_{24}\}$$

Ils possèdent des caractères distinctifs:

- le premier requiert un dénombrement de sommets de figures, alternativement connexes ou non, puis convexes ou non,
- le deuxième requiert la perception d'une transformation géométrique simple et rencontrée à l'école (symétrie, translation, etc.),
- le troisième requiert la perception dans 2 directions (matrice logique) de transformation agissant sur des figures simples.

En dépit de ces caractères différents, tous les items font appel encore à l'explicitation (mentale) d'un algorithme générateur et à son application sur la dernière figure proposée. C'est ce trait qui unit β_4 à β .

c) Classe y (24 items)

Cette classe, tout en relevant encore de modèles logico-formels, apparaît essentiellement bâtie sur de solides appuis didactiques, issus d'un apprentissage de nature numérique. On y retrouve toute la 2^e et dernière partie du cahier N (à l'exclusion de N_{25}) et des items de géométrie dont l'affinité aux précédents va être expliquée, sans infirmer les caractéristiques de γ . Signalons de plus que, à l'exception de 5 items, les composants de γ illustrent les niveaux supérieurs de la taxinomie d'objectifs cognitifs. Tout cela explique, sans doute, la grande cohésion de la classe γ marquée par des agrégations significatives à 7 niveaux correspondant aux maxima de la statistique.

Sous-classe γ_1 (6 items)

Ces 6 items font référence à une situation géométrique en relevant d'un même modèle mathématique :

• $\{N_{19}, N_{20}\}$: placés volontairement dans le cahier N, ces items font appel à la forme arithmétique (N_{19}) ou algébrique (N_{20}) de l'axiome de Thalès • $\{G_4, G_7, G_6, G_8\}$: ces items font eux aussi appel à la proportionnalité (ou non) de "segments" découpés sur des sécantes. En particulier, l'axiome de Thalès est explicitement sollicité dans G_7 et G_6 . La constitution de cette sous-classe correspond à un maximum de la statistique.

On note donc la puissance du lien qui tient à la nature du modèle et qui ne vient pas fortuitement regrouper 2 items du cahier N à 4 items du cahier G. Cette remarque permet en outre de refuser l'hypothèse de regroupement des items sous le seul critère du cahier, donc du moment de l'interrogation et de l'environnement des items, même si ces facteurs interviennent très sensiblement.

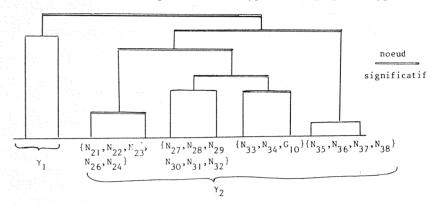
Sous-classe γ_2 (18 items)

Cette fois, cette sous-classe est très épurée (à l'exclusion d'un item) selon le seul cahier N. 4 grandes parties la constituent:

- $\{N_{21}, N_{22}, N_{23}, N_{26}, N_{24}\}$: items qui relèvent de la même activité: étant donné une suite de quelques nombres, trouver la loi (ou une loi) générique permettant de la prolonger. En fait, le processus à utiliser s'apparente à celui du cahier S, dont la nature géométrique ne permet l'association qu'au 84^e niveau. Ce ne sont pas, en effet, comme dans γ_1 , deux représentations d'un même modèle naturel qui sont en présence, mais deux démarches analogues fonctionnant sur des contenus différents. L'écart devient assez important pour que le regroupement ne se produise que dans les derniers niveaux de la hiérarchie. Le mathématicien se leurre quand il pense qu'un processus peut se transférer indépendamment des contenus.
- $\{N_{27}, N_{28}, N_{29}, N_{30}, N_{31}, N_{32}\}$: items très scolaires s'appuyant sur la connaissance et la compréhension des notions d'équations (développement, résolution, construction). Les 2 paires $\{N_{28}, N_{29}\}$ (construction d'équations) et $\{N_{31}, N_{32}\}$ (équation de droite) se forment dès le 1^{er} niveau.
- $\{N_{33}, N_{34}, G_{10}\}$: items de réinvestissement. La présence insolite de l'item géométrique G_{10} dans cette famille algébrique γ s'explique à notre avis cette fois, par l'aptitude au transfert sollicitée à travers ces items.

• {N₃₅, N₃₆, N₃₇, N₃₈}: items de réinvestissement, également regroupés dès le 1^{er} niveau. Cette agrégation a déjà été signalée très résistante à la discrimination des 4 premiers facteurs de l'analyse des correspondances. L'agrégation tient donc encore ici, ce qui doit être compris comme une confirmation de la cohésion: il suffit en effet d'avoir compris le sens du graphique pour résoudre avec autant de bonheur les 4 items.

Voici l'ordre dans lequel s'associent y_1 et les 4 agrégats de y_2 :



On remarquera, sur cet extrait de l'arbre, le nombre important de nœuds significatifs au niveau des regroupements des sous-classes d'items. Ceci conforte l'hypothèse d'un facteur didactique très puissant, discriminant les élèves à travers le questionnaire: son image, au sein de la classe, est représentée par l'enfant dit traditionnellement "bon élève", "bien intégré", "travailleur ou appliqué".

3.2. Classes d'opérations concrètes

On retrouve ici, en majorité, les problèmes dont le traitement ne transite pas par une modélisation mathématique : les ombres sont perçues telles qu'elles sont présentées, les taches sont perceptibles de façon sensible, l'orientation s'opère directement sur la figure proposée, l'estimation de mesure nécessite simplement un report de l'unité sur des figures réduites, etc. En résumé, les informations résolvantes se tirent d'une action directe ou intériorisée sur le milieu : "opérations concrètes" selon Piaget.

a) Classe & (12 items)

6 des 12 items sont neutres et, par conséquent, nos hypothèses interprétatives seront prudentes. Signalons d'ailleurs que la statistique locale ne connaît aucun maximum selon cette classe. Cependant, de la variété des items de la classe (5 cahiers du test y sont représentés), nous dégageons un point commun. On note sur la majorité d'entre eux (10, sans doute) une forte marque verbale : celle-ci accentue, ou dans la présentation de l'item ou dans sa réponse, la complexité cognitive de la situation.

Sous-classe δ_1 (6 items)

Elle est constituée de :

• N₃: dont la réponse est "... admet un diviseur commun avec..."

• M₁₄ (neutre): construction à main levée d'un rectangle d'aire donnée

- G_2 : recherche d'une anomalie et d'une correction d'une figure géométrique, assez difficile à formuler (pas de formule, ni de relation symbolique comme dans G_3 , G_4 , G_5 , G_6 ...),
- N₁₀: encadrement d'une croissance pour une taille, elle-même encadrée,
- N_{25} (neutre): trouver la loi numérique: partie entière de $u_{n+1} = \sqrt{u_n}$,
- E₃: propriété involutive de la symétrie orthogonale (3 lignes explicatives).

Sous-classe 6, (6 items)

On retrouve ici tous les items du cahier O, ce qui confirme ce que nous avons déjà apprécié: les réponses données par les enfants à ce cahier ne sont pas le fruit du hasard, ce serait nier le principe même de la construction de l'indice de similarité. Remarquons que O_1 et O_4 admettant le même score de réussite (8 %) se trouvent réunis en premier dans o_2 .

Un comportement stable, né d'une bonne compréhension du phénomène des ombres portées et... du long texte préliminaire, s'avère donc nécessaire chez les individus en quête de réussite. Ne peuvent réussir à ce cahier que ceux des enfants ayant annulé le phénomène de perspective, comme le demandait le préambule.

Notons la présence de M_3 dans cette famille du cahier O. L'expression: "Combien le segment b contient-il de segments tels que a" n'a pas été, semble-t-il, sans poser d'obstacles à certains enfants alors que, cependant, l'unité de longueur est placée sous leurs propres yeux, contrairement aux items M_1 et M_2 . Nous avons signalé dans [1] l'obstacle de la formulation de cette question pour des enfants de section d'enseignement spécialisé.

b) Classe & (16 items)

La constitution de cette classe est cette fois plus homogène que d:

6 items du cahier E sur 7

7 items du cahier M sur 14.

L'appréhension des propriétés métriques des figures domine les connaissances ou les capacités requises dans l'ensemble de cette classe, dans laquelle on note cette fois deux maxima de la statistique.

Sous-classe \mathcal{E}_1 (8 items)

Orientation et propriétés euclidiennes du plan représentent les traits communs à 6 de ces 8 items. En effet, figurent dans \mathcal{E}_1 : \mathcal{E}_1 , \mathcal{E}_2 , \mathcal{E}_5 , \mathcal{E}_6 , \mathcal{E}_7 et \mathcal{M}_{12} . La réponse à ces items découle de l'examen des schémas après l'évocation d'une action (pliage, repérage, plus court chemin, report d'un cube dans un autre...).

A ces 6 items, s'adjoignent N_4 (image d'un ensemble numérique par l'application: $x \mapsto 5 x$) et S_{12} (prolongement logique d'un labyrinthe).

Ces 2 items n'exigent pas des capacités dépassant la simple observation des faits et l'application d'un algorithme simple. Leur présence non aberrante dans ε , n'infirme pas notre hypothèse.

Sous-classe &, (8 items)

Pour 6 items de cette classe: M_4 , M_6 , M_1 , M_2 , M_7 , M_8 , il s'agit cette fois d'estimer une longueur ou une aire (par son appréhension directe ou par l'algorithme de sa mesure) en utilisant le centimètre intégré dans les schèmes perceptifs. Il y a donc regroupement naturel de ces 2 types d'estimations.

On voit les nuances dans la nature des tâches requises en \mathcal{E}_1 et en \mathcal{E}_2 : activités de conservation de propriétés euclidiennes et activités de mesurage se vivent de façon distincte.

2 autres items apparaissent dans cette classe:

- S_{13} : symétriques successifs de 2 triangles rectangles (la transformation est très visible)
- E₄: reconnaissance d'une grille de mots croisés (simple comparaison de grilles voisines).

Là encore, ces 2 items actifs trouvent une place naturelle dans \mathcal{E}_2 , par rapport à nos hypothèses sur la nature de \mathcal{E} .

En conclusion de ce chapitre, il faut reconnaître la grande sensibilité de la méthode de classification hiérarchique par l'A.V.L. de I.C. LER-MAN, à la complexité de la tâche et à la nature de son contenu, telles que doit les ressentir l'élève. Par contre, la sensibilité est moins grande dans l'analyse des processus supposés développés dans la résolution du problème proposé, ce que permet, par contre, l'analyse des correspondances. Cela tient sans doute au fait qu'en classification hiérarchique, la plus grande information sur les résultats est restituée par les 2 premières classifications (complexité et contenu). Les facteurs moins apparents percent, en échange, plus difficilement. Cette raison milite en faveur de l'emploi simultané des deux méthodes lors d'une analyse de phénomènes didactiques.

Quoi qu'il en soit, les résultats annoncés en début de chapitre, confortés par les observations et les commentaires détaillés (et peut-être par les propres interprétations du lecteur) prouvent qu'il existe dans nos classes principalement deux types d'enfants:

• ceux qui ayant atteint le stade logico-formel sont donc capables de raisonner sur des objets mathématiques représentés par des symboles, capables d'opérer déductivement à partir d'une axiomatique formelle,

• et ceux qui n'ont pas atteint ce stade et ne sont encore capables d'opérer que sur des objets placés dans leur champ perceptif ou porteurs d'une signification suffisante pour être bien représentables afin que l'opération intériorisée soit la simulation directe de l'action véritable.

Nous croyons que l'importance de cette dichotomie, son ampleur ont échappé aux concepteurs des programmes de 1971 et à la majorité des

enseignants qui en usent. Il nous paraît alors souhaitable que des expériences d'un enseignement prenant appui sur le monde sensible et s'en dégageant peu à peu, même en 4° et 3°, gardent leur place et soient même étendues. Mais nous reviendrons sur ce point dans la conclusion générale.

CONCLUSION GÉNÉRALE

Dressons pour finir un bilan rapide de l'expérience O.P.C., bilan que nous voulons objectif:

- 1) Sur le plan de la réussite générale du test, le succès des classes EX sur les classes TE peut paraître trop ténu (+ 5 %) et trop variable d'un courant à l'autre (de 0 à + 12 %) pour être exempt d'instabilité. Cependant, d'une part un gain, même mince, n'est pas négligeable: l'histoire de la pédagogie n'a pas connu, et elle n'attend pas de notre expérience, un bond spectaculaire dans les phénomènes d'acquisitions. D'autre part, la modulation d'un courant à l'autre laisse espérer une perfectibilité en ouvrant la porte à un progrès d'ensemble plus sensible après étude et prise en compte de ce bilan.
- 2) Il est, par contre, fort instructif de noter que la différence EX et TE se fait aux plus hauts niveaux de complexité (+ 16 %) et dans l'accomplissement de tâches peu pratiquées et peu sanctionnées par l'enseignement, bien que hautement éducatives (réinvestissement, critique, etc.). Ces conclusions s'appuient sur les 3 types d'analyses pratiquées.
- 3) La différence est très nette également en géométrie (\pm 36 %), domaine où étaient concentrés les efforts de l'expérimentation du fait du semi-échec (sinon de l'échec) de l'enseignement traditionnel. On ne peut contester cette fois la solidité de ce résultat qui nous semble bien près du spectaculaire.
- 4) Les enfants les plus faibles en mathématiques à l'entrée en 4°, progressent très sensiblement (+ 18 %) en classes EX, alors que la variation est insignifiante en classes TE.
- 5) Les enfants redoublants en 4° progressent différemment d'un type à l'autre. Encore une fois, le progrès est supérieur en conditions expérimentales.
- 6) Les enfants socio-culturellement désavantagés, même s'il y a corrélation avec les facteurs précédents, tirent un grand profit de l'expérience. C'est dans les classes socio-professionnelles modestes que les réussites des classes EX dépassent le plus celles des classes TE.

Ces 3 derniers points prouvent donc qu'il est possible de soutenir les élèves en difficulté, difficulté de type cognitif pour des raisons affectives, socio-culturelles ou... cognitives. Il est aussi possible de mieux les intégrer au système scolaire (cf. chapitre III - § 4.6) et ainsi de leur permettre de

s'y mieux épanouir. Nous ne pouvons alors que regretter que le soutien officiel et les moyens ne soient plus donnés aux expérimentateurs O.P.C., pour poursuivre leur tâche. Le regret est teinté d'étonnement et d'amertume de constater que cet arrêt intervienne avant la connaissance complète de ce rapport. Puisons cependant notre réconfort dans l'indicateur de tendance de la réforme des programmes de 4^e et 3^e qui doit intervenir à la rentrée 79-80 : elle emprunte de nombreux chemins que nous avons suivis.

Finalement, quelles que soient les retombées officielles de notre action, sans faire de triomphalisme, nous pouvons estimer que les objectifs cognitifs de l'enseignement expérimental, mesurables à travers les tests d'entrée et de sortie, paraissent atteints. L'usage de méthodes dynamiques, de recherche systématique d'une donnée de sens aux activités didactiques par une approche sensible et un bouclage environnement — modèle mathématique — environnement, permettent un meilleur passage du stade des opérations concrètes au stade logico-formel. Un questionnaire d'attitudes (cf. [4]) nous avait montré lui-même un plus grand développement d'intérêt des élèves à l'égard des mathématiques, au cours d'une année expérimentale et une plus grande aisance dans le système scolaire. Il est de nos projets d'affiner cette étude et donc de poursuivre notre action. Nous espérons que les plus grands bénéficiaires en seront encore les enfants.

BIBLIOGRAPHIE

- A.P.M.E.P. Tomes 1 et 2: Géométrie dans le 1er cycle (77-78).
- [1] R. GRAS Analyses factorielle et classificatoire d'un test national d'entrée en 4^e. Mai 1976 (IREM de Rennes).
- [2] R. GRAS Analyses factorielle et classificatoire appliquées à un test d'entrée en 4e expérimentale. Mai 1975 (IREM de Rennes).
- [3] I.C. LERMAN Formes d'aptitude et taxinomie d'objectifs cognitifs en Mathématiques. Juillet-août-septembre 1978 (Revue française de pédagogie).
- [4] A paraître dans A.P.M.E.P. Tome 1: Analyse de données.
- [5] IREM de Strasbourg: Le livre du problème. Fascicule 1 (Cedic).

ANNEXE 1

TEST DE SORTIE O.P.C. JUIN 1977 CONSIGNES

1 Les résultats de ce test ne serviront ni à juger la qualité du travail des expérimentateurs, ni celle des professeurs des classes témoins. Par contre, ils doivent apporter des éléments très importants pour tous sur l'impact éventuel de certains points de méthodes expérimentale.

Nous demandons, par conséquent, que les épreuves se déroulent strictement comme elles sont prévues ci-dessous et que le plus grand sérieux soit apporté au niveau de la surveillance et de la correction. Pour ce faire et garder ainsi tout crédit à l'évaluation, nous demandons :

- qu'il y ait regroupement local ou échange de surveillance pour les classes expérimentales et témoins lors de la passation du test;
- que la correction se fasse localement en commun.
- Chacun sera tenu au courant, comme pour le test d'entrée, des conclusions de l'analyse dont les résultats partiels demeureront anonymes.
 - (3) Faire passer les 6 cahiers en 2 séquences non consécutives :

- <u>lère séquence</u> : cahier 1 : 50 mm (2 heures) cahier 3 : 20 mm

cahier 4 : 5 mm

cahier 5 : 10 mm

cahier 6 : 10 mm

- <u>lème séquence</u> : cahier 2 : 50 mm

(1 heure)

① Dire aux élèves avant le début de la première épreuve :
"Les tests que vous allez passer aujourd'hui et un jour prochain ne constituent
pas un examen. Ils ne servent pas à vous juger personnellement mais plutôt à
mesurer la part de méthodes d'enseignement dans l'acquisition de certaines
capacités. Je vous demande donc de répondre aux questions posées avec application : c'est notre intérêt commun et celui des élèves qui vous suivront.

Les tests se présentent en 6 cahiers qui seront distribués périodiquement après ramassage du précédent. Aujourd'hui, 5 cahiers seront présentés. Pour le ler cahier, après avoir rempli soigneusement et intégralement le haut de la première page, vous porterez vos propres réponses directement sur le cahier. Vous disposerez de 50 minutes après la distribution de ce cahier".

Aucun renseignement ne doit être donné aux élèves au cours de l'épreuve. Ne distribuer le cahier suivant qu'après ramassage du précédent.

Pour les cahiers 1 et 2, veiller à la rédaction complète de l'identification de l'élève : elle vous sera nécessaire dans le report des résultats. Sur ces 2 cahiers, les élèves écrivent leurs résultats.

Par contre, pour les cahiers 3, 4, 5 et 6, les élèves détacheront la feuille-réponse, répondront uniquement sur elle mais rendront le cahiertexte et la feuille-réponse.

- (5) Pour le cahier 2 dire aux élèves :
 - "- à la question G5 le point 0 est placé sur la droite (AH),
 - à la question G8 il faut ajouter des parenthèses aux écritures des droites (AC), (FD), etc".

ANNEXE 2

TEST DE SORTIE

MAI-JUIN 1977

Cahier 1 : N (Nombre)

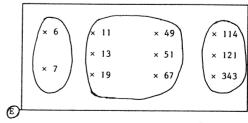
Voici un ensemble E de nombres :

{6, 7, 11, 13, 19, 49, 51, 67, 114, 121, 343}

La relation \mathfrak{F}_1 de E dans E de lien verbal :

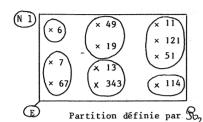
"... s'écrit avec autant de chiffres que..."

permet de classer les éléments de E comme l'indique le schéma ci-après :

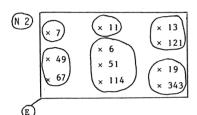


Partition définie par ${\mathbb R}$

Trouve un lien verbal pour chacune des relations \Re_2 , \Re_3 et \Re_4 de E dans E qui permette de classer, respectivement, les éléments comme l'indiquent les schémas suivants :

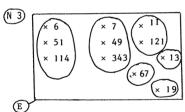


Lien verbal :



Lien verbal:

Partition définie par \Re_3



Lien verbal:

Partition définie par \Re_4

N 4) Voici deux ensembles de nombres :

$$A = \{5, 2, -3, 4\}$$

$$B = \{-15, 20, 10, 25\}$$

x représente un élément de A, y un élément de B. Parmi les 6 relations proposées ci-dessous, une seule est une bijection de A vers B. Entoure le n° de la bonne réponse.

$$y = -5 \cdot x$$
 $y = 10 \cdot x$ $x = y + 20$ $y = 5 \cdot x$ $x = 5 \cdot y$ $x = y$

Réponses :

ib

3

.

(N 5) Dans la liste des nombres ci-dessous, quatre d'entre eux sont images des nombres :

$$-\frac{17}{5}$$
; $\frac{4}{3}$; $\frac{8}{5}$ et $\frac{15}{2}$ par l'application : $x \longrightarrow \frac{3}{2}$. x

Entoure ceux qui sont les images des nombres précédents :

$$-\frac{27}{5}$$
; $-\frac{51}{10}$; $-\frac{24}{5}$; $-\frac{17}{10}$; $\frac{19}{10}$; 2; $\frac{12}{5}$; $\frac{15}{4}$, $\frac{45}{4}$; $\frac{49}{4}$

N6 Il s'agit maintenant de reconnaître des applications définies sur l'ensemble des nombres réels. Elles sont suggérées par des images de quelques nombres. Complète les pointillés par des nombres, images ou antécédents de nombres proposés, en t'aidant des exemples.

$$f: 0 \longmapsto 0$$

$$f:\frac{2}{3}\longleftrightarrow$$

$$f: -1 \longmapsto 1$$

$$f: \longrightarrow 100$$

$$f: 2 \longmapsto \boxed{\ldots}$$

$$f: 3 \longrightarrow 9$$

$$f: 5 \longmapsto 25$$

$$f: \longrightarrow 0,01$$

$$f: x \longmapsto \overline{\ldots}$$

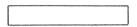
 $\begin{picture}(1,0) \put(0,0){\line(0,0){100}} \put(0,0){\line(0,0){100}$

Pascale, mesurée grossièrement l'an dernier avait une taille située entre 1,30 m et 1,32 m.

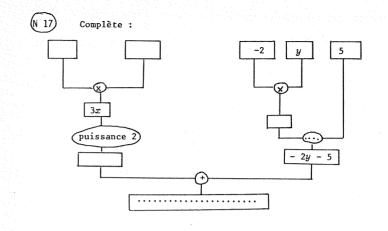
Elle a grandi mais ne sait pas exactement de combien. Elle pense toutefois que sa croissance se situe entre 5 et 10 cm.

- Entre quelles valeurs peut-on actuellement situer sa taille ?
- (N 10) On la mesure à nouveau et on trouve sa taille située entre :

Entre quelles valeurs peut-on situer sa croissance ?

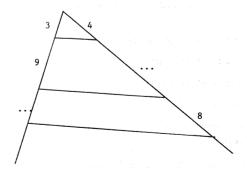


Remplace par l'expression (ou le nombre) convenable :

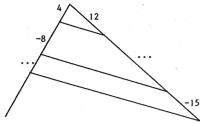


(N 18) Traduis par un organigramme comme ci-dessus : $-2a + \frac{1}{2}b^2$

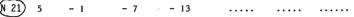
N 19 Complète par des nombres entiers :



(N 20) Complète par des nombres entiers :



Prolonge chaque suite par 3 termes :



$$(N 24) 10^{-3} 10^{-2} 10^{-1} \dots \dots$$

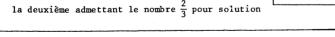
$$(N \ 26) \ \frac{3125}{972} \qquad \frac{625}{324} \qquad \frac{125}{108} \qquad \dots$$

N 27 Par quelle expression faut-il multiplier (x + 2) pour obtenir $2x^2 + 3x - 2$

Mets une croix dans la case correspodante :

$$\begin{bmatrix} x+2 \end{bmatrix}$$
 $\begin{bmatrix} 2x-1 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 2x \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} x-2 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} 2x+2 \end{bmatrix}$

Trouve deux équations du ler degré :



La droite d'équation y + bx + 3 = 0 doit passer par le point (1,1).

Retrouve la valeur de b parmi les propositions suivantes et entoure-la. b = 1 b = 2 b = -1 b = -4 b = 0

Une	droite	passe par	le point	(1,3). Quel	le est son	équation	si l'on
sait de plus	: 4						

- (N 31) a) qu'elle passe par le point (0,0)
- b) qu'elle passe par le point (3,1) y =

A l'entrée d'une piscine, on t'annonce deux formules A et B

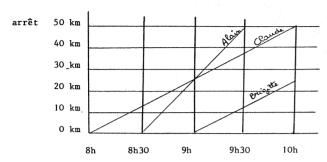
A	В
Entrée (sans carte)	Entrée : 2,50 F
4 F	Achat de la carte pour
	un trimestre : 10 F

x désigne un nombre d'entrées dans un trimestre.

- Ecris le prix de x entrées sans carte

 Ecris le prix de x entrées avec carte
- N 34 Trouve le nombre a d'entrées à partir duquel il est plus avantageux d'avoir pris une carte $a = \frac{a}{a}$

Alain, Brigitte et Claude roulent en vélomoteur à une vitesse supposée régulière à partir du même village et sur la même route. Le graphique suivant représente leur déplacement.



Mets une croix dans la case convenable.

N 35) Brigitte part quand Alain rattrape Claude:

vrai	faux	je ne sais pas

(N 36) Claude va plus vite que Brigitte:

(N 37) Alain va deux fois plus vite que Claude et parvient à le doubler :

		- 1			:-		
vrai	raux		Jе	ne	sais	pas	

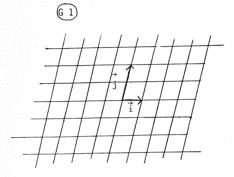
N 38) Lorsqu'Alain arrive à l'arrêt, Brigitte a déjà roulé pendant 15 km :

		 		-			
vrai	faux		je	ne	sais	pas	

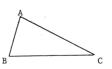
	E TADLI SSEMENT	•
NOM - PRENOMS	CLASSE	
DATE DE NAISSANCE		
PROFESSION DU CHEF DE FAMILLE	······································	

CTABL TOCCHENT

Cahier 2 : G (Géométrie)



Dans les exercices qui suivent si la figure est correcte, certaines des hypothèses ne sont pas possibles. Par exemple :



hypothèses : Les mesures des côtés du triangle

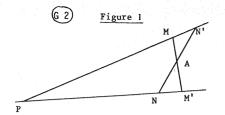
ABC sont :

AB = 3; BC = 4; AC = 8

Anomalie : on doit avoir AC ≤ AB + BC

or AC = 8 et AB + BC = 7

Corrections : AB = 3 ; BC = 4 ; AC = 6



Hypothèses

A est le milieu de (M,M')
A est le milieu de (N,N')
(MN') ∩ (M'N) = {p}
(MN) // (M'N')

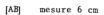
Cite une anomalie et propose une correction :

Anomalie	Correction proposée
	N. S. S. S.



Hypothèses

ABC est un triangle rectangle

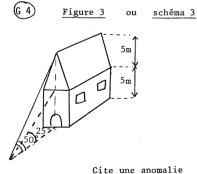


[AC] mesure 8 cm

[BC] mesure 12 cm

Découvre l'anomalie et cite une correction :

Anomalie	Correction proposée



25° H

50°

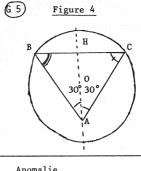
Hypothèses

AH mesure 5 cm

[BK] mesure 10 cm

HIA est un angle de 25°

 $\widehat{\text{KIB}}$ est un angle de 50°



Hypothèses

O est un centre de cercle

BAH est un angle de 30°

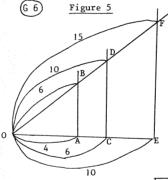
CAH est un angle de 30°

HBA est un angle de 55°

HCA est un angle de 65°

Cite une anomalie et propose une correction :

Anomalie	Correction proposée
·	
F^{-1}	



Hypothèses

[OA] mesure 4 cm

[OB] mesure 6 cm

[OC] mesure 6 cm

[OD] mesure 10 cm

[OE] mesure 10 cm

[OF] mesure 15 cm

(AB)//(CD) et (CD)//(EF)

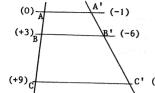
Cite une anomalie et propose une correction :

Anomalie	Correction proposée :

G 7 Figure 6

Hypothèses

. (AA')//(BB') et (AA')//(CC')



•	sous	chaque	point	est	inscrite	son	abscisse

	A	В	С	Α'	В'	c'	
)	0	(+3)	(+9)	(-1)	(-6)	(-12)	

Cite une anomalie :

Anomalie :

(6 8)

Hypothèses

AC//FD; BF//CE; BD//AF BC = 1,5; BO = $\frac{1}{3}$ OD; AC = 8

A	в с	
1	\mathcal{M}	
\	/ / 1/6	
	F E D	

Anomalie	Correction

(G 9)

Sur la figure ci-dessous, construis successivement les points suivants :

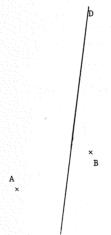
 $C = S_R(A)$ (symétrique de A par rapport à B)

E = S_D(C) (symétrique de C par rapport à la droite D)

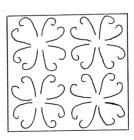
 $F = S_n(B)$ (symétrique de B par rapport à la droite D)

 $G = S_p(E)$ (symétrique de E par rapport à F)

 $M = \frac{7}{4C}(B)$ (translaté de G dans la translation de vecteur \overrightarrow{AG})



Voici un dessin de papier peint :



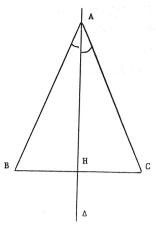
Dessin en rouge la <u>plus petite partie</u> du dessin qui, à ton avis, permet de le reconstituer en entier en n'utilisant que des symétries ou des translations.

G 11) En essayant de trouver le <u>nombre minimum</u> de ces transformations, définis-les en donnant des <u>noms</u> aux <u>centres</u> ou aux <u>axes</u> de symétrie ou aux <u>vecteurs</u> de translation.

Centres de symétrie :

Axes symétrie :

Vecteurs translation:



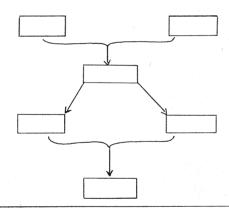
<u>Hypothèses</u> : ABC est un triangle isocèle : AB = AC

Δ est bissectrice de la paire des demi-droites (AB) et (AC)

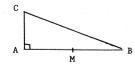
Montrer que ∆ est médiatrice de [BC]

Voici dans le désordre les différents points d'une démonstration. Reconstitue l'ordre en numérotant convenablement les cases de l'organigramme qui suivra :

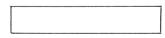
① Δ est donc médiatrice de [BC]	② H est le milieu de [BC]	③ (BC) ⊥ ∆
① D'après la définition de la bissectrice : la demi- droite (AC) est l'image de la demi-droite (AB) dans la symétrie d'axe Δ	⑤ B a pour image C dans la symé- trie d'axe Δ	6 AB = AC



(G 13) A partir de la figure ci-dessous, où M est le milieu de [AB], invente :



1°) une hypothèse supplémentaire que tu écriras et traduiras sur la figure



2°) une question (tu n'as pas à y répondre)



Cahier 3 : S

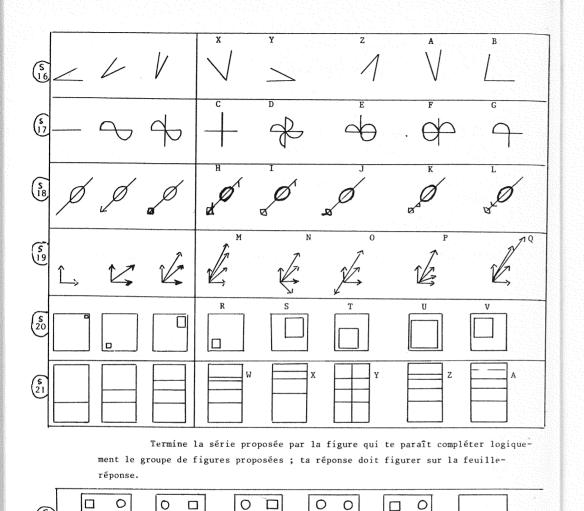
SERIES PROGRESSIVES

"Regarde la première bande de dessins.

A gauche du trait vertical, les trois figures se suivent dans un certain ordre. Tu dois trouver, parmi les cinq figures dessinées à droite du trait vertical, celle qu'il faudrait placer à la suite des trois premières pour continuer la série. Entoure sur la feuille-réponse, la lettre qui correspond à la réponse convenable".

Telle est la consigne relative à la lère partie de ce cahier.

Rappelons que nous ne pouvons, par discrétion, à l'égard de l'I.N.O.P., publier les 15 premiers items dont il est l'auteur. Voici, par contre, les items suivants :



0 0

		- PRI		:				••••		•••••		• • • •	****			
							CAH	IE	R	3						
						FE	UI	LLE	R	EP() N S E					
1 4		В	С	D	E	2 _F	G	Н	I	J _.	3	K	L	М	N	0
4 _P		Q	R	S	Т	(5) _U	٧	· W	X	Υ	6	Z	Α	В	С	D
7 [F	G	Н	I	8,	K	L	М	N	9	0	Р	Q ·	R	S
(10) T		U	٧	W	Х	11)	Z	Α	В	С	12	D	Ε	F	G	Н
13) 1		J	K	L	М	14) _N	0	Р	Q	R	15)	S	T	U	γ	W
(16) _x		Y	Z	А	В	(17) _c	D	Е	F	G	18	Н	Ĭ,	J	К	L
(19) M	1	N	0	Р	Q	(20) _R	S	Т	U	٧	(21)	W	х	Y	Z	А
		1	- San Barreri	(2	3 [\cap	1	(1)			24) [-	Ą		A	

0

□ o

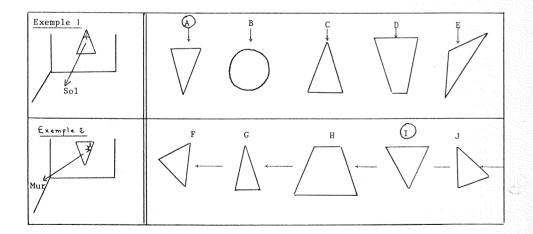
0 🗆

(S) 22

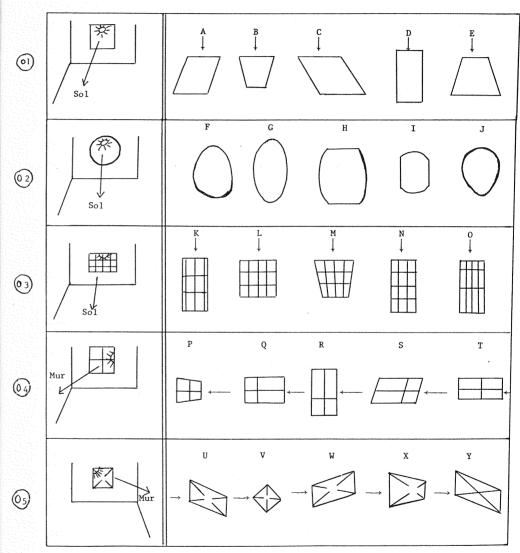
Cahier 4 : Ombres solaires

Le soleil rentre dans une pièce par une fenêtre de forme ou de fermeture différentes d'un dessin à l'autre. Il s'agit de prévoir la forme réelle de l'ombre de cette fenêtre non pas peut-être comme elle est vue, mais comme elle est dessinable à la craie, sur le sol ou sur un mur, suivant le cas indiqué par la flèche. Le soleil n'est pas toujours placé de la même façon par rapport à la fenêtre; sa représentation est toujours donnée ainsi:

On propose 5 solutions pour l'ombre projetée : la flèche indique où l'ombre va se dessiner.



Dans chacun des exercices suivants, entoure le n° de la bonne réponse comme dans les 2 exemples de la page précédente, en utilisant la feuille-réponse.



CLASSE :	ETABLISSEMENT :	

NOM - PRENOM:

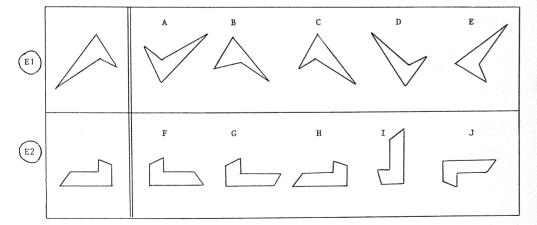
CAHIER 4

FEUILLE REPONSE

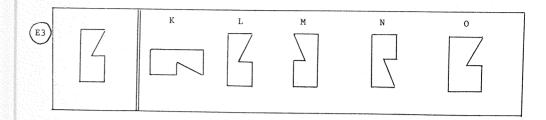
1	В	С	D	E	2 _F	G	Н	I	J	(3) _K	L	М	N	0	Assessment of the Contract of
4 p	Q	Ŕ	s	Т	(5) _U	٧	W	х	Y		:				COLUMN TO SERVICE STATE OF THE PARTY OF THE

Cahier 5 : E (taches et diverses orientations)

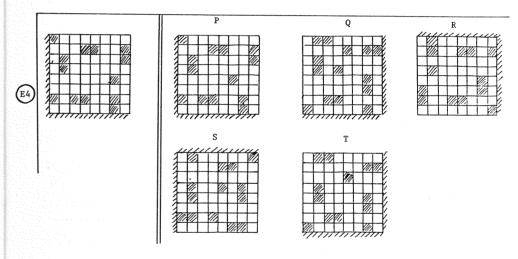
Sur la page gauche de ton cahier, tu peins une figure géométrique. Tu refermes puis ouvres ton cahier et trouves une tache sur la page droite en face de ton premier dessin. Entoure la lettre correspondant à la tache obtenue en utilisant la feuille-réponse.



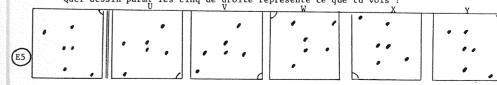
Tu appliques maintenant un buvard sur la tache de la page droite. Quelle est la figure obtenue sur la face du buvard qui a touché la tache ?



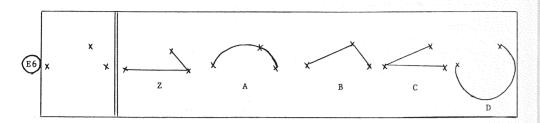
On a dessiné à gauche une grille de mots croisés. Retrouve-la à droite, sachant qu'elle a pu être déplacée.



6 billes ont roulé sur la table comme l'indique le dessin de gauche. Tu te déplaces autour de la table et vois alors les billes d'une autre place. Quel dessin parmi les cinq de droite représente ce que tu vois ?

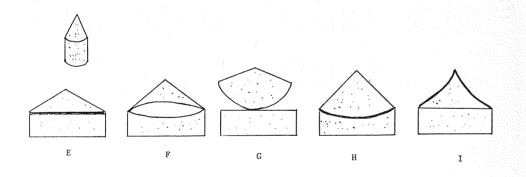


Quel est le chemin le plus court permettant de passer par les trois points marqués d'une croix ?



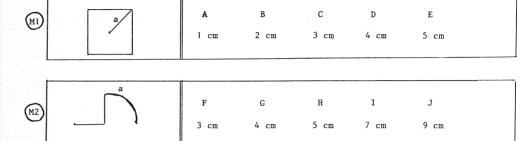
Une forme représentée ci-dessous a été fabriquée en carton.

Quel est le développement à plat des deux morceaux de carton qui en ont permis la fabrication ?

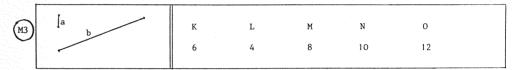


Cahier 6 : M (Evaluations)

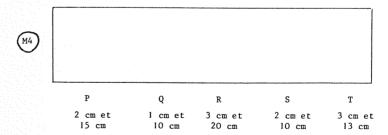
Les extrémités d'une ligne a sont marquées par deux points sur la figure de gauche. Quelle est la longueur, au <u>demi-centimètre près</u> de a ? Entoure la bonne réponse sur la feuille-réponse.



Combien le segment b contient-il de segments tels que a ?



Quelles sont la longueur et la largeur de la case ci-dessous, au centimètre près ?



Quelle est environ la hauteur d'un bâtiment scolaire de 4 étages (rez-de-chaussée compris) a toit plat ? Entoure la réponse la plus vraisemblable.

M5 U V W X 2 m 4 m 8 m 12 m

Quelle est environ la longueur d'une cigarette gauloise ordinaire ? Entoure la réponse la plus vraisemblable.

Y

24 m

10 cm²

(M14)

Z A B C D 3 cm 5 cm 7 cm 10 cm 15 cm

Quelle est l'aire approchée au cm² près du disque représenté à gauche ?

E F G H I l cm² 3 cm² 5 cm² 10 cm² 1 dm²

Quelle est l'aire approchée au cm² près de la partie hachurée dans le dessin représenté à gauche ?

Quelle est l'aire la plus vraisemblable de cette page de test ?

O P Q R S

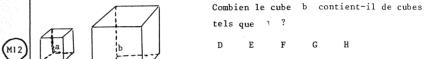
Quelle est l'aire la plus proche de celle d'un timbre rouge de 1 F actuel ? (Marianne).

MIO T U V W X

20 cm² 1 cm² 10 cm² 15 cm² 5 cm

Quelle est l'aire la plus proche de celle d'une carte postale ordinaire ?







Construis à main levée (sans règle graduée, ni équerre) un rectangle dont l'aire est 36 cm 2).

La figure doit être faite sur la feuille-réponse.

(M9)

(M6)

CLASSE :	*****	ETABLISSEMENT	
NOM - PRENOM :			

CAHIER 6

FEUILLE REPONSE

	В	С	D	E	(2) _F	G	н	I	J	(3) _K	L	М	N	0
4) _P	Q	R	S	T	(5) _U	V	W	X	Y	6 _z	Α	В	С	D
7 _E	F	G	Н	I	8,	K	L	м	N	90	P	Q	R	S
10	U	٧	W	X	(1) _Y	Z	A	В	С	(12) _D	E	F	G	н
13,	J	ĸ	L	М			-							

(14)

ANNEXE 3

LISTE DES GROUPES

ET DES CATEGORIES SOCIO-PROFESSIONNELLES

- O. AGRICULTEURS EXPLOITANTS.
 - 00. Agriculteurs exploitants.
- 1. SALARIES AGRICOLES.
 - 10. Salariés agricoles.
- 2. PATRONS DE L'INDUSTRIE ET DU COMMERCE.
 - 21. Industriels.
 - 22. Artisans.
 - 23. Patrons pêcheurs.
 - 26. Gros commerçants.
 - 27. Petits commerçants.
- 3. PROFESSIONS LIBERALES ET CADRES SUPERIEURS.
 - 30. Professions libérales.
 - 32. Professeurs ; professions littéraires et scientifiques.
 - 33*. Ingénieurs.
 - 34*. Cadres administratifs supérieurs.
- 4. CADRES MOYENS.
 - 41*. Instituteurs : professions intellectuelles diverses.
 - 42*. Services médicaux et sociaux.
 - 43*. Techniciens.
 - 44*. Cadres administratifs moyens.
- 5. EMPLOYES.
 - 51*. Employés de bureau.
 - 53. Employés de commerce.

6. OUVRIERS.

- 60*. Contremaîtres.
- 61*. Ouvriers qualifiés.
- 63*. Ouvriers spécialisés.
- 65. Mineurs.
- 66. Marins et pêcheurs.
- 67*. Apprentis ouvriers.
- 68. Manoeuvres.

7. PERSONNELS DE SERVICE.

- 70. Gens de maison.
- 71. Femmes de ménage.
- 72. Autres personnels de service.

8. AUTRES CATEGORIES.

- 80. Artistes.
- 81. Clergé.
- 82. Armée et police.

9. PERSONNES NON ACTIVES.

- 91. Etudiants et élèves.
- 92. Militaires du contingent.
- 93. Anciens agriculteurs (exploitants et salariés).
- 94. Retirés des affaires.
- 95. Retraités du secteur public.
- 96. Anciens salariés du secteur privé.
- 97. Autres personnes non actives de moins de 17 ans.
- 98. Autres personnes non actives de 17 à 64 ans.
- 99. Autres personnes non actives de 65 ans et plus.

ANNEXE 4

OBJECTIFS OPERATIONALISABLES

- 1 <u>Heuristique</u> : recouvre tout ce qui est lié aux séquences de recherche, à vocation de découverte par l'élève.
- 2 <u>Traductif</u> : recouvre les activités de passage d'un langage dans un autre langage (langue maternelle, dessin, tableau, graphique, etc...).
- 3 <u>Classificatoire</u>: recouvre les activités de classement selon un critère, activités supposant éventuellement une perte d'information en faveur d'une identification classifiante.
- 4 <u>Calculatoire</u> : recouvre toutes les activités algorithmiques, portant essentiellement, en ler cycle, sur les nombres, ce qui ne sera pas toujours le cas ultérieurement.
- 5 <u>Logique</u> : recouvre les activités de type hypothético-déductif. Le développement des qualités de raisonnement y est visé.
- 6 <u>Technique</u> : recouvre les activités où soin, minutie, précision, persévérance sont fortement sollicités.
- 7 <u>Transfert</u> : recouvre toutes les activités dites d'application où les champs de représentation sont différents : on y passe, en général, d'un modèle au réel où l'on utilise les résultats établis dans le modèle.
- 8 <u>Critique</u> : recouvre les activités où s'exerce... l'esprit critique, la comparaison d'un résultat par rapport à un référentiel ou un présumé.
- 9 <u>Prédictif</u> : recouvre enfin les activités tournées vers l'extérieur du champ perçu et prospecté, activités qui mettent en oeuvre les facultés inductives de l'"apprenant".

Prédictif	. estimer (approxima- tivement) . induire . prévoir . conjecturer
Critique	contrôler interpréer évaluer maitriser la vrai- semblance critiquer (contre- exemple) remettre en question valider invalider
Transfert (réinvestis- sement)	soigner la. appliquer présenta- tion d'un dessin ou d'un c.tbul se montrer précis, minutieux méticulaux se montrer persévéant et orgamsé
Technique	soigner laprésentation d'un dessin ou d'un crèul se montrer précis, minutieux méticulaux se montrer persévérant et organsé
Logique	. prouver . convaincre . rédiger (pour être lu) . tolérer . déduire . résoudre des problèmes
Calcu- latoire	. dénombrer . prouver . calculer . convain . appliquer (pour é algorithme lu) . tolérer . déduire . tolérer . déduire . résoudr des problème
Classifi- catoire	observer et . organiser choisir analyser . discerner schématiser . ordonner représenter . synthétimodéliser . id entifier transposer
Traductif	. observer et . organiser choisir . analyser . discerner . schématiser . ordonner . représenter . synthéti décrire . ser . modéliser . id entifié . transposer
Heuristíque	bricoler chercher inventer créer émettre des hyor- thèses
Classe d'objectifs rationa- lisables	Verbes d'action permettant l'opéra- tionali- sation

TABLEAU D'OBJECTIFS COGNITIFS

CATEGORIES	RUBRIQUES	OBJECTIFS	ACTIVITES ATTENDUES
A	A ₁	Connaissance de la terminologie et du fait spécifique	associer assembler
Connaissance des outils de préhension	A ₂	Capacité d'action intériorisée sur l'évo- cation d'une forme physique du concept	simuler observer
de l'ojet et du fait mathématiques	A ₃	Capacité à lire des cartes, des tableaux, des graphiques, des notices	déchiffrer décrire
	A ₄	Effectuation d'algorithmes simples	organiser, calculer
B Analyse de faits	B ₁	Substitution d'une démarche représentative à une manipulation Anticipation graphique	abstraire prolonger induire
et transposition	В2	Reconnaissance et usage d'une relation implicite simple où intervient l'objet mathématique connu	analyser comparer
	В3	Traduction d'un problème d'un mode dans un autre avec interprétation	schématiser,traduire transposer
©	c ₁	Compréhension du concept, de ses relations avec les autres objets mathématiques	reconnaître construire
Compréhension des relations et	c ₂	Compréhension d'un raisonnement mathéma- tique : justification d'un argument	justifier
des structures	с3	Choix et ordonnancement d'arguments	déduire
	c ₄	Application dans des situations familières	analyser,abstraire appliquer,interpoles
(D)	D ₁	Effectuation et découverte d'algorithmes composites et de nouvelles rélations	organiser,calculer optimiser
Synthèse et	D ₂	Construction de démonstrations et d'exem- ples personnels	illustrer, démontrer, valider, créer, inventer
Créativité	D ₃	Découverte de généralisations	généraliser,induire, prévoir,extrapoler
	Ď ₄	Reconnaissance du modèle et applications dans des situations non routinières	moděliser, indenti- fier, différencier, classifier, résumer
Œ	E	Distinction du nécessaire et du suffisant	formuler des hypo- thèse, déduire
Critique et	E ₂	Critique de données et de méthodes ou de modèles résolvants	contrôler, optimiser, prévoir, critiquer, questionner, vérifier
Evaluation			
	E ₃	Critique d'argumentation et construction de contre-exemple	critiquer, tolérer contredire

BIBLIOTHÈQUE A.P.M.E.P.

Le prix indiqué est avec port (Entre parenthèses, prix sans port) (IL S'AGIT DES PRIX DE NOVEMBRE 79).

Commander à une Régionale, ou à : BLONDEL - 154 avenue Marcel Cachin 92320 - CHATILLON-SOUS-BAGNEUX

- 7.1. Texte d'orientation A.P.M.E.P. 1978 gratuit (2 F pour le port).
- 7.2. Géométrie au premier cycle (cf. page 206) Tome 1 (1977) - 208 pages - 31 F - (25 F); Tome 2 (1978) - 328 pages - 36 F - (30 F).
- 7.3. Activités mathématiques en 4ème 3ème Tome 1 (juin 1979) - 248 pages - 31 F - (25 F).

Cet ouvrage indique, par la pratique, comment aller vers un enseignement à base d'activités, et moins linéairement organisé qu'il n'en est coutume. Il doit, aussi, permettre de mieux éclairer et motiver les choix de manuels scolaires de quatrième (1979) ou de troisième (1980).

- 7.4. Grille A.P.M.E.P. d'analyse des manuels scolaires de mathématiques : 10 F (5 F) (ou gratuitement s'il doit y avoir retour des analyses effectuées).

 Demander à H. BAREIL, 7 rue des Pivoines, 31400 Toulouse.
- 7.5. Pour une mathématique vivante en Seconde : 19 F (15 F). Cette brochure présente 21 activités ou thèmes de réflexion et de travail.
- 7.6. A la recherche du noyau des programmes du 1er cycle ("Savoir minimum en fin de 3ème"); 21 F (15 F). Cf.
- 7.7. Collection *MOTS*. Chacun des 2 premiers tomes : 14 F (10 F) Tome 3 : 16 F (12 F) Tome 4 (1978) : 16 F (12 F)