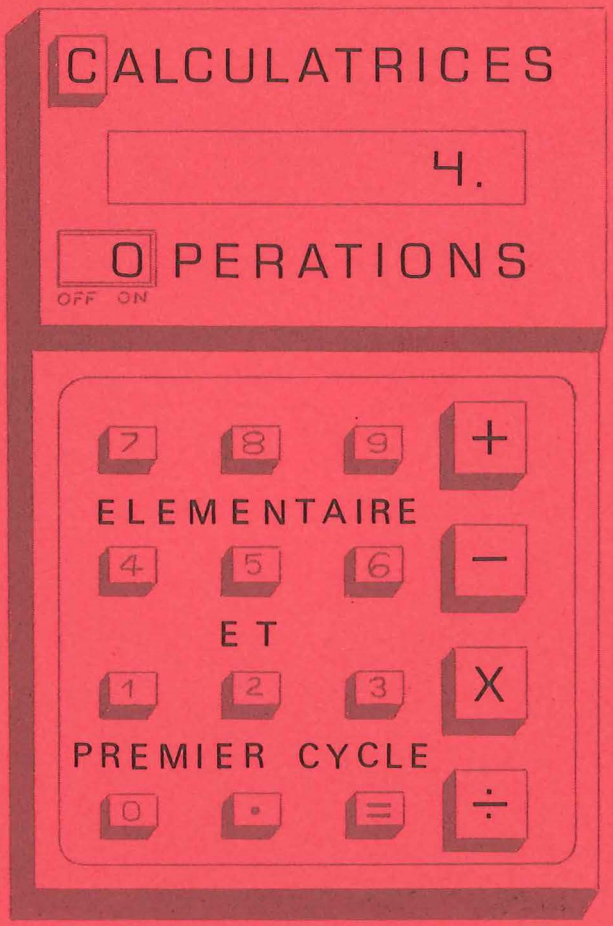
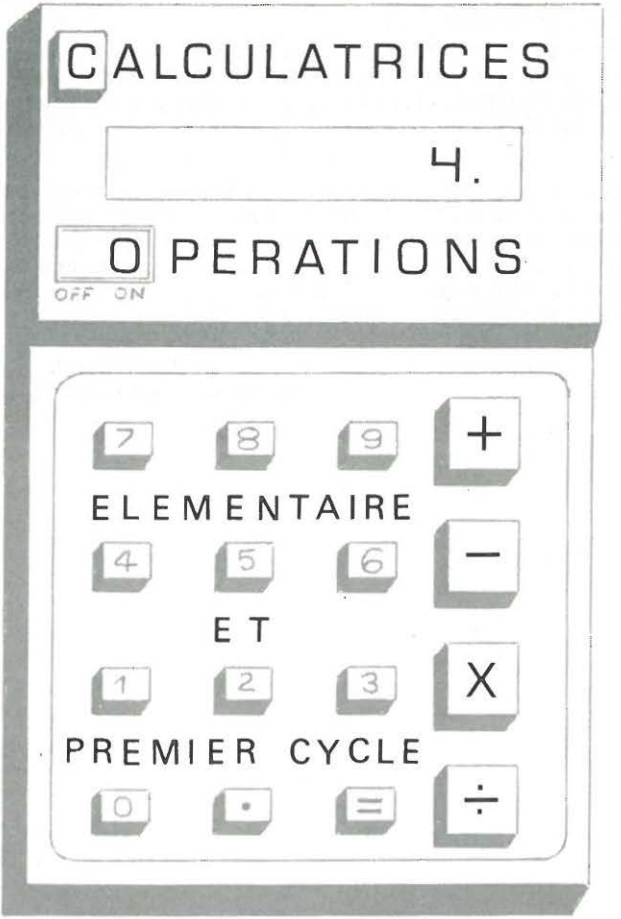


Nouvelle édition mise à jour en 1983

Publication de l'A.P.M.E.P.

(Association des Professeurs de Mathématiques
de l'Enseignement Public)
N° 31



Nouvelle édition mise à jour en 1983

Publication de l'A.P.M.E.P.

(Association des Professeurs de Mathématiques
de l'Enseignement Public)
N° 31

Au lecteur de la deuxième édition

Je me souviens lors de la préparation de cette brochure de notre crainte qu'elle soit vite démodée !

Nous pouvons dire quatre ans plus tard qu'il n'en est rien (ou si peu). Après relectures, nous n'avons trouvé comme changement notable que celui provenant de l'évolution prévisible des professeurs et de l'administration vis à vis de la calculatrice quatre opérations. *Nous avons donc préféré ne pas la remodeler.*

Ayant reçu un article très intéressant de Madame Sierpinska de l'Académie polonaise des Sciences, la commission des brochures a décidé de le mettre en complément dans cette deuxième édition. Cet article est d'un niveau plus élevé que l'ensemble de la brochure. Il permettra de prolonger la lecture vers une approche méthodique du calcul d'expressions algébriques et de mieux appréhender la façon dont la machine "organise" ses calculs.

Fait à Niort le 28 Février 83
G. DESENFANT (l'un des relecteurs)

En quelques années, la minicalculatrice s'est imposée à nous. Elle est peu sophistiquée, scientifique, programmable, chère, belle, bon marché, laide, très précise, petite, grosse, peu précise... Elle fonctionne sur piles, sur secteur ou sur batteries rechargeables. Elle sert au plombier, au percepteur des contributions, aux organisateurs du Tour de France, au gendarme verbalisateur. On la trouve à côté des ordinateurs, sous une vitre (à briser en cas d'urgence). Elle a réussi le tour de force de supplanter la règle à calcul de l'ingénieur.

J'ai même rencontré des professeurs de mathématiques qui en possèdent une et s'en servent....

"Mathématique et Pédagogie" numéro 11/12

AU LECTEUR ....

■ *Cette brochure est une oeuvre collective, écrite à partir de travaux personnels, de comptes rendus d'expériences effectuées dans différents I.R.E.M., à l'I.N.R.P.*, à l'Etranger ;*

Une première mouture en a été faite par un comité de rédaction composé de :

Rachel	HEBENSTREIT	(Paris)
Roger	LE ROUX	(Rennes)
Jean-Claude	ORIOL	(Grenoble)
Paul	SUBTIL	(Lyon)
Claudette	VIEULES	(Toulouse)

en remaniant, en synthétisant des textes existants, en écrivant des textes nouveaux ;

Cette première mouture a été lue par un comité de lecture composé de :

BEGUE Jane (Foix), CORBIN Joël (Villepreux), DESENFANT Guy (Poitiers), DUVERNEUIL Janine (Toulouse), GUILBERT Serge (Moissac), KISTER Michel (Chalette), LEFORT Jeannine (Nancy), MARTIN Yves (Hazebrouck), PAINCHAUT Jacques (Aix-les-Bains).

dont les critiques et suggestions ont été prises en compte dans la rédaction définitive.

---

* I.R.E.M. : Institut de Recherche pour l'Enseignement des Mathématiques
I.N.R.P. : Institut National de Recherche Pédagogique

- *Cette brochure n'est pas homogène, il y a, à l'heure actuelle, une assez grande diversité dans l'utilisation de ces calculatrices dans les classes, tant dans les objectifs que dans l'esprit et la forme de cette utilisation.*

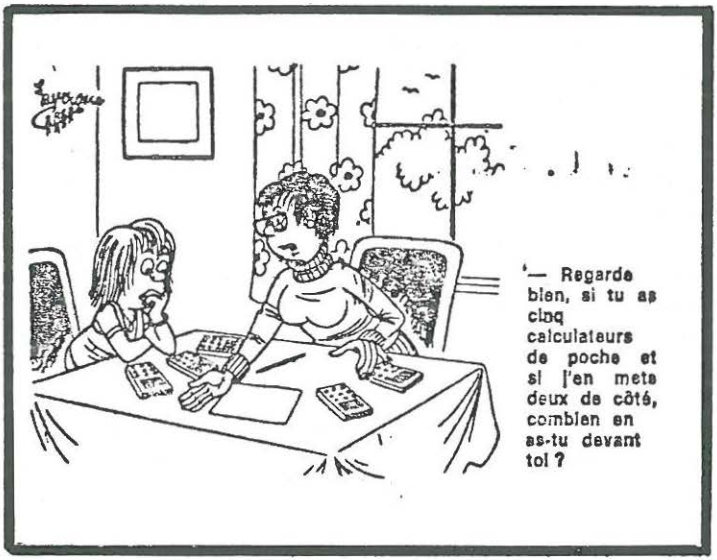
  Il nous a semblé qu'il ne fallait pas privilégier une attitude mais donner au lecteur une vue aussi large que possible des différentes approches.

- *Cette brochure est écrite en 1979 : nous avons essayé de faire le point à cette époque, aussi objectivement que possible. Mais dans ce domaine relativement nouveau il est évident que "ça bouge très vite", tant au niveau de la réflexion qu'au niveau du matériel utilisé. Il ne faudrait surtout pas considérer cette brochure comme une référence définitive et sans appel... pour les années qui viennent.*

- *Nous nous sommes attachés à écrire une brochure simple, lisible par tous les enseignants, et surtout par ceux qui n'ont jamais utilisé de calculatrices ou de matériel informatique dans leurs classes, permettant une diffusion aussi large que possible et donnant aux collègues l'envie "d'en savoir plus" et "d'essayer avec les élèves". Toutefois nous avons estimé nécessaire, après réflexion et critiques, d'introduire dans le chapitre "Calculatrices et Informatique" une présentation méthodologique, même si la formulation en paraît ardue en première lecture.*

- *Cette brochure n'est ni un manuel, ni une suite de leçons dites modèles. Les collègues intéressés par les expérimentations passées pourront se référer à la bibliographie et demander les documents les intéressant.*

- *Enfin l'équipe de rédaction souhaite vivement que des échanges s'établissent entre collègues utilisateurs de calculatrices. Nous n'avons pas la prétention d'avoir tout dit, ni celle d'avoir bien dit ce que nous avions à dire...*
  Ces échanges pourraient se faire par l'intermédiaire de la gazette informatique de l'A.P.M.E.P. (cf. bibliographie) ou en écrivant aux correspondants de la commission informatique (cf. page 166). Et dans le cas où nous aurions une masse suffisamment importante d'informations nouvelles, il serait alors possible d'envisager à plus ou moins long terme... une brochure "calculatrices 4 opérations N° 2" !



— Regarde bien, si tu as cinq calculateurs de poche et si j'en mets deux de côté, combien en as-tu devant toi ?

SOMMAIRE

Introduction 9

• **Chapitre I : LES CALCULATRICES DANS LA CLASSE** 15
★ Aux USA 17
★ En France 22

• **Chapitre II . CALCULATRICES ET PEDAGOGIE** 33
A — Les caractéristiques d'une calculatrice
1. - Quelques considérations générales 37
2. - Description d'une calculatrice 41
3. - Ce que pourrait être une machine pédagogique 54
4. - Petits calculs sur petites machines 55
5. - Dix minutes pour connaître une calculette 59
6. - Annexes 61

B — Quelques approches possibles de la machine
1. - La machine à "Algol" 67
2. - Les mini-machines à "enseigner" 77
3. - En classe de CM 2 78
4. - Calcul mental... Calcul machine 80

• **Chapitre III : CALCULATRICES ET MATHEMATIQUE** 85
★ Quelques thèmes au premier cycle 86
★ Chiffre des dizaines dans un C.P. 100
★ Un thème au CM 1 103
★ Situation vécue dans un CM 1/CM 2 106
★ Utilisation de la touche + dans un CM 2 109
★ Des activités à exploiter sur calculette 118

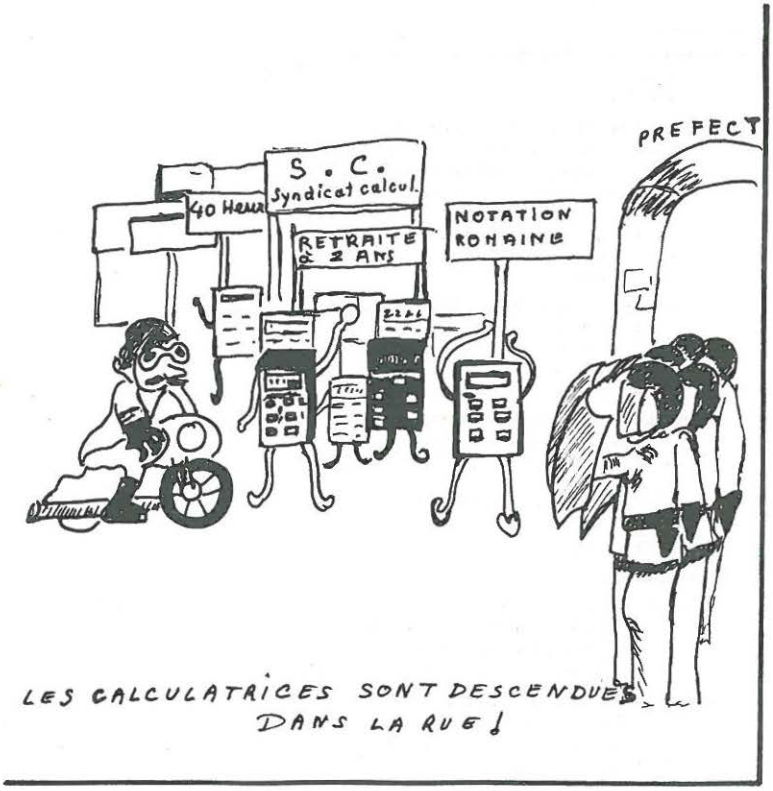
• **Intermède historique** 125

• **Chapitre IV : CALCULATRICES, AUTRES DISCIPLINES ET VIE QUOTIDIENNE** 129
★ Autres problèmes, autres disciplines 131
★ Les calculettes, la vie quotidienne... et les mathématiques 133

• **Chapitre V : CALCULATRICES ET INFORMATIQUE** 137
1. - L'informatique présente dans les travaux avec calculettes 138
2. - Un algorithme... Qu'est-ce que c'est ? 155
3. - Structurée ? Vous avez dit structurée ? 157

• **Chapitre VI : POUR ALLER PLUS LOIN** 161
1. - Fiches pour les élèves 163
2. - Guide du maître 180

• **Chapitre VII : DOCUMENTATION** 191
★ Bibliographie 192
★ Adresse des IREM 196
★ Les publications de l'APMEP 198


PREFECT
S. C.
Syndicat calcul.
40 Heur
RETRAITE
à 2 ANS
NOTATION
ROMAINE
LES CALCULATRICES SONT DESCENDUES
DANS LA RUE !

INTRODUCTION

1 HUIT ANS DEJA C'est en 1972 que la première calculatrice de poche fait son apparition. Née des progrès de la technologie (circuits intégrés...), elle reprenait à son compte en les miniaturisant les éléments de base des ordinateurs. Son coût élevé (2000 à 3000F de l'époque) était compensé par une grande facilité d'emploi: entrées et sorties en décimal bien que les calculs internes soient en binaire, encombrement réduit, transport aisé, entretien réduit à l'alimentation.

En 8 ans son prix a été divisé par dix, et ce n'est sans doute pas fini. Le jeu effréné de la concurrence, le coût de plus en plus dérisoire des composants électroniques, ont accéléré le processus. D'autres progrès de la technique l'ont améliorée : 1975 voit la sortie de la première programmable avec carte magnétique, puis avec imprimante... Quant à l'objet sophistiqué de 1972, il devient gadget, et s'offrira bientôt comme un porte-clés. Qu'on soit pour ou contre, le fait est là :

La calculatrice est descendue dans la rue

Dans la rue, donc dans les écoles... La plume sergent-major a remplacé la plume d'oie ; puis ce fut le stylo à encre... puis le stylo à bille ; malgré les réticences, voire les ordres contraires de l'Administration et de l'Inspection ; qui s'en émeut encore ?

Les plumes métalliques procurent une grande économie de temps, aussi ont-elles fait invasion dans presque toutes les écoles. C'est là un mal dû à la paresse des instituteurs. La plume d'oie, par son élasticité, par la facilité avec laquelle on la taille pour tous les genres d'écriture, et par son prix modéré, a une supériorité incontestable. Néanmoins, on peut autoriser les plumes métalliques pour les dictées et les devoirs qui se font à la maison.

Extrait d'un cours de pédagogie professé sous Louis-Philippe à l'Ecole Normale de Rennes, (Promotion 1846-1848).

Que remplacera donc la calculatrice ?

La "scientifique", moyennant quelques touches supplémentaires supplante les tables de Bouvart et Ratinet, et la règle à calcul ; mais cela n'affole personne. Le malheur est que la plus simple des calculatrices sait faire 2 + 2 ! Et le débat déjà lancé avec la réforme des mathématiques en 1968 reprend de plus belle : "nos enfants ne sauront plus calculer!"

Peut-être ce cri d'alarme est-il poussé par la caissière de grand magasin, qui tape sur sa machine enregistreuse 8,7+8,7+8,7+8,7+8,7+8,7+8,7+8,7+8,7+8,7=* ou par le commerçant qui fulmine contre une calculatrice qui n'a pas, hélas, la touche % !*

Inquiétude des parents...,

. mais aussi mutisme de l'Administration : les programmes, dans l'ensemble, ignorent le phénomène. Prudents, ceux de 2è C s'en tiennent à l'"usage de tables numériques et d'une machine à calculer de bureau" (les secondes littéraires n'ont droit qu'au "maniement de la règle à calcul"). Seuls les commentaires du nouveau programme de 4è évoquent la possibilité d'utiliser la calculatrice de poche pour la pratique des opérations et du calcul mental... Les Inspecteurs, dans le meilleur des cas, ont un petit sourire entendu : "si cela vous amuse..." L'utilisation de la calculatrice au baccalauréat est encore différée... pour combien de temps ?

. mais aussi division des enseignants, de tous les pays : utiliser la calculatrice dans la classe, c'est aller tout droit à une analphabétisation calculatoire des élèves, ou au contraire offrir à tous un outil merveilleux...

---

* authentique.

2 ALORS IL EST TEMPS DE FAIRE LE POINT

Depuis 5 ou 6 ans, en France comme à l'étranger, on expérimente l'utilisation des calculatrices dans les classes : dans les I.R.E.M, où la calculette s'est faite une place dans les groupes informatiques ; dans les rencontres A.P.M., dont la dernière (Colloque IREM/APM de Saint-Malo les 1er et 2 juin 1979) lui était entièrement consacrée ; dans les revues ou publications à l'intention des professeurs (cf. bibliographie)...sans compter les multiples expériences individuelles, à tous les niveaux.

Pour tous ceux qui, de près ou de loin, ont participé à ces expériences, cette brochure n'apprendra sans doute rien... ou pas grand chose.

Par contre, à tous les enseignants :

- Qu'effraie l'idée de devoir modifier leur enseignement pour tenir compte de la présence de la calculatrice dans la classe, nous suggérons de rompre quand même leur routine ; il suffit d'un peu de bonne volonté pour renouveler l'art du calcul avec une machine,et d'efforts minimes pour compenser les difficultés dues à des niveaux de plus en plus hétérogènes. Et c'est pour les aider dans cette voie que nous leur offrons quelques objectifs simples mais précis, des suggestions de travail, des thèmes à exploiter et des comptes rendus d'expériences.

- Qui sont rebutés par des problèmes pratiques, nous proposons des idées pour l'utilisation en classe,et des critères de choix pour les matériels.

- Qui préfèrent attendre une autorisation officielle, nous affirmons : vous avez tort, vos élèves se serviront quand même de la calculatrice,mais sans votre aide ils le feront fort mal.

Quant à tous ceux qui pensent que la calculatrice va encore évoluer, et qui souhaitent attendre un stade définitif, nous leur donnons raison sur le premier point, mais pas sur le second : nous préférons travailler avec ce qui existe, quitte à évoluer nous-mêmes avec le matériel. Remet-on chaque année l'achat d'une voiture à l'année suivante, sous le prétexte que d'année en année il y a un nouveau modèle plus sûr, plus performant que le précédent ?

3 DES ARGUMENTS POUR L'INTRODUCTION DE LA CALCULATRICE DANS L'ENSEIGNEMENT

▪ Elle devient un objet de la vie quotidienne : n'est-ce pas un des buts de l'enseignement que de préparer les enfants au monde réel dans lequel ils vivront ?

▪ Sans préparation, l'utilisation de la calculatrice à tort et à travers par l'élève peut se réduire très vite à son seul aspect gadget, ce qui est néfaste et provoque la régression des techniques opératoires péniblement acquises. Plutôt que de ne rien faire, ou, ce qui est pire, d'instaurer la chasse aux calculettes (comme il y a eu la chasse aux cheveux longs...), prenons conscience que le seul problème actuel est de canaliser à notre profit la présence inévitable d'un outil aux possibilités plus riches qu'il ne paraît.

▪ Justement, c'est un outil de calcul

. N'entrons pas dans le débat "nos élèves ne savent plus calculer" : ce problème nous semble sans rapport avec l'apparition de la calculatrice dans la classe ; voilà des générations que le 'prof' de 3è se l'entend dire par le 'prof' de physique de 2nde, celui de 4è par celui de 3è, l'instituteur de CM 2 par le 'prof' de 6è etc...; la vérité est sans doute ailleurs : savoir calculer n'est ni facile ni d'un apprentissage immédiat. S'il s'agit de la mémorisation de tables d'opérations ou de techniques opératoires, cela s'entretient, par le calcul mental notamment. Et il y a belle lurette qu'on ne fait plus de calcul mental sérieux et régulier, du moins après l'école primaire. Or l'utilisation de la calculatrice peut être une motivation au calcul mental, si on habitue l'enfant à estimer ou contrôler tout calcul à la machine par la recherche d'un ordre de grandeur du résultat. S'il s'agit de la compréhension d'un calcul, des conventions de priorité ou de la hiérarchie mathématique, la machine est alors un juge impitoyable et impartial.

. Comme tous les outils, la calculatrice a ses limites et ses contraintes dont l'élève doit être averti, ce qui permet des ouvertures vers des notions comme chiffres significatifs, erreurs, arrondis, troncature, approximations.

. Dès qu'un calcul comporte plus d'une opération, son traitement sur la calculatrice exige une organisation précise, d'où le choix d'une procédure logique et économique en fonction des contraintes de la machine.

(problème de rentabilité), ce qui favorise le développement d'une pensée algorithmique.

. Enfin, la calculatrice débarrasse tout calcul de son caractère fastidieux, permettant de traiter vraiment des problèmes concrets, et non fabriqués pour obtenir un résultat rapide à la main.

▪ Cet outil peut être un matériel didactique intéressant

. Il rend les nombres plus familiers aux enfants
. Il permet d'explorer de façon sensible certains concepts mathématiques (puissances, racines, fonctions numériques, propriétés des opérations...)
. Il permet de dépasser ses contraintes apparentes, donc il peut être la source de problèmes nouveaux.

▪ Elle peut être un instrument pluridisciplinaire (physique, technologie, géographie, économie, statistiques...)et à ce titre participer au décloisonnement entre les disciplines.

▪ Elle modifie dans un sens favorable les rapports entre élèves, et entre enseignant /enseignés, donc la vie de la classe.

▪ Elle est le plus simple des outils informatiques

Son utilisation raisonnée prépare à l'utilisation future de calculateurs programmables et de petits ordinateurs, en mettant en évidence les premiers principes généraux de tout langage informatique, et la compréhension par l'élève de ces premiers principes est le début d'une démystification de l'informatique.

Tout ceci entraîne donc qu'à brève échéance :

- L'enseignant se familiarise avec la calculatrice, et soit conscient de ses possibilités et de ses limites ;
- Les programmes et les manuels se modifient pour intégrer intelligemment la calculatrice à l'enseignement à tous les niveaux.

4 POURQUOI LIMITER L'OBJECTIF DE CETTE BROCHURE ?

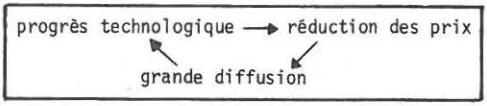
Essentiellement pour combler un vide, tant en ce qui concerne le matériel que le niveau d'utilisation. Il faut bien reconnaître que l'introduction d'outils informatiques dans la classe a eu une évolution descendante : ordinateurs à l'université, calculateurs programmables dans les classes secondaires, puis dans le premier cycle - Rappelons à ce propos que l'A.P.M. a déjà publié deux brochures sur ce thème :

. quelques apports de l'Informatique à l'enseignement des Mathématiques (1977) N° 20

. calculateurs programmables et algèbre de 4ème (1978) N° 24

et que ces brochures sont toujours disponibles et restent - ô combien - d'actualité.

Mais le schéma :



permet maintenant d'envisager l'outil le plus simple au niveau le plus bas.

Notre propos est donc clair : utilisons (au mieux) les petites calculatrices de poche dès l'école élémentaire ; c'est la première action de masse que nous pouvons actuellement mener, en attendant, ensuite ou conjointement, de prolonger cette action lorsque le matériel programmable et - pourquoi pas - les micro-ordinateurs seront eux aussi accessibles à tous les élèves.

Les calculatrices considérées dans cette brochure sont des calculatrices 4 opérations (ce qu'elles sont toutes), munies d'une mémoire (elle augmente notablement les possibilités) et complétées éventuellement par quelques fonctions simples (+/- ; $1/x$,...) ce qui est de plus en plus fréquent sur les machines de bas de gamme de tous les constructeurs. On les appelle souvent minicalculatrices - ou"calculettes" . Indépendamment de leur faible coût, le fait qu'elles ne soient ni scientifiques ni programmables réduit le nombre de touches, donc les erreurs de frappe, et disperse moins l'attention de jeunes élèves.

Nous avons limité leur champ d'utilisation à l'enseignement obligatoire (primaire, 1er cycle, L.E.P.). Nous devrions admettre une fois pour toutes qu'à ce niveau la mathématique est aussi une science expérimentale et non une discipline purement intellectuelle qu'il suffit d'enseigner avec de bons axiomes, de bonnes paroles et un morceau de craie... Manipulons et faisons fonctionner les notions numériques fondamentales avant de les définir , et intégrons la calculette à l'apprentissage du calcul : là aussi, il faut commencer tôt...et progressivement.

Chapitre I

LES CALCULATRICES DANS LA CLASSE

RENTREE DES CLASSES ..... A L'ALLEMANDE

Dès la rentrée scolaire de 1980, tous les élèves allemands du secondaire du land de Bade-Wurtemberg toucheront gratuitement, dans leur équipement, une calculatrice électronique.

C'est ce que révèlent les Dernières Nouvelles d'Alsace de septembre 1979, dans un article consacré à la rentrée scolaire dans le land voisin de la province française.

"*Si en France la rentrée scolaire est, pour de nombreuses familles, synonyme de dépenses financières, il n'en est pas de même en Bade-Wurtemberg: toutes les fournitures scolaires dont le prix dépasse 1D.M. (2,38 F), sont mises gratuitement à la disposition des élèves, qu'ils soient écoliers du primaire ou lycéens. Ainsi, non seulement les livres sont gratuits, mais encore certains cahiers, les nécessaires à peinture, et les trousses de géométrie. Et, dès la rentrée de 1980, tous les élèves de plus de 13 ans toucheront en plus une calculatrice électronique* ... ", écrit le quotidien de Strasbourg.

LES CALCULATRICES DANS LA CLASSE ?

A l'étranger, en France .....
Grands et petits,
Ce qu'ils en pensent.

AUX U.S.A.

Le rapport publié par la National Science Fundation(1) en Février 76 énumère les différents arguments pour et contre l'utilisation des calculatrices en classe. Vu l'ampleur de cette étude il nous a semblé important de la signaler ici.

Ce rapport décrit les réponses aux questionnaires et interviews effectués en 1975 aux Etats Unis sur ce sujet. Nous reproduisons ici l'analyse de Shumway pour les principaux arguments(2).

DES ARGUMENTS POUR .....

Le point de vue le plus favorable à l'utilisation des calculatrices est présenté par l'affirmation.

"Toutes les calculatrices, même les plus sophistiquées comme les calculatrices scientifiques doivent être à la disposition de tous les enfants dans toutes les Ecoles dès le début de la scolarité".

---

(1) Electronic hand Calculators : The implication for Pré-college Education. Grant n° EPP.75. 16157 Projet Director : Marilyn N. Suydam, The Ohio State University.

(2) ...ce qui n'implique pas que nous soyons tous d'accord avec tous ces arguments !

Les arguments cités :

1 On ne peut pas exiger plus longtemps les traditionnels algorithmes sur papier pour les opérations.

Les algorithmes sont faits pour chasser efficacement et correctement le répétitif des calculs. Il est clair que le calculateur est le meilleur algorithme de calcul disponible aujourd'hui. Les algorithmes avec papier et crayon peuvent être enseignés sur les plans historiques, culturels ou pédagogiques.

2 Les calculatrices scientifiques ne sont pas chères et leur prix ne peut pas avoir d'incidence sur la généralisation de leur utilisation.

3 Beaucoup d'enfants, au lieu d'apprendre les 4 opérations de base peuvent faire des estimations et gagner du temps.
Les exercices de pratique ne sont pas nécessaires.

4 La notation décimale et scientifique doit être introduite plus tôt : les enfants doivent travailler sur des nombres tels que 0, 0285714285 et 189345608. Le premier est la partie d'un gâteau qui revient à un enfant si ce gâteau est divisé en 35 parties égales, le deuxième est le nombre de secondes vécues par un enfant de six ans.

Les enfants peuvent et doivent travailler aisément avec de tels nombres.

Les calculatrices doivent faciliter des expériences plus précoces avec toute une nouvelle classe de nombres.

5 Les exercices de mathématiques peuvent être plus proches de la réalité.

Les exercices ne doivent plus être choisis pour avoir pour solution des nombres entiers.

6 Les calculatrices sont plaisantes.

L'aspect motivant est remarquable. Les enfants créent leurs propres problèmes, ceux qui les intéressent.

7 L'étude de l'addition et de la multiplication des fractions peut être reportée après celle de l'algèbre.

8 La calculatrice facilite la perception numérique;grâce à sa simplicité et sa rapidité les enfants sont portés à explorer les produits, sommes, puissances, logarithmes, les fonctions trigonométriques etc... avec des nombres de toutes les tailles.

9 Les calculatrices rendent les calculs faciles et praticables pour tous les enfants. Il faut rappeler que la notation décimale, les chiffres arabes, le zéro, les algorithmes sur papier etc... ont été introduits non pas pour enseigner les mathématiques, mais pour faciliter les calculs. Les calculatrices ont été inventées pour les mêmes raisons.

10 Les calculatrices stimulent l'intérêt pour les concepts mathématiques et en facilitent l'enseignement.

11 La calculatrice peut être utilisée pour aider à la résolution des problèmes, une exploration ouverte et de nouveaux problèmes peuvent être offerts aux enfants grâce au "non handicap" des calculs.

12 Les calculatrices donnent l'expérience des algorithmes utilisés dans la société d'aujourd'hui : il n'y a pas de profession qui ne fasse des calculs sans utiliser des calculatrices.

13 Les calculatrices permettent de mettre l'accent sur le choix de l'opération plutôt que sur son exécution.

14 La notion d'estimation présente davantage d'intérêt qu'une dramatisation des erreurs de calcul.

15 La puissance des mathématiques utilisées par un individu moyen peut, grâce aux calculatrices, croître énormément.

16 Beaucoup de temps est rendu disponible pour approfondir l'Enseignement des mathématiques.

17 De nouveaux aspects des mathématiques peuvent être introduits.

ET DES ARGUMENTS CONTRE .....

Le point de vue le plus défavorable à l'utilisation des calculatrices est formulé par la déclaration :

" Les calculatrices de poche doivent être bannies pour l'enseignement des mathématiques dans les classes".

citons les arguments énumérés pour conforter cette prise de position :

1 Les calculatrices peuvent détruire toute motivation pour apprendre les connaissances de base.
Elles ne dispensent pas de la nécessité d'apprendre 9 x 7. Entrainer les enfants à avoir recours à leur calculatrice pour une simple multiplication serait de la folie.

Une telle dépendance à la machine serait très fâcheux.

2 L'utilisation des calculatrices peut détruire les bases fondamentales des programmes de mathématiques à l'école élémentaire.

L'objectif principal de la société pour les mathématiques à l'école élémentaire est que chaque enfant apprenne les "savoir-faire" de base et soit capable d'exécuter avec du papier et un crayon les 4 opérations.

Si les calculatrices sont autorisées à l'Ecole, les enfants ne verront pas plus longtemps la nécessité des pratiques de base en calcul.

De même interdire les calculatrices certains jours ou ne les utiliser que pour des contrôles apparaît comme "déloyal" et illogique aux yeux des enfants.

Les calculatrices ne doivent jamais apparaître dans le cours de mathématiques.

3 Le coût des calculatrices interdit leur usage : une simple école ne peut se permettre de fournir des calculatrices aux élèves. Le prix des calculatrices est prohibitif et leur attrait provoque de très nombreuses disparitions de ce matériel.

4 Les calculatrices sont particulièrement néfastes pour les enfants lents.

Quelle motivation peuvent avoir de tels enfants pour apprendre un algorithme quand ils savent qu'ils peuvent le faire sur une calculatrice plus

vite et avec moins de chance d'erreurs ?

5 La perception par les enfants de la nature des mathématiques peut être déformée par l'usage des calculatrices. Il y a là un danger réel : si les calculatrices sont utilisées, les enfants peuvent croire qu'appuyer sur les boutons d'une boîte noire c'est faire des mathématiques.

6 L'utilisation des calculatrices peut réduire la capacité des enfants à détecter les erreurs. Nous sommes tous convaincus que si un calcul est exécuté par une machine alors il doit être juste. Non seulement ceci est injustifié mais retrouver des erreurs et les corriger au clavier est toujours impossible s'il n'y a pas de trace de ce qui a été fait.

7 La pratique sur le papier est toujours nécessaire : c'est le savoir-faire de base. Les enfants doivent rester capables de calculer par eux-mêmes. La mise à la disposition des calculatrices dans les écoles peut enlever aux enfants la nécessaire pratique des mécanismes de base.

Le travail fait à la maison ne peut plus assurer cette pratique car il y a probablement une calculatrice à la maison.

Les écoles doivent interdire leur usage pour assurer la pratique du savoir faire de base de l'arithmétique.

8 Les batteries se déchargent et s'usent. La dépendance à des batteries pour une telle arithmétique serait de la folie...

9 L'utilisation des calculatrices peut décourager la réflexion mathématique : Si les enfants peuvent faire n'importe quel calcul en pressant sur des touches la résolution des problèmes sera faite à l'estimation et non en réfléchissant.

Ce sera l'invasion des estimations ou des devinettes si les calculatrices pénètrent dans les écoles.

10 Les Parents ont une position sans appel contre l'utilisation des calculatrices dans les écoles. L'Ecole a failli misérablement à l'enseignement des savoir-faire de base. L'introduction des calculatrices peut avoir pour effet de ne plus enseigner de mathématiques du tout...

ET EN FRANCE ?

On relève une similitude importante entre les conclusions du rapport précédent de la N.S.F. et les quelques travaux effectués, de façon beaucoup plus ponctuelle et beaucoup moins systématique, dans quelques I.R.E.M.

Signalons seulement :

■ Le compte-rendu de trois ans d'utilisation de calculatrices en 6ème au Collège Paul Eluard de Chalette-sur-Loing dont voici de larges extraits (1)

L'utilisation des calculettes a posé plus de problèmes aux professeurs qu'aux élèves.

Nous nous demandions : - que vont-elles leur apporter ?
- est-ce que le travail ne sera pas trop facile ?
- que leur restera-t-il à faire ?

Comportement de l'élève face à la fiche de calcul numérique

Dans les années 1970-71, une petite expérience sur des machines MONROE à manivelle et à manette de changement d'ordre nous incitait à prévoir une grande méfiance, une incrédulité des élèves vis à vis des résultats affichés. A l'époque, ils éprouvaient le besoin de refaire l'opération à la main avec l'algorithme traditionnel pour contrôler si la machine ne se trompait pas.

En 1974, avec les calculatrices les réactions étaient différentes :

Un intérêt très puissant s'est révélé pour l'utilisation des machines. La première réaction est celle des enfants devant un beau jouet. La volonté de s'en servir entraîne des rivalités et des disputes nuisibles à la création des groupes.

Il a fallu des mois pour apaiser cette soif de pianoter sur les touches. Un jour, j'observe 3 groupes utilisant avec ardeur la machine : "Que trouvez-vous ?" Ils avouent ne pas avoir commencé l'exercice proposé.

(1) "Minicalculatrices et choix opératoires en 6è" I.R.E.M. D'ORLEANS.

Le travail sur la machine est vraiment la motivation exclusive de la recherche pour les élèves. Sans la machine, l'heure de calcul numérique prendrait la noirceur d'une heure de math. supplémentaire.

Une confiance absolue et aveugle en la machine a été constatée. Cette confiance aveugle est consciente et exprimée :

"la machine ne se trompe jamais."

Cette confiance est-elle la restriction aux machines à calculer d'une confiance plus générale en la technique actuelle ? Résulte-t-elle du développement de l'utilisation des machines dans le commerce de détail ? Peut-être.

Lorsque le résultat affiché est contestable, l'enfant n'hésite pas, aussitôt il se culpabilise :

"C'est ma faute, je n'ai pas pris les bons nombres."

Par contre l'affichage des résultats, sans effort, provoque l'émerveillement :

"Oh là là, c'est trop grand, il y en a trop, je ne peux pas le lire, c'est trop long à écrire."

Pour la première fois, les élèves ont une fréquentation visuelle avec les nombres décimaux et les rationnels (plutôt avec les arrondis à 9 décimales de ces derniers).

Dans le même ordre d'idée, et sous la réserve que nos T.I.3500 ne tombent pas en panne d'affichage à gauche (ce qui est le cas pour 3 machines sur 5), les résultats négatifs sont accueillis comme une trouvaille par nos élèves de 6ème, une trouvaille qui ne fait pas l'unanimité. Lorsque dans la fiche 4, en introduisant un naturel suffisamment petit à l'entrée d'une chaine d'opérateurs, il en sort un négatif, cela fait beaucoup discuter.

Signalons une petite conséquence de l'utilisation de la machine : les enfants n'utilisent plus du tout la numération orale ils épellent dans l'ordre chiffre après chiffre pour se communiquer les résultats dans le groupe.

Une rapide enquête semble confirmer que les adultes (dont les professeurs) réagissent de la même façon.

.....

Les élèves de 6ème calculant à peu près correctement, la présence des minicalculatrices n'a pas un rôle décisif quant à la connaissance du résultat. Elle permet évidemment un précieux gain de temps. Elle permet aussi de discerner l'obstacle majeur rencontré en 6ème à propos du calcul numérique : le choix opératoire.

En effet, l'erreur de choix opératoire représente au moins la moitié du nombre total d'erreurs et peut atteindre 97 % des erreurs.

COMME LA LANGUE D'ESOPE, LA MACHINE NE REGLE RIEN

.....

Sur les questions de fond, la discussion reste donc très ouverte : quel doit être le rôle de la pédagogie, de la psychologie, du langage, etc ?

La machine ne peut pas remplacer l'enseignement. Nous n'avons pas de solution toute faite, la machine ne les fournit pas.

La machine ne supplée pas la réflexion (dans le fond c'est heureux.)

.....

Avec la machine se crée une situation nouvelle dans laquelle se développe la réflexion sur la valeur du résultat. Nous voyons se développer très rapidement un nouveau comportement de recherche : la bonne vieille méthode des essais et des erreurs.

.....

La question reste posée : Que faire ? Comment utiliser les machines ?

Faire manipuler des nombres en plus grande quantité, en séries additives et multiplicatives.

Acquérir ainsi une sorte de structure géologique vécue des ensembles de nombres.

Dresser des tables de Pythagore de grande dimension pour voir la forêt des nombres et savoir y cheminer en tous sens. Alors au hasard d'une promenade on cueille une curiosité, comme ce groupe d'élèves ayant terminé leur fiche qui s'est passionné pour la recherche du plus petit naturel, dont le carré s'inscrit sur tout l'écran de la machine. Ils ont trouvé ce trèfle à quatre feuilles : $31\ 623^2 = 1\ 000\ 014\ 129$.

.....

En résumé, après 3 ans d'expérience nous pouvons affirmer que l'utilisation des petites calculatrices donne plus de valeur au choix opératoire et à l'ordre de grandeur du résultat.

Elles ont permis aux enfants de traiter des données nombreuses, de se familiariser avec des grands nombres, avec des décimaux.

La machine est nécessaire comme motivation de l'heure de calcul numérique.

Mais ce monde des nombres qui vit sur lui-même n'est pas appréhendé comme un outil pour mathématiser les situations concrètes.

Imposer un programme d'utilisation préalable, n'est-ce pas courir le risque d'un nouveau conditionnement ?

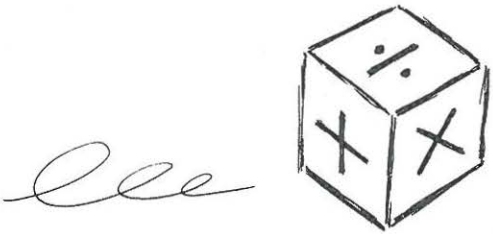
Ne devons-nous pas utiliser les pratiques concrètes de nos élèves lorsqu'ils ont une calculette entre les mains ?

Doit-on interdire les erreurs ou doit-on simplement revendiquer le droit à l'erreur pour nos élèves ?

Ne faut-il pas plutôt se poser la question : Quel est le rôle de l'erreur ? Est-elle une étape de l'acquisition ?

Est-ce qu'une généralisation abusive ne précède pas une connaissance plus affinée ? Doit-on distinguer une étape de confusion avant la différenciation qui fixe la règle correcte?

Au lieu de relever et sanctionner les erreurs, nous devons d'abord essayer de les comprendre, pour faire progresser nos élèves.



La calculette, c'est la technique d'aujourd'hui.

Nous avons essayé de faire comprendre le mécanisme de la multiplication à nos élèves. Pour cela nous avons risqué une fiche : ce fut une catastrophe.

Il apparaît nettement que l'algorithme masque complètement, derrière son mécanisme acquis, la complexité des opérations mathématiques qu'il représente.

Son utilité est donc uniquement pratique. En ce sens il n'y a pas de différence fondamentale entre l'algorithme et la minicalculatrice : l'un comme l'autre cachent les problèmes à surmonter et l'un comme l'autre poursuivent le même but : donner rapidement le résultat sans fournir le programme de recherche.

Leur différence n'est qu'historique : elle reflète l'évolution des techniques.

Alors pourquoi ne pas penser à ce qui est de notre temps : l'usage généralisé de la minicalculatrice et l'abandon des mécanismes pour réserver les facultés humaines à un travail de réflexion sur les situations et leurs mathématisations ?

Certains établissements d'enseignement ont pu, localement, sur leurs fonds propres, s'en offrir quelques unes. Mais pour équiper correctement toutes les classes dans tous les ordres d'enseignement il faut exiger un crédit d'état spécialement affecté à l'achat et à l'entretien des machines à calculer. Leur présence doit être revendiquée et obtenue. Elles sont autorisées dans certaines épreuves de l'enseignement supérieur.

Je pense qu'il n'est pas trop tôt pour envisager les modifications du calcul que leur utilisation entraînera.

Avec les minicalculatrices les jeunes élèves fréquenteront une gamme de nombres plus vaste et plus riche. La machine elle-même doit être étudiée et dominée.

Tout un champ nouveau s'ouvre aujourd'hui pour consacrer les jeunes intelligences à l'analyse des situations, à l'adéquation des modèles et des choix opératoires.

Alors le calcul numérique devrait pouvoir sortir du moyen-âge et prendre son véritable essor.

■ Une enquête effectuée par l'I.R.E.M. de Nancy à l'occasion d'une journée "Informatique et vie quotidienne" à Epinal en mai 1978 dont voici quelques résultats(Questionnaires et réponses disponibles à l'I.R.E.M. de Lorraine) :

. 828 questionnaires ont été dépouillés
. moyenne d'âge : 31 ans
. Hommes 64 % ; Femmes 36 %
. Enseignants 27 % ; Etudiants-élèves 28 %
. 50 % sont des parents
. 77 % ont une calculatrice
. 34 % des personnes n'ayant pas de calculatrice envisagent d'en acquérir
. 68 % des enseignants ont répondu à la question :
"Utilisez-vous une calculatrice dans votre classe ?"
Parmi eux 27 % ont répondu Oui
. Réponses à la question : "Parmi les qualificatifs suivants lesquels retiendriez-vous pour votre calculatrice ?"

762 réponses, dont 79 ne possèdent ni n'utilisent de calculatrices.

	utilisateurs	non utilisateurs
Gadget	15 %	22 %
Indispensable	30 %	10 %
Encourage la paresse	21 %	29 %
Instrument de travail	81 %	42 %
Amusant	15 %	18 %
Inutile	3 %	9 %
Facilite les calculs	94 %	59 %
Désapprend le calcul	28 %	24 %
Nuisible	4 %	6 %
Accroît les possibilités de calcul	47 %	30 %
Autres*	7 %	3 %

*Le plus souvent rencontré : gain de temps, évite les erreurs de calcul,...

■ Quelques réactions d'élèves d'une 5ème du Collège Anne de Bretagne à Rennes ayant utilisé toute l'année, et pour la première fois, des "calculettes" pendant le cours de mathématiques.

Je n'ai pas aimé les machines, car je trouve que l'on avance pas vite et que ça nous fait perdre du temps, surtout quand on en a une pour deux, on se bat presque pour pouvoir taper sur les touches, et puis si on commence avec cela, on les utilisera en primaire et on ne saura plus calculer.

Le travail à la machine est intéressant dans la mesure où il sert pour les algorythmes. Mais calculer essentiellement à l'aide de la machine ne serait pas très intéressant car nous n'aurions plus besoin de savoir compter, et ~~lorsque~~ quand on se promène et qu'on a besoin de calculer quelque chose, on n'a pas nécessairement ~~toujours~~ une machine à calculer sur soi. ~~Le travail à~~ La machine à calculer ne doit pas servir ~~à~~ pour tout. Evidemment, dans certains longs problèmes avec différents calculs, la machine peut et presque doit avoir une utilité, mais il ne faut pas que la machine remplace le cerveau humain, car dans beaucoup de cas, ~~la~~ elle ~~machine~~ est une solution de facilité.

J'ai trouvé ces heures de cours très agréable. Personnellement je trouve que nous devrions nous en servir toute l'année une heure par semaine au moins. Pour apprendre les puissances, c'est très simplifié à l'aide des machines. Ce qu'il y a, c'est qu'il ne faut pas être nombreux, car il y aurait énormément de bruit dans la classe. Cela nous apprend à travailler en communauté, par groupe de quatre ou cinq. Je pense qu'il ne devrait y avoir que les cinquièmes et les sixièmes à se servir des machines et en quatrième et en troisième nous ne nous en servirons plus.

J'ai bien aimé ce travail car il nous apprenait à nous servir des machines. Je pense que c'est une nouvelle façon de travailler et d'apprendre les entiers relatifs et les puissances. Il est plus facile de calculer ~~les~~ les puissances avec les machines et je trouve que nous comprenons aussi bien que si c'était le professeur qui nous expliquait.

II Que t'as apporté la calculatrice ?
- Simplement une aide pour calculer ? compredu !
- as-tu découvert quelque chose grâce à-elle ? quoi ?

elle n'a pas toujours aidé :

oui et non car : Si on faisait une soustraction et on soustrait un nombre plus grand à un nombre plus petit sa répond quandmème et oui car : la reponse est beaucoup plus rapide

elle "m'a appris" ...

elle m'a appris
a calculer la proportionalité par 9
et a calculer plus vite

"elle" fait gagner du temps :
(mais il ne faut pas négliger le calcul manuel !)

du moment que l'on sait calculer sans, elle nous fait gagné du temps.

J'ai découvert des secrets du calcul

mais surtout

"elle" aide à comprendre

elle nous à aidé à comprendre plus vite
et nous à fait gagner du temps

elle ne m'a pas donné une aide pour calculer mais par contre cela m'a aider à comprendre la règle de 9, les tableaux de proportionnalité ...) et toutes les séances j'ai sois appris ou sois compris quelque chose.

La calculatrice m'a apporté à comprendre les exercices, à aprendre à calculer plus vite
J'ai découvert les curiosités de la divisibilité par 9 et les problémes des problémes de pourcentages

oui elle m'a fait commprendre des choses que je faisait comme un robot. J'ai découvert ses possibilités, ces sibilités, les multiples, les pourcentages et autre chose

Peut-on lui faire confiance ?

elle m'a aussi aidé à calculer. J'ai découvert qu'il ne fallait pas faire trop confiance à celle-ci car elle nous a fait tromper à plusieurs fois

III Ces séances nous ont pris du temps - Qu'en pensez-vous ?

Tous trouvent cela normal ou bien et personne ne regrette le temps passé -

Je pense que sétait pas du temps perdu. Pendant les séances j'y étais plongé

Cela ne fait rien
Je suis content
Je n'en avait jamais eu

Je n'ai pas vu passé le temps parceque c'était intéressant

Elles ont pris du temps, car les expériences ont pris du temps pour expliquer les exercices et les calculs.

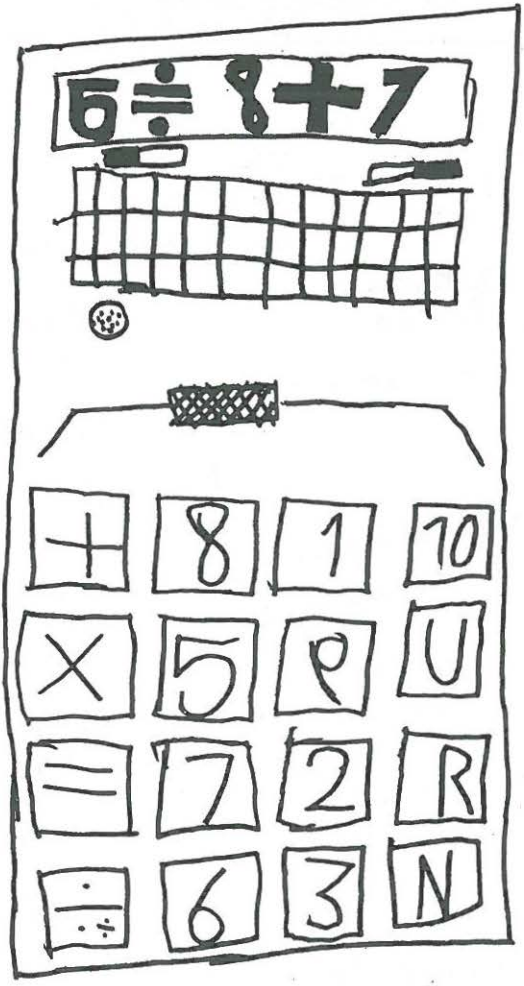
On a mit beaucoup de temps mais ça m'a beaucoup plus intéressé
Nous avons mieux compris

Je ne trouve pasque cela nous a pris du temps car demain
leçon nous en avons plusieurs.

Je trouve que c'est bien que l'on est mis du temps
parceque l'on a bien compris,
et bien approfondit

Je pense qu'il vaut mieux prendre du temps et comprendre
que ne pas en prendre et n'avoir rien compris du tout

Il faut prendre
le temps qu'il faut.



la machine a calculé

de papa

William (6 ans)

Chapitre II

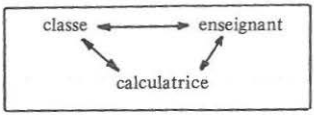
CALCULATRICES ET PEDAGOGIE

-- Qu'est-ce qu'une calculatrice ?
-- Un outil pour faire des calculs !

Ne serait-ce que pour cela, la calculatrice peut intéresser l'enseignant, en particulier l'instituteur et le professeur de Math, qui ont à initier leurs élèves à l'apprentissage du calcul (savoir et savoir faire).

D'autre part, ses qualités, notamment son faible encombrement et son prix de plus en plus abordable, l'introduisent dans la vie quotidienne, donc dans le bagage de l'élève.

Il est donc intéressant de considérer le système:



1. - Dans ce système, l'enseignant peut avoir deux attitudes négatives:

* Un refus pur et simple du matériel, s'appuyant sur des arguments variés, entre autres:
  - les élèves perdront leur savoir-faire, se feront une fausse idée des nombres;
  - la mathématique est par définition abstraite; le professeur n'a besoin que d'un tableau et d'une craie;
  - ce n'est pas au programme; et les programmes sont déjà tellement chargés ...
  - je suis contre l'emploi des machines, auquel je n'ai pas été préparé ...
  - c'est entrer encore davantage dans la société de consommation.

  L'ennui est que les élèves risquent de ne pas comprendre cette attitude (utilisation avec d'autres professeurs ou dans d'autres classes; besoin d'explication du fonctionnement ou des possibilités de la machine par celui qui paraît le plus qualifié pour le faire ...) et même ne l'acceptent pas (utilisation en cachette).

* Une bienveillante neutralité, le professeur préférant fermer les yeux pour ne pas avoir à s'en mêler, estimant que les notices d'utilisation sont suffisantes, que l'initiation ne lui incombe pas, que le matériel est trop varié, qu'il ne peut tout connaître, que ses élèves n'en ont pas tous, qu'il ne sait que choisir ... etc. Les difficultés viendront alors, du fait de la médiocrité des modes d'emploi, de la méconnaissance des élèves pour les possibilités de leur matériel, du mauvais usage qu'il en feront, par paresse, facilité ou inexpérience.

2. - Mais l'enseignant peut aussi accepter l'inéluctable, se demander "comment çà marche ?", puis, muni de sa propre expérience, voir quelles retombées l'emploi de la calculatrice peut avoir dans son enseignement du calcul; bref, considérer la machine comme un éventuel *outil pédagogique.*

Il est évident que nous défendons cette troisième attitude, en précisant bien toutefois:

- qu'il ne faut pas tomber d'un excès dans l'autre, et vouloir utiliser la calculatrice à tout prix, voire à tous les cours de mathématique; ou en faire la panacée à toutes les difficultés que l'on rencontre dans l'apprentissage traditionnel du calcul;
- que cela suppose, de la part de l'enseignant, une connaissance sérieuse du matériel, de ses contraintes, de ses limites d'utilisation dans une classe; mais aussi un effort d'intégration de la machine dans la progression de l'apprentissage du calcul, donc des idées d'exploitation et des thèmes d'utilisation;
- enfin, qu'il n'y a pas qu'une démarche pour aboutir à la situation idéale suivante:

  - *que chaque élève puisse disposer à tout moment dans la classe d'une calculatrice;*
  - *qu'il sache discerner lorsque son utilisation s'avère rentable;*
  - *qu'il sache utiliser correctement cette machine sans intervention du professeur;*
  - *qu'il en connaisse les limites et puisse apprécier la justesse du résultat obtenu, ou la précision de ce résultat.*

3. - Nous allons donc dans ce chapitre indiquer *diverses utilisations possibles* du matériel le plus simple, selon le niveau des élèves; nous évoquerons aussi *diverses façons* – ce ne sont pas les seules ! – *d'introduire la calculatrice* dans la classe: comme chacun sait, une idée en suggère souvent une autre ...

Mais il est nécessaire auparavant de *faire le point sur le matériel.* Nous parlerons donc des caractéristiques des calculatrices de poche, dans un langage aussi simple que possible, en tâchant d'expliquer leur diversité apparente sans trop cependant déborder du cadre de cette brochure; et en ne perdant pas de vue que l'objectif est leur utilisation dans la classe, par des élèves; d'où de nombreux problèmes matériels et pédagogiques.

Nous ne chercherons pas cependant à prôner telle calculatrice plutôt que telle autre. Notre but est autre: permettre à chacun de faire son choix en connaissance de cause: utilité recherchée, rapport qualité / prix ...

ET VOS CALCULS ? ÇA VA MIEUX ?
AH ! MES 4 OPÉRATIONS ME METTENT BIEN A PLAT !

A LES CARACTERISTIQUES D'UNE CALCULATRICE

1. Quelques considérations générales

Et d'abord, avez-vous remarqué ?
On parle d'ordinateur, de calculateur de bureau ..... mais on dit: une calculatrice, une calculette, ...

Est-ce parce que les premiers sont puissants et les secondes utilisables à chaque instant et toujours disponibles ?

Pour en savoir plus sur le sexe des machines, adressez-vous à votre psychiâtre ... ou à la déléguée MLF de votre quartier !

a) des caractères communs évidents

- toutes les calculatrices ont besoin d'une alimentation en courant électrique;
- elles comportent toutes un clavier à touches et un affichage;
- elles ne peuvent traiter que des informations numériques; aucune pour l'instant ne peut traiter en plus des caractères non numériques (lettres, texte, ...)[1];
- le nombre de touches est peu élevé, en général entre 20 et 40: certaines touches peuvent avoir plusieurs fonctions, mais alors il faut un sélecteur;
- elles ont toutes un faible encombrement; elles sont légères, maniables, tiennent dans la main, ou dans la poche. La miniaturisation se heurte au problème d'accessibilité aux touches, non à la taille de l'alimentation, qui peut être très faible (voir les montres munies d'un calculateur !). Il semble qu'on ne puisse guère faire mieux en ce domaine que ce qui existe actuellement, à moins de concevoir d'autres procédés d'entrée (peut-être vocaux ?) et de traitement des données;
- toutes, pour l'instant, sont de conception anglo-saxonne (ainsi la virgule est représentée par un point, les symboles sont des abréviations de mots anglais: par exemple, la lettre C pour clear, ...); même, pour autant que nous le sachions, celles qui sont fabriquées dans les pays nordiques, ou les pays de l'est, ou en Asie, ...

---

(1) La situation évolue très vite en ce domaine: les premières traductrices de poche sont apparues ce printemps 79, et ce n'est qu'un début.

b) d'autres caractères, moins évidents

Malgré les apparences, toutes les calculatrices fonctionnent sur le mode binaire: chaque entrée numérique est traduite en binaire, le calcul est effectué en base deux selon les principes de l'algèbre de Boole, puis le résultat est décodé en décimal. Il n'est pas question d'étudier ici ces principes (on peut se reporter à des ouvrages spécialisés), ni leur réalisation technologique (de ce point de vue, regarder l'intérieur d'une calculatrice n'apprend rien: la compréhension d'un circuit intégré échappe à tout non-initié...). Retenons seulement qu'il n'y a pas de différence fondamentale entre une calculatrice et un ordinateur: les principes de fonctionnement sont les mêmes, et c'est en cela que la calculatrice est, déjà, ***un outil informatique*** (additions en binaire, procédures itératives pour les autres calculs, ...).

* Ceci dit, aucune calculatrice n'est conçue spécialement pour l'enseignement, notamment mathématique, ni même pour une quelconque initiation à l'informatique. Il y a là une différence importante avec l'un des rares autres outils didactiques utilisé par le professeur de math: la règle à calcul. Le fait que, malgré des objectifs a priori identiques, la technologie et les possibilités des deux outils soient bien différentes, ne change rien à l'affaire: il est évident qu'aucun enseignant n'a jamais été consulté par la plupart des constructeurs de calculatrices.

Les preuves abondent:

- arguments de vente des dépliants publicitaires;
- indigence des modes d'emploi (exception faite d'une ou deux marques à la gamme de matériel très étendue);
- les à-peu-près (ex: la "fonction" π ; $+/-$ au lieu de opposé; confusion entre fonction et image: $1/x$ au lieu de inverse, ...etc.) et même les erreurs mathématiques;
- l'ésotérisme des exemples numériques cités dans les notices; certains sont même faux !
- l'absence de matériel didactique (qui d'entre nous n'a souhaité pouvoir disposer à un moment donné d'une calculatrice de grande taille, avec affichage simultané des différents registres et mémoires, permettant de suivre de visu les transferts des nombres au sein de la machine ... ?).

En fait, c'est uniquement un problème de marché et de rentabilité. Toutes les calculatrices se veulent "machine à calculer" et seulement cela. Elles s'adressent à un public le plus large possible (de la commerçante à l'ingénieur), qu'elles considèrent au niveau de compréhension le plus bas. D'où par exemple des modes d'emploi réduits à des catalogues de recettes. Et visiblement, le petit monde de l'enseignement constitue un marché trop restreint pour qu'on s'y intéresse vraiment ....

Il y a là, si l'on veut bien y réfléchir, un grave danger: on joue sur l'abêtissement du public, son manque de culture, son incapacité à comprendre et à apprendre. Ceci est valable à tous les niveaux de machines: ainsi les plus sophistiquées foisonnent de touches non fondamentales, les programmables sont livrées avec des programmes tout faits, parfois mal faits: c'est l'ère du presse-bouton dans toute sa splendeur. Et cela ne fait qu'ancrer davantage dans l'esprit du public le caractère ésotérique de l'informatique, réservée à une classe d'individus privilégiés qui créent, fabriquent, programment (voir aussi à un autre niveau le développement de sociétés de gestion informatique, du genre "on pense pour vous", ou "appuyez, nous ferons le reste" !).

Pour revenir à notre sujet, s'il n'est pas question de faire de chacun de nous un enseignant "en informatique", il est de notre responsabilité d'éducateur de démystifier l'outil informatique, et de profiter de l'apparition des calculatrices dans ce but.

Si nous ne le faisons pas, qui le fera ?

* Un autre caractère commun à toutes les calculatrices concerne l'aspect 'boîte noire' propre à tous les automates:

La compréhension profonde du fonctionnement interne de la boîte noire étant exclue, du moins à notre niveau d'enseignement, se pose le problème d'une compréhension plus superficielle, mais néanmoins logique, du fonctionnement de toute calculatrice, et adaptée au niveau des élèves. D'où l'intérêt de proposer très tôt une image mentale correcte permettant de décrire ce fonctionnement (du genre "tout se passe comme si ..."), que l'élève adaptera plus tard à d'autres automates du même type: calculateurs programmables, ordinateurs.

c) des différences .... plus ou moins évidentes

Elles sont la conséquence du point de vue commercial évoqué ci-dessus, et de la concurrence qui en résulte.

Cette concurrence n'est pas sans avantages. Ainsi, elle favorise les progrès technologiques, et participe à la baisse régulière des prix. Mais elle présente aussi beaucoup d'inconvénients:

- le foisonnement des marques, et parfois pour une même marque, celui des modèles. On peut se demander si certains fabricants ont une politique commerciale déterminée. Ainsi, certains modèles disparaissent à peine sur le marché; d'autres ne peuvent pas être réparés, le service après-vente étant parfois inexistant. Il est vrai que les prix baissant régulièrement, on en viendra peut-être un jour prochain à jeter sa calculatrice défectueuse ... ou aux piles usagées, telle un vulgaire briquet;
- le secret de la conception (certains algorithmes intégrés semblent jalousement gardés);
- la simplification à l'extrême de certains circuits technologiques, qui provoquent des situations paradoxales, et parfois aberrantes; ainsi:
  - un facteur constant pour la multiplication mais pas pour la division
  - $\sqrt{-4} = -2$ ... etc.
- les touches fonctionnelles mal conçues donc sans intérêt (l'exemple type est la touche % , lorsqu'elle se contente de diviser par 100 le nombre affiché !);
- le foisonnement des codes utilisés: peu d'entre eux sont normalisés et il n'y a guère d'entente sur ce plan entre les constructeurs.

d) Pour nous résumer, disons qu'il n'existe pas pour l'instant de calculatrice pédagogique et que, malgré un certain nombre de caractères communs, les calculatrices existantes présentent une diversité qui peut paraître gênante:

- pour le professeur, qui devra s'efforcer de connaître toutes celles de ses élèves, sans jamais être certain qu'un nouveau modèle ne viendra pas, un jour, le prendre au dépourvu;
- pour l'élève, qui, habitué aux automatismes de "sa" calculatrice, les utilisera sans méfiance sur celle du voisin le jour où la sienne sera en panne, et s'exposera ainsi à de multiples déboires ....

2. Description d'une calculatrice

a) Les éléments de base

★ Toute calculatrice est un boîtier comportant:

intérieurement { un système d'alimentation en courant électrique
un circuit intégré

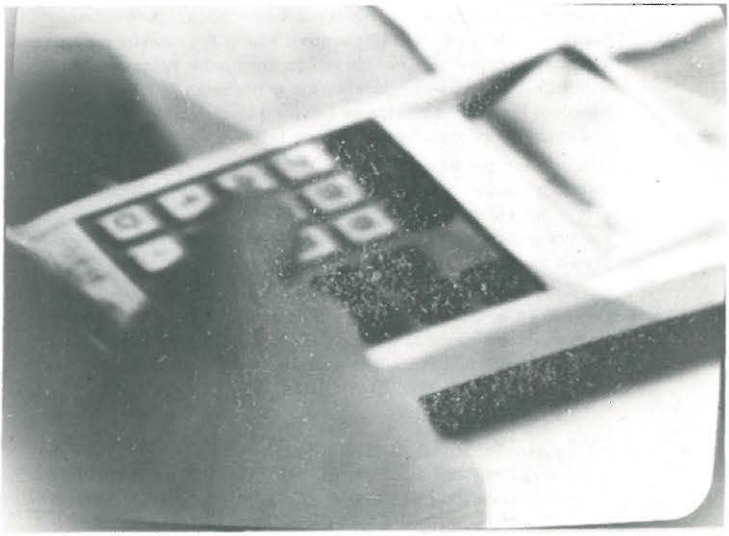
extérieurement { une fenêtre d'affichage
un clavier à touches

★ Toute calculatrice est capable d'effectuer les quatre opérations élémentaires sur des nombres décimaux écrits en base dix.

★ Toute calculatrice fonctionne comme un automate, selon le principe:

> Tant que les conditions initiales ne changent pas,
> la même suite de touches produit le même résultat.

Cela suppose la calculatrice en bon état de fonctionnement.
Remarquons que ce principe évident est à la base de tous les outils informatiques, mais qu'il échappe parfois à certains élèves sous sa forme contraposée: *"Si ce n'est pas le même résultat, c'est que les conditions initiales ont changé ou que la suite de touches est différente"*.



1/ L'alimentation

- Son rôle est de fournir du courant électrique continu (en général ⩽ 9 volts) tant au circuit intégré (≈ 20 %) qu'à l'affichage (≈ 80 %), ce courant étant au préalable emprunté à une source extérieure. L'alimentation est un des aspects les plus irritants de l'utilisation des calculatrices (problèmes de liaison, de coût de revient, d'autonomie), mais aussi un des domaines où la technologie est encore loin d'avoir dit son dernier mot.

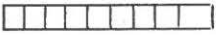
- Il existe trois possibilités d'alimentation:
  - Alimentation sur le secteur (220 volts) par l'intermédiaire d'un adaptateur (transformateur 220 → 6 ou 9 volts). Ses inconvénients sont nombreux: coût d'achat non négligeable (≈ 40 F en 1979); nécessité d'un adaptateur par machine (certains constructeurs proposent un adaptateur à 3 ou 4 "jacks", lesquels, évidemment, ne conviennent qu'à un type de machine !); nécessité d'une prise de courant, d'un fil; danger d'utilisation de cette prise en 220 volts. Seul avantage, le coût d'utilisation est très faible .... l'élève payant rarement le courant qu'il utilise !
  - Alimentation par pile(s) intégrée(s) au boîtier. Avantages: sécurité de l'utilisation, liberté de manœuvre (absence de fil). Mais elles sont d'emploi peu commode: décharge inopinée, risque de détérioration lorsqu'elles "coulent". Et surtout le coût d'utilisation est très vite prohibitif (il peut atteindre 5 à 6 fois le prix d'achat de la calculatrice lorsque l'affichage de celle-ci consomme beaucoup de courant, pour une utilisation de 2 000 heures), *sauf si la calculatrice est à affichage à cristaux liquides* (pile en forme de pastille ayant une autonomie de 1 000 à 2 000 heures) ce qui se généralise de plus en plus. Signalons l'apparition récente de l'alimentation par photopile (verre + silicium) fonctionnant en continu sur la lumière du jour ....
  - Alimentation par accumulateur (pile rechargeable sur le secteur) au cadmium / nickel. Elle allie en théorie les avantages des deux précédentes; mais la durée de vie de la batterie est courte et elle doit être souvent rechargée. Prix d'achat ≈ 60 F pour le chargeur, ≈ 20 F pour la batterie.

  Il faut signaler que certaines calculatrices disposent d'une alimentation mixte (pile ou secteur), et que l'avenir appartient sans doute aux tout nouveaux accumulateurs au lithium / titane rechargeables à la lumière solaire, qui vont bientôt être commercialisés.

- En ce qui concerne l'alimentation des calculatrices dans la classe, et pour en rester aux modèles existants actuellement, ceux que le bricolage ne rebute pas trop trouveront en annexe (Cf. 6. a), page 61) quelques solutions. Il est regrettable que les constructeurs ignorent ce problème ...

2/ *L'affichage*

- Son rôle est de permettre une lecture directe des entrées (données) et de la sortie (résultat).
- Il se présente en général sous l'aspect d'une fenêtre rectangulaire comportant une seule ligne de 7 à 10 emplacements[1].

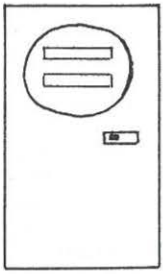


Chaque emplacement permet l'affichage d'un chiffre et/ou d'un point[2] sur la matrice:

En fait, chaque emplacement se trouve successivement balayé, la vitesse de balayage étant suffisamment élevée pour donner l'impression de persistance lumineuse.

- Il existe deux type d'affichage:
  - *à diodes électroluminescentes* (L.E.D.), chiffres verts ou rouges. C'est le matériel le moins cher à l'achat, mais il nécessite une consommation d'énergie importante. Les chiffres rouges sont petits en général, et la lecture se fait à travers des loupes incorporées à l'écran, d'où une mauvaise visibilité si l'on ne se trouve pas face à la calculatrice;
  - *à cristaux liquides:* chiffres gris-noir sur fond jaune; matériel plus cher à l'achat mais ne nécessitant qu'une très faible consommation d'énergie. Il faut noter aussi que l'affichage présente toujours un certain retard de quelques dizièmes de seconde, ce qui est sans importance, mais surprenant.

  A signaler que certaines machines à LED ont un système économisateur qui supprime l'affichage après quelques dizaines de secondes (on peut le réobtenir à volonté).



(1) Mais l'on a parfois des exceptions ... surprenantes !
témoin cette calculatrice japonaise ressemblant à une lampe électrique, à fenêtre circulaire, ayant *deux* lignes d'affichage (14 chiffres) et munie d'un commutateur affichant soit les 7 premiers chiffres avec arrondi, soit les 14 avec troncature !
Qui dit mieux ?

(2) l'affichage sur une matrice à points (et non à segments) est pour bientôt; sa grande souplesse permettra, enfin, l'affichage de tous les caractères de l'alphabet !

- Ecriture des nombres chiffre à chiffre (entrées)
  Elle peut se faire de gauche à droite ou de droite à gauche; la seconde façon est pédagogiquement préférable (alignement des nombres à droite); néanmoins lors de l'affichage d'un négatif, le signe " — " est en général situé à l'extrême gauche, ce qui peut être gênant avec de jeunes élèves. Ainsi:

— 9

  (quelques rares machines affichent le " — " en haut à l'extrême droite !). Signalons que la situation idéale: entrée des nombres de droite à gauche et signe " — " immédiatement à gauche du nombre, n'existe sur aucune machine !

- La virgule n'existe pas: elle est remplacée par un point. Ainsi, 0,5 peut s'obtenir avec [0] [.] [5], ou plus simplement avec [.] [5] conformément à la notation anglo-saxonne.

- Compléments éventuels
  - Certaines lettres-codes peuvent parfois être affichées: E , M , Error , C ...
  - Certaines machines disposent de la notation scientifique:

    138 millions = $1{,}38 \times 10^8$ est noté 1 . 3 8 08

    notation limitée à 9 . 9 9... 9 9 . Dans ce cas, les trois emplacements de droite sont réservés à l'exposant de 10, précédé éventuellement du " — " pour les puissances négatives. Malheureusement, cette notation ne se trouve que sur les calculatrices dites scientifiques, alors qu'on aborde les puissances dès le premier cycle !
  - D'autres ont une notation pré-fixée: on peut choisir à l'avance le nombre de décimales à l'affichage; par exemple 3^F,432 peut s'écrire 3.43 avec une sélection à deux décimales. Les dangers d'une telle notation sont évidents !

- Enfin, dès qu'un résultat comporte plus de décimales qu'il n'y a d'emplacements à l'affichage, la machine ne peut fournir qu'une réponse approchée. Exemple: 12345,6789 ne peut pas être affiché sur une calculatrice ayant une "capacité" de 8 chiffres; dans ce cas:
  - ou bien elle tronque le résultat 1 2 3 4 5 . 6 7 8
  - ou bien elle arrondit le résultat 1 2 3 4 5 . 6 7 9

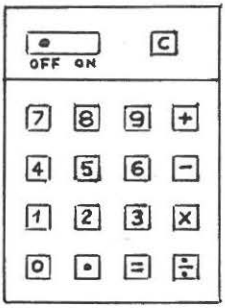
  Encore faut-il ne pas confondre l'affichage avec la valeur réellement "emmagasinée" par la machine. Il peut se faire qu'elle ait vraiment conservé 12345,6789. On dit dans ce cas qu'elle travaille avec un chiffre de "réserve" (certaines calculatrices ont jusqu'à 3 chiffres de réserve).

3/ Le clavier

- C'est un ensemble de touches digitales, munies d'abréviations. Signalons l'intérêt d'avoir des touches suffisamment espacées (erreurs de frappe) et à déclic (sinon on risque de taper 22 au lieu de 2 ...).
  Les calculatrices les plus récentes offrent des emplacement tactiles, qu'il suffit d'effleurer.
- Petit lexique (non exhaustif ... !)

OFF/ON : arrêt / marche	MS, STO } Stocker (store) en mémoire
C : Effacer (Clear)	MR, RM, RCL } rappeler (recall) à l'affichage
M : Mémoire (memory)	EE, EEX } exposant
REV : permutation (reverse)	MREV, MEX } échanger la mémoire et l'affichage
EX, EXC } échange (exchange)	AC : effacer tous les registres (all clear)
CE : effacer le dernier nombre entré (clear edition)	
CX : effacer le registre X	
CM, MC } effacer la mémoire	

- Tout clavier comporte au minimum:
  - un système marche/arrêt, soit par un commutateur, soit par une touche unique [off/on], soit par deux touches séparées [off] [on]. Le système à touche(s) est dangereux (on risque de mettre en marche la machine en la rangeant). Le commutateur peut être sur le côté de la calculatrice; là encore, on a avantage à ce qu'il soit encastré (pas de manœuvre inopinée !).
    La mise en marche provoque toujours l'affichage de 0 (initialisation).



  - une touche (au moins) d'effacement [C] qui évite, entre autres, d'utiliser trop souvent off/on, ce qui favorise l'usure des piles.
  - un ensemble normalisé de 10 symboles numériques, plus le • .
  - quatre touches opératoires, correspondant aux quatre opérations élémentaires; à noter: le symbole de la division, employé il y a fort longtemps, vraisemblablement comme code d'une fraction.
- Tout clavier comporte en général la touche [=], et de plus en plus souvent quelques touches supplémentaires (fonctions, mémoire, ...) dont nous préciserons le rôle et l'utilisation par la suite.

Mais avant d'aller plus loin, regardons de plus près comment se réalise une quelconque des 4 opérations (que nous désignerons par *) .

b) Comment réaliser une opération binaire $a * b$

Par exemple, effectuons $19 - 2$.
(le choix de petits nombres, et d'une opération non commutative, est facile à justifier pédagogiquement).

Toutes les calculettes sont conçues pour traiter les calculs comme on les écrit à la main ; cette notation s'appelle *algébrique directe*, et se caractérise sur la calculette par la présence de la touche [=] ; en opposition avec une autre notation, dite *polonaise inversée*, qui correspond au remplacement de la touche = par une touche [ENTER ↑]
(Voir en annexe, paragraphe 6 b) page 63, quelques informations à ce sujet)

frappons successivement:

touches	affichage	*Remarques:*
C	0	C initialise à 0
1	1	
9	19	
—	19	le " — " n'a apparemment aucune action (sur certaines machines, on voit apparaître un point après le 9, suivi quelquefois de 0000...)
2	2	le 2 remplace le 19, lequel a "disparu"
=	17	le = a un rôle dynamique: il effectue l'opération désirée.

A ce stade, on peut formuler deux hypothèses:

- le 19 a disparu de l'affichage, mais a forcément été conservé "quelque part"
- Le " — " a été enregistré par la machine, qui s'en "souvient" lors de la pression de la touche = .

On peut chercher (et cela nous paraît souhaitable de le faire avec les élèves) une représentation imagée de la situation qui traduise logiquement ces hypothèses; par exemple considérer la machine comme munie de deux "boîtes" :

— l'affichage, visible, noté souvent X
— une boîte de réserve, invisible, notée Y

] Ces deux boîtes s'appellent des "registres".

avec comme convention:
chaque boîte ne peut contenir qu'un seul nombre à un instant donné.

Le calcul précédent sera alors imagé de la façon suivante:

frappes	affichage	réserve
C	0	0
19	19	0
—	19	19
2	2	19
=	17	

Le rôle de chaque touche apparaît nettement:

C met à 0 les deux registres *(initialisation)*

19 entre dans l'affichage *(affectation)*

"—" recopie l'affichage dans la réserve *(duplication)*

2 remplace 19 dans l'affichage *(substitution)*

On peut s'interroger sur la validité d'une telle représentation.

N'oublions pas qu'elle est fictive: ces boîtes n'existent pas !
On pourrait être plus complet, par exemple imaginer une réserve pour le signe opératoire, ou supposer la réserve en deux parties: nombre + signe opératoire. Signalons que quelques rares constructeurs utilisent cette représentation dans leur mode d'emploi. Mais c'est également par ce jeu de boîtes, et de transferts entre les boîtes par affectation et duplication, qu'on traduit à un niveau plus élevé les divers états d'un ordinateur à chaque pas d'un programme !
C'est ceci qui nous paraît le plus important: pouvoir dès l'utilisation d'une calculette mettre en place cette première démystification de la boîte noire que constitue à priori tout outil informatique !

Nous avons donc pour toute opération binaire a * b le schéma suivant:

frappes	X	Y	
C	0	0	initialisation
a	a	0	entrée de a dans X
*	a	a	duplication de X dans Y
b	b	a	entrée de b dans X
=	a * b		entrée de a * b dans X

Toutes les entrées se font dans X.
Tout signe * réalise une duplication de X dans Y.
La touche = réalise l'opération, dans l'ordre Y * X (et non X * Y !)

Remarques:

* On peut avoir envie de préparer les enfants à une telle représentation (transferts), voir à ce propos le paragraphe B de ce chapitre.
* Que contient Y après la frappe de = ? On peut regretter qu'aucune calculette ne rende visible le contenu de Y, comme cela se fait sur certains calculateurs de bureau.

Mais certaines calculettes possèdent une touche **échange**

([X ↔ Y] ou [x ⇄ y] ou [REV] .....)

qui permute les contenus de l'affichage et de la réserve.

Comme nous le verrons, elle a d'autres utilités; mais elle permet déjà de contrôler le contenu de Y après chaque frappe:

— contrôle de l'initialisation de Y après C
— contrôle de la duplication après le signe opératoire
— contrôle du contenu de Y après le signe = .

exemple:

	X	Y
C	0	0
a	a	0
*	a	a
b	b	a
↔	a	b
=	b * a	

L'intérêt pédagogique d'une telle touche est évident !

Pour revenir à la question "que contient Y après la frappe de = " il faut remarquer que les seuls nombres possibles sont ceux ayant été entrés dans une des deux boîtes: 0 , a , b , a * b , soit quatre situations possibles. De fait chacune peut être réalisée technologiquement; il est même fréquent que sur la même machine la situation dépende du signe opératoire * !

Les deux situations ci-dessous sont les moins intéressantes: d'abord elles ne permettent plus de retrouver éventuellement les opérandes a et b; d'autre part, elles s'accompagnent toujours de la perte du signe opératoire.

	X	Y
C	0	0
a	a	0
*	a	a
b	b	a
=	a * b	a * b

	X	Y
C	0	0
a	a	0
*	a	a
b	b	a
=	a * b	0

Par contre,

	X	Y
C	0	0
a	a	0
*	a	a
b	b	a
=	a * b	a

et surtout :

	X	Y
C	0	0
a	a	0
*	a	a
b	b	a
=	a * b	b

permettent, lorsque le signe * est conservé dans la machine, de réaliser à bon compte un procédé itératif, que nous appellerons: "facteur constant intégré" (même lorsque * n'est pas la multiplication).

(Certaines machines offrent la possibilité, à l'aide d'une touche $\boxed{K}$, de stocker un nombre *et* une opération: le facteur constant existe sans être intégré. Il faut une expérience assez grande pour pouvoir en tirer profit.)

Si l'on dispose du facteur constant intégré, on obtiendra par exemple:

	X	Y
3	3	0
×	3	3
4	4	3
=	12	4
=	48	4
=	172	4

	X	Y
10	10	0
—	10	10
3	3	10
=	7	3
=	4	3
=	1	3

	X	Y
1000	1000	0
÷	1000	1000
5	5	1000
=	200	5
=	40	5
=	8	5

etc....

ou encore tout aussi bien :

	X	Y
C	0	0
4	4	0
×	4	4
=	4^2	4
=	4^3	4
=	4^4	4

Mais il faut le contrôler pour chaque signe opératoire !

Il permet aussi d'obtenir simultanément dans la machine un nombre et son inverse:

	X	Y
C	0	0
x	x	0
÷	x	x
=	1	x
=	1/x	x

Enfin, avec :

	X	Y
C	0	0
÷	0	0
=		

on obtient à l'affichage un message d'erreur (opération impossible mathématiquement).

Tout ceci nous montre **la richesse de certains montages technologiques** et tout autant **le danger qui en résulte pour l'élève trop confiant.**

c) Les calculs en chaîne

La calculatrice prend tout son intérêt dès que l'on commence à chaîner deux opérateurs.

Bien sûr, on peut toujours faire chaque calcul séparément; mais cela entraîne presque inévitablement qu'on intervienne en cours du calcul, par exemple pour re-introduire le résultat de la première opération de façon à réaliser la deuxième (exemple: $80 \div (10 - 2)$). On met ainsi en évidence un autre principe de base, dit **principe d'économie:**

> "Entrer dans la machine seulement les nombres qui figurent dans le calcul, et si possible n'entrer chacun qu'une seule fois".

On se trouve ainsi confronté au problème de hiérarchie des opérations et de parenthésage, à savoir dans l'ordre décroissant de hiérarchie:

1/ les parenthèses
2/ X et ÷
3/ + et —

Alors, pour tout calcul écrit dans l'ordre naturel de gauche à droite:

a * b *' c

opérateur gauche — opérateur droit

(* et *' désignent l'un des opérateurs: + , — , X , ÷)

La situation se résume à deux possibilités:

— ou bien l'opérateur droit n'est pas prioritaire sur l'opérateur gauche;
— ou bien, il l'est.

⋆ ***dans le premier cas,*** le calcul est *toujours* réalisable sur toute calculatrice. Qui plus est, la frappe du deuxième signe opératoire, pourvu qu'il ne soit pas de hiérarchie supérieure, réalise *toujours* la première opération, sans qu'il soit nécessaire d'utiliser = . Ainsi

$\frac{80}{10} - 2$ s'obtient par:

	X	Y
C	0	0
80	80	0
÷	80	80
10	10	80
—	8	8
2	2	8
=	6	

de même pour $80 - 10 + 2$,
ou $80 \times 10 \times 2$, ...

Cela explique que $2 + 3$ puisse être obtenu par:

	X	Y
C	0	0
2	2	0
+	2	2
3	3	2
—	5	5

Par contre, $\frac{80 - 10}{2}$ ne peut s'obtenir que d'une seule manière:

	X	Y
C	0	0
80	80	0
—	80	80
10	10	80
=	70	
÷	70	70
2	2	70
=	35	

* *dans le deuxième cas,* le calcul n'est pas réalisable sur toute calculatrice ! Mais il peut l'être, soit si la calculatrice est conçue pour respecter la priorité mathématique de × et ÷ sur + et — , soit si elle possède le parenthésage. *Dans les deux cas, deux registres X et Y ne suffisent plus.*

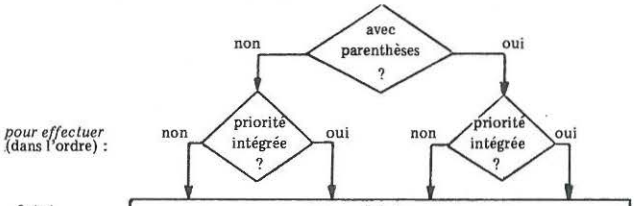
Ainsi, $\frac{80}{10 - 2}$ ne peut être réalisé que si la calculatrice possède le parenthésage:
(noter le rôle de chaque parenthèse !);

	X	Y	Z
80	80		
÷	80	80	
(	80	80	80
10	10	80	80
—	10	10	80
2	2	10	80
)	8	80	
=	10		

	X	Y	Z
80	80		
—	80	80	
10	10	80	80
÷	10	10	80
2	2	10	80
=	75		

tandis que $80 - \frac{10}{2}$, déjà réalisable s'il y a des parenthèses, peut l'être aussi si on a la priorité intégrée.

En résumé, on peut avoir l'une des quatre situations suivantes:



pour effectuer (dans l'ordre) :				
$3+4$	$3+4=$			
$3+4-2$	$3+4=-2=$ ou $3+4-2=$			
$\frac{80}{10-2}$	impossible	impossible	$80 \div (10-2) =$	$80 \div (10-2) =$
$80-\frac{10}{2}$	impossible	$80-10 \div 2 =$	$80-(10 \div 2) =$	$80-10 \div 2 =$
nombre de registres :	2	3	plus de 2	plus de 2

d) quelques autres touches ... possibles sur le clavier

1/ L'échange affichage/réserve: nous avons déjà souligné son intérêt. Sur une machine n'ayant que le strict minimum (ni parenthèse, ni priorité intégrée) mais possédant l'échange, alors

$\frac{80}{10-2}$ s'obtiendra par:

	X	Y
10	10	
—	10	10
2	2	10
=	8	
÷	8	8
80	80	8
↔	8	80
=	10	

Comment obtenir : $80-\frac{10}{2}$?

Il y a plus ! On démontre, mais nous ne le ferons pas ici, que tout calcul, même très complexe, est réalisable sur toute calculatrice munie seulement de quatre registres, pourvu que l'on puisse à tout moment amener dans X ou Y tout résultat intermédiaire !

2/ La touche $\boxed{CE}$

Elle n'est pas primordiale, mais utile surtout chez les jeunes élèves qui commettent de nombreuses fautes de frappe, et qui ont bien droit à l'erreur ! Encore faudrait-il qu'elle agisse aussi bien pour effacer le dernier signe opératoire entré que pour effacer le dernier nombre entré !
On rencontre parfois une touche unique $\boxed{C/CE}$: pressée une fois elle efface seulement X ; pressée deux fois, elle efface les deux registres X et Y . C'est à vérifier !

3/ La touche $\boxed{\%}$

Elle n'a d'intérêt que si elle réalise sans difficulté des opérations du type:

$$S + \frac{S \times x}{100}$$

(il faut frapper : S $\boxed{+}$ x $\boxed{\%}$ $\boxed{=}$)

4/ Les touches fonctions "unaires" :

$\boxed{+/-}$, $\boxed{1/x}$, $\boxed{x^2}$, $\boxed{\sqrt{\ }}$

Elles portent sur un seul nombre, qui doit toujours être entré *d'abord* dans la calculatrice.

- Les fonctions *opposé* et *racine carrée* sont primordiales, la première à tous les niveaux, la seconde dès la fin du premier cycle.
- Les fonctions *inverse* et *carré*, facilement réalisables par ailleurs, sont seulement commodes.

Quelle que soit la fonction, il faut s'assurer que sa réalisation technologique ne fait intervenir aucun des registres accessibles (registre Y, ou la mémoire s'il y en a une). Par exemple, avec $\sqrt{\ }$, contrôler le résultat de $\sqrt{2} + \sqrt{3}$.

5/ La mémoire

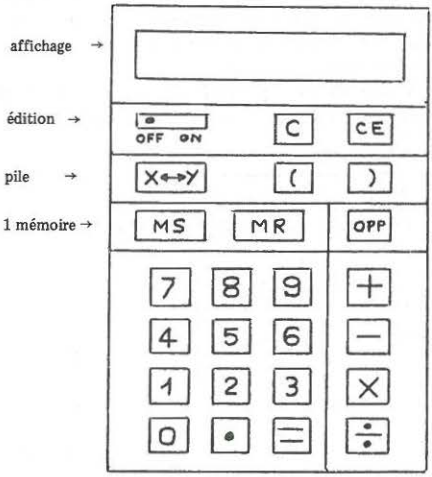
Elle doit être indépendante des registres X, Y, ... (C ne soit pas l'effacer !) et permanente (pas de pseudo-mémoire perdant le nombre stocké dès qu'on a utilisé une fois la mémoire !) . Mais alors elle est d'une grande richesse d'utilisation. Pensez aux problèmes soulevés par la conservation de résultats intermédiaires lors du chaînage des opérations, au principe d'économie .....

- Il est indispensable de pouvoir stocker (duplication de X dans M) et rappeler (duplication de M dans X).
- Il est intéressant de pouvoir permuter les contenus de X et M (et si l'on dispose de l'échange $X \leftrightarrow Y$ en même temps, on a une grande variété dans les transferts au sein de la machine !)

  Attention: la touche $\boxed{EXC}$, selon les machines, désigne soit $X \leftrightarrow Y$, soit $X \leftrightarrow M$. Il faut le contrôler !
- Il peut être commode dans quelques calculs de pouvoir effacer la mémoire; sinon on stocke zéro.
- Enfin certains calculs itératifs sont facilités si l'on peut faire des opérations directement en mémoire (au moins $\boxed{M+}$ qui réalise $X + M$ et stocke le résultat dans M).

3. Ce que pourrait être une machine pédagogique

a) A l'école élémentaire et en 6ème / 5ème



8 chiffres + 2 de réserve
notation virgule fixe
arrondi systématique

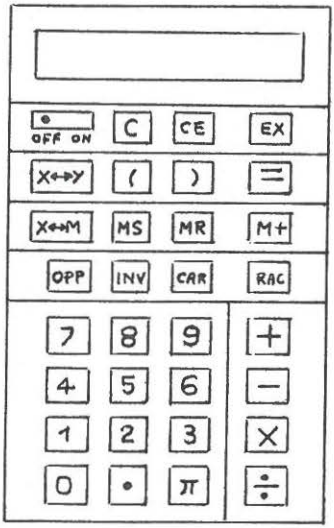
CE efface uniquement *toute* fausse manœuvre de frappe.

2 niveaux de parenthèses (4 registres)

1 fonction unaire

facteur constant intégré pour les 4 opérations, et de la même manière.

b) En 4ème / 3ème , c'est la même, avec en plus:



notation scientifique jusqu'à 10^{99}

touche exposant

priorité math-intégrée

1 opération dans la mémoire

4 fonctions unaires

touche constante π

Cela nous paraît ..... nécessaire et suffisant.

Quel constructeur nous l'offrira ?

4. Petits calculs .... sur petites machines

Pour tout couple (élève, machine), il importe que l'élève:

* connaisse parfaitement les caractéristiques de sa machine (possibilités, contraintes, logique interne);
* sache réaliser tous les calculs de base en fonction de ces caractéristiques;
* sache pallier les éventuelles insuffisances de sa calculatrice en utilisant judicieusement les propriétés mathématiques des opérations qu'il doit réaliser.

Quelques exemples simples mais bien choisis peuvent suffire à éclairer ces acquisitions.

a) Un bilan sur les possibilités d'une calculette

- Sur toute machine, on trouve
  - les 4 opérations + , − , × , ÷
  - une pile de 2 registres X affichage, Y réserve
  - un affichage en décimal (entrée, sortie) de 7 chiffres au moins avec troncature
  - un message d'erreur (calcul impossible ou dépassement de capacité).

  c'est ce que nous appelons la calculatrice de base.
- Sur toute calculatrice de base, on peut réaliser:
  - un calcul avec 1 opérateur; ex: 3 + 4 3 + 4 =
  - un calcul avec n opérateurs identiques; ex: 3 + 4 + 7 + 11 + 2 =
  - un calcul avec n opérateurs de même hiérarchie;
    ex: 3 + 4 − 5 + 3 = ; 7 × 2 ÷ 3 × 4 =
  - un calcul comportant 2 opérateurs pourvu que le deuxième ne soit pas prioritaire sur le premier; ex: 3 × 2 − 5 =
  - la généralisation: 3 × 4 ÷ 2 × 5 + 7 − 2 + 4 − 8 − 1 =

  N.B. -- C'est ce que l'on trouve sur les moins chères. Bien remarquer que

  13 − 2 × 5 = donne 55 ! (pas de priorité intégrée).
- *Améliorations possibles*
  - affichage à plus de 7 chiffres
  - arrondis et chiffres de réserve
  - notation scientifique
  - notation préfixée
  - conservation de l'opérateur après une opération: ce que nous avons appelé "facteur constant intégré"
  - touche échange X ⟷ Y
  - troisième registre (priorité mathématique intégrée)
  - parenthèses donc troisième registre au moins
  - touches fonctionnelles
  - une mémoire

    registre indépendant de la pile, non effacé par C

    avec deux liens obligatoires avec X : M ← X stockage

    X ← M rappel
  - touche échange X ↔ M
  - des opérations dans la mémoire; ex: $\boxed{M+}$ (M ← M + X)

b) Connaissances des caractéristiques du matériel

- *l'affichage:*

Nous supposons pour fixer les idées qu'il y a 8 emplacements à l'affichage.

— Capacité d'entrée: c'est le nombre de chiffres acceptés.

* taper 1 2 3 4 5 6 7 8 9 → affichage 1 2 3 4 5 6 7 8
– 1 0 0 → si affichage 1 2 3 4 5 5 7 8 ,

le 9 n'a pas été pris en compte par la machine. On dit que la capacité est de 8 chiffres.

* contrôles:

taper 9 9 9 9 9 9 9 9 → 9 9 9 9 9 9 9 9
+ 1 = → soit 9 9 9 9 9 9 9 9
soit message d'erreur
(dépassement de capacité)
soit 1 . 0 8
si notation scientifique (1×10^8)

on peut aussi faire: 1 000 000 × 1 000 000 .

* idée d'utilisation: $\frac{1}{197}$?

taper 1 ÷ 197 = donne .00507614
tandis que 100 ÷ 197 = donne .50761421
résultat 100 fois plus précis .

Remarque: si on a la notation avec exposant, ceci est sans intérêt, dans les deux cas on obtient:

5 . 0 7 6 1 - 0 3 (ie $5{,}0761 \times 10^{-3}$)

mais il est facile de contrôler que la machine a effectivement dans X :
5 . 0 7 6 1 4 2 1

— troncature ou arrondi ?

rappel: troncature au nième chiffre si le (n + 1)ième chiffre est supprimé quel qu'il soit

arrondi au nième chiffre:
- nième conservé si le (n + 1)ième est 0, 1, 2, 3, 4.
- nième augmenté d' 1
si le (n + 1)ième est 5, 6, 7, 8, 9 .

taper 2 ÷ 3 si .66666666 il y a troncature
si .66666667 il y a arrondi.

— notation préfixée
(en général par un sélecteur: on décide à l'avance du nombre de décimales qui seront affichées)

peut-être utile au commerçant (prix limités aux centimes), à l'ingénieur (chiffres significatifs), mais dangereuse pour l'enfant: (ex: s'il oublie de contrôler que son sélecteur est sur 0, alors 6776 ÷ 17 = 398 !)

Contrôler sur un exemple si l'affichage en notation préfixée est un arrondi ou une troncature !

— chiffres de réserve (le résultat conservé en machine est plus précis que le résultat affiché)

taper	X	
2	2	
÷	2	
3	3	
=	.66666666	
×		
1000		si .66666 il n'y a pas de chiffres de réserve
=	666.66666	
−		
666		si .666666 il y a un chiffre de réserve
=		si .6666666 il y a deux chiffres de réserve

contrôle

$2 \div 3 \times 3 = 1{,}9999998$ si aucun chiffre de réserve

$= 1{,}9999999$ avec 1 chiffre de réserve et troncature

$= 2$ si 1 chiffre de réserve et arrondi

essayer avec $12 \div 23 \times 23$ et justifier.

■ *Logique interne*

— contrôle du contenu de Y après une opération, soit avec l'échange X ↔ Y soit si on a un facteur constant intégré.
taper $3 \times 4 =$ ↔ ou $3 \times = =$

— priorité intégrée si par ex: $13 - 2 \times 5 =$ donne 3 . Il y a donc trois registres X , Y , Z

— parenthèses: comment savoir le nombre de registres ?
taper: $3 - 1 =$
$5 - (3 - 1) =$
$7 - (5 - (3 - 1)) =$
....etc.
On arrête lorsque le résultat affiché est faux (il correspond au résultat précédent): le premier chiffre entré a disparu de la machine.
Le résultat affiché est le nombre de registres.

Remarque: si n est le nombre de registres, alors il est possible d'emboiter $n - 1$ parenthèses.

— *touches fonctionnelles*

$\frac{1}{x}$, x^2 , +/- , $\sqrt{\ }$, % , ...

* s'assurer que la machine n'utilise ni Y ni la mémoire .

ex: $\frac{1}{2} + \frac{1}{5} = 0{,}7$

faire | 2 1/x + 5 1/x =

| 2 1/x MS 5 1/x + MR =

$\sqrt{2} + \sqrt{5} \approx 3{,}6502814$

| 2 $\sqrt{\ }$ + 5 $\sqrt{\ }$ =
| 2 $\sqrt{\ }$ MS 5 $\sqrt{\ }$ + MR =

* contrôler si +/- et 1/x sont involutives
si x^2 et $\sqrt{\ }$ sont réciproques.

* touche % : elle est correcte si 100 + 10 % = 110
exploitation:
S + x % = – x % = ne redonne pas S !!

c) Utilisation des propriétés mathématiques

— sur la machine de base:

3 + 4 × 5 n'est pas réalisable, mais 4 × 5 + 3 l'est.
30 — 4 × 4 n'est pas réalisable, mais le devient si:

* touche +/-	4 × 4 — 30 = +/-
* priorité intégrée	30 — 4 × 4 =
* ( )	30 — (4 × 4) =
* échange	4 × 4 — 30 x ⇄ y =
* x^2	30 — 4 x^2 =
* M	4 × 4 = MS 3 — MR =
* M-	30 MS 4 × 4 = M — MR
* MEX	30 MS 4 × 4 = MEX — MR =

— exercice de calcul en chaîne:

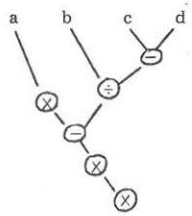
Trouver le reste d'une division euclidienne a ÷ b .
On donne a et b , q s'obtient par a ÷ b = et on lit *seulement* la partie entière de l'affichage.
Il reste à calculer $\boxed{a - b \times q}$

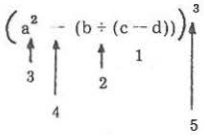
si rien	b × q — a = et lire la valeur absolue
si +/-	b × q — a = +/-
si priorité intégrée	a — b × q =
si ( )	a — (b × q) =
si ↔	b × q = — a ↔ =
si mémoire	b × q = MS a — MR =

— calculs avec parenthèses

* rétablir les parenthèses $\dfrac{a + \dfrac{b}{c}}{d + e} = (a + (b \div c)) \div (d + e)$

* $\left(a^2 - \dfrac{b}{c - d}\right)^3$





5. Dix minutes .... pour connaître une calculette

- notez les principaux résultats,
- pour les contrôles, reportez-vous au chapitre précédent.

a) S'il y a un *"mode d'emploi"* ..... ne le lisez pas .... ou oubliez-le !

b) Ouvrez le boîtier

Contrôlez le type d'alimentation (pile, nombre, voltage). Y a-t-il plusieurs possibilités ? un chargeur ?
En cas de branchement sur le secteur, branchez toujours la machine *en dernier*, la touche de mise en marche sur *off*.

c) Observez le clavier, repérez:

— la touche [=]

— la (ou les) touches d'effacement [C] , [CE] , [ON/C] , [C/CE] , ...

— avez-vous la notation avec exposant (EE, ou EEX , ...) ?

— si une touche comporte plus d'une signification, chercher le sélecteur ([INV] , ou [f^{-1}] , ou [2nd] , ou couleur, ...).

d) Mettez-vous sur ON

1/ Etude de l'affichage

- remplissez la fenêtre pour avoir la capacité d'affichage.
- tapez 2 ÷ 3 = contrôlez l'arrondi ou la troncature;
  cherchez le nombre de chiffres de réserve;
  contrôlez avec 2 ÷ 3 × 3 =
- tapez 1 ÷ 0 = et repérez le message d'erreur
  contrôlez avec un dépassement de capacité (1000000 × 1000000 ou puissances de 10 si vous avez la touche exposant)
- si vous avez [CE] , contrôlez ce qu'elle vous permet d'effacer.

2/ Si vous avez la touche *échange* entre X et Y, vérifiez son action (par exemple 5 ÷ 10 ↔ = 2). Utilisez la pour contrôler le contenu de Y après une opération binaire.

3/ Avez-vous un *facteur constant ?* tapez 3 × = = =
Si oui, contrôlez sur les autres signes opératoires.

4/ Chaînes d'opérateurs: votre machine

- respecte-t-elle la priorité mathématique ?
  ex: $1 + 2 \times 3 = 7$, contrôlez avec $80 - 10 \div 2 =$
- a-t-elle les touches ( ) ?
  Si oui, cherchez le nombre de registres. Vous saurez ainsi le maximum de ( ) que vous pourrez emboîter. Contrôlez sur un calcul de votre choix avec ( ) .

5/ Repérez si vous avez des *touches fonctionnelles:* pourcentage, opposé, inverse, carré, racine carrée, ...
Pour chacune, contrôlez son action. En particulier, contrôlez, si vous avez la touche correspondante:

- place du signe " – " à l'affichage d'un négatif;
- inv (inv(3)) ; $(\sqrt{3})^2$; $\sqrt{3^2}$;
- $\sqrt{2} + \sqrt{3} \approx 3{,}14$; $\sqrt{-4} =$; 0^0 ;
- l'intérêt (ou l'inintérêt) de la touche % .

6/ La machine a-t-elle *une mémoire ?* au moins deux touches avec M .... Si oui,

- Assurez-vous que vous pouvez stocker un nombre
  [MS] , [STO] , [M+] , [M] [+] , ...
  et le rappeler à l'affichage ([MR] , [RCL] , ...) ;
  et vérifiez que vous ne l'effacez pas avec la touche [C] .
- Contrôlez que vous savez effacer ce nombre.
- Avez-vous la touche *échange* entre X et M ? Si oui, contrôlez son action.
- Pouvez-vous faire des opérations dans la mémoire ?
  [M+] , [M-] , ...

7/ S'il vous reste des touches mystérieuses ..... partez à leur découverte.

e) Calculez comme vous voudrez ...
ou comme vous pourrez ....

$$\left(7{,}809^2 - \frac{3{,}92099}{4{,}0275 - 2{,}57}\right)^3$$

réponse: $\approx$ 198 056

6. Annexes

a) L'alimentation des calculettes dans la classe

1 - Voici quelques suggestions de montage, aimablement communiquées par des expérimentateurs ... Bricoleurs, à vos outils !

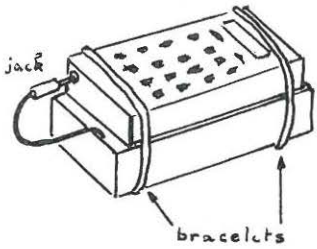
L'idée est de réaliser une alimentation *séparée* à l'aide de piles plus grosses que celles utilisées dans l'alimentation incorporée normale.

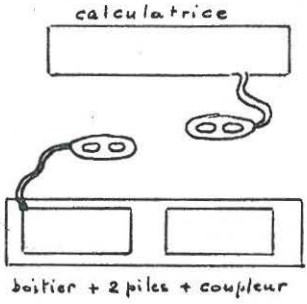
- avantage: meilleur rapport $\frac{\text{quantité d'électricité}}{\text{prix}}$
- inconvénient: "un fil à la patte", mais ce fil est court et ne gêne pas trop la circulation entre les tables.

Exemples de réalisation, en 9 volts (cas des piles à "bouton-pression")

* avec deux piles plates 4,5 volts

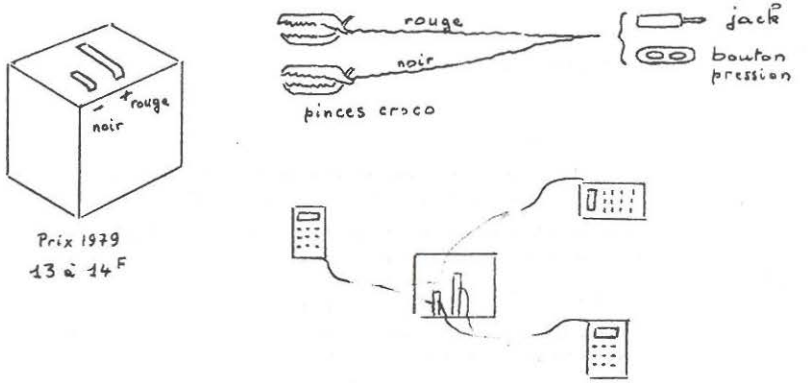
boîtier "bricolé" avec les deux piles plates





nota: On trouve dans le commerce des coupleurs de piles plates 4,5 volts ainsi que des boutons pressions.

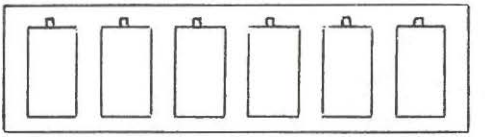
* avec une grosse pile 9 volts (voir les magasins de fournitures pour camping)



nota: un pile peut alimenter 3 calculatrices.

* avec de grosses piles rondes de 1,5 volts

exemple: 6 piles en parallèles logées dans un boîtier:



(voir avec un professeur de techno les différents montages possibles en série et parallèle).

2 - Les montages précédents sont sans danger (fils de faible voltage) mais ne peuvent servir que pour quelques calculatrices seulement. Ceux qui désireraient réaliser un équipement du même style pour toute une classe (par exemple, pour 10 ou 12 calculatrices) trouveront un schéma de montage complet dans une plaquette consacrée aux calculettes publiée par l'IREM de Lorraine (voir bibliographie).

b) La Notation Polonaise Inversée

Bien qu'on ne la trouve actuellement sur aucune calculette, son emploi sur certaines calculatrices scientifiques ou programmables (où elle semble être l'apanage d'une marque bien connue), ainsi que son utilisation systématique au sein même de tous les ordinateurs, tout autant que sa logique de prime abord déroutante, méritent que nous en disions quelques mots.

- *Pourquoi "polonaise" ?*
  Elle est dûe au mathématicien polonais Lucasiewicz qui l'employa à l'origine, sous sa forme "directe", pour faciliter l'écriture de chaînes d'énoncés logiques.
  (Exemple: la conjonction de deux énoncés, A, B est un énoncé qui peut se noter $A \text{ et } B$, ou $A \wedge B$, ... mais aussi $\wedge AB$, l'opérateur composant A avec B étant placé <u>avant</u>).

- *Qu'en est-il avec les opérateurs binaires d'une calculatrice ?*
  Pour tout calcul a * b (nous reprenons les notations du paragraphe 2 b)) composé de deux nombres dans un certain ordre et d'un signe opératoire, on peut à priori concevoir trois écritures:

la notation dite algébrique		a * b
la notation polonaise	directe	* a b
	inversée	a b *

- La première correspond à l'écriture fonctionnelle traditionnelle en mathématique:

$$* \left| \begin{array}{l} \mathbb{D}^2 \longrightarrow \mathbb{D} \\ (a, b) \longmapsto a * b = c \end{array} \right.$$

  Le signe opératoire est un **séparateur** entre les deux nombres; le signe = indique la fin de l'écriture, et l'exécution du calcul. C'est ce que nous avons vu sur nos calculettes. Ainsi ajouter 3 et 4 demande quatre frappes : $\boxed{3}\ \boxed{+}\ \boxed{4}\ \boxed{=}$, le + réalisant non l'opération, mais la duplication du 3 au sein de la machine, le = jouant ainsi un rôle dynamique.

- Les deux autres, à l'ordre près, sont les mêmes; mais sur une machine, des raisons technologiques font préférer la dernière. Le rôle dynamique d'exécution du calcul est alors attribué — fort logiquement — au signe opératoire, *ce qui dispense du signe* = .

Par contre, les deux nombres a et b doivent être séparés, rôle dévolu à une touche spéciale [enter] ("entrer") qui réalise du même coup la duplication. Si on imagine les registres X (affichage) Y , ... empilés de bas en haut, alors a [enter] réalise la "montée" de a dans *la pile.* C'est pourquoi cette touche est notée aussi [↑] ou [ent ↑]. Ajouter 3 et 4 demandera encore quatre frappes,

[3] [↑] [4] [+] :

Y	0	3	3		pile
X	3	3	4	7	
	3	↑	4	+	

Pour a^2 , on fera a [↑] [X] ;

de même a^4 s'obtiendra par a [↑] [X] [↑] [X] ; ... etc

Et on aura un signal d'erreur si l'on frappe seulement [÷] . Pourquoi ?

En Notation Polonaise Inversée:

La touche = n'existe pas !
La touche ↑ réalise la duplication de X dans Y.
La touche opératoire réalise le calcul.

- *Les calculs en chaîne* Comment réaliser a * b *' c ?
  Supposons que la pile contienne au moins trois registres X, Y, Z. Alors

  (a * b) *' c s'obtiendra par a ↑ b * ↑ c *' .

  En fait, il existe une procédure simplifiée systématique évitant de retaper le deuxième ↑ , a * b étant déjà "entré" dans X .

  Ainsi (80 − 10) × 2 s'obtiendra par:

Z						
Y		80	80		70	
X	80	80	10	70	2	140
	80	↑	10	--	2	×

  De même a * (b *' c) s'obtiendra par:

  a ↑ b ↑ c *' *

  Exemple: 80 − 10 × 2

Z				80	80		
Y		80	80	10	10	80	
X	80	80	10	10	2	20	60
	80	↑	10	↑	2	×	—

  Comment obtiendriez-vous $\frac{80}{10-2}$? et $80 - \frac{10}{2}$?

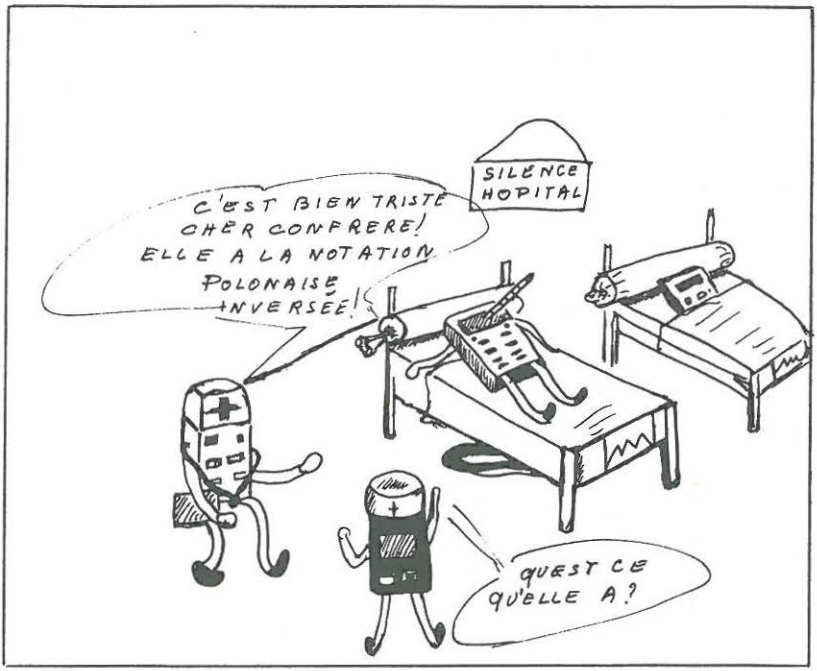
  En Notation Polonaise Inversée:

  > Les touches ( ) n'existent pas !
  > La priorité mathématique intégrée est inutile.

- Bien d'autres possibilités sont offertes, notamment *la gestion de la pile:* montée des nombres, descente, rotation, ...
- Une remarque pour finir: Sur *toute* calculatrice, une opération unaire * se réalise par a * , le signe venant en dernier !

  Exemple: $\sqrt{3}$ ([3] [√‾]) ; 7^2 ([7] [x^2]) ;
  − 5 ([5] [+/-]) ; etc...

- Sans vouloir prendre parti dans le choix des notations, regrettons simplement que la comparaison reste théorique au niveau des minicalculatrices, et signalons que les quelques expérimentations faites dans les IREM montrent que les enfants, même jeunes, s'adaptent fort bien aux avantages... et inconvénients de la notation polonaise inversée.


SILENCE
HOPITAL
C'EST BIEN TRISTE
CHER CONFRERE!
ELLE A LA NOTATION
POLONAISE
INVERSEE!
QUEST CE
QU'ELLE A?

B QUELQUES APPROCHES POSSIBLES DE LA MACHINE

1. La machine à "Algol"

"Çà y est, ils sont prêts, ils les ont"

qui: mais mes élèves;
quoi: mais leurs calculatrices.

Cela a même été plus facile que prévu !

J'ai négligemment laissé traîner la mienne pendant quelques temps dans les groupes de travail. Puis j'ai chauffé les élèves: outil de la vie actuelle et future, rapidité d'exécution ... appel au grand frère ... sans compter que papa ... on apprendra à s'en servir, on aura le droit de l'utiliser en classe, si, si — bref, le baratin. J'ai même pondu une note aux parents (le même baratin, en plus sérieux).

Pendant ce temps, avec mon Patron, j'ai été sublime ... grandeur et misère des profs de math ... crédits d'enseignement ... magnétophones qui pourrissent dans les placards ... outil de la vie moderne ... informatique, révolution copernicienne. Le grand jeu, quoi. J'ai pensé qu'il faudrait me battre jusque dans le conseil d'administration. Mais non — Un mois après, j'avais huit belles calculatrices de poche, pas celles que je voulais d'ailleurs, mais ce n'est pas important.

Et le jour dit, elles fleurissent sur les tables .... Il y en a de tous types, j'ai même cru que mes huit, elles allaient me rester sur les bras ! De loin, j'ai aperçu — ô délices — une HP .... une machine sans égal !

Ils ont fait des équipes — Au tableau, j'ai écrit quelques calculs, des faciles, des vicieux avec plein de décimales.....

Et puis la minute de silence.

Alors les questions ont fusé .... Je ne pouvais pas répondre, il y en avait trop.

Il y a bien trois ou quatre ans qu'une douzaine de collègues et moi-même avons vécu une situation identique, aux variantes près de l'obtention des machines (cela s'est amélioré depuis ! et mes huit calculatrices restent souvent dans le placard). Mais nous sommes toujours arrivés à nos fins; et cette première séance était toujours la même, que ce soit en sixième ou dans le second cycle !

Alors pour répondre aux interrogations de nos élèves, et aux nôtres ... nous avons mis en commun nos connaissances, nos efforts. A l'époque, un IREM çà servait à quelque chose ! Et nous avons utilisé nos élèves comme cobayes.

Ainsi est née la machine à Algol.

C'est un petit document pour élève, qui s'utilise, quel que soit le niveau, lors d'une deuxième séance (en fait, il demande quelques heures de "travail en équipe", saucissonnées au gré du professeur ou des enfants). Puis les élèves reprennent leur calculatrice, considérée comme une machine à Algol particulière (un second document les guide dans leur recherche). **Ils disposent alors d'un moyen de description efficace ....** Les questions (il y en a encore, il y en aura toujours) sont moins nombreuses, et plus pertinentes. Et souvent, ce n'est plus le professeur qui répond !

Mais essayez vous-même.

Bien que refondu plusieurs fois, ce document pour élève est loin d'être parfait. Sachez prendre quelques libertés si nécessaire. D'ailleurs les élèves ne s'en privent pas:

changez le sens de la flèche ← s'il ne vous plaît pas ...

La distinction entre une boîte X et son contenu [X] est peut-être superflue ...

Quant à l'objectif de ce travail .... disons qu'il permet aux élèves — et aux professeurs:

de mieux dominer le matériel,

de faire quand même des mathématiques,

et aussi, mais certains ne seront peut-être pas d'accord,
d'effectuer leurs premiers pas en informatique !

LA MACHINE A "ALGOL" — fiche I

① Algol a fabriqué une machine curieuse ; elle se compose de boîtes, chaque boîte contenant toujours un nombre et un seul. Algol les appelle des boîtes à nombre, et les désigne par des lettres majuscules.

Ainsi $\underset{M}{\boxed{7}}$ représente la boîte à nombre M lorsqu'elle contient le nombre 7.

Dessine la boîte à nombre A lorsqu'elle contient le nombre 12 :

② Pour jouer avec sa machine, Algol a inventé des règles de fonctionnement :

règle n° 1 : Au début du jeu, chaque boîte contient le nombre zéro.

Exemple : si la machine est composée de 5 boîtes à nombre A, B, C, D, E, alors au début du jeu l'état de la machine est le suivant : $\underset{A}{\boxed{0}}\ \underset{B}{\boxed{0}}\ \underset{C}{\boxed{0}}\ \underset{D}{\boxed{0}}\ \underset{E}{\boxed{0}}$

Algol appelle cela "mettre en marche" sa machine.

règle n° 2 : On peut, à tout moment, entrer un nombre dans une boîte.

exemple : Algol veut entrer le nombre 3 dans la boîte M.

écriture	lecture	signification	illustration
M ← 3	entrer 3 dans M	* Ce que contenait M est perdu. * M contient maintenant le nombre 3. * le contenu de chacune des autres boîtes n'est pas modifié.	$\underset{M}{\boxed{7}}$ avant — $\boxed{M \leftarrow 3}$ — $\underset{M}{\boxed{3}}$ après

règle n° 3 : On peut, à tout moment, recopier une boîte dans une autre boîte.

exemple : Algol veut recopier la boîte M dans la boîte A.

écriture	lecture	signification	illustration
A ← M	recopier M dans A	* Ce que contenait A est perdu. * A contient maintenant le même nombre que M. * le contenu de M et celui de chacune des autres boîtes ne sont pas modifiés.	$\underset{A}{\boxed{12}}\ \underset{M}{\boxed{3}}$ avant — $\boxed{A \leftarrow M}$ — $\underset{A}{\boxed{3}}\ \underset{M}{\boxed{3}}$ après

Ainsi, Z ← 128 se lit : entrer 128 dans Z.

Comment lis-tu les écritures ci-contre :

T ← 16 ? _____

O ← A ? _____

O ← O ? _____

A ← O ? _____

_____

③ Utilisation de la machine.

1er exemple

[mettre en marche la machine
puis
entrer 16 dans la boîte T
puis
recopier T dans la boîte R]

peut s'écrire :

début
T ← 16
R ← T

C'est un programme de jeu composé de trois lignes ; il indique dans quel ordre on a "joué" avec la machine.

Tu sais dessiner l'état de la machine à chaque étape du jeu :

	T	R
début	0	0
T ← 16	16	0
R ← T	16	16

Mais il est plus simple de rassembler ces trois états dans un tableau :

programme ①	contenus de T	contenus de R	
début	0	0	1er état
T ← 16	16	0	2ème état
R ← T	16	16	3ème état

Observe et complète :

* dans ce jeu, on a utilisé ..... boîtes, donc le tableau possède .... colonnes.
* combien de règles du jeu chaque ligne du programme utilise-t-elle ? .....
* quelle est toujours la première ligne d'un programme ? .....
* chacune des autres lignes change-t-elle l'état de la machine ? .....
* à chaque changement d'état, combien de boîtes sont-elles modifiées ? .....

2ème exemple

Voici un autre programme, en 6 lignes.
Combien de boîtes utilise-t-il ? .....
Dessine les colonnes du tableau, puis remplis ce tableau.

programme ②	contenus de
début	
A ← 3	
B ← 8	
C ← A	
A ← B	
B ← C	

Attention : lorsque tu passes d'une ligne du tableau à la suivante, une seule boîte change de contenu !

④ Exercices

1. En écrivant le programme ② Algol s'est trompé : il a échangé les 2ème et 3ème lignes ! Complète son tableau. L'état final est-il le même ?

début
B ← 8
A ← 3
C ← A
A ← B
B ← C

2. S'il avait échangé les 3ème et 4ème lignes du programme ②, aurait-il encore le même état final ? Ecris le programme ② modifié, et dessine le tableau.

3. Mêmes questions s'il avait échangé les 5e et 6e lignes du programme ②.

4. Ecris le programme ② non modifié. On te demande d'ajouter une 7ème et une 8ième ligne à la suite de ce programme pour qu'à la fin, les trois boîtes A, B, C contiennent chacune le nombre 8.
Dessine le tableau correspondant.

LA MACHINE A ALGOL — fiche II

Rappels
- la machine est composée de boîtes à nombre (un seul nombre par boîte).
- règle n°1 : au début du jeu, chaque boîte contient le nombre zéro.
- règle n°2 : On peut, à tout moment, entrer un nombre dans une boîte.
- règle n°3 : On peut, à tout moment, recopier une boîte dans une autre boîte.

(1) Intérêt de la règle n°3

1. A et B sont deux boîtes à nombre mystérieuses : on ne connaît pas leurs contenus.
On fait : A ← B . Que peut-on dire maintenant des contenus de A et B ?

_____

convention d'écriture : Si X est une boîte, son contenu se désigne par [X].
Attention : [X] est un nombre, qui varie au cours du jeu.

2. Algol veut entrer le nombre 927 465 381 dans chacune des boîtes X, Y, Z, T.

* complète son programme, en utilisant uniquement la règle n°2 :

début

* recommence, en utilisant les règles n°2 et n°3 :

début

Conclusion : la règle n°2 est indispensable pour introduire un nouveau nombre "dans la machine". La règle n°3 permet ensuite d'inscrire ce nombre dans d'autres boîtes, sans faire de nouvelles entrées.

3. Si tu veux obtenir l'état suivant :

[P]	[Q]	[R]	[S]	[T]
7	7	8	7	8

, combien de fois seras-tu obligé d'utiliser la règle n°2 ? _____

(2) Un problème de correction

Algol veut entrer 10 dans X et 1 dans Y.

voici son programme

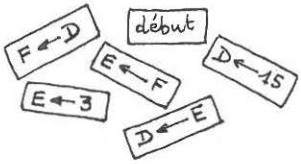
début
X ← 1
Y ← 10

------

a la fin, la machine contient bien les nombres 1 et 10, mais ils ne sont pas à leur place..!

Peux-tu "rattraper" son étourderie, en continuant son programme uniquement avec la règle n°3 ? Essaye.

(3) Méli-mélo



Ecris dans le bon ordre les 6 lignes de ce programme, pour que l'état final soit :

[E]	[D]	[F]
15	3	15

Algol affirme que c'est difficile...!

④ Partie de programme. Observe le tableau ci-dessous.

* On veut obtenir d'abord l'état ⓐ :
  - combien faut-il entrer de nombres différents dans la machine ? _ _ _ _
  - Complète la 1re partie du programme, et les lignes correspondantes du tableau.

	[A]	[B]	[C]	[D]
	0	0	0	0
état ⓐ ----	49	94	49	94
état ⓑ ----	94	49	94	49

programme	
_ _ _ début _ _ _	1re partie de programme
_ _ _ _ _ _ _ _	
_ _ _ _ _ _ _ _	
_ _ _ _ _ _ _ _	
_ _ _ _ _ _ _ _	
_ _ _ _ _ _ _ _	2eme partie de programme
_ _ _ _ _ _ _ _	
_ _ _ _ _ _ _ _	
_ _ _ _ _ _ _ _	

* On veut passer de l'état ⓐ à l'état ⓑ. Observe l'état ⓑ :
  - Y a-t-il d'autres nombres que ceux déjà introduits dans ⓐ ? _ _ _ _ _ _
  - Complète la 2eme partie de programme permettant de passer de ⓐ à ⓑ et complète le tableau.

⑤ L'échange.

1.

	[X]	[Y]
état ⓐ ----	1	10
état ⓑ ----	10	1

observe : a l'état ⓑ comme à l'état ⓐ, la machine contient les mêmes nombres : 1 et 10.

2. voici une partie de programme :

T ← X
X ← Y
Y ← T

[X]	[Y]	[T]
1	10	

Cette partie de programme utilise une 3eme boîte, supplémentaire, et uniquement la règle n°3.
Complète le tableau correspondant.

On dit qu'on a échangé (ou permuté) les contenus de X et Y.
On écrit en abrégé : [X] ⇄ [Y]

3. Complète la partie de programme et le tableau, pour réaliser de nouveau [X] ⇄ [Y]

T ← Y
_ _ _ _ _ _
_ _ _ _ _ _

[X]	[Y]	[T]
1	10	

4. On veut passer de

[A]	[B]	[C]
2	3	4

à

[A]	[B]	[C]
3	4	2

Invente une partie de programme utilisant uniquement la règle n°3, et dessine le tableau.
(Si tu as besoin d'une boîte supplémentaire, ajoute une colonne !)

LA MACHINE A ALGOL — fiche III

① Algol perfectionne sa machine, en lui ajoutant

[4 opérateurs, désignés par +, −, ×, ÷, et représentant les opérations : addition, soustraction, multiplication et division.

Sa machine se compose donc maintenant de boîtes à nombres et des 4 opérateurs.

② La règle suivante va permettre à la machine de calculer de nouveaux nombres, à l'aide de ceux qu'elle contient :

règle n° 4 : Deux opérateurs ne peuvent pas agir en même temps ; pour agir, chaque opérateur doit utiliser les contenus de deux boîtes ; le résultat de l'opération est ensuite entré dans une boîte.

exemple : Algol a entré 60 dans A, 10 dans B, 9 dans C. Comment obtenir 70 dans C ?

écriture	lecture	signification	illustration
C ← [A]+[B]	Calculer [A]+[B] puis entrer ce nombre dans la boîte C	* Ce que contenait C est perdu. * C contient la somme [A]+[B]. * Le contenu de chacune des autres boîtes n'est pas modifié.	avant : [60] A [10] B [9] C C ← [A]+[B] après : [60] A [10] B [70] C

Observe bien : Ce n'est pas Algol qui effectue le calcul, mais sa machine !

A partir du même état de départ, quelle instruction aurait donné dans C : 600 ? _____ 50 ? _____ 6 ? _____

③ La règle n°4 est difficile ! Relis-la attentivement.

* Explique pourquoi les écritures ci-contre sont interdites :

D ← [A]+[Z]−[T] _____

F ← [G] ÷ 7 _____

B ← [A] × [A] _____

* Par contre, l'écriture X ← [X]−[Y] est autorisée, car le résultat d'une opération peut être entré dans n'importe quelle boîte ! exemple : X contient 8, Y contient 3 :

écriture	lecture	signification	illustration
X ← [X]−[Y]	Calculer [X]−[Y] puis entrer ce nombre dans la boîte X	* Ce que contenait X est perdu. * Le nombre [X]−[Y] a remplacé le nombre [X] dans la boîte X. * Le contenu de chacune des autres boîtes n'est pas modifié.	avant : [8] X [3] Y X ← [X]−[Y] après : [5] X [3] Y

* La machine peut-elle calculer si elle ne possède qu'une seule boîte ? _____

④ Utilisation de la règle n° 4

boîte quelconque	← [ ] opérateur [ ]	contenu d'une autre boîte
	contenu d'une boîte	

* Ecris sous chaque tableau l'instruction de calcul qui a modifié la 1ère ligne :

[A]	[B]
5	10
50	10

[A]	[B]
5	10
5	5

[A]	[B]
5	10
2	10

[A]	[B]
5	10
15	10

[A]	[B]
5	10
5	0,5

--- --- --- --- ---

* début
A ← 1
A ← [A] ÷ [B]

tilt

explique :

* début
A ← 1
A ← [B] ÷ [A]

Que contient A à la fin ?

---

⑤ Exercices.

1. dessine le tableau correspondant :

début
K ← 3
L ← 7
M ← K
K ← [L] − [M]

2. Invente une partie de programme n'utilisant que la règle n° 4 :

[T]	[G]	[V]
2	5	7
2	5	35
2	5	40
2	5	20
2	10	20
10	10	20

3. Algol entre 20 dans M, et 4 dans X.
Puis il réalise 5 fois de suite la partie de programme ci-contre :

X ← [M] ÷ [X]
M ← [M] − [X]

On te demande si, à la fin, le contenu de M est encore plus grand que celui de X ? Pour le savoir, complète le tableau →

[M]	[X]
20	4

Conclusion :

⑥ L'échange .. sans boîte supplémentaire !

partie de programme

X ← [X] + [Y]
Y ← [X] − [Y]
X ← [X] − [Y]

[X]	[Y]
1	10

Complète ce tableau et compare !

⑦ Algol veut passer de l'état

[A]	[B]	[C]
3	7	19

à l'état

[A]	[B]	[C]
7	19	3

Il affirme que 2 échanges suffiront ;
lesquels ? [...] ⇄ [...] puis .....
Complète la partie de programme uniquement avec la règle n° 4 :

La machine à Algol .. est une machine à calculer ! fiche IV

rappels

* elle se compose de boîtes à nombre (un nombre par boîte) et des 4 opérateurs.
* règle n°1 : au début, chaque boîte contient le nombre zéro.
* règle n°2 : on peut, à tout moment, entrer un nombre dans une boîte.
* règle n°3 : on peut, à tout moment, recopier une boîte dans une autre boîte.
* règle n°4 :
  - deux opérateurs ne peuvent pas agir en même temps ;
  - pour agir, chaque opérateur utilise les contenus de deux boîtes ;
  - le résultat d'une opération est ensuite entré dans une boîte.

① Programmes de calcul sans priorité

1. On veut faire effectuer par la machine le calcul $17+9-5$

première méthode

* le calcul comporte 3 nombres ; tu peux commencer par entrer ces 3 nombres dans la machine :
* le calcul comporte 2 opérations ; or 2 opérateurs ne peuvent pas agir en même temps !

Complète les deux lignes du programme.

début
A ← 17
B ← 9
C ← 5
- - - - - - -
- - - - - - -

deuxième méthode

Imagine qu'il n'y ait que deux boîtes A et B disponibles :

* tu peux déjà faire une opération, par exemple : $17+9$
* le résultat étant dans A, tu n'as plus besoin du contenu de B !

Achève le programme en deux lignes.

début
A ← 17
B ← 9
A ← [A]+[B]
- - - - - - -
- - - - - - -

La deuxième méthode n'est pas plus courte, mais elle est « plus économique » !

2. Invente un programme économique pour effectuer à la machine le calcul $17-5+9$

- - - - - - - -
- - - - - - - -
- - - - - - - -
- - - - - - - -
- - - - - - - -
- - - - - - - -

3. Complète le tableau.

Quel est le calcul effectué par la machine ?

- - - - - - - - - -

début
A ← 9
B ← 5
B ← [A]-[B]
A ← 17
A ← [A]+[B]

[A]	[B]

Ces trois programmes économiques donnent le même résultat :
L'addition et la soustraction ont la même priorité.
De même, la multiplication et la division ont la même priorité.

② Programmes de calcul avec priorité

La multiplication (ou la division) a priorité sur l'addition (ou la soustraction)

Par exemple, $\boxed{3+4\times5}$ signifie $3+(4\times5)$

* Invente un programme économique pour effectuer ce calcul :

- - - - - - -
- - - - - - -
- - - - - - -
- - - - - - -
- - - - - - -
- - - - - - -

* Complète le tableau.

Quel est le calcul effectué par la machine ?

- - - - - - - - -

début
A ← 3
B ← 4
A ← [A]+[B]
B ← 5
A ← [A]×[B]

[A]	[B]

③ Une multiplication particulière $17^2 = 17 \times 17$

Pour faire effectuer ce calcul par la machine, tu peux entrer 17 dans la boîte A. Mais A ← [A]×[A] est interdit !

Invente un programme utilisant deux boîtes :

- - - - - -
- - - - - -
- - - - - -
- - - - - -

④ Aller ... et retour.

ⓐ

Choisis un nombre, entre-le dans A ;
choisis un nombre, entre-le dans B.

Complète programme et tableau :

début
A ← - - - - - -
B ← - - - - -
A ← [A]+[B]
A ← [A]−[B]

	[A]	[B]
1er état		
2ème état		
3ème état		

Compare le 1er et le 3e état : - - - - - - - - - - - -

la 5ème ligne du programme a "défait" ce que la 4e ligne a fait !

ⓑ Invente une partie de programme n'utilisant que la règle n° 4 :

Quel est le calcul effectué par la machine ? - - - - - - - -

- - - - - - - -
- - - - - - - -
- - - - - - - -

Trouve les 3 instructions de calcul nécessaires :

- - - - - - - -
- - - - - - - -
- - - - - - - -

[A]	[B]	[C]	[D]
12	8	11	7
20	8	11	7
220	8	11	7
213	8	11	7
12	8	11	7

ⓒ Complète (si possible) :

B ← [A]+[B]
C ← [B]×[C]
A ← [C]−[D]
- - - - - - - -
- - - - - - - -
- - - - - - - -

[A]	[B]	[C]	[D]
12	8	11	7
12	8	11	7

Conclusion : « Lorsque la machine effectue des calculs, il est préférable de toujours entrer les résultats dans la même boîte !

⑤ Une machine très économique

* Elle n'a que deux boîtes X et Y.
* On ne peut entrer un nombre que dans X, même lorsque ce nombre est le résultat d'une opération.

1. Algol affirme avoir pu quand même calculer : $(12+8) \times 11 - 7$

complète son programme et le tableau ci-contre :

2. Recommence avec : $15 + (57 - 12) \div 5$

3. Invente un programme pour calculer 2^{10}.

Algol prétend qu'il y arrive en 9 lignes seulement ! Peux-tu faire aussi bien ?

début
- - - - - - - -
- - - - - - - -
- - - - - - - -
- - - - - - - -
- - - - - - - -
- - - - - - - -
- - - - - - - -
- - - - - - - -
- - - - - - - -
- - - - - - - -
- - - - - - - -
- - - - - - - -
- - - - - - - -

[X]	[Y]

2. Les mini-machines "à enseigner"

calculatrices carrossées en jeux,
ou jeux utilisant la technologie informatique ?

★ Très répandues aux USA et au Japon depuis quelques années, où l'on estime qu'actuellement près d'un élève sur deux en utilise une, elles sont encore peu connues en France. Il ne faut cependant pas les oublier ... Elles existent dans plusieurs disciplines, toutes en langue anglaise (vocabulaire, orthographe, sciences .... et même prononciation de l'anglais)[1] . Mais c'est dans le domaine arithmético-logique qu'elles semblent le plus efficaces, tout en restant d'un prix relativement abordable.

★ Leur différence fondamentale avec les calculatrices consiste en ce qu'elles font faire le calcul par l'utilisateur car elles contrôlent la validité du résultat que celui-ci a trouvé *lui-même*. Elles fourniront aussi le résultat exact après un certain nombre d'essais malheureux. Les plus simples, celles qui présentent le plus d'analogie avec les calculettes, permettent à l'élève de "se poser" des opérations. Il a le choix entre les quatre.

S'il frappe 3 + 2 = , il doit ensuite lui-même frapper le résultat. Si celui-ci est exact un clignotant vert, parfois accompagné d'un signal sonore s'allume; sinon c'est le rouge.

Un certain nombre d'essais est permis (de l'ordre de deux ou trois). Si malgré cela, il n'a pas trouvé le résultat exact, la machine le lui donne. (Certaines possèdent un contrôle du temps de réponse, d'autres offrent plusieurs niveaux de difficultés ...).

★ L'utilisation pédagogique de ces machines est donc fondamentalement différente de celle des calculettes, mais elle n'en est pas pour autant à négliger car avec les mêmes attraits qu'elles, elles peuvent en particulier permettre à un enfant d'acquérir certains mécanismes opératoires.

---

(1) Les plus sophistiquées sont les machines à traduire (y compris en français) sorties cette fin d'année, dont le prix hélas, est à la mesure des possibilités. Aux professeurs de langues de nous dire ce qu'ils en pensent !

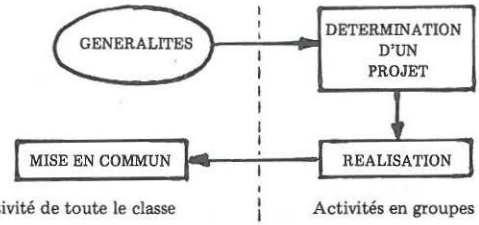
3. En classe de CM 2

"Sous les pavés, la plage,
Dans les têtes, le cœur."
Anonyme, mai 68

★ Nous sommes intervenus au niveau du cours moyen deuxième année avec des petites machines " 4 opérations, 1 mémoire"; deux modèles de marques différentes étaient utilisés; chaque élève avait une machine.

La diversité des matériels, gênante dans un premier temps, nous a amené à d'enrichissants échanges; en particulier comment transmettre une activité d'une calculatrice sur une calculatrice différente (ainsi, certaines machines avaient une touche $\boxed{\sqrt{\ }}$, d'autres pas ....).

Les activités se sont organisées autour de projets décidés et réalisés par des petits groupes d'élèves, selon le schéma suivant:



★ Les *généralités* consistaient à se mettre d'accord sur le fonctionnement immédiat. Comment allume-t-on la machine ? Comment fait-on une addition ? etc...
(durée: 2 séances d'une demi-heure à trois quarts d'heure environ).

Ensuite une ou deux séances ont permis de *déterminer* exactement (et par écrit) les différents projets sur lesquels les groupes allaient travailler (certains thèmes rencontrés sont développés ci-dessous).

La durée de la *réalisation* de chaque projet a été variable (la nature du projet, nos interventions, les idées de prolongement ont fait varier cette durée de une à cinq séances).

La *mise en commun* a été réalisée au fur et à mesure de l'achèvement des projets. Elle a permis de varier la séance ... et s'est terminée parfois sur un constat d'échec.

★ Précisons quelques thèmes rencontrés:

– *Ecrire avec une calculette:*

Comment faire inscrire des mots sur l'écran de la calculette ?

(par exemple: 5 I 5 5 I);

Quelles lettres peut-on écrire ?
Pourquoi a-t-on intérêt à retourner la calculette ?
Quels sont les mots possibles ?
...etc...

– *Grosses opérations:*

Comment effectuer des calculs sur des nombres qui dépassent la capacité de la machine ?

– *Etude de la mémoire:*

Créer un modèle pour expliquer le fonctionnement des touches

[M+] [M×] [MC] [MR]

– *Quel est l'effet de la touche* [√] *?*

– *Ecriture d'énoncés de problèmes:*

Ecrire des énoncés de problèmes; la machine permet de compliquer l'énoncé à l'infini, sans craindre les calculs à faire.

★ Il est bien évident que les thèmes rencontrés dans diverses classes furent souvent identiques. Ces similitudes replacent, s'il en était besoin, la pratique de la machine à calculer comme un fait social soumis à des comportements et activités stéréotypés. A nous enseignants d'essayer d'en faire autre chose avec nos élèves.

4. Calcul mental, calcul machine

"Il faut (...) un peu d'entraînement pour arriver à faire des calculs de tête avec rapidité".

G.B. DE SAVIGNY
"Les Amusements de la Science" 1907

De plus en plus, les calculs de notre vie quotidienne se font à la machine: grands et petits magasins, stations-services, relévés bancaires, impôts, ... et, bientôt, l'école.

Devant l'inflation des petites calculatrices de poche qui se prépare, certains s'interrogent: est-il encore nécessaire, à notre époque, de savoir calculer à la main ou mentalement ?

Certes, il est tentant pour l'enfant d'aujourd'hui de taper $9 \times 7 =$ sur sa machine, ou de lui demander de diviser 12 par 17. Mais est-ce uniquement pour cela qu'elle a été conçue ?

C'est oublier que la calculatrice n'est qu'un outil, que l'on doit dominer et non subir; c'est oublier que cet outil a ses contraintes et ses limites que l'on doit connaître, oublier aussi que l'outil peut faire défaut, ou tomber en panne.

Alors que ces dernières décennies ont vu — malgré les textes officiels — le calcul mental tomber de plus en plus en désuétude, par manque d'intérêt ou de motivation, *il s'avère que l'utilisation des calculatrices peut*, si elle n'est pas laissée à l'initiative de l'élève, *provoquer un renouveau de l'art du calcul "de tête"*. Encore faut-il que le maître sache exploiter les diverses situations créées par la présence de la machine dans la classe.

a) Le parallélisme des techniques de calcul "mental" et "machine"

L'une et l'autre consistent à dépasser certaines contraintes apparentes (limites de la capacité du cerveau ... ou de la calculatrice), en utilisant chacune:

- un savoir minimum mémorisé en permanence et d'accès immédiat;
- un algorithme bien choisi s'appuyant sur des propriétés mathématiques;
- éventuellement un stockage (mémoire temporaire) de résultats intermédiaires.

Prenons comme illustration la technique de la multiplication:

- ⋆ mentalement, il y a blocage lorsque le "par cœur" est dépassé (en général au-dessus de 11 × 11),
- ⋆ sur une calculatrice ayant une capacité de 8 chiffres, le blocage se produit au-delà de 9 999 × 9 999 ,
- ⋆ la propriété utilisée pour débloquer la situation est ici la distributivité de la multiplication sur l'addition ou la soustraction,
- ⋆ le stockage des résultats intermédiaires se fait d'une part mentalement (et ce n'est pas le plus facile: il faut un peu d'entraînement pour "retenir" plusieurs nombres !) d'autre part sur papier ou dans la mémoire de la calculatrice.

exemple:

calcul mental		*calcul machine*
23 × 12 je ne sais pas !		98 765 × 4 321 signal d'erreur
	Mais	
23 × 10 = 230 23 × 2 = 46 donc 23 × (10 + 2) = 276		98765 × 43(00) = 4246895(00) 98765 × 21 = 20740 65 donc 98 765 × (4 300 + 21) = 426 763 565

Ainsi, à l'occasion de "grosses" multiplications réalisables sur machine, et permettant un fructueux retour sur la technique manuelle de la multiplication, pourra-t-on revenir sur des techniques mentales un peu "oubliées".

La calculatrice peut donc être une motivation au calcul mental. Bien d'autres idées peuvent être trouvées, fondées sur des analogies du même ordre:
Somme de nombreux termes, reste d'une division euclidienne, pourcentages (ex: prendre les 15% d'un nombre, ...)

A remarquer que l'algorithme n'est pas unique, d'où l'intérêt de rechercher le plus performant, pour le cerveau et pour la machine: voir dans le chapitre III quelques exemples comme le PGCD par soustractions successives, le calcul d'une racine carrée ou cubique

(exemple: $\sqrt{17} \approx 4{,}125$ car $\frac{17}{4} = \frac{8{,}5}{2} = 4{,}25$ et $\frac{4 + 4{,}25}{2} = 4{,}125$)

b) Le parallélisme, ainsi que le problème des contraintes inhérentes à toute machine, doit amener l'élève à confronter les techniques utilisées.
Il est capital de le convaincre très tôt que

> **la calculatrice n'est pas toujours l'outil le plus rapide, le plus performant, le plus adapté à un problème numérique donné.**

- Elle ne peut se substituer à un certain "savoir minimum"; en particulier, elle ne présente aucun intérêt:
  - pour calculer 9 X 7 : on ne peut passer sa vie sans savoir que cela fait 63 !
  - pour faire des divisions ou des multiplications par 10, 100, 1 000 , ... (sauf dans le but d'introduire ces opérations); sur une calculette à huit chiffres:
    * 456 789 X 1 000 donne un message d'erreur, au mieux un ordre de grandeur en notation scientifique (4 . 5 6 7 8 0 8)
    * 0,0004 ÷ 10 000 donnera .... 0 !
    * 100 001 X 99 999 ne passera pas. Mais mentalement, cela fait : $(10^5 + 1)(10^5 - 1) = 10^{10} - 1 = 999\,999\,999$
    * 5 478 X 65 + 5 478 X 35 nécessitera peut-être un stockage, alors que la réponse est immédiate mentalement.
  - pour multiplier ou diviser par 2 , 5 , ou des puissances de 2 ou de 5 .....

- Quoiqu'on fasse, elle ne calcule que dans $\mathbb{D}$, avec un nombre limité de chiffres. Il faut en être conscient !
  - 5 ÷ 6 X 6 = ne donne pas toujours 5
  - Pour tout calcul dont le résultat (ou un résultat intermédiaire) est en valeur absolue plus petit que 10^{-7} ou plus grand que 10^8 , il est dangereux de croire "ce que l'on voit".

Ainsi, à la machine:

* $10^{-4}\,(10^{-5} + 10^{-2}) = 10^{-6}$!
* Si $U = \dfrac{X + Y - X}{Y}$ et $V = \dfrac{X - X + Y}{Y}$

  alors pour $X = 10^{7}$ et $Y = 10^{-2}$ on aura $U = 0$ et $V = 1$!
* $98\,765\,432 \div 5 = 19\,753\,086$, alors qu'on a le résultat exact mentalement en doublant le nombre et en divisant par 10 !

- Ces exemples ... et d'autres doivent amener l'élève à savoir très vite quand la calculatrice est avantageuse, et quand elle ne l'est pas.

c) Enfin, et c'est sans doute le plus important, la réalisation d'un calcul sur machine est liée à sa logique interne. Or nous avons vu à quel point celle-ci peut être variée ... Méconnaître cette logique peut conduire à des aberrations, sans compter les possibles erreurs de frappe dans la conduite du calcul. Il est donc impératif que l'élève sache contrôler le résultat obtenu, ou mieux, sache évaluer à l'avance l'ordre de grandeur de ce résultat.

Tout calcul sur machine devrait être précédé d'une estimation.

Il y a là pour le maître une mine d'exercices motivants sur des notions a priori rébarbatives comme: approximations, encadrements, ordre de grandeur, puissances de 10, règles de calcul sur ces puissances, évaluations (ex.: $2^{10} \approx 10^{3}$), chiffres significatifs ....
A lui d'en tirer profit.

JE VOUDRAIS UN PAQUET DE CALCULATRICES
DE 12 OU DE 24 ?
RECLAME
La paire
15 F

Chapitre III

CALCULATRICES ET MATHEMATIQUE

Savez-vous ce qui est comique ?

Une oie qui joue de la musique,
Un pou qui parle du Mexique,
Un bœuf retournant l'as de pique,
Un clown qui n'est pas dans un cirque,
Un âne chantant un cantique,
Un loir champion olympique.

Mais ce qui est le plus comique,
C'est d'entendre un petit moustique
Répéter son arithmétique.

Maurice Carème

QUELQUES THEMES AU PREMIER CYCLE

La présence de la calculatrice dans la classe peut modifier l'enseignement des mathématiques:

- soit qu'elle offre à l'élève un éclairage nouveau sur une notion,
- soit qu'elle soit à l'origine de la présentation de cette notion, ou le départ d'une réflexion à son sujet.

Dans tous les cas, elle permet :

- à l'élève de se libérer de la lourdeur des calculs, pour se consacrer à l'étude de la structure de ces calculs,
- au maître de soutenir ou d'approfondir un apprentissage, que la présentation traditionnelle rend difficile auprès de certains élèves.

Les quelques thèmes qui suivent comportent de simples indications de travail. Nous laissons au lecteur le soin d'en adapter la présentation en fonction du niveau de la classe.

■ OPERATEURS ELEMENTAIRES - APPLICATIONS NUMERIQUES - APPLICATIONS RECIPROQUES

Les élèves disposant de calculatrices munies des touches :

$\boxed{+/-}$ $\boxed{1/x}$ $\boxed{x^2}$ $\boxed{\sqrt{\ }}$

. ce qui est de plus en plus fréquent ...

. sinon on peut se contenter des deux premières en supprimant quelques exercices,

. si les élèves ne connaissent pas $\sqrt{\ }$... alors c'est une belle occasion de leur présenter la notion !

1) Chacune de ces touches agit sur un nombre, et le transforme

4 $\boxed{+/-}$ donne - 4

4 $\boxed{1/x}$ donne 0.25

4 $\boxed{x^2}$ donne 16

4 $\boxed{\sqrt{\ }}$ donne 2

Essayer sur d'autres nombres.
Y-a-t-il des nombres qui ne sont pas transformés ?
Y-a-t-il des nombres qu'on ne peut pas transformer ?
Pourquoi ?

• Recommencer avec -4 $\boxed{+/-}$; 0.25 $\boxed{1/x}$; 2 $\boxed{x^2}$; 16 $\boxed{\sqrt{\ }}$ Remarques ?

• Des codages intéressants :

$\boxed{x^2}$ transforme 4 en 16 = 4^2, a en a^2 ; x en x^2 en français "élever au carré"

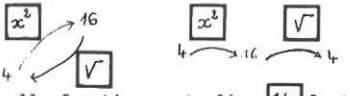
$\boxed{1/x}$ transforme 4 en 1/4 , a en $\frac{1}{a}$; x en $\frac{1}{x}$ en français "inverser"

$\boxed{+/-}$ transforme 4 en -4 ; a en -a ; x en $-x$ en français "prendre l'opposé"

$\boxed{\sqrt{\ }}$ transforme 4 en $\sqrt{4}$; a en $\sqrt{a}$; x en $\sqrt{x}$ en français "prendre la racine carrée positive"

• des notations : fonction carrée : $x \longmapsto x^2$
" inverse : $x \longmapsto 1/x$
" opposée : $x \longmapsto -x$
" radical : $x \longmapsto \sqrt{x}$

• des représentations :



Chacune défait ce que l'autre a fait elles se "neutralisent" mutuellement chacune est la réciproque de l'autre.

quelle fonction neutralise $\boxed{1/x}$? et $\boxed{+/-}$? (on parlera plus tard de fonctions involutives !)

2) D'autres opérateurs avec [+] ; [−] ; [×] ; [÷]

3	7
5,8	9,8
-3,07	1,93

+4

[+] [4] [=]

Recommencer avec d'autres nombres

En français : "ajouter 4", notation $x \longmapsto x + 4$

Y-a-t-il des nombres qui ne sont pas transformés ?

qu'on ne peut pas transformer ?

Quelle est la fonction réciproque ? Contrôler sur des exemples

Observer le schéma $x \xrightarrow{+4} x + 4 \xrightarrow{-4} x + 4 - 4 = x$

Mêmes questions avec la fonction "multiplier par 4" : $x \longmapsto 4x$

3) Faire établir le tableau (sous une forme appropriée au niveau de la classe)

fonctions élémentaires		fonctions réciproques
opposée	$x \longmapsto -x$	opposée
inverse	$x \longmapsto 1/x$	inverse
carrée	$x \longmapsto x^2$	radical
radical	$x \longmapsto \sqrt{x}$	carré
ajouter k	$x \longmapsto x + k$	retrancher k
ôter k	$x \longmapsto x - k$	ajouter k
multiplier par k	$x \longmapsto kx$	diviser par k
diviser par k	$x \longmapsto x/k$	multiplier par k

faire préciser les limites d'utilisation (sur k, sur x)

Observations sur la calculatrice

0,0125 [+/-] [+/-] [+/-] [+/-] ..

0,0125 [1/x] [1/x] [1/x] [1/x] ..

0,0125 [x²] [√] [x²] [√] ..

0,0125 [√] [x²] [√] [x²] ..

0,0169 [+] [4] [=] [−] [4] [=] [+] [4] [=] ...

0,0169 [−] [4] [=] [+] [4] [=] [−] [4] [=] ...

0,0169 [×] [4] [=] [÷] [4] [=] [×] [4] [=] ...

0,0169 [÷] [4] [=] [×] [4] [=] [÷] [4] [=] ...

4) Fonctions composées de fonctions élémentaires

A tout instant la calculatrice permet de contrôler, vérifier, supputer.

- soient les deux fonctions tripler : $x \longmapsto 3x$

  ajouter 4 : $x \longmapsto x + 4$

Réalisons-les successivement sur la calculatrice

$$1979 \xrightarrow{\times 3} 5937 \xrightarrow{+4} 5941$$

$$x \longmapsto 3x \longmapsto 3x + 4$$

(chacun sait la difficulté de ce genre d'écriture : c'est toute la notion de variable qui entre en jeu!)

- utilisons la notion de programme :

1/ choisir x	on effectue les "instructions" dans l'ordre des numéros de ligne, il y a une seule fonction élémentaire par ligne.
2/ tripler	
3/ ajouter 4	
4/ donner le résultat	

- Etablir le programme de la fonction $x \longmapsto x^2-5$. Contrôler sur des exemples

  De même pour les fonctions $x \longmapsto \sqrt{\frac{1}{x} + 13}$ et $x \longmapsto \sqrt{\frac{1}{x}} + 13$

- Comparer

1/ choisir x	1/choisir x	1/choisir x
2/ tripler	2/ajouter 4	2/tripler
3/ ajouter 4	3/tripler	3/ajouter 12
4/ donner le résultat	4/donner le résultat	4/donner le résultat

Justifier les remarques à l'aide d'écritures mathématiques

- Exécuter plusieurs fois le programme :

1/choisir x	Peut-on le simplifier ? Justifier les écritures mathématiques correspondantes.
2/inverser	
3/inverser	
4/ajouter 7	
5/retrancher 9	
6/élever au carré	
7/donner le résultat	

- comparer

1/choisir x	et	1/choisir x	expliquer
2/inverser		2/prendre le radical	
3/prendre le radical		3/inverser	
4/donner le résultat		4/donner le résultat	

- Retour sur les priorités mathématiques : établir et comparer les programmes de $x \longmapsto (3 + 2x)^2$; $x \longmapsto 3 + (2x)^2$; $x \longmapsto \left((3 + x)2\right)^2$; $x \longmapsto 3 + 2x^2$

5) Itérations - Suites de nombres

Exécuter plusieurs fois le programme :

1/écrire 3
2/prendre le dernier écrit
3/l'élever au carré
4/retrancher 3
5/écrire le résultat
6/aller en 2/

Quelle est la fonction faisant passer d'un nombre au suivant ? Ecrire les 6 premiers nombres de cette suite.

1/écrire 100
2/prendre le dernier écrit
3/ajouter 3
4/quadrupler
5/retrancher 8
6/diviser par 2
7/retrancher 1
8/écrire le résultat
9/aller en 2/

Trouver avec la calculatrice les dix premiers nombres de cette suite.
Si x désigne l'un des nombres écrits, comment s'écrit le suivant ?
Trouver un programme plus simple fabriquant la même suite.
Peut-on trouver le nombre qui précéderait 100 ?

6) Réciproque d'une fonction composée

$$1979 \xmapsto{\times 3} 5937 \xmapsto{+4} 5941$$

$$x \longmapsto 3x + 4$$

Peut-on revenir au nombre de départ ?

$$5941 \longmapsto 1979$$

$$x \longmapsto ?$$

• avec un schéma

$$1979 \xrightarrow{\times 3} 5937 \xrightarrow{+4} 5941 \quad \text{donc} \quad 5941 \xrightarrow{-4} 5937 \xrightarrow{\div 3} 1979$$

- avec un programme

2/ tripler ... réciproque ...	3/diviser par 3
3/ ajouter 4 ... réciproque ...	2/retrancher 4

dont le programme de "retour" est :
1/choisir x
2/retrancher 4
3/diviser par 3

la fonction réciproque est donc :

$$x \longmapsto \frac{x-4}{3}$$

- Quelle est la fonction réciproque de $x \longmapsto x^2 + 1$? de $x \longmapsto \frac{3}{\sqrt{x^2 - 5}}$

(attention : $\frac{a}{b}$ = a x inverse (b))

7) Des fonctions de plus en plus compliquées

- Jeu collectif : 5 élèves inventent chacun une fonction élémentaire
  5 élèves choisissent chacun un nombre.

  on écrit <u>dans un certain ordre</u> les cinq fonctions

  . Quelle est la fonction composée ?
  . Calculer, si possible, le résultat à partir de chacun des 5 nombres choisis.
  . Trouver la fonction réciproque
  . Recommencer en modifiant <u>l'ordre</u> des cinq fonctions.

- Calculer les images de 2, 3, 4, 5 par $x \longmapsto \frac{1}{1-x}$ et par $x \longmapsto 1 + \frac{x}{1-x}$

  Comparer - Expliquer
  Même question avec $x \longmapsto \frac{x-1}{x}$ et $x \longmapsto 1 - \frac{1}{x}$

- Calculer la fonction réciproque de :

$$x \longmapsto \frac{3}{x+7}$$

$$x \longmapsto \frac{x}{x+7} = 1 - \frac{7}{x+7}$$

$$x \longmapsto \frac{3x}{x-5} = 3 + \frac{15}{x-5}$$

du choix judicieux de l'écriture algébrique de l'image : x ne doit être écrit qu'une seule fois !

- Peut-on trouver la réciproque de $x \longmapsto \frac{x^2+1}{x}$?

■ PUISSANCES

Les élèves disposent de calculatrices munies d'une mémoire M.
Nous coderons [STO] le stockage en mémoire M, c'est-à-dire, si X est l'affichage, l'affectation M←X, ce qui se traduit en machine par la recopie du contenu de X dans M.

Nous coderons [RCL] le rappel à l'affichage, c'est-à-dire l'affectation X←M

(A) - Elles ont aussi la touche [x^2]

- 2 [x^2] donne 4 ; 4 [x^2] donne 16

  que donne 2 [x^2] [x^2] ? justifier

  $2 \mapsto 2^2 \longrightarrow (2^2)^2 = 2^4$ Est-ce $4 = 2+2$ ou $4 = 2 \times 2$?

  Calculer 2 [x^2] [x^2] [x^2] Obtient-on 2^6 ou 2^8? justifier.
  Calculer le plus simplement possible 2^{16}.

- Pour calculer x^3

  $(17,8)^3 = 17,8^2 \times 17,8$

  Si on ne veut pas entrer 17,8 plus d'une fois, et si on fait 17,8 [x^2], on perd 17,8 - Il faut donc le stocker avant !

  17,8 [STO] [x^2] [×] [RCL] [=]

  Calculer 5^6 ; 2^{24}

- Que calcule-t-on avec le programme suivant :

  5 [x^2] [STO] [x^2] [x^2] [×] [RCL] [=] ?

  et avec celui-ci :

  5 [STO] [x^2] [x^2] [×] [RCL] [=] [x^2] ?

  Justifier avec les écritures mathématiques.

- Calculer 2^{17} "le plus simplement possible", c'est-à-dire en minimisant le nombre de touches.
- Calculs itératifs

  Quel programme répétitif donnera $\left((9^2+1)^2+1\right)^2+1$?

  Calculer $(15^2+1)^3+1$

(B) - Elles n'ont pas la touche $\boxed{x^2}$, mais possèdent la multiplication simplifiée

a [x] [=] ou 1 [x] a [=] [=] donne a^2

a [x] [=] [=] 1 [x] a [=] [=] [=] donne a^3

etc...

. Reprendre tous les exercices du (A) ... et en "fabriquer" de nouveaux !

Sans mémoire M et sans $\boxed{x^2}$ mais avec la multiplication simplifiée, séquence minimale pour calculer a^n ?

pour a^5, a [x] [=] [=] [=] [=] 5 est premier . 5 touches !

pour a^{24}, a [x] [=] [x] [=] [x] [=] [x] [=] [=] 9 touches !

c'est-à-dire la somme des nombres premiers obtenus par décomposition de 24 = 2x2x2x3

"Il vaut mieux élever deux cents nombres au carré, qu'un seul enfant au biberon."

Alphonse Allais

FONCTIONS POLYNOMES

avec des calculatrices muniesd'une mémoire codée [STO] et [RCL]

Soit la fonction $x \longmapsto 3x - 4$

Calculer les images de 1,3 ; 1,4 ; 1,33 ; 1,34 ; 1,333 ; 1,334 ...
Pour chacun, combien de fois a-t-on utilisé [x] et [+] ?
A-t-on besoin de la mémoire ?

- Soit la fonction $x \longrightarrow 4x^3 - 3x^2 + 8x - 7$

On demande l'image de 8,3

. Quel est l'intérêt de la mémoire ?

. Le début de programme suivant est-il correct ?

8,3 [STO] [x] [RCL] [x] [RCL] [x] 4 [−]

. A ce stade, tout dépend ensuite de ce que permet la calculatrice :

* Elle admet la priorité intégrée : [RCL] [x] [RCL] [x] 3 [=] ...
* Elle possède des parenthèses : [(] [RCL] [x] [RCL] [x] [3] [)] [+] ...
* Elle n'a rien d'autre : alors le calcul n'est pas possible en une fois; il faut noter le résultat de $4x^3$, puis calculer $3x^2$, ...etc

Dans tous les cas ci-dessus compter le nombre d'utilisations de la touche [x] , de la touche [+] (ou [−])

- Une factorisation partielle... originale

$$\begin{aligned} 4x^3 - 3x^2 + 8x - 7 &= -7 + 8x - 3x^2 + 4x^3 \\ &= -7 + x\,(8 - 3x + 4x^2) \\ &= -7 + x\,\big(8 + x(-3 + 4x)\big) \\ &= \big((4x - 3)x + 8\big)x - 7 \end{aligned}$$

d'où les calculs successifs de

$a = 4x - 3$

$b = ax + 8$

$c = bx - 7$

Réaliser le programme suivant :

8,3 [STO] [×] 4 [−] 3 [=] [×] [RCL] [+] 8 [=] [×] [RCL] [−] 7 [=]

Compter le nombre de [×] !!

Cette méthode, due à Hörner, date d'un siècle...!
Combien de professeurs (et d'élèves) l'utilisent, même pour des calculs "sans machine" ?

A propos de Hörner ...

- 35421 en base six. Quel est ce nombre en base dix ?
  c'est $3 \times 6^4 + 5 \times 6^3 + 4 \times 6^2 + 2 \times 6 + 1$

6 [STO] 3 [×] [RCL] [+] 5 [×] [RCL] [+] 4 [×] [RCL] [+] 2 [×] [RCL] [+] 1 [=]

- 0,5 [STO] [+] 1 [×] [RCL]
  recommencer

On a, à chaque [×], une suite de nombres qui tend vers 2 !

... parce que si $|x| < 1$ $\quad x^n + x^{n-1} + \ldots + x + 1 \xrightarrow[n\infty]{} \frac{1}{1-x}$

... et à chaque [+] une suite de nombres qui tend vers 1

RACINE CARREE D'UN NOMBRE POSITIF - RACINE CUBIQUE

- avec des calculatrices munies d'une mémoire
  ... et sans touche $\boxed{\sqrt{}}$

  Exemple $\sqrt{15}$?

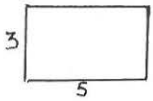
Chacun sait comment, traditionnellement, on aborde cette notion :

Il existe(??) un carré d'aire 15.
Quel est son côté ?
On utilise, intuitivement à ce niveau, le théorème : si $a^2 < b^2$ alors $a < b$. D'où par encadrements successifs $3 < \sqrt{15} < 4$ $\quad 3{,}8 < \sqrt{15} < 3{,}9$ ...etc

Une calculatrice (même la plus simple) permet de rendre cette recherche moins fastidieuse. Elle n'évite ni la lenteur (découverte chiffre à chiffre), ni une part d'intuition de l'utilisateur.

- On peut trouver des rectangles d'aire 15 !

ainsi

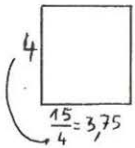


Pour se rapprocher de la forme "carrée", il faut augmenter la largeur, diminuer la longueur.

Par exemple, choisir pour l'un des côtés la moyenne $\frac{3+5}{2}$.

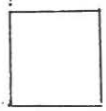
(que la moyenne de deux nombres inégaux soit entre ces deux nombres est une évidence pour tout écolier!)

Mais alors il existe un seul rectangle d'aire 15 et dont un côté mesure 4 !



Les côtés n'étant pas encore isométriques, on continue :

$\frac{4 + 3{,}75}{2} = 3{,}875$



$\frac{15}{3{,}875} = 3{,}8709677$

Il y a déjà deux chiffres après la virgule qui sont exacts !

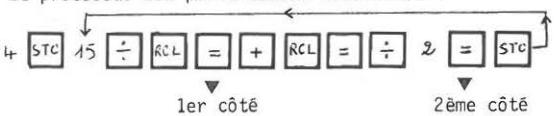
$$\frac{3{,}875 + 3{,}8709677}{2} \approx 3{,}8729838$$

$$\frac{15}{3{,}8729838} \approx 3{,}8729828$$

Il y a trois nouveaux chiffres après la virgule exacts !

Et l'itération suivante fournit 7 chiffres exacts après la virgule.

Le processus est parfaitement automatisé :



Le procédé est rapide, d'autant plus que l'on commence par un rectangle "presque" carré.

(Ainsi, pour $\sqrt{654321}$ on peut partir du rectangle de côtés 1000 et 654,321)

Si 15 est l'aire (constante) de tous ces rectangles, de côtés a et b, "devenant de plus en plus carrés", comment obtient-on les valeurs successives de a et de b ?

En effectuant <u>dans l'ordre</u> les deux opérations

1) calcul de $\frac{a+b}{2}$, qui <u>devient la valeur de a</u>

2) calcul de $\frac{15}{a}$, qui <u>devient la valeur de b</u>

et en recommençant.

Dans l'écriture de l'algorithme, cela se traduit par les deux affectations (ordonnées)

$$\boxed{\begin{array}{l} a \leftarrow \frac{a+b}{2} \\ b \leftarrow \frac{15}{a} \end{array}}$$

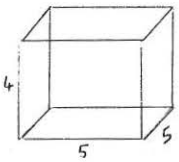
que l'on itère

Les deux variables a et b initialisées à 3 et 5 prennent successivement les valeurs 4 et 3,75 puis 3,875 et 3,8709677, etc...

● La motivation peut être aussi naturelle pour une racine cubique, exemple: $\sqrt[3]{100}$.

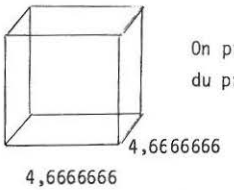
On peut trouver des parallélépipèdes à base carrée de volume 100 ·

par exemple :



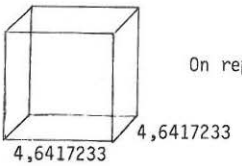
Pour se rapprocher de la forme "cube" on peut prendre la moyenne $\frac{5+5+4}{3} \simeq 4{,}6666666$ et on choisit cette valeur comme nouveau côté de la base.

$\frac{100}{(4{,}\bar{6})^2} \simeq 4{,}5918368$



On prend la moyenne comme valeur du prochain côté de la base

$\frac{100}{(4{,}641233)^2} \simeq 4{,}6413199$



On reprend la moyenne, etc...

Le nombre de décimales exactes obtenues après 4 itérations dépendra de la machine utilisée (capacité, arrondis ou troncature, chiffres de réserve ou pas...)

Les affectations, permettant de passer d'un parallélépipède au suivant, peuvent s'écrire

$$\boxed{\begin{array}{l} a \longleftarrow \dfrac{a+a+b}{3} \\ b \longleftarrow \dfrac{100}{a \times a} \end{array}}$$

avec au départ (initialisation) 5 et 4 affectés respectivement à a et b.

● Voici un programme machine possible, sur la TI 1050

4	+	▼	=	=	÷	3	= ▼	x	=	M	REV	100	÷	MR	= ▼
		Taper 5 puis 4,6666666 puis 4,6417233					on obtient 4,6666666 4,6417233 4,6415886			Echange les contenus de l'Affichage et de la mémoire M.					on obtient 4.5918368 4.6413199 4.6415894

● Pour compléter

Qu'y-a-t-il derrière cet algorithme ?

pour $\sqrt{A}$ — la suite définie par x_0

$$x_{i+1} = \frac{1}{2}\left(x_i + \frac{A}{x_i}\right) \quad \text{ou } x \longmapsto \frac{x + A/x}{2} \text{ à itérer}$$

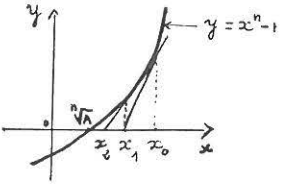
pour $\sqrt[3]{A}$

$$x_{i+1} = \frac{1}{3}\left(2x_i + \frac{A}{x_i^2}\right) \quad \text{ou } x \longmapsto \frac{2x + A/x^2}{3} \text{ à itérer}$$

etc...

C'est la formule de Newton :

$$\boxed{x_{i+1} = \frac{1}{n}\left((n-1)x_i + \frac{A}{x_i^{n-1}}\right)}$$



x_{i+1} est l'abscisse de l'intersection de la tangente au point $(x_i\ ;\ x_i^n - A)$ à la courbe d'équation $y = x^n - A$ avec l'axe des x.

Saviez-vous que les Babyloniens connaissaient et utilisaient déjà l'algorithme sous sa forme la plus simple ($\sqrt{A}$) ?

CHIFFRE DES DIZAINES DANS UN C.P.

La séquence décrite a eu lieu en juin 1979 (Ecole annexe ENF-Toulouse) dans un C.P. où les calculatrices ont fonctionné au préalable pendant 3 ou 4 séances non consécutives mais qui ont permis :

- de découvrir les différentes touches
- d'afficher les nombres ... grands de préférence, qu'on lit en énonçant les chiffres à partir de la droite
- de découvrir qu'on peut obtenir la liste des entiers consécutifs en frappant

[C/CE] [1] [+] [1] [=] [+] [1] [=] [+] [1] .....

ou [C/CE] [+] [1] [=] [=] [=] .....

Il s'agit maintenant de repérer puis d'analyser le rôle du chiffre des dizaines :

Déroulement	Remarques
1ère phase	
- "Vous affichez un nombre à 3 chiffres ; celui que vous voulez". "Cherchez ce qu'il faut taper pour faire avancer de 1 le chiffre du milieu"	reprise de l'explication par un élève au tableau avec un exemple 1(2)5 1(3)5
-"Pour vous rappeler de votre nombre de départ, écrivez-le sur l'ardoise".	Les recherches des enfants amènent à des solutions variées : 124 [OFF] 134 . On efface et on écrit le nouveau nombre ! 235 [+] 1 [=] [OFF] [C/CE] 235 [+] 2 [=] [OFF] [C/CE] 235 [+] 3 ... essais méthodiques. jusqu'à [+] 10 certains essaient toutes les touches opératoires, les touches mémoires, etc..

"Moi j'ai fait + 10 = et ça marche !".	Réalisation par les autres enfants
- "Si on fait rien que = ça continue".	Explicitation devant la classe.
2ème phase	
- Puisque ça continue vous allez par deux constituer la liste des nombres que l'on obtient.	Un fait fonctionner la calculette, l'autre lit puis écrit. Bientôt plusieurs groupes écrivent les 3 ou 4 nombres qu'ils prévoient et vérifient ensuite avec la calculette. Certains n'utilisent plus la calculette.
3ème phase	
- Je vous avais demandé de faire bouger le 2ème chiffre alors pourquoi le 3ème chiffre bouge-t-il lorsqu'on passe de 395 à 405 ?	Ecriture au tableau Pour Delphine il faudrait s'arrêter à 395. Mais Benoît explique le mécanisme de cette suite de nombres par référence aux compteurs (voir ERMEL - CP - OCDL).

Conclusion

La séance se termine sur les explications de Benoît.
Le rapport entre $\boxed{+}\boxed{10}$ et la modification du chiffre des dizaines a été intériorisé pour certains seulement, agi pour d'autres. Mais tous ont été capables :

- de dresser correctement les listes de nombres correspondant aux consignes données
- de se heurter aux modifications secondaires dues à la présence d'un 9 dans le rang des dizaines.

"Avec 10 dizaines on a une centaine de plus" n'est certes pas perçu par tous ! Mais cette prise de conscience se prépare ... grâce à la dynamique des écritures sur la machine en particulier.

UN THEME AU CM 1

Les motivations de la recherche

Partant du principe que les calculatrices de poche sont maintenant à la disposition de nombreux enfants de l'Ecole Elémentaire nous avons voulu élaborer des activités incluant celles-ci. Aussi, dans le souci de ne pas se couper de la réalité et de proposer une utilisation véritablement didactique de ces machines, nous avons été amenés à construire une suite de leçons qui conduit en particulier à l'élaboration progressive de la structure de $(\mathbb{D}^+, +, \times, \leqslant)$ dans une classe de CM 1.

Canevas des activités réalisées avec une calculatrice TEXAS TI 1050

1ère partie : propriétés de $(\mathbb{N}, +, \times, \leqslant)$

- première familiarisation avec la calculatrice sous la forme de manipulations libres suivies de synthèses,
- sommes et produits de plusieurs nombres (règles de parenthésage)
- découverte des facteurs constants,
- numération et ordre dans $\mathbb{N}$ (grâce à l'aide du fonctionnement de la calculatrice en compteur, cette méthode est réalisée dans la seconde partie pour donner du sens aux nombres décimaux que la machine fait apparaître).

2ème partie : étude de $(\mathbb{D}^+, +, \times ; \leqslant)$

- première apparition des décimaux, addition d'un décimal et d'un entier naturel,
- addition d'un décimal et d'un entier naturel, ordre dans un ensemble de décimaux de même partie décimale,
- addition de deux décimaux ; ordre dans $\mathbb{D}^+$,
- multiplication d'un décimal par une puissance de dix,
- multiplication de deux décimaux.

Remarque :

* C'est par des problèmes tels que :

"essaie sur 21.7543 de modifier le deuxième chiffre à droite du point sans changer les autres et sans utiliser la touche CE/C" (1)

que l'élève est amené à formuler des hypothèses puis à les tester et à les valider à l'aide de la calculatrice.

* Petit à petit de telles activités et les synthèses qui s'ensuivent arrivent à donner du sens à chaque élément d'une écriture décimale.

* Le contrôle est obtenu par des exercices tels que :

"Indique (en remplissant certains tableaux récapitulatifs) ce qu'il faudrait faire sur la calculatrice après avoir tapé 45.562 pour afficher 4586.2 sans utiliser la touche CE/C ".

● Différentes voies offertes par l'utilisation de calculatrices dans les activités ci-dessus :

(A) - Celle qui vient en premier à l'esprit consiste à concevoir la calculatrice comme un outil technique ou un prolongement des possibilités de calcul de l'individu.

C'est le cas lors de :

11 - vérifications de calculs effectués à la main

12 - réalisations de calculs fastidieux ou trop longs.

- Par opposition on peut également percevoir la calculatrice comme un outil didactique pour :

21 - consolider des notions déjà introduites

22 - créer des concepts
- 22_1 en visualisant certains phénomènes
- 22_2 en formulant puis en validant des hypothèses.

---

(1) Document disponible à l'I.R.E.M. de Lorraine.

23 - résoudre des problèmes → "utilisateur-machine". → en utilisant une démarche informatique dans la mise au point de programmes d'utilisation de la calculatrice.

Exemples :

21 : - c'est l'objectif de toute la 1ère partie des activités citées précédemment,

22_1: - le programme

permet de visualiser le rôle des puissances de dix dans la multiplication.

22_2: - Quand l'élève s'aperçoit, après plusieurs essais, que, pour répondre à la consigne de modification de la deuxième décimale sans changer les autres,

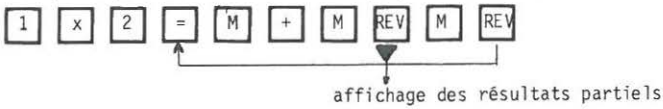
il peut choisir 0.01 et l'addition en facteur constant
il peut additionner 0.02 ou 0.03 ou 0.04
ou soustraire 0.01 ou 0.02 ou 0.03 ou 0.04 ou 0.05

mais qu'il modifie la première décimale en poursuivant le procédé, cela donne indéniablement du sens à la place de chaque chiffre.

23 et 12 :

- Après lecture de la légende de l'échiquier (1) on propose le problème suivant: "Quel aurait été le nombre de grains de blé distribué en tout par l'empereur Chiram s'il s'était arrêté à la 10ème case ? à la 15ème case ? ..."

Une réponse possible réside dans le programme suivant :

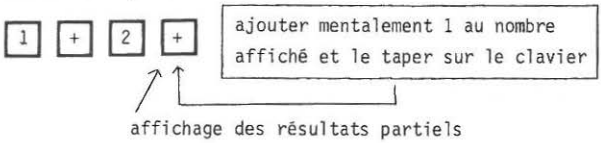


(1) référence : "La mathématique vivante" PERELMAN chez CEDIC . voir aussi ex 10 page 120

La réponse apportée par les élèves est basée sur la relation

$$1 + 2 + 2^2 + \ldots + 2^{n-1} = 2^n - 1$$

qu'ils ont découverte empiriquement au hasard de leurs manipulations ; le programme correspondant est le suivant :



SITUATION VECUE DANS UN CM1 / CM2

L'Ecole[1] disposant d'un budget suffisant, les élèves du CM ont pu avoir chacun une calculatrice 4 opérations avec mémoire et touches $\boxed{\sqrt{x}}$ et $\boxed{x^2}$

La première phase a été une familiarisation avec le maniement de la machine (reconnaissance des touches et analyse des afficheurs - comment s'affiche un nombre entier ou décimal ? - variation de l'affichage selon que la touche est numérique, opératoire ou de stockage).

Le thème exploré a porté sur la divisibilité :

listes de nombres de la forme kn

listes de nombres de la forme a + kn

La calculatrice permet la construction rapide de listes de multiples d'un nombre, par une addition réitérée instantanée.

Les élèves utilisent des calculatrices avec existence de la constante sur l'addition.

ce que je fais	ON	5	+	=	=	=	= .....
ce qui s'affiche	0	5	5	10	15	20	25 .....

La situation portant sur des listes de la forme a + kn est intervenue dans la classe après observations et échanges sur des listes de multiples. Jacques propose de commencer par autre chose que zéro, en gardant la constante:

ce que je fais	ON	3	+	5	=	=	=	=	=	=
ce qui s'affiche	0	3	3	8	13	18	25	28	33	38

A ce stade, on introduit la situation problèmatique suivante :

"Existe-t-il dans cette liste un multiple de 9 ?
- oui : 18
- quel est le suivant s'il existe ?
- il existe : c'est 63
- peut-on trouver le suivant ?"

(1) Ecole publique 82 Parisot

Les enfants, face à cette nouvelle situation sont amenés à allonger leur liste de nombres, tout en étant vigilants aux critères de divisibilité par 9.

Ils amènent ainsi 108, 153, 198, ... jusqu'au moment où l'analyse se déporte sur la formation de cette nouvelle liste de nombres.

On abandonne momentanément la calculette pour émettre des hypothèses sur la règle (si elle existe ?) qui permet de former cette liste : le nombre 45 est avancé "45 = 9 x 5

- Oui mais 108 n'est pas multiple de 5 !
- 108 est multiple de 9, et si on lui enlève 3 il est multiple de 5
- c'est vrai pour tous."

On ne démontre pas ; on en reste au constat, mais il n'est pas impossible d'envisager pour plus tard une théorisation.

A ce moment on incite à une analyse plus fine ,

Ce qu'on vient de dire pour les multiples de 9 de cette liste, est-ce qu'on pourrait le dire pour les multiples de 4 ?

Les recherches des multiples de 4 dans la liste : 3, 8, 13, 18, 23, 28, ... vont bon train. Les enfants arrivent à trouver : 8, 28, 48, 68, ...
Certains s'attendaient à un écart de 45 entre les nombres de cette liste !
"Et si on recherchait les multiples de 4 dans la liste : 18, 63, 108, 153, 198, ... ?"

On arrive à une nouvelle liste, l'écart entre ces nombres est de 180.
Pourquoi ? "c'est parce que 5 x 9 x 4 = 180 !
- ce sont des multiples de 9 et de 4 et sont multiples de 5 quand on leur enlève 3.
Le chiffre des unités est toujours 8 - c'est vrai .

108, 288, 268, 648, 828, 1008, 1188, ..."

Grâce à la calculatrice les nombres sont réellement vécus dans la classe en amenant une activité réelle de chacun.

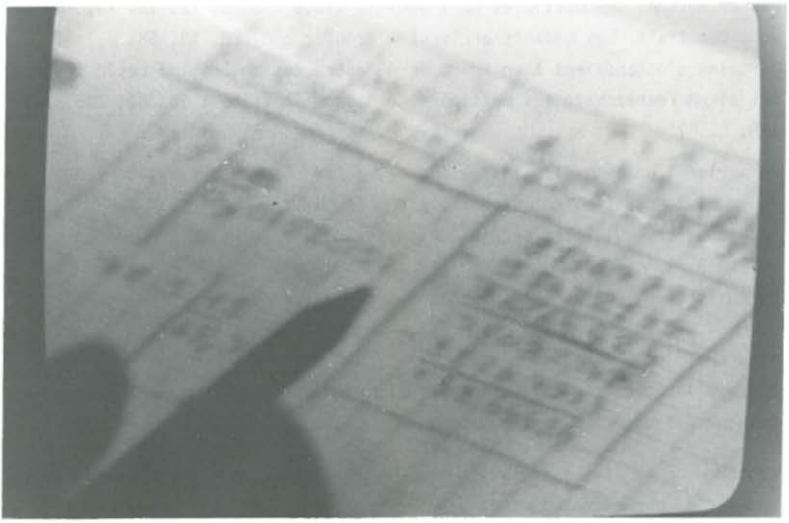
Le thème de la divisibilité s'ouvre sur bien d'autres thèmes : celui de la numération par exemple.

... Si l'on suit la liste précédente jusqu'à saturation de la machine (999 99828) et si l'on souhaite encore continuer, il suffit de calculer le chiffre des unités à la main et de raisonner à la machine sur le nombre en tant que dizaines :

ce que je fais	9999982	+	18	=	=	=	
ce qui s'affiche	9999982		18	10000000	10000018	10000036	...

Ce qui donne la liste :

99999828 ; 100000008 ; 100000188 ; 100000368 ; .....



UTILISATION DE LA TOUCHE ÷ DANS UN CM2

La séquence décrite ci-après essaye de mettre en évidence :

- l'utilisation de la calculatrice comme outil de motivation
- la démarche expérimentale utilisée par les enfants
- l'attitude des enfants face à la machine (remise en question)

Il nous a semblé que seul le dialogue réel des enfants pouvait en rendre compte. La séquence relatée peut sembler longue (1H45) mais l'intérêt était réel et très soutenu jusqu'au bout, et l'apprentissage du calcul manuel (souvent rébarbatif ?) réellement motivé.

OBJECTIFS :

* Revoir les notions de quotient exact, approché, entier, décimal...
* Revoir la technique de calcul d'un quotient décimal de deux naturels.

METHODE :

* Observation de l'affichage donné par la calculatrice : hypothèse d'interprétation ⟶ expérimentation ⟶ conclusions.
* Travaux par groupes, puis synthèse.

- DEROULEMENT DE LA SEQUENCE -(1) (2)

1° Position du problème

o- Aujourd'hui, nous n'avons que 9 machines. Il y a un absent, nous sommes 28. Comment nous répartir ?" - On peut diviser 28 par 9 ; 28 | 9 1 | 3 on fera des groupes de 3 et un de 4. - Si on faisait des groupes de 4, y'aurait pas besoin des 9 machines... - A trois, aussi, on peut mieux travailler... - On pourrait aussi en prendre chacun, et puis changer après...	Les enfants sont conscients que le problème admet plusieurs solutions, mais les habitudes priment : - on reproduit d'abord la situation donnée par la division (partage équitable de toutes les machines). - les autres solutions sont rejetées (il faut que tous travaillent dans les mêmes conditions).

(1) Dans une Ecole primaire de Foix

(2) Dans la colonne de gauche : o- indique une intervention de la maîtresse
- indique une intervention d'élève

o- Comment traduire cela ?

- on divise 28 par 9
- on cherche le premier multiple de 9 ; c'est 27 : 9 x 3 = 27 27 : 9 = 3

là on a 28 : 28 = (9 x 3) + 1

$$\begin{array}{r|l} 28 & 9 \\ \hline 1 & 3 \end{array}$$

Retour sur la division euclidienne

- quotient entier (exact, approché), reste.
- adaptation au problème posé (la division donne 9 groupes de 3 et il reste un élève : on fera donc 8 groupes de 3 et un groupe de 4 élèves).

2° Comment pourrait-on faire encore ?

- on peut le faire avec les machines ?

o-Faites d'abord la première, 27 par 9

.....

- elle marque pas le reste !
- mais ... y en n'a pas
- si on refait 3 x 9 on retrouve 27

o-Ca veut dire ?

- que le quotient était exact

o-Et pour 28 par 9 ?

(Ce moment est attendu par tous !)

Pour la grande majorité des élèves aucune difficulté pour lier les deux opérations (a : b = c ⇔ a = b x c) : c'est devenu une habitude que de "faire la preuve".

Travaux par groupes (30 mn)

Quel que soit le groupe on observe :

*Etonnement - ah ??? c'est pas ça !... elle va pas la machine ! ...
- tu t'es trompé, recommence pour voir ?
- mais regarde, j'appuie sur les bonnes touches !
- là tu vois, c'est pareil !

nombreux essais - ah ???...
- ...c'est le reste qui est derrière ?

(réaction de la majorité des enfants)

*la touche [÷] est admise (sans le moindre doute) comme touche de division : la séquence a ÷ b = ne peut donner, à l'affichage, que quotient et/ou reste.

*On ne met pas en cause la machine (ou alors de façon très fugitive): "la machine, elle calcule juste ; mais elle fait des choses qu'on ne sait pas faire" - On vérifie ce que l'on a fait, on contrôle la suite d'actions - Devant la persistance du même affichage, on cherche alors à l'interpréter en émettant des hypothèses et en les testant.

*Tous cherchent alors à prouver leurs hypothèses (parfois par plusieurs méthodes)	Voir exemples de travaux
. en faisant d'autres divisions 29 ÷ 9 ... ça marche encore - on recommence pour voir 14 ÷ 3 ... ça ne marche plus DONC "c'est pas le reste qui est écrit à droite"	→ On compare calcul machine/calcul manuel mais on fait mal le lien entre le quotient entier connu et l'affichage.
. en refaisant le produit : cela montre qu'on n'a qu'un quotient approché on calcule le "reste" soit à la main, soit à la machine.	→ On admet implicitement que l'affichage représente un quotient. On vérifie que ce quotient n'est qu'approché mais cela ne permet pas de donner une signification aux chiffres écrits à droite de la virgule.
. en calculant manuellement (avec d'autres nombres ; et pour ceux qui se souviennent de l'algorithme de calcul d'un quotient décimal approché).	→ On prouve que l'affichage représente le quotient approché (au ... près). On interprète alors aisément ce qui est affiché.
3° Mise en commun - Synthèse (1 heure)	
① - On a fait 28 divisé par 9... la machine elle donne 3...un million... - t'as sept 1 - trois virgule ... - trois point et sept 1	*Un élève vient exposer le travail de son groupe. Les autres contrôlent, discutent les propositions et viendront les compléter ensuite.
∘- Conclusion ? - elle donne pas le même résultat que nous, ça vient pas de la machine - non, toutes les machines ont donné pareil - mais, on retrouve le 3 et le 1 ∘- Le 3, on l'avait trouvé. C'est peut-être le même - et tous ces 1, là ?	→ Difficultés de lecture de l'affichage : on a davantage envie d'épeler le nombre que d'utiliser la numération orale (écritures différentes ? - influence de la vie courante : nombreux "numéros"?). 1ère hypothèse : 3 est le quotient 1 est le reste - il est répété plusieurs fois.

- Je crois que la machine, elle continue pour donner 8 chiffres, pour tout remplir...
- c'est le 1 du reste.
- mais t'as toute une colonie de 1 !
- là y en a 7... il reste pas 7 élèves
- quand on a voulu faire la preuve on n'a pas trouvé. On a remultiplié par 9 et on trouve 27 avec six 9 (1)
- nous, on a fait autrement. On a fait une division où le reste était 2
- nous aussi - on a fait 29 par 9 et ça marche encore.
- nous, on a pris 14 et 3... on l'a fait à la main, on trouve 4 et il reste 2, à la machine ça donne 4, 6666666 ALORS ça veut pas dire le reste ON EN EST SUR !

- ... qu'est-ce que c'est que ça ?
- si ... nous, on a fait 50 divisé par 7 , 50 ÷ 7 = 7, 1428571 et à la main il reste 1.
  On a voulu faire la preuve, ça fait pas 50, mais 49 et que des 9
- c'est toujours plus petit que ce qu'il faut trouver
- et y a toujours que des 9 ...
- nous, on avait pris 36 par 7 et c'est pareil dans les décimaux ! 36 ÷ 7 = 5.1428571 et en multipliant par 7 : 5.1428571 x 7 = 35.999999

o- Peut-on tirer une conclusion ? les nombres que nous avons là, à droite du point ?...

- c'est pas les restes !
- à la preuve, on trouve toujours des nombres inférieurs,

...contestation en revenant au problème initial,

...on utilise l'affichage comme un nombre-quotient, mais ce n'est encore qu'un jeu numérique. La "preuve" ne permet pas d'expliquer l'affichage.

Tests en modifiant les données
- recherche du reste par calcul manuel
- observation de l'affichage

↓

rejet de cette 1ère hypothèse

La méthode employée (et peut-être la contradiction apportée) en laisse quelques-uns perplexes. (On écrit au tableau en même temps en codant différemment ce qui est frappé et ce qui est affiché). On écrit alors les "preuves" rencontrées.

3,1111111 x 9 = 27,999999
4,6666666 x 9 = 13,999999
7,1428571 x 9 = 49,999999

→ approche de la notion de quotient approché.

(1) Certaines machines donneraient ...28, ce qui poserait d'autres problèmes aux élèves... et à l'enseignant.

(2) - moi j'sais pourquoi ... nous, on a trouvé que la machine, elle essaye de trouver quelque chose sans reste... Alors, elle continue de plus en plus, le plus possible ; mais comme y a que 8 chiffres, elle est obligée de s'arrêter.

2ème hypothèse

- existence d'un quotient décimal
- contraintes de la machine.

↓

Test par calcul à la main

o- Si elle avait plus de 8 chiffres, elle y arriverait ?

- oui, faudrait beaucoup de chiffres
- non, elle (la division) est infinie. on abaisse les zéros, y a toujours un reste ... on l'a fait à la main

o- vous arrivez à un quotient exact ?

- non, y a toujours un reste, mais on a obtenu le même quotient que sur la machine.

Interruption de classe : pendant la récréation, les discussions passionnées continuent, chacun défendant son hypothèse, expliquant aux autres papier et crayon en main dans la cour et dans les escaliers ! l'intérêt n'est pas prêt de tomber !

o- Il faudrait expliquer pourquoi vous avez pu retrouver cela, comment vous avez procédé.

- on a fait 15 ÷ 7 ; on a trouvé 2.1428571 après, on a décidé de la faire sur le brouillon pour voir si la division était exacte.

(explications au tableau par l'élève)

15 | 7
1 | 2

ça c'est qu'une partie de la division, pour la faire tomber exacte, il faudrait ajouter un zéro

on reprend alors pour la majorité de la classe une justification de cette technique (on partage les dixièmes, les centièmes...) technique rencontrée en CM1 et bien oubliée depuis ! (non réutilisée mais aussi non comprise sur le moment).

```
15        | 7
 10       |-------
  30      | 2 1428571
   20     |
    60    | - la machine s'est arrêtée
     40   | là parce qu'elle ne peut pas
      50  | faire plus de 8 chiffres, mais
       10 | nous on peut continuer !
        3 |
```

---supériorité de notre algorithme manuel.

- elle pourra jamais être juste cette opération !
- on retrouve le 4 après
- ça va refaire pareil, on va retrouver le 1, le 4, le 2, le 8,
- c'est toujours les mêmes nombres à diviser, alors ça finira jamais.

.....

---découverte (par quelques élèves) de la périodicité.

on décide alors d'arrêter l'opération (il y a autant de quotients approchés que l'on veut). On lit le résultat (rang de chaque décimale). On cherche quel serait le reste (milliardièmes). On vérifie en faisant la "preuve" (a=bq+r avec q et r décimaux).

(Retour au problème initial)

- on l'avait trouvé,ça, avec le 28 on avait continué l'opération comme tout à l'heure.

.....

- on trouve bien la même chose.

o- Conclusion : ici, on n'a que des quotients approchés ; la machine s'arrête quand il y a 8 chiffres à l'affichage ; à la main, on peut aller plus loin.

On revérifie (au tableau et chacun sur le brouillon) : utilisation de l'algorithme précédemment (re)mis en place à propos des données du problème (28 et 9) et des autres exemples cités.

③ - et aussi, ... quand on voit des chiffres après la virgule, ça veut dire qu'il y a un reste.

← 3ème hypothèse
↓
tests avec d'autres données
(tous essayent calcul machine / manuel)

o- Il me semble qu'une équipe avait trouvé une division où il n'y avait pas tant de chiffres ?

- on avait fait 41 divisé par 20, y avait que 3 chiffres
- 41 ÷ 20 ... 2.05

quelques difficultés techniques (0 intermédiaire au quotient) : révision de cette technique.

o- il y a des chiffres après le point, là ... est-ce que ça veut dire qu'il y a un reste ?

- nous, on s'arrêtait à 2, alors on avait un reste, la machine, elle, elle a utilisé le reste.
- à la main, nous aussi ce reste c'était pas zéro, alors on peut continuer
- mais après, ça tombe juste, c'est comme la machine.
- alors... ce qu'on avait mis, c'est faux ! nous, on avait écrit "la machine se débrouille pour trouver un résultat qui tombe juste." c'est pas vrai- là, pour 41 et 20 oui, mais tout à l'heure, non.

o- Conclusion de tout cela ? la machine continue l'opération. Si elle trouve un reste nul avant les 8 cases, elle arrête sinon, elle continue pour remplir les 8 cases. On a un quotient approché

- nous tout à l'heure, on avait réduit le nombre, on n'avait pris que 3,1 au lieu de 3 et les sept 1 3,1 x 9 ça faisait 27,9.

o- alors, quel est le plus approché ?

- celui de la machine
- celui avec beaucoup de 1. Il se rapproche plus du vrai résultat.

o- on a parfois intérêt à continuer plus loin pour avoir un quotient plus près de la vérité ?

- ça dépend des problèmes. Si on parle de francs...
- alors là, on arrête aux centimes

o- et ce matin ?

- avec les 28 élèves ? on arrête aux entiers !

$$\begin{array}{r|l} 41 & 20 \\ 100 \cdot & 2.05 \\ 00 & \end{array}$$

Chaque groupe recontrôle ses hypothèses émises et éventuellement les rejette.

Approximation du quotient
(fera l'objet d'autres exercices)
existence implicite du rationnel
$\frac{28}{9}$

- la machine elle sait pas si c'est des personnes
- elle calcule vite, mais elle ne nous dit pas ce que c'est
- et puis, elle arrête à 8 chiffres nous on sait aller plus loin !
- mais, dans une grande division (avec des grands nombres), elle nous aiderait bien en faisant toutes les multiplications qu'il faut essayer ! on aurait quand même les restes, parce que là, elle les donne pas.

Avantages et limites de la calculatrice

- Elle calcule vite mais n'interprête pas et est limitée
- supériorité de l'algorithme manuel (nombre illimité de décimales, connaissance des restes).
- aide intermédiaire dans certains calculs

⇓

"la machine peut nous aider mais ne nous remplace pas "

Quand il y a un reste il marque 8 chiffres dont 7 1c'est à dire le reste et le quotient

28 | 9 Le 3 est le quotient et
1 | 3,1111111 le 1 le reste (3,1111111)

44 | 3 on trouve maintenant
2 | 4,6666666 4,6666666
à la main à la machine → alors ce qu'on a dit c'est faux c'est pas le reste.

Suivant d'autres essais pour s'assurer que l'hypothèse initiale est et reste (ou division par 7, 5 ou 9)
Mais on ne sait pas formuler d'autre hypothèse

27 ÷ 9 =

3.

28 ÷ 9 =

3.1111111

on note différemment partie et périodique

Je remarque que le résultat est 3 mais après le trois on distingue 7 1

15 ÷ 7 =

2,1428571
× 7
= 14,999999

La machine se débrouille pour trouver toujours une opération sans reste
Elle continue jusqu'à ce que ça fasse juste

On essaye 10÷4 = 2,5 " 2,5×4 = 10 . on retrouve le 10 - sur la 2ème on ne retrouvait le 15...

Il faudrait qu'on puisse la compter
La division 15 ÷ 7 = 2,1428571 sur la machine
On la fait sur le brouillon mais ce n'est pas un quotient exact.
La division sur la machine trouverait le résultat si elle pourrait trouver plus de 8 chiffres

alors, on trouve l'hypothèse précédente et

nous divisons 28 par 9 -
Le quotient est 3,1111111
le groupe dit: elle est infinie. On voit qu'il y a un reste

Multiplions ce chiffre par 9
Le resultat est 27,999999
Tous les 1 après la virgule c'est ce qu'il y a entre 3 et 4

on admet l'existence du quotient

3 × 9 < 28
4 × 9

27 : 9 = 3. le resultat est 3. La machine ne marque pas le reste. preuve : 3×9=27
28÷9 = 3,1111111. cette division ne se termine pas
preuve : 3,1111111 × 9 = 27,999999
le resultat n'est pas 28 mais 27,999999
3,1 × 9 = 27,9
en reduisant 3,1111111 en 3,1 nous trouvons 27,9

50 | 7

50 ÷ 7 = 7,1428571
7,1428571 × 7 = 49,999999

" Ce sont tous des quotients approchés - on le retrouve à la main - ça ne se finit pas "

DES ACTIVITES A EXPLOITER SUR CALCULETTE

Mise en garde : toutes les machines ne réagissent pas de la même façon !

(1) Addition simplifiée pour obtenir les multiples de 12345679

[12345679] [+] [=] [=] [=] [=] [=] [=] [=] Observer les chiffres des nombres obtenus à chaque [=] . Calculer 9 x 12345679

(2) En utilisant la "technique" de la page 139, calculer 152587890625 x 65536

(3) En utilisant la division euclidienne (voir page 141)

10000000 = 81 x 123456 + 64
64000000 = 81 x 790123 + 37 "donc" $\frac{1}{81} = 0,\overline{012345679}$
37000000 = 81 x 456790 + 10

- Chercher les périodes de $\frac{1}{243}$, de $\frac{1}{729}$ ..($\frac{1}{3^n}$ a une période de longueur 3^{n-2})
- Chercher les périodes de $\frac{1}{19}$, de $\frac{1}{31}$, de $\frac{1}{127}$ (si p est premier différent de 2 et 5, $\frac{1}{p}$ a une période de longueur un diviseur de p-1)
- périodes de $\frac{22}{7}$, $\frac{333}{106}$, $\frac{355}{113}$ (Approximations de π)

(4) Pendant 50 minutes un véhicule roule à la vitesse de 75 km/h, puis pendant 2 h 25 il roule à la vitesse de 95 km/h, et enfin pendant 35 minutes il roule à la vitesse de 15 km/h.

- Quelle est la distance parcourue ?
- A quelle vitesse moyenne le trajet a-t-il été effectué ?

5

- Le bifteck coûte 31 F 40 . Il augmente de 3,5 %
  Quel est son nouveau prix ?

Le bifteck coûtait 31 F 40. Il passe à 33 F 80.
  Quel est le taux de cette augmentation ?

Sur un achat j'ai payé 37 F 30 de TVA au taux de 17,60 % sur le prix H.T.
  Quel est le montant T.T.C. de mon achat ?

6

Dans un rayon de supermarché, un même produit (de la lessive !) est conditionné de deux façons différentes :

paquets de 920 g au prix de 6F75
paquets de 1450 g au prix de 10 F 20

Laquelle de ces deux présentations est préférable pour l'acheteur ? Chiffrez l'économie réalisée par un choix judicieux.

7

Une somme de 10 F est placée au taux annuel de 6,5 %. Quel sera le montant capitalisé (capital + intérêts composés) du livret au bout de 100 ans ? Quelle hauteur, en billets de 500 F, cela représente-t-il ? (l'épaisseur d'un billet de 500 F est d'environ 1/20 de mm)

Reprendre le même calcul avec une durée de capitalisation de 300 ans (réponse en ce cas : environ 160 m)

8

- Le périmètre d'un carré est 37,28 m. Quelle est sa surface ?
  Un carré a pour surface 30 m^2 . Quel est son périmètre ?

9

- Ecrivez sur la machine un nombre entier ; obéissez aux instructions suivantes :

- si le dernier chiffre est 0, 2, 4, 6 ou 8, divisez par 2; sinon, multipliez par 3 puis rajoutez 1
- Recommencez l'opération : "si etc..."

Arrêtez-vous quand vous aurez obtenu 1 à l'affichage : il vous faudra peut-être beaucoup de temps pour arriver à 1, mais vous y arriverez un jour !

10

- Un échiquier comporte 64 cases (8 sur 8). Sur la première case, on pose un grain de blé ; sur la seconde case, on pose deux grains de blé ; sur la troisième, quatre grains de blé etc... par doublements successifs.

  - Y-a-t-il une case avec environ 1 000 grains ? Si oui, quel est son numéro ?
  - Sur quelle case posera-t-on le millionième grain de blé ?

11

Combien (approximativement) de secondes aura vécu un individu qui meurt à 75 ans ?

12

Au cours d'une année les prix ont augmenté de 15 % et les salaires ont augmenté de 20 %.

- Quel a été au cours de cette année la progression du pouvoir d'achat ?

Note : Ce calcul n'est pas aussi simple qu'on pourrait le croire ! Pour le faire, imaginez qu'en début d'année, une heure de travail permettait l'achat de 10 kgs de pommes de terre et posez-vous la question suivante : à la fin de l'année, avec une heure de salaire, combien pourra-t-on acheter de pommes de terre ?

Même problème, mais les prix ont augmenté de 10 % et les salaires de 3 % seulement.

13

- Au cours d'une année, les hausses mensuelles de l'indice des prix ont été les suivantes :

Janvier : 1,2 %	Février : 1,3 %	Mars : 0,9 %
Avril : 0,5 %	Mai : 0,8 %	Juin : 0,8 %
Juillet : 1,1 %	Août : 1 %	Septembre : 1,4 %
Octobre : 1 %	Novembre : 0,8 %	Décembre : 0,6 %

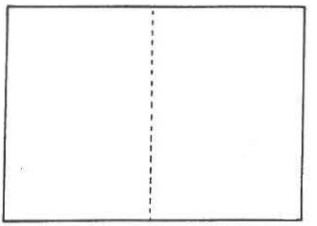
- Quelle a été pour l'année la hausse de l'indice ?

14

- Le format d'une feuille de papier est (en cm) 21 x 29,7

.On la plie en deux : Le format et le demi-format ont même rapport $\frac{\text{Longueur}}{\text{Largeur}}$!

Quel intérêt ?



Elevez au carré ce rapport $\frac{\text{Longueur}}{\text{Largeur}}$

Que constatez-vous ?

Quelle est la surface totale de 16 feuilles de ce format ?
Quel intérêt ?

15

On considère la vue de profil d'une maisonnette (fig. 6). Calculer :

1) L'aire de la surface à crépir.

2) La pente de la toiture.

3) La longueur AB de la toiture. (les cotes sont données en mètres).

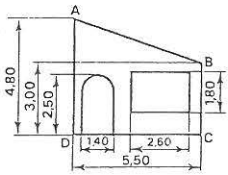
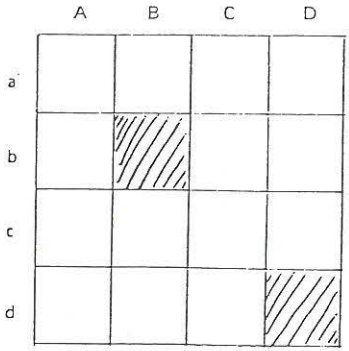


Fig. 6

16

NOMBRES CROISES



Horizontalement

a : multiple de 5 de la forme 2 + 9 k

b : PGCD de d et b'. b' : diviseur de C

c : de la forme 16 + 99 K

d : Puissance de 2

Verticalement

A : multiple de 33

B : nombre premier. B' : multiple de 19

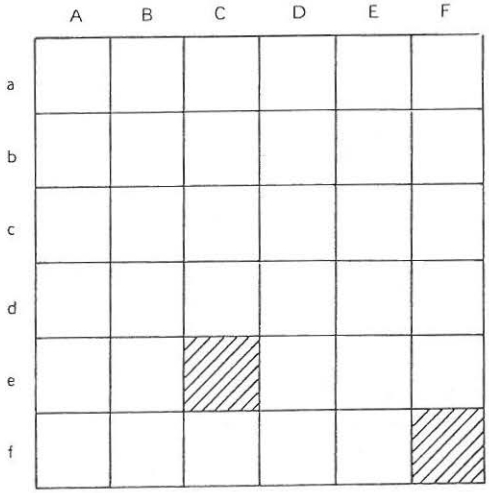
C : Puissance quatrième

D : divisible par 9

Note : la règle est la suivante : le nombre 17 ne sera jamais écrit 017.

17

NOMBRES CROISES



HORIZONTALEMENT :

a : c'est un multiple de e'

b : multiple de 11

c : multiple de 7

d : c'est une puissance cinquième

e : divise f ; e' : carré d'entier

f : multiple de 333

VERTICALEMENT :

A : presque la moitié de B

B : c'est une puissance de 7

C : c'est un diviseur de D

D : c'est une puissance quatrième

E : 14 fois un carré d'entier

F : c'est une puissance sixième

Note : la règle est la suivante : le nombre 17 par exemple ne sera jamais écrit 017

Et un peu de lecture chiffrée pour terminer...

- Ecrivez les nombres suivants. A chaque fois, retournez votre machine. et "lisez"

535509	1.07734	53705	5310	
535508	37738	530705	35508	
35079	533809	31530039	533510830	53391780530

Amusez-vous à trouver des nombres analogues.

- Affichez 0.553, retournez votre calculatrice et "lisez", remettez votre calculatrice en position normale, multipliez par 31, divisez par 7, multipliez par 499, divisez par 79, divisez par 2 (ça doit pouvoir se simplifier, tout cela), retournez et lisez .

On peut fignoler en divisant le dernier résultat par 10 et en ajoutant 710.

Un, deux, trois,
Il y avait sur le toit,
Quatre, cinq, six,
Une poulette en chemise,
Sept, huit, neuf,
Qui, sans casser un seul œuf,
Dix, onze, douze,
Avec un peu de saindoux,
Quatorze, quinze et dix-sept,
Voulait faire une omelette.

Où est treize ?
Où est seize ?
Comptez sur vos doigts, Thérèse.

Comptine

INTERMEDE
... HISTORIQUE

LE CALCUL AU MOYEN-AGE

Dans son programme de 789, Charlemagne a inscrit le comput, mot qui signifie soit calcul (calculatio) soit plus précisément étude du calendrier. Les textes législatifs capitulaires et les statuts synodaux rappellent : "Que les prêtres sachent le calcul (calculandi peritia) et apprennent cet art à leurs clercs".

Sous le nom de Computus minor, on désigne l'étude des épactes, des concurrents, des réguliers, du style pascal, ce qui paraît déjà de haut niveau pour les enfants. Aelfric Bata nous fait assister à un début de leçon de comput bien modeste :

— "Jeune homme, quel jour est-on ?"
— "Je pense que c'est dimanche".
— "Combien de jours dans les semaines ?"
— "Je ne sais".
— "Quelle est la lune aujourd'hui ?"
— "Je ne sais. Je ne l'ai jamais appris".
— "Combien y a-t-il de jours lunaires dans un mois ?"
— "Tantôt 30, tantôt 29".
— "Sais-tu les compter ?"
— "Non".
— "Apprends-le par cœur",
...etc.

Nous verrons plus loin que c'est au niveau secondaire que l'étude du "comput ecclésiastique", comme on le nomme, doit être abordé véritablement.

Les clercs et les moines devaient au moins connaître le calcul élémentaire, ne serait-ce que pour jouer un rôle dans l'administration de leurs biens et la rentrée de la dîme. Les opérations s'apprenaient par la pratique. Pour l'étude des fractions (partes numeri), l'ouvrage du romain Volusius Maecianus, connu de Bède, est repris sans grand changement par Abbon de Fleury au Xème siècle.

L'élève était initié à de petits problèmes qui sont présentés comme des jeux. Alcuin avait adressé à son royal élève quelques "figures et subtilités arithmétiques pour qu'il s'en amuse". Il s'agit de devinettes avec leurs solutions, telles ces propositiones ad erudiendos juvenes que l'on attribue à Alcuin :

"Trois frères ont chacun une sœur, les six voyageurs arrivent à une rivière, mais un seul bateau ne peut contenir que deux personnes. Or, la morale demande que chaque sœur passe avec son frère. Comment vont-ils faire ?" C'est l'histoire du loup, du chou et de la chèvre de notre enfance. Ou bien : "Six ouvriers sont engagés pour construire une maison. Parmi eux, il y a un apprenti. Les cinq hommes divisent le salaire de vingt-cinq deniers par jour, moins le salaire de l'apprenti qui représente la moitié du salaire de chaque ouvrier. Combien chacun recevra-t-il ?"

Chapitre IV

CALCULATRICES, AUTRES DISCIPLINES, ET VIE QUOTIDIENNE

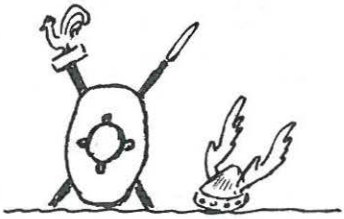
— Hum Vercingétorix est mort vers – 46 à l'âge de 27 ans hum ! Quand diable est-il né ce héros ? ce'te question !

Vite, ma calculatrice... Alors j'allume... çà y est 0 ... hum... off/on, c'est plus sûr... Toujours 0, bon... moins 46 ... Tiens, j'ai dû oublier le moins... Allons, clear, çà marche. moins 46 ... ?? M'dame j'peux pas taper... M'dame ? zut, elle est au fond de la classe... et c'est toujours avec les mêmes ... M'dame !... ah çà y est, à moi... M'dame j'peux pas taper moins 46... qu'est ce qu'elle dit ?... j'entends rien. Ah oui y faut taper le moins après ? Si elle le dit... Allons dépêchons-nous... Dagobert, mon cher, tu aurais dû y penser... Je refais off/on... deux fois, çà coûte rien... hum, 46 moins ... Ah çà alors !... M'dame M'dame ! çà change rien je peux pas mettre le moins devant... Hein ? la touche plus/moins ? Quelle touche plus/moins ? Le changement de signe ? Bon, c'est reparti... off/on 46 ... hum, la touche plus/moins maintenant... c'est pas çà... c'est pas çà... où est-elle ? ... Mais j'l'ai pas ! M'dame ? ... zut, elle est repartie !

Pierrot, file-moi ta calculatrice deux minutes... off/on, 46... ah! plus/moins ... çà y est, çà marche... ouf... moins 27... Hé qu'est c'qui s'passe... c'est tout éteint ! off/on, off/on ... Pierrot y a plus rien... les piles ? quoi les piles ??

— *Dagobert, quelle est votre réponse ?*

— M'dame, si j'en crois ma calculatrice, il est jamais né, c't'homme là !



AUTRES PROBLEMES, AUTRES DISCIPLINES, ...

Si l'enfant sait calculer, d'autant mieux qu'il saura utiliser sa calculatrice, il pourra appréhender d'autres disciplines, avec un réalisme qui lui est actuellement inhabituel.

Tout enseignant sait (Ceux dont le domaine est l'Histoire et la Géographie me contrediront-ils ?) que l'enfant se situe malaisément dans le temps et l'espace.

La durée d'un événement, le temps écoulé depuis cet événement, sont des notions qui lui sont étrangères.

– Quand a eu lieu la guerre de cent ans ?

Cette simple question pose (au moins) deux problèmes:

1) Il y a six cents ans.
2) Une guerre qui dure cent ans.

Toute étude de l'histoire considérée comme une suite d'événements dont les conséquences des uns deviennent les causes des suivants (compte tenu de l'évolution des rapports des forces socio-économiques) implique l'idée de durée et de temps écoulé. Sans avoir à retenir de listes de dates, et même en faisant de l'histoire diachronique, il apparaît comme nécessaire de dater les événements, comme référence dans le temps.

Or quel est pour l'élève son référentiel de durée ? Ce peut être son âge, l'année scolaire, les vacances de l'année dernière, et celles de l'année d'avant ..... et celles d'il y a deux ans, trois ans .... etc... L'âge de son père, de sa mère, de ses grands parents (nés en ?), avant ou après la dernière guerre ?

Mais ce peut être aussi le temps écoulé entre deux événements du passé, leur non-simultanéité....

Quelques exercices dans **Z**, utilisant les données biographiques de la vie d'Euclide, de Pythagore, d'Archimède ou de Jules César et Vercingétorix, par exemple, nous renseigneront quant à l'idée que les élèves de dix à quatorze ans se font du passé.

Pourquoi ne pas les aider tant soit peu, par des exercices simples, à structurer dans le temps les connaissances historiques qu'ils acquièrent ?

Du temps, passons à l'espace.

Comment, en voyant un globe terrestre ou une carte de Géographie, l'élève imagine-t-il ou prend-il conscience de la réalité ?

La notion de proportionnalité, donc d'échelle, peut lui être donnée par les photographies ou films pris d'hélicoptères, d'avions ou de satellites.

La facilité d'opérer des calculs lui permettra de comparer des distances, des aires.

Mais c'est surtout les travaux, à propos des statistiques diverses considérées comme des données, (mouvements démographiques, débits comparés des fleuves; productions agricoles et industrielles, etc...) que des exercices variés, nombreux, utiliseront avec profit la calculette quatre opérations.

De nombreuses possibilités d'activités mathématiques sont offertes par la biologie, la géologie, les sciences physiques et leurs interactions.

Outre les problèmes d'échelles et de distances évoqués plus haut, les notions de masse, poids, masse volumique, densité, sont liées aux différents aspects des communications terrestres et spatiales.

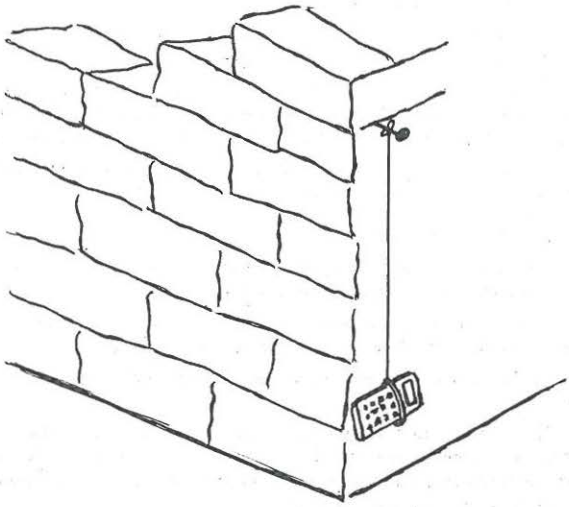
L'audio-visuel et ses aspects un peu techniques: photo, cinéma, télévision, disques et enregistrements fournissent également une masse de thèmes.

Par le biais de problèmes mathématiques très divers, nos élèves prendront conscience des aspects réalistes d'autres disciplines indispensables pour appréhender, pénétrer et comprendre leur environnement.

Les calculettes ? En libérant du calcul fastidieux, elles laissent l'esprit libre pour poser et comprendre l'aspect fondamental des disciplines enseignées.

La nécessité de la recherche d'une solution enclenche le processus de réflexion nécessaire à l'organisation et l'ordre des calculs, en fait à l'algorithme.

L'interdisciplinarité, bien conçue, invitant nos collègues des autres disciplines à utiliser ces petits outils de calcul, peut alors s'épanouir et contribuer à consolider la cohésion des connaissances acquises, par les élèves, au cours de leur scolarité.



LES CALCULETTES, LA VIE QUOTIDIENNE .... ET LES MATHEMATIQUES !

Ne nous offusquons pas ! oui, ... et les Mathématiques ! Les mots, dans le titre de cet article, sont volontairement ordonnés. Pourquoi ?

Les calculettes sont dans les "poches" de la plupart de nos élèves, et bien des maîtres leur interdisent de les "sortir" en cours de mathématiques, voir de les apporter en classe.

C'est un tort de négliger, ou d'ignorer le remarquable apport pédagogique des calculettes quatre opérations, au niveau des classes de Mathématiques, de l'Elémentaire au Premier Cycle du Secondaire, notamment.

Ce "petit outil" (souvent reçu en cadeau, et d'un prix minime) va nous permettre des exploitations originales de données que les élèves rechercheront dans leur environnement quotidien scolaire et extra-scolaire.

Des études quantitatives ou qualitatives de prix, de productions d'objets, de résultats électoraux, de tirages de journaux, de données diverses de leur univers local ou régional : géographiques, sociologiques, économiques, nous fourniront des groupes de thèmes particulièrement riches et diversifiés.

A partir des résultats quantitatifs obtenus, on construira : des tableaux statistiques, des graphiques, dont on fera des analyses, des comparaisons et on envisagera peut-être des prévisions ...

Et les Mathématiques ? Elles sont présentes, et vécues de façon motivante par les élèves : calculs dans D ; manipulation de grands nombres ; calculs approchés et encadrements ; puissances de dix ; comparaison de grandeurs "comparables" ; évaluation des ordres de grandeur ; proportionnalité ; pourcentages ; calculs de moyennes simples et/ou pondérées ; analyse et tri de données ; organisation des calculs et priorité des opérations ; construction et lecture de graphiques de formes diverses ... etc ...

Voici un aperçu (non exhaustif) des notions mathématiques utilisées "en situation".

On pourra distinguer trois types de travaux :

a) Des exercices ponctuels : thèmes réduits étudiés sur un cours par un ou plusieurs petits groupes d'élèves (4 par exemple)

b) Des observations continues sous formes de "dossiers" durant l'année scolaire : Etudes sur des données fournies périodiquement par les élèves (relevés mensuels par exemple) faits par un, ou plusieurs groupes d'élèves

c) Utilisation de l'actualité.

Un exemple au moins dans chacun de ces trois cas paraît intéressant à développer. Reprenons :

a) En exercice ponctuel : étude d'un tableau statistique, le même pour tous, relevé par exemple dans l'Argus de l'Automobile.

- Comparaison de prix à cylindrées égales, calculs de pourcentages en plus ou en moins, calculs de moyennes, de taxes à ajouter aux prix hors-taxes, etc ...

- Etude comparative des poids et tailles des élèves de la classe nés la même année.

- Organisation de voyages scolaires, classes de neige ou nature... etc ...

b) Observation continue sous formes de dossiers :

Relevés par les élèves dans les divers magasins d'alimentation (épicerie ; self-service ; supermarché) de prix de quelques produits bien définis : plaques de chocolat au lait ; yaourts nature en pots de cartons ; confitures d'un même fruit ...

- pour chacun de ces produits, calculer le prix au kg, noter la date du relevé et le conditionnement (plaques de 100 g, 200 g ; paquets de 2, 3 ou 6 pots ; poids net dans chaque pot)

- Faire le suivi des produits choisis chaque début de mois dans les mêmes magasins. Hausses ? Baisses ? Pourcentages par rapport aux prix de septembre, aux prix précédents. Prix moyen d'un même article au même moment. Graphiques à construire. Analyse de ces graphiques ...

D'autres thèmes pourront être exploités :

- Variation des prix sur un an : d'une baguette de pain, du timbre d'affranchissement d'une lettre, d'un ticket de métro, du prix du litre d'essence ...

- Utilisation des données démographiques de la commune sur une décennie, sur plusieurs décennies.

- Evolution du tirage du ou des quotidiens de la région, périodiques divers, sur un temps déterminé.

- Gestion de la coopérative scolaire

- Etude comparative des budgets annuels successifs de l'établissement (notions de francs constants et courants exploitables selon le niveau des élèves)

c) l'Actualité.

- la Course transatlantique à la voile (unités marines de distance, de vitesse, les échelles)

- Calcul de répartition de sièges dans une élection nationale, européenne.

- Performances sportives lors de compétitions scolaires ou nationales.

- Manifestations locales diverses.

- Le SMIC - Méthodes de calcul.

Voyons un peu l'intérêt pédagogique de l'utilisation des calculettes dans ces domaines :

Rappelons d'abord, que les thèmes proposés ne sont pas nouveaux. Les maîtres des classes de transition ont souvent utilisé les enquêtes pour faire travailler les élèves par petits groupes, mais il leur était indispensable de morceler le travail, installant chaque groupe dans une partie de l'étude d'ensemble.

C'est là que la calculette intervient ; elle permet à chaque groupe de mener à bien l'ensemble du travail entrepris, de n' en perdre ni les buts précis, ni les objectifs généraux.

- Les calculs fastidieux, à la main (nos élèves les appellent "les grosses opérations") sont évités, l'attention des élèves est alors sollicitée par l'organisation des calculs, les méthodes utilisées pour obtenir, comparer, utiliser les résultats.

- Le temps ainsi gagné (non négligeable) permet de traiter un problème complet, pendant la durée d'attention de l'enfant, souvent limitée.

- Les thèmes choisis et la libération des calculs sont des motivations nécessaires pour développer l'esprit d'analyse, de comparaison pour aider nos élèves à comprendre le monde qui les environne.

- Enfin, on nous reproche de couper les élèves de la vie ! Les données de l'environnement quotidien, recherchées et fournies par les élèves seront utilisées, en révision des notions déjà étudiées et en prévision des programmes ultérieurs, comme du programme en cours.

Nos élèves, ayant acquis une certaine autonomie, possédant un outil de calcul, ont pourtant dans leurs recherches, leurs travaux, plus besoin de l'enseignant pour les guider, les conseiller et les aider dans l'exploitation, la régularité de la mise à jour des dossiers, la lecture des résultats, que lors d'un travail traditionnel (séance d'exercices classiques).

Le rôle du professeur est plus délicat, mais plus intéressant.

Essayez !

COMPTE TENU DE LA RÉÉVALUATION DU PRIX DE LA FARINE, DU TAUX ACTUEL DE TVA, DE L'INDICE INSEE, ET SI J'EN CROIS MA CALCULETTE. JE VOUS DOIS 1F53 EN NON 1,55 !

Chapitre V

CALCULATRICES ET INFORMATIQUE

1 – L'INFORMATIQUE PRESENTE DANS LES TRAVAUX AVEC CALCULETTES

Fait-on de l'informatique en utilisant une calculette ?

Si à la machine on se borne à faire [3] [5] [X] [4] [5] [=] ce n'est, à priori, que la transmission de ce que l'on écrit à la main, la touche [=] "donnant le résultat"...exact. Une simple opération ne présente pas d'intérêt informatique majeur si on en reste là.

• Il est possible par contre de commencer une initiation informatique en décomposant ce qui se passe en machine, en schématisant l'intérieur.

Touches	Affichage	Réserve	Mémoire des signes
3	3	0	
5	35	0	
X	35	35	X
4	4	35	X
5	45	35	X
=	1575	?	?

← partie visible → ← partie invisible → (boîte noire)

Les contenus du registre réserve (et la mémorisation ?) dépendant de la machine.

• On peut également écrire un <u>algorithme</u> général sous la forme :

```
Entrer  a et b
C ←  a + b
Ecrire C
fin
```

et faire de la programmation. Sur une machine à affichage A et mémoire

dynamique M par exemple, il est possible d'écrire un programme de calcul :

```
M ←— 35
A ←— 45
A ←— A X M
Ecrire A
fin
```

ou, plus généralement :

```
lire M
lire A
A ←— A X M
Ecrire A
fin
```

ce qui peut donner le programme machine :

Touches clavier	A	M
CM		0
35	35	0
M +	35	35
45	45	35
X	45	35
MR	35	35
=	1575	35

c'est déjà plus élaboré, cela fait appel à plusieurs notions informatiques intéressantes; séquentialité, effacement, variables, affectation, accumulation,... tant au niveau de l'algorithme qu'au niveau du programme machine.
Mais cela peut sembler un peu sophistiqué pour une opération "courante".

Prenons plusieurs exemples où se conjuguent organisation des calculs, réflexion informatique et utilisation d'une calculette.

Ex 1 Toute organisation des calculs relève d'une démarche méthodique, que cette organisation soit standardisée et schématisée sous forme d'organigramme ou non. Et qui dit informatique dit méthode dans l'organisation.

Ainsi, obtenir avec une calculette à 8 chiffres le résultat de 12345678 X 87654321 oblige à une réflexion et une organisation qui n'existeraient pas si, à titre de pensum évidemment, le maître demandait de "faire" cette opération à la main, la technique de la multiplication étant devenue automatique chez l'élève.

Selon la classe et le matériel on pourra par exemple :

- multiplier 12345678 par 8, puis par 7, puis par 6 etc...présenter ces résultats partiels correctement et réutiliser la calculette pour obtenir les sommes partielles puis le résultat final(cf.Brochure APMEP n°20 : Quelques Apports de l'Informatique à l'Enseignement des Mathématiques,chapitre 1).
  Il est intéressant,si la machine possède une mémoire M, d'y stocker 12345678 puis de faire [8] [X] [MR] [=]

  [7] [X] [MR] [=]

  etc...

  jusqu'à [2] [X] [MR] [=]

  Il est également possible d'utiliser le facteur constant pour obtenir les différents multiples de 12345678

  [12345678] [+] [=] [=] [=] .....

  et d'organiser la présentation de ces résultats pour obtenir le résultat définitif.

- Utiliser la distributivité et la multiplication par 10^4.

  $(\underbrace{1234}_{a}\ 0000 + \underbrace{5678}_{b}) \times (\underbrace{8765}_{c}\ 0000 + \underbrace{4321}_{d})$

  Calculer a x c , a x d, b x c, et b x d puis faire les sommes partielles et obtenir, comme plus haut, le résultat final (cf brochure APMEP n° 20).
  Ici également, par le stockage, il est possible de minimiser les manipulations.

a x c x 10^4 x 10^4	=	1 081 601 000 000 000
a x d x 10^4	=	53 321 140 000
b x c x 10^4	=	497 676 700 000
b x d	=	24 534 638
		1 082 152 022 374 638

Ex 2 Grandes divisions euclidiennes.

Il faut bien repenser en termes nouveaux l'organisation des calculs et la séquence à "traiter" sur calculettes pour obtenir le quotient et le reste de la division euclidienne de 5743279897542 par 657205 avec ici la difficulté supplémentaire que la calculette ne connaît pas cette division euclidienne !

$$a = b\,q + r \qquad o \leqslant r < b$$

Sur une calculatrice avec mémoire M il faut redécouvrir cette division euclidienne

		A	M
A ⟵ a ; M ⟵ b	----------	57432798	657205
A ⟵ A ÷ M	----------	87,389472	"
A ⟵ E(A)	--- q ----------	87	"
M ⟵ M x A	----------	87	57176835
A ⟵ a	----------	57432798	57176835
A ⟵ A - M	--- r ----------	255963	"

le programme lui même dépendant de la machine.
En utilisant plusieurs fois cet algorithme on obtient :

5 7 4 3 2 7 9 8 = 6 5 7 2 0 5 X 87 + 2 5 5 9 6 3

2 5 5 9 6 3 9 7 = 6 5 7 2 0 5 X 38 + 6 2 2 6 0 7

6 2 2 6 0 7 5 4 = 6 5 7 2 0 5 X 94 + 4 8 3 4 8 4

4 8 3 4 8 4 2 = 6 5 7 2 0 5 X 7 + 2 3 4 4 0 7

sous forme plus classique :

5 7 4 3 2 7 9 8	9 7	5 4	2		
2 5 5 9 6 3	9 7				
6 2 2 6 0 7	5 4				
4 8 3 4 8 4	2				
2 3 4 4 0 7					

6 5 7 2 0 5			
8 7	3 8	9 4	7

Ex 3 La notion d'<u>itération</u> est fondamentale en informatique. Dans l'enseignement des mathématiques on l'utilise très peu, les programmes n'étant pas à ce jour conçus en tenant compte de l'existence des calculatrices et de leurs possibilités.
Sans avoir en la matière l'efficacité du matériel programmable, il est cependant possible, avec une simple calculette, de "programmer des boucles" et d'en démonter le mécanisme et la conception.

Que ce soit l'étude d'une suite récurrente: u_0 donné, $u_n = F(u_{n-1})$; ou l'itération d'une fonction $x \mapsto F(x)$ à partir de x_0 le principe en est simple :

1) mettre la valeur initiale (u_0 ou x_0) dans A
2) appliquer F au contenu de A, résultat dans A
3) écrire A
4) recommencer 2 et 3.

Si dès le départ nous voulons introduire de façon simple et correcte ces notions, pour que cela soit transmissible sur tout matériel informatique, nous pouvons traduire le problème posé par :

```
lire A                 ....initialisation
faire n fois
      A ← F(A)
      écrire A         boucle
fin de boucle
      faire
```

A partir de là, pour écrire de façon détaillée l'algorithme et l'exécuter sur machine..., cela dépend et de F et de la machine !
Mais le principe sera toujours le même et on aura à résoudre les deux problèmes :

. comment initialiser le (ou les) registre(s) ?
. comment organiser la boucle elle-même ?

Sur une calculette, contrairement au matériel programmable où la boucle sera programmée, donc automatiquement exécutée, il faudra un comptage mécanique qui pourra par exemple se faire en notant à la main le nombre de boucles exécutées.

● Si F est définie par $x \mapsto \frac{x}{2} + 3$ le programme de calcul

devient :

```
Lire  A
faire n fois
        A ← A/2 + 3
        Ecrire A
fin de boucle faire
```

d'où un programme machine (x_0 = 10 puis x_0 = 1)

qui donne à l'exécution sur T I 1050

A
10
8
7
6.5
6.25
6.125
6.0625
6.03125
6.015625

A
1
3.5
4.75
5.375
5.6875
5.84375
5.921875
5.9609375
5.9804687

résultat approché

En poursuivant il s'avère que les deux suites "se stabilisent",la première à 6, la seconde à...5,9999999, ce qui s'explique très bien par le fait que pour une calculatrice à 8 chiffres comme la T I 10 50

$$\frac{5.9999999}{2} = 2.9999999 \text{ et } 6 + \varepsilon = 6 \quad \text{pour } \varepsilon < 10^{-7}$$

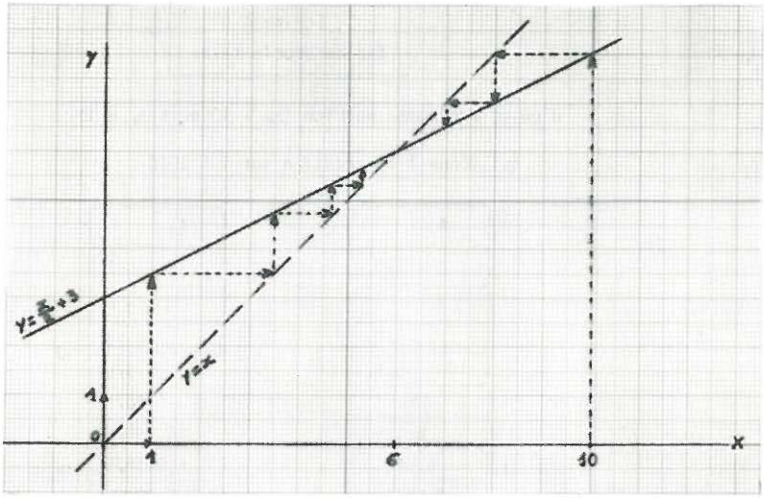
En tenant compte de cette nouvelle possibilité d'arrêt de boucle,on pourra écrire d'autres programmes :

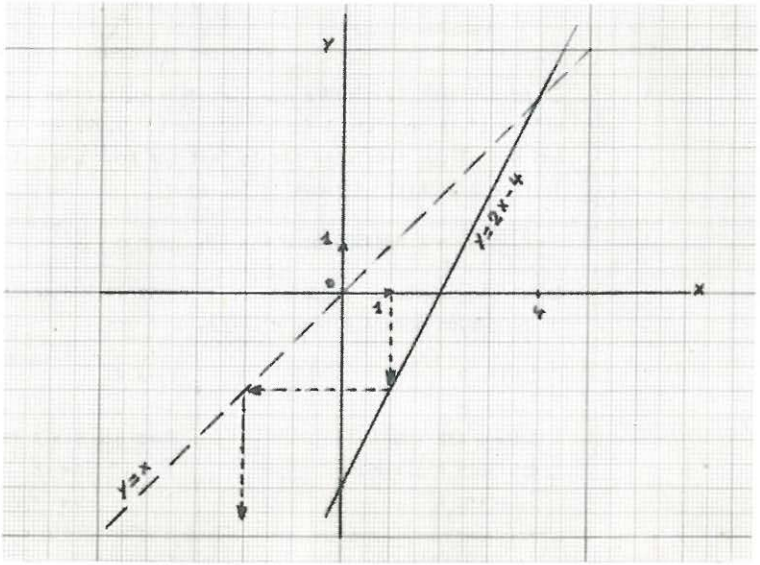
```
1.Lire B
2.A ← B
3.B ← A/2 + 3
4.Si B ≠ A aller en 2
5.Ecrire A
```

ou

```
Lire B
A ← 0
Tant que B ≠ A faire
        A ← B
        B ← A/2 + 3
   fin tant que
Ecrire B
```

Remarque : la suite des itérés de $x \longmapsto ax + b$ ne converge (vers $\frac{b}{1-a}$) que si $|a| < 1$. Ceci se démontre facilement et s'interprète géométriquement.





● Si F est définie par $x \longmapsto 1 + \frac{1}{x}$ $\quad x_0 \neq 0, \quad x_0 \neq -1$

```
Lire A
Faire n fois
      A ← 1 + 1/A
      Ecrire A
fin de boucle faire
```

Comment le programmer ?

- Si la calculatrice possède la touche $\boxed{\frac{1}{x}}$:

$\boxed{x_0} \rightarrow \boxed{\frac{1}{x}}\ \boxed{+}\ \boxed{1}\ \boxed{=}$

- Si la calculatrice ne possède pas cette touche $\boxed{\frac{1}{x}}$:

$\boxed{x_0} \rightarrow \boxed{\div}\ \boxed{=}\ \boxed{=}\ \boxed{+}\ \boxed{1}\ \boxed{=}$

La séquence $\boxed{\div}\ \boxed{=}\ \boxed{=}$ permettant en général d'obtenir l'inverse du nombre affiché, ce qui s'explique très bien à l'aide de la réserve et de la mémoire des signes (cf. page 49).

- Si on ne veut pas utiliser cet "artifice" et si on dispose d'une mémoire M, on doit organiser la boucle pour, partant de x_0, obtenir $1 + \frac{1}{x_0}$ et pouvoir recommencer dans les mêmes conditions. Prenons le cas le plus courant (mémoire dynamique M).

Partant de

A	M
x_0	

comment obtenir

A	M
$1 + \frac{1}{x_0}$	

?

Il faut stocker x_0, donc annuler M avant, puis calculer $1 + \frac{1}{x_0}$ ou $\left(\frac{x_0 + 1}{x_0}\right)$

	A	M
	x_0	
CM	x_0	0
M +	x_0	x_0
1	1	x_0
÷		
MR		
+		
1		
=	$1 + \frac{1}{x_0}$	x_0

ou

CM
M +
1
+
MR
÷
MR
=

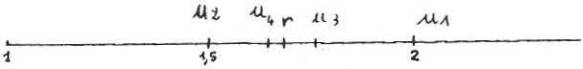
ou ...

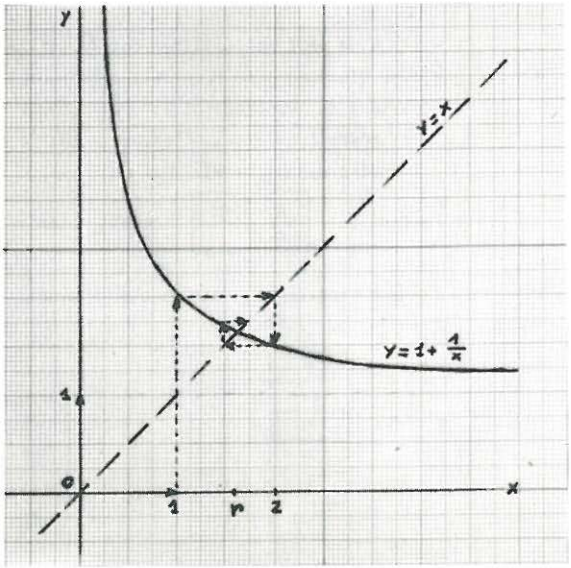
Pour $x_0 = 1$ on obtient

u_1	2
u_2	1.5
u_3	$1.\overline{6}$
u_4	1.6
u_5	1.625
u_6	1.6153846
u_7	1.6190476
u_8	1.617647
u_9	1.6181818
u_{10}	1.6179775
u_{11}	1.6180555

deux suites adjacentes convergeant vers le nombre d'or

$r = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$, $r = 1,6180339...$ irrationnel





Ex 4 D'autres itérations

● Voici un algorithme très simple

```
Lire A ; Lire M
Faire n fois
        A ← A x M
        Ecrire A
fin de boucle faire
```

. Si les contenus initiaux de A et de M sont respectivement 2 et 5

A	M
2	5

les écritures de A seront 10, 50, 250...

. Comment initialiser A et M
- pour obtenir la suite 10, 20, 40, 80,... ?
- pour obtenir 5, 5^2, 5^3, 5^4 , ... ?
- pour obtenir 5^3, 5^5, 5^7, 5^9,... ?
- pour que la 3ème écriture de A soit 15625 et la 4ème écriture de A 390625 ?

. Et si on initialise par

A	M
0,2	5

?

et par

A	M
5	0,2

?

Toutes ces activités que l'on exécute sur calculatrice une fois le programme machine écrit montrent bien l'importance de l'initialisation d'une boucle et permettent aux élèves une approche nouvelle, une réflexion originale et riche, que l'on ne trouve malheureusement pas à l'heure actuelle dans l'enseignement des mathématiques.

. Il est d'ailleurs possible de ne pas utiliser M et de traiter ces problèmes sur calculatrice avec le "programme"

[1ère donnée] [X] [2ème donnée] [=] [=] [=] .....

. Dans le même ordre d'idée il est possible de remplacer A ← A x M par
A ← A + M ou A ← A - M ou A ← A : M ou $\begin{cases} A \leftarrow A \times M \ldots \\ A \leftarrow A + M \end{cases}$

● La suite de Fibonacci. Définie mathématiquement

par $\begin{cases} u_0 = 1 \ ; \ u_1 = 1 \\ u_n = u_{n-1} + u_{n-2} \end{cases}$

Comment obtenir les termes successifs de cette suite sans avoir à réintroduire les nombres au clavier ?

Une écriture possible de cet algorithme est :

```
1. A ←— 1  ;  B ←— 1
2. Ecrire A ;  Ecrire B
3. C ←—  A + B
4. Si C < 10^7 alors Ecrire C
                     A ←— B
                     B ←— C
                     Aller en 3
5. Sinon fin
```

Les écritures successives seront :
1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21 etc

Les états successifs de A, B et C

A	B	C
1	1	
1	1	2
1	2	2
2	3	3
2	3	3

Comment programmer ceci sur calculatrice ?

. S'il y a une touche "échange" A et M $\boxed{A \leftrightarrow M}$ c'est facile !

	A	M	
	u_n	u_{n-1}	Etat n
M +	u_n	u_{n+1}	on change n en n+1
$A \leftrightarrow M$	u_{n+1}	u_n	Etat n+1

Il reste à initialiser par

A	M
u_1	u_0

. Sinon ? c'est beaucoup moins simple .:. sur une simple calculatrice avec mémoire M comment passer sans touche $\boxed{A \leftrightarrow M}$ de

A	M
x	y

à

A	M
y	x

?

C'est possible, c'est même un exercice intéressant en soi, mais cela ne présente pas d'intérêt pour obtenir les termes de la suite de Fibonacci !

. Cet algorithme de la suite de Fibonacci peut se traduire en"collant" au langage de la machine ci-dessus par :

```
M ← 1   ;  A ← 1
Ecrire M ;  Ecrire A
Tant que  A < 10^7 faire
          -    M ← A + M
               A ↔ M
               Ecrire A
Fin tant que
```

. Cet algorithme peut se traduire avec des schémas plus éloignés du langage machine, mais plus généraux. Pour obtenir les termes de la suite de Fibonacci il faut itérer la <u>double</u> affectation

$$(u_n \ , \ u_{n+1}) \longleftarrow (u_{n+1} \ , \ u_n + u_{n+1}) \qquad (1)$$

Le problème principal est de réaliser <u>simultanément</u> les deux affectations

$$u_n \longleftarrow u_{n+1}$$
$$u_{n+1} \longleftarrow u_n + u_{n+1}$$

Cette double affectation pose bien sûr un problème car dans la 2ème ligne u_n a une nouvelle valeur.

On écrira alors

$$\begin{aligned} a &\longleftarrow u_{n+1} \\ u_{n+1} &\longleftarrow u_n + a \\ u_n &\longleftarrow a \end{aligned} \qquad (2)$$

Bien entendu la notion de couple et de la double affectation (1) masque qu'il faut 3 mémoires pour la réaliser, ce que l'on voit bien sous la forme (2)

La forme (1) s'écrit :

<u>Itérer</u>

$(u_n , u_{n+1}) \longleftarrow (u_{n+1} , u_n + u_{n+1})$

choix C

<u>fin itérer</u>

C est la condition de sortie de l'itération (on pourra prendre $u_n < K$ ou $n > 20$ etc...).

Sur certaines machines 4 opérations on peut réaliser les affectations suivantes :

<u>Echange</u> $(a, b) \xleftarrow{\boxed{EX}} (b, a)$

<u>Egale après +</u> $(a, b) \xleftarrow{\boxed{=}} (a + b, b)$

On combinera ces "primitives" pour réaliser l'affectation souhaitée.

● Quelles sont les écritures successives de C dans le programme suivant ?

```
1. A ←— 1   ;  B ←— 1
2. C ←— B / A
3. Ecrire C
4. C ←— A + B
5. Si C < 10^7  Alors  A ←— B
                       B ←— C
                       Aller en 2

6. Sinon fin
```

. On a repris le problème précédent (calcul des termes de la suite de Fibonacci) en faisant écrire les rapports $\frac{u_n}{u_{n-1}}$

. On obtient, semble-t-il, la même suite que celle de la page 146.

. Sur une simple calculatrice il est impossible de traiter tel quel cet algorithme.

. Une petite analyse préalable montre que :

si $V_n = \dfrac{u_n}{u_{n-1}}$

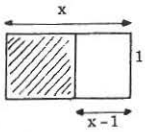
$$V_n = \frac{u_{n-1} + u_{n-2}}{u_{n-1}} = 1 + \frac{u_{n-2}}{u_{n-1}} = 1 + \frac{1}{V_{n-1}}$$

avec $V_1 = \dfrac{u_1}{u_0} = 1$ et on est ramené à l'itération de $x \longmapsto 1 + \dfrac{1}{x}$ à partir de $x_0 = 1$ (cf. page 146) ... de l'intérêt d'une bonne analyse du problème, et on retrouve une démarche rencontrée fréquemment en informatique.

Le nombre d'or, c'est:

★ la limite quand n tend vers l'infini, de $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$, u_n désignant le nième terme de la suite de Fibonacci ..... donc la limite de la suite v_n définie par $v_0 = 1$, $v_{n+1} = 1 + \dfrac{1}{v_n}$.

★ la longueur d'un rectangle de largeur 1, de telle sorte qu'après avoir ôté de ce rectangle le carré hachuré, on obtienne un rectangle de mêmes proportions.



$$\frac{\text{longueur}}{\text{largeur}} : \frac{x}{1} = \frac{1}{x-1}$$

★ le réel positif x tel que $x^2 = x + 1$, ce qui entraîne que

$$x^n = u_{n-1}\, x + u_{n-2}$$

(u_n étant le nième terme de la suite de Fibonacci).

★ la valeur du rapport $\dfrac{AC}{CB}$, C étant le point du segment AB de longueur 1 tel que "le rapport du plus grand (AC) au plus petit (CB) soit égal au rapport du tout (AB) au plus grand (AC) ".

★ le nombre $r = \dfrac{1 + \sqrt{5}}{2}$ (et $\dfrac{r^n}{\sqrt{5}}$ est une bonne approximation du nième terme u_n de la suite de Fibonacci ....).

★ .....

Ex 5 P.G.C.D. (a, b)

On donne des tableaux du type suivant

A	B
6	15
15	6
9	6
6	3
3	3

A	B
26	7
19	7
12	7
5	7
7	5
2	5
5	2
3	2
1	2
2	1
1	1

. Comment "expliquer" ces tableaux ?
. Comment passe-t-on d'une ligne à la suivante ?
. Quand s'arrête-t-on ?
. Est-il possible d'en écrire le déroulement séquentiel exact ? Quelles sont les "règles" ?

Après plusieurs tableaux étudiés on découvre des règles :

. Si A < B on passe à la ligne suivante en échangeant A et B
. Si A > B on passe à la ligne suivante en gardant B et en remplaçant A par A - B
. Si A = B on s'arrête.

Ces règles sont suffisantes pour décrire l'algorithme, algorithme permettant d'obtenir le PGCD des deux nombres de départ PGCD (6, 15) = 3
PGCD (26, 7) = 1

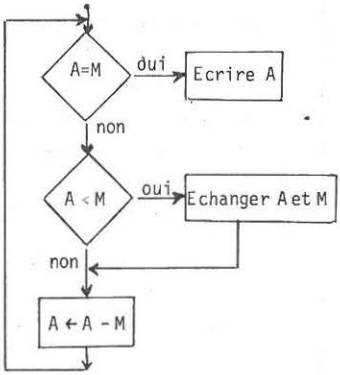
Sur une calculatrice possédant une touche [A ↔ M] il est possible de dérouler cette suite de calculs en n'introduisant qu'une seule fois les deux nombres de départ.

. si A < M on utilise l'instruction [A ↔ M]
. si A > M on utilise la séquence [-] [MR] [=]

Pour ne pas compliquer les choses la comparaison de A et de M se fera "à l'œil"

	A	M
	1411	1139
- MR =	272	1139
A ↔ M	1139	272
- MR =	867	272
- MR =	595	272
- MR =	323	272
- MR =	51	272
A ↔ M	272	51
- MR =	221	51
- MR =	17	17

et peut se traduire par le schéma "non normalisé"



Ex 6 Qu'est-ce que c'est ?

1. Lire A
2. Si A ⩾ 0 alors aller en 4
3. Sinon A ← -A
4. Ecrire A

On peut définir ainsi de nouvelles fonctions, ici $x \mapsto |x|$, mettant en évidence et de façon dynamique le départ(1), le processus définissant la fonction f (ici 2 et 3), l'arrivée (4).

Sens équivoque de la touche [=]

Pour la machine [=] fait apparaître un résultat et ne correspond pas au sens mathématique de l'égalité, ce qui présente un danger pour les élèves qui ont déjà tendance à confondre les deux.

Que représente la séquence de touches : [3] [+] [4] [=] [x] [2] [=] ?

l'élève la traduira souvent de la façon suivante :

3 + 4 = 7 x 2 = 14 ce qui ne le choquera pas.

La machine semble d'ailleurs refléter cette situation ; en effet :

TOUCHES	AFFICHAGE
3	3
+	3
4	4
=	7
x	7
2	2
=	14

L'écriture correcte aurait été : (3 + 4) x2 = 7 x 2 = 14

2 – UN ALGORITHME ... QU'EST-CE QUE C'EST ?

- C'est un mot provenant du nom d'un mathématicien arabe du début du IXème siècle: *Muhammed Ibn Mùsà al-Khàrezin.*
- C'est "une succession de calculs numériques" (Larousse).
- C'est "un ensemble de règles opératoires propres à un calcul" (Petit Robert).
- C'est "un procédé spécial de résolution d'un certain type de problèmes ..."
  (Dictionnaire des Mathématiques)
- Nous préférons, pour notre part, dire que c'est "une suite finie de règles à appliquer en vue de la résolution d'une classe de problèmes".

■ *Premier exemple* (classique mais simple)

Comment trouver le plus grand commun diviseur (PGCD) de deux naturels ?

On dispose, pour traiter ce problème, d'un algorithme bien connu, l'algorithme d'Euclide.

a et b sont les deux naturels dont on cherche le PGCD.

1. Effectuer la division euclidienne de a par b
   $$a = b\,q + r \qquad 0 \leqslant r < b$$
2. Si r est nul, le PGCD de a et de b est b ..... et c'est terminé.
   Si r n'est pas nul, remplacer a par b et b par r et recommencer 1. puis 2.

Décrivons cet algorithme avec $a = 1\,411$ et $b = 1\,139$.

a	=	b	×	q	+	r
1 411	=	1 139	×	1	+	272
1 139	=	272	×	4	+	51
272	=	51	×	4	+	17
51	=	17	×	3	+	0

$0 \leqslant r < b$

le reste est nul, c'est fini !

Le PGCD de 1 411 et de 1 139 est donc 17 (c'est aussi le dernier reste non nul).

Il n'y a pas nécessairement qu'un seul algorithme pour traiter un problème donné (voir page 152 un autre algorithme permettant d'obtenir le même résultat que ci-dessus).

- *Autre exemple:*

1. Les donnés sont: x , n naturel et y = 1 .
2. Si n = 0 , le résultat est y ... et c'est terminé.
   Si n est pair remplacer x par x.x et n par $\frac{n}{2}$
   Sinon
   Sinon remplacer y par x.y et n par n - 1 .
3. Recommencer 2.

Que donne cette procédure avec x = 5 . et n = 4 ?

	x	n	y	
	5	4	1	
$n \neq 0$ et n pair	25	2	1	
$n \neq 0$ et n pair	625	1	1	
$n \neq 0$ et n impair	625	0	625	n = 0 , le résultat est 625 .

Essayons avec x = 10 . et n = 7

x	n	y
10	7	1
10	6	10
100	3	10
100	2	1 000
10 000	1	1 000
10 000	0	10 000 000

le résultat est .... 10^7 .

Cet algorithme permet d'obtenir effectivement x^n .

- Ces deux algorithmes sont ici écrits volontairement de façon "courante", non codifiés. L'écriture des algorithmes peut être simplifiée et codifiée (voir affectation, page 97,, organigrammes, page 157, programmation structurée, page 158).

3 – STRUCTUREE ? VOUS AVEZ DIT STRUCTUREE ?

- La plupart des approches de la programmation ou de l'algorithmique se font par l'intermédiaire des organigrammes.

  On explique les tests, boucles et autres subtilités à l'aide de petits dessins fléchés. Cette pratique est pleine de dangers:

  1. Elle est dangereuse car elle nécessite de définir et de manipuler une *syntaxe:* un losange a telle signification, un rectangle symbolise telle chose ...

     or cette définition est rarement explicitée !

  2. Elle est dangereuse car elle nécessite de définir et manipuler une grammaire (dans ce cas précis, certains disent une D-Chart): on sort d'un losange comme ceci, on ne doit pas faire croiser des retours, etc...

     or cette grammaire est souvent "oubliée" !

  3. Elle est dangereuse car la description du parcours d'un algorithme à l'aide d'un organigramme demande de consacrer de l'attention, du soin et de l'énergie pour construire, dessiner l'organigramme.

  4. Elle est dangereuse car, malgré les apparences, elle ne fait pas avancer l'analyse du problème par le programmeur.

  5. Elle est dangereuse car un organigramme se prête mal à une transcription à l'aide d'outils informatiques: tous les détails de programmation sont mis à la même échelle que les étapes importantes du programme, ce qui ne donne pas le recul nécessaire au traitement d'un problème complexe.

Que faire alors en face de l' "organigrammite" ou des organigrammes-spaghettis qui nous / vous cernent ?

- Il faut trouver une notation précise, possédant un certain nombre de règles faciles à expliciter, facilitant l'analyse des problèmes et leurs transcriptions en un langage quelconque: la *programmation structurée* répond à ces critères. Il faut, bien sûr, l'adapter pour la transmettre aux élèves et enseignants du secondaire.

  Voici l'exemple d'un problème avec l'organigramme de sa solution et l'écriture de l'algorithme en programmation structurée.

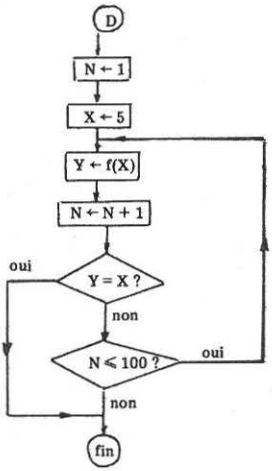
  Enoncé:
  Une fonction f admet un point fixe Z tel que:

$$Z = \lim_{n \to +\infty} f^n (X)$$

  pour certaines valeurs de X. On cherche ce point et l'on ne veut pas faire plus de 100 itérations.

(D'après C. Robert: Stage de formateurs.
Grenoble - juillet 1979)

organigramme



Traduction
en programmation structurée:

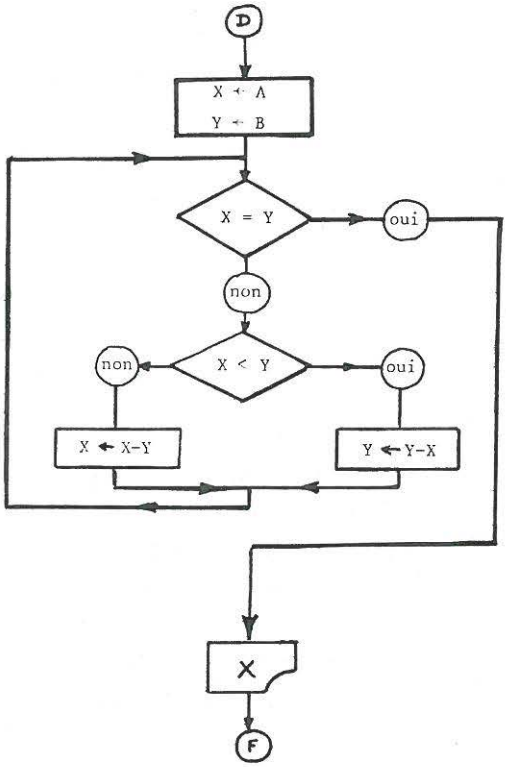
```
initialisation   X ← 5 ; N ← 1
itération
        | Y ← f(X)
        | arrêt  X = Y   ou   N = 100
        | X ← Y ;  N ← N + 1
fin itération
c φ  {le point fixe est X}
```

- Quelques remarques à propos du schéma en programmation structurée:
  Le mot *itération* marque le début du bloc qui finit à *fin itération.* La sortie de ce bloc est effectuée lorsque la condition *arrêt* est vérifiée. Les points virgules séparant $X \leftarrow 5$ et $N \leftarrow 1$, ainsi que $X \leftarrow Y$ et $N \leftarrow N + 1$, montrent qu'il n'y a aucune relation d'ordre entre ces actions.

  Si cet exemple très simple ne vous a pas forcément convaincu, essayez alors avec des problèmes plus complexes ....

  ou observez l'exemple ci-dessous:
- Calcul du P.G.C.D. de deux naturels.

```
                { PGCD de deux nombres A et B        A et B > 0 }
X ← A
Y ← B
tant que   X ≠ Y   faire
                choix
                        X > Y :  X ← X - Y
                        X < Y :  Y ← Y - X
                fin choix
fin tant que
                { le PGCD de A et B est dans X }
```



- *Remarque:*

Les notations employées en programmation structurée sont fortement inspirées de la pratique des informaticiens. Il n'est pas question de vouloir les imposer, mais il est peut-être souhaitable que chaque enseignant s'en inspire au mieux.

Dans le même ordre d'idées, il faut bien distinguer les notations algorithmiques (qui peuvent être choisies arbitrairement, pourvu qu'elles soient rigoureuses) et les langages de programmation (qui eux sont imposés de l'extérieur). Ainsi, le calcul du P.G.C.D. peut s'écrire dans un langage particulier:

```
entier procédure F (entier A,B) ; commentaire A,B > 0 ;
début entier X ;
        X : = si A = B  alors A
                        sinon si A > B  alors F(A-B,B) sinon F(B-A,A) ;
        X
fin F ;
```

Les petits poissons dans l'eau
Nagent, nagent, nagent, nagent;
Les petits poissons dans l'eau
Nagent, nagent comme il faut ;

Les petits poissons dans l'eau
Nagent aussi bien que les gros.

Comptine

Chapitre VI

POUR ALLER PLUS LOIN

INTRODUCTION

Madame Anka Sierpinska de l'Académie Polonaise des Sciences, nous a fait parvenir un manuscrit présentant une série de fiches destinées à des élèves en vue de les préparer à utiliser différentes calculatrices scientifiques.

Qui devant une expression algébrique fort longue, ne s'est-il jamais senti perplexe quant à sa manière de la calculer avec sa calculatrice scientifique ?...

Qui peut dire que cette même expression algébrique est calculable sans utiliser de mémoire avec une TI 25 mais pas avec une HP 33E ?

Les fiches présentées aideront à répondre à ces questions. En les pratiquant vous pourrez même apprendre une méthode pour réaliser des calculs avec votre calculatrice en étant sûr du résultat. Je crois que les fiches présentées devront être légèrement modifiées pour être présentées à nos élèves du second cycle, mais elles pourront rendre service à beaucoup d'entre nous.

On y vante par endroit la notation polonaise inversée (NPI) mais qui en ferait reproche à Madame Sierpinska ?

La deuxième partie appelée très simplement Guide du Maître ne fait pas que présenter les buts pédagogiques visés par l'auteur. Elle propose d'aider le maître en lui présentant la notion d'ordre désadressé et quelques techniques très utiles pour guider la marche de l'élève. La notion de file de symboles est très instructive.

D'autant plus qu'elle différentie :

— la file de symboles F (correspondant à l'écriture algébrique)
— la file de touches F′ (sur lesquelles il faut appuyer pour obtenir le résultat)
— la file dynamique Φ (des registres où s'inscrivent les résultats partiels et les opérations à effectuer).

1ere PARTIE : FICHES POUR LES ÉLÈVES

Fiche 1. ECRITURES

Attention ! Les questions ou exercices marqués par ■ demandent une réponse par écrit.

1. La formule

$$2 - 3 \uparrow 4 - 12 : 6 \qquad (*)$$

exprime soit (a) la description d'un calcul ;
soit (b) une valeur.

■ Est-ce que la formule (*) décrit un calcul d'une façon univoque ?

■ Est-ce que la formule (*) exprime une valeur d'une façon univoque ?

2. Un calcul est une suite d'opérations. Alors, pour qu'une formule décrive un calcul d'une façon univoque, il faut y indiquer l'ordre dans lequel les opérations doivent être effectuées. Ceci peut se faire *par :*

• l'emploi des parenthèses ;

Exemple : $(((2-3) \uparrow 4) - 12) : 6$

ou encore : $2 - (3 \uparrow (4 - (12 \div 6)))$

Est-ce que la formule $2 - ((3 \uparrow 4) - (12 \div 6))$ décrit un calcul d'une façon univoque ?

•• le numérotage des opérations ;

Exemple :

$$\begin{array}{ccccccc} 2 & - & 3 & \uparrow & 4 & - & 12 \;:\; 6 \\ & 1 & & 2 & & 3 & \quad 4 \\ & 4 & & 2 & & 3 & \quad 1 \end{array}$$

■ Quelle disposition des parenthèses correspond au premier, et laquelle au second numérotage dans l'exemple ci-dessus ?

■ Quel numérotage correspond à la disposition suivante des parenthèses : $(((2-3)\uparrow 4)-12) : 6$?

■ Est-il vrai qu'à chaque numérotage correspond une disposition des parenthèses qui décrit un calcul de façon univoque ?

••• une convention concernant les priorités des signes opératoires et l'ordre dans lequel doivent être effectuées les opérations de même priorité.

Exemple : si on admet la liste des priorités suivantes :

signe opératoire	priorité
+ , −	0
* , :	1
↑	2

Les opérations de même priorité étant effectuées dans l'ordre de gauche à droite, alors dans la formule

$$2 - 3 \uparrow 4 - 12 : 6$$

Les opérations devraient être effectuées dans l'ordre suivant :

3 1 4 2

■ Des numérotages différents donnent des calculs différents quoiqu'ils peuvent éventuellement donner une même valeur. Donnez un exemple d'une telle situation.

■ Est-ce que la disposition des parenthèses dans la formule

$$((2-3)\uparrow 4) - (12 \div 6)$$

décrit de façon univoque un calcul ? Et une valeur ?

3. Pour qu'une formule exprime une valeur de façon univoque, on peut, par exemple :

• employer des parenthèses :

Exemple : $(((2-3) \uparrow 4) - 12) : 6$

ou encore $((2-3)\uparrow 4) - (12 \div 6)$

Donnez un exemple d'une formule dans laquelle toute disposition des parenthèses conduit à une même valeur

•• admettre une liste des priorités ;

■ Voici une formule : $2 - 3 \uparrow 4 - 12 : 6$.
Quels numérotages des signes opératoires dans cette formule correspondent aux listes des priorités suivantes :

a)

signe op.	priorité
+ , −	0
* , ÷	1
↑	2

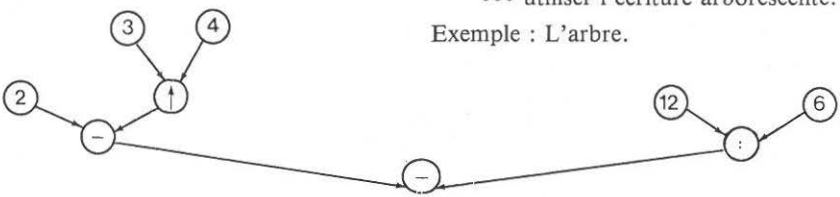
b)

signe op.	priorité
+	0
−	1
*	2
÷	3
↑	4

■ Calculez le résultat de chacun des calculs ainsi obtenus. Que remarquez-vous ?

••• utiliser l'écriture arborescente.

Exemple : L'arbre.



correspond à la disposition des parenthèses suivantes :

$$(2 - (3 \uparrow 4)) - (12 \div 6)$$

Fixons un *langage* pour parler des arbres :

Les *nœuds* de l'arbre : : = Les cercles ;

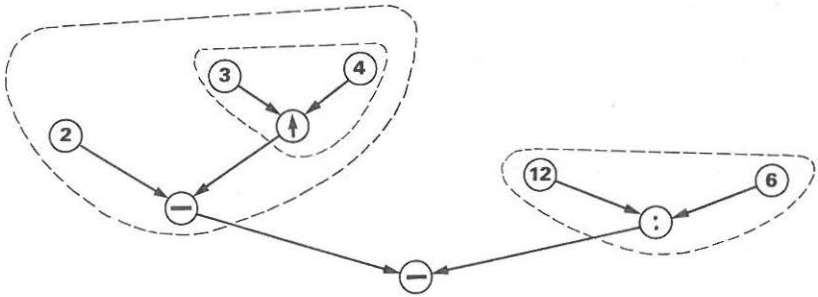
La *valeur du nœud* : : = La signification des symboles dans les cercles ;

Les *branches* de l'arbre : : = Les flèches ;

La *racine* de l'arbre : : = Le nœud (et sa valeur) duquel ne part aucune branche.

Remarquons que, dans l'écriture ordinaire, les parenthèses entourent des parties de la formule qui correspondent, dans l'écriture arborescente, à des parties de l'arbre qui sont, elles-mêmes des arbres :

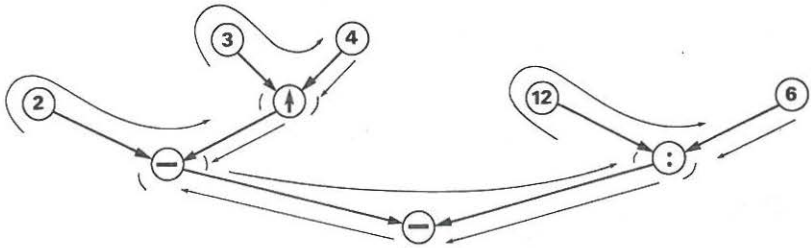
Exemple :



De telles parties de l'arbre s'appellent des *sous-arbres.*

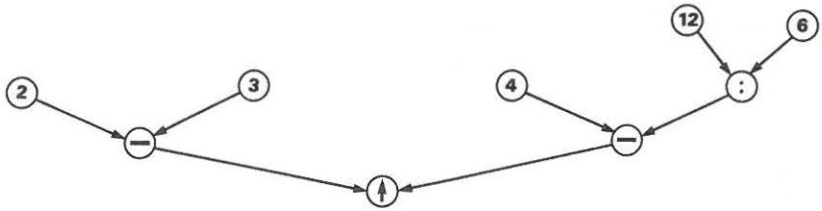
Pour passer de l'écriture arborescente à l'écriture ordinaire avec parenthèses on commence par la gauche de la racine et on va vers le haut en écrivant la parenthèse ouvrante "(" si on a le signe opératoire à sa droite, la parenthèse fermante ")" si on a le signe opératoire à sa gauche, et la valeur du nœud quand on passe par dessus.

Exemple :



$$(2 - (3 \uparrow 4)) - (12 \div 6)$$

■ Marquez les sous-arbres dans l'arbre suivant :



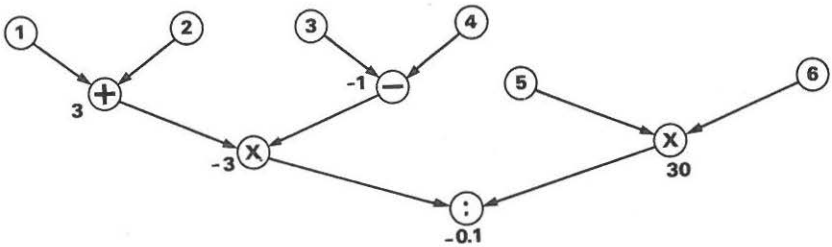
■ Traduisez-le en écriture ordinaire avec parenthèses.

■ Traduisez en écriture arborescente la formule

$$((2-3) \uparrow (4 \div 2)) - ((25 : 5) - (2 * 3))$$

4. Si une formule est donnée en écriture arborescente, on peut effectuer le calcul en inscrivant les résultats des opérations à côté de leurs symboles dans les nœuds. Le calcul peut être effectué de plusieurs manières ; néanmoins, à chaque fois on obtient le même résultat final.

Exemple :



■ De combien de manières le calcul de l'exemple ci-dessus peut-il être effectué ?

■ Ecrivez la formule

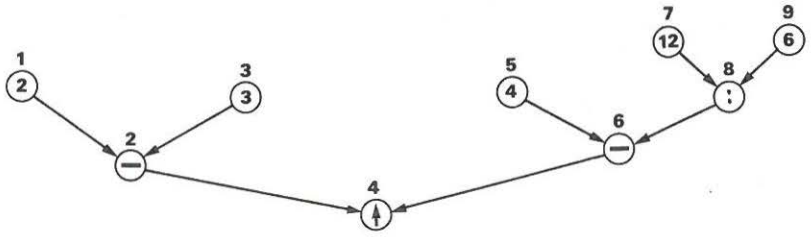
$$((2-3) \uparrow (4 \div 2)) - ((25 \div 5) - (2 * 3))$$

en écriture arborescente et effectuez le calcul de sa valeur.

■ Quels sont les avantages de l'écriture arborescente ?

Fiche 2. ECRITURES "SANS PARENTHÈSE"

1. Dans un des exercices de la Fiche n° 1 on vous a demandé de traduire un arbre en écriture ordinaire avec parenthèses. Cette traduction correspondait au numérotage suivant des nœuds :



$$(2-3) \uparrow (4-(12 \div 6))$$

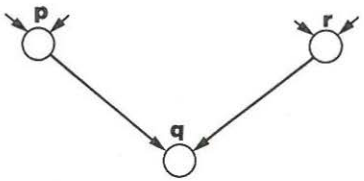
1 2 3 4 5 6 7 8 9

Ce numérotage conduit à une écriture en file qui ne décrit pas le calcul d'une façon univoque.

2. Supposons qu'on veuille évaluer une formule. Il serait plus commode si, dans l'écriture en file, les signes opératoires se trouvaient dans l'ordre dans lequel ces opérations doivent être effectuées. En plus, il serait désirable que les facteurs d'une opération se trouvent avant la signe de cette opération. Alors, le calcul se ferait ainsi : en lisant la formule de gauche à droite on effectue les opérations au fur et à mesure qu'on les rencontre ; les facteurs sont prélevés d'après une règle définie. Une telle écriture en file est appelée écriture *sans parenthèse.*

■ *Trouvez une règle du numérotage des nœuds qui mène à une écriture sans parenthèse.*

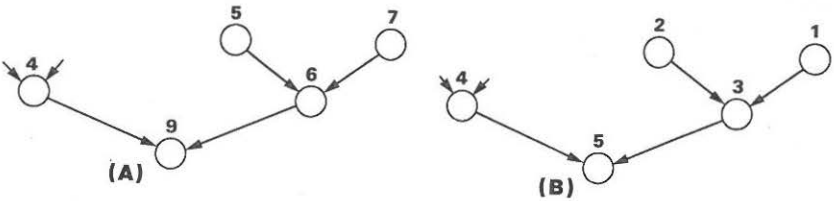
Attention ! Si vous avez numéroté les nœuds voisins comme suit :



alors on doit avoir : $p < q$ et $r < q$.

■ Pourquoi ?

■ Voici des fragments de deux numérotages :



■ Lequel des deux ne mène certainement pas à une écriture sans parenthèse ?

■ Expliquez votre règle du numérotage à un camarade de classe. Vérifiez s'il vous a bien compris : écrivez une formule de votre choix dans l'écriture correspondant au numérotage et demandez-lui de la traduire en écriture arborescente. (Ne lui montrez pas cette formule écrite en écriture ordinaire ou arborescente avant qu'il n'ait fini).

3. ■ Ecrivez la formule du point 1 en écriture sans parenthèse correspondant au numérotage suivant une règle que vous avez choisie. Maintenant vous pouvez calculer la valeur de cette formule en la lisant de gauche à droite et en effectuant les opérations au fur et à mesure que vous les rencontrez. Comment choisissez-vous les facteurs pour les opérations ? Pouvez-vous formuler une *règle du prélèvement* des facteurs ?

■ Expliquez votre règle du prélèvement des facteurs à un camarade. Pour vérifier s'il vous a bien compris, demandez-lui de calculer la valeur d'une formule écrite en écriture sans parenthèse que vous avez trouvée au point 2. A-t-il obtenu le résultat attendu ? Sinon, essayez d'en trouver la raison.

4. ■ Comment organiseriez-vous le calcul de la valeur de la formule du point 1 si vous aviez un, deux ou plus de camarades pour vous aider ?

Fiche 3. ECRITURES EN FILE ET CALCULS EN MACHINE

Vous verrez comment se fait l'évaluation en machine d'une formule en écriture en file.

Soit F une file de symboles représentant la formule à évaluer. La file F est introduite progressivement en machine et évaluée en cours d'introduction, si bien qu'on a en machine une *file dynamique* ϕ contenant des résultats partiels et des éléments de F. *Les règles* selon lesquelles la file ϕ évolue, *varient* selon les écritures.

I. Ecriture ordinaire

L'écriture ordinaire des expressions arithmétiques, c'est celle dont vous vous servez quand vous faites vos maths, à condition que vous ne remplaciez pas le signe de division par un trait et employez le signe ↑ pour la puissance. C'est une écriture en file : la formule est une file de symboles.

Pour qu'une formule en écriture ait une valeur bien déterminée, on admet généralement la liste des priorités suivante :

signe opératoire	priorité
+ , −	0
* , :	1
↑	2

et on emploie des parenthèses.

Voici comment se fait l'*évaluation en machine* d'une formule en écriture ordinaire :

Lors de l'exécution, dans Φ le quadruplet)x * y(, où x et y sont des nombres et * un signe opératoire, est toujours remplacé par le résultat de l'opération y * x. Le triplet x * y n'est remplacé par le résultat de l'opération y * x que si le signe qu'on introduit ensuite est " = " ou si sa priorité est moindre ou égale à celle de * .

Exemple : Soit à calculer la valeur de la formule :

$$(1 - 2) * 3\uparrow 2 + 7 \div 2$$

Exécution :

F	Etats successifs de la file Φ tête de file					
(	(					
1	1	(				
−	−	1	(			
2	2	−	1	(		
)	)	2	−	1	(	
	−1					
*	*	−1				
3	3	*	−1			
↑	↑	3	*	−1		
2	2	↑	3	*	−1	
+	+	2	↑	3	*	−1
	+	9	*	−1		
	+	−9				
7	7	+	−9			
÷	÷	7	+	−9		
2	2	÷	7	+	−9	
=	3.5	+	−9			
	−5.5					

Le quadruplet)2 − 1(est remplacé par −1 = 1 − 2 qui est mis en tête de file.

Le triplet 3 * − 1 reste intact car le signe qui entre après (↑) est prioritaire sur *

Le triplet 2↑3 est remplacé par 9 = 3↑2 car le signe qui entre après n'est pas prioritaire sur ↑. De même pour le triplet 9 * − 1

← ÷ est prioritaire sur +

Le signe qui entre ensuite est "=" : on remplace 2 ÷ 7 par 3.5 = 7 : 2 et ensuite 3.5 + (−9) par −5.5 = −9 + 3.5

■ Montre les états successifs de la file Φ lors du calcul en machine de la valeur de (1 − 6) ↑ (5 − 3) − 12 ÷ (7 − 2)

II. Ecritures "sans parenthèse"

Il existe des écritures en file qui se passent de parenthèses. Une formule, si elle est donnée dans une telle écriture, a non seulement une valeur bien déterminée mais encore elle décrit le calcul de cette valeur d'une façon univoque : les opérations sont effectuées dans l'ordre où elles apparaissent dans la formule.

Dans ce qui suit, on vous apprend quatre de ces écritures "sans parenthèse".

1. *Ecritures "transversales" :* de gauche à droite et de droite à gauche.

1.1. On montre l'écriture "transversale" de droite à gauche par *un exemple.*

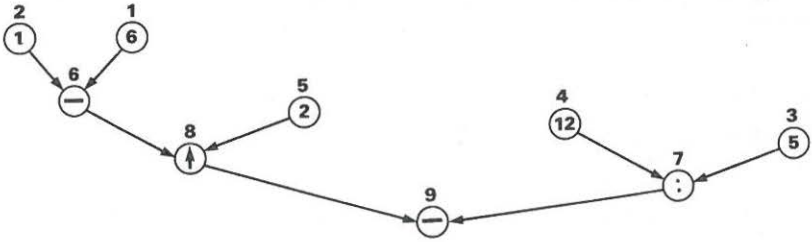
La formule, qui, en écriture ordinaire, est,

$$((1-6)\uparrow 2) - (12:5)$$

se présente en *écriture "transversale" de droite à gauche* comme la file de symboles suivante :

F : 6 1 5 12 2 − : ↑ −

Si cette expression était donnée en écriture arborescente, alors son écriture "transversale" de droite à gauche correspondrait au numérotage des nœuds suivant :



■ Ecrivez en écriture "transversale" de droite à gauche les formules suivantes :

(a) $1 - 2 \times 3 + 7 : 2$

(b) $(9 \uparrow 2 - 31 \times 2) \times 3 - (5 + 3 \uparrow 2)$

■ Essayez de formuler la règle du numérotage des nœuds correspondant à l'écriture transversale de droite à gauche.

■ Quel est le numérotage des nœuds auquel correspond l'écriture "transversale" de gauche à droite ?

1.2. *Calcul en machine* des expressions en écriture "transversale" de droite à gauche (*)

Lors de l'exécution, dans Φ on remplace le signe opératoire * qui vient d'entrer (donc se trouve en tête de file Φ) par le résultat de l'opération x * y où y et x sont des nombres de la queue de file Φ. Ensuite, y et x sont effacés. Une telle file Φ est appelée QUEUE.

Exemple :

F	Etats successifs de la file Φ tête de file					
1	1					
6	6	1				
−	−	6	1			
	−5					$-5 = 1 - 6$
2	2	−5				
12	12	2	−5			
5	5	12	2	−5		
↑	↑	5	12	2	−5	
	25	5	12			$25 = (-5) \uparrow 12$
:	:	25	5	12		
	2.4	25				$2.4 = 12 : 5$
−	−	2.4	25			
	22.6					$22.6 = 25 - 2.4$

(*) Nous nous bornerons à des opérations.

■ Montrez les états successifs de la file Φ lors du calcul en machine de l'expression :

$$(9\uparrow 2 - 31\times 2) \times 3 - (5+3\uparrow 2)$$

après l'avoir traduite en écriture transversale de droite à gauche.

■ Illustrez par un exemple le calcul en machine des formules en écriture "transversale" de gauche à droite.

2. Ecritures "longitudinales" de droite à gauche et de gauche à droite.

2.1. L'écriture "longitudinale" de gauche à droite est appelée NOTATION POLONAISE INVERSEE (NPI).

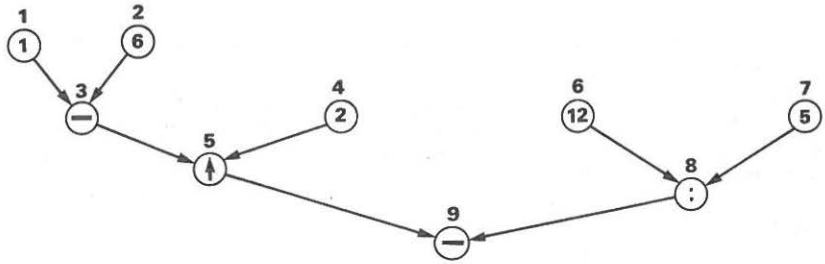
La formule, qui, en écriture ordinaire, est :

$$((1-6)\uparrow 2) - (12:5)$$

se présente en NPI comme la file de symboles suivante :

F : 1 6 − 2 ↑ 12 5 + −

Si cette formule était donnée en écriture arborescente alors son écriture en NPI correspondrait au numérotage des nœuds suivant :



■ Ecrivez en NPI les expressions suivantes

(a) 1 − 2∗3 + 7 ÷ 2

(b) (9↑2 − 31∗2)∗3 − (5 + 3 ↑2)

■ Essayez de formuler la règle du numérotage des nœuds correspondant à la NPI.

■ Quel est le numérotage des nœuds auquel correspond l'écriture longitudinale de droite à gauche ?

2.2. *Calcul en machine* des expressions en *NPI.*

Lors de l'exécution, dans Φ on remplace le triplet * xy , où * est un signe opératoire et x , y des nombres, par le résultat de l'opération y * x . Une telle file est appelée PILE.

Exemple :

F	Etats successifs de la pile Φ				
1	1				
6	6	1			
–	–	6	1		
{	–5				
2	2	–5			
↑	↑	2	–5		
{	25				25 = –512
12	12	25			
5	5	12	25		
:	:	5	12	25	
{	2.4	25			2.4 = 12÷5
–	–	2.4	25		
{	22.6				22.6 = 25–2.4

■ Montrez les états successifs de la pile Φ lors du calcul en machine de l'expression :

(a) (912 – 31×2) × 3 – (5+312)

(b) $\sqrt{9}$ + 33 × 2

après l'avoir traduite en NPI.

■ Illustrez par un exemple les règles du calcul en machine des formules en écriture "longitudinale" de droite à gauche.

Fiche 4. CALCUL DES FORMULES EN CALCULATRICE DE POCHE

Les calculatrices de poche qu'on rencontre aujourd'hui peuvent être soit des machines à écriture ordinaire (avec ou sans parenthèses, avec ou sans priorité) ; soit des machines à NPI. Toutes ces machines sont munies d'une *suite de registres* pour stocker les nombres (ces registres ne peuvent pas stocker les signes opératoires).

Quand on introduit une expression, *les nombres entrent dans les registres.*

La *file* des nombres dans les registres *n'est pas identique à* Φ, car :

— elle peut contenir des nombres qui ne figurent plus dans Φ ;

— elle ne contient pas de signes opératoires qui sont stockés à part.

Les registres seront appelés : x, y, z, t, ... le registre x est celui par lequel on entre. Son contenu est affiché et c'est pour cela que nous l'appelerons "*affichage*". Le registre y sera parfois appelé "*réserve*".

■ Prenez une calculatrice ayant une touche "=". A-t-elle une touche d'échange des contenus de l'affichage et de la réserve ? (Cette touche peut être marquée X↔ Y , x⇄y ou REV). Si oui, pressez

[2] [+] [3] [=] [X↔Y]

Vous pouvez voir que le registre y contient un nombre (cela peut être 2, 3 ou 5) qui ne serait plus dans Φ.

Exemple :

ENTRÉE	Mémoire des signes	REGISTRES x	y	z	t	(Pour comparer) Φ		
0		0	0	0	0			
2		2	0	0	0	2		
+	+	2	2	0	0	+	2	
3	+	3	2	0	0	3	+	2
=	+	5	3	0	0	5		

(Nous avons marqué 4 registres dans le tableau ci-dessus mais, très souvent, dans les calculatrices, il n'y en a que 2)

Le *nombre qui est resté* en réserve peut-être utilisé pour *répéter* l'opération

=	+	8	3	0	0			
=	+	11	3	0	0			
=	+	14	3	0	0			

etc.

Vérifiez si votre calculatrice peut répéter les opérations et lesquelles ?

1. *Calculatrices à écriture ordinaire sans parenthèse ni priorité*

Il n'y a que *deux registres* : l'affichage et la réserve.

La *mémoire des signes* ne contient qu'une case : quand on déclenche le signe opératoire suivant, le signe qui occupait la case agit sur les nombres dans les registres tandis que le signe déclenché prend sa place dans la mémoire des signes.

Exemple 1 : Calcul de la formule $(((1-2)\times 3)+7):2$ dans une machine à écriture ordinaire sans parenthèse, ni priorité.

ENTREE	Mémoire des signes	REGISTRES x	y
		0	0
1		1	0
—	—	1	1
2	—	2	1
×	×	−1	?
3	×	3	−1
+	+	−3	?
7	+	7	−3
:	:	4	?
2	:	2	4
=	?	2	?

■ Dans l'exemple ci-dessus nous avons mis des ? à la place des contenus de la réserve dans certains moments du calcul. Si votre calculatrice possède une touche d'échange de l'affichage et de la réserve vous pouvez répondre à ces points d'interrogations.

■ Il y a un ? aussi à la place du dernier contenu de la mémoire des signes. En pressant la touche = encore plusieurs fois vous pouvez vérifier si le signe : est gardé en mémoire ou non.

■ Décrivez dans un tableau comme dans l'exemple 1 le calcul de l'expression $(((1-6\uparrow 2)-12):5$ dans une calculatrice à écriture ordinaire sans parenthèse ni priorité.

■ Si votre calculatrice possède une touche = alors c'est une machine à écriture ordinaire. Si cette calculatrice ne possède ni la touche (ni la touche) alors c'est une machine à écriture ordinaire sans parenthèse. Comment pouvez-vous vérifier si c'est une machine sans priorité ?

■ Organisez le calcul de la formule $1-2\times 3+7:2$ dans une calculatrice à écriture ordinaire sans parenthèse ni priorité.

■ Remarquez que $3x^3-2x^2+x-1 = ((3x-2)x+1)x-1$

(a) Organisez le calcul de la valeur du polynôme $3x^3-2x^2+x-1$ pour

(i) $x = 0{,}17$, (ii) $x = 0{,}017$

à l'aide d'une calculatrice à écriture ordinaire sans parenthèse ni priorité.

(b) L'emploi de la MEMOIRE, s'il y en a une, peut faciliter le calcul. Comment ?

■ Organisez d'une façon la plus économique possible par rapport aux possibilités de votre calculatrice le calcul de l'expression

$$943 \times 3 - 1024 \times 7 + 578 \times 5 + 483 \times 9$$

2. *Calculatrice à écriture ordinaire avec parenthèses et priorité*

Il y a plusieurs registres, mais rarement plus de sept. La mémoire des signes contient au moins trois cases.

La liste des priorités des signes est généralement la suivante :

signe opératoire	priorité
(	0
+ , − ,)	1
× :	2
↑	3

Exemple 2. Calcul de l'expression $(1-2)\times 3\uparrow 2+7:2$ à l'aide d'une calculatrice à écriture ordinaire avec parenthèses et priorité.

ENTREE	Mémoire des signes			REGISTRES x	y	z	t	p. comparer Φ	Explications
0				0	0	0	0		
(	(			0	0	0	0	(	
1	(			1	0	0	0	1 (	
−	−	(		1	1	0	0	− 1 (	p(−) > p(() alors (reste en m.d.s.
2	−	(		2	1	0	0	2 − 1 (	
)				−1	?	0	0 0	) 2 − 1 (−1	) fait enlever −(de la m.d.s. et − agit sur les registres x et y
x	x			−1	−1	0	0	x −1	
3	x			3	−1	0	0	3 x − 1	
↑	↑	x		3	−1	0	0	↑ 3 x − 1	p(+) < p(↑) et p(+) < p(x) donc ↑ et x sont enlevés de la m.d.s.
2	↑	x		2	3	−1	0	2 ↑ 3 x − 1	
+	+			−9	−9	?	0	+ 2 ↑ 3 x − 1 + 9 x − 1 + −9	
7	+			7	−9	?	0	7 + −9	
:	:	+		7	7	−9	?	: 7 + −9	
2	:	+		2	7	−9	?	2 : 7 + −9	= fait enlever tous les signes de la m.d.s.
=				−5.5	−5.5	?	?	3.5 + −9 3.5	

■ Inventez quelques petits calculs qui vous permettraient de vérifier si votre calculatrice est une machine à écriture ordinaire avec parenthèses et priorité.

■ Décrivez dans un tableau comme dans l'exemple 2 le calcul de l'expression $1 - 6\uparrow 2 - 12 \div 5$ dans une calculatrice à écriture ordinaire avec parenthèses et priorité.

■ Comment organiseriez-vous le calcul de l'expression $(((1-6)\uparrow 2)-12)\div 5$ dans une telle calculatrice ?

■ Organisez le calcul de la valeur du polynôme $3x^3 - 2x^2 + x - 1$ pour $x = 0{,}017$ à l'aide d'une calculatrice à écriture ordinaire avec parenthèses et priorité.

■ Illustrez par un exemple de votre choix le calcul des expressions dans une calculatrice à écriture ordinaire avec parenthèses et sans priorité.

■ Prenez une calculatrice et remplissez les tableaux suivants :
("+/−" est le signe de la fonction "changement de signe")

ENTRÉE	+/−	1	x	3	=	1	+/−	x	3	=	1	x	+/−	3	=	1	x	3	+/−	=
AFFICHAGE																				

Que remarquez-vous ?

Comment faut-il introduire l'expression $(-1)\times 3$ pour calculer sa valeur ? Et l'expression $1\times(-3)^2$

Pour calculer la valeur d'une fonction unaire $\mathcal{F}$ en un point x à l'aide d'une calculatrice, il faut introduire la valeur de x et ensuite presser sur la touche de $\mathcal{F}$.

Calculez 999^2 à l'aide d'une calculatrice possédant la fonction "carré" (elle est souvent marquée par "x^2").

■ Nous dirons que *le signe* $\mathcal{F}$ *d'une fonction unaire est admissible dans les expressions par une calculatrice* donnée si l'introduction de

$$\boxed{a}\ \boxed{*}\ \boxed{b}\ \boxed{\mathcal{F}}\ \boxed{=}$$

où a, b sont des nombres et * un des signes + , − , × , ÷ , ↑ résulte en l'affichage de la valeur de a $*\mathcal{F}$ (b)

Par exemple, l'introduction de

$$\boxed{2}\ \boxed{x}\ \boxed{3}\ \boxed{x^2}\ \boxed{=}$$

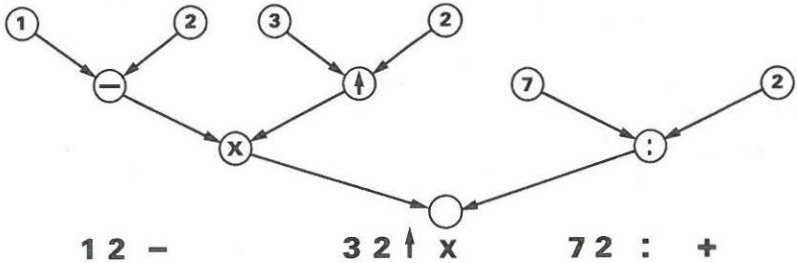
résulterait en l'affichage de $2 \times 3^2 = 18$.

Vérifiez l'admissibilité des signes de diverses fonctions unaires dans les expressions par votre calculatrice.

3. *Calculatrice à NPI*

Les expressions sont introduites en NPI. Il y a une touche spéciale pour séparer les nombres, marquée ↑ ou ENTER. Le signe opératoire qu'on introduit agit immédiatement sur les nombres dans les registres x et y. La file des nombres dans les registres avec le signe qu'on introduit est une PILE.

Exemple 3. Calcul de l'expression $(1-2)\times 3\uparrow 2+7:2$ à l'aide d'une calculatrice à NPI.



1 2 − 3 2 ↑ x 7 2 : +

Exécution

ENTRÉE	REGISTRES x	y	z	t
	0	0	0	0
1	1	0	0	0
ENTER	1	1	0	0
2	2	1	0	0
−	−1	?	0	0
3	3	−1	0	
ENTER	3	3	−1	0
2	2	3	−1	0
↑	9	−1	0	0
x	−9	?	0	0
7	7	−9	0	0
ENTER	7	7	−9	0
2	2	7	−9	0
:	3.5	−9	0	0

ENTER fait que la pile est poussée d'une position vers le bas. La position la plus haute (x) reste occupée par le même nombre qu'avant. Ce nombre est ensuite remplacé par le nombre introduit comme suivant.

D'habitude, les calculatrices à NPI sont munies d'une touche qui permet de voir les contenus de tous les registres. Cette touche est souvent marquée par R↓ son action est illustrée par le tableau ci-dessous.

ENTRÉE	x	y	z	t
... 1	1	2	3	4
R ↓	2	3	4	1
R ↓	3	4	1	2
R ↓	4	1	2	3
R ↓	1	2	3	4

■ En vous servant de la touche R↓, remplacez les points d'interrogation dans le tableau de l'Exemple 3 par les contenus des registres.

■ Décrivez dans un tableau comme dans l'Exemple 3 le calcul de l'expression.

$$\frac{\dfrac{48 + 106}{5} - \dfrac{17 - 56}{10}}{\dfrac{21 + 1037}{15}}$$

dans une calculatrice à NPI.

■ Organisez le calcul de la valeur du polynôme $3x^3 - 2x^2 + x - 1$ pour $x = 0.017$ à l'aide d'une calculatrice à NPI.

■ Soit $\mathcal{F}(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 5$. Soit $a = 1.8$ et $b = 1.9$. Calculez la valeur de

$$c = b - \mathcal{F}(b)\,\frac{b - a}{\mathcal{F}(b) - \mathcal{F}(a)}$$

2e PARTIE : GUIDE DU MAÎTRE

Fiche n° 1

Sujet : **Langage des formules mathématiques.**

On attire l'attention de l'élève sur l'ambiguité de l'écriture ordinaire des formules mathématiques et on montre certaines façons de s'en débarrasser.*

On dit aux élèves qu'une formule peut exprimer soit la description d'un *calcul*, soit une *valeur*.

On peut se débarrasser de l'ambiguité sur le calcul par :

1) l'emploi de parenthèses
2) le numérotage des opérations
3) une convention sur les priorités des signes opératoires et de l'ordre dans lequel doivent être exécutées les opérations de même priorité.

On peut se débarrasser de l'ambiguité sur la valeur par :

1) l'emploi des parenthèses
2) une convention sur la priorité des signes opératoires.
3) l'utilisation de l'écriture arborescente.

Là, on s'arrête pour parler des arbres. On fixe un langage : nœud, valeur du nœud, etc.

On dit comment passer de l'écriture arborescente à l'écriture parenthésée. Ceci sera rappelé aux élèves dans la fiche suivante : on dira que le passage de l'écriture arborescente à l'écriture en file correspond à un certain numérotage des nœuds.

* J. Kuntzmann, Apport de l'informatique dans l'enseignement mathématique, CEDIC 1974.

Fiche n° 2

Sujet : **écritures "sans parenthèse"**

La fiche est composée de façon à faire découvrir aux élèves les écritures "sans parenthèse".

Ces écritures sont dérivées des ordres "désadressés" (*) : l'arbre détermine dans l'ensemble de ses nœuds un ordre partiel noté $\leqslant$. Cet ordre est indiqué par les flèches.

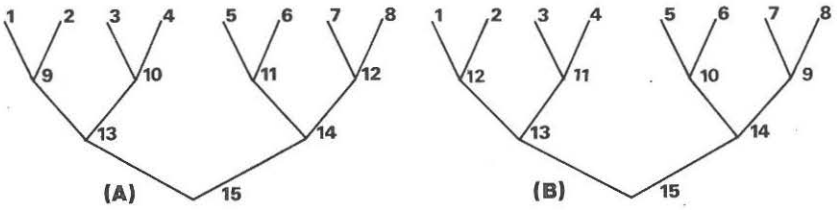
Nous pouvons numéroter les nœuds, introduisant ainsi un ordre linéaire dans leur ensemble.

Nous dirons que nous avons numéroté les nœuds dans un ordre désadressé $\leqslant^*$, si :

0) $\leqslant^*$ ne dépend pas des valeurs des nœuds,
1) $\leqslant \subset \leqslant^*$;
2) $\leqslant^*$ est conservé si on passe aux sous-arbres.

L'ordre qui satisfait aux deux premières conditions est appelé ordre admissible.

Exemple : Dans (A) les nœuds ont été numérotés dans un ordre désadressé. Dans (B) l'ordre est admissible mais pas désadressé.



A chaque ordre admissible correspond une écriture en file des expressions arithmétiques.

Il est possible de construire des automates capables d'effectuer le calcul des expressions arithmétiques données en écritures provenant des ordres admissibles. Mais en général, l'expression toute entière doit être vue par l'automate pour déterminer les arguments de l'opération actuellement performée. Cela veut dire que l'automate doit lire l'expression plus d'une fois.

On a découvert que les ordres désadressés et eux seulement fournissent des écritures qui remédient à cet inconvénient : le choix des arguments ne dépend que de la partie de l'expression actuellement lue.

---

*A.Y. Blikle, Investigations in the theory of addressless computers, Pub. Acad. Polon. Sci, Vol. XIV, N°(4, 196 , pp. 203-208.

Dans la fiche pour les élèves on ne parle pas de l'ordre linéaire mais du numérotage des nœuds. On pose le problème (Question 2), en explicitant la condition 1) de la définition de l'ordre désadressé ; des conditions 0) et 2) sont implicites dans le problème qu'on pose aux élèves dans la Question 3.

La règle du numérotage ne doit pas dépendre des valeurs des nœuds ; sinon on a des problèmes pour transmettre la règle à un collègue. L'arbre dessiné par l'élève peut être plus grand ou plus petit que l'arbre sur lequel il avait expliqué la règle. Si l'ordre admis par l'élève ne satisfait pas la condition 2), il peut y avoir des problèmes avec la traduction de l'écriture en file, dans son ordre, à l'écriture arborescente.

Dans les questions 4 à 6 l'élève est amené à chercher l'algorithme de calcul des expressions en écriture sans parenthèse qu'il a trouvée.

Fiche n° 3

Sujet : **Ecriture en file et calculs en machine.**

La fiche n° 3 donne des exemples d'écritures en file des formules :

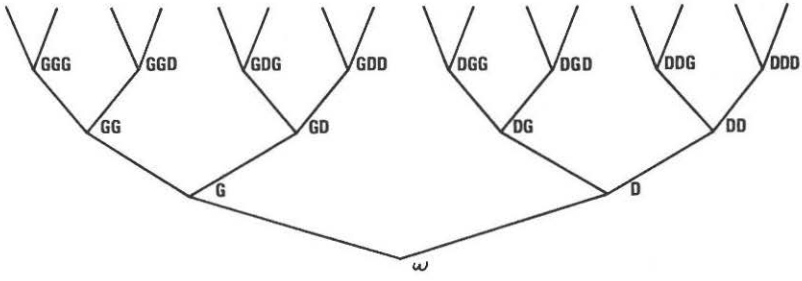
1/ écriture ordinaire avec parenthèses,
2/ écritures "sans parenthèse" : la notation polonaise inversée et les notations dites transversales.

L'écriture ordinaire étant familière et les règles de calcul en machine en cette écriture étant clairement exposés dans la fiche, nous passons directement aux explications concernant les écritures sans parenthèse. Nous allons présenter des algorithmes de traduction de l'écriture arborescente à chacune des écritures sans parenthèse et décrire les règles de calcul.

A. *Algorithmes de traduction en écritures sans parenthèses*

Il n'y a que 6 ordres désadressés (cf. A.J. Blikle, op. cit.) : deux ordres dits transversaux, de gauche à droite et de droite à gauche ($\mathcal{T}$ et $\overline{\mathcal{T}}$), deux ordres dits longitudinaux ($\mathcal{W}$et$\overline{\mathcal{W}}$) et deux ordres dits mixtes ($\mathcal{V}$et$\overline{\mathcal{V}}$). A chaque ordre désadressé correspond une écriture "sans parenthèse" des expressions arithmétiques ; ces écritures seront appelées : écriture transversale de gauche à droite et écriture transversale de droite à gauche, écriture longitudinale de gauche à droite ou notation polonaise inversée (NPI), écriture longitudinale de droite à gauche, écritures mixtes, respectivement.

Les ordres désadressés ne dépendent pas des valeurs des nœuds ; par conséquent il suffit de donner des algorithmes d'écriture des étiquettes des nœuds dans chacun des ordres. Nous admettons l'étiquetage suivant :



Donc, les étiquettes des nœuds sont des mots composés de lettres : G et D et ω. L'étiquette de la racine est un mot vide désigné par ω .

A1. *Ecritures transversales.*

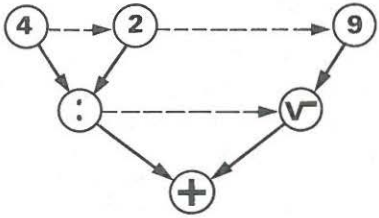
Nous allons donner l'algorithme d'écriture des étiquettes d'un arbre à n étages dans l'ordre transversal de gauche à droite $\mathcal{T}$.

Exemple : le cas de l'arbre plein à 2 étages :

GG GD DG DD G D ω

GG	GD	DG	DD	G	D	ω
4	2		9	:	$\sqrt{\ }$	+

écriture transversale de gauche
à droite de l'expression
$(4:2) + \sqrt{9}$



algorithme : pour écrire les étiquettes d'un arbre plein à n étages dans l'ordre $\mathcal{S}$, on écrit d'abord toutes les étiquettes du n-ième étage dans l'ordre de gauche à droite, ensuite les étiquettes du (n-1)-ième étage dans le même ordre et ainsi de suite jusqu'au premier étage. Enfin, on écrit ω.

L'algorithme d'écriture des étiquettes dans l'ordre transversal de droite à gauche s'obtient à partir de l'algorithme ci-dessus en échangeant les mots de gauche et droite.

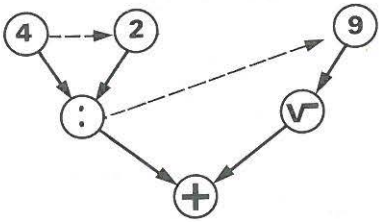
A2. *Ecritures longitudinales*

Nous allons donner l'algorithme d'écriture des étiquettes d'un arbre à n étages dans l'ordre longitudinal de gauche à droite.

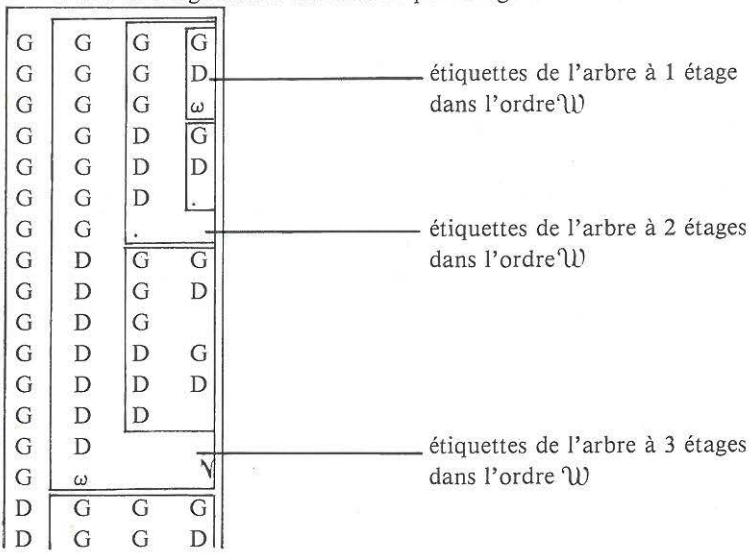
Exemple : le cas de l'arbre plein à 2 étages :

GG	GD	G	DG	DD	D	ω
4	2	:		9	$\sqrt{\ }$	+

notation polonaise inversée
de l'expression $(4 : 2) + \sqrt{9}$



L'idée de l'algorithme est illustrée par la figure suivante :



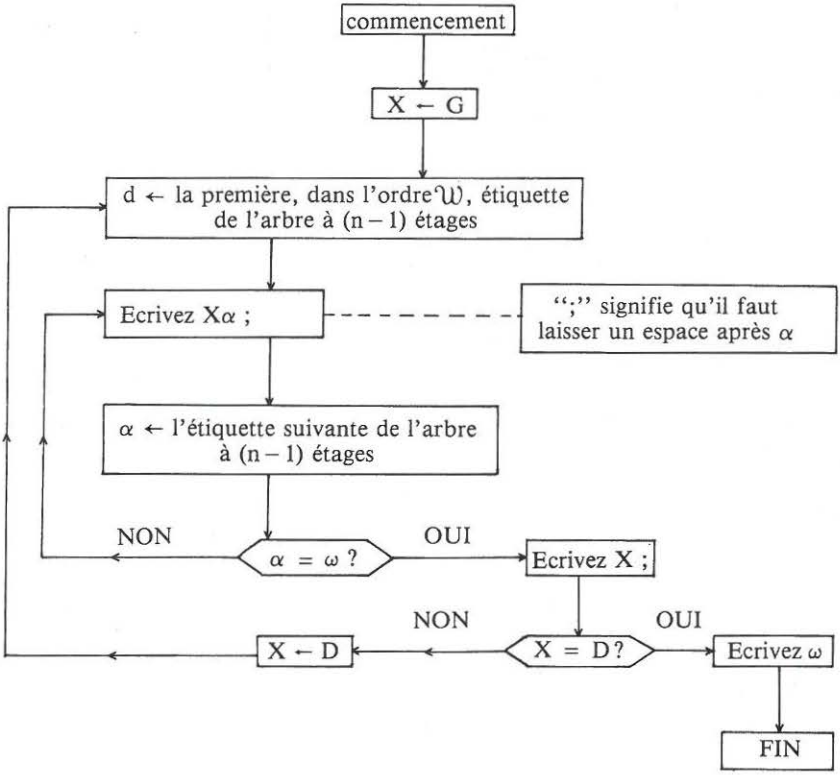
Algorithme : L'écriture des étiquettes d'un arbre plein à n étages dans l'ordre 𝔚 est définie par récurrence sur n :

$$n = 1$$

Les étiquettes d'un arbre à 1 étage dans l'ordre $\mathfrak{W}$:

$$G \quad D \quad \omega$$

Supposons qu'on ait écrit les étiquettes de l'arbre à $(n-1)$ étages dans l'ordre $\mathfrak{W}$. Alors on peut écrire les étiquettes de l'arbre à n étages dans l'ordre $\mathfrak{W}$ suivant les instructions de l'organigramme ci-dessous :

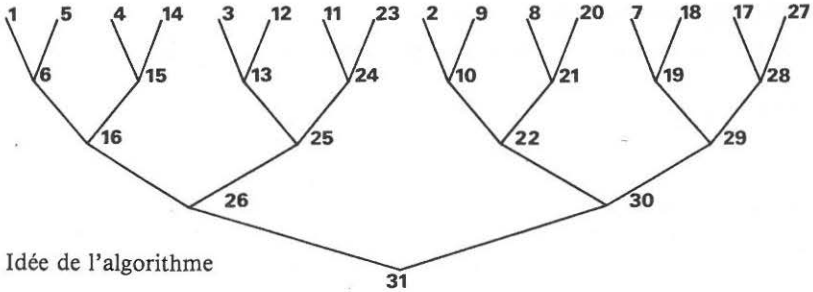


L'algorithme d'écriture des étiquettes dans l'ordre s'obtient de l'algorithme ci-dessus en échangeant les symboles G et D.

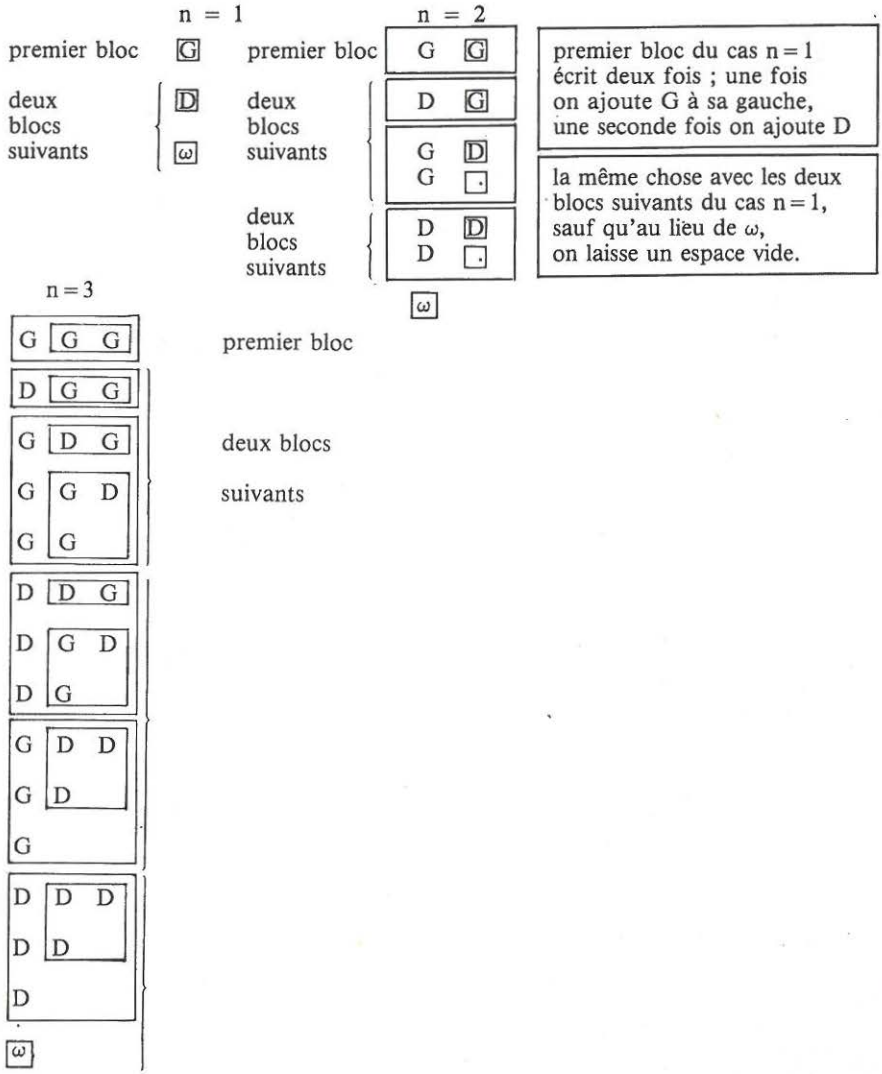
A3. *Ecriture mixte*

Nous ne donnerons qu'une idée de l'algorithme.

Exemple :



Idée de l'algorithme



B. *Différentes organisations des mémoires*

Imaginons une suite de registres de la mémoire d'une machine

1	2	3	4	5	.....	..	n − 1	n

Supposons que les données sont *introduites* en machine suivant la règle : une nouvelle donnée entre au registre n° 1, la donnée qui occupait auparavant le registre n° i passe au registre n° i + 1, i = 1, ..., n-1. La donnée qui occupait auparavant le registre n° n est perdue.

Si le prélèvement des données est effectué dans l'ordre inverse à celui dans lequel elles étaient introduites, nous dirons que la mémoire de la machine a été organisée en PILE.

Si le prélèvement des données est effectué dans l'ordre où elles étaient introduites, nous dirons que la mémoire de la machine a été organisée en QUEUE.

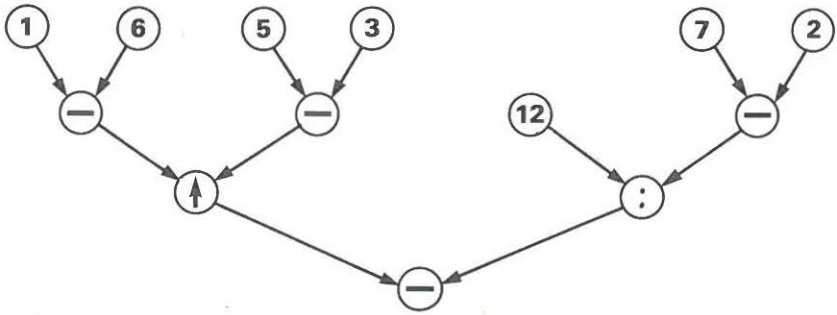
Si les données peuvent être prélevées aussi bien du premier que du dernier registre, alors on dit que la mémoire de la machine a été organisée en RAYON.

C. *Calcul des expressions dans différentes écritures*

Pour le calcul en machine des expressions arithmétiques écrites en écritures transversales, on emploie l'organisation en queue de la mémoire ; en écriture longitudinale - l'organisation en pile et, en écritures mixtes - l'organisation en rayon de la mémoire.

Les règles de calcul en machine dans les écritures ordinaire, transversales et longitudinales sont exposées dans la fiche n° 3. Ici, nous montrerons un exemple de calcul en écriture mixte de gauche à droite.

Exemple. Soit donnée l'expression arithmétique



En écriture mixte de gauche à droite cette expression se présente comme une file de symboles suivante :

1 5 6 – 7 12 3 – ↑ 2 – : –

Calcul : La file F est introduite progressivement en machine et évaluée en cours d'introduction. Ainsi, on a en machine une file dynamique Φ contenant des résultats partiels et des éléments de F.

En cas d'écriture mixte de gauche à droite, lors de l'exécution d'une opération, le signe opératoire * est remplacé par la valeur de x * y , où x est le dernier et y, le second élément de la file Φ. Ensuite, y et x sont effacés et les éléments de Φ qui restent avancent d'une position vers le haut.

Nous présentons le calcul de notre expression sous forme d'un tableau laissant voir les états successifs de la file dynamique Φ, c'est-à-dire du *rayon* Φ.

F	Etats successifs de la file Φ					
	haut de RAYON					bas de RAYON
1	1					
5	5	1				
6	6	5	1			
–	–	6	5	1		
	–5	5				
7	7	–5	5			
12	12	7	–5	5		
3	3	12	7	–5	5	
–	–	3	12	7	–5	5
	2	12	7	–5		
↑	↑	2	12	7	–5	
	25	12	7			
2	2	25	12	7		
–	–	2	25	12	7	
	5	25	12			
:	:	5	25	12		
	2.4	25				
–	–	2.4	25			
	22.6					

Chapitre VII

DOCUMENTATION

BIBLIOGRAPHIE

Nous indiquons ci-dessous les documents, publications et ouvrages divers se rapportant aux "calculettes" et dont nous avons eu connaissance.

TITRES	Pour les obtenir s'adresser à (Adresses des I.R.E.M. page 168) ▼
Gazette informatique de l'A.P.M.E.P.	A. DELEDICQ I.R.E.M. de Paris-Sud
Quelques Apports de l'Informatique à l'enseignement des Mathématiques. Brochure N° 20 de l'A.P.M.E.P.	voir page 196
Calculateurs Programmables et Algèbre de 4è Brochure N° 24 de l'A.P.M.E.P.	voir page 197
Compte rendu du colloque de St Malo des 1er et 2 juin 1979.	I.R.E.M. de Rennes
Minicalculatrices et choix opératoires en 6è	I.R.E.M. d'Orléans
Informatique et vie quotidienne. Epinal 20 mai 1978 : Activités proposées. Enquête.	I.R.E.M. de Lorraine
Calculettes, Algorithmique et Mathématique (1er cycle).	I.R.E.M. de Rennes

Calculatrices au CM 2 - E.N. de Foix Recherche I.N.R.P. N° 77.02.2.08	Jane BEGUE C.O.S. 09000 FOIX
La Machine à Algol	I.R.E.M. de Lyon
Erelec 78-79 : les Décimaux en CM 1	I.R.E.M. de Lorraine
Quelques activités calculettatoires	I.R.E.M. de Rennes
A propos des calculettes	I.R.E.M. de Lorraine
Matchinettes 1 Matchinettes 2	I.R.E.M. de Grenoble
Algorithmique et Mathématiques en 4è (I.R.E.M.-I.N.R.P.)	I.R.E.M. de Lorraine
Calculatrices dans le 1er cycle	I.R.E.M. de Nice
Calculatrices de Poche et calcul numérique en 4è	I.R.E.M. d'Orléans
Exemples d'utilisation de calculatrices Programmables ou non	I.R.E.M. de Paris-Nord
Compte rendu de l'Atelier Calculatrices de poche	I.R.E.M. de Grenoble
La gazette du calculateur	I.R.E.M. de Grenoble et de Poitiers

Bulletin de liaison de Professeurs de Mathématiques d'Ecoles Normales (N°8)	I.R.E.M. de Rennes
Calculatrices en CM 2 - Ecole de St Simond	I.R.E.M. de Grenoble
Calculons à la machine. Expérience en CM2	Ecole Normale d'Avignon
Utilisation de calculatrices au C.P.-C.E.1	I.R.E.M. de Lorraine
Expérience calculatrices en CM 2	I.R.E.M. de Nice
Utilisation de la calculatrice dans l'Enseignement Secondaire par Michel WARISSE (Québec)	I.R.E.M. de Rennes
La Minicalculatrice dans l'Enseignement par Bernard HONCLAIRE (Belgique)	I.R.E.M. de Rennes
Bulletin "Mathématique et Pédagogie" N° 11/12 de la Société Belge des Professeurs de Mathématiques.	S.B.P.M. rue F. Martin 2 B 1160 BRUXELLES
Séminaire de didactique des Mathématiques de l'Université d'Etat de MONS : la minicalculatrice dans les classes.	G. NOEL S.B.P.M. rue F. Martin 2 B 1160 BRUXELLES
La calculatrice dans les premières années de l'Enseignement secondaire. Par J.P.HOUBEN et Willy VANHAMME.	Université catholique de Louvain Belgique.
Les calculatrices dans l'enseignement des Mathématiques. Conférences du 4è séminaire par la C.I.E.M. Luxembourg mai-juin 78	

G.R.M.S. N° 24. Divers articles sur l'utilisation de calculatrices de Poche.

PERMAMA
3465 rue Durocher
H2 X 2C6 MONTREAL
(Québec)

A calculator experiment in a Primary school shell of Mathematical Education Universite of Nottingham.

Calculators in school
Report of the investigation 76-77

S.M.P. Calculator series

Cambridge University Press

Electronic hand calculators : The implication for Pre-college Education. The OHIO State University (U.S.A.)

FILMS VIDEO

Des élèves de CM 2 utilisent des calculettes — I.R.E.M. de Grenoble

Introduction des Décimaux dans un CM 1 — I.R.E.M. de Lorraine

FILM 16 mm SONORISE

Tourné en 1978 dans une classe à trois cours avec des CM 2

J.C. BORD
Ecole Primaire.PARISOT
82160 CAYLUS

ADRESSES DES I.R.E.M.

Directeurs

BESANÇON — **Danielle ROGER**
Faculté des Sciences, La Bouloie — 25030 BESANÇON CEDEX
Tél. : (81) 50.59.30.

BORDEAUX — **Pierre DAMEY**
351, cours de la Libération — 33405 TALENCE CEDEX
Tél. : (56) 80.74.42

BREST — **Jean MAROT**
Université de Bretagne occidentale, avenue V. Le Gorgeu — 29283 BREST CEDEX
Tél. : (98) 03.16.94 (poste 488)

CAEN (ou Basse-Normandie) — **André MADIC**
I.U.T., Boulevard Maréchal Juin — 14000 CAEN
Tél. : (31) 94.67.83

CLERMONT-FERRAND — **Bruno INGRAO**
Complexe Scientifique des Cézeaux, B.P. 45 — 63170 AUBIERE
Tél. : (73) 26.41.10 (poste 33.10)

DIJON — **François MARCHIVIE**
Faculté des Sciences — Mirande B.P. 138 — 21004 DIJON CEDEX
Tél. : (80) 66.64.13 (poste 641)

GRENOBLE — **Bernard CORNU**
Tour de Mathématique, Domaine Universitaire, B.P. 41 — 38402 SAINT MARTIN D'HERES
Tél. : (76) 54.81.45 (poste 502)

LILLE — **Gérard HECQUET**
Faculté des Sciences et Techniques — B.P. 36 — 59655 VILLENEUVE D'ASCQ CEDEX
Tél. : (20) 91.92.22 (poste 2482)

LIMOGES — **Pierre BARRAL**
UER Sciences Exactes et de la nature, 123, rue Albert Thomas — 87060 LIMOGES CEDEX
Tél. : (55) 79.24.12

LYON — **Gilbert ARSAC**
Université Claude Bernard — 43, bd du 11 Novembre 1918
69622 VILLEURBANNE CEDEX
Tél. : (7) 889.84.55

MARSEILLE — **Marc BERGMAN**
U.E.R. de Marseille Luminy, 70 Route Léon Lachamp, case 901
13288 MARSEILLE CEDEX 9
Tél. : (91) 41.39.40 - (91) 41.01.40 (poste 32.10)

MONTPELLIER — **Gérard AUDIBERT**
Université des Sciences, Place Bataillon — 34060 MONTPELLIER CEDEX
Tél. : (67) 63.42.14 ou (67) 63.91.44 (poste 383)

NANCY-METZ OU LORRAINE **Jean-Louis CLERC**
Université Nancy I, Faculté des Sciences — B.P. n° 239
54506 VANDOEUVRE-LES-NANCY CEDEX
Tél. : (8) 327.55.51

NANTES **Jean-Pierre LETOURNEUX**
Faculté des Sciences, 2 chemin de la Houssinière — 44072 NANTES CEDEX
Tél. : (40) 74.50.70 (poste 398)

NICE **Jean-Philippe LABROUSSE**
Université de Nice, Parc Valrose — 06034 NICE CEDEX
Tél. : (93) 51.91.00 (poste 372)

ORLEANS **Rémy CHARPENTIER**
Université — Domaine Universitaire de la Source — 45046 ORLEANS CEDEX
Tél. : (38) 63.22.16 (postes 624-638)

PARIS NORD **Michel BOURBION**
Université Paris-Nord — Avenue J.-B. Clément — 93430 VILLETANEUSE
Tél. : (1) 821.61.70 (poste 4390 à 4394)

PARIS SUD **François COLMEZ**
Université Paris VII — 2, place Jussieu, Tour 56 — 75005 PARIS
Tél. : (1) 336.25.25 (poste 5383)

PICARDIE **Jean-Luc CHABERT**
U.E.R. de Saint Quentin, 48 rue Raspail — BC 619 — 02100 SAINT-QUENTIN
Tél. : (23) 67.06.18 et (23) 62.62.98

POITIERS **Raymond BARRA**
Faculté des Sciences, 40, Avenue du Recteur Pineau — 86022 POITIERS CEDEX
Tél. : (49) 46.27.35

REIMS **Julianne UNTERBERGER**
Moulin de la Housse — B.P. 347 — 51062 REIMS CEDEX
Tél. : (26) 85.12.21

RENNES **Jean HOUDEBINE**
Avenue du Gl Leclerc — Rennes-Beaulieu — 35042 RENNES CEDEX
Tél. : (99) 36.48.15

ROUEN **Jean CALBRIX**
B.P. 27 — 76310 MONT SAINT AIGNAN
Tél. : (35) 70.42.73 ou (35) 74.03.32 (poste 86)

STRASBOURG **François PLUVINAGE**
Départ. de Mathématiques, 10 rue du Général Zimmer — 67084 STRASBOURG CEDEX
Tél. : (88) 61.48.20

TOULOUSE **André ANTIBI**
Université Paul Sabatier, 118 route de Narbonne — 31062 TOULOUSE CEDEX
Tél. : (61) 52.14.14

BROCHURES DE L'A.P.M.E.P.

Les prix s'entendent port compris. Lorsqu'il existe un "prix port non compris", il est indiqué entre parenthèses à la suite du prix port compris. Ces prix, bien que révisés, sont encore susceptibles d'augmentation en cas de réimpression ou de variation des tarifs postaux.

Sont indiqués également pour chaque brochure la date de parution et le nombre de pages.

0. *Pour apprendre à conjecturer : initiation au Calcul des Probabilités,* par L. Guerber et P.L. Hennequin, 1968, 232 p., 27 F (cartonné : 32 F).

1. *Charte de Chambéry,* étapes et perspectives d'une réforme de l'enseignement des mathématiques, 1968, 32 p., 4 F.

2. *Matériaux pour l'histoire des nombres complexes* par Jean Itard, 1969, 32 p., 5 F

5. *Eléments de logique pour servir à l'enseignement mathématique* par J. Adda et W. Faivre, 1971, 52 p., 6 F

6. *Charte de Caen*, étapes et perspectives d'une réforme de l'enseignement des mathématiques, 1972, 32 p., 5 F.

8. *Mots I*, 1974, 100 p., 16 F (10 F).

9. *Elem-Math I*, 1975, 56 p., 6 F (4 F).

10. *Carrés magiques* par Belouze, Glaymann, Haug et Herz, 1975, 48 p., 6 F (4 F).

11. *Mots II*, 1975, 108 p., 16 F (10 F).

13. *Mathématique pour la formation d'adultes* (CUEEP) par P. Loosfelt et D. Poisson, 1976, 189 p., 23,50 F (15 F).

14. *A la recherche du noyau des programmes de mathématiques du premier cycle. Savoir minimum en fin de troisième* (IREM de Toulouse - A.P.M.E.P.), 2e édition, 1976, 220 p., 23,50 F (15 F).

15. *Mots III*, 1976, 136 p., 18 F (12 F).

16. *Elem-Math II*, 1976, 56 p., 9 F (6 F).

17. *Hasardons-nous*, 1976, 220 p., 33,50 F (25 F).

19. *Elem-Math III, La division à l'école élémentaire*, 1977, 100 p., 16 F (10 F).

20. *Quelques apports de l'Informatique à l'enseignement des mathématiques*, 1977, 280 p., 33,50 F (25 F).

21. *Géométrie au premier cycle, tome 1*, 1977, 208 p., 33,50 F (25 F).

22. *Géométrie au premier cycle, tome 2*, 1978, 328 p., 38,50 F (30 F).

23. *Pavés et bulles* par Françoise Pécaut, 1978, 288 p., 33,50 F (25 F).

24. *Calculateurs programmables et algèbre de quatrième (une recherche inter-IREM)*, 1978, 120 p., 26 F. (20 F).

25. *Mots IV*, 1978, 152 p., 18 F (12 F).

26. *Elem-Math IV, Aides pédagogiques pour le Cours Préparatoire*, 1978, 64 p., 15 F (9 F).

27. *Pour une mathématique vivante en Seconde*, 1979, 128 p., 21 F (15 F).

28. *Analyse des données, tome 1*, 1980, 248 p., 38,50 F (30 F).

29. *Elem-Math V, Aides pédagogiques pour le Cours Elémentaire*, 1979, 192 p., 24 F (18 F).

30. Les manuels scolaires de mathématiques, 1979, 280 p., 38,50 F (30 F).

32. *Texte d'orientation A.P.M.E.P. 1978* dans le prolongement des Chartes de Chambéry et de Caen, 2 F (sans port : gratuit). (Ce texte figure aussi dans le Bulletin n° 314)

33. *Activités mathématiques en Quatrième-Troisième, tome 1*, 1979, 248 p., 33,50 F (25 F).

35. *Du quotidien à la mathématique : une expérience en formation d'adultes*, 1979, 104 p., 26 F (20 F)

36. *Elem-Math VI, Le triangle à l'Ecole Elémentaire*, 1980, 64 p., 12 F (9 F).

37. *Mots V*, 1980, 114 p., 20 F (14 F).

38. *Activités mathématiques en Quatrième-Troisième, tome 2*, 1981, 140 p., 33 F (27 F).

40. *Analyse des données, tome 2*, 1980, 296 p., 41,50 F (33 F).

41. *Fragments d'histoire des mathématiques*, 1981, 176 p., 45 F (39 F).

42. *"Mini-grille" d'analyse des manuels scolaires de mathématiques*, 1981, 56 p., 18 F (15 F).

43. *Mathématique active en Seconde*, 1981, 228 p., 46,50 F (38 F).

44. *Jeu 1. Les jeux et les mathématiques*, 1982, 184 p. et 13 fiches, 59,50 F (51 F).

45. *Mathématiques et Sciences Physiques en L.E.P., brochure U.d.P. — A.P.M.E.P.*, 1981, 48 p., gratuit.

46. *Mots VI : Grandeur — Mesure*, 1982, 134 p., 29 F (23 F)

47. *Obstacles et déblocages en mathématiques, par M. Bruston et C. Rouxel,* 1982, 130 p., 51 F (45 F).

48. *Evariste Galois (1811-1832), format 21 × 29,7,* 1982, 56 p., 51 F (45 F).

D1. *La mathématique parlée par ceux qui l'enseignent, dictionnaire de l'A.P.M.E.P.,* 1962-1979, 113 notices, 211 fiches, 70 F.

D2. *Dictionnaire A.P.M.E.P.,* millésime 1980, 20 fiches, 36 F (30 F).

Les statuts de l'A.P.M.E.P. figurent dans la brochure 6 (Charte de Caen). Ils sont envoyés aux nouveaux adhérents sur demande.

*

* *

Publications de la Régionale parisienne de l'A.P.M.E.P. :

- *Initiation à la mathématique de base,* 213 p., 18,50 F (10 F).
- *Initiation au langage mathématique, analyse d'une expérience d'enseignement,* par J. Adda, 190 p., 33,50 F (25 F).

Ont participé à l'élaboration de cette brochure:

Jane BEGUE (Chapitres I, III)
Jean-Claude BORD (Chapitre III)
Jeannine DUVERNEUIL (Chapitre III)
Michel KISTER (Chapitre I)
Jeannine LEFORT (Chapitres I, III)
Michel SIBILLE (Chapitres III, V)

et pour l'introduction et l'ensemble des chapitres,

Rachel HEBENSTREIT
Roger LE ROUX
Jean-Claude ORIOL
Paul SUBTIL
Claudette VIEULES .

La plupart des dessins sont de Marie-Thérèse PATALANI .

La frappe a été assurée par:

Françoise LE BESCOND
Marie-Josèphe PIERI .

Correction des épreuves et mise en page:

Roger LE ROUX
Paul SUBTIL .

Pour en savoir plus
sur l'utilisation dans la classe

- de calculatrices scientifiques
- de calculatrices programmables
- de mini-ordinateurs ...

lisez la brochure n° 20

QUELQUES APPORTS
DE L'INFORMATIQUE
A L'ENSEIGNEMENT
DES MATHEMATIQUES

1. Renouveau de l'art du calcul

2. Quelques développements
en situation pédagogique

3. Langages et méthodes

4. Aide de l'informatique à l'enseignement

5. Informations diverses

Imprimerie VAUDREY-LYON

ISBN 2-902680-07-4