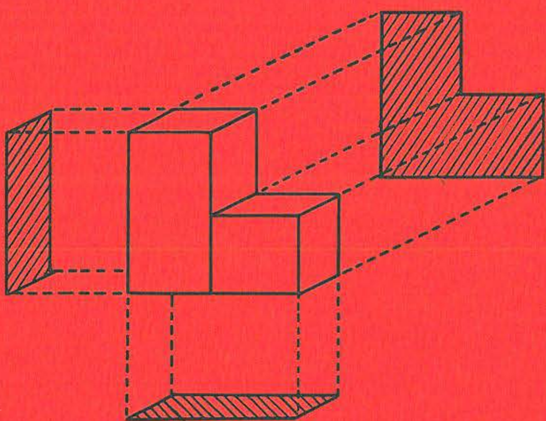
ISSN 0291-5709

Activités mathématiques au collège - 1985 -



Publication de l'A.P.M.E.P.
(Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public) - N° 58 - 1985

Si vous voulez savoir ce qu'est

l'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public

voyez page 2

Si vous voulez adhérer à l'A.P.M.E.P., lui commander des brochures, écrivez à :

Secrétariat de l'A.P.M.E.P.
13, rue du Jura, 75013 PARIS

Sommaire

Articles figurant dans cette brochure et déjà publiés

- Activités pour changer... de repère
  Plot 25, Bulletin des régionales APMEP de Poitiers, Limoges et Orléans-Tours.
  IREM Université, 45046 ORLEANS CEDEX.
- Triangles perdus
  Brochure Géométrie 4e, Greffe, juin 83 (20 F)
  IREM de Toulouse
  118, route de Narbonne, 31400 TOULOUSE.
- Activité... Equation
  "Petit x" n° 3, IREM de Grenoble, BP 41
  38402 SAINT-MARTIN D'HERES CEDEX

QU'EST-CE QUE L'A.P.M.E.P. ?

L'Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public a été fondée en 1909. Elle regroupe près de 13 000 enseignants concernés par les mathématiques ("de la Maternelle à l'Université").

Les maîtres qui enseignent des mathématiques à tous les niveaux, "de la Maternelle à l'Université", mettent en commun leurs expériences pédagagiques, se réunissent pour en discuter ou pour perfectionner leur culture scientifique. Ils ont défini leurs objectifs dans la Charte de Caen*, en particulier sur les finalités de l'enseignement, l'expérimentation pédagogique, la formation des maîtres. En s'appuyant sur les idées contenues dans cette Charte*, ils conjuguent leurs efforts pour améliorer l'enseignement des mathématiques (contenu, méthodes, etc.).

L'A.P.M.E.P. s'intéresse donc à toutes les questions qui concernent l'enseignement des mathématiques depuis les premières initiations (à la Maternelle et à l'Ecole Elémentaire) jusqu'aux études supérieures (recherche et formation des maîtres), sans oublier la formation permanente. En liaison avec les autres Associations de spécialistes et avec les organisations syndicales (en concurrence de qui elle ne se place jamais), elle s'attache à la sauvegarde des droits de la fonction enseignante et contribue à sa promotion.

L'A.P.M.E.P. entretient des relations amicales, échange des informations et des services avec les Associations de Professeurs de Mathématiques des autres pays de l'Europe et du Monde.

L'A.P.M.E.P. est organisée en Régionales, par académies, (certaines avec des sections départementales) qui ont leurs activités pédagogiques propres. Une collaboration souvent fructueuse s'est instaurée avec les IREM sur des objectifs communs.

L'A.P.M.E.P. édite un Bulletin (5 numéros par an) qui réunit des articles de documentation mathématique, pédagogique et administrative, et qui rapporte la vie de l'association. Elle édite aussi des recueils de sujets d'examens ou concours : Fin de 3^e, Baccalauréat, D.E.U.G.

De plus, elle publie une série de brochures et d'ouvrages de documentation (vendus au prix coûtant) concernant tous les niveaux d'enseignement, et qui ne sont ni des manuels, ni des traités.

L'efficacité du travail de l'A.P.M.E.P. tient au nombre et au dynamisme de ses membres. Si vous ne les avez pas encore rejoints, faites-le donc sans tarder.

---

* et dans le Texte d'Orientation 1978.

Avant-propos

Les activités proposées ne sont pas des modèles, mais des suggestions d'idées, exploitables par chacun et déjà réalisées dans les classes.

Elles peuvent être intégrées dans une progression permettant l'introduction ou le développement des notions du programme.

Ce sont des moyens d'aborder et d'atteindre certains objectifs méthodologiques.

Certaines activités peuvent permettre une exploitation interdisciplinaire.

Les réponses, critiques, comptes rendus d'utilisation dans les classes seront les bienvenus, ainsi que des propositions d'activités pour la prochaine brochure.

* * * * *

La Commission 1er cycle de l'A.P.M.E.P. souhaite publier à périodes régulières une brochure construite à partir des activités proposées par les collègues dans leurs classes.

Elle souhaite recevoir des articles présentant la description de l'activité, des connaissances antérieures, les prolongements et procédures d'évaluation.

Ces articles sont lus par les membres de la Commission 1er cycle.

* * * * *

Certains articles contenus dans cette brochure ont déjà été publiés ; nous remercions les auteurs et les responsables des publications de nous avoir autorisés à les reproduire.

Nous proposons aux lecteurs de la brochure de prendre connaissance de deux articles que nous n'avons pu insérer (pour raison de coût) dans cette brochure :

— Apprentissage de la démonstration, géométrie de 4e, Dominique Gaud, Jean-Paul Guichard, publié dans *Plot*.

— Mathématiques en L.E.P., le nombre d'or, Alain Nicolas, *petit "x"* n° 3.

Abonnez-vous !

Petit X

JOURNAL POUR LES ENSEIGNANTS DE MATHÉMATIQUES ET DE SCIENCES PHYSIQUES DU PREMIER CYCLE

"Petit x" a été créé il y a un an par l'I.R.E.M. de Grenoble pour favoriser la diffusion de réflexions, de comptes rendus de travaux et d'activités réalisés dans les classes.

Pour vous qui ne connaissez pas "Petit x" voici quelques thèmes abordés en 1983 : l'instrumentation de notions mathématiques en 4ème, les C.P.P.N., la pratique des "problèmes ouverts" dans les classes, l'enseignement de l'électrocinétique, la valeur absolue, etc... Et il y a aussi les activités pour la classe et... le musée de "Petit x".

Pour en savoir plus, nous vous invitons à **vous abonner** à "Petit x".

Vous hésitez ? Sachez que l'année à venir est pleine de promesses. Dans les prochains numéros vous trouverez des articles sur la géométrie des transformations en 4ème, la démonstration, les problèmes langagiers en 6ème-5ème et surtout : un numéro spécial consacré au calcul algébrique !

Alors n'hésitez plus.

Abonnez-vous ! Faites abonner votre collège !

BULLETIN D'ABONNEMENT 1985

retourner à :

I.R.E.M. de Grenoble "petit x"
B.P. 41
38402 Saint-Martin-d'Hères
FRANCE

Je renouvelle mon abonnement à "petit x" pour l'année **1985** au tarif* :

France et C.E.E. : **95 F.** ☐ Hors C.E.E. : **125 F.** ☐

NOM : .... Prénom : ....

Adresse : ....

....

Ci-joint le règlement de F. ..... à l'ordre de **Monsieur l'Agent Comptable de l'U.S.M.G.**

* Cochez la case utile.

A

Activités de géométrie dans l'espace

La géométrie dans l'espace est souvent délaissée au niveau du 1er cycle faute d'objectifs clairement définis dans les programmes ; elle l'est aussi dans le second cycle.

Les objectifs raisonnables pourraient être les suivants :

- apprendre à voir dans l'espace
- s'habituer à diverses représentations planes des configurations spatiales, notamment :
  - — perspective cavalière
  - — dessin technique
- calculs de volume
- être capable de reproduire un solide simple en "dur" d'après un patron, un objet réel ou la description de cet objet
- posséder un vocabulaire permettant la description d'un solide.

En outre les activités spatiales permettent d'atteindre d'autres contenus : relations, classements, dénombrements, calculs d'aires, calcul dans **D**, usage des instruments, réinvestissement des résultats de géométrie plane, retombées en géométrie plane...

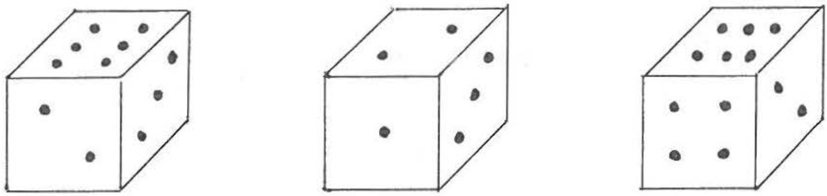
Suivent trois exemples d'activités menées dans des classes.

Des dés

par Annie Pialot

1 Dessiner un cube en perspective.

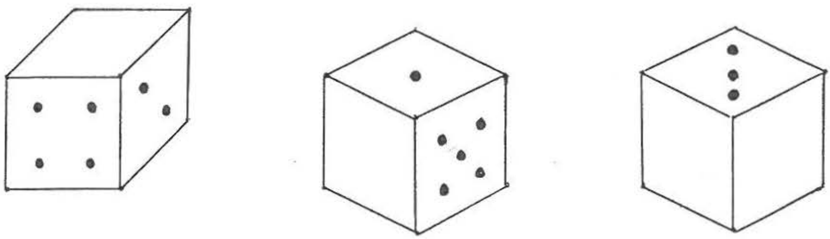
2 Voici trois vues d'un même cube :



a) Quel nombre de points peut-on lire sur la face opposée à la face marquée 6 ?

b) Si le premier dessin est considéré comme correct, les autres le sont-ils ? Expliquez.

c) Dessiner ce cube correctement sous les conditions suivantes :



N.D.L.R. :

• Cette activité, pratiquée sans dé, oblige l'élève à composer des transformations, à observer et repérer, à coder, ...

• Elle risquerait d'être perçue comme difficile si on ne la faisait pas précéder de nombreuses manipulations ou activités du type de celles des articles suivants.

La tour infernale

par Jean Fromentin

Documents distribués aux élèves

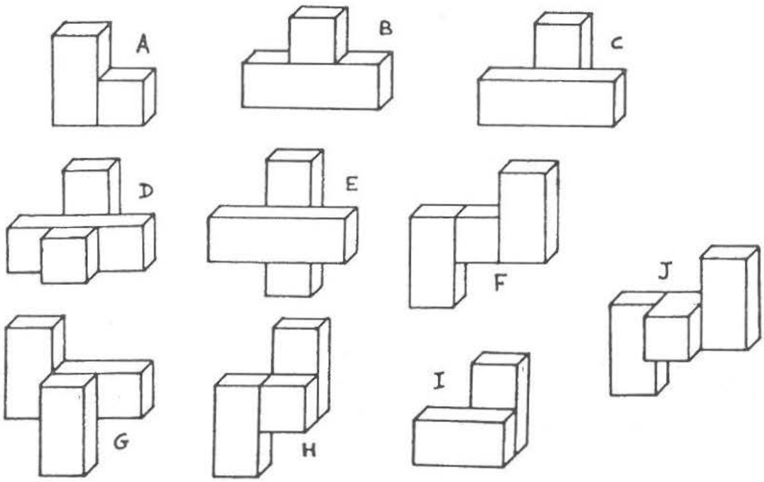
feuillet n° 1

LA TOUR

Les dix pièces suivantes sont les morceaux d'un "casse-tête" que nous allons réaliser. Observe bien leurs dessins.

Le casse-tête consiste à combler, à l'aide de ces dix pièces, l'espace libre existant entre les quatre tiges verticales, sans laisser de vides (voir dessin ci-contre).

LES PIÈCES



Chaque pièce est formée de plusieurs barres (de section carrée) de 1, 2 ou 3 cubes. Pour chaque pièce, combien faut-il de barres de chaque sorte ? Complète le tableau suivant :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	Total
(1)											
(2)											
(3)											

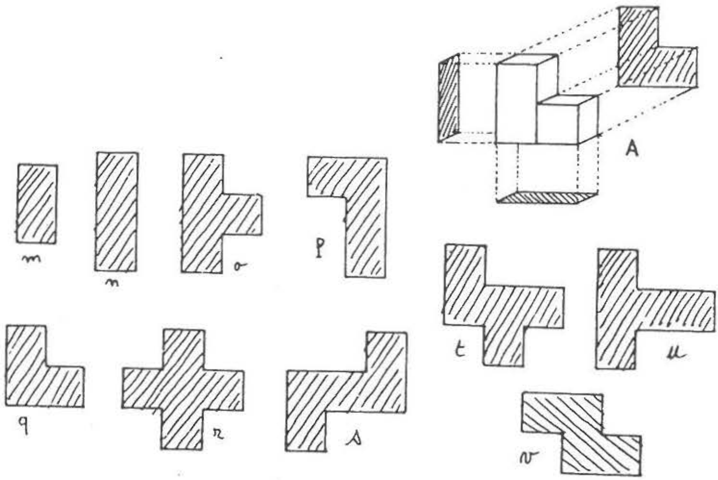
Le cube étant choisi comme unité, quel est le volume de chaque pièce ?

Réalise, dans l'ensemble de ces dix pièces, la partition correspondant à la relation d'équivalence : "... a même volume que ...".

Quel est le volume total de l'ensemble de ces pièces, et quelle est la hauteur de la tour une fois le casse-tête réussi ?

Projections

Les trois projections orthogonales de la pièce A sont indiquées par le dessin ci-contre.

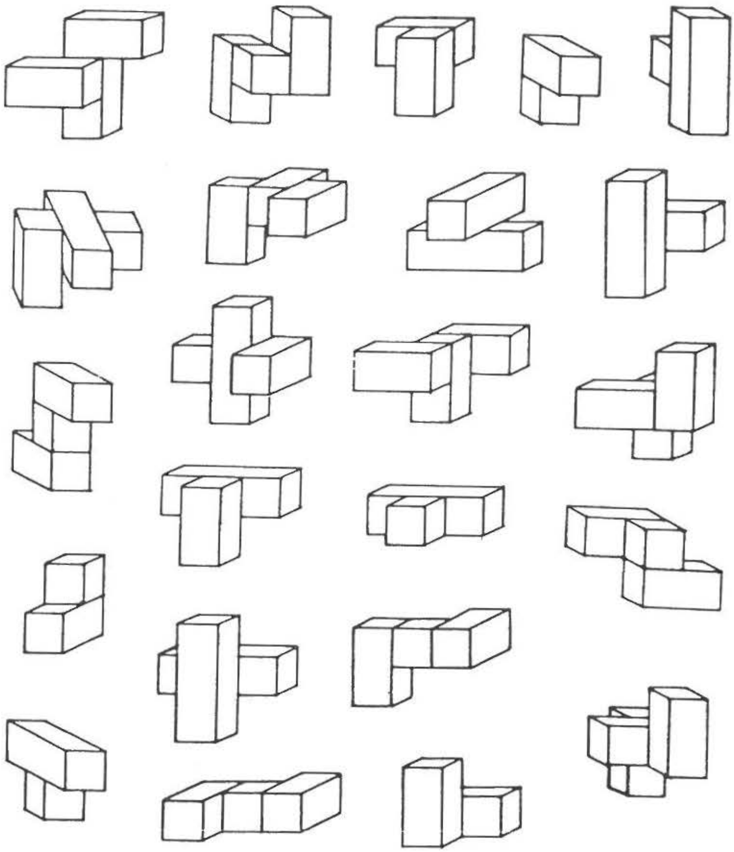


Pour chaque pièce du jeu, indique, parmi les dessins ci-dessus, ceux qui correspondent à ses projections. Pour cela, complète le tableau suivant :

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
m									
m									
q									

feuillet n° 3

Reconnais, parmi les dessins ci-dessous, les pièces du jeu en indiquant leur nom.



I. Préparation de l'activité

Les barres de longueur 1, 2 et 3 cubes (section carrée de 1,6 cm de côté) ont été préparées et découpées par les professeurs de mathématiques et d'E.M.T.

Pour un jeu il faut : 5 cubes, 15 barres de 2 et 5 barres de 3. Nous avons préparé 18 jeux pour 3 classes de cinquième de 24 élèves (1 jeu par groupe de 4 élèves).

II. Déroulement de l'activité

1ère SÉQUENCE
(les élèves avaient déjà vu la notion de partition-classe d'équivalence)

Un quart d'heure avant la fin d'une séquence, un casse-tête déjà réalisé est présenté à la classe. L'enseignant en indique le principe. Quelques échanges ont alors lieu, en particulier sur la forme des pièces du jeu.

Les deux premières feuilles sont alors distribuées aux élève et leur "travail à la maison" consiste à remplir le premier tableau et à répondre aux questions qui suivent ce tableau.

L'objectif de ce premier travail consiste à "lire" un dessin en perspective, et à réinvestir la notion de partition déjà vue à propos de ce matériel.

2ème SÉQUENCE

Le premier quart d'heure de la séquence suivante est utilisé pour corriger le "travail à la maison" ; très bonne réussite dans l'ensemble et apparition de deux méthodes pour déterminer le volume total des dix pièces :
- somme des volumes des dix pièces
- utilisation du tableau : $5 \times 1 + 15 \times 2 + 5 \times 3$
  (5 barres de 1 cube, 15 barres de 2 cubes, 5 barres de 3 cubes).

A ce propos, mise en évidence de l'utilisation de deux méthodes pour contrôler un résultat.

Manipulation

Le reste de la séquence est utilisé pour construire les pièces du jeu :
- chaque groupe reçoit les barres de chaque sorte nécessaires à la construction des 10 pièces d'un jeu ainsi qu'un pot de colle à bois et deux pinceaux,
- répartition des tâches dans chaque groupe.

Chaque élève a deux ou trois pièces à coller. Le temps qui restait était amplement suffisant. L'objectif de ce travail était de passer d'une représentation en perspective à l'objet réel.

3ème SÉQUENCE : les projections

Chaque groupe reprend les pièces qu'il a réalisées à la séquence précédente. Le professeur de mathématiques montre au rétroprojecteur (en ombres chinoises) les trois projections de la pièce A et de la pièce B.

Chaque élève, à l'aide des pièces du jeu, complète alors le deuxième tableau et confronte ses résultats avec le reste du groupe. Le contrôle général des résultats est fait à l'aide du rétroprojecteur.

Remarques :

— les dessins p et u ne correspondent à aucune projection des pièces

— les projections utilisées ici ne correspondent pas à celles utilisées en dessin industriel. Il faudrait affiner ce travail dans le cadre d'une réelle activité interdisciplinaire Math-EMT.

L'objectif de ce travail était d'observer ces solides et de les orienter correctement dans l'espace pour en déterminer les différentes projections telles qu'elles étaient dessinées sur la feuille.

4ème SÉQUENCE

La troisième feuille est alors distribuée aux élèves. Les pièces ont été dessinées dans d'autres positions avec changement de point de vue. Les élèves doivent reconnaître les pièces du jeu en indiquant leur nom : A, B, C, ... (Certains dessins ne correspondent à aucune pièce du jeu).

Cette dernière activité, commencée en classe à l'aide des pièces réelles, s'est poursuivie "à la maison". Les élèves ont dû alors reconnaître les pièces restantes uniquement par comparaison avec les dessins en perspective de la première feuille. L'exercice était plus difficile, mais la réussite a été presque totale.

Activités géométriques en classe de cinquième

par Yves Joyeux

Introduction

Ce n'est qu'en classe de cinquième, avec un bref rappel en troisième, que les programmes actuels prévoient des activités géométriques liées à l'espace. Il s'agit donc pour les élèves d'un sujet relativement neuf, présentant un intérêt certain à plusieurs titres. L'enfant vit en effet dans un milieu à trois dimensions et il semble anormal de le confiner dans un espace à deux dimensions.

Rappelons tout d'abord quelques objectifs qui avaient été définis par un groupe de travail lors des journées nationales de l'A.P.M.E.P.

1) Activités manuelles

— Consolider les techniques de traçage et l'utilisation des instruments (règle graduée, équerre, compas, rapporteur, etc...).

— Apprendre à utiliser différents matériaux pour représenter l'espace :

- en feuilles : papier, carton, rhodoïd, etc...
- en fil : ficelle, tubes, allumettes, etc...
- en masse : pâte à modeler, polystyrène expansé, etc...

2) Activités mathématiques

— Familiariser les enfants avec un langage géométrique précis.

— Développer des activités de mesurage.

— Développer des activités de calcul (aires, volumes), permettant souvent le réinvestissement de notions abordées précédemment.

— Introduire dans l'espace quelques exercices à caractère déductif.

3) Activités diverses

— Valoriser certains élèves qui trouvent dans ces activités géométriques, sinon un certain épanouissement, du moins une valorisation et une satisfaction personnelle à présenter un objet particulièrement réussi.

— Affiner le sens esthétique de l'enfant, soit par la qualité ou la beauté de l'objet fabriqué, soit en investissant dans un but esthétique le matériel utilisé (décoration, etc...).

Comme il a été nécessaire de faire un choix, nous avons décidé de développer les activités géométriques uniquement liées à l'utilisation du seul matériau en feuilles facilement accessible à tous les élèves : le papier à dessin.

Nous avons essayé d'établir une méthodologie dont le cheminement est globalement le suivant :

1) Observation d'un objet réel ou d'une maquette de cet objet.

2) Analyse de l'objet : dénombrement des faces, arêtes, sommets. Elaboration si nécessaire d'un tableau relationnel permettant d'établir une stratégie pour dessiner un patron de l'objet.

3) Dessin d'un patron. Découpage et montage de ce patron. Reconstitution d'un objet semblable à celui observé.

4) Exploitation de cet objet pour des activités de calcul : aires, volumes, secteurs angulaires, etc...

5) Représentation de cet objet sur une feuille plane :
— à l'aide des instruments
— à main levée
(arêtes et faces visibles : au moins, au plus...).

6) Activités à tendance esthétique : fabrication d'objets décoratifs (lanternes, abat-jour, etc...), motifs décoratifs à plat ou en relief.

7) Investissement libre des acquis précédents : fabrication d'objets plus élaborés et plus variés.

Voici maintenant l'exposé plus détaillé de quelques thèmes.

Autour de la pyramide

Présentation d'une maquette de la pyramide de Chéops et observation de photographies des pyramides de Gizeh. Les arêtes, faces et sommets de la maquette ont été repérées par des étiquettes.

L'examen de cette maquette permet de préciser le vocabulaire et d'établir un tableau relationnel. Ce tableau est accompagné des commentaires qui permettent de l'utiliser pour tracer un patron.

Dans un premier stade, on ne cherche qu'à préciser les formes et les positions relatives des faces en essayant de retrouver tous les patrons possibles. En introduisant dans une étape suivante les mesures, on cherche à aplanir les difficultés de traçage. Par découpage et collage on vérifie l'exactitude des prévisions...

Les élèves ont ensuite essayé de représenter à plat la pyramide qu'ils avaient construite, vue de toutes les façons possibles, un choix étant fait par la suite pour ne conserver que les positions caractéristiques et représentatives de la pyramide (cf. dessins suivants).

Des pyramides régulières collées sur une surface plane par leur base et diversement coloriées peuvent constituer un élément de panneau décoratif pour un mur ou un plafond.

Tout naturellement les élèves ont été amenés à confectionner des pyramides variées.

La pyramide

1) Observation d'une pyramide :

1.1) Vocabulaire :

Observation d'une pyramide régulière à base carrée :

— 4 faces triangulaires

— 1 face carrée appelée la base.

1.2) Eléments de la pyramide :

Soit F l'ensemble des faces :

$$F = \{f_1 ; f_2 ; f_3 ; f_4 ; f_5\}$$

Soit A l'ensemble des arêtes :

$$A = \{ a_1 ; a_2 ; a_3 ; a_4 ; a_5 ; a_6 ; a_7 ; a_8\}$$

Soit S l'ensemble des sommets :

$$S = \{s_1 ; s_2 ; s_3 ; s_4 ; s_5\}$$

2) Relation entre les éléments :

$\cap$	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5
f_1		a_1		a_4	a_5
f_2	a_1		a_2		a_6
f_3		a_2		a_3	a_7
f_4	a_4		a_3		a_8
f_5	a_5	a_6	a_7	a_8	

Arêtes de même longueur :

en rouge : a_5, a_6, a_7, a_8.

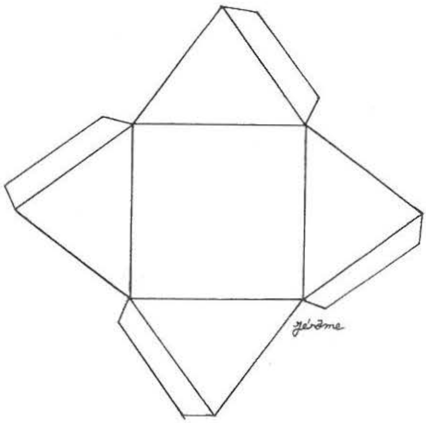
en bleu : a_1, a_2, a_3, a_4.

Les arêtes a_1, a_2, a_3, a_4 ont un sommet commun.

(Extrait du cahier de Nathalie).

Dessin I

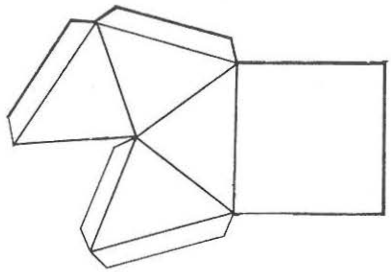
Patron d'une pyramide



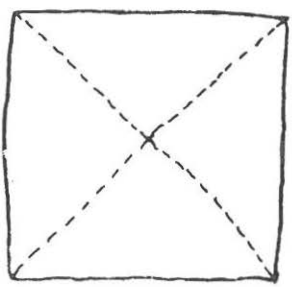
(Jérôme)

Dessin II

Un autre patron de pyramide,
parmi beaucoup d'autres possibles

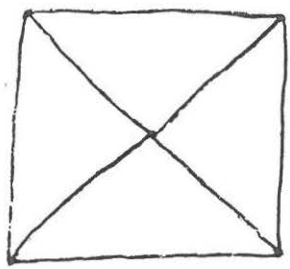


Quelques vues d'une pyramide
exécutées à main levée

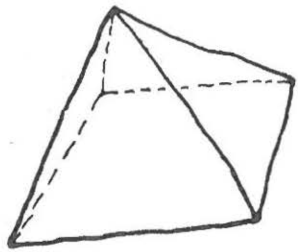


vue de dessous

vue de dessus



vue de côté



(Christophe)

Autour du cône et du tronc de cône

La présentation du cône a été faite à partir de l'observation d'entonnoirs du commerce que, dans les Charentes, on appelle "ouillettes", probablement du verbe ouiller, cher aux amateurs de bon vin..., et de cônes construits les années précédentes.

Première difficulté : est-il possible de construire un "cornet" à partir d'une feuille de papier ?

Cette question résolue, se pose alors le problème de l'ajustement du disque de base sur le cornet. Posée comme problème ouvert, la question est à coup sûr difficile pour des élèves de cinquième.

Finalement nous avons adopté la solution qui consiste à utiliser la proportionnalité entre la valeur de l'angle au centre limitant le "cornet" et la longueur des cercles de base. Ceci permet en outre de revoir les tableaux de proportionnalité étudiés en sixième, et de montrer que des calculs apparemment assez compliqués peuvent se réduire à des éléments simples (rapport des rayons).

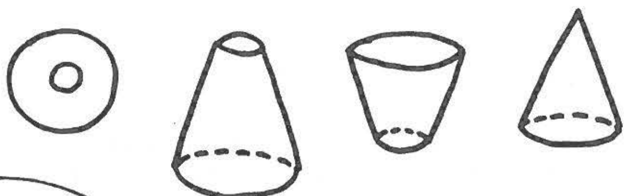
$\times\ 0{,}6$

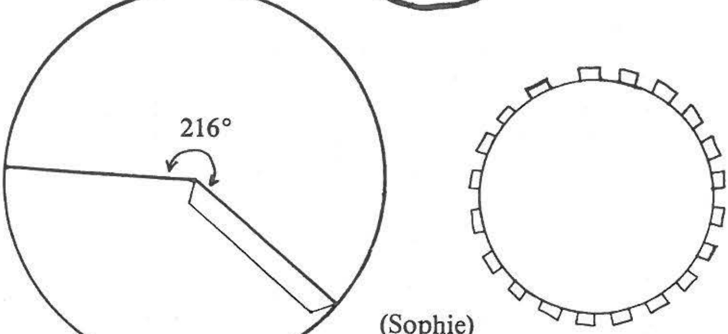
Longueur des cercles	$5 \times 2 \times 3{,}14$	$3 \times 2 \times 3{,}14$
Secteur angulaire	360°	?

$\times\ 0{,}6$

Vues de cône et troncs de cônes exécutées à main levée.

(Thierry)





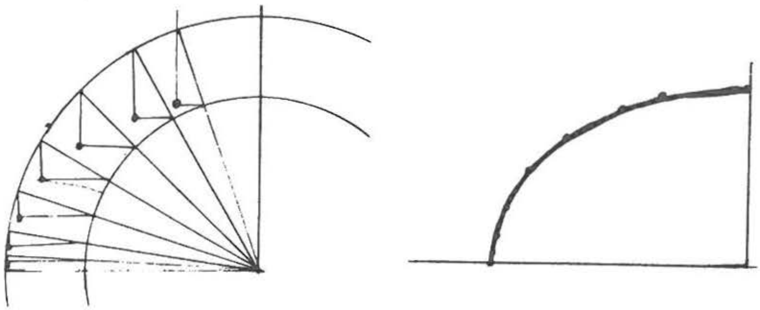
(Sophie)

A propos du cylindre...

La représentation plane du cylindre droit pose le problème de la perspective du cercle. Pas de problème lorsque les disques sont parallèles au plan de front. Mais fallait-il aller plus loin ? Finalement, après avoir fait constater aux élèves que selon la position de l'observateur, un disque semblait se déformer en "ballon de rugby", nous leur avons donné une technique simple du tracé du contour de ce "ballon de rugby" (voir figure).

— Construction par points du 1/4 du contour.
— Tracé du contour sur un calque.
— Utilisation de ce calque pour obtenir le contour complet.

On peut alors dessiner un cylindre "debout".



Il nous paraît opportun de répondre à quelques objections, entendues parfois :

— Ces activités sont trop difficiles pour des élèves de cinquième. L'expérience prouve le contraire, et nous sommes loin d'avoir exploré tous les domaines...

— Ces activités prennent beaucoup trop de temps, au détriment d'activités plus importantes. Nous pensons au contraire que les activités géométriques doivent tenir une place importante (environ 1/3 du temps) et qu'elles ont intérêt à être développées tout au long de l'année, parallèlement aux activités de calcul qu'elles permettent de développer et de différencier.

— Ce sont des activités trop directives. Exact, mais le choix qui a été fait (reproduction de modèles géométriques) implique bien évidemment un processus directif (finalité évidente) ; mais cela n'empêche pas un élargissement possible à un champ d'activités plus ouvertes.

B

Activités de géométrie plane

Activités pour changer... (de Repère)

Marc Blanchard - Le Caire

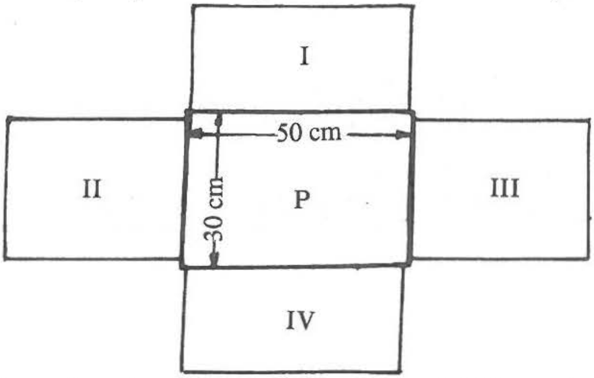
Même à l'heure où la géométrie synthétique revient en force dans les esprits et les livres, on ne peut oublier les mérites de la géométrie analytique. Pour la résolution d'une question, elle ne donne parfois toute sa puissance qu'au prix de calculs bien organisés. Ceci peut commencer par le choix d'un repère approprié. Il importe donc que les élèves aient présente à l'esprit cette possibilité de choix, voire de changement.

Voici un petit matériel peu coûteux, facile à réaliser, qui permet de se poser les principales questions relatives au changement de repère dans un plan.

Description du matériel

Sur un panneau en carton rectangulaire P (ou une planche en contre-plaqué fin) matérialisant un plan affine, est tracée une droite D quelconque.

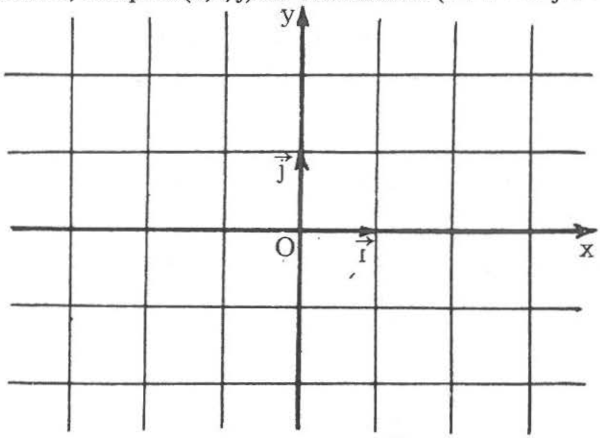
Sur chaque côté de P, on fixe à l'aide de papier adhésif transparent (scotch) une feuille de papier calque ou de transparent pour rétroprojecteur. (Voir la figure pour la disposition et les dimensions).



Les dimensions des feuilles sont légèrement inférieures à celles de P afin qu'il soit aisément possible de les rabattre devant ou derrière P, à volonté, éventuellement l'une recouvrant l'autre.

Les feuilles sont munies de quadrillages liés à des repères du plan P, tracés en traits légers de couleurs différentes pour chacune des feuilles. (Les quadrillages sont obtenus par les représentations des droites d'équation x = a ou y = a, avec $a \in Z$, en insistant sur le tracé des axes (a = 0)).

Pour la feuille I, le repère $(0, \vec{i}, \vec{j})$ est orthonormé ($\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2,5$ cm)*

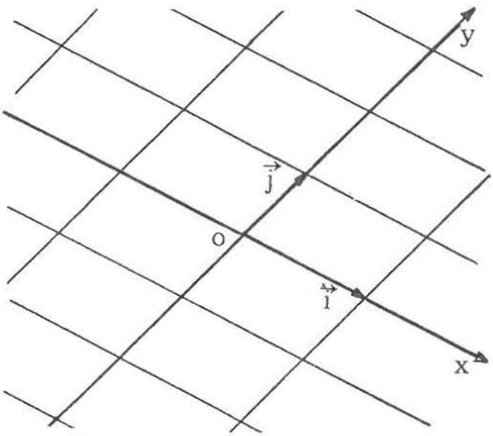


* Les figures ne sont pas dessinées en vraie grandeur.

Pour la feuille III, le repère $(A, \vec{I}, \vec{J})$ est déduit du précédent par la translation de vecteur $\vec{OA} = -\vec{I} + 3\vec{J}$.

Le quadrillage est donc superposable avec celui de la feuille II. Les axes sont translatés.

Pour la feuille II, le repère $(O, \vec{I}, \vec{J})$ est de même origine que le précédent et tel que : $\vec{I} = 2\vec{i} - \vec{j}$ et $\vec{J} = \vec{i} + \vec{j}$.



(Extrait de la feuille II)

Pour la feuille IV le repère est $(O, \frac{\vec{I}}{2}, 3\vec{J})$.

Les droites du quadrillage sont parallèles à celles du quadrillage de la feuille II. Les axes de deux feuilles se superposent.

Manipulation

Tout d'abord, l'ensemble est présenté aux élèves, les feuilles rabattues derrière le panneau P.

1) Rabattre la feuille I devant le panneau P. Cela revient (en extrapolant) à faire une bijection de R^2 vers le plan P.

Question 1

A l'aide de la figure, trouver une équation de la droite D*. Comparer les diverses équations éventuellement trouvées.

2) Rabattre la feuille II devant le panneau P de sorte qu'elle recouvre la feuille I. Cela correspond à une nouvelle bijection de R^2 vers P.

---

* Pour faciliter la recherche, la droite D et le repère (O,i,j) ont été tracés de sorte que D passe par des points à coordonnées entières.

Question 2

Comparer les coordonnées d'un même point dans les deux repères. Trouver des relations générales.

3) Retirer la feuille I et la rabattre vers l'arrière en laissant en place la feuille II.

Question 3

A l'aide de la figure, trouver une équation de la droite D dans ce nouveau repère. Comparer les diverses équations éventuellement trouvées.

Question 4

A l'aide des résultats des questions 1 et 2, résoudre, sans la figure, la question 3.

Question 5

Situer visuellement la droite D′ qui a pour équation dans ce repère, une équation trouvée dans la question 1.

4) Rabattre la feuille III devant le panneau P de sorte qu'elle recouvre la feuille II.

Question 6

Comparer les coordonnées d'un même point dans les deux repères. Trouver des relations générales.

5) Retirer la feuille II et la rabattre vers l'arrière en laissant en place la feuille III.

Question 7

A l'aide de la figure, trouver une équation de la droite D dans ce nouveau repère.

Question 8

A l'aide des résultats des questions 3 et 6, résoudre, sans la figure, la question 7.

Question 9

Situer visuellement la droite D″ qui a pour équation dans ce repère une équation de D trouvée dans la question 3.

Comparer les positions de D et D″. Justifier.

6) Retirer la feuille III et la rabattre vers l'arrière. Rabattre vers l'avant les feuilles IV, puis II.

Question 10

Comparer les coordonnées d'un même point dans les deux repères. Trouver des relations générales.

7) Retirer la feuille II et la rabattre vers l'arrière en laissant en place la feuille IV.

Question 11

A l'aide de la figure, trouver une équation de la droite D dans ce nouveau repère.

Question 12

A l'aide des résultats des questions 7 et 10, résoudre sans la figure la question 11.

Question 13

Situer visuellement la droite D''' qui a pour équation dans ce repère une équation de D trouvée dans la question 3.

D'autres idées

Le lecteur imaginera sans peine d'autres manipulations intéressantes. Citons par exemple :

a) Le passage entre la feuille III et la feuille IV (en passant par la feuille II ou non) ;

b) La recherche des points qui ont éventuellement les mêmes coordonnées dans deux repères distincts ;

c) Même question pour les droites ;

d) Remplacer le repère $(O,\vec{I},\vec{J})$ par $(O, -\vec{I}, \vec{J})$, ou par $(O,\vec{J},\vec{I})$ ou ...

e) Chercher la distance de deux points connaissant leurs coordonnées dans différents repères ;

f) Chercher les coordonnées du milieu de deux points dans différents repères ;

g) Dans un repère quelconque une droite représente-t-elle une fonction numérique ? si oui de quel type ? sinon quelle position remarquable a la droite dans le repère ?

Observations

L'avantage pédagogique de ce matériel est que l'on *voit* que la même droite a différentes équations pas nécessairement équivalentes quand on change de repère.

Cela renouvelle la présentation de questions un peu éculées telles que : "trouver une équation de la droite qui passe par les points de coordonnées...". Ces nouvelles questions peuvent être utilisées pour savoir si les questions classiques sont acquises de façon active, c'est-à-dire si l'élève sait les faire fonctionner.

Le passage de la feuille I à la feuille II est plus difficile que ceux de la feuille II à la feuille III et de la feuille II à la feuille IV. La fraîcheur des élèves peut leur permettre de franchir d'emblée cet obstacle. Si le début est bien compris, le reste suit assez vite. Le maître qui le désire peut inverser les difficultés.

Ce matériel peut être utilisé dans différentes classes, en particulier 3^{e}, 2nde, voire 1^{ere}. Toutes les idées émises précédemment ne sont pas à résoudre dans la même classe, la lassitude des élèves enlèverait tout intérêt à leur travail...

Triangles perdus *

par Christian Grabias

Durée : 3 heures ou plus.

Objectifs

- savoir "lire" un texte
- savoir coder une figure dessinée, les données étant fournies en français et en langage mathématique
- savoir décoder des dessins codés
- savoir associer à ces dessins :
  un descriptif en français
  un descriptif en langage mathématique
- savoir construire et coder une figure, les données étant fournies en français et en langage mathématique.

Prérequis

Vocabulaire : sens des mots : code, codage, décodage
droites perpendiculaires, droites parallèles,
isométrie de segments ; triangle, hauteur, médiane,
milieu d'un segment.

Symboles mathématiques : $//$ $\perp$ $=$ $\neq$
(d) [AB] AB [AB)

Utilisation des instruments pour la réalisation des dessins

savoir tracer des droites parallèles
savoir tracer des droites perpendiculaires
savoir dessiner deux segments isométriques

Objectifs cognitifs :

- savoir reconnaître une droite, un segment, des droites parallèles, des droites perpendiculaires, des segments isométriques
- savoir traduire des données fournies en langage mathématique et en français par une figure
- savoir associer une dénomination aux éléments d'une figure

---

* article publié dans "Activités quatrième", IREM de Toulouse, 1983.

Objectifs de savoir-faire :

- savoir faire correspondre un texte et le dessin associé
- comprendre un texte contenant plusieurs informations et associer à ce texte un dessin correspondant
- savoir coder un dessin en respectant les informations d'un texte
- savoir décoder une figure codée
- savoir associer à chaque symbole du code, un symbole mathématique, s'il existe
- savoir construire un triangle respectant les conditions données.

Objectifs de savoir-être :

- savoir réaliser une tâche en respectant les consignes
- savoir justifier un choix
- savoir accepter la critique d'autrui
- savoir exprimer ses critiques
- poser des questions si on ne comprend pas
- savoir repérer les erreurs ou imprécisions
- accepter l'opinion des autres
- accepter d'aider les autres.

Thème : **A la recherche des triangles perdus**

Durée : 3 heures ou plus

Organisation : travail individuel (ou par groupe)

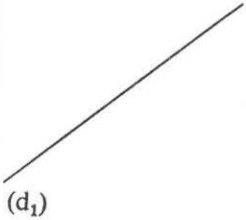
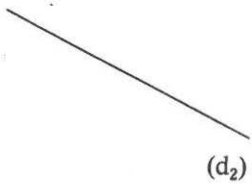
<table>
<tr><th>Thème</th><th>Activités</th><th>Procédures</th><th>Durée</th></tr>
<tr><td rowspan="7">A LA RECHERCHE DES TRIANGLES PERDUS</td><td>Distribution fiche 1</td><td>1 exemplaire par élève</td><td rowspan="3">1 h</td></tr>
<tr><td>Travail individuel
(ou en groupe)</td><td>Exécution des constructions demandées.</td></tr>
<tr><td>Correction/Synthèse</td><td>A partir de l'exposé des réponses d'un groupe ou d'un élève.</td></tr>
<tr><td>Distribution
de la fiche 2
et explications orales.</td><td>1 exemplaire par élève</td><td rowspan="2">1 h</td></tr>
<tr><td>Travail individuel (ou en groupe)

Correction/Synthèse</td><td>Réponses aux questions posées

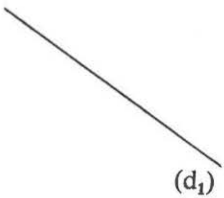
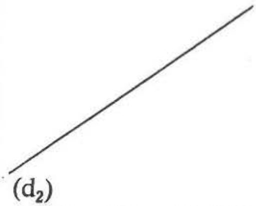
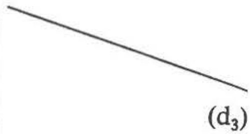
• Correction des travaux effectués
• Recensement de toutes les dispositions possibles et préparation de l'exercice suivant.</td></tr>
<tr><td>Distribution des fiches 3 et 4</td><td></td><td>1 h ou plus</td></tr>
<tr><td colspan="2">et mêmes procédures que précédemment</td><td></td></tr>
</table>

Fiche 1

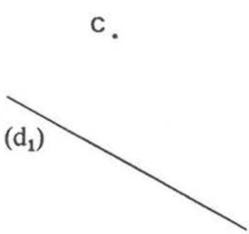
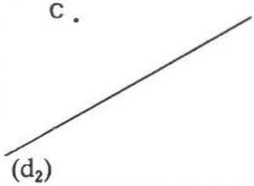
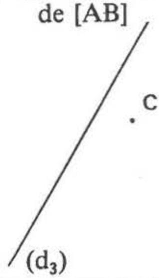
Donnée : une droite
Dessine dans chacun des cas suivants un triangle ABC tel que :

(d_1) est une hauteur de ABC	(d_2) est une médiane de ABC	(d_3) est une médiatrice de ABC
		

Dessine dans chacun des cas suivants un triangle MNP tel que :

(d_1) est la hauteur relative à [MN]	(d_2) est la médiane issue de P	(d_3) est la médiatrice de [MN]
		

Données : une droite et un point n'appartenant pas à la droite
Dessine si possible dans chacun des cas suivants un triangle ABC tel que :

(d_1) est la hauteur relative à [AB]	(d_2) est la médiane issue de A	(d_3) est la médiatrice de [AB]
		

Fiche 2

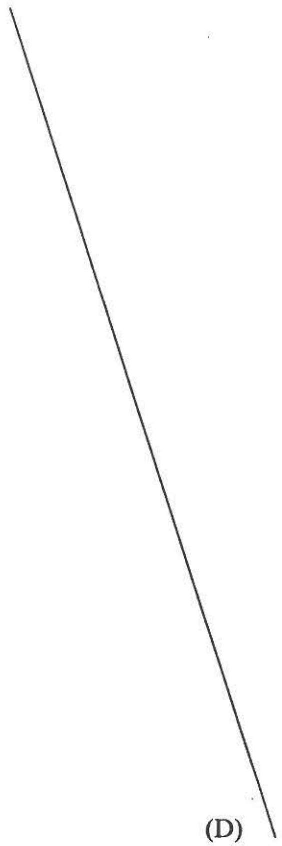
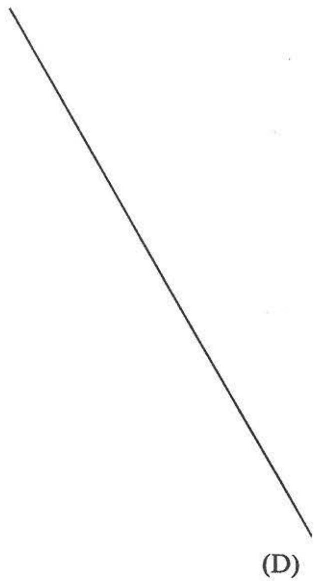
Données : une droite deux points distincts		
Propose des dispositions de la droite et des deux points. Tu dois pouvoir expliquer en quoi elles sont différentes les unes des autres : décris les situations en français et en utilisant les symboles mathématiques.		
Dessin	Texte utilisant les symboles mathématiques	Texte en français

Fiche 3

Où mettre le troisième sommet du triangle ?

Données : la droite (D)
le point A et le point B

1) Dans toutes les dispositions respectives des points A et B et de la droite (D) recensées, on va construire si possible un point C tel que (D) soit une hauteur du triangle ABC. Pour cela, tu places sur chacun des dessins suivants les points A et B pour obtenir les deux situations que tu as choisies ou qui t'ont été données.

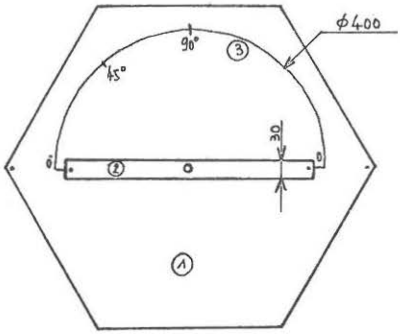
Situation n°	Situation n° ....
 	

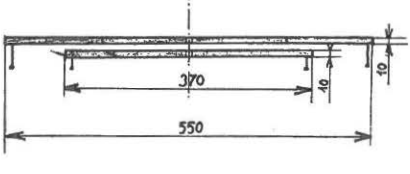
<table>
<tr><td colspan="2">2) Si tu as pu construire le point C,
réponds aux questions 3 et 5.
Si tu n'as pas pu construire le point C,
réponds à la question 4.</td><td>Fiche 4
Pour chacune
des situations</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">3) Pourquoi le point C est-il solution du problème ?
Pour cela, justifie tes constructions.</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">4) Si tu ne peux obtenir un point C, explique pourquoi.</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">5) Le point que tu as obtenu est-il la seule solution du problème ? Justifie ta réponse.
Sinon donne d'autres solutions et si possible toutes, et justifie tes réponses.</td></tr>
</table>

Travaux pratiques de trigonométrie en 3ème

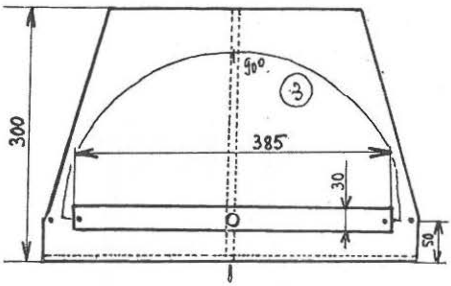
par Yves Joyeux

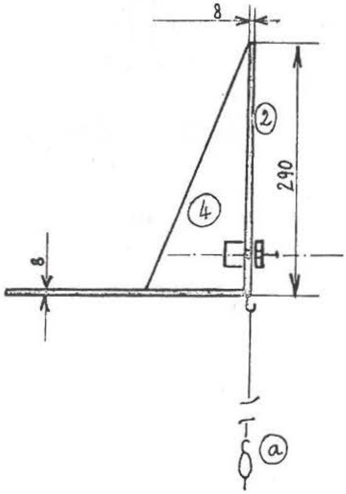
Goniomètre horizontal

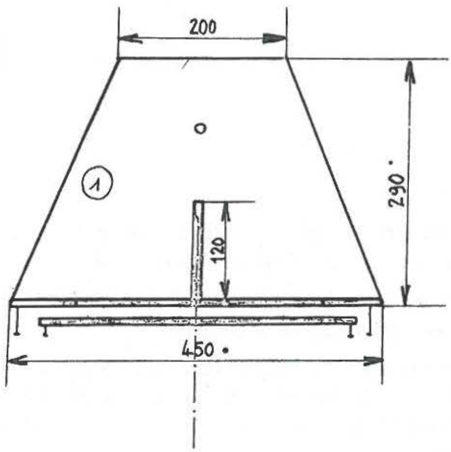




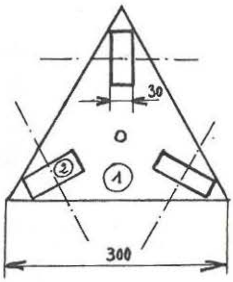
Goniomètre vertical



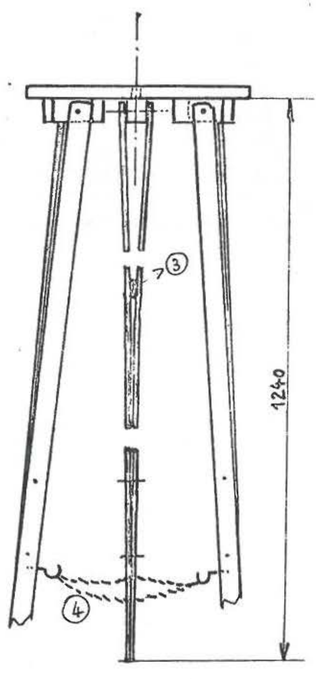


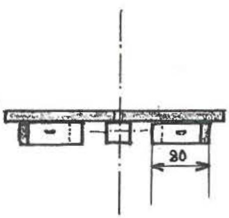


Support tripode



montage des pieds





Commentaires :

Ce matériel très simple à fabriquer ne permet évidemment que des mesures faites sur un sol supposé horizontal.

Le goniomètre vertical a été amélioré par l'adjonction d'un repère de verticalité associé à un fil à plomb.

Pour les mesures faites sur le terrain, les points de repère sont matérialisés par des petits poteaux verticaux d'environ 1,50 m tenus à la main. Les longueurs sont mesurées à l'aide d'un double-décamètre souple à enrouleur.

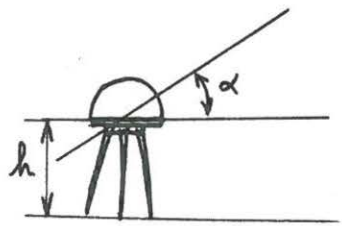
Travaux pratiques de trigonométrie en 3ème

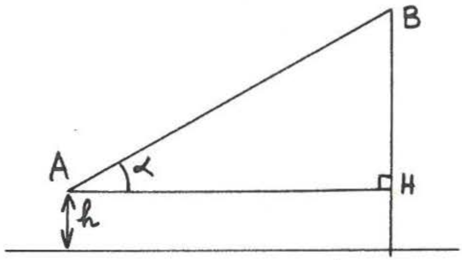
1. Evaluation de la hauteur d'un "objet" (utilisation du goniomètre vertical) :

1.1. *Conditions d'utilisation:*
— Terrain horizontal et dégagé
— Pied de l'objet accessible.

1.2. *Le goniomètre vertical* est placé à une certaine distance du pied de l'objet. On mesure cette distance AH.

En visant le sommet de l'objet, on détermine l'angle α. En utilisant la tangente de α, on calcule BH.





1.3. *On effectue* plusieurs mesures en faisant varier la distance AH, ce qui donne des valeurs différentes pour α. On compare les résultats (erreur relative, erreur absolue), si on connaît la hauteur réelle de l'objet (bâtiment par exemple), ce qui permet de tester l'efficacité du matériel. (Travaux d'élève fiche 12).

1.4. *Evaluation:*
— Savoir utiliser les formules trigonométriques définies dans le triangle rectangle.
— Résoudre des exercices théoriques semblables aux travaux pratiques réalisés.

2. Evaluation de la distance d'un objet (utilisation du goniomètre horizontal) :

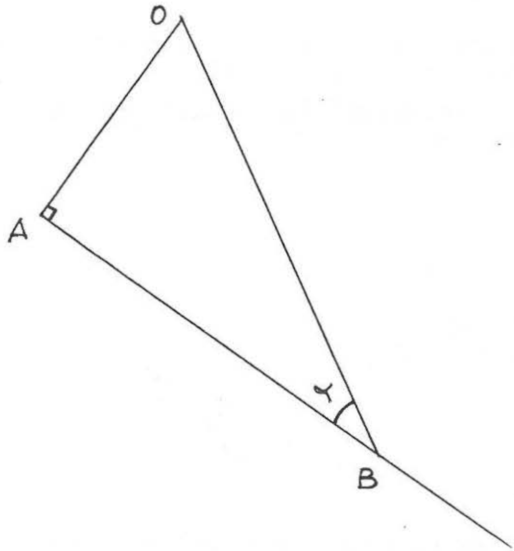
2.1 *Conditions d'utilisation:* Terrain horizontal et dégagé dans une direction orthogonale à celle de l'objet visé.

2.2. *On peut évaluer* la distance d'un point A à un objet O.

Le goniomètre horizontal est placé au point A.

On vise O et on détermine une direction orthogonale à celle de l'objet. On choisit un point B, on détermine l'angle OBA ; on mesure [AB].

Comme dans l'exercice précédent, on calcule OA.



2.3. *Evaluation :* Exercices semblables utilisant les rapports trigonométriques dans le triangle rectangle.

3. Représentations graphiques de fonctions trigonométriques :

3.1. *Plusieurs élèves* possèdant des calculatrices programmables ont participé aux activités d'un club d'initiation à la programmation. Les notions ont été réinvesties pour élaborer et exécuter des programmes :

— Valeurs des cos et sin pour des écarts angulaires de 0 à 360° (pas de 15°)

— Valeurs de la tangente pour des écarts angulaires de 0 à 90° (pas de 5°)

3.2. Puis une représentation graphique a été demandée (choix des unités laissé aux élèves).

3.3. *Exploitation :* Particularités de ces représentations graphiques par rapport à celles étudiées précédemment.

4. Prolongements et approfondissement :

4.1 Les travaux précédents entrent dans le cadre du programme de 3ème, les activités suivantes débordent du cadre de la 3ème et peuvent être réalisées en groupe.

Elles ont essentiellement pour but :

— De compléter les travaux pratiques par des mesures un peu plus élaborées ;
— De vérifier l'intérêt des calculettes (programmables ou non) pour résoudre rapidement des problèmes, un peu compliqués a priori !

4.2. *Partie pratique :* Travaux à faire sur le terrain (voir fiches 1 et 2).

Partie théorique : La formule qui permet de calculer AB est fournie avec quelques commentaires. Elle est dissociée en séquences de calcul. Les élèves qui possèdent des calculatrices programmables ont été invités à rédiger un programme qui sera utilisé ultérieurement.

4.3. L'utilisation de la formule proposée est prolongée par l'exercice théorique donné aux fiches 3 et 4.

Cet exercice est accompagné de recherches et de commentaires sur l'origine du système métrique (Travaux de la commission Delambre et Méchain).

Evaluation de la distance séparant deux points

(Les deux points sont supposés inaccessibles)

Soit à calculer la distance des deux points A et B.

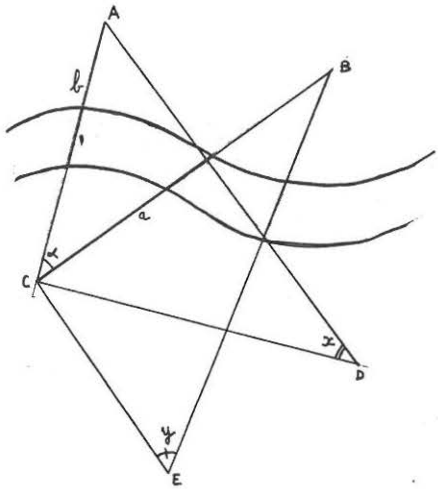
1. D'un point C convenablement choisi :
— On vise A puis on détermine la perpendiculaire à (AC) en C. On fixe sur cette perpendiculaire une distance CD ;
— Sans bouger l'appareil, on vise B et on détermine la perpendiculaire (CE) à la droite (BC) ;
— Toujours du point C, on détermine l'angle ACB.

2. Du point D on mesure l'angle x puis, de E, on mesure l'angle y.

3. Dans le triangle rectangle ACD, on calcule AC (notée b)
Dans le triangle rectangle BCE, on calcule BC (notée a)

4. Dans le triangle ABC, il ne reste plus qu'à calculer AB en utilisant la formule suivante :

$$AB = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha}$$



Découvre la planète !

Les savants d'une planète hypothétique, de forme sphérique, décident d'évaluer la longueur d'un grand cercle et le diamètre de leur planète.

Pour cela, sur un terrain propice, ils déterminent la direction "Nord-Sud", puis par visées successives, ils procèdent à deux triangulations selon la méthode utilisée en classe, de façon à mesurer un arc de méridien.

(Pour faciliter l'utilisation des données, les mêmes lettres sont répétées dans les deux opérations).

1. Opération 1 : Evaluation de AB

$d = 0{,}6$ $x = 41°$ $\alpha = 45°$
$d' = 0{,}8$ $y = 68°$

Evaluer a, b, puis AB.

2. Opération 2 : Evaluation de BC

$d = 0{,}7$ $x = 55°$ $\alpha = 71{,}5°$
$d' = 0{,}6$ $y = 62°$

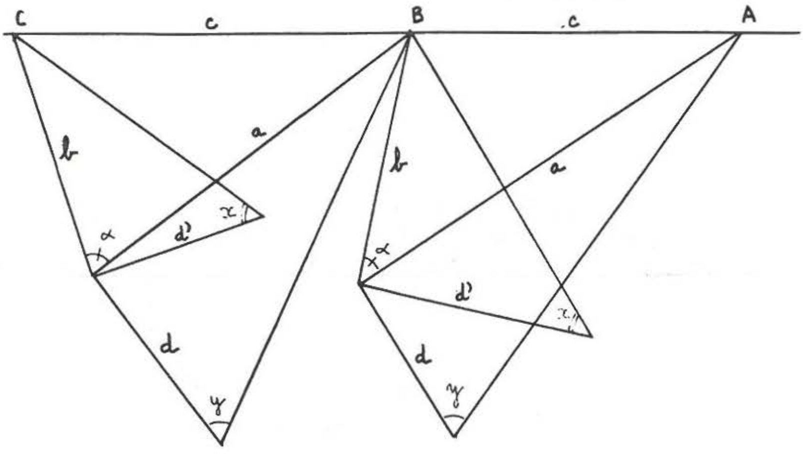
(Les angles sont mesurés en degrés et dixièmes ; les distances sont exprimées en km).

Evaluer à nouveau a, b, puis BC.

3. Evaluer AC

Par des mesures astronomiques, ces savants arrivent à déterminer que l'arc mesure 2′25″. Quelle est la longueur d'un grand cercle et quel est le diamètre de cette planète ?

4. Les dimensions de cette planète sont très voisines d'une planète du système solaire. Laquelle ?



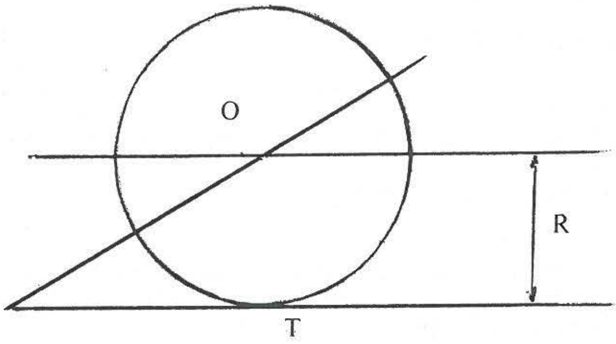
Erreur et triangles

par Daniel Vandekerkhove

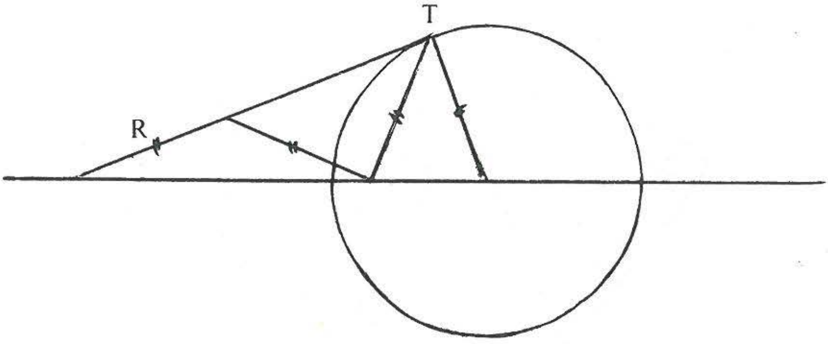
Présentation de l'activité

Au départ une erreur d'élève en 4e. Il s'agissait de construire un cercle de rayon donné, tangent à un côté d'un secteur angulaire donné, et dont le centre est situé sur l'autre côté de ce secteur.

Construction classique, et j'attendais le dessin suivant :



Un élève m'apporte la figure ci-dessous :



"En 4 coups de compas, et ça marche !".

Vérifications d'usage. L'élève ne peut justifier sa construction.

Je propose de partir d'un autre angle. L'élève est convaincu.

Nous travaillons en 3[e] sur les angles. Je raconte l'histoire précédente à ces élèves qui se posent spontanément la question de la valeur de l'angle à prendre pour que ça marche.

— Travail sur une équation (somme des angles d'un triangle).
— Cet angle dépend-il de R ?
— Etude des angles de la figure qui débouche sur un découpage et sur l'obtention de 2 triangles rectangles, l'un "naturel" et l'autre par juxtaposition.

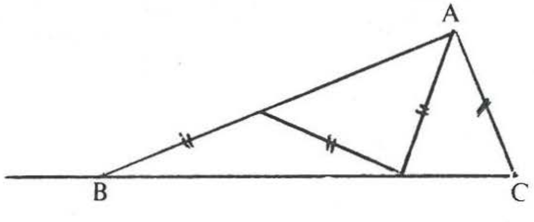
Nous ne sommes pas allés plus loin, mais je pense que c'était bien ainsi. Les questions supplémentaires (prolongements fabriqués pour "faire un sujet") auraient dénaturé l'activité. C'est pourquoi, pour être utilisable au dehors, cette activité pourrait être présentée de deux façons :

1. *Comme elle a été présentée à mes élèves de 3[e] :*

"Un élève de 4[e], à qui l'on demandait de construire... a proposé la construction suivante... Qu'en penses-tu ?"

2. *Plus classique :*

"a) Construis un triangle rectangle ABC décomposable en 3 triangles isocèles, comme indiqué sur le schéma ci-dessous :



b) Découpe les 3 triangles isocèles et montre que l'on obtient 2 triangles rectangles, dont un par juxtaposition".

Propositions d'activités et prolongements

En 4 coups de compas, ou comment obtenir 3 triangles rectangles avec 3 triangles isocèles.

1. Un programme de construction

— Dessine un angle aigu xOy suffisamment petit pour que la construction suivante soit possible.

— Place un point A quelconque sur [Ox). Dans la suite du problème on notera OA = a.

— Dessine le point B de [Oy) tel que $AB = a$ et $B \neq O$.

— Dessine le point C de [Ox) tel que $BC = a$ et $C \neq A$.

— Dessine le point D de [Oy) tel que $CD = a$ et $D \neq B$.

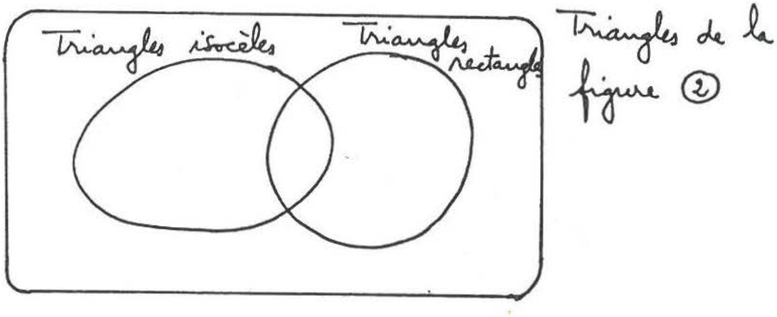
2. Une conjecture et une construction

A la fin du programme Pierre affirme : "L'angle $\widehat{OCD}$ est droit". Montre que cette conjecture est fausse et que Pierre s'est placé involontairement dans un cas particulier que tu détermineras (Exprime $\widehat{ODC}$ en fonction de $\widehat{xOy}$).

Recommence le programme ci-dessus en te plaçant dans le cas particulier de Pierre. Justifie ta construction (règle et compas seulement).

3. Une partition

Dans la figure du 2 tu as dessiné 5 triangles. Nomme-les et classe-les dans le diagramme ci-dessous en justifiant :



4. Découpage et collage

Découpe les 3 triangles isocèles de la figure 2 et montre qu'il est possible d'obtenir avec les morceaux (en en juxtaposant deux judicieusement) deux triangles rectangles. Par la suite nous appellerons $\mathcal{T}$ le triangle rectangle obtenu par juxtaposition.

5. Quelques questions pour étayer tes justifications ou pour aller plus loin.

Il s'agit pour toi d'y répondre au moment qui te semblera le plus opportun au cours des quatre manipulations précédentes. L'ordre dans lequel elles sont posées est quand même intéressant.

N.B. On considère la figure obtenue en (2) et les résultats sont à exprimer en fonction de $a = OA$.

1/ Exprime $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ODC}$ en fonction de $\widehat{xOy}$.
2/ Quelle est la mesure de $\widehat{xOy}$?
3/ Quelle est la mesure de ABC ?
4/ Que peux-tu dire de la droite (CB) pour l'angle $\widehat{OCD}$?
5/ Quelle est l'aire du triangle ABC ?
6/ Calcule OC.
7/ Calcule l'aire du triangle $\mathcal{C}$ et trouve une relation simple entre cette aire et celle du triangle ABC.
8/ Montre que les triangles OAB et BCD ont la même aire. Quelle est cette aire ?
9/ Soit H le pied de la hauteur issue de B, relative à (AC): calcule OH puis OB.
10/ Calcule OD et BD.
11/ Soit K le pied de la hauteur issue de C, relative à (BD) et J le pied de la hauteur issue de A, relative à (OB). Calcule CK et AJ.
12/ Montre que le rapport des mesures des côtés de l'angle droit du triangle rectangle primitif est égal au rapport des mesures des deux hauteurs précédentes, c'est-à-dire que:

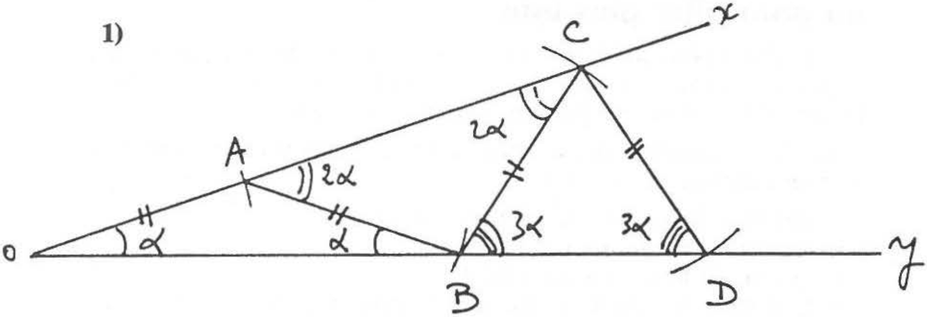
$$\frac{OC}{CD} = \frac{CK}{AJ}$$

6. Complément

Profite des résultats précédents pour calculer les lignes trigonométriques des *angles de mesures* $\frac{\pi}{8}$ et $\frac{3\pi}{8}$.

En 4 coups de compas ou comment obtenir 3 triangles rectangles avec 3 triangles isocèles. (Réponses).

1)

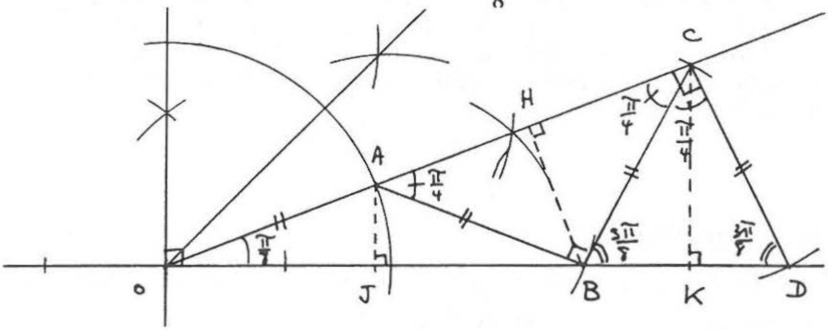


2) La conjecture de Pierre est fausse. Il suffit de vérifier que l'angle n'est pas droit à l'équerre ou de démontrer que :

$$\left.\begin{array}{l}\widehat{BAC} = 2\alpha \\ \widehat{ODC} = 3\alpha\end{array}\right| \quad \text{(question 1/)}$$

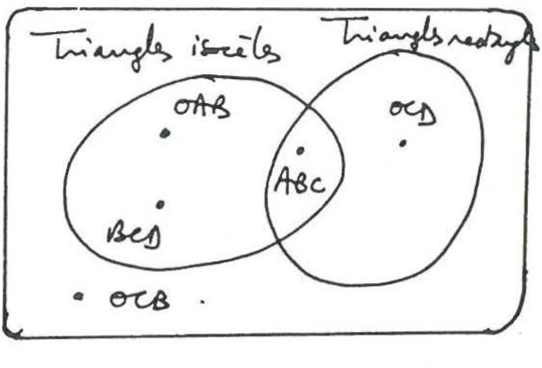
Cas de Pierre : OCD = 1 droit $\Longleftrightarrow \alpha + 3\alpha = \dfrac{\pi}{2} \Longleftrightarrow \alpha = \dfrac{\pi}{8}$ (question 2/).

Dessin de Pierre. Obtention de $\alpha = \dfrac{\pi}{8}$ par bijections successives.

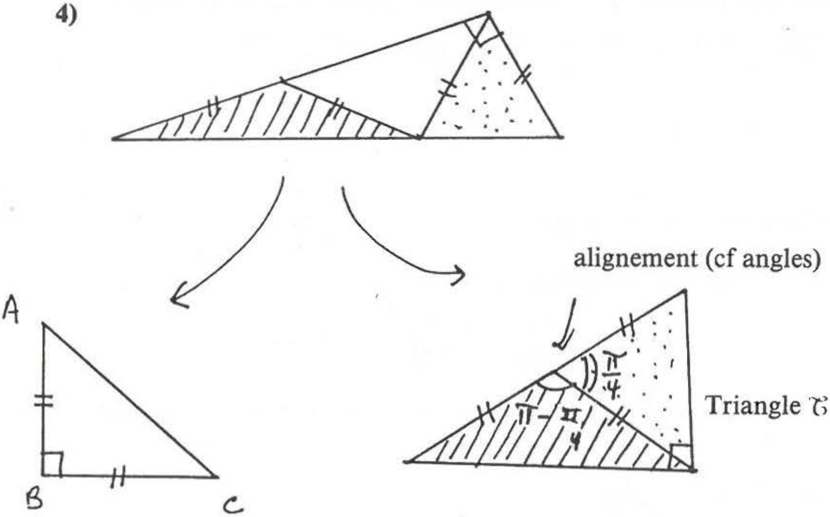


3)

Bien justifier chaque assertion



4)



5) *Questions*

3/ $\widehat{ABC} = 1$ droit (considération sur les angles. Cf partition)

4/ (CB) = bissectrice de $\widehat{OCD}$

5/ Aire de ABC $= \dfrac{a^2}{2} = S_{ABC}$

6/ $OC = a(1 + \sqrt{2})$

7/ $S_{\mathcal{T}} = S_{OCD} - S_{ABC} = \dfrac{a^2\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow S_{\mathcal{T}} = \sqrt{2}.S_{ABC}$

8/ La médiane relative à l'hypoténuse dans un triangle rectangle partage ce triangle en deux triangles isocèles de même aire. Donc :

$S_{OAB} = S_{BCD} = \dfrac{a^2\sqrt{2}}{4}$. (On s'appuie sur le découpage et le collage **4)**).

9/ $OH = \dfrac{a(2 + \sqrt{2})}{2}$; $OB = a\sqrt{2 + \sqrt{2}}$.

10/ On peut déterminer BD par différence ou en utilisant Thalès.

$OD = a\sqrt{4 + 2\sqrt{2}}$

$BD = a\left(\sqrt{4 + 2\sqrt{2}} - \sqrt{2 + \sqrt{2}}\right) = a\,\dfrac{\sqrt{4 + 2\sqrt{2}}}{2 + \sqrt{2}} = a\sqrt{\dfrac{2}{2 + \sqrt{2}}}$

(Toutes ces expressions sont égales).

11/ Ecrivons l'aire du triangle rectangle OCD de deux façons.

$$\frac{OC \times CD}{2} = \frac{OD \times CK}{2} \qquad CK = \frac{OC \times CD}{OD}.$$

$$CK = a\,\frac{1 + \sqrt{2}}{\sqrt{4 + 2\sqrt{2}}}.$$

On montre de même que $AJ = a\,\dfrac{1}{\sqrt{4 + 2\sqrt{2}}}$.

12/ ... est alors immédiat :

$$\frac{CK}{AJ} = \frac{OC}{CD} = 1 + \sqrt{2}$$

6) Complément. On obtient aisément dans les triangles rectangles de la figure :

$$\sin\frac{\pi}{8} = \frac{1}{\sqrt{4+2\sqrt{2}}}$$

$$\cos\frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$$ ... d'où les lignes de $\frac{3\pi}{8}$

$$\tan\frac{\pi}{8} = \sqrt{2} - 1$$

Calculer à la machine et vérifier avec la table trigonométrique du livre.

Vecteur où es-tu ?

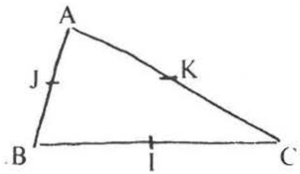
par Jean-Paul Bardoulat

Activité destinée à des élèves de 4^e et 3^e.

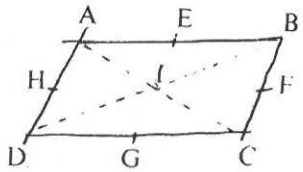
Objectifs :

— apprendre à faire une "lecture vectorielle" d'une configuration géométrique simple : voir les différents vecteurs et les représentants de chacun d'eux;
— apprendre à distinguer le vecteur de ses représentants;
— s'organiser efficacement pour mener à bien une étude relativement complexe.

Description de l'activité :



A partir d'un triangle et des milieux de ses côtés on demande aux élèves de dresser la liste complète des vecteurs figurant dans ce dessin et pour chacun d'eux la liste des représentants.



On recommencera en prenant un parallélogramme, les milieux des côtés et le centre.

Le professeur ne donne aucune indication sur le nombre de vecteurs proposé par les élèves, il leur appartient de trouver un moyen leur donnant la certitude que leur étude est achevée.

Propriétés et connaissances nécessaires :

— Conditions à imposer aux côtés d'un quadrilatère pour qu'il soit un parallélogramme
— Segment qui joint les milieux de deux côtés d'un parallélogramme
— Produit et tableau cartésiens de deux ensembles finis, nombre d'éléments
— Notion de vecteur et de représentants.

Remarques sur la conduite de l'activité :

La nécessité de se doter, pour un tel travail, d'une démarche méthodique efficace apparaît assez rapidement à tous les élèves. Certains trouvent, en tâtonnant, tous les vecteurs qui interviennent dans le triangle mais éprouvent beaucoup de difficultés dans le parallélogramme et ils n'ont pas la certitude d'avoir trouvé tous les vecteurs. On peut alors leur suggérer de commencer par dénombrer les bipoints et puisqu'un bipoint n'appartient qu'à un seul vecteur on a ainsi un moyen de contrôle... mais qui ne permet pas de savoir qui a été oublié !

Pour une recherche plus méthodique on peut alors leur proposer de construire et remplir :

— d'une part le tableau cartésien correspondant à la configuration ;
— d'autre part un tableau à 2 colonnes : l'un pour les vecteurs, l'autre pour les représentants de chacun d'eux.

Chaque fois qu'un représentant est cité dans le 2ᵉ tableau on l'indique dans le tableau cartésien. Il est ainsi aisé de voir quels sont les bipoints non encore utilisés et d'avoir la certitude que l'on a achevé l'étude.

↱	A	B	C	I	J	K
A						
B				x		
C						
I			x			
J						x
K						

vecteurs	bipoints
$\overrightarrow{JK}$	(J,K) , (B,I) , (I,C)

C

Activités numériques

Factorisation de naturels

par Louis Duvert

"Choisissons un naturel, par exemple 12. Cherchez à l'écrire sous la forme d'un produit de plusieurs naturels, et cela de toutes les façons possibles".

On inscrit au tableau les réponses fournies :
2×6 ; 3×4 ; $2 \times 3 \times 2$; 6×2 ; 12×1 ; $2 \times 2 \times 3$; $1 \times 2 \times 6$; ...

Après discussion, on décide :

• de ne pas utiliser 1 comme facteur (élément neutre de la multiplication, il n'apporte pas de factorisations vraiment nouvelles) ;

• de ne conserver qu'une écriture parmi celles qui se différencient les unes des autres seulement par l'ordre des facteurs (la multiplication est commutative et associative) ; par exemple, on ne conservera que 2×6, ou 6×2, mais pas les deux.

En conséquence, les seules écritures conservées dans le cas de 12 sont :

$$2 \times 6 \; ; \; 3 \times 4 \; ; \; 3 \times 2 \times 2.$$

On peut aussi remplacer $3 \times 2 \times 2$ par 3×2^2, ou encore laisser le choix aux élèves sur ce point.

Les règles du jeu étant ainsi précisées, on demande aux élèves de faire la même recherche pour tous les naturels autres que 0 et 1 et plus petits qu'un certain naturel, par exemple 41 .

Après confrontation des résultats des différents groupes (chaque groupe aura pu répartir le travail entre ses membres), on rassemble le tout en un tableau :

2	
3	
4	2×2
. . . . .	
12	2×6 ; 3×4 ; $3\times2\times2$
. . . . .	
40	4×10 ; 2×20 ; 8×5 ; $2\times2\times10$; $2\times4\times5$; $5\times2\times2\times2$

Ce tableau est utilisable à divers titres, tout de suite et/ou ultérieurement :

1° Les naturels pour lesquels aucune écriture factorisée n'a été trouvée (la seconde colonne reste vide) sont les naturels premiers (plus petits que 41).

2° Les diviseurs de chacun des naturels étudiés apparaissent tous, sauf 1 et lui-même ; le nombre de ces diviseurs peut être mis en évidence.

3° Si une seule écriture figure dans la seconde colonne, ses facteurs sont premiers (exemples : 4 ; 6). Si plusieurs écritures ont été trouvées, il y en a une et une seule qui a davantage de facteurs que les autres (c'est l'écriture "la plus factorisée possible") et ses facteurs sont premiers (pour 12, par exemple, il s'agit de $3\times2\times2$). Ainsi, les élèves découvrent que tout naturel non premier de la liste a une et une seule écriture-produit-de-naturels-premiers ; ils apprendront plus tard qu'il en est de même pour les naturels non premiers plus grands que 40.

4° Quand il s'agira de trouver cette écriture pour un naturel assez grand, ils pourront utiliser le tableau précédent. Par exemple :
$3420 = 342\times10 = 9\times38\times10$
(utilisation des critères de divisibilité par 10 et par 9).

Le tableau donne :
$38 = 2 \times 19$; $9 = 3^2$; $10 = 2 \times 5$.

D'où :
$3420 = 2 \times 19 \times 3^2 \times 2 \times 5 = 2^2 \times 19 \times 3^2 \times 5$.

*

* *

La recherche de ce tableau intéresse les élèves. Elle leur permet de rappeler, si besoin est, les critères de divisibilité classique. Elle exige un peu d'attention pour n'oublier aucune écriture.

Elle constitue une approche "expérimentale" de propriétés générales et importantes des naturels. Elle permet de faire comprendre aux élèves pourquoi les mathématiciens ont préféré ne pas ranger 1 parmi les naturels premiers ; elle incite chacun à trouver soi-même une définition correcte de "naturel premier".

Pour la recherche de la "décomposition en facteurs premiers" d'un naturel, elle munit les élèves de méthodes intelligentes, et intelligibles pour eux, bien préférables aux recettes stéréotypées que la tradition voudrait leur imposer.

*

* *

Une activité analogue (mais moins proche du programme de cinquième) consiste à remplacer "écritures-produits" par "écritures-sommes" ; cette fois, on continue à rejeter 0 mais on conserve 1 ; pour 5, par exemple, on obtient :

$3+2$; $2+2+1$; $2+1+1+1$; $1+1+1+1+1$

(Mieux vaut ne pas pousser jusqu'à 40...).

L'écriture comportant le nombre maximum de termes est, ici encore, unique, mais elle ne présente guère d'intérêt ; elle ne comporte que des "1"...

On peut repérer, parmi les écritures obtenues pour un naturel donné, une écriture dont les termes sont pris parmi 1, 2 et les puissances de 2 ; c'est celle qui conduit à l'écriture en base *deux*.

On peut aussi, pour revenir aux naturels premiers et pour donner aux élèves deux exemples de problèmes "ouverts" (ils sauront ainsi que la mathématique est une science vivante), leur proposer de tester, sur leur petit stock, les deux "conjectures de Goldbach" — qu'on n'a toujours pas démontrées à l'heure où nous mettons sous presse... — :

"Tout naturel pair plus grand que 3 est somme de deux naturels premiers".

"Tout naturel impair plus grand que 8 est somme de trois naturels premiers".

*Activité... Equation**

Philibert Clapponi
I.R.E.M. de Grenoble

Cette activité est bien adaptée à des élèves de sixième et cinquième. Elle permet d'observer que les enfants ont une bonne réussite dans des activités où la lettre est un simple "trou" à boucher, entier de surcroît. Et ceci même avant l'introduction des techniques de résolution des équations du premier degré à une inconnue.

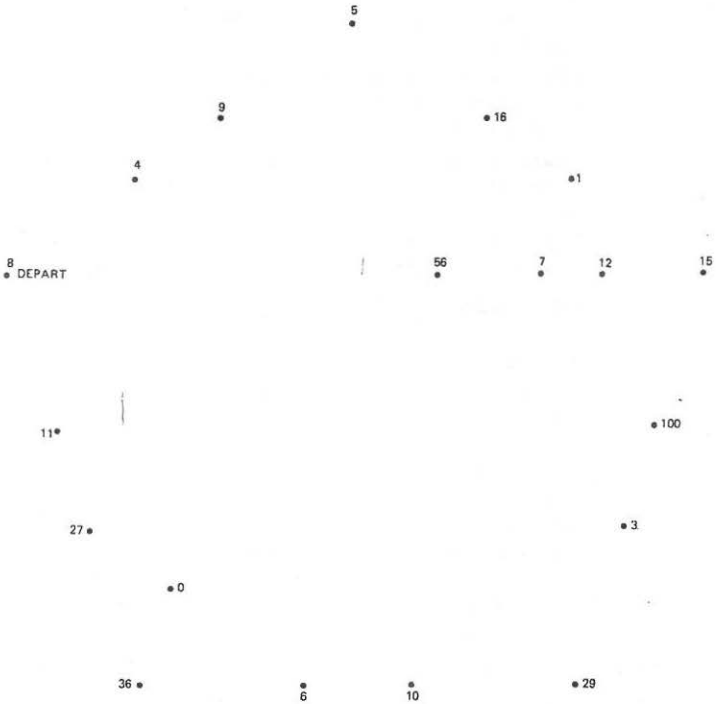
La règle du jeu pour construire le dessin doit être expliquée aux enfants au départ. L'activité se déroule ensuite facilement. Le dessin obtenu, une étoile à 5 branches dans un pentagone régulier, permet un aperçu rapide et global des résultats obtenus par chaque enfant.

1) $2n = 14$	$n = 7$
2) $n+8 = 18$	$n =$
3) $17 \times n = 51$	$n =$
4) $3 \times 3 \times 3 = n$	$n =$
5) $0 \times 0{,}58 = n$	$n =$
6) $25 : n = 5$	$n =$
7) $7 \times 8 = n$	$n =$
8) $2n+1 = 19$	$n =$
9) $32 : 8 = n$	$n =$
10) $3n+5 = 23$	$n =$
11) $n-12 = 17$	$n =$
12) $3n = 24$	$n =$
13) $20-n = 16$	$n =$
14) $22-n = 11$	$n =$
15) $48-2n = 16$	$n =$
16) $108 : n = 12$	$n =$

17) $4n-12 = 8$	$n =$
18) $1 \times 1 \times 1 = n$	$n =$
19) $4n = 28$	$n =$
20) $2 \times 2 \times 3 = n$	$n =$
21) $3 : 0{,}03 = n$	$n =$
22) $200-2n = 88$	$n =$
23) $n+2 = 31$	$n =$
24) $50-n = 35$	$n =$
25) $35 : 35 = n$	$n =$
26) $36 : 3 = n$	$n =$
27) $n+n+n = 45$	$n =$
28) $n : 4 = 9$	$n =$
29) $n \times n = 36$	$n =$
30) $0 : 5 = n$	$n =$
31) $n : 9 = 4$	$n =$
32) $3n-2 = 22$	$n =$

Sur la page ci-contre : avec ta règle joins le point de départ (8) au point 7 (c'est la solution de l'équation 1). Puis joins le point 7 au point dont le nom est la solution de l'équation 2... et ainsi de suite.

* Article de la revue "petit x", n° 3, qui a bien voulu nous autoriser à le reproduire.


5
9
16
4
1
8
DEPART
56
7
12
15
11
100
27
3
0
36
6
10
29

BROCHURES DE L'A.P.M.E.P.

BON DE COMMANDE * Cochez les cases de votre choix

*	Numéro de collection	Titre	Prix en francs port compris juillet 84	Prix en francs port non compris
□	0	**Pour apprendre à conjecturer : initiation au calcul des probabilités** par L. Guerber et P.L. Hennequin, 1968, 232 p.	27 32 (cartonné)	
□	1	**Charte de Chambéry,** étapes et perspectives d'une réforme de l'enseignement des mathématiques, 1968, 32 p.	4	
□	2	**Matériaux pour l'histoire des nombres complexes** par Jean Itard, 1969, 32 p.	5	
□	5	**Eléments de logique pour servir à l'enseignement mathématique** par J. Adda et W. Faivre, 1971, 52 p.......	6	
□	6	**Charte de Caen,** étapes et perspectives d'une réforme de l'enseignement des mathématiques, 1972, 32 p.	5	
□	8	**Mots I,** 1974, 100 p.	16,50	10
□	9	**Elem-Math I,** 1975, 56 p.	7,20	4
□	10	**Carrés magiques** par Belouze, Glaymann, Haug et Herz, 1975, 48 p.	7,20	4
□	11	**Mots II,** 1975, 108 p.	16,50	10
□	13	**Mathématique pour la formation d'adultes** (CUEEP) par P. Loosfelt et D. Poisson, 1976, 189 p.	24,50	15
□	14	**A la recherche du noyau des programmes de mathématiques du premier cycle. Savoir minimum en fin de troisième** (IREM de Toulouse - A.P.M.E.P.), 2e édition, 1976, 220 p.	24,50	15
□	15	**Mots III,** 1976, 136 p.	18,50	12
□	16	**Elem-Math II,** 1976, 56 p.	9,20	6
□	17	**Hasardons-nous,** 1976, 220 p.	34,50	25
□	19	**Elem-Math III, La division à l'école élémentaire,** 1977, 100 p.	16,50	10
□	20	**Quelques apports de l'Informatique à l'enseignement des mathématiques,** 1977, 280 p.	34,50	25
□	21	**Géométrie au premier cycle, tome 1,** 1983, 208 p.	57,50	48
□	22	**Géométrie au premier cycle, tome 2,** 1978, 328 p.	39,50	30
□	23	**Pavés et bulles** par Françoise Pécaut, 1978, 288 p.	34,50	25

☐	24	**Calculateurs programmables et algèbre de quatrième (une recherche inter-IREM)**, 1978, 120 p.	26,50	20
☐	25	**Mots IV**, 1978, 152 p.	18,50	12
☐	26	**Elem-Math IV, Aides pédagogiques pour le Cours Préparatoire**, 1978, 64 p.	15,50	9
☐	27	**Pour une mathématique vivante en Seconde**, édition remaniée, 1985, 160 p.	45	38,50
☐	D1	**La mathématique parlée par ceux qui l'enseignent, dictionnaire de l'A.P.M.E.P.** 1962-1979, 113 notices, 211 fiches	70	
☐	28	**Analyse des données, tome 1**, 1980, 248 p.	39,50	30
☐	29	**Elem-Math V, Aides pédagogiques pour le Cours Elémentaires**, 1979, 192 p.	24,50	18
☐	30	**Les manuels scolaires de mathématiques**, 1979, 280 p.	39,50	30
☐	31	**Calculatrices 4 opérations (Elémentaire et premier cycle)**, 1983, 200 p. ..	45,50	39
☐	32	**Texte d'orientation A.P.M.E.P. 1978** dans le prolongement des Chartes de Chambéry et de Caen, Bulletin 314] .	2	gratuit
☐	33	**Activités mathématiques en Quatrième-Troisième, tome 1**, 1979, 248 p.	44,50	35
☐	34	**Recherche inter-IREM, 1973-78, en géométrie de Quatrième-Troisième, dite "O.P.C." : réflexion critique et évaluation**, 1979, 160 p.	Epuisé	
☐	35	**Du quotidien à la mathématique : une expérience en formation d'adultes**, 1979, 104 p.	26,50	20
☐	36	**Elem-Math VI, Le triangle à l'Ecole Elémentaire**, 1980, 64 p.	12,20	9
☐	37	**Mots V**, 1980, 114 p.	20,50	14
☐	38	**Activités mathématiques en Quatrième-Troisième, tome 2**, 1981, 140 p.	31,50	25
☐	40	**Analyse des données, tome 2**, 1980, 296 p.	42,50	33
☐	41	**Fragments d'histoire des mathématiques**, 1983, 176 p.	30,50	24
☐	42	**"Mini-grille" d'analyse des manuels scolaires de mathématiques**, 1981, 56 p.	18,20	15
☐	43	**Mathématique active en Seconde**, 1981, 220 p. environ	47,50	38
☐	D2	**Dictionnaire A.P.M.E.P.**, millésime 1980, 20 fiches	36,50	30

☐	44	**Jeux 1. Les jeux et les mathématiques,** 1982, 184 p. et 13 fiches	60,50	51
☐	45	**Mathématiques et Sciences Physiques en Lycée d'Enseignement Professionnel,** brochure U.d.P.-A.P.M.E.P., 1981, 48 p.	épuisé	
☐	46	**Mots VI : Grandeur - Mesure,** 1982, 133 p.	29,50	23
☐	47	**Obstacles et déblocages en mathématiques** par M. Bruston et C. Rouxel, 1982, 130 p.	51,50	45
☐	48	**Evariste Galois (1811-1832),** format 21 × 29,7, 1982, 56 p.	51,50	45
☐	49	**Elem Math VII, Aides pédagogiques pour le cycle moyen,** 1983, 116 p.	31,50	25
☐	50	**Du matériel pour les mathématiques** (Journées de Poitiers), 1983, 100 p. ...	46,50	40
☐	51	**Ciel passé présent** par Gilbert Walusinski, 1983, 222 p.	59,50	50
☐	52	**Ludofiches 83,** 1983, 20 fiches de jeux cartonnées	29,50	23
☐	53	**Musique et mathématique** par B. Parzysz, suivi de **Gammes naturelles** par Y. Hellegouarch, 1984, 164 p.	57,50	51
☐	54	**Presse écrite et mathématique,** 1984, 120 p.	60,50	51
☐	55	**Algèbre des Carrés Magiques** par J.M. Groizard, 1984, 80 p.	57,50	51
☐	56	**Démarches de pensée et concepts utilisés par les élèves de l'enseignement secondaire en géométrie euclidienne plane** par Gérard Audibert, 1984		
		Volume I, 476 p.	73,50	60
		Volume II, 355 p.	59,50	50
☐	57	**Mots VII : Angle, symétries, orientation, phase, angle-de-couples, repérage,** 1984, 140 p.	35,50	29
☐	59	**Jeux 2,** 1985, 192 p.	56,50	50

Imprimerie VAUDREY — LYON
N° d'édition 29384 - Dépôt légal juin 1985 - ISBN 2-902680-36-8