DU MATÉRIEL
POUR LES
MATHÉMATIQUES

Pour tout renseignement concernant

l'A.P.M.E.P.
(Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public)

Inscription (cotisation, abonnement)

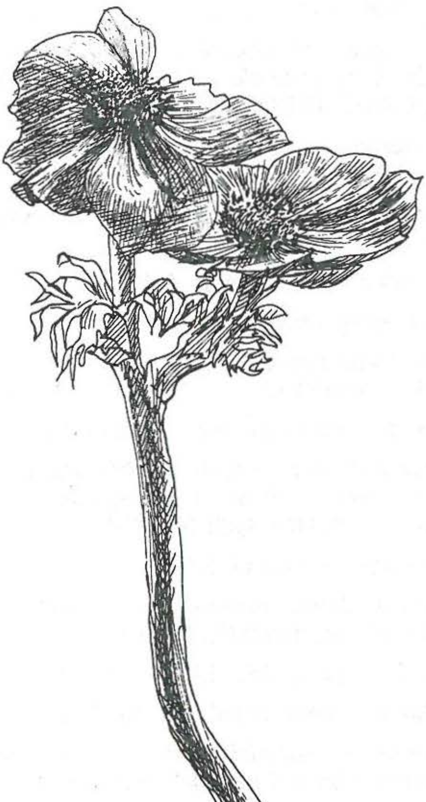
Publications (Bulletin de l'A.P.M.E.P., brochures, en particulier les collections **ELEM-MATH** et **MOTS**)

Fonctionnement (Régionales, Commissions, ...)

s'adresser au :

Secrétariat de l'A.P.M.E.P.
13, rue du Jura
75013 PARIS
Tél. (1) 331.34.05

TABLE DES MATIÈRES



INTRODUCTION

par Louis DUVERT
Président d'Honneur de l'A.P.M.E.P.

Chaque année, le compte rendu des Journées Nationales de l'A.P.M.E.P. était publié dans le Bulletin. Cette année, la Commission des Publications a décidé — c'est une innovation — d'en tirer une brochure A.P.M.E.P.

Les Journées 1982 ont eu lieu les 23, 24 et 25 septembre à Poitiers, autour du thème : "Elaboration et utilisation de matériel dans l'enseignement des mathématiques". Elles ont comporté, outre les habituels temps de vie associative (réunions des Commissions et des Régionales, Assemblée générale des Journées) :

- *une séance plénière (immédiatement après l'ouverture officielle des Journées) consistant en une présentation audio-visuelle réalisée par la CAVIREM (Commission audio-visuelle inter-IREM),*
- *des groupes de travail (une quarantaine), chacun disposant de 3 heures réparties en deux séances,*
- *des ateliers,*
- *des expositions,*
- *des présentations de documents audio-visuels,*
- *un débat sur "les auxiliaires pédagogiques. A quoi servent-ils ? Qui les paie ? (cf Bulletin 337 - p. 146),*
- *une assemblée générale (cf Bulletin 336 - p. 000) et un débat avec le Directeur des Lycées (Bulletin 337 - p. 142).*

Cette brochure rassemble des comptes rendus de certaines de ces activités; ils sont difficiles à rédiger, en particulier ceux des groupes de travail, qu'ils soient confiés aux animateurs du groupe ou à des participants. Comment faire état de tout ce qu'on y a fait, vu, dit, entendu, vécu ? Comment ne pas laisser perdre beaucoup de la richesse que chacun y a récoltée ?

Pour imparfaits qu'ils soient, nous espérons qu'ils seront utiles au lecteur, qu'il ait ou non assisté aux Journées de Poitiers. Ainsi se trouve réuni un ensemble de textes décrivant des instruments et des montages faciles à réaliser et à faire fonctionner dans nos classes. Le compte rendu de chaque groupe est souvent précédé d'une fiche de description du matériel qui facilitera son utilisation. Souvent, les rédacteurs ont indiqué une adresse à laquelle les personnes intéressées pourront demander des précisions; à défaut, elles peuvent aussi écrire au secrétariat de l'A.P.M.E.P. (13, rue du Jura, 75013 PARIS).

Peut-être aussi cette brochure incitera-t-elle des collègues à assister aux Journées à venir, et à profiter du climat de travail, d'échanges et de chaleureuse camaraderie que les Régionales, à tour de rôle, moyennant une charge écrasante pour leurs militants, savent créer chaque année.

INSTRUMENTS D'ASTRONOMIE POUR LA MESURE DE L'ESPACE ET DU TEMPS

Groupe de travail n° 1

Animateur : Victor AGUERRE

- **Types de matériel utilisé :**

Maquettes et reproductions d'instruments astronomiques anciens : quadrant de Copernic, toise à soleil, bâton de Jacob, nocturlabe, quartier de Davis, anneau astronomique, gnomon, méridienne, héliolabe, héliographe, théodolite, triquètre, cadrans solaires, sphère armillaire, torquetum, canon solaire.

- **Où se procurer ce matériel ?**

Ce matériel inédit n'existe pas dans le commerce, mais peut être construit par tout bricoleur grâce aux fiches techniques éditées par le groupe "Ciel" des CEMEA. S'adresser à : Monsieur AGUERRE Victor, 54, avenue J.F. Kennedy - 64200 BIARRITZ.

- **Comment l'utiliser en classe ? (mode d'emploi, conseils pratiques, consignes de sécurité, etc.)**

Ces instruments présentent surtout l'avantage de concrétiser et de visualiser de multiples notions astronomiques de coordonnées, de temps...

- **Autres observations :**

Les mesures, tracés et constructions de plusieurs de ces instruments peuvent être abordés dès la Sixième et servir à des activités interdisciplinaires (mathématiques, éducation manuelle et technique, physique, histoire et géographie...).

TRANSFORMATEURS ET TRANSFORMATIONS PLANES

Groupe de travail n° 2

Animateurs :
J.P. BENEDETTI - M. BIDENNE - A. DUPIRE - R. GRAS

Le jeudi après-midi :

Heureuse, très heureuse initiative que de proposer un atelier comme première séance de travail. Une quarantaine de personnes ont découvert (ou approfondi leur réflexion) sur les transformateurs et leurs applications dans les classes du premier cycle, mais aussi dans des classes de Seconde.

Les collègues se sont souvent attachés, après de brèves manipulations, à redécouvrir la forme analytique de la transformation plane qui imposait "l'architecture" des appareils (translateurs, divers homothétiseurs, symétriseurs axiaux, rotateurs, inverseurs, et, moins habituel, un "conchoïdeur").

Des échanges, au niveau de groupes "spontanés", sur les expériences dans les classes ont établi que la pratique des modèles articulés n'est pas si rare que l'on pouvait penser.

Le vendredi matin :

Le groupe de travail a réuni 18 personnes, plus les intervenants (12 du premier cycle et 6 du second ou des deux à la fois).

En guise d'introduction, on a rappelé brièvement l'historique de l'expérience O.P.C., qui a débuté en 1972 et pour laquelle le matériel présenté ici a été mis au point, après essais dans des classes expérimentales, et utilisé depuis par des élèves de Quatrième et Troisième, mais également à titre de découverte et d'initiation par des élèves de Sixième et surtout de Cinquième.

Les grandes lignes de notre démarche intégrant de nombreuses manipulations à l'aide du matériel sont :

— Refus d'une axiomatique globale, mais découpage préalable de la matière géométrique à enseigner en Quatrième et Troisième, y compris la droite graduée et l'"écart angulaire".

— Réordonnancement (non neutre par rapport à nos intentions : Cf Recherche O.P.C., par exemple dans la brochure A.P.M.E.P. n° 34) ne coïncidant pas avec l'ordre "suggéré" par les programmes officiels de 71.
Voir liste des thèmes donnés en Annexe 1.

— Munir l'élève de connaissances opératoires, c'est-à-dire capables d'être fonctionnelles dans des situations diverses de problèmes.

— Développer, bien sûr, certaines capacités intellectuelles comme rigueur, objectivité, maîtrise du symbolisme, mais également sens de l'organisation, de l'optimisation, de la conjecture, etc.

— Développer des attitudes scientifiques, non seulement hypothético-déductives, mais également inductives.

— Conduire à une connaissance cohérente des faits mathématiques permettant un réinvestissement dans d'autres disciplines.

— Participer à la socialisation de l'élève et permettre, non contradictoirement, le développement de l'autonomie.

— Modifier le rapport de l'enfant au savoir en modifiant la représentation de celui-ci.

On a précisé ensuite la finalité du matériel utilisé et le pourquoi de manipulations sur des appareils, apparemment sophistiqués, plutôt qu'à l'aide de *calque* ou tout simplement plutôt que *la donnée directe* de l'algorithme de construction, voire de la définition formelle de telle ou telle transformation.

On a choisi en exemple l'un des montages, le symétriseur axial :

— Le symétriseur ne "sort" pas du plan comme le calque.

— La correspondance est véritablement ponctuelle et non globale, elle se perçoit immédiatement, telle qu'elle pourra se définir et contient déjà sa propriété involutive.

— Le matériel permet l'ignorance totale des effets obtenus et la maladresse de l'expérimentateur, à ceci près qu'une bonne fiabilité du report de dessins exige cependant de la part des élèves un contrôle de la fixation, des liaisons mécaniques, des contraintes techniques de l'appareil.

— La manipulation du calque admet un nombre de degrés de liberté important, alors que le symétriseur présente des contraintes dues à ses liaisons qui limitent les variables intervenant dans la construction d'un dessin.

— Le symétriseur permet l'analyse progressive des invariants de la transformation, il conduit à la modélisation et l'explicitation de l'algorithme de construction.

— La manipulation de la machine enrichit toute l'appréhension sensori-motrice de la transformation. Les figures et même les problèmes sont dynamisés par l'évocation manipulatoire.

Tous ces points ont été illustrés par des témoignages vécus (avec les hésitations, les maladresses, les erreurs même) dans les classes lors de l'emploi des machines au cours du déroulement des séquences 1 de chaque thème. (Cf en Annexe 2 le déroulement des thèmes suivant quatre séquences).

Trop peu de temps nous restait pour répondre à toutes les questions sur l'attitude en classe et pour détailler l'activité des élèves lors du travail par groupes; d'où un souhait général de commencer plus tôt le samedi matin.

Le samedi matin :

Deuxième groupe de travail pour une mise en situation de recherche avec échanges au niveau de petits groupes, voire individuels, avec les intervenants.

A titre d'illustration de l'emploi des machines par les élèves et comme synthèse, deux des trois films de l'IREM de Rennes, *Reflets et taches*, ont été projetés et commentés.

Références bibliographique principale :

— *L'enseignement des mathématiques* de Castelnuono, Gattegno, etc. (Delachaux et Niestlé).
— Brochure A.P.M.E.P. n° 34 : *Recherche Inter-IREM dite "OPC".*
— Fiches OPC, IREM de Rennes.

Matériel utilisé :

— Matériel meccano.
— 3 fiches de l'IREM de Rennes : *Reflets et taches.*
— Films de géométrie du C.N.D.P.

ANNEXE 1
Thèmes et correspondances avec contenus du programme

Thème 0

Observations générales pour travaux pratiques avec montages articulés.

Thème 1. Lignes et Surfaces

— **Axiomes d'incidence - Plan mathématique**
— **Droites du plan - Direction de droite**
— **Orthogonalité - Droites perpendiculaires.**

Thème 2. Soleil et Ombres

— Projection suivant une direction donnée
— Axiome du milieu - Applications aux triangles
— Nombres rationnels - Opérations sur les rationnels
— Axiome de Thalès - Applications (après le thème 6).

Thème 3. Equilibre autour d'un point

— Symétrie centrale
— Représentations graphiques - Quadrillages
— Notion de fonction numérique
— Parallélogramme
— Puissances de dix.

Thème 4. Glissements

— Translation
— Applications numériques $x \mapsto x + a$
— Représentations graphiques
— Equipollence - Vecteurs - Addition des vecteurs.

Thème 5. Tableaux statistiques

— Représentations graphiques
— Calculs numériques
— Relations numériques.

Thème 6. Appareils gradués

— Fonction linéaire
— Repérage d'un point sur une droite
— Mesure algébrique d'un bipoint
— Valeur absolue d'un réel
— Distance
— Changements de graduations.

Thème 7. Pliage

— Symétrie orthogonale
— Médiatrice d'un segment
— Bissectrice
— Relations numériques - Repérage.

Thème 8. Des factures aux fonctions

— Applications numériques
— Notion de nombres réels - Synthèse
— Fonctions monomes
— Fonctions polynomes

Thème 9. Agrandissement - Réduction

— Homothétie
— Relations numériques
— Produit d'un vecteur par un réel
— Points alignés - Vecteurs colinéaires

Thème 10. D'un point à un autre

— Distance dans le plan

Thème 11. Des nombres aux fonctions

— Equations
— Fonctions linéaires - Fonctions affines
— Fonctions rationnelles
— Inéquations
— Fonctions numériques à deux variables - Equations - Inéquations

Thème 12. Repérage

— Repère orthonormé
— Equations de droites

Thème 13. Pythagore

— Racines carrées
— Théorème de Pythagore
— Distance de deux points du plan

Thème 14. Ouverture sur les angles

— Angles géométriques
— Ecarts angulaires

Thème 15. Trigonométrie

— Trigonométrie.

ANNEXE 2
Articulation de chaque thème en quatre séquences

Séquence 1 :

Les travaux s'effectuent en groupes de trois ou quatre élèves en classe ou en demi-classe. Ces élèves, au cours d'une véritable dialectique de l'action, se construisent des modèles implicites de la transformation et effectuent quelques simulations contrôlées des effets de la machine à transformer avec laquelle ils ont, dans un premier temps, manipulé de façon plus ou moins dirigée.

Séquence 2 :

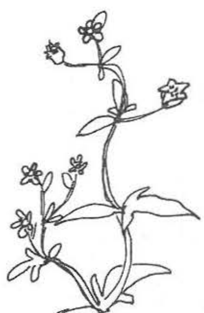
Ces simulations conduisent à des formulations dialectisées de leurs actes, des algorithmes et des invariants de la transformation, à travers des réalisations de dessins de figures planes.

Séquence 3 :

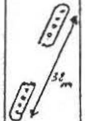
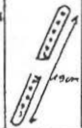
Une activité numérique avec travaux sur quadrillage est proposée de façon concomitante : c'est bien souvent le traitement d'une forme analytique de la transformation géométrique qui sert de prétexte à des tâches numériques. D'autres fois, la notion algébrique activée prend ses images, voire son sens, dans la transformation même.

Séquence 4 :

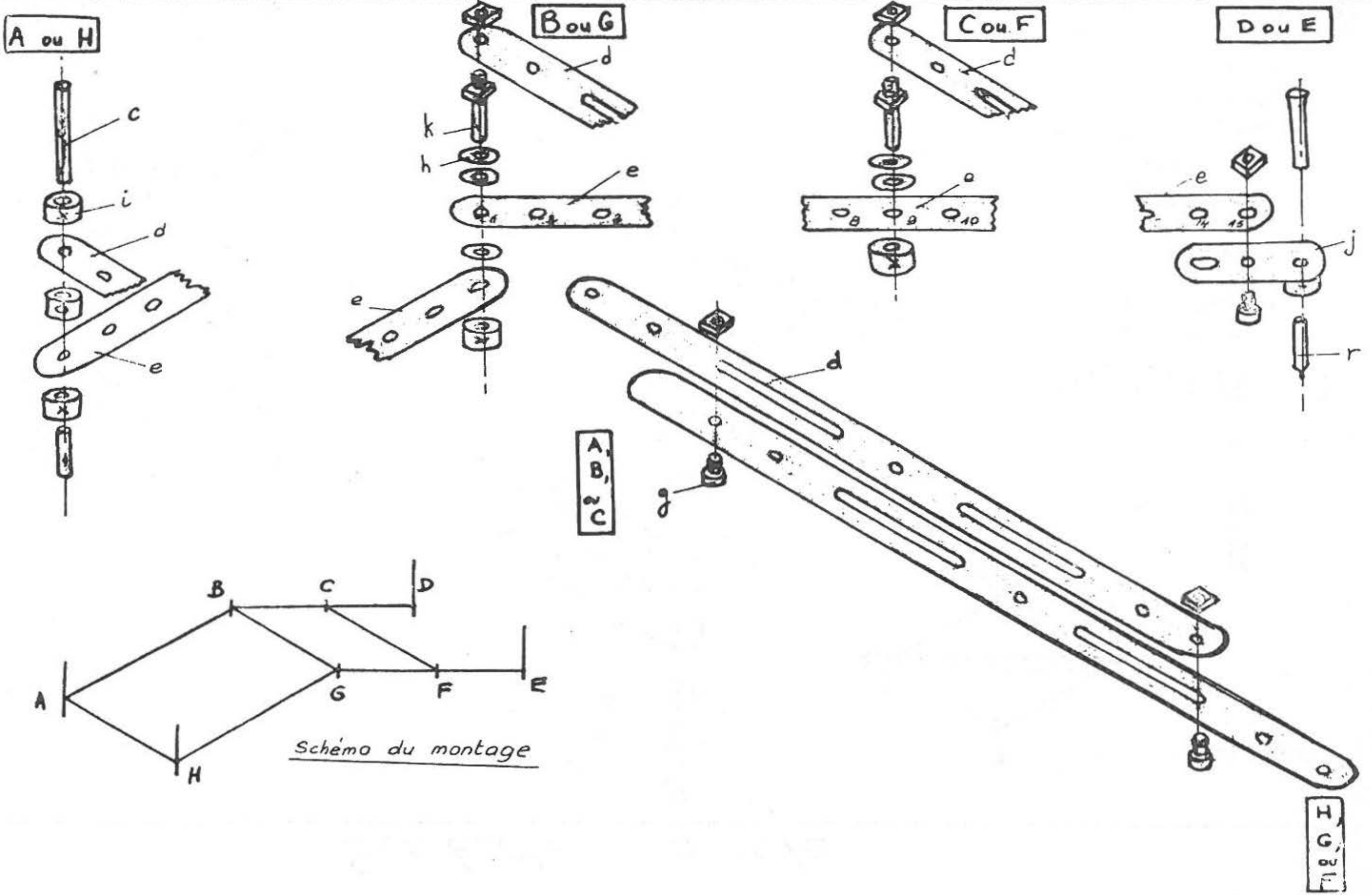
L'élève rencontre ici le modèle mathématique. L'élève valide à travers le modèle des conjectures suggérées par ses activités précédentes ainsi que certains théorèmes en actes non socialement reconnus et certaines propriétés non évidentes ou non accessibles à la manipulation. C'est le cas, entre autres, de celles qui mettent en jeu plusieurs transformations.



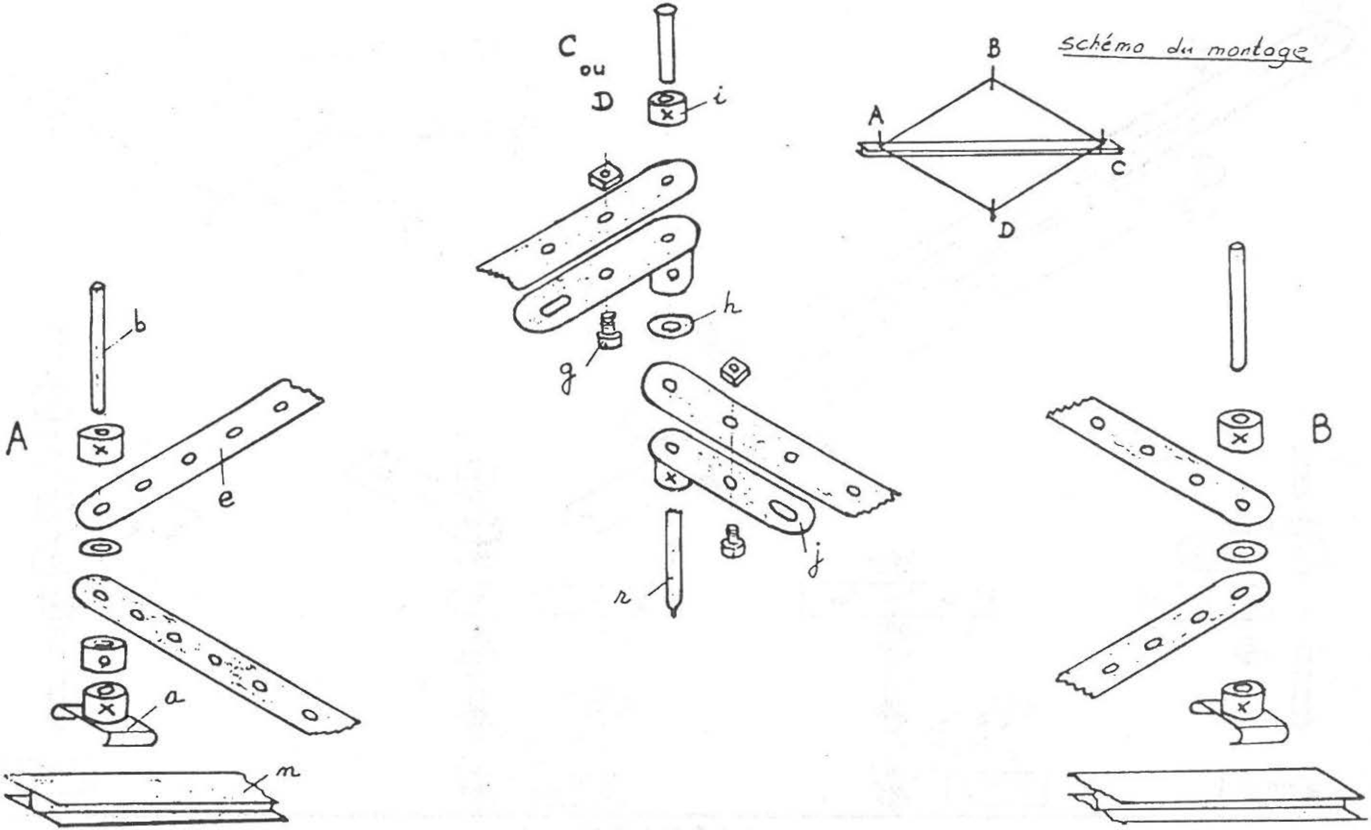
Pièces nécessaires à la réalisation des montages

Pieces MECCANO	Bague d'arrêt à glissière	Tringle 4cm	Tringle 10cm	Bande glissière	Bande 25 trous 32cm	Bande 15 trous 19cm	Boulon 5mm	Rondelle métallique 10mm	Bague d'arrêt	Bras de manivelle	Cheville filetée 15mm	Clef	Tournevis	Pièces autres que MECCANO: Pointe 80mm	Pièces autres que MECCANO: Rail symetrie axiale	Pièces autres que MECCANO: Recharge crayon bille
					 32mm	 19cm	 vis  écrou							 Ø 3mm	 60cm	 Ø 3mm
Référence MECCANO	50	18a	15b	55	1	1b	37b 37a	38	59	62	115	34	36			
Référence DESSIN	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k			m	n	r
Symetrie centrale ou (homothétie)					2 (4)	2 (0)	4	3	1	4		1	1	1		2
Translation			2	6		4	8	11	10	2	4	1	1			2
Symétrie axiale	2	2			4		4	4	5	4		1	1		1	2
Inversion		1			2	4	6	3	7	6	1	1	1	1		2
Conchoïde	2				1	1	9			8	2	1	1	1		1
Materiel nécessaire pour un MONTAGE	2	2	2	6	4	4	8	11	10	6	4	1	1	1	1	2

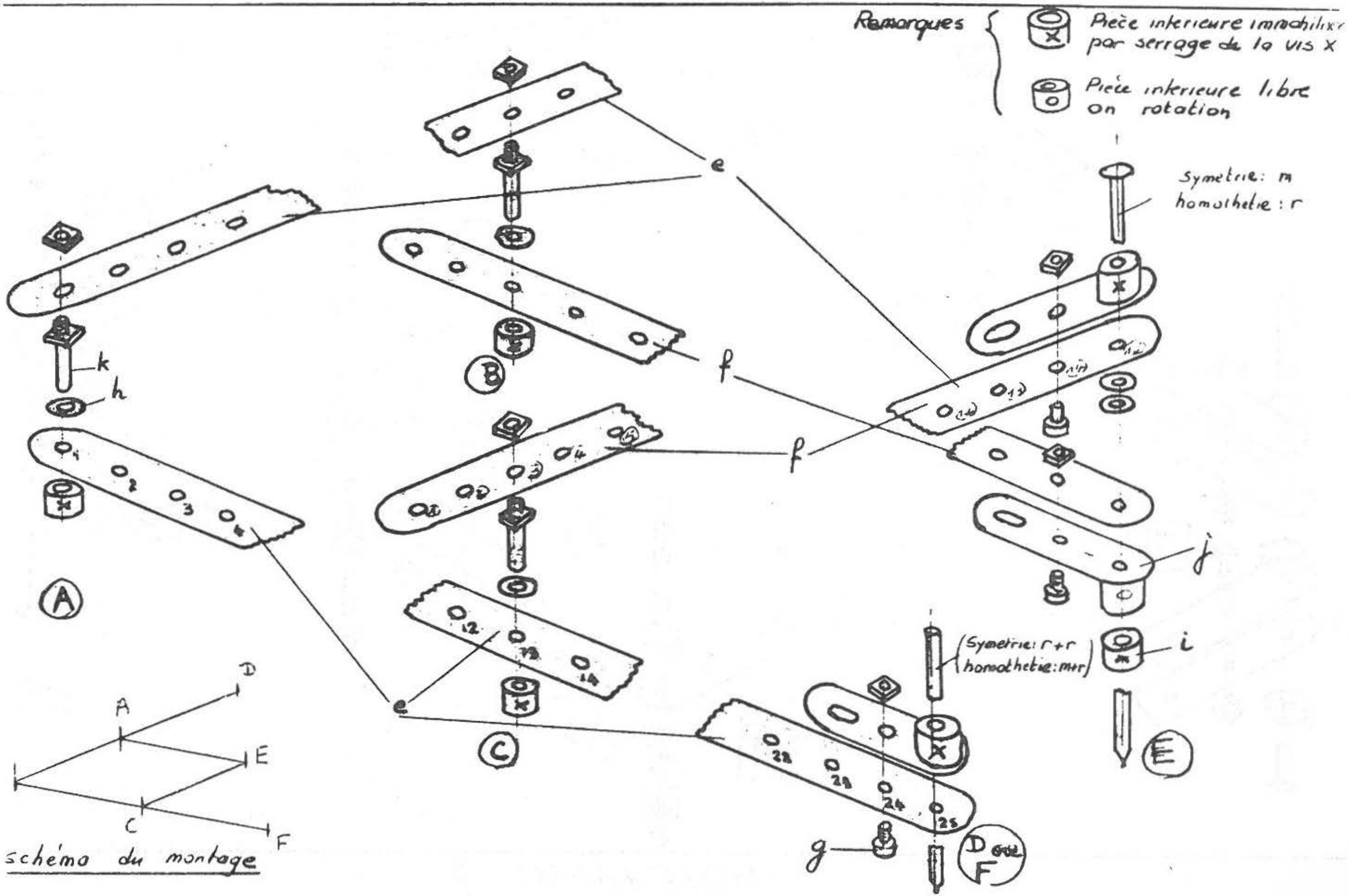
Translation



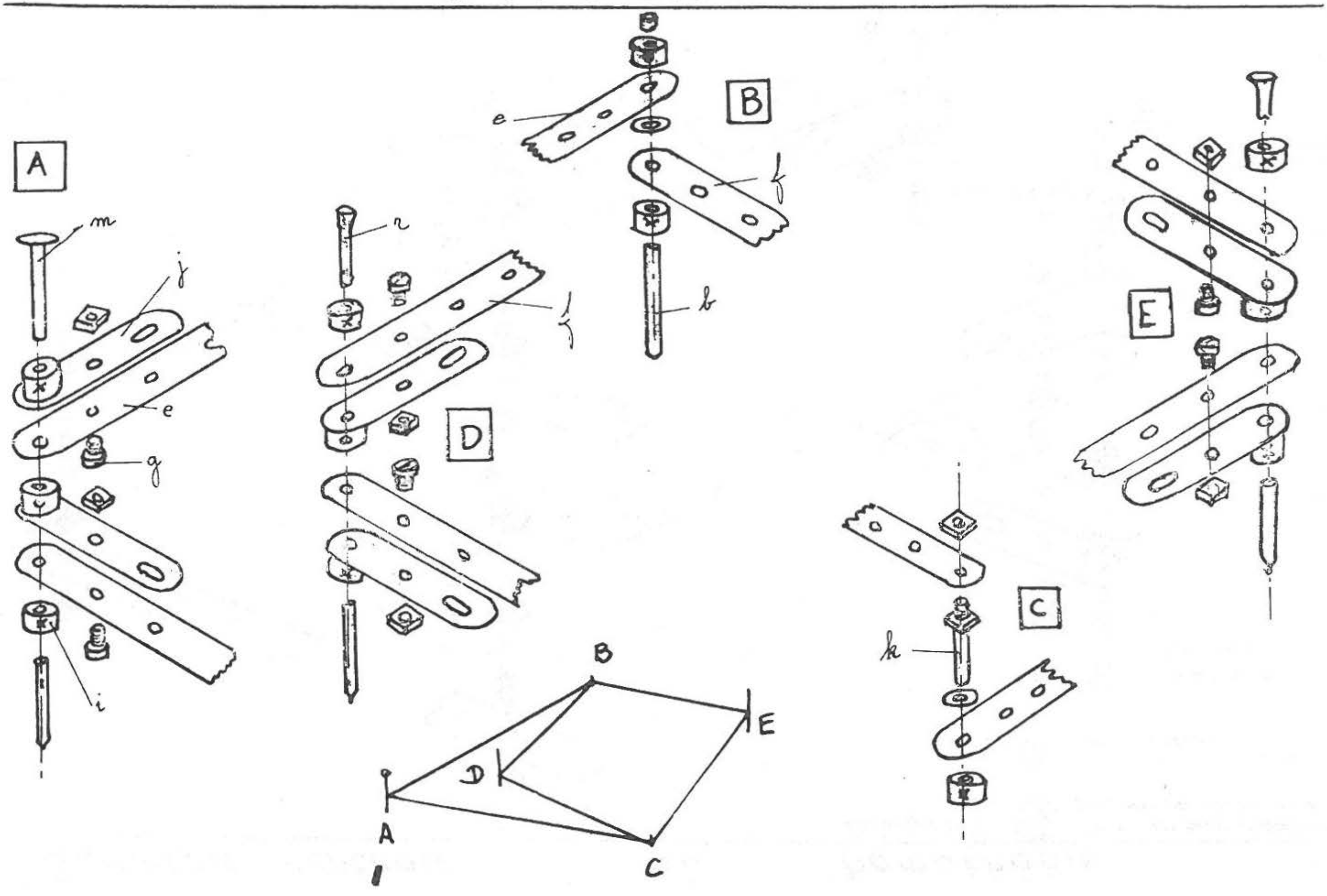
Symétrie axiale



Symetrie centrale ou homothétie



L'inversion



GEOMETRIE EN SECONDE

Groupe de travail n° 4

Animation Jean BOUDAREL

Le groupe s'est essentiellement consacré à l'observation et à la discussion d'un apprentissage, à l'aide de diapositives, de la géométrie dans l'espace en classe de seconde.

Tout l'apprentissage se fait sur le cube, dont toutes les représentations sont superposables, et j'ai tenu à montrer chaque section réalisée en volume.

Le déroulement de l'activité est le suivant :

1° Trois points M, N, P sont donnés sur les arêtes du cube (figure 1). Comment tracer sur les faces les sections du cube par le plan (MNP) ? (figure 2), (on obtient un quadrilatère $B\beta PN$) ; et si on déplaçait légèrement les points en M', N', P' , en changeant d'arêtes (figure 3) ? (on obtient un pentagone $M'\beta\delta P'N'$).

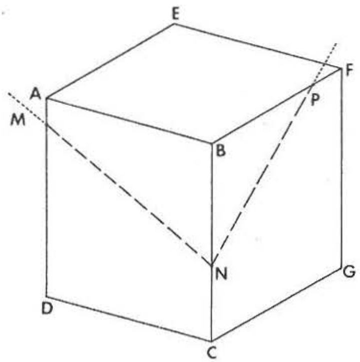


FIGURE 1

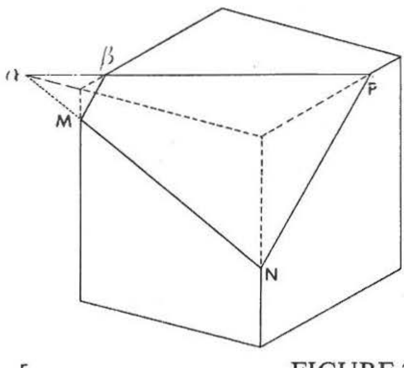


FIGURE 2

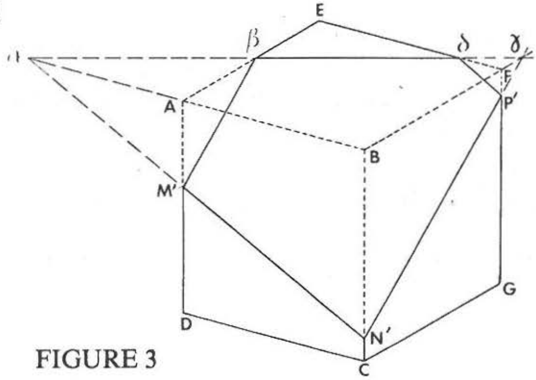


FIGURE 3

2° Observation (en volume) des sections possibles du cube par des plans parallèles au plan (MNP) de la figure 1 (d'où triangle, quadrilatère, pentagone, hexagone). Section d'un cube par un plan se déplaçant par *translation* (figure 4).

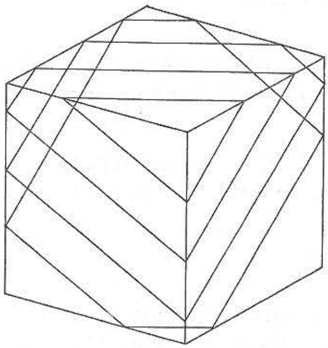


FIGURE 4

3° Présentation d'une section particulière du cube par un plan passant par une "médiane" [IJ] du cube et une diagonale [EC] (figure 5).

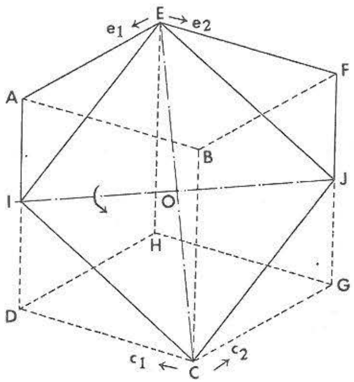


FIGURE 5

Calculs de la longueur d'une diagonale d'une face du cube,
d'une diagonale du cube ([EC] par exemple),
d'une "médiane" ([IJ] par exemple).

Nature du quadrilatère IEJC .

(Les élèves, et les professeurs, voient du premier coup d'œil un carré, et démontrent ensuite qu'il s'agit d'un losange).

4° Que devient le losange IEJC (par *rotation* du plan (IEJC) autour de (IJ) ?

Il se transforme en hexagone (Ie_1 e_2 Jc_1 c_2), puis en le rectangle (AFGD).

5° Quelles sont les *sections régulières* du cube par un plan ?

- Triangle équilatéral (par exemple, triangle (AFC)).
- Carré (une face).
- Pentagone (est-ce possible ?). Aucun "matheux" ne m'a encore donné de réponse).
- Hexagone (les côtés joignent les milieux de certaines arêtes, par exemple MNPQRS (figure 6).

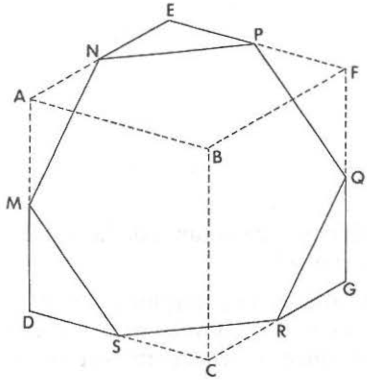


FIGURE 6

6° Travail sur les *sections hexagonales régulières* du cube par un plan.

- Observation de la section du cube par un plan donnant l'hexagone régulier (MNPQRS).
- Observation de la section du cube par le tétraèdre régulier (HIJK) (figure 7).
- Observation des quatre hexagones réguliers possibles dans un cube, comme sections du cube par les tétraèdres réguliers de sommets H,G,C,D, dont les côtés sont portés par les arêtes du cube.

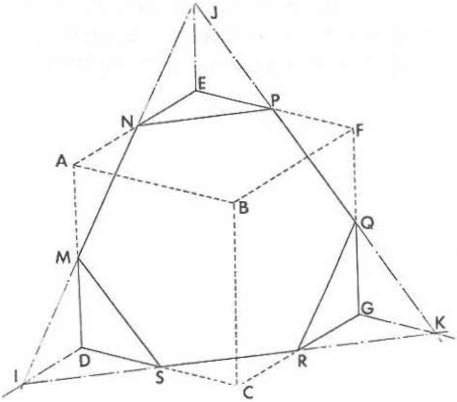


FIGURE 7
(H est le 8e sommet du cube)

7° Soient trois points M,N,P placés de façon "quelconque" (mais pas trop difficile) sur les faces du cube. Tracer les sections du plan (MNP) avec le cube. (Figure 8)

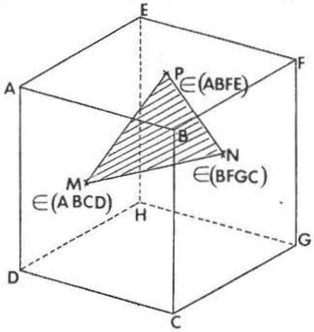


FIGURE 8

(Apprentissage de la projection de points sur des plans, de la section d'un plan par des plans parallèles, orthogonaux).

Une suggestion fort intéressante, mais non encore développée ni étudiée, fut faite par J. LECOQ qui proposa de préciser la position des points M,N,P sur les faces par leurs coordonnées (cartésiennes ou polaires). A étudier.

8° La discussion s'est terminée par l'étude de sections fausses du cube : Cherchez l'erreur ! (figure 9).

Note de Charles PEROL écrite à la lecture du compte-rendu de J. BOUDAREL :

Il existe des sections planes du cube qui sont des pentagones. Voir par exemple celle de la figure 3.

Mais le problème posé par Boudarel est plus précis. Existe-t-il une section plane qui soit un pentagone *régulier* ?

Dans une section pentagonale, 5 faces du cube sont coupées, donc deux paires de faces coupées sont parallèles. Il en résulte que la section a deux paires de côtés parallèles. Cela est incompatible avec la régularité.

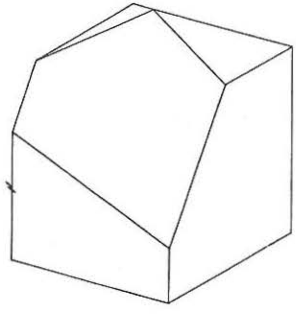


FIGURE 9

ACTIVITES GEOMETRIQUES DANS LE PREMIER CYCLE

Groupe de travail n° 5

Animateurs : Madeleine BOUDAREL, Jeannine CARTRON Francis CONYNCK, Françoise DEBART

Introduction des isométries par l'étude de dessins à motifs répétitifs (considérant un motif de départ et un motif d'arrivée, recherche de la propriété commune aux couples (antécédents image) et étude expérimentale des propriétés).

• Types de matériel utilisé

Crayon, papier, ciseaux, ruban adhésif, punaises, instruments de dessin, calque.

• Où se procurer ce matériel ?

Evident !

• Coût approximatif :

Nul dans la mesure où les élèves ont toujours ce genre de matériel à leur disposition.

• Bibliographie :

Publications sur Escher (en particulier à l'IREM de Caen).

Rosaces, frises et pavages (chez Cedic).

Activités géométriques en classe de 4e à partir d'un pavage d'Escher, (IREM de Poitiers).

• Autres observations :

On peut en troisième faire une étude de même type à propos des homothéties, sur un dessin fait par l'élève et reproduit à l'aide d'un homothétiseur (il faut alors des pièces de meccano). (Voir le groupe de travail n° 2).

ENSEIGNEMENT ILLUSTRE PAR ORDINATEUR :
Un nouveau tableau pour la classe

Groupe de travail n° 6

Animateurs : R. HEBENSTREIT, V. GAUTHERON, A. DE BOISSIEU (IREM Paris VII)

• Types de matériel utilisé

Goupil 2 (Micro-ordinateur graphique).

• Où se procurer ce matériel ?

Demander le catalogue des revendeurs chez le fabricant SMT, 22, rue Saint-Amand 75015 PARIS. Téléphone 533-61-39).

• Coût approximatif :

25 000 francs (y compris un téléviseur couleurs avec prise péritel).

• Comment l'utiliser en classe ?

Matériel robuste, facile à manipuler (voir papiers annexés).

• Bibliographie :

— Article n° 13 : R. Hebenstreit "Education et Informatique" (Enseignement illustré par ordinateur).

— "L'ordinateur super-ardoise ou super-tableau ?" (A. Délédicq). Compte rendu du Colloque de Chamonix - Février 82.

• Autres observations :

— Logiciels pour le professeur de mathématiques.

— Support de cours collectif dans la classe.

— Soit le professeur, soit un élève peut frapper au clavier.

— Il faut coupler deux téléviseurs au Goupil pour que tout le monde voit bien.

ENSEIGNEMENT ILLUSTRE PAR ORDINATEUR

Enseigner les mathématiques en utilisant dans la classe, les "programmes imagés" ou "imagiciels", produits par un micro-ordinateur graphique - couleur.

La constitution d'un ensemble de "programmes imagés" et dont les couleurs, judicieusement choisies, illustrent les propriétés particulières des thèmes étudiés, est l'objectif de cette recherche, menée à l'IREM de PARIS-SUD (Université PARIS VII), en liaison avec l'I.N.R.P. et le C.N.A.M. (CREEM).

Ces "Imagiciels" peuvent être utilisés, au choix du professeur, comme introduction, ou support, ou illustration, ou conclusion de cours.

Les élèves pourront, pendant le déroulement du cours, modifier des données, des paramètres, des échelles, des variables afin de constater si certaines propriétés sont constantes, ou varient selon les représentations.

Les thèmes actuellement étudiés concernent les transformations du plan (symétries, rotations, translations, isométries et homothéties) et les fonctions linéaires et affines.

L'observation d'une suite d'images simples puis complexes, ou d'abord complexes puis se simplifiant, amènera les élèves à une discussion et à une réflexion collectives, avec pause sur image, modifications éventuelles de dimensions, de formes, de distances, à la demande.

Cette réflexion collective, animée par le professeur, conduira les élèves vers la découverte des propriétés et relations spécifiques aux situations mathématiques visualisées.

La collaboration à l'IREM, d'universitaires informaticiens et d'enseignants du second degré, a été particulièrement favorable à l'élaboration des "imagiciels", menée sur le matériel graphique — couleurs GOUPIL 2, pendant l'année scolaire 1981-1982.

Une dizaine d'"imagiciels" ont été réalisés, et certains d'entre eux, expérimentés dans des collèges équipés d'un GOUPIL 2 et au lycée Henri IV.

Cette recherche doit se poursuivre pendant l'année scolaire 1982-1983 sur le même matériel.

Si jusqu'à présent, la plus grande partie des logiciels existants sont destinés à être utilisés par les élèves de manière plus ou moins autonomes, il en existe fort peu, destinés à être utilisés par l'enseignant, pendant ses cours.

Super-tableau ? Nouveau tableau pour la classe de mathématiques ? Sûrement, volonté d'innovation et de motivation des élèves.

Septembre 1982 — IREM de PARIS-SUD

Juin 1982 — Imagiciels sur GOUPIL 2 — IREM de Paris VII

Groupe : A. de Boissieu, V. Gautheron, R. Hébenstreit, J. Mac Aleese

1 SYM	: Symétries du carré — Module 1
2 COMSY	: Composition de deux symétries — Module 2
3 COMSYRO	: Composition d'une symétrie et d'une rotation ou l'inverse — Module 3.
4 GROUPE	: Groupe des symétries et des rotations du carré
5 SYMCEN	: Transformation d'un triangle par symétrie centrale
6 HOMOTRI	: Transformation d'un triangle par homothétie
7 HOMOPOLY	: Transformation d'un polygone par homothétie
8 FAFFINE	: Etude de la droite affine — Module 1
9 DROITES	: Etude de la droite affine — Module 2
10 OBLIK	: Etude de l'équation d'une droite

SYM

TITRE : Symétries du carré

OBJET : Etudier l'image d'un carré par une symétrie orthogonale dont l'axe passe par le centre de ce carré.

Plus précisément : des symboles divers sont disposés dans un carré. On effectue une symétrie par rapport à l'une des diagonales du carré ou l'une des médiatrices des côtés du carré.

Il s'agit de déterminer à quelle place se trouve tel symbole dans l'image du carré initial par cette symétrie.

DEROULEMENT : Neuf symboles disposés en carré s'affichent dans la partie de l'écran située en haut à gauche. En dessous, sont indiqués les noms des droites (H, N, L, T) par rapport auxquelles on peut effectuer des symétries.

On choisit une de ces droites, et un des emplacements prévus dans le reste de l'écran. Il s'y affiche alors la place de chaque symbole dans le carré image.

On peut faire apparaître simultanément sur l'écran les carrés images dans les quatre symétries possibles.

L'utilisation de la couleur permet de mettre en évidence les invariants de chaque transformation (droite de points invariants et droite globalement conservée).

COMSY

TITRE : Composition de deux symétries.

OBJET : Ce module est la suite du module S Y M. Il s'agit maintenant de composer deux des symétries étudiées dans S Y M.

On conserve l'idée de rechercher la place de tel symbole dans l'image du carré par la composée de ces deux symétries.

On veut montrer que la composée de deux telles symétries est une rotation du carré (d'angle multiple d'un quart de tour), et apprendre à déterminer cette rotation.

DEROULEMENT : La disposition de l'écran est celle de S Y M.

On choisit deux droites (par exemple H, T) comme axes de symétrie. Il s'affiche alors la place de chaque symbole si l'on effectue d'abord H, et ensuite T.

Ensuite, un schéma explique quelle rotation est obtenue en composant ces deux symétries.

— L'utilisation de ce programme peut mettre en évidence que la composition des symétries n'est pas commutative, et que le composé n'est pas une symétrie (c'est une isométrie directe).

COMSYRO

TITRE : Composition d'une symétrie et d'une rotation ou l'inverse.

OBJET : Ce module est la suite des modules S Y M et C O M S Y.

Il s'agit d'étudier la composition d'une des symétries étudiées dans S Y M et d'une des rotations obtenues dans C O M S Y (ou l'inverse).

On conserve l'idée de rechercher la place de tel symbole dans l'image du carré par la composition des applications considérées.

Il s'agit de montrer que le composé d'une telle rotation et d'une telle symétrie (ou l'inverse) est une des symétries définie dans S Y M.

On pourra vérifier que la "rotation" Z est neutre pour la composition, et que cette composition n'est pas commutative.

DEROULEMENT : Il est très voisin de celui de COMSY.

L'écran affiche la disposition des symboles et rappelle les schémas des symétries et rotations étudiées dans les modules précédents.

On choisit librement deux de ces applications, et l'écran affiche, dans l'un des emplacements prévus, la place de chaque symbole dans l'image par leur composé, puis le nom du composé (qui est une rotation).

GROUPE

TITRE : groupe des symétries et des rotations du carré.

OBJET : Ce module doit être étudié à la suite des modules SYM, COMSY et COMSYRO.

Il s'agit de se convaincre que les huits transformations (quatre symétries axiales et quatre rotations) étudiées dans les modules précédents forment un groupe pour la composition des applications : c'est le groupe des isométries du carré.

Ce module construit la table du groupe.

DEROULEMENT : l'écran affiche les schémas symbolisant les diverses transformations, avec leurs noms, puis prépare la table du groupe (les symétries s'affichent en blanc, les rotations en jaune).

Puis l'écran remplit les cases correspondant au produit de deux symétries, ou de deux rotations. Ensuite, à la demande, chaque case correspondant au composé clignote, puis le résultat s'affiche à sa place.

Quand on estime avoir assez travaillé, le tableau finit de se remplir automatiquement.

L'utilisation de la couleur permet de mettre en évidence le sous-groupe formé des rotations.

Le tableau permet d'étudier :

— la commutativité de ce sous-groupe
— la non-commutativité du groupe entier.
— l'élément neutre.
— D'autres sous-groupes (ex : {Z,H})

SYMCEN

TITRE : Transformation d'un triangle par symétrie centrale

OBJET : Illustrer les propriétés de l'image d'un triangle par une symétrie centrale, à savoir :

— parallélisme entre chaque côté du triangle initial et son image
— isométrie (conservation des longueurs)
— conservation des angles
— invariance du centre symétrie

DEROULEMENT : trois triangles initiaux sont prévus. On en choisit un. Puis on choisit le centre de symétrie (intérieur au triangle, extérieur, sur un côté ou confondu avec un sommet).

L'écran affiche alors :

— les traits de construction du symétrique de chaque sommet

— le triangle symétrique

puis efface les traits de construction.

On peut faire construire sur un même écran les symétriques de ce triangle par rapport à plusieurs centres de symétrie.

HOMOTRI

TITRE : Transformation d'un triangle par homothétie

OBJET : Illustrer les propriétés des images d'un triangle par diverses homothéties (centre et rapport d'homothétie variables) :

— parallélisme d'un côté du triangle et de ses diverses images

— conservation des angles

— pour un même centre (rapport variable), alignement d'un sommet et de toutes ses images avec le centre d'homothétie

— position de l'image par rapport au triangle initial en fonction du rapport (plus grand que 1, compris entre 0 et 1, négatif)

— pour un même rapport d'homothétie (avec des centres différents), isométrie des images (qui se déduisent par translation), etc.

DEROULEMENT : On choisit (en répondant aux questions du moniteur) le triangle initial, le centre et le rapport d'homothétie.

L'écran affiche la construction de l'image de chaque sommet, l'image du triangle par l'homothétie, puis efface les traits de construction.

On peut évidemment faire construire, sur le même écran, les images d'un triangle par diverses homothéties.

L'utilisation de la couleur met en évidence, surtout, les propriétés de parallélisme.

HOMOPOLY

TITRE : Transformation d'un polygone par homothétie.

OBJET ET DEROULEMENT : Ils sont analogues à ceux de HOMOTRI, mais ici on transforme d'autres polygones, à savoir

— un quadrilatère quelconque

— un parallélogramme

— un carré

— un pentagone régulier

— un hexagone régulier

— un heptagone régulier

FAFFINE

TITRE : Etude de la droite affine (module 1)

OBJET : Apprendre à calculer l'équation d'une droite passant par deux points dont on choisit les coordonnées.

Placer ces points sur un repère orthonormé et tracer la droite.

DEROULEMENT :

— L'écran affiche un quadrillage sur lequel on place librement des axes de coordonnées.

Puis on choisit les coordonnées X_A et Y_A du point A,
puis les coordonnées X_B et Y_B du point B.

Sur la partie droite de l'écran, réservée aux calculs, s'afficheront les coordonnées de A et B.

L'écran fait clignoter les points A et B puis trace la droite AB.

— L'écran fait clignoter le vecteur issu de A et de coordonnées ($Y_B - Y_A$, O) et à droite s'affiche la valeur calculée de $Y_B - Y_A$

— Idem pour les abscisses

Ensuite, sur la partie calcul de l'écran s'affiche le calcul et l'équation de la droite.

(Si $X_B \neq X_A$, c'est sous la forme $Y = aX + b$, avec $a = \dfrac{Y_B - Y_a}{X_B - X_A}$, et $b = Y_A - aX_A$

(Cas particuliers pour les horizontales et les verticales).

Les nombres a et b sont calculés comme des fractions irréductibles d'entiers.

Puis, suivant le signe de A, on indique le sens de variation de la fonction affine, écrite sous la forme :

$$f(x) = ax + b$$

DROITES

TITRE : Etude de la droite affine (module 2)

OBJET : Etant donnés deux points, écrire l'équation de la droite passant par ces points, puis apprendre à calculer l'équation de la parallèle ou de la perpendiculaire à cette droite passant par un troisième point que l'on choisit.

DEROULEMENT : L'écran affiche des axes de coordonnées gradués.

On choisit les coordonnées de deux points A et B ; ces points clignotent, leurs coordonnées s'inscrivent sur la partie droite de l'écran (partie réservée aux calculs), puis la droite AB se trace et son équation s'inscrit dans la partie "calcul".

Ensuite on choisit un autre point C, et l'on décide si l'on veut tracer la parallèle ou la perpendiculaire à la droite AB.

Le point C clignote, la droite cherchée se trace et son équation se forme dans la partie "calcul" (détail du calcul en option).

On peut tracer sur le même écran diverses parallèles ou perpendiculaires passant par des points librement choisis D, E, F...

L'utilisation de la couleur (dans la figure et dans les calculs) met en évidence les propriétés qui sont conservées par parallélisme.

OBLIK

TITRE : Etude de l'équation d'une droite

OBJET : Etude de l'équation d'une droite donnée par deux de ses points.

Le dessin se fait en coordonnées obliques, les vecteurs unitaires des axes étant notés $\vec{i}$ et $\vec{j}$.

On utilise la notation vectorielle :

$$\overrightarrow{AB} = (X_B - X_A)\vec{i} + (Y_B - Y_A)\vec{j}$$

M étant un point quelconque de la droite (AB), on écrit que AB et AM sont parallèles en disant que leurs coordonnées sont proportionnelles, c'est-à-dire que "les produits en croix" sont égaux.

On obtient l'équation de la droite (AB) sous la forme

$$aX + bY + c = 0$$

DEROULEMENT :

— Sur l'écran s'affiche un quadrillage oblique avec des axes de vecteurs unitaires $\vec{i}$ et $\vec{j}$.

— On choisit deux points A et B par leurs coordonnées ; les points clignotent sur l'écran, leurs coordonnées s'affichent dans la partie de l'écran réservée au calcul, puis la droite (AB) se trace sur la figure.

Puis, dans la partie calcul, s'affiche le détail du calcul de l'équation de la droite (AB).

Les notations sont celles du calcul vectoriel.

(*Remarque* : les deux méthodes décrites respectivement dans FAFFINE et dans OBLIK doivent être étudiées toutes les deux : selon les cas, on utilise la plus pratique).

MATÉRIEL "OUVERT" EN PÉDAGOGIE FREINET

Groupe de travail n° 10

Animateurs: Alain DUROUX - Bernard MONTHUBERT

• **Types de matériel utilisé**

— Boîtes de matériel polyvalent (élémentaire et second degré).

— Livrets de libres recherches et créations mathématiques (livrets témoignages - fiches de travail - livrets autocorrectifs((Second degré).

— Livrets programmés autocorrectifs - fichiers autocorrectifs -cahiers de techniques opératoires (Elementaire).

• **Où se procurer ce matériel ?**

C.E.L., B.P. 109, 06322 Cannes La Bocca Cédex
Librairie C.E.L., Alpha du Marais, 13 rue du Temple, Paris IV.
En librairie: commande à la C.E.L. Cannes.

• **Coût approximatif :**

Voir catalogue C.E.L.

• **Comment l'utiliser en classe? (mode d'emploi, conseils pratiques, consignes de sécurité, etc.)**

Tous ces outils sont prévus dans un contexte de pédagogie Freinet, auquel cas ils se complètent et interfèrent avec la recherche libre née de la "Mathématique vivante" (construction de la mathématique à partir des propres créations des enfants).

• **Bibliographie :**

Revue: l'Educateur (I.C.E.M./P.E.M.F., Boîte postale 109, 06322 Cannes La Bocca.

Structures de vie, structures mathématiques (livrets d'information pédagogique et mathématiques), C.E.L.

Documents parus dans les collections B.T. Recherches et les Dossiers pédagogiques (voir catalogue C.E.L.).

PÉDAGOGIE FREINET

Compte rendu de *J. TOUILLET*

Est-il possible de pratiquer la pédagogie Freinet dans l'enseignement secondaire ?

La pédagogie Freinet est née à l'école primaire, elle a été souvent pratiquée avec des enfants qui sont en relation avec l'enseignant plusieurs heures par jour, tous les jours. Les conditions d'exercice de l'action pédagogique dans le secondaire ne sont pas les mêmes, mais les idées générales de cette pédagogie peuvent sans doute être appliquées au collège et peut-être au lycée. Freinet avait remarqué au début de sa carrière l'inadaptation de ce qu'on voulait lui faire faire, aux aspirations des élèves qu'il rencontrait. Il a cherché une pédagogie qui donne aux élèves un certain goût du travail. Les élèves et enseignants qui pratiquent une pédagogie inspirée des idées de Freinet utilisent du matériel ; l'imprimerie est un de ces matériels à l'école primaire ; ils élaborent et réalisent des projets, pratiquent la correspondance scolaire. Les actions d'interdisciplinarité peuvent peut-être inciter à trouver le travail à l'école intéressant ; certaines conditions matérielles ne sont pas favorables à la découverte des joies procurées par le travail.

Quand les élèves arrivent au collège, ils savent faire quelque chose en mathématique ; si leur envie d'apprendre est assez vive, on pourra travailler. Il existe des élèves qui craignent de ne pas réussir ; souvent ce sont des angoisses de performance ; avoir fini avant... est un objectif flou et trop préoccupant. Des instituteurs de cours moyen me demandaient ce qu'il fallait que les élèves entrant en Sixième sachent au sujet des surfaces, pour suivre correctement. Je crois que, s'ils ne savent pas calculer la surface d'un trapèze mais ont envie de l'apprendre, on y arrivera ; par contre, s'ils ont été soumis à cet apprentissage sans y arriver et n'ont plus envie qu'on leur en parle, la tâche ne sera pas facile.

Si on cherche ce qu'ils savent faire, au lieu de faire l'état des lacunes, on pourra assurer un point de départ. C'est énorme ce que l'individu moyen ignore, mais s'il sait faire quelque chose et qu'il a envie d'en apprendre d'autres, alors il peut fréquenter l'école avec un certain intérêt.

Comment faire tout le programme ? Le besoin de faire tout le programme est un obstacle à changer quelque chose dans ses habitudes. Si on fait une grande partie du programme et qu'il en reste la moitié de bien maîtrisée et que l'envie de continuer est intacte, on aura fait un travail efficace. C'est le repérage de cette partie qui reste que nous aurons de la peine à trouver.

On entend actuellement souvent parler d'évaluation ; on établit des lites de niveaux de performance que certains élèves peuvent franchir ; pour les autres, il faudrait faire quelque chose ; peut-être du soutien ; si des enfants qui n'ont pas atteint tel niveau de connaissances ou de savoir-faire ont encore un désir d'apprendre assez vif, l'évaluation est sans intérêt. Un objectif qui pourrait paraître flou à certains serait : laisser aux enfants l'envie de calculer, de tracer des figures, de communiquer leurs remarques, de chercher demain ce qu'ils n'ont pas pu trouver aujourd'hui. Dans un livre de Sixième on trouve l'exercice suivant : combien peut-on acheter de litres de vin à 1,75 F le litre avec 20 F ? ; un élu qui répondrait : "entre 10 et 12 litres" ne sait peut-être pas faire la division, mais sa réponse mérite notre considération.

On lit des publicités qui pourraient faire croire qu'on peut acquérir des connaissances et savoir-faire avec peu de travail parce que les techniques proposées sont formidables. Freinet pensait que le travail avait une valeur éducative ; c'est toujours vrai, même dans la civilisation technique où nous vivons. Si on a une calculatrice, il est intéressant de passer le temps qu'il faut à expérimenter toutes ses possibilités, et si on a un ordinateur, alors il y a des heures à passer pour s'exercer à le connaître ; et il est bon de le connaître en détail. La pédagogie Freinet prend appui sur une méthode qualifiée de naturelle pour apprendre ou inciter à apprendre. C'est une idée générale qui peut prendre un sens concret différent selon les niveaux d'âge et les populations. Un critère de réussite pourrait s'exprimer par : si les enfants ont envie de travailler pour apprendre, on est sur la bonne voie. L'apprentissage des mathématiques peut se développer si on veut expérimenter avec des outils ; des documents qui ont des imperfections peuvent rendre service tels qu'ils sont.

Compte rendu de *B. MONTHUBERT*

Notre collègue J. TOUILLET, participant au groupe n° 10, nous ayant adressé ses "impressions", nous ne tenterons pas de donner autrement le bilan de notre rencontre.

Nous ajouterons seulement les remarques suivantes :

— La grille des Journées ne nous a pas permis de nous pencher autant que nous l'aurions désiré sur la question de l'emploi du matériel.

— Nous avons surtout réfléchi sur l'attitude face au travail et à la recherche, ce qui bien entendu conditionne la forme et l'emploi des matériels.

Nous complèterons donc ici, grâce notamment à quelques extraits d'un texte paru dans *l'Educateur*.

> "Comme nous l'avons souvent précisé, le matériel peut apporter une aide précieuse favorisant la découverte mathématique.
>
> Ce que par contre nous condamnons, c'est l'utilisation systématique et dirigée qui peut en être faite !
>
> Dans l'atelier de recherche mathématique de la classe, peuvent, je dirai même doivent, figurer différents matériels aussi variés, aussi riches, aussi ouverts que possible.

L'immense non-sens de l'enseignement mathématique actuel à l'école élémentaire, c'est qu'il s'oriente dans la majeure partie des cas vers un résultat qui sera à l'opposé de ce que souhaitent les meilleurs pédagogues mathématiciens. Et ceci, moins à cause du manque d'information général ou de la subtilité des concepts mathématiques, qu'en raison de l'exploitation organisée, par des "commerçants", de l'inquiétude des maîtres.

Tous les matériels sont utilisables, tous sont susceptibles de favoriser l'élaboration de concepts mais tous aussi sont dangereux s'ils sont considérés comme des machines à enseigner à l'emploi bien déterminé.

Nous refusons donc la gymnastique de singe savant du type de celle que proposent certains auteurs avec un matériel géant et modèle manœuvré par un pion (1) géant et modèle devant des mini-robots bien polis (2) manipulant leurs mini-joujoux aussi bien polis (2).

Mais, nous chercherons sans cesse un outil, des outils permettant :
— des découvertes individuelles par étude de leur structure,
— des *constructions* toujours nouvelles,
— des applications matérialisées de concepts intellectuels,
— des créations personnelles aussi illimitées que possible.

.../...

B. MONTHUBERT
L'Educateur n° 4 de novembre 1970

Ce texte datant de 1970, on remarquera d'une part que l'échec de la réforme s'est bien malheureusement réalisé mais d'autre part que les nombreux matériels qui apparaissaient dans les salles et couloirs de ces Journées de Poitiers se différenciaient souvent très largement du matériel purement didactique de démonstration auquel nous faisions allusion. C'est une évolution que nous ne pouvons qu'apprécier.

L'effort actuel vers des matériels engendrant, de par leur manipulation, des concepts mathématiques variés et mieux encore, des attitudes de recherche nous renforce dans cette quête d'outils favorisant le développement des découvertes.

C'est le cas des boîtes de matériel, permettant des montages précis mais aussi des organisations sources de pistes nouvelles.

A ces matériels de recherche, s'ajoutent d'autres auxiliaires pédagogiques tels fichiers, livrets programmés, cahiers autocorrectifs. Ceux-ci, que l'on pourrait être tenté de classer au rang de documents d'exercices, sont bien en réalité à étudier sous l'angle de l'attitude qu'ils génèrent relativement à la mathématique et à la recherche en général.

On ne peut donc dissocier la pédagogie Freinet des outils qu'elle utilise.

(1) Pion : Donnez à ce mot le sens qui vous plaira le mieux !
(2) Polis : Mettez tout autre adjectif à votre convenance !"

LA PRESSE EN CLASSE : MODE OU NÉCESSITÉ ?

Groupe de travail n° 12

Animateur : Michèle CHOUCHAN

• **Types de matériel utilisé :**

Quotidiens parisiens et régionaux.
Eventuellement hebdomadaires spécialisés ou magazines.
Dépêches AFP (agence France-Presse).

• **Où se procurer ce matériel ?**

On peut le faire acheter par les élèves avec répartition des titres.

Pour la presse régionale, l'ARPEJ (Association Régions Presse Education Jeunesse) propose des abonnements temporaires. Certaines possibilités existent pour se procurer des dépêches.

• **Coût approximatif :**

Compter environ 5 F par élève.

• **Comment l'utiliser en classe ? (mode d'emploi, conseils pratiques)**

— Prévoir du matériel de découpage et collage.

— De préférence, requérir la présence d'un journaliste, éventuellement s'adresser au CLEMI (Centre de Liaison de l'Enseignement et des Moyens d'Information).

— Le principe d'utilisation peut être celui d'une lecture, autour d'un thème donné, des articles parus, pour y étudier la structure du discours, l'utilisation de la représentation des données chiffrées, de certains concepts (variations de fonctions, analyses statistiques).

• **Bibliographie :**

Lire le journal. Yves Agnès, J. Michel Croissandeau. On peut se le procurer au journal *Le Monde*, 5, rue des Italiens - 75427 Paris Cedex 09.

• **Autres observations :**

L'ARPEJ propose d'organiser des rencontres avec les enseignants de mathématiques au cours de l'année. Plusieurs associations de journalistes ou regroupant des journaux existent, pour établir la liaison "Presse à l'Ecole", comme le CIPE (Comité d'Information sur la Presse à l'Ecole), l'AJU (Association des Journalistes Universitaires), l'APIJ (Association Presse Information Jeunesse).

Pour tous compléments, téléphoner (un peu à l'avance) à M. CHOUCHAN (35) 60.63.25.

LE PERSPECTOGRAPHE

Groupe de travail n° 14

Animateur : Roger LAURENT

• **Types de matériel utilisé :**

— 1 APPLE II micro informatique en général en mode graphique.

— 1 perspectographe construit avec l'aide de l'école d'architecture UP1.

• **Où se procurer ce matériel ?**

— soit à l'Unité Pédagogique d'Architecture n° 1, 8 Quai Malaquais, 75006 PARIS,

— soit le faire construire,

— soit reproduire un instrument historique.

Si on le fait construire par des élèves en atelier, on peut les regrouper par équipe de cinq et ce sera une bonne motivation pour un cours de perspective.

• **Bibliographie :**

Essai sur la perspective de Lambert (Pierre, éditeur, 43 avenue du Contrat, 93470 COUBRON).

On trouve dans le Bulletin A.P.M.E.P. n° 337, p. 29, un article dans lequel sont développés :

a) l'aspect historique,

b) l'aspect pédagogique :

- programme de micro informatique,
- construction du perspectographe.

RÉTROPROJECTEUR

Groupe de travail n° 15

Animateur : Jean-Paul GOVIN

Quarante personnes environ sont venues participer à ce groupe de travail pendant une ou deux séances, certaines pour faire connaissance avec le rétroprojecteur et son fonctionnement, d'autres, l'utilisant déjà dans leur enseignement, pour voir des documents rétroprojetables et s'informer de leurs utilisations.

Dans un premier temps, un exposé ainsi que les réponses aux diverses questions permettent d'apporter des précisions sur les points suivants :

— Le rétroprojecteur : description, fonctionnement et réglage; précautions d'emploi; divers types de matériel.

— Ce qui peut servir d'écran de projection.

— La déformation de l'image obtenue sur l'écran et comment éventuellement y remédier.

— La réalisation de documents rétroprojetables :

• soit à "la machine" : duplicateur à alcool, photocopieur ou mieux thermocopieur; supports nécessaires, qualité obtenue, prix de revient;

• soit à "la main" : matériel indispensable, matériel utile, méthode de fabrication.

— Les possibilités techniques : rabats, caches et axes de rotation.

Divers exemples d'utilisation pédagogique du rétroprojecteur, en mathématiques, seront ensuite proposés.

— *Le rétroprojecteur considéré comme un tableau horizontal :* Cette façon de pratiquer est intéressante surtout lors d'activités du type construction géométrique faite face à la classe en utilisant des instruments de dessin.

— *Usage dynamique :* Il consiste par exemple à faire réaliser par un élève disposant de quatre droites tracées sur quatre transparents différents divers quadrilatères ou à montrer les diverses positions relatives d'une droite et d'un cercle en déplaçant deux feuilles contenant l'une une droite et l'autre un cercle.

— *Révision d'une notion :* La présentation d'une image sur transparent, surtout s'il s'agit d'une figure longue à dessiner au tableau, permet de gagner du temps, en particulier si le but recherché est de rappeler les résultats associés à l'image montrée.

— *Document à faire reproduire par les élèves :* Très souvent, à l'occasion de manipulations, par exemple construction de l'image d'une figure par une transformation ponctuelle du plan, une partie des résultats est en dehors de la feuille à la suite d'un positionnement maladroit de la figure initiale; ceci peut être évité en montrant le positionnement approprié sur un quadrillage.

— *Présentation du travail de groupe :* Un transparent est remis à chaque groupe d'élèves afin d'y indiquer les résultats de son travail. La projection des diverses feuilles permettra de transmettre les résultats obtenus et d'en amorcer la synthèse.

— *Projection d'un document qui sera complété sur le tableau :* L'exemple le plus significatif est celui où un quadrillage est projeté sur le tableau, ce qui permettra de placer des points, un repère étant choisi, ou de tracer le graphique d'une fonction.

— *Projection d'un document dont une partie sera extraite et mise en évidence sur le tableau :* Cette méthode permet, lors de la recherche d'un exercice de géométrie dont la figure complexe aura soigneusement été réalisée sur transparent, d'extraire et de mettre en évidence les éléments nécessaires à une démonstration.

— *Projection d'un document que les spectateurs ont sous les yeux :* Ceci facilite, par exemple, l'initiation à l'usage d'une table numérique.

— *Projection d'un document qui ne saurait être reproduit au tableau.*

— *Visualisation de la parité ou de la période d'une fonction.*

Les plages horaires mises à la disposition des groupes de travail ne nous ont laissé que peu de temps pour fabriquer des documents, beaucoup de participants, d'ailleurs, préférant prolonger les échanges de vues sur l'exploitation pédagogique du rétroprojecteur.

Pour en savoir plus :

Lecture :

- Bulletin inter-IREM n° XXI : *Rétroprojecteur*
- Bernard PLANQUE : *Le rétroprojecteur :* guide pratique pour le choix et l'utilisation (Presses d'Ile de France).

DE L'ACTION AU CONCEPT : GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

Groupe de travail n° 20

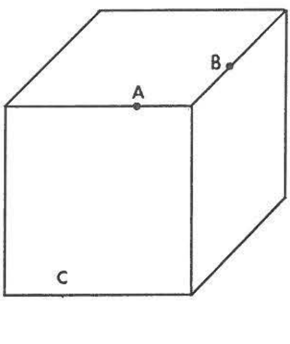
Animateur : Michel MANIVEL

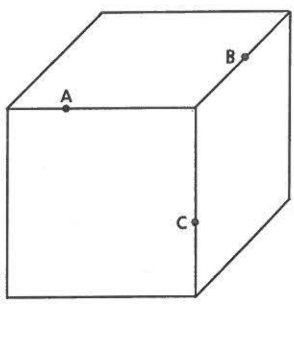
- **Types de matériel utilisé :**
  Bois - Polystyrène - Pomme de terre - Betterave...
- **Où se procurer ce matériel ?**
  Partout
- **Coût approximatif :**
  Néant.
- **Comment l'utiliser en classe ? (mode d'emploi, conseils pratiques, consignes de sécurité, etc.) :**
  Je ne scie plus de cubes en bois (je suis d'un groupe sanguin assez rare).
- **Bibliographie :**
  Mathématique active en Seconde, brochure A.P.M.E.P. n° 43,
  Le Far d'Ouest, bulletin de la Régionale A.P.M.E.P. de Rennes.

GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE EN SECONDE ET PREMIÈRE TECHNIQUES

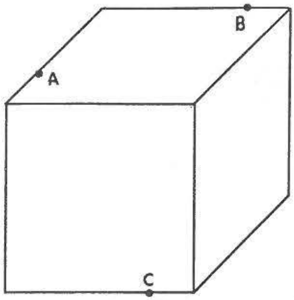
L'objectif de ce groupe était de montrer aux participants qu'à partir de cubes sciés, apportés par les élèves de Seconde, il était possible de couvrir entièrement le programme de cette classe et une bonne partie du programme de Première.

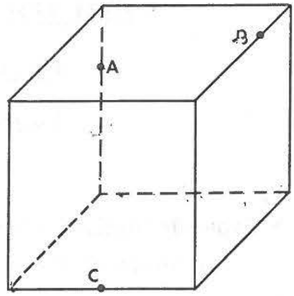
Après observation des sections, les élèves passent au stade de la représentation en perspective cavalière; ils construisent des sections par des plans déterminés par trois points.





Nous suggérons cette progression :





Mais ne pas improviser avec cette section :

Les élèves proposent alors d'autres points, ils sont prédictifs, critiques et en général très actifs.

Nous suggérons ensuite d'énumérer les différents polygones susceptibles d'être obtenus en section plane (triangle isocèle, triangle rectangle, trapèze, losange, pentagone, hexagone ? symétries ?).

L'une de ces sections peut être choisie (1), les élèves ont à réaliser ce cube tronqué en carton. Ils devront dessiner, calculer, découper.

Pour déterminer cette section en vraie grandeur, uniquement à l'aide du dessin, ils utilisent les méthodes vues en EMT (vue de face, vue de dessus), puis ils apprennent à utiliser la rotation autour d'un axe qui leur permettra d'amener le plan de section horizontal ou frontal (1) (2). Ils devront observer, suggérer, choisir et réaliser une tâche technique qui leur demande précision et méthode, mais dont ils sont en général assez fiers.

En traitant ce thème avec des collègues, nous avons pu constater que ceux qui n'avaient pas d'objets à manipuler étaient en difficulté; pensons alors à nos élèves.

Scier un cube en bois n'est pas toujours aisé; les élèves apportent des cubes en polystyrène, en carton, voire en pomme de terre.

Dans ce groupe nous avons également discuté de la géométrie plane en Seconde et quelques exemples d'activités sur les transformations ont été présentés.

Pour la géométrie dans l'espace en Première S, les participants ont pu observer des réalisations d'élèves sur la projection de l'angle droit (2), et déterminer la perpendiculaire commune à deux droites représentées par deux tiges métalliques percées de nombreux trous, l'une d'elles étant verticale. L'objectif essentiel de ce dernier matériel est surtout de montrer la linéarité de la projection.

(1) *Mathématique active en seconde.*
(2) *Le Far d'Ouest.*

SOLIDES EN POLYSTYRÈNE

Groupe de travail n° 21

Animateur : Charles PEROL

- **Types de matériel utilisé :**
  Fils coupeurs à arceau repliable.

- **Où se procurer ce matériel ?**
  Le construire soi-même ou l'acheter (parfois) à l'IREM de Clermont.

- **Coût approximatif :**
  300 F.

- **Bibliographie :**
  Voir *Les cahiers du Fil à couper le beurre*. Bulletin semestriel de l'IREM de Clermont, en préparation.
  Brochure de l'IREM de Poitiers : *Construction d'un fil à couper le polystyrène...*

Le groupe a fonctionné grâce au matériel installé par Dominique GAUD : cinq ou six appareils à arceau pliable. Ces appareils comportaient des accessoires divers et différents d'un modèle à l'autre. Le modèle le plus perfectionné était doté d'une table en tôle qui permet en utilisant des aimants de bloquer le polystyrène pour éviter des dérapages. Il comportait aussi un système automatique de contact : l'avancement du chariot établit automatiquement le courant dans le fil et l'interrompt tout aussi automatiquement en fin de course.

Un grand nombre de personnes ont défilé dans la salle. Une vingtaine ont utilisé de manière élémentaire les appareils. Une dizaine de mordus se sont passionnés. Ils ont réalisé des objets divers : polyèdres, cônes et cylindres.

L'IREM de Clermont va publier un bulletin bi-annuel : *Les cahiers du fil à couper le beurre*. Il donnera des informations sur :

— Le matériel : comment s'en procurer, en le fabriquant, en l'achetant.

— Les matériaux : leur diversité, leur prix, où les trouver.

— Les objets à fabriquer.

— Des idées d'utilisation dans les classes.

On peut obtenir des renseignements à l'IREM de Clermont : Domaine Universitaire des Cézeaux, B.P. 45, 63170 AUBIERE.

Les propositions d'articles sont les bienvenues.

MANIPULATION D'OBJETS MATHÉMATIQUES A L'AIDE D'UN MICRO-ORDINATEUR GRAPHIQUE

Groupe de travail n° 25

(par Marie-Louise et Serge HOCQUENGHEM)

Atelier et groupe de travail se sont confondus et les collègues intéressés se sont révélés beaucoup plus nombreux que ne le laissaient prévoir les inscriptions officielles. Nous avons même largement dépassé les horaires prévus.

Le travail s'est déroulé en trois temps :

1° ***Démonstration :***

Démonstration de programmes du type "imagiciel", en mathématiques, pour tous niveaux, sur APPLE II.

Quelques exemples parmi un grand nombre :

- Illustrations de notions :
  — Transformations dans le plan (en Quatrième)
  — Thalès (en Troisième)
  — Continuité (en Première)
  — Développements en séries (Supérieur).
- Illustrations d'exercices : vision d'objets dans l'espace,
- etc.

2° ***Discussion :***

a) Sur l'intérêt de l'utilisation d'un micro-ordinateur graphique pour illustrer un cours de mathématiques :

Les collègues présents semblaient tous persuadés de l'avantage qu'on peut en retirer. Certains ont souhaité une expérimentation : elle va avoir lieu cette année de façon systématique dans trois établissements.

b) *Sur les programmes déjà réalisés et ceux qui restent à réaliser :*

L'existence de programmes utilisables par tous rend l'utilisation de cette aide à l'enseignement accessible à tous ceux qui le désirent (et qui ont un ordinateur dans leur classe). Certains collègues sont aussi venus chercher des idées, ou discuter d'idées, pour réaliser leurs propres programmes.

c) *Sur les problèmes techniques :*

— Comment installer ou faire installer une salle dans son établissement ? Ce n'est pas extrêment coûteux puisqu'il suffit d'un seul micro-ordinateur, de deux écrans (télévisions ordinaires si on utilise un APPLE II). En accumulant les PAE on peut peut-être y arriver...

— Comment se procurer des programmes ?

— Comment écrire des programmes ? Quelles tecnhiques utiliser pour faire des animations ? Des déplacements d'objets dans l'espace ? etc.

3° *Manipulations de "Didacticiels"* écrits pour les classes de Quatrième-Troisième sur Micral 8022 G Graphique et sur APPLE II, à l'IREM de Paris VII.

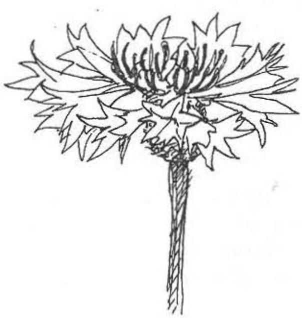
C'est une autre utilisation des ordinateurs dans la classe, plus coûteuse en matériel puisque les élèves travaillent individuellement ou par deux sur une machine, mais qui présente un réel intérêt : l'élève travaille à son rythme, il peut recommencer plusieurs fois le même exercice s'il en ressent le besoin (utile pour le soutien). La correction des erreurs est immédiate et individuelle.

Ce sont surtout les collègues des établissements équipés qui sont intéressés par ces programmes.

Conclusion : En comparant les journées de LIMOGES (il y a quatre ans), où un groupe analogue avait eu peu de participants, et celles de POITIERS, nous pouvons dire que les professeurs sont de plus en plus nombreux à s'intéresser à l'utilisation des ordinateurs dans l'enseignement des mathématiques.

A l'IREM de PARIS VII et au CREEM (CNAM Paris), des équipes de professeurs travaillent sur "didacticiels" et "imagiciels". Les collègues qui désirent des renseignements peuvent s'adresser à :

Serge et Marie-Louise HOCQUENGHEM
78113 CONDÉ-SUR-VESGRE



LE CORPS HUMAIN

Groupe de travail n° 28

Animateur : Jean SAUVY

• Type de matériel utilisé

Le corps humain plus un ruban de couturière (éventuellement un fil à plomb et un niveau d'eau), du papier Kraft et des crayons feutres.

• Comment l'utiliser en classe ?

Faire des mesures des diverses parties du corps humain : taille, envergure, empan, longueur du pied, hauteur du nombril au-dessus du sol, etc. Faire dessiner les silhouettes correspondantes en vraie grandeur puis à échelle réduite. Etudier la constante de certains rapports et les variations à la moyenne (exemple : taille $\simeq$ envergure ; taille/hauteur ombilic $\simeq$ 1,618 voisin du nombre d'or $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$).

Conseils : prendre quelques précautions psychologiques quand on a affaire à des adolescents ; exemple : ne pas aborder d'entrée le tour de poitrine ou la hauteur de l'ombilic.

Pour informations complémentaires : écrire à ARP, 27 avenue du 11 Novembre, 92190 MEUDON, qui dispose de documents ronéotypés (envoyer 2 timbres pour l'affranchissement de l'envoi) "Corps, espace, mouvement".

• Bibliographie

1 - Caractéristiques anthropométriques d'un échantillon de professeurs de mathématiques
2 - Remarques sur les résultats des mesures
3 - Etude sur la géométrie de la main
4 - Fiches individuelles

Remarques sur les résultats des mesures (F : femmes ; M : hommes)

1° Les M sont en moyenne plus grands que les F (17 cm de plus).

2° Dans les deux groupes M et F, l'envergure est légèrement supérieure à la taille (1,7 % de plus pour la moyenne de l'échantillon de 16 sujets).

3° Pour l'ensemble de l'échantillon :
- La *taille* contient *huit têtes.*
- Le nombril partage la taille suivant une proportion (1,65) qui n'est pas très loin de la section d'or $\phi = 1{,}618$.
- La largeur des épaules est supérieure à la largeur du bassin.
- Le périmètre du bassin est environ trois fois le "diamètre" du bassin ("3" peu différent de π).

- Bras et jambes ont des dimensions voisines, les jambes étant toutefois un peu supérieures aux bras.
- Largeur épaules ≃ 1,25 largeur bassin.

4° Pour la main, on vérifie approximativement que la longueur des phalanges et du dos de la main forment *une suite de Fibonacci* : $c \simeq a + b$, $d \simeq b + c$.

5° Les fréquences cardiaques moyennes sont les mêmes pour les F et les M.

6° Quand on considère les sujets en particulier, d'autres remarques peuvent être faites :

a) Les deux sujets F n° 6 et n° 7 ont des *"vecteurs mensurations"* très voisins ; le n° 7 a toutefois plus de largeur d'épaules et plus d'envergure, mais un peu moins de bassin ("variations sur un même thème").

b) La taille de la tête de MM (n° 16) est particulièrement grande, même si on tient compte de la taille totale de ce sujet : 185 cm (n'y n'aurait-il pas eu erreur de mensuration ?).

c) Le sujet 10 (J.G, F.) se rapproche du *"canon"* couramment évoqué : elle a même valeur pour la taille et l'envergure (158,5), sa tête "va" 7,5 fois dans sa hauteur totale, son nombril divise sa hauteur totale suivant la section dorée ($158{,}5 : 97 = 1{,}63 \simeq 1{,}618...$) !

Attention : Les moyennes générales n'ont pas été calculées en faisant la moyenne arithmétique des valeurs F et M, mais leur *moyenne pondérée* (en tenant compte du fait qu'il y a plus de F(10) que de M(6) dans l'échantillon).

CORPS - ESPACE - MOUVEMENT

(A.R.P.)

Enquête : "L'HOMME ET SON CORPS"
(Mensurations)

FICHE INDIVIDUELLE

I - Renseignements généraux

A. Numéro d'identification ....

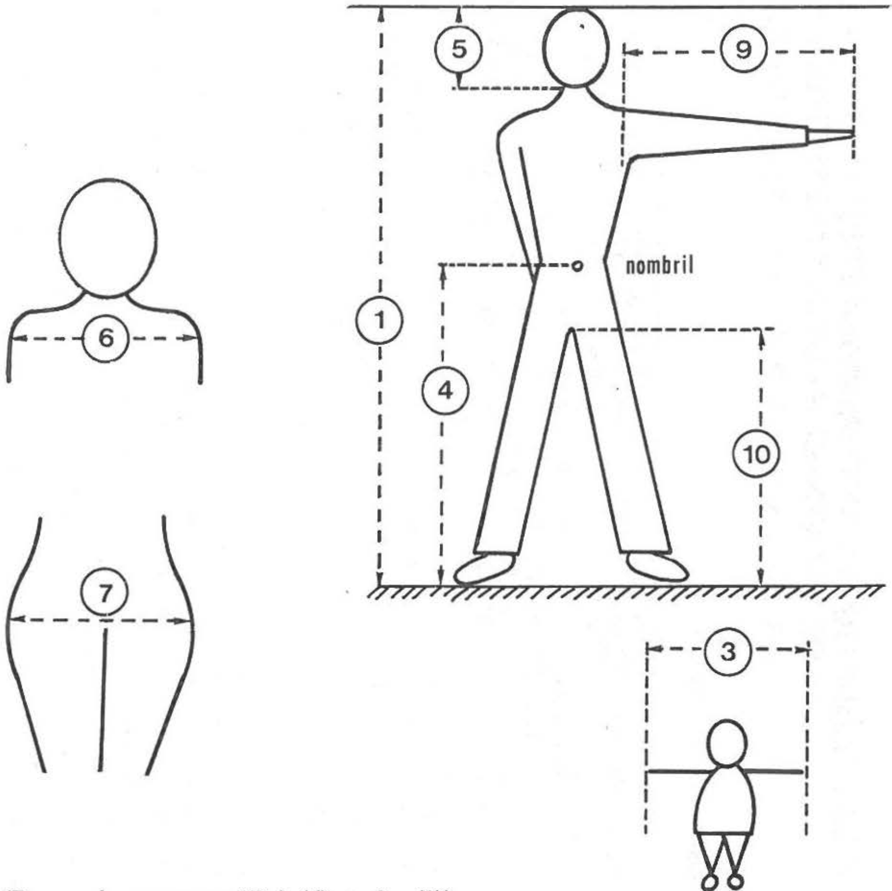
B. Initiales des prénom et nom ....

C. Sexe : M / F

D. Age : .... ans (pour les moins de 18 ans)

II - **Mensurations** (cm)

1. Taille débout . . . .
2. Taille assise . . . .
   (buste + tête)
3. Envergure. . . . .
4. Hauteur nombril . . . .
   (au-dessus du sol)
5. Taille tête (hauteur). . . . .
6. Largeur épaules . . . .
7. Largeur bassin . . . .
8. Périmètre du bassin. . . . .
   (à hauteur des hanches)
9. Longueur bras + main. . . . . .
10. Longueur jambe . . . .
    (naissance cuisse à talon)
11. Fréquence cardiaque* . . . . . .



(Penser à comparer (3) à (6) + 2 . (9)).

* Nombre de pulsations par minute, au repos. S'allonger quelques instants avant de compter les battements. *Prendre la moyenne de trois décomptes.*

CARACTÉRISTIQUES ANTHROPOMÉTRIQUES D'UN ÉCHANTILLON DE PROFESSEURS DE MATHÉMATIQUES

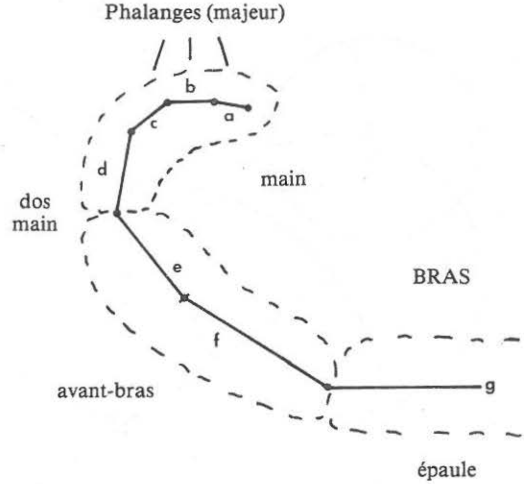
(Journées A.P.M.E.P. Poitiers - Septembre 82)

Mesures linéaires en *centimètres.*

N° ordre	Ini-tiales	Sexe	Age	Taille	Env.	Haut buste	Haut nom-bril	Long tête	Largeur ép.	Largeur bas.	Péri-mètre bas.	Bras + main	Long jamb	Fréq. card. (2)	Main + bras (1) *a*	*b*	*c*	*d*	*e*	*f*
1	JG	F	Ad	158,5	158,9	85,5	97	21	36,7	30,8	88,5	71	73	65						
2	MB	F	Ad	151	153,5	82,5	91	22	38	33,5	91	61	69	55	2,5	3	5	9	23	29
3	ML	F	Ad	161,5	171	85	99	19	39	30,5	89	72	78	82	2,5	3,5	5	9	26	31
4	RC	F	Ad	169	173	90	102	22	40	35	98	74	80	78	2,3	3,8	5,5	10,5	28,5	36
5	MLB	F	Ad	165	161	89	97	19	37	34	89,5	67	77	80	2,5	3,7	5,5	9,5	25	33
6	FC	F	Ad	165	160	85	99	17	37	35	98	67	78	76	2,5	3,5	5	8	25,5	31
7	FG	F	Ad	165	164,5	91	100	18	39,5	34	93	67,5	78	72	2,4	3,4	5,5	10	24	30
8	NT	F	Ad	162	168	86	101	18	41	36	99	69,5	81	64	2,5	3,4	6	10,5	24	30
9	CD	F	Ad	166	174	88	103	19	39	34,5	93	71,5	79,5	73	3	4,1	5,8	10	27,5	38
10	JG	F	Ad	158,5	158,5	85,5	97	21	36,7	30,8	88,5	71	73	55						
11	MM	M	Ad	185	185	97	108	24	43	35	103	82	87,5	66	3	3,8	6,2	11	30	30
12	FP	M	Ad	185	189	96,5	112	23	46,5	37	105	80,5	90	68	3,1	4,1	6,1	10,9	32	41
13	JJ	M	Ad	170	176	91	103	20	39,5	34	86	74	80	77	3	3,4	5,5	8,5	27	31
14	JM	M	Ad	174	185	89	105	21,5	43	31,5	92	74	83	80	2,5	3,5	5,5	10	28	32
15	JH	M	Ad	177	181	89	108	23	44,5	35	97,5	76	79	68	2,7	4,2	5,8	11,7	26,5	41
16	MM	M	Ad	187	185	97	108	27	43	35	103	83	87,5	66						
Moy	F	F	Ad	162,1	164,2	86,75	98,6	19,6	38,4	30,7	92,7	69,2	76,65	71						
Moy	M	M	Ad	179,3	183,5	93,25	107,3	23,1	43,25	34,5	97,7	78,25	84,5	71						
Moy	MF	M+F	Ad	168,6	171,4	89,2	101,9	20,9	40,2	32,15	94,6	72,6	79,6	71						

(1) a = 1re phalange ; b = 2e phalange ; c = 3e phalange ; d = dos de la main ; e = avant-bras ; f = distance coude-épaule
(2) nombre de pulsations par minute (au repos).

FICHE MOUVEMENT "MAIN-BRAS-ÉPAULE"



Mensurations (cm)

a	
b	
c	
d	
e	
f	

Initiales (Prénom, Nom) : ....

Sexe : F / M

Vérifier (ou infirmer) les relations suivantes :

$$a + b \simeq c$$

$$b + c \simeq d$$

$$\frac{c}{b} \simeq \frac{d}{c} \simeq \phi^{**}$$

$$\frac{e}{d} = 1 + \phi = \phi^2$$

$$f \simeq \frac{5}{4} e$$

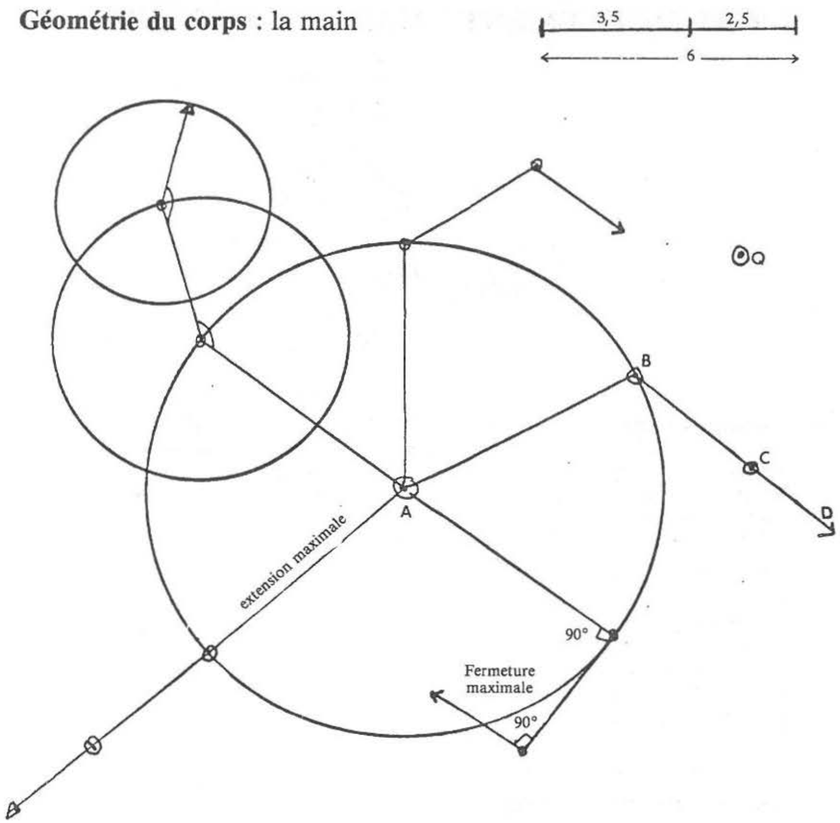
$$(9) \simeq a+b+c+d+e+f$$

* $\simeq$ signifie "est peu différent de"

** ϕ = nombre d'or = $\frac{1+\sqrt{5}}{2} \simeq 1{,}618$

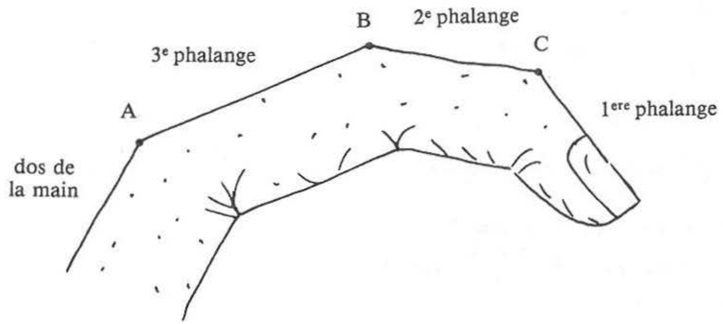
$\phi^2 = \phi + 1$

Géométrie du corps : la main



Diverses dispositions des trois premières phalanges

Problème : Comment disposer les phalanges pour atteindre le point Q ? (A étant fixe). Une ou plusieurs solutions ?



LA CALCULATRICE PROGRAMMABLE CONTRE L'ÉCHEC EN MATHÉMATIQUES

Groupe de travail n° 30

Animateur : R. DIDI

- **Types de matériel utilisé**

Calculatrices programmables T.I. 57 ou H.P. 33.
Un micro-ordinateur APPLE II ou T.I. 994A.

- **Coût approximatif**

Entre 200 et 300 F pour une calculatrice. Entre 10000 et 15000 F pour une configuration suffisante de micro.

- **Comment l'utiliser en classe ? (mode d'emploi ; conseils pratiques, consignes de sécurité, etc.)**

L'utilisation d'une simulation complète des possibilités d'une calculatrice programmable sur l'écran d'un micro-ordinateur permet à l'élève une grande autonomie quant à l'observation de l'évolution de son programme et la découverte d'erreurs dues à un manque de réflexion ou à une méconnaissance d'un langage de la machine.

- **Bibliographie**

Publications des IREM et de l'A.P.M.E.P.
LRN tout un programme par R. DIDI et M. FERRANT, chez Bordas.
Thèmes mathématiques et calculatrice (collection), chez Bordas.

- **Autres observations**

Il semble important que le matériel soit la propriété du lycée.

CALCULATRICE PROGRAMMABLE ET MICRO-ORDINATEUR CONTRE L'ÉCHEC EN MATHÉMATIQUES ET POUR UNE PÉDAGOGIE DE L'AUTONOMIE

Idées générales

Pour proposer une activité autonome à l'élève, il faut pouvoir accorder à celui-ci les moyens de cette autonomie. Or, et surtout en mathématiques, ces moyens sont la "propriété du professeur", et l'élève attend continuellement l'évolution du cours et les constructions que veut bien lui proposer l'orateur.

La calculatrice offre une panoplie d'outils, en forme de fonctions, que l'élève peut utiliser même sans les connaître. Ces outils, conçus par l'homme (l'élève le sait), obéissent à des règles que chacun est disposé à accepter et surtout à comprendre. Ils permettent une certaine autonomie dans la recherche de la solution d'un problème : la rapidité de l'exécution autorise le tâtonnement, la mise en place d'une démarche sûre et minimum étant alors recherchée et appréciée du point de vue de l'économie.

Lorsqu'elle est programmable, la calculatrice permet de plus de construire des fonctions supplémentaires, non prévues par le constructeur, et que l'évolution du cours transforme en outils supplémentaires (l'étiquetage de la T.I. 57 permet la construction de dix petits programmes). Cette construction motive souvent une curiosité par rapport aux programmes des fonctions déjà programmées par le constructeur, et les questions les concernant peuvent alors être posées au professeur. De plus, le cours de mathématiques apparaît comme une construction de plus en plus organisée, les fonctions de base, accumulées en fiches par l'élève, pouvant servir à la construction de nouvelles fonctions plus puissantes, plus orientées vers la résolution de problèmes spécifiques.

Il est impossible d'évoquer ici toutes les possibilités offertes par un tel engin, mais le nombre d'utilisateurs est de plus en plus important, et les écrits à son sujet ne manquent plus.

Pour pallier cette impossibilité, je me tiens à votre disposition pour organiser des journées pédagogiques avec vos élèves, avec les professeurs de votre établissement ou tout simplement pour entretenir une correspondance avec les collègues qui le souhaitent et échanger les quelques fruits de nos expériences respectives.

Roger DIDI
Professeur de Mathématiques E.N.N.A. Paris-Nord

TABLE TRAÇANTE

Groupe de travail n° 31

Animateur : M. MAGNENET

• **Types de matériel utilisé**

Table traçante connectée sur un calculateur HP 10.

• **Où se procurer ce matériel ?**

Dans les IREM ou I.U.T. Ce matériel n'est plus guère utilisé. Il peut être emprunté pour une séquence d'environ un mois.

• **Comment l'utiliser en classe ? (mode d'emploi ; conseils pratiques, consignes de sécurité, etc.)**

La table traçante peut être utilisée de différentes façons :

1° Approche d'une notion : par exemple tracé de courbes et de courbes transformées, d'où proposition pour une justification.

2° Tracé d'un graphique après l'étude mathématique.

• **Bibliographie**

Voir publications des IREM.

• **Autres observations**

Dans chaque cas, le travail de groupe est nécessaire. Au fur et à mesure de l'avancement du travail du groupe, celui-ci vient voir les suggestions ou résultats graphiques.

MANUELS SCOLAIRES

Groupe de travail n° 34

par Michel WOROBEL

Thème central débattu par la vingtaine de participants

Rôle et fonction du manuel dans l'enseignement. La participation de personnes d'horizons très différents : professeurs de lycées, collèges, école normale, universitaires, auteurs de manuels, représentants de maisons d'édition, a permis un débat fort intéressant mais difficile à relater vu les différents registres d'intervention ; j'espère être aussi fidèle que possible mais, respectant au maximum la chronologie des débats, il se peut que ce compte rendu paraisse parfois décousu, sautant du coq à l'âne.

La réunion a commencé par un tour de table, présentation qui a permis de faire émerger un certain nombre de questions :

— Rôle des manuels ? Que véhicule le manuel tant au niveau des professeurs que des élèves ?

— A quoi pense-t-on quand on choisit un manuel pour quatre ans ? Mais on est bien obligé de faire confiance à quelque chose ! Un professeur ne peut pas trop investir.

— Ce qui m'intéresse dans le manuel, ce sont les exercices.

— Comment peut-on arrêter l'inflation dans les manuels ?

— Comment un manuel peut-il s'inscrire dans l'enseignement ?

— Utilisation du livre : suit-on ou non le manuel ?

— En formation, doit-on apprendre à se servir ou non d'un manuel ?

— Quel peut être le rôle d'un manuel dans une stratégie pédagogique ?

Un hommage est rendu par un participant au travail fait par la commission A.P.M.E.P. et l'IREM de Dijon; travail qui contribue à une meilleure utilisation du manuel; il pense cependant que le manuel n'a que peut d'influence sur l'enseignement du professeur. Il pose aussi la question: "Peut-on analyser un manuel à l'aide d'un savoir reconnu ?".

Quelques échanges de points de vue sur ce sujet ont lieu, d'où il semble se dégager les remarques suivantes:

Le manuel doit s'insérer dans une stratégie pédagogique et posséder un rôle d'information. On ne peut nier que les enseignants de mathématiques soient, en majorité, des utilisateurs de manuels, mais il semble souhaitable qu'ils aillent chercher eux-mêmes dans plusieurs manuels ou autres documents ce qui peut servir leur stratégie pédagogique (ceci nécessitant une assez grande disponibilité de l'enseignant). De toute façon, quel que soit le degré de liberté de l'enseignant vis-à-vis du manuel, il ne faut pas se faire d'illusion : des modifications dans les manuels n'entraînent pas des changements dans le comportement des professeurs, tout juste au niveau des contenus, et là, pas toujours dans le bon sens (effet de coups de balancier). L'innovation ne peut atteindre plus de 30 % des professeurs, ce qui explique en partie l'échec de la réforme dite des "mathématiques modernes" de 70.

Un participant estime qu'un ouvrage doit posséder un plan structuré pour aider l'élève et aussi pour que le cours du professeur repose avant tout sur l'usage du manuel. D'autre part, il estime que le rôle du manuel s'est modifié ces dernières années en devenant de plus en plus un livre de pédagogie. Il voit aussi un autre aspect des manuels comme élément sécurisant vis-à-vis des parents.

Un participant remarque qu'il n'y a pas de contrat entre l'usager et les auteurs à la suite de l'achat d'un manuel, ce qui est un mécanisme économique et sociologique inhabituel ; ce fait est accentué par le jugement sur l'ouvrage par des professeurs et non par les utilisateurs que sont les élèves. D'autre part, les phénomènes de didactique sont difficilement contrôlables ; la construction de la connaissance se fait par adaptation et il est difficile de cerner le rapport avec l'écrit ; qu'est-ce que l'on vit dans le livre ? Il faut rappeler par exemple que le langage mathématique n'est pas possédé au sortir du second cycle (référence à un test de Grenoble). Il y a une liaison à travailler entre utilisation du manuel et apprentissage du langage.

Cette intervention a amené les remarques suivantes. Le livre dans, son utilisation, "en est resté au même stade qu'avant Gutemberg". Le plus grave est que cela soit passé dans les mœurs. On le clame depuis si longtemps que son rôle "va de soi" et n'est jamais remis en cause. Ne pourrait-on pas se poser grosso modo les mêmes questions de fond que l'on pose au niveau de l'introduction de l'informatique par exemple ? Y a-t-il un aspect professionnel du livre ? Peut-on analyser, regarder un livre à l'aide de quelque chose, d'un savoir, d'un outil ? Le livre doit-il être un simple *outil* pédagogique (pour les exercices par exemple) où seule la connaissance de la langue française et des symboles mathématiques est nécessaire ? ou bien doit-il être (ou peut-il être) un outil *pédagogique*, mais alors il nécessiterait un apprentissage de l'outil par le professeur mais aussi par l'élève ? Pour reprendre un mot à la mode en ce moment mais qui, ma foi, veut bien dire ce qu'il veut dire, il serait nécessaire de clarifier le contrat didactique entre les trois parties suivantes : professeur, élèves, manuels scolaires. De ce constat s'ensuivent quelques tentatives d'explicitation de ces relations tripartites :

— Il ne devrait pas y avoir d'ambiguïté ; le livre est destiné aux élèves mais les modalités du choix (peu de temps, pas de réelle expérimentation en classe) font que, souvent, après utilisation réelle en classe, le professeur est conduit à chercher un autre manuel pour son usage personnel.

— Doit-on suivre ou non le manuel ? De toute façon, il est utile de le démystifier soit en montrant ses erreurs (s'il en a !), soit en personnalisant certaines parties pour montrer que, même si on le suit fréquemment, ce n'est pas une bible parfaite et que l'on est capable de montrer une certaine maîtrise du sujet que ne peut pas avoir le manuel (chose écrite, donc figée). La construction de la connaissance ne se fait pas de manière aussi linéaire que dans la conduite d'un chapitre ou du manuel entier.

— La majorité des professeurs présents étant des professeurs de lycée, constatons que les nouvelles Secondes indifférenciées ayant posé un problème pédagogique relativement nouveau, le rôle du manuel a été de ce fait remis en cause. Avant, ils étaient plutôt des livres de mathématiques et maintenant une ouverture s'est produite vers des livres se souciant plus de la pédagogie. Une comparaison s'est d'ailleurs établie avec la musique sur le thème "Les élèves confondent l'apprentissage du solfège avec la musique du violon".

— Il semble que l'on attribue une certaine influence à l'A.P.M.E.P. dans l'écriture nouvelle des manuels scolaires de Seconde et en particulier de la commission "Manuels scolaires", notamment sur les thèmes. Des auteurs avouent n'avoir pas tellement réfléchi à cette notion de "thèmes" (pour une question de temps entre autres) mais, à la suite de la brochure *A propos des manuels de Seconde* et d'un article dans le Bulletin A.P.M.E.P. n° 330 sur ce sujet, ces auteurs ont rédigé les thèmes en Première de façon différente.

— Un professeur, afin de valoriser mais aussi de montrer les limites du manuel, l'utilise en le faisant annoter et ne fait pas de cours (Cela pose le problème de la revente, problème financier épineux vis-à-vis des parents).

— Un autre professeur indique que son seul contrat avec les élèves (de lycée) est de les amener à réussir au baccalauréat. Le manuel scolaire, dans ce cadre, est utilisé comme moyen très pratique permettant de gagner du temps. Cette utilisation entrerait, semble-t-il, dans le cadre de ce que l'on a qualifié de "pédagogie minute" (Ne voir aucune connotation péjorative dans ce terme). Le livre est alors un simple document au service du professeur.

— Autre utilisation possible apparue : une bibliothèque mathématique de classe (constituée en grande partie des spécimens personnels du professeur) qui permet aux élèves de comparer les différentes approches d'une notion par exemple, de se documenter à l'occasion de la recherche d'un exercice, d'un problème, d'un thème.

— On attribue parfois beaucoup d'importance au manuel, rejetant sur lui certains fantasmes. En particulier, il ne semble pas que l'on puisse dire qu'un manuel conduise plus à l'échec qu'un autre. Il faut alors démystifier la recherche du meilleur manuel, qui est un faux problème : le meilleur manuel pour qui ? Pour quoi ? On constate d'ailleurs une grande distorsion entre l'utilisation pensée et voulue par les auteurs et l'utilisation réelle en classe (un auteur avoue même avoir parfois des utilisations perverses de son propre manuel). Ne pourrait-on pas songer à "étiqueter" les manuels en fonction des intentions d'utilisation voulues par les auteurs ?

2ème Séance :

Pour lancer le débat, la comparaison est faite entre le manuel et l'ordinateur pour lequel deux directions pédagogiques s'affrontent actuellement.

Sommairement :

1° "Au service de" : Est-il réaliste d'envisager un classement des enseignants selon leurs stratégies pédagogiques et alors de classer en conséquence les manuels (ou parties de manuels, voir notion d'étiquetage citée précédemment) les plus "rentables" pour sa pédagogie ?

2° "Discipline à enseigner" : Le langage mathématique écrit. Apprendre à lire un manuel scolaire mais aussi un texte mathématique, apprendre à s'en servir et à réinvestir le savoir livresque acquis.

Le débat qui suivit fut un mélange d'idées générales et d'exemples concrets d'utilisation du manuel en classe dont il est difficile de rendre compte dans son intégralité. Aussi je me contenterai de faire ressortir (sans ordre, autre que chronologique) les points importants (à mon avis bien sûr !) qui sont apparus dans la discussion.

• Le mot "thèmes" ayant été cité dans l'introduction du début, la discussion s'est engagée sur ce sujet. L'enseignement par thèmes est-il spécifique d'une pédagogie ? Comment cela peut-il se traduire dans les manuels ? Pour les thèmes non mathématiques, une explication complémentaire est souhaitable car le professeur n'est pas forcément compétent dans tous les domaines. Mais alors où faut-il mettre ces compléments ? Dans le livre de l'élève ? Il lui donne tout ou partie de la solution. Dans le livre du maître ? Mais celui-ci est peu utilisé et d'autre part on craint que son existence ne conduise à une sclérose de l'enseignant qui se repose alors entièrement sur lui. Il faut laisser une part de liberté à l'imagination, en recherche, tant pour l'élève que pour le professeur. Une solution est proposée pour, par exemple, un thème de climatologie qui peut se traiter en liaison avec le professeur d'histoire et géographie (ne serait-ce qu'au niveau de la correction !).

• Le problème posé ensuite fut celui des exercices : doit-on mettre des exercices corrigés ? Le corrigé des exercices doit-il se trouver dans le livre du maître ? Cela pose indirectement le problème des objectifs visés pour un exercice mais aussi par sa correction (résultat ou méthode de résolution). Les avis sont partagés. Avoir le corrigé des exercices permet un gain de temps appréciable pour le professeur, mais ne vaudrait-il pas mieux parfois les chercher réellement en compagnie des élèves en montrant sa méthode de recherche, les différentes pistes possibles ? Se pose aussi le problème des professeurs qui sont "perdus" avec les nouveaux programmes (Seconde par exemple, et les thèmes), mais aussi ceux qui ont des classes comme les F dont les exercices, s'ils sont vraiment spécifiques de la section, peuvent comporter un certain nombre de termes très techniques, et encore ceux qui doivent enseigner des notions nouvelles (géométrie dans l'espace) qu'ils n'ont jamais abordées dans leur formation. Dans ces cas précis, il semble qu'un corrigé soit un garde-fou salutaire. Mais il faut bien admettre que, pour tout professeur, il y a un pourcentage d'exercices qu'il ne sait pas faire immédiatement et il peut être judicieux de chercher réellement en classe un exercice pour démythifier le professeur tout-puissant qui sait tout faire. De toute façon, comme le fait remarquer fort justement un participant, la présence d'un livre du maître n'entraîne pas la nécessité de s'en servir. Une digression sur les erreurs dans les manuels de l'élève, mais aussi du maître, permet de réaffirmer le rôle positif qu'elles peuvent prendre si elles sont bien exploitées (mais à condition qu'elles ne soient pas trop nombreuses quand même) ; en particulier "C'est écrit, donc c'est bon" peut être remis à sa juste place.

Un tour de table fut alors lancé sur le thème : comment utilisez-vous le manuel dans votre classe ?

• Utilisation du Galion au collège comme fiche de travail (il est issu d'une collection de fiches) ; ceci permet de libérer le professeur de sa prestation au tableau et il peut se consacrer presque individuellement aux élèves en difficulté. Utilisation aussi pour donner des exercices à la maison. Très difficile de l'utiliser pour son cours qui est très réduit, mais il ne faut pas oublier alors de lire attentivement le livre du maître qui est un véritable conseiller pédagogique. Celui-ci précise bien que le rôle du professeur est d'extraire, des activités mathématiques proposées par le livre-élève, le contenu mathématique et d'en faire la synthèse. C'est aussi au professeur de s'assurer de la mémorisation des acquis nécessaires au niveau de la classe à laquelle il s'adresse.

• Autre utilisation du manuel : un sous-groupe du groupe GEDEOP de l'IREM de Dijon, après introduction de certaines transformations géométriques à l'aide de manipulations, par exemple avec le pantographe, en déduit des conclusions en "langage élève" puis va voir dans les manuels comment le mathématicien a traduit cela dans son langage.

• Intervenant du Premier cycle : on essaie de choisir un livre proche de nos idées, et même de temps en temps on modifie ce qu'on voudrait faire pour être plus proche du livre ; parfois c'est le contraire, on fait prendre des notes en cas de manque du livre par rapport à ce que l'on voudrait faire. A ce niveau d'enseignement, il est encore important que les parents puissent comprendre ce que font leurs enfants, et alors un livre relativement structuré peut permettre de les aider à s'y retrouver. La personne affirme de plus personnellement bien aimer un manuel où il y a un cours bien fait.

• Intervenant du Second cycle : utilisateur de la collection Gamma en E. L'avantage, c'est que la démonstration n'est pas faite. De nombreux blancs subsistent que l'élève doit combler (exercices à trous). Mais de temps en temps, le besoin de faire un cours magistral se fait ressentir. Il arrive aussi que mon plan soit différent de celui du livre ; alors j'expose aux élèves mes raisons et après on compare.

• Intervenant du Second cycle scientifique : je fais lire d'abord la préface, puis les introductions de chapitres, et ensuite traiter les exercices de motivation dont les énoncés sont dans le livre. Après la correction de ces exercices qui donnent lieu en général à un dialogue fructueux, une mise au point théorique est faite qui donne lieu à une discussion sur le contenu du livre. Les résultats essentiels sont alors inscrits au tableau et reportés par les élèves sur un petit carnet. Ensuite, les élèves font des exercices analogues puis étudient des thèmes, confectionnent des dossiers. C'est l'idéal, mais il faut bien reconnaître que dans la réalité tout n'est pas fait comme ça, même si c'est le livre dont on est l'auteur qui est utilisé par ses élèves ! De toute façon, le livre est indispensable comme support, complément d'information ; le rôle du professeur est un rôle de "dispatcher" des informations apportées par le manuel.

• Auteur de manuel : utiliser un livre et suivre un livre (servilement), ce n'est pas la même chose, et les objectifs visés par les contenus dans ces deux cas de figure ne peuvent pas être les mêmes. Il est fort possible, par exemple, que certains chapitres très "classiques" ne soient pas nécessairement à voir en classe, mais par les élèves seuls, après étude d'un thème qui a permis de faire fonctionner les notions abordées dans ces chapitres.

La réunion s'est terminée trop rapidement et, faute de temps, certains participants ont émis le vœu de lui donner une suite.

Michel WOROBEL
Responsable du groupe A.P.M.E.P.-inter IREM
"Analyse des manuels scolaires"
14, rue d'Auvergne, 89000 Auxerre

DESSINS ET MATÉRIELS VARIÉS POUR METTRE DES IDÉES DERRIÈRE DES ÉCRITURES

Groupe de travail n° 36

par Marcel DUMONT

La constitution de ce groupe avait pour but essentiellement de :

— provoquer des réflexions sur l'archaïsme, l'incohérence, l'ésotérisme des objectifs en termes de contenus,

— montrer ce que peuvent faire des enfants, des adolescents, lorsqu'ils sont libres de penser et qu'ils ont envie de penser,

— souligner les immenses possibilités qu'offrent des méthodes où l'intuition, s'appuyant sur des perceptions, images, matériels, ..., joue un rôle aussi important que le fonctionnement de langages formels.

Une telle action, qui n'oublie pas les dimensions affective, psychologique de la communication sociale, se propose à long terme de reposer complètement le problème des objectifs, d'une culture générale, d'une nouvelle base de connaissances, adaptée au monde actuel.

Mais il ne faut pas confondre discours et action, intention et réalisation. Comme on ne peut être juge et partie dans une bonne démocratie, je souhaite qu'un autre fasse le compte rendu, s'il le juge utile !

Dans et hors-propos, soulignons le fait suivant : 49 ans après sa parution, le livre de D. HILBERT concernant Géométrie et Imagination n'a toujours pas, à ma connaissance, été traduit en français. Aucun ouvrage analogue n'existe, semble-t-il, chez nous, ce qui en dit long sur l'importance qu'on attache aux images. Qu'attend-on pour le faire, et le remettre à jour ? Quel IREM osera commémorer le cinquantenaire de cette parution ? Plusieurs versions existent, anglais, italien, ..., faites-les connaître !

Marcel DUMONT
23, rue du Docteur Devé - 76100 Rouen

ACTIVITÉS A PARTIR D'UN CUBE SOMA

Groupe de travail n° 41

Animateur: C. SLOWICK (1)

- **Types de matériel utilisé**

Cube SOMA.

- **Où trouver ce matériel ?**

Dans les maisons de jouets un peu spécialisées (exemple : ''Jeux Descartes''). Il est aussi possible de construire les pièces à partir de monocubes $50 \times 50 \times 50$.

- **Coût approximatif**

40 F. à 70 F. pièce.

- **Comment l'utiliser en classe? (mode d'emploi ; conseils pratiques, consignes de sécurité, etc.)**

C'est un objet dont on doit discuter ; donc 1 cube par élève n'est pas souhaitable ; il en faut environ 9 par classe. Le présenter comme un casse-tête me semble être une erreur car il y a toujours des élèves qui n'aiment pas les énigmes géométriques.

Dans un premier temps, l'élève fait ce qu'il veut ; ensuite, il va falloir décrire le résultat obtenu. Les élèves ont devant eux la construction qu'ils ont faite, les formes sont variées et la description verbale s'avère très vite inopérante. Le dessin apparaît donc comme une nécessité pour pouvoir communiquer et mémoriser. Il faut des règles pour dessiner, d'où un véritable cours de perspective cavalière. Les notions de plans parallèles, orthogonaux ou sécants coulent de source. On a de plus des exemples de formes non isométriques ayant cependant le même volume.

- **Bibliographie**

Polycubes: J. MECUS et P.J. TORBIJN (Cédic).
Jeux mathématiques: M.: GARDNER (Cédic) - Chapitre 6.

(1) 45 rue de Péronne, 62450 Bapaume.

UTILISATION DE CALCULATRICES PROGRAMMABLES TYPE T.I. 57 COMME MOYEN DE LUTTE CONTRE L'ÉCHEC SCOLAIRE DANS LES CLASSES DE SECONDE, PREMIÈRE ET TERMINALE

Groupe de travail n° 42

Animateur : Michel SOUFFLET

- **Types de matériel utilisé**

Calculatrices programmables T.I. 57.

- **Où se procurer ce matériel ?**

Librairies.

- **Coût approximatif**

300 F. la machine. Prévoir une machine au moins pour deux élèves.

- **Comment l'utiliser en classe ? (mode d'emploi ; conseils pratiques)**

Etre habitué à corriger un programme afin de rectifier rapidement les erreurs des élèves et d'éviter le découragement. C'est l'aspect "miracle" de la machine en fonctionnement qui crée l'engouement pour l'activité proposée.

- **Bibliographie**

LRN, de DIDI et FERRANT, éditions Bordas. Pour le fonctionnement de la machine T.I. 57.

Mathématique élémentaire d'un point de vue algorithmique, de ENGEL, éditions Cédic. Ouvrage de référence pour utiliser l'informatique en classe.

- **Autres observations**

D'une façon générale, il me semble opportun que l'A.P.M.E.P. lance un débat sur le choix du matériel informatique ; voici un point de vue personnel en tant qu'utilisateur en classe.

• La T.I. 57, qui était une bonne machine, semble en voie de disparition. La nouvelle 57 LCD qui doit la remplacer est insuffisante pour une utilisation en classe, car ses mémoires sont non volatiles. De plus, même si "Texas Instrument" décidait de continuer la fabrication de la T.I. 57, les variations scandaleuses de prix pratiquées par cette société posent un problème : près de 50 % d'augmentation en deux ans, cela donne bon dos au dollar quand on sait que ces machines sont fabriquées en France ou en Italie.

• Les HP sont chères ; de plus, la notation polonaise très performante est sans doute à réserver à des élèves n'ayant pas trop de difficultés en mathématiques (Première S par exemple).

• Les petites Casio sont peu chères, mais elle ne possèdent pas de systèmes de vérification de programmes, ce qui les rend peu utilisables du point de vue pédagogique.

• Les micro-ordinateurs actuellement fournis dans les lycées me semblent beaucoup trop gros pour l'usage qui en est fait. Un matériel moins performant, et donc moins cher, permettrait de toucher plus d'élèves à prix égal.

La machine idéale reste à inventer : ce qu'il faudrait, ce serait des machines fonctionnant dans un langage comme le BASIC ou le LSE pour faciliter un passage sur de plus gros engins. Ces machines devraient être à un prix assez bas (moins de 300 F. actuels) pour permettre à la fois un équipement complet dans chaque lycée et un équipement personnel pour l'élève (donc autorisées aux examens). Est-ce vraiment utopique ?

*

*   *

Une trentaine de personnes ont suivi cette séance du jeudi après-midi. La très grande diversité des connaissances des participants a provoqué à la fois beaucoup de désordre et une grande richesse au niveau des idées.

Le débat a eu lieu en même temps que l'utilisation des machines. Nous avons abordé les notions suivantes :

— Etude de fonctions (locales ou non), résolution d'équations (approchées), études de suites, calculs d'aires (introduction à la notion d'intégrale).

— Suites pseudo-aléatoires : utilisation de la machine comme introduction aux probabilités.

Plusieurs programmes ont été improvisés à la demande des participants, l'élaboration ayant lieu en commun.

NOTE : Les programmes que nous avons rédigés fonctionnaient, ils n'étaient pas nécessairement performants : avec des astuces d'informatique, il est possible de les améliorer. Cela n'était pas le but ici : utiliser l'informatique en classe de mathématique ne signifie pas faire de l'informatique.

INFORMATIQUE ET ENSEIGNEMENT

Groupe de travail n° 43

Animateur : Jacques BASTIER(1)

• Types de matériel utilisé

Micro-ordinateurs MICRAL 8022 (ou G) de REE (+ Logiciels officiels en LSE) ou Logiciels présentés (origine : Lycée Montaigne de Bordeaux).

• Où se procurer ce matériel ?

Equipement des établissements du second degré, en théorie maintenance assurée dans le cadre de l'opération 10 000 micros.

Logiciels : *devraient être* fournis par les CNDP, CDDP ...

• Coût approximatif

20 à 40 000 F. l'unité selon achat dans le cadre précédent ou libre.

Logiciels gratuits en principe, mais pas en pratique, semble-t-il.

• Comment l'utiliser en classe ?

Les didacticiels présentés ne nécessitent pas a priori de consignes particulières : usage presque aussi simple que d'autres machines comme téléviseurs, magnétophones, etc.

• Bibliographie

Périodiques ou revues sur les ordinateurs individuels : nombreux titres.

Livres sur micro-informatique et enseignement (voir Bulletin de l'A.P.M.E.P. !).

Documents spéciaux de l'IREM de Bordeaux et du groupe du Lycée Montaigne sur le sujet.

• Autres observations

Nos logiciels présentaient deux caractéristiques les opposant aux logiciels "officiels" en LSE de façon assez générale :

1° Création, adaptation et utilisation à peu près sans formation spéciale ni pour les élèves ni pour les professeurs.

2° Intégration possible dans les emplois du temps et structures habituelles des Collèges ou Lycées (et pas uniquement en activités extra-scolaires ou club).

(1) Lycée Michel Montaigne, 33075 Bordeaux Cedex.

DIDACTIQUE DE RÉSOLUTION DES PROBLÈMES DE CALCUL ET DE TRACÉS GÉOMÉTRIQUES PAR LA MÉTHODE EXPÉRIMENTALE

par P.H. ROGERIE

Extraits de la lettre d'envoi :

"Mon intervention aux Journées de Poitiers a eu pour objet de présenter une nouvelle didactique basée sur la méthode expérimentale vécue librement par les élèves grâce à un matériel adéquat souvent non présent dans le commerce.

Avec cette didactique, la quasi-totalité des élèves de la scolarité obligatoire, en réponse à des questions orales ou écrites, se trouvent en mesure d'obtenir par eux-mêmes les solutions des problèmes posés par l'exercice de la plupart des activités de la vie individuelle ou collective, de recherche ou de jeu.

Une expérience déjà longue a montré qu'il est très difficile d'introduire cette nouvelle didactique dans la pratique pédagogique d'aujourd'hui. La plupart des enseignants et des pouvoirs responsables la refusent pour diverses raisons qui ne sont pas valables. En particulier, ils estiment qu'elle aurait pour conséquence d'incliner les élèves à refuser toute démonstration : ce qui n'est pas exact. C'est le contraire qui se produit.

Je désire que, par votre compte rendu de mon intervention aux Journées de Poitiers, vous puissiez contribuer à faire connaître cette nouvelle didactique de résolution des problèmes par la méthode expérimentale vécue par les élèves."

P.H. ROGERIE
22 rue Louis Codet, 87200 Saint-Junien

N.D.L.R. Notre collègue ROGERIE, né en 1883, est le doyen de l'A.P.M.E.P. et nous le remercions vivement d'être venu à Poitiers animer un groupe de travail avec tant d'enthousiasme, de gentillesse et de compétence.

SOMMAIRE

(*) et remarques diverses.

AVANT-PROPOS

• Les problèmes considérés

Dans cette étude, nous considérons les problèmes de calcul et de tracés géométriques posés par l'exercice de diverses activités de la vie individuelle ou collective.

Faute de donner à ces problèmes leur solution mathématique, le rendement optimal de ces activités concernées ne peut être atteint.

L'expérience montre qu'avec les didactiques officiellement pratiquées, un certain pourcentage d'élèves n'est pas mis en mesure d'obtenir les solutions mathématiques de ces problèmes ; ce pourcentage va croissant du C.P. à la classe de Troisième et bien au-delà.

Une expérimentation commencée vers 1925, poursuivie jusqu'à ce jour, a fourni la preuve qu'avec la didactique proposée en remplacement des didactiques habituelles, la quasi-totalité des élèves de la scolarité obligatoire, convenablement motivés et pourvus du matériel nécessaire, peuvent obtenir les solutions des problèmes en question.

•• La résolution de ces problèmes par la didactique proposée

Cette didactique se réalise par des ensembles programmés de démarches épistémologiques.

Ces démarches sont effectuées librement par les élèves.

Au cours de chacune d'elles, les élèves sont le plus souvent tenus dans la position de chercheurs et non d'auditeurs devant s'assimiler des connaissances toutes faites (des règles, des notions, des concepts, etc.) dont ils doivent déduire les solutions des problèmes précités.

Par exemple, c'est lorsque les élèves ont appris par eux-mêmes à tracer plusieurs droites xy perpendiculaires au milieu d'un segment rectiligne [AB] que le maître intervient pour leur apprendre que ces droites sont appelées médiatrices des segments [AB].

En général, chacun de ces ensembles programmés de démarches développées conjointement comprend trois phases successivement atteintes par les élèves, chacun à son rythme propre :

— La phase expérimentale
— La phase de synthèse inductive, et
— Celle d'utilisation des connaissances construites par les élèves.

Au cours de la phase expérimentale, les élèves obtiennent :

a) les solutions concrètes des problèmes précités,

b) les solutions mathématiques de ces mêmes problèmes. Ces solutions ne sont pas déduites de connaissances générales préalablement enseignées. Les élèves les obtiennent par la description raisonnée, dessinée et chiffrée d'opérations manuelles imaginaires.

Les élèves, en général, à leur insu, conçoivent les manipulations imaginaires d'après celles qu'ils ont effectuées pour obtenir les solutions concrètes correspondantes.

c) des connaissances particulières aux différentes situations concrètes mises en jeu dans les problèmes résolus. Ces connaissances sont les relations par lesquelles les élèves sont passés des données des problèmes résolus aux réponses de ces problèmes.

Pendant la période de synthèse inductive, les élèves, avec les divers ensembles de connaissances particulières analogues, construisent et formulent selon le système linguistique dont ils ont la maîtrise des connaissances générales du premier niveau. Ces constructions sont données aux élèves par des raisonnements inductifs basés sur les ensembles de relations particulières analogues précitées.

Au cours de la troisième phase annoncée, les élèves utilisent les connaissances générales qu'ils ont construites selon les trois modes suivants :

a) Avec le premier mode, les élèves déduisent les solutions des problèmes en question par des raisonnements explicités ou seulement pensés, basés sur les connaissances générales qu'ils ont construites.

b) Par le second mode, utilisé notamment pour la résolution des équations du premier et du second degré, les élèves commencent par attribuer aux expressions numériques de départ une des significations concrètes. Ils se trouvent ainsi amenés à résoudre des problèmes particuliers dont ils obtiennent les solutions par la didactique proposée.

c) Dans le troisième mode d'utilisation, les élèves intègrent par des raisonnements inductifs leurs connaissances générales qu'ils ont formées dans d'autres d'un niveau plus élevé. Ils peuvent utiliser ces nouvelles connaissances selon les trois modes qui viennent d'être indiqués, s'ils sont convenablement motivés.

Des considérations précédentes, il résulte qu'avec la didactique proposée la transmission des connaissances du maître à l'élève se fait selon un mode nouveau. Cette transmission se réalise sur le plan des opérations manuelles. Avec les didactiques officiellement proposées, cette réalisation se fait sur le plan des connaissances plus ou moins générales. Lorsque les connaissances générales choisies sont d'un niveau très élevé, la transmission des idées ne peut se faire. Et c'est là, très probablement, la cause principale, peut-être unique, des échecs scolaires actuels.

1er CHAPITRE

LES DIDACTIQUES HABITUELLES
et
LA DIDACTIQUE PRÉSENTÉE

1. LES DIDACTIQUES HABITUELLES

1.a) *La résolution des problèmes par les didactiques habituelles*

Avec les didactiques habituellement utilisées jusqu'à ce jour, les élèves obtiennent les solutions numériques et graphiques de ces problèmes d'importance capitale en les déduisant de connaissances générales appropriées :
— des règles de calcul ou de tracés géométriques
— des notions, des concepts
— des relations, des principes, des théorèmes, voire des axiomes, qui leur sont préalablement enseignés.

Ces connaissances représentent symboliquement des ensembles de connaissances particulières analogues qui donnent les solutions des problèmes à résoudre.

Les solutions de ces problèmes sont fournies par la tenue de raisonnements basés sur les connaissances générales précitées. C'est par l'intermédiaire de ces raisonnements explicités ou seulement pensés que les élèves passent des connaissances générales aux connaissances particulières qui donnent les solutions cherchées.

1.b) *Les diverses formes d'échecs*

L'expérience montre que pour un certain pourcentage d'élèves les raisonnements relatifs à certaines connaissances générales ne sont pas tenus. Les élèves de ce pourcentage sont mis en échec pour ce qui concerne la résolution des problèmes dont les solutions sont données par ces raisonnements.

Dans ces cas, les passages de connaissances générales aux connaissances particulières ne se font pas.

Une expérimentation, commencée vers 1925, a montré que les incapacités de tenir ces raisonnements résultaient des circonstances suivantes :

a) Les élèves mis en échec n'ont pas enregistré les connaissances générales appropriées et n'ont pu les construire à partir de leurs expériences personnellement vécues ou

b) Ces élèves avaient bien enregistré correctement les connaissances générales nécessaires, mais, dans leur entendement, ces connaissances restaient de simples données linguistiques. Elles étaient coupées des réalités expérimentales que ces connaissances représentent symboliquement. Elles étaient sans liaison avec les situations concrètes dans lesquelles elles devaient être utilisées.

Ce sont ces "coupures", ces manques de liaison dans l'entendement des élèves qui les ont rendus incapables de tenir les raisonnements qui auraient donné les solutions cherchées.

Nous trouvons dans ces "coupures", dans ces manques de liaison, l'une des causes principales des échecs actuels.

L'expérimentation déjà mentionnée a fourni la preuve que ces "coupures", ces "manques de liaison" sont dus aux didactiques habituellement pratiquées pour doter les élèves des connaissances dont ils doivent déduire les solutions de leurs problèmes. Cette dotation est recherchée, en effet, généralement par des explications verbales à prédominance déductive. Ces explications sont développées le plus souvent sans qu'il y soit fait une référence suffisante (ou même sans aucune référence) aux données, aux différentes phases et aux résultats des expériences dont les connaissances générales en question sont génétiquement issues.

Ces explications ne font pas non plus référence aux situations concrètes dans lesquelles ces connaissances peuvent être puisées par la voie expérimentale et trouver leur utilisation.

Les explications du maître, il est vrai, sont suivies par la résolution par les élèves de problèmes donnés en application des connaissances générales enseignées. Les énoncés de ces problèmes, en général, font mention de situations concrètes dans lesquelles certaines des connaissances enseignées peuvent être utilisées. Les élèves ont à rechercher les connaissances générales qui conviennent et à tenir les raisonnements qui leur permettront de déduire les solutions des problèmes proposés.

Mais seuls peuvent atteindre ce résultat les élèves qui, ayant fait les expériences nécessaires, peuvent les rattacher aux connaissances générales à utiliser. Encore faut-il que ces connaissances leur aient été présentées sous des formes d'un niveau adéquat à leur équipement linguistique, grammatical, numérique et graphique. Ce n'est pas toujours le cas. En raison des exigences des contrôles administratifs, les enseignants se préoccupent avant tout de doter les élèves des connaissances prescrites par les programmes. Les élèves se trouvent occupés par les leçons à apprendre et les exercices de contrôle à préparer. Ils ne disposent que d'un temps limité, insuffisant, à consacrer à la recherche des problèmes d'application. Certains pensent que les problèmes corrigés collectivement permettraient à ceux qui ne les ont pas réussis de se mettre en mesure de réussir dans la recherche de problèmes analogues. Ainsi se trouverait supprimé l'un des inconvénients particulièrement grave des didactiques habituellement pratiquées.

Cette opinion n'est pas valable : elle procède d'une conception erronée relative aux causes véritables des échecs actuels.

Présentées de la façon plus haut indiquée, certaines connaissances générales (celles d'un niveau élevé) ont pour effet de déterminer chez les élèves des réactions variées.

Quelques élèves les trouvant incompréhensibles, sans signification et même absurdes, les refusent et ne prennent pas la peine de les enregistrer.

Les élèves d'une deuxième catégorie, pour diverses raisons, s'efforcent de les enregistrer mais ne peuvent y parvenir faute d'en comprendre la signification.

Les élèves d'une troisième catégorie réussissent à mémoriser ces formes. Mais dans l'entendement de ces élèves, ces connaissances restent "coupées" de leur signification et des situations concrètes dans lesquelles ces élèves auraient à les utiliser. En raison de ces "coupures", ils ne sauront les utiliser ou les utiliseront à contre-sens.

L'expérience montre qu'il y a une quatrième catégorie d'élèves mis en échec lorsque, passés dans la vie active, ils ont à reconnaître et à résoudre certains des problèmes que ces élèves, au cours de leur scolarité, avaient réussi à résoudre. Il s'agit des élèves qui déduisent les solutions de problèmes de leurs énoncés.

C'est que ces élèves ont noté qu'à telle forme d'énoncé correspond telle opération ou telle suite d'opérations.

Des expériences m'ont montré qu'en présentant à ces élèves des problèmes avec des énoncés appropriés, ils ne réussissent pas des problèmes qu'ils auraient réussis avec des énoncés habituels.

Les élèves de cette catégorie peuvent donc être mis en échec au cours de leur vie active.

Ces catégories d'élèves mis en échec par les didactiques habituelles ne sont pas exclusives. Chaque élève en général peut être classé dans plusieurs catégories.

Parmi les élèves qui, en utilisant les règles classiques, réussissent les problèmes dont les solutions comprennent une ou plusieur opérations arithmétiques, rares sont ceux qui sont capables de donner les raisons pour lesquelles les techniques opératoires qu'ils utilisent donnent des résultats que confirmerait l'expérience. Il en est notamment ainsi pour la règle classique de la soustraction.

Si, par exemple, on fait effectuer à un sujet (enfant, adolescent ou adulte) instruit exclusivement par les didactiques habituelles, la soustraction 300 – 123 relative à l'opération qui consiste à donner à un camarade 123 cubes pris sur un total de 300, la plupart d'entre eux (sinon tous) se montreront incapables de répondre aux interrogations analogues à celles qui vont suivre :

"Vous avez dit, montrant le 3 puis le 0 placé au-dessus, 3 ôtés de 10. Où sont les 10 ?

Ensuite, au lieu d'enlever 2 dizaines de cubes pour les donner à votre camarade, vous en avez enlevés 2 + 1 du 0 placé au-dessus du 2. Pourquoi cette retenue ajoutée au 2 ?

Toutes ces opérations chiffrées, vous le voyez, ne répondent pas à la réalité. Il en est de même de celles qui concernent la centaine à donner au camarade. Pourquoi, malgré cela, obtenez-vous un reste exact ?".

Les interrogations doivent être énoncées de façon à ne pas suggérer au sujet interrogé les réponses valables : soit par exemple
a) les trois cubes sont pris sur la dernière des 30 dizaines qui forment les 3 centaines ;
b) les deux dizaines de cubes à donner sont prises sur les 10 dernières dizaines des 30 qui forment les 3 centaines. Mais comme sur ces 10 dizaines, 1 dizaine a été déjà prise pour donner 3 cubes à mon camarade, pour obtenir le nombre de dizaines qui resterait je dois ajouter aux 2 que je lui donne la dizaine employée pour lui donner 3 cubes ; etc.

Aux pourquoi interrogatifs, il n'est fait, en général, aucune réponse.

Au cours de sondages analogues relatifs à la division 72 : 3 effectuée en vue de calculer la somme qui revient à chacune des 3 personnes qui ont à se partager également une somme formée par 7 billets de 10 F et 2 pièces de 1 F, la question "Pourquoi abaissez-vous le 2 à côté du 1 ?" a été posée. Une seule personne a répondu : je ne sais pas.

D'une façon générale, à la question "Pourquoi faites-vous ainsi ?", les réponses sont :
— parce que c'est ainsi qu'on m'a appris à le faire ;
ou
— parce que c'est ainsi qu'il faut faire pour trouver juste ; etc.

Aucun des sujets interrogés n'a évoqué l'expérience à laquelle se rapportait son argumentation. Cependant, cette expérience à la portée d'un élève du CE1 avait été indiquée. Il avait été précisé par exemple que le calcul 300 − 123 avait pour objet de déterminer le nombre de cubes qui restaient sur un total de 300 lorsque l'on en avait donné 123.

Ces absences de références aux données, aux différentes phases et aux résultats des expériences concernées témoignent clairement d'un défaut capital, déjà signalé, des didactiques habituelles. Il n'y a pas, chez les sujets instruits par elles, de liaisons organiques entre leur argumentation et les réalités expérimentales concernées.

Les sondages pratiqués selon la technique au sujet de la soustraction 300 − 123 et de la division 72 : 3 sont en nombre limité. Cependant, il n'est pas douteux que des sondages analogues pratiqués au sujet des différentes techniques opératoires numériques et graphiques révèleraient chez la grande majorité (peut-être la quasi-unanimité) des sujets interrogés la même insuffisance de liaison organique entre leurs argumentations et les expériences correspondantes.

La plupart des élèves qui réussissent à utiliser les techniques opératoires n'en connaissent donc pas la signification.

Il en résulte divers inconvénients qui s'ajoutent au passif des didactiques habituelles.

Ce passif compte cinq catégories d'élèves si l'on y comprend celle des élèves qui réussissent leurs problèmes sans être en mesure de donner les raisons pour lesquelles leurs techniques opératoires donnent des résultats que confirmeraient les expériences correspondantes.

1.c) ***Les troubles du comportement représentatif et affectif***

A ce passif, il faut ajouter la catégorie des élèves chez qui les didactiques habituellement pratiquées déterminent divers troubles du comportement.

Parmi ces troubles qui parfois persistent la vie durant, on peut citer :
— des réactions d'incompréhension, de découragement, d'aversion, voire de dégoût,
— des blocages,
— des complexes d'infériorité ou de supériorité,
— des barrières mentales.

L'utilisation des programmes de mathématiques modernes avec maintien des didactiques habituelles avait considérablement accru le pourcentage des élèves chez qui il y avait un ou plusieurs des troubles de comportement qui viennent d'être mentionnés.

Avec cette utilisation, au sortir de la scolarité obligatoire, rares étaient les élèves qui n'avaient pas une véritable aversion pour l'une ou l'autre ou même pour les deux formes des connaissances mathématiques : la forme numérique et la forme graphique.

Depuis, la situation a pu s'améliorer. Elle est cependant loin d'être satisfaisante.

Tous ces échecs sont connus depuis longtemps sans que cependant, à ma connaissance, les Services responsables aient mis en cause les didactiques habituelles.

Il fut un temps pas très lointain où presque unanimement les échecs étaient considérés comme venant exclusivement d'une insuffisance congénitale irrémédiable des élèves.

Les tenants des didactiques à structures déductives tiennent ces didactiques comme étant les seules capables d'assurer la formation des élites nécessaires à la conception, l'organisation et la gestion des grandes entreprises modernes publiques ou privées.

Ces vues ont longtemps prévalu dans les pouvoirs responsables sans jamais, à ma connaissance, y avoir rencontré une opposition constructive.

En conformité avec ces vues, il était attribué une valeur de vérité quasi absolue aux formes de connaissances du plus haut niveau et les personnes munies de ces formes étaient promues aux postes les plus élevés des hiérarchies.

Une expérience qui dure depuis près de deux siècles, loin de confirmer la fécondité de ces vues dans leur totalité, les a presque totalement démenties.

Elle a montré que les didactiques exclusivement déductives ou axiomatiques avaient pour effet d'introduire parmi les élites des sujets munis de connaissances linguistiques de haut niveau. Toutefois, ces sujets restaient plus ou moins incapables de les utiliser pratiquement. L'abus de leurs possibilités mémorisatrices avait entraîné chez ces sujets, cependant bien doués à l'origine, l'obnubilation plus ou moins complète des fonctions créatrices. On sait que sans les apports de ces fonctions les connaissances de haut niveau sont plus ou moins pratiquement stériles.

Le savant Leprince-Ringuet, ancien professeur à l'Ecole Polytechnique, dans une émission radio déjà ancienne, avait dénoncé ces faits d'incapacité.

Une enquête de Colette Bloch (maître assistant à l'IREM de Poitiers), plus récente, a confirmé les vues de Leprince-Ringuet.

Chez les étudiants pourvus de la maîtrise ou en passe de l'obtenir dont parle Colette Bloch, à l'incapacité d'utiliser pratiquement leurs connaissances du niveau le plus élevé, s'ajoute l'idée que pratiquer les calculs chiffrés et les tracés géométriques, ce n'est pas faire des mathématiques. C'est une idée parfaitement absurde qui témoigne chez ces étudiants d'une certaine obnubilation de leurs connaissances de base et d'une cloison séparant pour eux le monde des symboles de leur monde sensible.

1.d) *Sélection et ségrégation*

Une sélection qui permettrait d'affecter chaque sujet au poste de travail qui conviendrait le mieux ne peut pas être obtenue dans nos sociétés modernes en prenant pour critère unique les connaissances mathématiques, même si ces connaissances comportaient à la fois des savoirs linguistiques et des savoir faire parfaitement harmonisés. Les fonctions à remplir y sont trop variées et les élites nécessaires trop nombreuses.

Les didactiques habituelles déductives et axiomatiques, loin de permettre une sélection valable, aboutissent à une ségrégation sociale. Cette ségrégation a, pour le moins, les inconvénients suivants :

Le premier, déjà mentionné, est d'introduire parmi les élites des sujets chez qui ces didactiques ont obnubilé les possibilités innées de création et de découverte.

D'après les recherches effectuées au cours de l'expérimentation déjà mentionnée, cette obnubilation résulte de la méconnaissance, dans la pratique de ces didactiques, des conditions qui assurent la genèse naturelle des connaissances mathématiques et des raisonnements qui permettent d'utiliser ces connaissances.

Le deuxième inconvénient de la ségrégation a la même origine. La ségrégation s'accompagne du blocage à un très bas niveau des capacités mathématiques de la plupart des élèves qui entrent dans la vie active au terme de leur scolarité obligatoire.

Les enquêtes comme les sondages plus haut indiqués en témoignent clairement. Par surcroît, cette capacité reste menacée dans son déploiement ultérieur par les troubles de comportement plus haut signalés. Ces troubles ressentis par la plupart des élèves des classes terminales peuvent en effet persister au-delà du terme de cette scolarité.

2. LA DIDACTIQUE PRESENTEE

L'expérimentation commencée en 1925, déjà plusieurs fois mentionnée, a fourni la preuve que les inconvénients dont on vient de faire état au cours de cette étude peuvent être évités au moins pendant la scolarité obligatoire.

Cette expérimentation, en effet, a permis de concevoir, d'établir et d'éprouver une didactique qui, ainsi que cela a déjà été dit, donne la possibilité à la quasi-totalité des élèves de la scolarité obligatoire d'obtenir les solutions des problèmes posés par l'exercice de diverses activités de la vie.

Cette didactique comprend un ensemble programmé de démarches épistémologiques effectuées par les élèves, chacun au rythme qui lui convient.

Toute démarche se rapporte à l'un des événements réalisés au cours d'une ou de plusieurs des activités de la vie individuelle ou collective.

Par exemple :

a) la construction des corps cubiques ou

b) la détermination de la distance qui sépare deux points A et B entre lesquels on ne peut pas intercaler des instruments de mesure.

2.a) *Evénements et classes de problèmes associés*

Avec cette didactique, les élèves apprennent à connaître mathématiquement les événements de la vie active en résolvant les problèmes posés par la réalisation de ces événements. Chaque événement, le plus souvent, pose plusieurs classes, dites associées, de problèmes. Par exemple, la fabrication d'une plaque carrée, au cours des activités de la vie professionnelle, peut poser deux classes de problèmes.

a) la classe de ceux dans lesquels il faut calculer le volume d'une pièce carrée connaissant son épaisseur et le côté du carré de base ; et

b) la classe des problèmes dans lesquels c'est le côté du carré de base qu'il faut calculer d'après le volume et l'épaisseur de la pièce.

Pour résoudre les problèmes des différentes classes relatives à diverses activités de la vie, on a vu que les élèves instruits par les didactiques habituelles doivent préalablement assimiler des connaissances générales appropriées. Nous avons détaillé les inconvénients qui résultent de ces didactiques.

2.b) *Solutions concrètes — et solutions graphiques et numériques des problèmes*

Avec la didactique annoncée, il en va tout autrement. Les élèves, dans un premier temps, obtiennent concrètement les solutions de ces problèmes par des opérations manuelles effectuées sur des pièces matérielles appropriées aux problèmes à résoudre.

3. CALCUL DE L'ARÊTE D'UN CUBE DE 1331 cm^3(*)

Par exemple, supposons que de jeunes élèves instruits selon la didactique annoncée aient à calculer l'arête d'un cube de 1 331 cm^3.

Ayant déjà calculé par la même didactique les arêtes de 8, 27, 64, ... 1 000 cm^3, ces jeunes élèves par eux-mêmes se muniront de 1 331 cm^3 structurés selon la numération de position à base dix, comprenant 8 pièces : 1 cube $(10 \times 10 \times 10)$ cm ; 3 plaques carrées $(10 \times 10 \times 1)$ cm ; 3 barres prismatiques à section carrée $(1 \times 1 \times 10)$ et 1 cm^3.

Ils agenceront ces 8 pièces de la façon déjà employée à propos de la formation de cubes de 8, 27, 64, 125......, 1 000cm^3. Ils obtiendront avec 1 331 cm^3 un cube dont les arêtes auront 11 cm environ. L'expérience montre que ces jeunes élèves estimeront que les arêtes d'un cube de 1 331 cm^3 valent exactement 11 cm.

Convenablement interrogés, ces élèves feront la description graphique et chiffrée des opérations qu'ils ont effectuées. Leur argumentation peut être ramenée à celle qui suit :

Sur les 1 331 cm^3, j'ai pris un cube dont les arêtes valaient chacune 10 cm. Ce cube était formé par $(10 \times 10 \times 10 = 1\,000\,cm^3)$. Sur les 1 331 cm^3 il restait $1\,331 - 1\,000 = 331\,cm^3$ à mettre en place.

Pour former le cube de 1 331 cm^3

a) j'ai ajouté au cube de 10 cm d'arête, sur sa face latérale droite, une plaque carrée

$$(10 \times 10 \times 1)\ cm = 100\,cm^3$$

J'ai ainsi obtenu un solide non cubique prismatique dont les 4 arêtes horizontales allant de gauche à droite avaient $10+1 = 11$ cm

b) sur la face latérale avant du solide formé, j'ai placé une 2e plaque carrée $(10 \times 10 \times 1)$ cm $= 100$ cm³ et une barre prismatique $(1 \times 1 \times 10)$ cm $=$ 10 cm³. J'ai ainsi obtenu un solide prismatique à base carrée dont les 8 arêtes horizontales avaient $10+1 = 11$ cm.

c) sur la face supérieure du solide formé, j'ai placé une plaque carrée formée par $(10 \times 10 \times 1)$ cm $= 100$ cm³,
deux barres prismatiques valant chacune $(10 \times 10 \times 1)$ cm $= 10$ cm³
et 1 cm³

Ces trois pièces épaisses d'un cm avaient allongé les 4 arêtes verticales du solide formé de 1 cm.

Ce solide à base carrée était devenu un cube dont les arêtes valent 1 cm de plus que celles du cube $(10 \times 10 \times 10)$ soit $10 + 1 = 11$ cm .

Les 1 331 cm³ avaient été utilisés puisque, aux 331 cm³ qui restaient à mettre en place après la formation du cube $(10 \times 10 \times 10)$ cm, j'ai ajouté 3 plaques carrées formées par $(10 \times 10 \times 1) \times 3 = 300$ cm³
3 barres prismatiques formées par $(1 \times 1 \times 10) \times 3 = 30$ cm³
3 barres prismatiques formées par $(1 \times 1 \times 10) \times 3 = 30$ cm³
et 1 cm³

soit au total
$300 + 30 + 1 = 331$ cm³

Si l'on considère que les élèves admettent 11 cm comme étant la valeur exacte de l'arête d'un cube de 1 331 cm³, il faut admettre que ces élèves tiennent (à leur insu) compte des imperfections inévitables des pièces manipulées et de leur mise en place. C'est dire que, dans leur description de la formation du cube de 1 331 cm³, ils ont substitué aux pièces réelles et à leur mise en place des modèles mathématiques. Ce n'est pas l'événement qu'ils ont réalisé qu'ils ont décrit, mais un événement qu'ils ont imaginé d'après celui qu'ils ont effectué.

On peut donc considérer cette description d'un événement imaginaire comme étant un fait de pensée se situant en dehors des événements physiques, bien que déterminé par eux.

Les élèves, par cette description, ont obtenu une solution mathématique numérique du problème du calcul de l'arête d'un cube de 1 331 cm³. Un problème réputé difficile qui, depuis longtemps, n'est plus proposé aux débutants malgré son utilité dans diverses activités.

La solution du problème en question a été obtenue sans que les élèves aient eu à déduire cette solution d'une connaissance plus générale. Les élèves ont eu à utiliser des connaissances du même niveau : celles qui leur avaient permis de calculer les arêtes des cubes de 8, 27, 64, 125... 1000 cm³ grâce aux indications écrites ou parlées qui leur avaient été données.

3.a) *Transmission des connaissances — et le matériel*

Dans les cas considérés, il y a bien eu transmission de connaissances, mais les connaissances transmises étaient d'ordre technologique : des actions portant sur des pièces matérielles.

Avec les didactiques habituelles, la transmission des connaissances relatives au calcul de l'arête d'un cube de 1 331 cm^3 aurait porté sur celle de la règle classique d'extraction de la racine cubique de 1 331.

Il s'agit dans ce calcul d'une didactique qui peut être pratiquée seulement avec des sujets pourvus déjà de connaissances mathématiques, d'un niveau élevé, parfaitement assimilées.

La voie suivie par les jeunes élèves procède donc bien d'une didactique différente de celle généralement pratiquée.

Cette didactique n'est cependant pas nouvelle. Elle a été primitivement pratiquée par nos plus lointains ancêtres pour transmettre leurs savoirs technologiques élémentaires.

Ce mode primitif de transmission des connaissances qui se réalisait par imitation sur le plan des actions manuelles est encore pratiqué dans divers apprentissages.

Depuis longtemps dans le monde occidental, la didactique primitive à structure expérimentale a été remplacée, notamment dans le domaine de l'apprentissage des mathématiques, par une didactique à structure déductive poussée jusqu'à la didactique à structure axiomatique.

Ce remplacement a été fait en accord avec la croyance que les actions accomplies et les réflexions correspondantes sont deux faits du comportement étrangers et même opposés l'un à l'autre.

Cette croyance jusqu'à ce jour a prévalu dans les Services responsables de l'enseignement des mathématiques. Elle a eu pour conséquence, lorsque ces Services étaient préoccupés par les échecs des élèves, d'amener ces Services à prescrire des changements de programmes. Le rythme de ces changements (fréquents depuis le début de ce siècle) — s'est notablement accéléré depuis quelques décennies.

D'une façon générale, ces changements ont eu pour effet d'élever le niveau des connaissances dont les élèves devaient déduire les solutions de leurs problèmes pratiques de calculs et de tracés.

Nous avons détaillé les conséquences désastreuses qui en ont résulté.

Il est important de noter qu'au cours de ces changements, il n'a pas été question de changer les didactiques habituelles par lesquelles on se propose un objectif impossible à atteindre : celui de faire progresser les élèves de connaissances valables pour un ensemble parfois infini de situations concrètes vers des connaissances valables seulement chacune pour une situation particulière.

Aux alentours de 1956, il y a bien eu une tentative pour introduire l'expérimentation dans l'enseignement des mathématiques. Des commissions ministérielles ont fonctionné et ont déterminé parmi le matériel présenté les pièces les plus valables.

Les enseignants ont été consultés sur l'éventualité d'introduire du matériel dans leur enseignement.

Un faible pourcentage d'entre eux (moins de 10 %) rejetait cette introduction et s'en tenait exclusivement à l'usage du tableau noir de l'époque.

Parmi les maîtres du pourcentage restant, certains estimaient que cette introduction serait seulement favorable aux élèves peu doués. **Sauf erreur de ma part,** pour la plupart des autres, l'emploi du matériel pouvait empêcher les élèves d'accéder à la démonstration, les élèves s'en tenant à des constatations expérimentales.

Aucun des enseignants qui avaient répondu à l'enquête n'avait émis l'idée que des opérations manuelles effectuées par les élèves sur des pièces matérielles appropriées devaient leur permettre d'obtenir concrètement les solutions de leurs problèmes et marquer le départ de démarches se continuant par les solutions numériques et graphiques de ces mêmes problèmes.

Pour les maîtres consultés, les plus favorables à l'usage du matériel, selon toute vraisemblance, le matériel ne pouvait servir qu'à vérifier l'exactitude des connaissances déjà formulées.

En d'autres termes, les expériences que pouvaient permettre les pièces matérielles étaient implicitement considérées comme impropres à permettre la construction des connaissances mathématiques.

C'était attribuer à ces connaissances une origine exclusivement verbale.

La nécessité de la révolution épistémologique qui à partir du 17e siècle s'est imposée à un rythme accéléré dans différentes branches des activités, y compris les activités de recherche, restait méconnue dans le domaine de la pédagogie des mathématiques.

L'illustre mathématicien astronome Claude Clairaut (1713 - 1765), élu membre de l'Académie des Sciences à 19 ans, fit des travaux dans lesquels il utilisait le dessin géométrique. Il rendait ainsi accessible à un plus grand nombre les Eléments d'Euclide. Bien que soutenu par Voltaire, les résultats de ses recherches ne furent pas utilisés par suite de l'obstruction des enseignants de l'époque.

Des vues de Clairaut, il n'est resté que celles qui concernent les opérations d'arpentage.

Depuis, d'autres tentatives menées par divers chercheurs ont eu lieu sans trouver un écho suffisant.

L'enquête déjà signalée de Colette Bloch révélait, on l'a vu, des faits accablants pour la didactique selon laquelle avaient été instruits les étudiants dont il est question dans l'enquête.

Ces révélations ne semblent pas avoir amené les pouvoirs responsables à modifier leurs positions habituelles.

L'utilisation du matériel a bien été envisagée, mais ce matériel et son usage n'ont pas été précisés.

Ces faits témoignent qu'il y a méconnaissance pour le moins de la genèse des connaissances mathématiques de haut niveau et des raisonnements déductifs qui permettent d'utiliser ces connaissances.

La genèse des connaissances mathématiques de haut niveau doit se réaliser à partir de connaissances données dans l'immédiat par des opérations manuelles raisonnées portant sur des pièces matérielles appropriées.

Toutefois, ces opérations manuelles fournissent des formes de connaissance du premier niveau. Le passage de ces formes à celles d'un niveau élevé se fait par l'intermédiaire de formes de moins en moins concrètes et de plus en plus générales.

3.b) *La démarche épistémologique — Ses étapes successives.*

Ainsi en sera-t-il pour ce qui concerne le calcul de l'arête d'un cube d'après son volume et du calcul inverse.

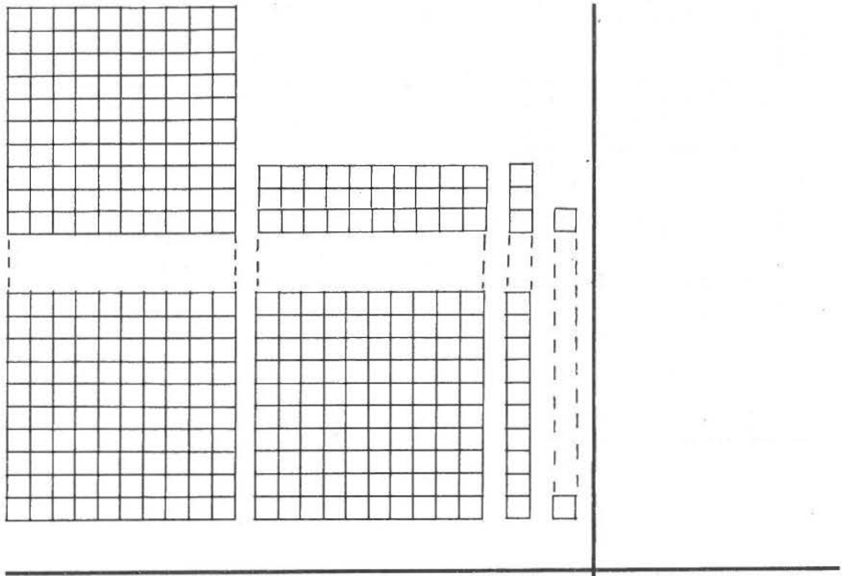
De la démarche épistémologique qui a permis de calculer l'arête de ce cube d'après son volume, nous avons donné seulement la première étape marquée par l'obtention de la solution concrète du problème.

La solution mathématique du même problème est obtenue au cours de la deuxième étape de la démarche précitée. De cette solution, nous avons donné seulement le résumé de l'argumentation tenue par les élèves en réponse à des questions qui leur sont posées. Il faut noter que ces réponses sont faites librement par les élèves en conformité avec le système linguistique dont ils ont acquis la maîtrise. Il en est de même pour ce qui concerne la partie chiffrée de la solution. Cette partie chiffrée accompagne l'argumentation précitée. Elle donne lieu à une suite d'opérations qui peut être la suivante :

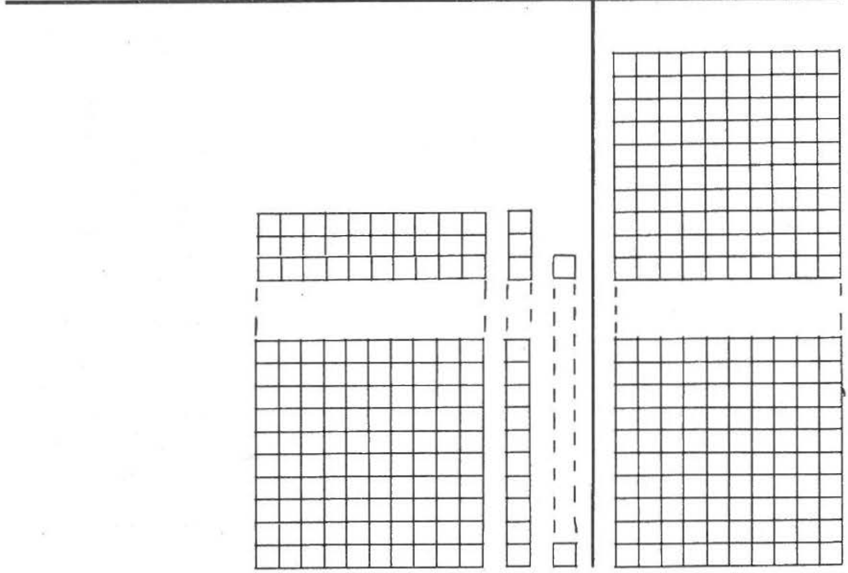
1331	10	1331	10	1	1	300	10	11
	× 10	− 1000	× 10	× 10	× 1	+ 30	+ 1	× 11
	× 10		100	× 3	× 1	+ 1	11	121
	1000		× 3	30	1	331		× 11
			300					1331

(Fig. A)

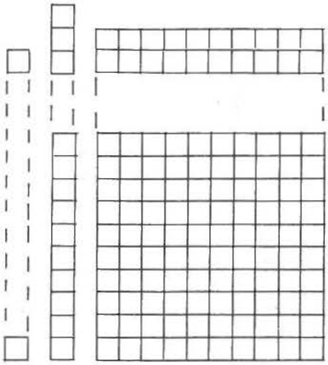
Avec la didactique présentée, la solution mathématique comprend une solution graphique constituée par deux suites de dessins représentant successivement les données de l'expérience ; ces phases successives ainsi que le résultat obtenu. Ces deux suites sont disposées sur deux colonnes parallèles comme l'indiquent les figures 1, 2, 3, 4 et 5 (voir ci-dessous et pages suivantes).

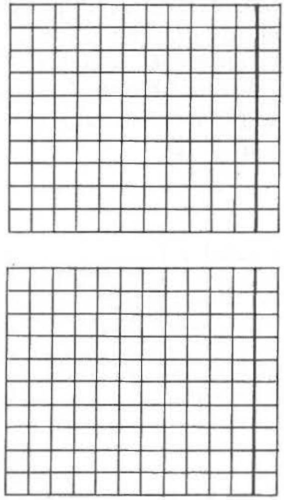


1

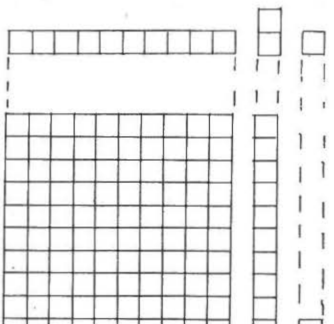


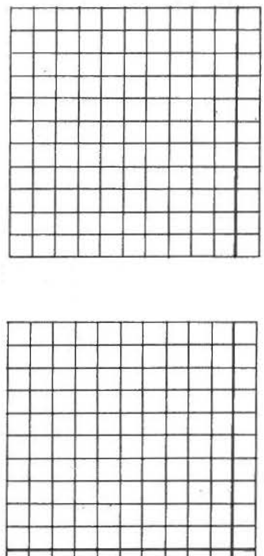
2



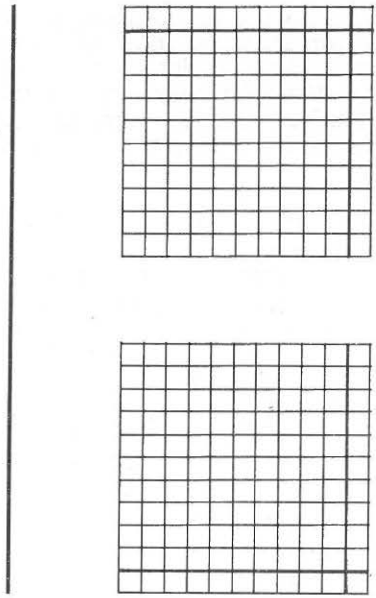


3





4



5

Ces figures décrivent graphiquement l'événement qui fournit la solution semi-concrète du problème en question.

Cette solution génétiquement précède la solution numérique constituée au départ exclusivement par la suite d'opérations (fig. A).

Au moment opportun, le maître intervient pour présenter le tableau numérique suivant :

1331 − 1000	10 + 1 = 11	
0331 − 331 331 000	10 × 10 100 × 10 1000	$10 \times 10 \times 1 \times 3 = 300$ $1 \times 1 \times 10 \times 3 \quad 30$ $1 \times 1 \times 1 = 1$ 331

(Fig. B)

qui est la deuxième forme de la solution numérique du calcul de l'arête du cube de 1331 cm^3 ; génétiquement, cette deuxième forme est précédée de celle indiquée par la fig. 3. Il s'agit de mettre les élèves en mesure d'utiliser cette deuxième forme dans leurs calculs ultérieurs sans que chez eux s'établisse de "coupure" dont nous avons montré les graves inconvénients.

Pour résoudre ce problème, le maître, à propos du tableau numérique qui vient d'être présenté, répétera l'argumentation plus haut résumée en montrant à mesure les opérations dont il parle. Il demandera ensuite aux élèves d'en faire autant. Par surcroît de précautions, il leur présentera un ou plusieurs tableaux analogues concernant le calcul de l'arête de divers cubes. Par exemple, le tableau suivant :

1728	1 + 2	
1728 – 1000 0728 – 728 000	$10 \times 10 \times 1 \times 3 = 300$ $1 \times 1 \times 10 \times 3 = 30$ $1 \times 1 \times 1 = 1$ 331 $10 \times 10 \times 2 \times 3 = 600$ $2 \times 2 \times 10 \times 3 = 120$ $2 \times 2 \times 2 = 8$ 728	12 × 12 144 × 12

Les élèves auront à décrire les opérations manuelles symbolisées par les tableaux présentés.

Par ces exercices, les connaissances des élèves sont contrôlées expérimentalement.

A noter que la didactique présentée, à l'opposé des didactiques habituelles, comporte le contrôle expérimental fréquemment renouvelé des connaissances verbales acquises par les élèves.

Les tableaux numériques précédemment présentés comprennent 2 multiplications dont le produit final est égal au volume du cube dont on a calculé l'arête.

Ces doubles produits symbolisent la construction des cubes dont on a calculé les arêtes. Cette construction est faite à l'aide de barres prismatiques à section carrée (1 × 1) cm dont les longueurs valent celles d'une arête du cube concerné.

Ce double produit contrôle les calculs des arêtes et prépare les élèves au calcul de la racine cubique des nombres.

Pendant la deuxième étape de la démarche épistémologique effectuée pour le calcul des arêtes de divers cubes, les solutions mathématiques étaient obtenues par la description graphique et numérique d'événements imaginaires d'après ceux qui avaient donné les solutions concrètes de ces problèmes.

Les solutions mathématiques étaient précédées par les solutions concrètes.

On peut se demander ce qui va se passer lorsqu'il deviendra impossible d'obtenir les solutions concrètes en raison de l'importance ou de la petitesse des pièces matérielles nécessaires pour obtenir les solutions concrètes.

Dans ces cas, les solutions mathématiques seront-elles possibles ?

A cette question, l'expérimentation déjà signalée a apporté une solution.

Lorsque les élèves ont résolu au cours de la deuxième étape de chacune de leurs démarches un nombre suffisant de problèmes de la même classe, ils ont acquis une nouvelle capacité : celle de pouvoir imaginer et décrire l'événement au cours d'une troisième étape qui, réalisé, donnerait la solution de tout nouveau problème appartenant à la même classe.

La troisième étape est ainsi marquée par la résolution mathématique de problèmes de la même classe.

Ainsi en sera-t-il pour le calcul de l'arête d'un cube quel que soit son volume.

Les jeunes élèves se trouveront alors en mesure de faire ce calcul réputé difficile bien plus précocement que s'ils avaient fait cet apprentissage par les didactiques habituelles.

C'est déjà un avantage important de la didactique présentée sur les didactiques habituelles.

Cet avantage s'accompagne d'autres, parmi lesquels on peut citer :

a) l'absence de "coupures" séparent les techniques opératoires de leur signification

b) l'absence des troubles de comportement définis plus haut

c) l'exaltation des possibilités de découverte et de création des élèves et l'affinement de leurs capacités manuelles

d) l'acquisition par eux-mêmes de connaissances relatives aux ensembles de cubes, notamment : dénombrements d'ensembles disjoints ; lecture et écriture d'ensembles de nombres structurés dans la base dix ; additions, soustractions et multiplications portant sur des ensembles de cubes.

A ces avantages qui concernent les élèves, s'ajoutent ceux qui concernent les maîtres.

3.c) *Les travaux des élèves, documents de leur psychologie.*

Nous venons de voir que l'utilisation de la didactique présentée a pour effet de faire appel à de multiples possibilités des élèves. Leurs travaux témoignent donc de ces possibilités. Ce sont donc des documents psychologiques dont les maîtres peuvent se servir pour une connaissance des élèves qui est plus complète que celle qui résulterait de l'étude des travaux faits par ces élèves lorsqu'ils sont instruits par les didactiques habituelles.

Avec la troisième étape, s'achève la phase expérimentale de la démarche relative au calcul de l'arête d'un cube d'après son volume.

Les problèmes résolus ont permis aux élèves de constater qu'il y a deux sortes de nombres représentant les arêtes des cubes :

a) les nombres déterminés — par exemple le cube dont le volume est 1728 cm^3 a des arêtes de 12 cm.

b) les nombres irrationnels qui proviennent de cubes dont les volumes ne permettent pas d'obtenir un nombre déterminé représentant exactement la longueur de l'arête du cube considéré. Tels sont par exemple les cubes dont les volumes sont compris entre les limites suivantes : 1 et 8 ; 8 et 27 ; 27 et 64 ; ...

3.d) *L'étape de synthèse inductive*

Le calcul des longueurs des arêtes de ces cubes donne lieu à des tableaux numériques dans lesquels il reste toujours un certain nombre de cubes à ajouter au cube déjà formé. Ce nombre devient de plus en plus petit à mesure qu'on poursuit les calculs mais ne s'annule jamais.

En réponse à des interrogations portant sur ces tableaux, les élèves peuvent concevoir la notion de nombres irrationnels. Cette notion leur est donnée par des raisonnements inductifs tenus en réponse des interrogations précitées basées sur des connaissances données par les solutions des problèmes résolus au cours des étapes antérieures.

Ces raisonnements marquent la quatrième étape de la démarche épistémologique en question.

Cette quatrième étape est celle des synthèses inductives des connaissances fournies par les solutions des problèmes déjà résolus au cours des étapes antérieures.

Les solutions des problèmes résolus fournissent en effet des connaissances relatives chacune à une situation particulière. Par exemple, le volume d'un cube dont les arêtes mesurent 12 cm a été obtenu par la suite des opérations qui suit :

10	10	100	200	2	4	40	2	1000
× 10	× 10	× 2	× 3	× 2	× 10	× 3	× 2	600
100	100	200	600	4	40	120	4	120
× 10							× 2	8
1000							8	1728

Ces calculs symbolisent les opérations manuelles qui ont abouti à la formation du cube dont l'arête mesure 12 cm.

L'enchaînement des opérations arithmétiques précédentes peut être symbolisé par l'expression numérique qui suit :

$$(10+2)^3 = 10^3 + 3 \times 10^2 \times 2 + 3 \times 10 \times 2^2 + 2^3 \quad (1)$$

D'un ensemble d'expressions numériques analogues à (1) obtenues de la même façon, les élèves, par des raisonnements inductifs tenus en réponse à des interrogations appropriées, peuvent concevoir et établir la connaissance générale suivante :

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3\,ab^2 + b^3$$

Au cours de cette quatrième étape, en réponse à des interrogations portant sur les tableaux numériques qui permettent de calculer les arêtes de cubes d'après leur volume, les élèves par des raisonnements inductifs pourront concevoir et formuler la règle classique d'extraction de la racine cubique d'un nombre.

La quatrième étape de la démarche épistémologique considérée est bien marquée par la conception et la formulation de connaissances générales. Ces connaissances sont obtenues par des raisonnements inductifs.

3.e) *L'étape d'utilisation des connaissances*

Dans la cinquième étape de la même démarche, les élèves convenablement motivés utiliseront ces connaissances générales qu'ils ont formées selon trois modes :

a) le premier mode se rapporte aux connaissances générales formulées en chiffres ou en lettres numériques.

Dans les deux cas, les élèves utilisent ces expressions qu'ils ont construites en leur donnant une signification concrète qui leur est familière.

Si, par exemple, ils doivent calculer x de l'expression :

$$15 \times 15 \times 15 = x$$

ils attribuent à cette expression la signification suivante : x représente le nombre de cm^3 qui forment le cube dont l'arête est 15 par exemple.

Le problème du calcul de la valeur de x se ramène alors à celui du calcul du nombre de cm^3 qui forment le cube imaginé

b) le deuxième mode d'utilisation des connaissances générales formées au cours de la quatrième étape consiste à rechercher les solutions de problèmes nouveaux appartenant à la même classe.

Les solutions de ces problèmes leur seront alors données par la tenue de raisonnements déductifs explicités ou seulement pensés, basés sur les connaissances générales qu'ils ont construites au cours de la quatrième étape.

L'expérimentation déjà signalée a montré que ces raisonnements seront tenus tout naturellement. Il en est ainsi parce que ces raisonnements résultent de l'inversion des processus biologiques explicités par les raisonnements inductifs qui ont permis de concevoir et de formuler les connaissances générales utilisées.

c) le troisième mode d'utiliser les connaissances générales précitées est d'intégrer par synthèse inductive ces connaissances générales dans d'autres d'un niveau plus élevé.

Ces nouvelles connaissances générales pourront être utilisées selon les trois modes indiqués.

3.f) *Poursuite conjuguée de plusieurs démarches*

La démarche épistémologique dont il est donné des parties caractéristiques est suivie par les élèves conjointement avec plusieurs autres.

Pour faire apparaître clairement la structure des démarches qui vont être considérées, chacune d'elles sera présentée comme se déroulant isolément et sans interruption quel que soit le temps que les élèves mettent pour atteindre la dernière étape de chacune d'elles.

Par exemple, pour la démarche relative à la construction des cubes et des capacités cubiques, il faut plusieurs années pour que de jeunes élèves puissent être en mesure de concevoir et de formuler la règle classique d'extraction de la racine cubique d'un nombre.

3.g) *L'activité de raisonnement dans les didactiques habituelles et dans la didactique présentée*

Avec les didactiques habituelles, lorsque les élèves ont à rechercher les solutions de problèmes pratiques, ils en obtiennent les solutions par des raisonnements déductifs basés sur des connaissances générales. Ces connaissances leur sont présentées généralement toutes faites ; ils n'ont pas à les construire ; ils ont seulement à les mémoriser.

Pour ces élèves, l'activité de raisonnement se manifeste donc principalement sous le mode déductif.

Au départ des différentes démarches épistémologiques de la didactique présentée, les élèves effectuent des opérations manuelles pour obtenir les solutions concrètes de leurs problèmes. Le plus souvent, ces solutions ne sont obtenues qu'à la suite d'opérations manuelles de tâtonnement.

Dans ce cas, ces opérations s'accompagnent d'une activité de raisonnement qui n'est ni inductif, ni déductif puisque ce mode met en relation des connaissances de même niveau.

Les raisonnements de ce mode que l'on peut qualifier d'expérimental et de tâtonnant se développent conjointement, en conjugaison avec les opérations manuelles tâtonnées. Tantôt ils suggèrent des opérations manuelles qui, effectuées, en confirment ou infirment la validité compte tenu du but à atteindre : la solution concrète du problème cherché.

Tantôt réciproquement au cours des tâtonnements c'est la validité de telle opération manuelle qui est éprouvée par le raisonnement qui la suit.

C'est au cours de la deuxième étape des démarches relatives au calcul de l'arête d'un cube de 1331 cm^3 que les élèves obtiennent la solution mathématique de ce problème. Cette solution leur est donnée par la description raisonnée d'un événement imaginé d'après celui qu'ils ont effectué.

Il en est de même pour chacune des autres démarches de la didactique présentée.

Ces descriptions numériques et graphiques témoignent de l'intervention de raisonnements qui se déroulent selon le thème :

j'ai ... je fais ... j'obtiens ...

Il s'agit de raisonnements qui mettent en relation des formes de connaissance de même niveau. Ils n'appartiennent ni au mode inductif, ni au mode déductif.

On peut les qualifier d'expérimentaux.

Selon les vues de Jacques Monod (1), les raisonnements expérimentaux explicitent en les résumant des événements biologiques. Ces événements simulent subjectivement les événements extérieurs.

Dans le cas du calcul de l'arête du cube de 1331 cm^3, l'événement simulé est celui qui a abouti à la formation du cube à partir des 8 pièces matérielles valant au total 1331 cm^3.

L'expérimentation déjà signalée qui a permis de concevoir et d'établir la didactique présentée me semble être en accord avec les vues de Jacques Monod précédemment rapportées.

On a vu qu'au cours de la troisième étape de la démarche des élèves relative au calcul de l'arête du cube de 1331 cm^3, ces élèves se trouvent capables d'imaginer et de décrire la suite des opérations manuelles qui, réalisées, leur donneraient la valeur de l'arête d'un cube quel qu'en soit le volume.

Cette capacité marque les troisièmes étapes des différentes démarches de la didactique présentée.

Selon certains psychologues, cette capacité serait due à l'intériorisation d'expériences analogues antérieures.

Il s'agit là d'une explication qui procède de l'une des formes de l'animisme ancestral : celui par lequel on attribue à un vocable une propriété active : celle de s'intérioriser.

A cette explication, il y a lieu de substituer celle suggérée par les vues de Jacques Monod.

(1) Jacques Monod, *Le hasard et la nécessité*, page 164 suivantes. Editions du Seuil.

En accord avec ces vues, on peut dire qu'au cours de la deuxième étape de la démarche précitée, l'une des fonctions du cerveau des manipulateurs a été de déterminer un processus de simulation subjective de l'événement technologique qui a permis la formation du cube en question. Ce processus s'est reflété par la symbolique du langage sous la forme du raisonnement expérimental. Au cours de la troisième étape, la solution de problèmes de la même classe a été obtenue par l'intermédiaire de raisonnements expérimentaux précités.

Pendant la quatrième étape de la démarche en question intervient un nouveau mode de raisonnement : celui par lequel les manipulateurs ont formé une connaissance générale avec un ensemble limité de connaissances particulières analogues. Comme on l'a vu, ces connaissances particulières sont fournies par les solutions des problèmes de la même classe résolus antérieurement.

Il s'agit d'un raisonnement qui met en relation par intégration des formes de connaissances d'un certain niveau dans une forme d'un niveau supérieur. C'est le mode inductif. Il se manifeste dans la quatrième étape des différentes démarches épistémologiques de la didactique présentée.

Avec l'étape de l'utilisation des connaissances générales conçues et formulées par les élèves instruits par la didactique présentée apparaissent selon les cas, avec les raisonnements inductifs, des raisonnements déductifs dont il a été plus haut indiqué le rôle.

Ces raisonnements reflètent par la symbolique du langage l'inversion du processus de simulation subjective qui a permis aux élèves de construire les connaissances générales utilisées. Ainsi la didactique présentée fait apparaître les raisonnements déductifs comme se situant au terme d'une suite de raisonnements allant du mode expérimental tâtonné au mode déductif par l'intermédiaire du mode expérimental et du mode inductif.

En cela, la didactique présentée réalise pour chacune des démarches qu'elle comprend la genèse naturelle des raisonnements déductifs correspondants.

Il en est rarement ainsi avec les didactiques habituelles. Lorsque, avec elles, les connaissances dont les élèves doivent déduire les solutions de leurs problèmes leur sont présentées sous des formes d'un niveau trop élevé, ces élèves ne peuvent leur rattacher par des raisonnements inductifs leurs expériences vécues qui se rapportent à ces formes.

Faute de ces rattachements, les processus de simulation subjective ne peuvent s'établir. Leurs inversions ne peuvent avoir lieu ainsi que les raisonnements déductifs qui explicitent ces inversions. Dans ces cas surabondamment réalisés lors de l'introduction des programmes de mathématiques modernes dans les classes de quatrième et de troisième, les élèves ne peuvent tenir les raisonnements déductifs qui leur donneraient les solutions des problèmes cherchés. Ils se trouvent mis en échec. Il en eut été tout autrement si les élèves avaient conçu et formulé ces formes d'un niveau élevé par des démarches de la didactique présentée.

Dans ce cas, ces formes eussent été, dans l'entendement des élèves, organiquement liées aux données, aux différentes phases et aux résultats des différentes expériences dont elles procédaient génétiquement. Ces liaisons auraient permis que s'établissent les processus de simulation subjective ; et l'inversion de ces processus aurait entraîné la tenue des raisonnements déductifs d'utilisation de ces formes.

COMPTE RENDU DE LA RENCONTRE AUTEURS-EDITEURS COMMISSION "MANUELS SCOLAIRES" DES JOURNEES DE POITIERS (23.09.82)

L'ordre du jour était le suivant :

I. ***Lycées***

a) Présentation de la brochure sur les manuels de Seconde éditée par la commission A.P.M.E.P.-inter IREM : *Analyse des Manuels Scolaires*. Premières impressions sur les manuels de Première.

b) Débat sur le thème : les manuels scolaires sont conçus en fonction d'une certaine perception du corps enseignant. Figent-ils son évolution ou y contribuent-ils ?

II. ***Collèges***

a) Le point sur la circulaire concernant le renouvellement ou la maintenance des manuels.

b) Débat sur le thème : Quel pourrait être le rôle et l'impact d'un manuel d'accompagnement pour les parents ?

III. ***LEP*** (en liaison avec la commission LEP de l'A.P.M.E.P.)

a) Bilan sur les manuels de Première année de CAP.

b) Débat sur le thème : la mise en œuvre de la gratuité des manuels scolaires dans les LEP.

Une trentaine de personnes étaient présentes à cette réunion ; parmi celles-ci, une dizaine de maisons d'édition étaient représentées. Il avait été prévu une répartition égale du temps entre chacun des points de l'ordre du jour, mais l'intérêt principal des participants s'est porté sur les lycées puis dans une moindre mesure sur les collèges ; lorsque le débat s'est porté sur les LEP on a pu assister à un départ massif des participants (fatigue de fin de journée ou plutôt désintérêt total pour une branche déshéritée de l'enseignement !) et on ne peut que remercier les trois maisons d'édition qui sont alors courageusement restées (Hachette ; Nathan-Cedic ; Technique et Vulgarisation).

I. ***Les lycées***

a) *Présentation de la brochure de la Commission sur les nouveaux manuels de Seconde.*

D'après les participants présents, il semble que cette brochure ait reçu un accueil relativement favorable ; plusieurs auteurs ont indiqué qu'ils avaient tenu compte de certaines observations pour l'élaboration des manuels de Première. Deux critiques cependant :

— Un auteur a regretté que seul son livre d'analyse ait été étudié, et non celui de géométrie. Il a alors été précisé par les membres de la Commission que ceux-ci ne peuvent étudier que les manuels en leur possession, et que de toute façon, ne pas étudier un manuel ne signifie en aucun cas un rejet de celui-ci.

— Un participant a regretté l'absence de réactions des élèves et le débat a alors porté sur l'influence des élèves au moment du choix des manuels mais aussi sur celle du professeur dans son mode d'utilisation en classe du manuel, ce qui influence certainement les réactions des élèves.

L'édition des livres de Première s'est posée en termes différents de celui des livres de Seconde. En effet, avec les diverses sections, le marché est totalement différent.

Pour certaines sections, les programmes sont sortis relativement tôt, pour d'autres non (F et G par exemple). Dans le premier cas, il semble que les manuels ont pu être davantage soignés.

Toujours à propos des sections F et G, certaines ont peu d'élèves (le nombre de bacheliers en F est de l'ordre de 5000) et il est difficile, aux dires des éditeurs, de faire dans ce cas des livres rentables. Ainsi on rencontre des livres communs pour plusieurs sous-sections. Le programme est le même en F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, F_6, F_9, F_{10} mais les thèmes diffèrent ; de même on trouve en G_2, G_3, F_7 et F_8 un autre même programme, mais là aussi l'esprit de ces programmes diffère par des thèmes appropriés aux spécialistes. Il paraît regrettable donc de ne pas différencier davantage les manuels pour des sections ayant des visées professionnelles très différentes. (On retrouvera le même problème pour les manuels de LEP).

Les contraintes financières sont constamment présentées dans le monde de l'édition ; plusieurs petites maisons d'édition ont d'ailleurs été absorbées par de grands groupes ; certaines collections ont d'ores et déjà, semble-t-il, abandonné leurs projets pour les manuels de Terminale. Peut-on trouver une compromis entre les exigences pédagogiques des enseignants et les contraintes économiques ? Il a été également rappelé que les enseignants adhérents de l'A.P.M.E.P. ne représentent pas la majorité des professeurs de mathématiques. Un éditeur, ayant fait, dans son manuel de Seconde, un gros effort sur l'histoire des mathématiques (à son avis, le seul à respecter le programme sur ce sujet), n'a pas vu ses efforts couronnés par un succès sur le plan commercial.

Les différentes sections de Première posent également quelques problèmes à la Commission *Manuels Scolaires*. En effet, le nombre de manuels existant obligera les membres de la Commission à n'étudier que les manuels de certaines sections. D'autre part, plutôt que de tomber dans la critique facile et négative, le groupe *Manuels Scolaires* essaiera de tendre encore davantage vers des analyses plus constructives.

b) *Le débat portera ensuite sur les relations entre les manuels et l'évolution du corps enseignant*

En premier lieu a été abordée la question de savoir qui utilise réellement le manuel, le maître ou les élèves ?

Dans le second cas, peut-on envisager de faire choisir le manuel par les élèves eux-mêmes ?

Dans le premier cas, le livre choisi est-il le seul à être utilisé par l'enseignant ? Souvent le professeur choisit un livre pour lui et un autre pour les élèves. Mais, de l'avis quasi unanime des participants, il est souhaitable que le professeur ne prépare pas son cours avec un seul manuel. D'autre part, il est rappelé que le livre n'est qu'un outil, et que c'est à l'enseignant de trouver les outils les plus adaptés à son enseignement. Quel que soit le manuel, celui-ci ne peut dépasser le stade de "science contemplative" ; ce n'est que l'enseignant, par l'usage qu'il en fait, qui peut l'amener à ce lui de "science active". Un même manuel, utilisé par deux enseignants aux conceptions pédagogiques différentes, peut être investi dans des situations fondamentalement différentes et donner lieu alors à des interprétations et des résultats très éloignés. De toute façon, le problème de l'adaptation de l'outil "manuel scolaire" à certains types d'activités (thèmes par exemple) reste posé. D'autre part l'éditeur d'un livre de conception très nouvelle a constaté le succès de son livre auprès des professeurs, mais, malheureusement pour son budget, plutôt comme livre du maître que comme livre de l'élève. Revenu à une mise en forme plus "classique", son chiffre de vente a été quadruplé, mais cet éditeur estime qu'ayant perdu une partie de son originalité, le manuel en question contribue certainement à figer l'enseignement en retombant dans une certaine normalité.

Ensuite, à partir de la question d'un des participants sur les chapitres de logique dans certains manuels de Première, les relations entre manuels et programmes officiels ont été évoquées.

Un auteur de manuel a revendiqué le droit de faire preuve de personnalité dans l'écriture de son ouvrage, et non d'être servile vis-à-vis du programme.

D'autre part, dans l'Elémentaire, les instructions de 1945 parlaient déjà d'activités mathématiques ; quelles traces se sont retrouvées dans les manuels ? Dans les manuels de Seconde, à partir du nouveau programme de 1981, on a assisté à une diversification des manuels dans leur forme profonde, mais cela ne saurait laisser préjuger d'une utilisation différente et d'un profond impact pédagogique.

Toujours dans l'Elémentaire, les manuels ont amplifié l'utilisation des bases (en en faisant un but en soi), alors que les instruction de 1960 précisaient bien que les bases n'étaient qu'un moyen, le plus important étant ailleurs, non pas au niveau des contenus, mais au niveau des méthodes.

Pour un participant, le manuel n'est qu'un "matelas de sécurité". Ce n'est pas lui qui influence l'enseignement, mais au contraire les instructions orales (et non écrites) des inspections, condamnation des fiches par exemple. Ne serait-ce pas plutôt l'utilisation pervertie des fiches, mais aussi des manuels, qui est en cause ? La faute incombant alors plutôt à l'utilisateur qu'au document.

Une autre idée a encore été émise, à savoir que s'il n'y avait pas de manuels, les cours seraient encore plus figés.

Une conclusion est difficile. Selon la formule consacrée, le débat reste ouvert et il semble qu'il reste bien du travail à faire si l'on veut dégager les influences des diverses parties en présence : élèves, enseignants, inspecteurs, programmes, manuels.

II. **Collège**

a) Au sujet du renouvellement des manuels dans les collèges, il y a une certaine concordance entre les avis des éditeurs et les résultats d'une enquête de l'IREM de Dijon. Les manuels de mathématiques ont été largement renouvelés (entre 60 % et 70 %) ; il en est de même d'ailleurs pour le français et l'anglais.

Il semble que le fait de ne pas renouveler tous les manuels d'un même niveau n'ait pas donné lieu, dans les établissements, à de très grandes tensions entre les enseignants des différentes disciplines.

Des éditeurs sont partagés sur cette nouvelle formule ; le renouvellement partiel des manuels, tous niveaux confondus, permet d'écouler les stocks sans attendre le renouvellement quadriennal mais, d'autre part, la masse financière en jeu est moins importante.

En ce qui concerne le choix des manuels, il semble qu'il y ait beaucoup de changements de collections, et non une simple maintenance des ouvrages usagés, que ce soit pour une édition nouvelle ou une ancienne collection (Il est difficile de faire un bilan chiffré). Il semble que la situation soit favorable à la coexistence de deux collections pour un même niveau de classe. Les professeurs voudront-ils, sauront-ils exploiter cette situation nouvelle ? En particulier la création d'une bibliothèque de classe est possible dans la mesure où les manuels usagés ne le sont pas trop.

Toujours à propos des crédits pour le renouvellement des manuels, des éditeurs se sont élevés contre quelques excès dus à la globalisation des crédits : dans certains établissements, ces crédits ont été utilisés pour le chauffage !

b) *Le livre pour parents,* à côté d'un manuel scolaire, a soulevé une hostilité quasi générale, aussi bien pour des raisons financières (livre pas rentable) que pour des raisons pédagogiques (quel serait alors le rôle de l'école ?).

Le débat s'est alors reporté sur le livre du maître : corrigé d'exercices ou conseiller pédagogique. Au niveau des éditeurs, la demande porte essentiellement sur des corrigés, mais cette demande est à moduler :

— en fonction des cycles et, à l'intérieur des cycles, en fonction du niveau des enseignants

— selon les types de manuels (livres de pédagogie ouverte ou classique) et leur utilisation.

III. **LEP**

(N.B. Comme il a été indiqué au début de ce compte rendu, peu de monde est resté pour aborder le problème des LEP. Sur la trentaine de personnes présentes, 7 personnes seulement ont assisté à cette partie de la réunion, 3 représentants des éditeurs et 4 membres de l'A.P.M.E.P. (1 membre de la Commission LEP et 3 membres de la Commission *Manuels Scolaires)).*

Des difficultés dans la mise en œuvre de la gratuité des manuels scolaires dans les LEP (en particulier crédits débloqués plus ou moins tardivement, ou bien de façon incomplète) n'ont pas favorisé l'achat de livres dans ces établissements, et ont, de ce fait, placé les maisons d'édition dans des situations financière délicates.

A ces difficultés s'ajoute le fait que le marché par section est assez limité (ce problème a déjà été évoqué pour les sections F et G des lycées) et qu'actuellement il faut, pour qu'un livre de LEP soit rentable, un tirage d'environ 25 000 exemplaires. Un éditeur a indiqué qu'un progrès important serait fait lorsqu'il sera techniquement possible de produire des livres de qualité rentables à partir de 3 000 exemplaires, ce qui n'est pas le cas actuellement.

Du fait du nombre de ces sections, pour avoir un tirage suffisant, l'éditeur fait un livre assez général, quitte à ce que les enseignants ajoutent des exercices polycopiés concernant les particularités de chaque section.

Un autre éditeur a également indiqué que les problèmes financiers étaient également plus aigus qu'en collège ou en lycée car, vu le tirage nécessaire à la rentabilité, un manuel de LEP ne se vend pas à la rentrée suivante, mais parfois au bout de deux ou trois ans, ce qui entraîne la gestion de stocks importants.

D'autre part, il a été également signalé que s'il est relativement facile de trouver des auteurs de manuels pour les collèges et les lycées, il n'en est pas de même pour les LEP (ce qui est paradoxal, compte tenu de l'existence des E.N.N.A.) ; il s'ensuit que les manuels de LEP sont souvent écrits à partir de manuels de même niveau destinés aux collèges.

Enfin, on ne peut que regretter l'existence d'un "ghetto des LEP" qui concerne aussi bien les élèves que les professeurs. Combien d'IREM se sont réellement ouverts à ces derniers ? Or, les IREM ont largement contribué à une évolution des manuels des lycées et des collèges, soit par une aide à l'édition de nouveaux livres, soit par le fait que de nombreux manuels ont largement puisé dans les travaux des IREM.

PRESENTATION AUDIOVISUELLE PAR LA CAVIREM

(Commission audio-visuelle inter-IREM)

(Poitiers 23.9.1982)

Aussi bien pour appréhender et analyser l'espace qui nous entoure que pour communiquer ou tester leurs résultats, les mathématiciens ont toujours utilisé des supports graphiques. Les procédés de visualisation de l'espace physique et les méthodes de communication ont rapidement évolué ; l'enseignant de mathématiques est trop souvent resté au stade du tableau noir et de la craie. Il y a pourtant quantité de documents visuels qui existent et qui sont utilisables. Tous les domaines et tous les niveaux des mathématiques sont concernés.

Quelles images existent ? Quelles sont les limites à leur emploi ! Quels intérêts y a-t-il à les utiliser ?

Telles sont les questions que nous nous posons dans les groupes audiovisuels des IREM. A la fois concepteurs d'images, réalisateurs de films et enseignants de mathématiques, nous avons fait un certain nombre d'études comparatives.

Les média utilisés pour la production d'images mathématiques sont très variés. De l'animation sur ordinateur aux montages diapositives en passant par le film ou le rétroprojecteur, le choix du média est fonction du sujet traité et des possibilités de diffusion.

Les limites de l'utilisation de l'image dans l'enseignement des mathématiques sont nombreuses ; quelques-unes me semblent plus importantes.

La présentation des propriétés géométriques par des images conduit parfois les élèves à dire : "j'ai vu, donc c'est vrai, et une démonstration est inutile". Les illusions d'optique présentées au rétroprojecteur contredisent très bien cette affirmation ; la constatation visuelle doit être prélude à démonstration.

Les bruits optiques dans les films sont nombreux ; l'élève voit ces documents en fonction de son passé, nous devons en tenir compte. Une séquence mathématique sera analysée et repassée plusieurs fois.

La qualité de l'image, le choix des couleurs ne doivent pas transformer le film pédagogique en spectacle. L'image peut être belle, sans aucun doute, mais elle doit surtout être la source de questions, de recherches.

Nous allons sans doute vers une diversité de plus en plus grande des média et c'est aux enseignants de préciser leurs spécificités. L'utilisation du micro-ordinateur pour la production d'images géométriques animées est assez récente. Il nous faut intégrer ce nouveau média aux autres plus traditionnels. Nous y travaillons dans les groupes audiovisuels des IREM. Nous cherchons également à recenser les documents existants.

L'audiovisuel est un outil pédagogique essentiel, notamment pour les élèves en difficulté.

(Extrait d'une intervention de Jean DELERUE, de l'IREM de Nice).

Rendre compte d'une présentation audio-visuelle est un travail toujours fastidieux ; je vais cependant essayer de rappeler aux participants les principales interventions et surtout leur donner les noms et adresses des différents présentateurs qu'ils pourront joindre pour toutes autres précisions.

Le matériel employé, son coût approximatif, des exemples d'utilisation, un catalogue de documents figurent dans le dernier Bulletin (n° XXI) inter IREM *Le Rétroprojecteur.*

Les membres de la CAVIREM ont choisi une présentation d'une partie de leurs travaux en variant les supports, les sujets, les objectifs, les techniques d'utilisation et les présentateurs, environ toutes les dix minutes, et cela sans interruption pendant les deux heures réservées à la séance pléinière d'ouverture.

Jean DELERUE utilise un film du CNDP : *Si Thalès m'était projeté* ; il montre comment le rétroprojecteur lui est nécessaire pour compléter certaines animations du film, il n'hésite pas à aborder un point délicat de nos recherches : les limites de l'image. Tout le monde se souvient de l'erreur amusante d'un de ses élèves qui ajoute systématiquement le nombre deux quand il retrouve une situation comparable à celle présentée dans le film et évoquant le problème historique de Thalès face à la pyramide de Khéops. Les manipulations des barres de meccano reliées avec des élastiques laissent beaucoup d'entre nous perplexes.

Jean FROMENTIN, de l'IREM de Poitiers, a choisi quelques-unes des diapos qu'il utilise en classe de Sixième pour illustrer l'inflation mathématique dans la publicité. Quelques logotypes lui permettent également d'entraîner ses élèves à regarder la symétrie des figures qui nous entourent ; les problèmes de réduction, l'affichage des prix introduisent de nombreuses activités.

Jean-Paul GOVIN, de l'IREM de Besançon, a remplacé le collègue de l'IREM d'Orléans qui devait présenter les pochettes de transparents vendues sur commande. (Voir Bulletin inter-IREM n° XXI).

Gérard DUMONT (remplacé par D. DELEFORGE), de l'IREM de Lille, et Jean-Paul GOVIN utilisent un film du CNDP, *Impressions diverses*. Après la projection, Jean-Paul GOVIN a demandé à ses élèves de représenter des motifs qui pouvaient se décomposer comme on le voit dans le film. Il projette et commente les photos qu'il a prises des travaux de ses élèves.

Gérard DUMONT prépare l'utilisation du film : sur une feuille carrée pliée en huit, les élèves reproduisent par symétrie un motif quelconque dessiné sur la feuille. Sur du papier peint (judicieusement choisi), on cherche le motif minimum. Après la projection du film (à partir de l'animation), les élèves discutent notamment sur les compositions de symétries orthogonales puis recherchent le motif minimum sur plusieurs exemples et terminent par la détermination des isométries permettant le passage d'un minimum à un autre.

Jeannine CARTRON, de l'IREM de Poitiers, utilise le rétroprojecteur et les "Chinois" d'Escher ; elle vient de rejoindre la CAVIREM et prouve cependant aux hésitants comment il est possible de maîtriser rapidement l'appareil ; la technique des rabats ne lui pose aucun problème, mais surtout son témoignage piquera la curiosité de nombreux participants qui nous retrouveront l'après-midi dans les ateliers.

D. BESSON, de l'IREM de Basse-Normandie, projette de très belles diapositives sur les problèmes de perspectives et d'anamorphoses. Bientôt il pourra aussi nous parler d'hologrammes.

On ne peut pas rendre compte de l'intervention de M. BATAILLOU, de l'IREM de Nice ; il est professeur de physique à Menton et ses élèves profitent énormément de ses diapos, transparents, tant en physique qu'en astronomie. La carte du ciel, le mouvement des étoiles, les montages en électricité et surtout sa façon décontractée de présenter des choses très sérieuses ont séduit beaucoup de participants.

Jean DELERUE propose quelques utilisations non conformes du rétroprojecteur (Plans de lumière), puis J. BOUDAREL commente ses diapositives qui développent la géométrie dans l'espace en classe de Seconde indifférenciée.

La présentation de la CAVIREM se termine par la projection d'un des nombreux films prêtés par International film bureau (Chicago) : *Voyage au centre d'un triangle.*

Je signale encore qu'il est possible d'obtenir de très nombreux renseignements sur ces films d'IFB en se procurant le dernier numéro (XXI) du Bulletin inter-IREM.

Les collègues intéressés par nos activités peuvent nous rejoindre, entre autres, lors du colloque des 20 et 21 Mai 1983 à Lille sur le thème : "Images pour l'enseignement des Mathématiques créées ou gérées par l'audio-visuel ou l'informatique".

D. DELEFORGE
Responsable de la CAVIREM
IREM de Lille
Domaine universitaire scientifique
B.P. 36 - 59650 Villeneuve d'Ascq

MOTS, vous connaissez ?

Imaginez qu'un élève — ou un parent d'élève, ou un collègue — vous demande si les phrases suivantes sont correctes. Que lui répondriez-vous ?

- "Ecart angulaire d'un angle" n'a pas plus de sens que "distance d'une longueur"
- 1 dm = 10 cm
- 314 est une valeur approchée de π
- Complète l'ensemble {a, e, i, ., .}
- 4 + ... = 7
- $\frac{\pi}{2}$ est une fraction

Si vous êtes embarrassé, consultez les brochures MOTS où ces phrases sont analysées du triple point de vue des idées qui s'y rattachent, de l'évolution du langage, des notations usuelles.

Ni dictionnaire, ni lexique, ni manuel, MOTS présente les réflexions d'une équipe à propos de mots ou de phrases couramment employés à l'école, au collège, au lycée.

Vous n'y trouverez pas ce qu'il *faut* dire ; tout au plus y trouverez-vous les préférences ou les aversions des auteurs, mais toujours fondées sur une analyse critique de ce qui se dit ou s'écrit.

Oui, MOTS, c'est vraiment l'ouvrage de référence qui vous manque.

6 fascicules parus, plus de 50 rubriques dont, par exemple : *angle, approximation, ensemble, équation, exemple et contre-exemple, nombre décimal, ordre, proportionnalité, représentation graphique, grandeur.*

Nombre de pages, prix, conditions de vente et d'expédition : voir **Brochures de l'A.P.M.E.P.** et **Bon de commande** dans les premières pages de ce Bulletin.