Interactions entre les mathématiques et la physique dans l'enseignement secondaire en France : cas des équations différentielles du premier ordre

Fernand Malonga Moungabio

Laboratoire André Revuz

Équipe DIDIREM – Université Paris Diderot

Résumé

Le programme actuel de mathématiques de la classe de terminale scientifique incite les professeurs de mathématiques et de physique à mener un travail conjoint sur les équations différentielles. Cela nous a conduit à nous intéresser à l'articulation des enseignements de ce sujet dans les deux disciplines. Pour ce faire, nous avons choisi de caractériser la viabilité de la synergie entre les mathématiques et la physique en termes de continuité didactique.

En nous appuyant sur les travaux antérieurs mettant en jeu des interactions entre les mathématiques et la physique, nous avons choisi d'organiser notre recherche autour d'un certain nombre de questions : Comment apparaissent les équations différentielles dans les manuels scolaires de mathématiques et de physique ? Une continuité didactique entre ces deux disciplines existe-t-elle, et si oui, sous quelle forme ? La méthode d'Euler constitue-t-elle un champ propice ? Comment les enseignants perçoivent-ils et mettent-ils en œuvre cette continuité didactique ?

Notre recherche a montré que la continuité didactique est loin d'être assurée dans les faits et se heurte à de nombreuses difficultés, comme l'analyse des manuels scolaires le met particulièrement en évidence. De plus, la façon dont est traitée la méthode d'Euler permet de constater que les deux enseignements s'ignorent, et vont même jusqu'à donner l'impression qu'il y a en réalité deux méthodes d'Euler différentes, selon la discipline. Enfin, l'analyse des réponses d'enseignants des deux disciplines à un questionnaire confirme les difficultés de mise en œuvre d'une continuité didactique entre les deux disciplines et permet d'en identifier certaines causes.

Mots clefs

Mathématiques, Physique, Didactique, équations différentielles, méthode d'Euler, continuité didactique

I Introduction

Nous rapportons dans ce texte quelques éléments marquants d'une étude que nous avons menée dans le cadre d'une thèse[1] en didactique des mathématiques. L'origine de ce travail vient de deux constats, en relation avec l'enseignement des équations différentielles en classe de terminale scientifique en France (élèves de 17-18 ans) :

- L'évolution des contenus des programmes de mathématiques du cycle terminal : le programme actuel, mis en application en 2002, réserve une part plus réduite aux équations différentielles que les précédents ; les équations différentielles du second ordre ne sont plus au programme ; le seul type d'équation retenu est celui du premier ordre, de la forme $y' = ay$ (a étant un réel non nul).

1 La thèse a été soutenue en 2008 et co-encadrée par deux enseignants-chercheurs de disciplines différentes : B. Parzysz (mathématiques) et D. Beaufils (physique).

- Le lien très fort entre les nouveaux programmes de mathématiques et de physique (2002) : en mathématiques l'enseignement des équations différentielles, mais aussi d'autres domaines (fonction exponentielle, probabilité …) s'accompagne d'une étude des situations s'appuyant sur des phénomènes physiques sous des modèles soit continus, soit discrets. La notion de "modélisation" prend alors une place majeure dans ce programme et doit permettre une mise en relation avec le programme de physique, qui est très novateur[2], dont le thème central est « l'étude des phénomènes continus en fonction du temps ».

Par ailleurs, le thème des équations différentielles a fait l'objet d'une réflexion par le Groupe d'Experts des Programmes Scolaires (GEPS). Le document d'accompagnement des programmes rédigé par les membres de ce groupe incite très fortement les enseignants des deux disciplines à mener un travail conjoint autour de la notion d'équation différentielle. Il nous paraît intéressant d'examiner la manière dont une telle intention didactique se concrétise dans les faits notamment au niveau des manuels scolaires, éléments du curriculum réel (Perrenoud, 1993), et de recueillir le point de vue des enseignants eux-mêmes sur la manière dont ils perçoivent la continuité didactique, prônée par les programmes des deux disciplines au sujet des équations différentielles.

De plus, depuis plusieurs années, la littérature sur les relations entre les mathématiques et la physique dans l'enseignement secondaire et universitaire abonde. Diverses réflexions sont menées aussi bien en mathématiques qu'en physique (Munier et *al*. 2007, Ba 2007, Mizony 2006, Rogalski 2006, Malafosse 1999, Noirfalise 2004, Saglam 2004, Rodriguez 2007, Kuntz 2002, etc.). Cependant, de toutes ces recherches, aucune ne met en cause un enseignement des équations différentielles en mathématiques qui s'appuie sur des situations de modélisation (issues des sciences expérimentales). On peut donc s'interroger sur les choix didactiques de la noosphère, sur la viabilité de la synergie mathématiques-physique et sur les contraintes qui pèsent actuellement sur l'enseignement des équations différentielles, à la fois en mathématiques et en physique.

Dans ce qui suit, nous présentons dans un premier temps la problématique de notre étude ainsi que les différents cadres théoriques convoqués. Ensuite, nous présentons à partir de quelques exemples, une analyse des manuels montrant la place, mais aussi les limites, de la continuité didactique entre les mathématiques et la physique. Enfin, nous présentons des résultats sur les observations de classes afin de relever les écarts entre les réalités institutionnelles (dans les programmes et les manuels) et les réalités dans les classes.

II Problématique et cadres théoriques

1. Problématique

A la lumière des textes des nouveaux programmes et des documents d'accompagnement desdits programmes de mathématiques et de physique, il en résulte une volonté de mise en relation forte entre l'enseignement des deux disciplines autour des équations différentielles. Dans chacune de ces deux disciplines, les défis sont alors multiples.

2 Les équations différentielles du premier ordre sont introduites pour la première fois dans la classe de terminale en physique. Une autre nouveauté est l'introduction de la méthode d'Euler dans les deux disciplines.

Changement radical par rapport aux anciens programmes

En mathématiques, avant 2002, les équations différentielles (du premier et du second ordre) étaient introduites comme objet mathématique, leur caractère d'outil apparaissait ensuite dans la partie "application". Dans le programme actuel, les équations différentielles du second ordre ne sont plus étudiées. Par contre, celles du premier ordre prennent une place de premier plan au regard de la part qui est consacrée à l'introduction de la fonction exponentielle et au traitement des situations de modélisation issues d'autres disciplines.

En physique, l'expression "équation différentielle" n'était introduite qu'au moment de l'étude des oscillations, expression qui, dans ces conditions, ne prenait guère de sens (en raison de l'absence des équations différentielles du premier ordre dans ces programmes). Par ailleurs, dans l'étude du condensateur qui était au programme, la charge était évoquée comme un simple régime transitoire, et était à ce titre peu digne d'intérêt. Dans le programme actuel, le centrage sur le régime transitoire et sur sa modélisation par une équation spéciale – l'équation différentielle du premier ordre – permet à l'évidence de jouer sur les deux tableaux : l'étude complète du phénomène et l'introduction d'une situation tout à fait nouvelle, mais cette fois intelligible, qui est l'interdépendance d'une grandeur et de sa vitesse de variation.

Renforcement des liens entre les deux disciplines dans les nouveaux programmes

Le défi est alors, du côté des mathématiques, d'introduire tôt dans l'année la fonction exponentielle, la méthode d'Euler et les équations différentielles, mais aussi d'assurer de bons exemples de modélisation (réalistes, bien posés et adaptés au programme). Alors que de son côté la physique doit pouvoir s'appuyer sur des notions, propriétés et théorèmes mathématiques pour présenter les solutions analytiques des équations différentielles déduites des lois de la physique.

Nous considérons que le jeu d'aller-retour entre les deux disciplines que sont les mathématiques et la physique à propos de la notion d'équations différentielles, est censé non seulement contribuer à l'acquisition des connaissances et des méthodes par les élèves, mais aussi aider à la compréhension de cette notion et mettre en valeur l'interaction entre mathématiques et physique. Cependant, la concrétisation d'un tel projet, tant dans l'élaboration des manuels scolaires que dans les pratiques des enseignants, toutes deux soumises à des contraintes fortes, n'est pas immédiate et est source de questions, telles que :

- Quelle est la place de l'enseignement des mathématiques dans le cours de physique, et inversement ?
- Comment la relation mathématiques-physique est-elle mise en œuvre dans les manuels de chacune des disciplines ?
- En quoi l'utilisation des environnements informatisés contribue-t-elle à l'amélioration des interactions entre mathématiques et physique ?

Notre hypothèse est que la mise en relation entre les deux disciplines ne relève ni d'une transdisciplinarité, ni d'une pluridisciplinarité (dont on sait la difficile mise en pratique) mais de ce que nous appelons *continuité didactique*. Ce point de vue, à la fois plus modeste et plus clair, nous semble mieux à même de caractériser l'objectif de mise en relation, au niveau scolaire, des disciplines scientifiques. Chacune garde sa spécificité, mais des liens concrets sont établis. Pour ce qui concerne la relation mathématiques – physique, la continuité que nous étudions porte donc sur la modélisation de systèmes, et plus spécifiquement sur la modélisation par une équation différentielle du premier ordre.

2. Cadres théoriques

Cadres de rationalité

Dans sa thèse, Lerouge (1992) a introduit la notion de cadre de rationalité pour analyser la dialectique entre le familier de l'élève (de collège) et le culturel mathématique – qui lui est enseigné – à propos de la droite. Le modèle du cadre de rationalité prend appui sur la notion d'objets au sens de Bunge (1983) qui distingue trois catégories :

> (...) les objets matériels qui ont une existence propre, les objets mentaux qui ont une existence psychique, et les objets conceptuels qui ne sont ni matériels ni mentaux et qui n'existent que dans la mesure où ils appartiennent à un certain contexte (les théories par exemple). (Lerouge 2000, p.175).

Lerouge considère deux types de rationalités :

> (i) La rationalité personnelle apparaît comme le système global de structuration des connaissances d'un sujet particulier à un moment de son histoire. C'est une notion dynamique qui ne peut être définie qu'en référence à un sujet particulier et à la chronologie de son développement et de ses apprentissages. Dans cette perspective, la conceptualisation vise à construire des objets mentaux à partir d'objets matériels, d'objets mentaux déjà construits, et d'objets conceptuels.
> (ii) La rationalité culturelle d'une discipline scientifique apparaît comme le système global de structuration des savoirs dans cette discipline, stabilisé par la culture humaine en un lieu et à une époque donnés. C'est une entité culturelle, instanciée à la chronogenèse et à la topogenèse de la discipline, et de ce fait en permanente évolution. (ibid., p.176)

Il en résulte alors une définition du cadre de rationalité :

> […] un ensemble cohérent de fonctionnements de la pensée culturelle ou personnelle, caractérisé par quatre composantes : l'ensemble des objets conceptuels sur lequel porte la conceptualisation, le type de processus de validation, les éléments de rationalité (règles de traitement et de validation) et enfin, les registres sémiotiques qui servent de support à la conceptualisation et à la communication. (Malafosse, Lerouge et Dusseau 2001a, p.121).

Plusieurs cadres de rationalité peuvent être considérés selon les cas. Par exemple, dans le cas de notre étude sur l'enseignement des équations différentielles en terminale S, à la fois en mathématiques et en physique, on peut envisager plusieurs cadres qui interviennent dans le processus de mise en œuvre de la continuité didactique entre les deux disciplines : cadres culturels (des mathématiques, de la physique, de l'informatique) et cadre personnel. La question qui se pose est alors celle de la manière dont les jeux de cadres de rationalité sont pris en charge et mis en œuvre dans les manuels scolaires des deux disciplines. Nous nous plaçons ainsi dans des cadres culturels particuliers, à savoir des cadres didactiques construits dans un but de transposition des savoirs entre une communauté scientifique et l'élève en situation d'apprentissage scolaire. Nous avons qualifié ces cadres didactiques de 'cadres d'intelligibilité' car c'est dans ces cadres que se situent le sens et donc la compréhension des équations différentielles et/ou des systèmes qu'elles modélisent. Il nous a donc paru intéressant d'identifier, dans le traitement des situations de modélisation, non seulement les règles de validation mais aussi les tâches de transition qui permettent de passer d'une discipline à une autre, c'est-à-dire d'une rationalité à une autre.

Pour mieux caractériser les jeux de cadres de rationalité qui fonctionnent entre les mathématiques et la physique dans les manuels, nous avons eu besoin de compléter notre étude par une analyse des savoirs et savoir-faire relatifs aux équations différentielles. D'où le recours à la notion de praxéologie.

Praxéologie et organisation mathématiques

Dans sa théorie anthropologique du didactique, Chevallard (1999) considère que l'analyse de l'activité humaine conduit à dégager des entités minimales, les praxéologies, qu'il désigne par l'organisation (ou la formule) [T/τ /θ /Θ] où T représente un type de tâches, τ une technique (manière d'accomplir les tâches du type *T)*, θ une technologie (discours qui justifie et rend intelligible la technique τ) et Θ une théorie, (qui justifie et éclaire la technologie θ).

Le bloc [T/τ] y représente la praxis (ce qu'il y a à faire et comment le faire), ou la pratique (si l'on regarde plutôt du côté de *T*), ou le savoir-faire (si l'on regarde plutôt du côté de τ), tandis que [θ/Θ] y figure le logos (comment penser le faire et comment penser cette pensée du faire), qu'on nomme encore le savoir (si l'on regarde plutôt du côté de θ) ou la théorie (si l'on regarde plutôt du côté de Θ), ces quasi-synonymies concrétisant une partie du problème traité ici.

Dans notre étude, nous empruntons également à Chevallard et Wozniak (2003) le concept d'organisation mathématique mixte (OMM) qui désigne une praxéologie dont les objets articulés sont des savoirs mathématiques et un domaine extramathématique. Pour ce type d'organisation de savoirs, « son enseignement doit se construire dans un commerce constant avec un certain domaine de réalité extramathématique » (Op. cité, p.2).

Les situations de modélisation que nous avons analysées, issues des manuels de mathématiques et de physique, portent en particulier sur deux domaines extramathématiques : électricité et mécanique. Des types de tâches identiques apparaissent dans les deux disciplines. Il nous paraît intéressant d'analyser leur structure praxéologique dans une perspective de continuité didactique.

En nous appuyant sur ce cadre théorique (cadres de rationalité et praxéologie), nous précisons notre questionnement :

- Quelle part de la modélisation revient aux mathématiques dans le traitement des situations extra-mathématiques, notamment celles issues de la physique ? Autrement dit, quelle articulation entre le champ de référence (physique) et le champ de traitement (mathématique) ? Quelle place pour les tâches de transition ?
- L'équation différentielle est-elle simplement un objet des mathématiques et un outil pour la physique, ou bien la praxéologie se joue-t-elle de façon subtile entre les deux disciplines ?
- Y a-t-il continuité didactique dans les concepts, méthodes et représentations entre les mathématiques et la physique ?

L'introduction des méthodes numériques (et informatiques) engage bien évidemment un questionnement de même type que ci-dessus, mais nous focaliserons notre attention sur deux aspects plus globaux qui nous semblent essentiels au vu de la dimension "innovation" de cette évolution :

- Quel est le rôle/statut/place des méthodes numériques (dans les ouvrages, tant du point de vue cours que du point de vue exercices) ?
- Comment est-ce traité/vécu par les enseignants ?

III Analyse des manuels

Nous avons analysé 8 manuels de mathématiques parus chez 5 éditeurs différents[3] : 45 exercices portant sur les équations différentielles appliquées à des systèmes physiques ont été examinés.

3 Bordas (Indice 2002, Fractale 2002), Nathan (Hyperbole 2006, Transmath 2006), Hachette (Déclic 2005, Repère 2006), Bréal (IREM de Poitiers 2002), Didier (Math'x 2006).

De même, nous avons analysé 7 manuels de physique chez 5 éditeurs [4]. Nous y avons relevé 55 exercices qui comportent des équations différentielles du premier ordre.

Notre premier travail a été de faire une analyse descriptive des manuels de façon à situer la place accordée par les auteurs de manuels scolaires. L'analyse descriptive (quantitative) des manuels scolaires, que nous n'allons pas présenter ici, comporte donc tout naturellement des informations quant aux champs et modes d'introduction des équations différentielles dans les manuels de physique et aux champs disciplinaires invoqués dans les manuels de mathématiques, des informations sur les nombres d'exercices correspondants, etc.

1. *Continuité didactique du point de vue de la modélisation et des jeux des cadres de rationalité*

Cet axe d'analyse vise donc à caractériser la place et la nature de la **modélisation** telle qu'elle apparaît dans les manuels, aussi bien de mathématiques que de physique, et ce à propos du cœur de notre problématique : les équations différentielles du premier ordre.

Par caractériser la place, nous entendons :

- identifier les champs (domaines disciplinaires) dans lesquels apparaissent et sont traitées les équations différentielles,
- quantifier le volume qui y est consacré.

Caractériser la nature, c'est dégager les caractéristiques de l'interaction des deux disciplines dans des activités relevant de la modélisation par équation différentielle. En particulier, il s'agit de voir les articulations qui se jouent entre les considérations et les tâches qui relèvent de la physique et celles qui sont de l'ordre des mathématiques.

Plusieurs schémas ont été proposés pour traduire le processus de modélisation. Au regard des contenus du programme actuel de mathématiques (2002), des documents d'accompagnement desdits programmes et de la lecture de quelques situations extra-mathématiques, nous nous sommes servi du schéma simplifié ci-dessous qui représente les étapes classiques de traitement d'une situation de modélisation conduisant à une équation différentielle.

$$\begin{tikzcd}
\text{1) Physique} \arrow[d, "PM"'] & \text{4) Physique} \arrow[l] \\
\text{2) Maths} \arrow[r] & \text{3) Maths} \arrow[u, "MP"']
\end{tikzcd}$$

Figure 1 : Schéma simplifié qui traduit le processus de modélisation des situations « physiques ».

Ainsi, dans les manuels de mathématiques de terminale S, les situations de modélisation de situations sont données généralement sous forme de modèle physique (domaine pseudo-concret), et leur traitement passe par une traduction mathématique (modèle mathématique). C'est à ce niveau que l'on doit examiner la manière dont la transition physique-mathématiques (PM) se fait. Une deuxième transition apparaît lorsqu'il s'agit d'interpréter le résultat mathématique. C'est la transition mathématiques-physique (MP) qui doit permettre de répondre normalement à la question de départ posée dans le cadre de la physique.

4 Hatier (Micromega 2002), Nathan (Tomasino 2002, Sirius 2006), Hachette (Hélios 2002, Durandeau/Mauhourat 2006), Belin (Parisi 2002), Bordas (Galiléo 2002)

Exemples d'analyse des manuels

Premier exemple (mathématiques)

101 Circuit électrique

Un circuit est constitué d'un condensateur de capacité $C = 75 \cdot 10^{-6}$ farads, d'une résistance $R = 2 \cdot 10^4$ ohms, d'un générateur g et d'un interrupteur.

On ferme l'interrupteur à l'instant $t = 0$ et le générateur délivre alors une tension V.

La tension U aux bornes du condensateur est alors solution sur $[0\,;+\infty[$ de l'équation différentielle (1) :

$$U(t) + RCU'(t) = V(t).$$

On suppose que $V(t) = 6\,e^{-\frac{2}{3}t}$ où t est exprimé en secondes.

De plus la charge initiale du condensateur impose la condition :

$$(2) : \ U(0) = \frac{1}{3}V(0).$$

a. Démontrer que la fonction U définie sur $[0\,;+\infty[$ par $U(t) = (4t+2)\,e^{-\frac{2}{3}t}$ vérifie la condition (2).

b. Montrer que la fonction U est solution de l'équation différentielle (1).

c. Étudier le sens de variation de U et calculer la limite de U en $+\infty$.

d. Démontrer que l'équation $U(t) = 10^{-3}$ admet une solution unique α sur l'intervalle $[0\,;20[$.

Donner un encadrement de α d'amplitude 1 seconde.

e. L'appareil mesurant $U(t)$ ne détecte pas les tensions inférieures à 10^{-3} volts.

Pour quelles valeurs de t ne détecte-t-il plus la tension $U(t)$?

Encadré 1 : Extrait du manuel Collection Indice, Exercice 101, p. 98

Cet exercice a comme champ de départ l'électricité, et plus précisément l'étude de la charge d'un condensateur.

On remarque tout d'abord que le texte fournit l'équation différentielle qui régit le phénomène ; la situation est donc déjà modélisée.

- **Champ de départ**

Le positionnement de ce départ du point de vue du cadre de rationalité de la physique, présente d'emblée quelques difficultés :

- la phrase d'introduction "…le générateur délivre alors une tension *V*", laisse penser, comme c'est souvent le cas et par la notation, que *V* est une constante, alors que l'équation différentielle qui suit fait intervenir *V*(*t*).
- Il est par ailleurs étonnant de voir un générateur délivrer une tension en exponentielle décroissante. Une telle situation ne se rencontre jamais et peut laisser supposer que ce générateur est défectueux !.
- Au niveau du vocabulaire, la phrase "la charge initiale du condensateur impose la condition…" est certes mathématiquement correcte mais, outre le fait que l'on ne comprend pas pourquoi le condensateur (qui est un récepteur) imposerait sa tension initiale au générateur, la condition est donnée sous forme purement mathématique (et non par une spécificité physique).

S’agissant du passage du champ de départ au champ de traitement, nous constatons que l’équation différentielle proposée (second membre non constant) n’est pas au programme de mathématiques de la classe. L'exercice doit donc contenir, comme on le constate effective - ment ensuite, un élément ou une étape supplémentaire qui en permette la résolution.

- **Traitement**

La première question demande de « démontrer ». Mais en réalisé, il s'agit seulement de véri - fier, la conformité de l’expression de $U(t)$[5] à la relation $U(0) = 1/3.V(0)$. La démarche attendue consiste à calculer les valeurs numériques des fonctions U et V en 0 puis de comparer $U(0)$ et $V(0)/3$. C’est donc une tâche mathématique – au demeurant triviale – qui est demandée.

De même, les questions b, c et d relèvent d’un traitement purement mathématique.

Ce sont là des questions que l’on rencontre souvent, elles sont presque rituelles, dans le cas de l’étude d’une fonction.

Signalons aussi que rien ne permet de penser que la fonction U donnée est **la** solution du problème physique en $t = 0$, faute d’invoquer un argument mathématique d’unicité des solutions de l’équation différentielle $U + RCU' = V$ (ou même un argument physique à l’appui de cette unicité).

- **Retour au champ de départ**

La dernière question qui demande d’interpréter le résultat obtenu à la question précédente, propose un retour à la situation physique. Ce type de question est souvent inexistant dans la plupart des situations de modélisation rencontrées dans les manuels de mathématiques. Mais ce retour, ambigu du point de vue de la physique, est "symbolique" car on ne sait pas ce que peut être un appareil qui mesure $U(t)$. D’ailleurs, $U(t)$ au sens strict, est la valeur numérique de la fonction "tension" U. Cet appareil n’existe pas. Nous signalons au passage, l'ambiguïté sur le statut des symboles U ou V qui tantôt désigne une valeur numérique, tantôt une fonction (confusion assez courante entre fonction et image).

Par ailleurs, en considérant $U(t)$ comme étant l’image de la fonction U en t, la représentation symbolique souhaitée ici pour l’équation différentielle est $U + RC\,U' = V$ en précisant que les tensions U et V sont fonction du temps. Ceci serait en accord avec les notations adoptées par l’auteur du manuel, d’autant plus qu’en classe, l’écriture standard d’une équation différen - tielle du premier ordre est $y' = ay + b$.

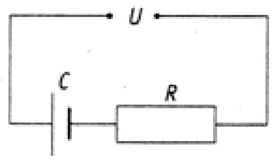
5 Dans les manuel de physique, la tension aux bornes d’un générateur est désignée par le symbole u tandis que U (on note souvent Um) est utilisé pour représenter la tension maximale.

Deuxième exemple (mathématique)

Nous retrouvons bien d'autres situations dont les jeux entre le cadre de rationalité des mathé - matiques et celui de la physique peuvent être interprétés en termes de "fausse continuité didactique". On peut citer par exemple le cas de l'exercice 121 p. 113 (Fractale).

121 On considère le circuit électrique ci-contre où C est la capacité du condensateur et R, la valeur de la résistance. U désigne la tension aux bornes du circuit.

En physique, on montre que : $R\frac{dq}{dt}+\frac{1}{C}q = U$ où q, la charge du condensateur, est une fonction du temps qui prend la valeur 0 pour $t = 0$.



1) Écrire l'équation différentielle vérifiée par q.

2) Montrer que $q(t) = CU - CUe^{-\frac{t}{RC}}$.

3) Sachant que l'intensité $i(t)$ vérifie $i(t) = \frac{dq}{dt}$, exprimer $i(t)$.

On peut remarquer qu'ici l'équation différentielle est déjà donnée, mais avec les notations des physiciens cette fois, contrairement aux deux premières situations que nous avons analysées. On peut aussi constater que le schéma donné en accompagnement du texte n'est pas correct : la représentation du générateur (implicite) n'est pas bonne et celle du condensateur est fausse (c'est le symbole d'une pile). La tension U aux bornes du circuit [6]est une constante, ce qui n'est ni dit ni expliqué (le mot « générateur » est absent).

La relation $R\frac{dq}{dt}+\frac{1}{c}q= U$ donnée dans le texte est une équation différentielle. On peut donc s'interroger sur le sens de la première question. Le traitement de toutes les questions relève du seul domaine des mathématiques. Le retour à la situation de départ n'est pas envisagé.

Il nous semble que l'objectif de l'exercice peut être la manipulation d'expressions mathéma - tiques comportant des symboles de "physique". La phrase « en physique, on montre que … » semble marquer l'intention de développer un travail mathématique. Aucune tâche de transi - tion n'est demandée. Tel que formulé, cet exercice présente très peu d'intérêt didactique rela - tivement à la mise en valeur de la continuité didactique.

Troisième exemple (physique)

Cet exemple, tiré d'un ouvrage de physique, correspond, non pas à un exercice, mais à un extrait de la partie relative à la modélisation par équation différentielle de la charge d'un condensateur et au traitement analytique demandé, conformément au texte du programme de terminale S.

6 L'auteur, ne veut il pas parler de la tension au borne du "générateur" au lieu de "circuit".

L'étape précédente – application des lois de l'électrocinétique au circuit modélisé – a permis d'aboutir à une première relation $U = RC\dfrac{du_C}{dt} + u_C$ (désignée par (1)) dans le texte qui suit ;

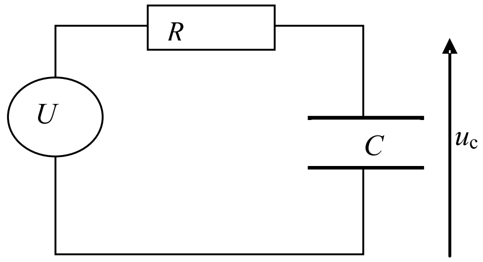
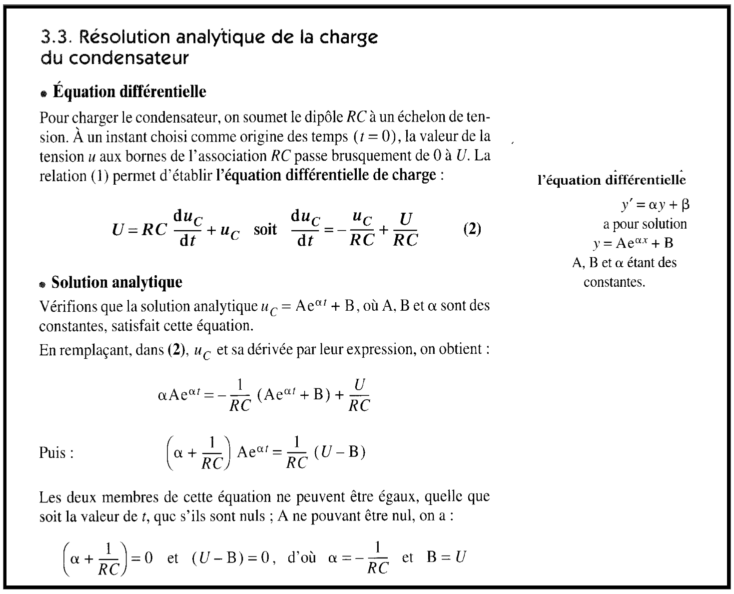


Figure 2 – Schéma du circuit de charge du condensateur



3.3. Résolution analytique de la charge du condensateur

• Équation différentielle

Pour charger le condensateur, on soumet le dipôle RC à un échelon de tension. À un instant choisi comme origine des temps ($t = 0$), la valeur de la tension u aux bornes de l'association RC passe brusquement de 0 à U. La relation (1) permet d'établir **l'équation différentielle de charge** :

$$U = RC\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C \quad \text{soit} \quad \frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = -\frac{u_C}{RC} + \frac{U}{RC} \qquad \textbf{(2)}$$

l'équation différentielle $y' = \alpha y + \beta$ a pour solution $y = \mathrm{A}e^{\alpha x} + \mathrm{B}$ A, B et α étant des constantes.

• Solution analytique

Vérifions que la solution analytique $u_C = \mathrm{A}e^{\alpha t} + \mathrm{B}$, où A, B et α sont des constantes, satisfait cette équation.

En remplaçant, dans **(2)**, u_C et sa dérivée par leur expression, on obtient :

$$\alpha \mathrm{A}e^{\alpha t} = -\frac{1}{RC}(\mathrm{A}e^{\alpha t} + \mathrm{B}) + \frac{U}{RC}$$

Puis : $$\left(\alpha + \frac{1}{RC}\right)\mathrm{A}e^{\alpha t} = \frac{1}{RC}(U - \mathrm{B})$$

Les deux membres de cette équation ne peuvent être égaux, quelle que soit la valeur de t, que s'ils sont nuls ; A ne pouvant être nul, on a :

$$\left(\alpha + \frac{1}{RC}\right) = 0 \quad \text{et} \quad (U - \mathrm{B}) = 0, \quad \text{d'où} \quad \alpha = -\frac{1}{RC} \quad \text{et} \quad \mathrm{B} = U$$

Encadré 2 – Extrait de manuel Microméga (exemple du circuit RC)

- **Étape 1 :** À propos de l'introduction de l'objet équation différentielle

La première étape relève clairement d'une modélisation dans le champ de la physique, on peut même dire de la physique théorique. Le circuit est modélisé par un schéma faisant apparaître les composants idéaux et il s'agit, moyennant la prise en compte d'orientations figurant sur le schéma, d'appliquer les lois de l'électrocinétique pour établir l'équation reliant la tension à sa dérivée.

- **Étape 2 :** Résolution de l'équation différentielle (transition entre mathématiques et physique).

Il y a clairement ici un changement de référence et on passe de la physique à une résolution purement mathématique. Cependant l'approche est quelque peu problématique. En effet, la phrase « Vérifions que la solution … satisfait cette équation » est problématique. Ce qui est en jeu en fait c'est la détermination des paramètres dans l'expression de la solution. Cette démarche s'appuie sur le résultat rappelé dans la marge, qui est toutefois exprimé de façon ambiguë, voire incorrecte du point de vue mathématique. En effet l'équation différentielle $y' = \alpha y + \beta$ n'a pas pour solution $y = \mathrm{A}e^{\alpha x} + \mathrm{B}$ (où A et B sont des constantes) mais toutes les fonctions $y(x) = \mathrm{A}e^{\alpha x} - \beta/\alpha$ pour tout A.

Ce résultat qui fait partie du cours de mathématiques n'est donc pas ici clairement exploité. Outre le jonglage nécessaire entre les x et les t, il y a confusion entre deux sortes de valeurs dites constantes, d'une part B et α qui sont des paramètres de l'équation (ici exprimés en fonction de R, C et U) et A qui est une constante qui peut être déterminée par la donnée des conditions initiales qui ne sont pas explicitées dans cet exercice. Dans la formulation de l'exercice, les auteurs font comme si il y avait une solution unique, mais reste indéterminé.

Toute la tâche consiste donc à déterminer la valeur des deux constante B et α, à partir d'une assertion douteuse qui cache en fait un vrai théorème mathématique qui donne du même coup la valeur de ces constantes.

Par ailleurs, la technique mathématique justifiant le passage de l'égalité $(\alpha+\frac{1}{RC})Ae^{\alpha t}=\frac{1}{RC}(U-B)$ à $(\alpha+\frac{1}{RC})=0$ et $(U-B)=0$, n'est pas triviale.

En effet, si on pose [$P=(\alpha+\frac{1}{RC})A$] et [$Q=\frac{1}{RC}(U-B)$], qui sont deux constantes, pour démontrer la proposition $Pe^{\alpha t} = Q$ implique que $P = Q = 0$, on peut par exemple faire $t = 0$ (ce qui fournit $P = Q$) puis faire tendre t vers $-\infty$ (ce qui fournit Q = 0), ce qui représente une justification assez complexe.

En outre, la condition indispensable pour conclure « A étant non nul » sort du cadre mathématique puisqu'elle repose sur une référence à l'expérience (qui montre que la tension est bien une fonction du temps) ; mais ce lien n'est pas explicité, de sorte que le passage au cadre de référence du physicien est occulté. En résumé, cette technique fournit bien la solution cherchée, mais c'est au prix de multiples contorsions. C'est un exemple flagrant du manque de continuité didactique dans les enseignements des deux disciplines.

Résultats

Du point de vue de la modélisation, les situations proposées dans les manuels de mathématiques s'avèrent déjà modélisées. En effet, dans la quasi-totalité des cas traités, aussi bien en activité introductive, en travaux dirigés qu'en exercices, la mise en équation différentielle est prise en charge par l'énoncé et l'équation différentielle qui régit le phénomène à étudier est déjà donnée ; des indications pour le traitement de la tâche sont également souvent données.

L'étude dans le champ de traitement des équations différentielles relève du seul cadre des mathématiques : elle consiste à procéder par des manipulations (en général des substitutions) pour retrouver l'équation différentielle (connue d'avance) ou alors à vérifier qu'une fonction proposée dans la situation est solution de l'équation différentielle donnée. Quant au traitement proprement dit de l'équation différentielle, c'est-à-dire sa résolution, la tâche de l'élève se réduit à reconnaître le type d'équation et à appliquer la procédure (méthode) vue en cours.

Le contexte choisi (sciences expérimentales) pour la mise en œuvre de la continuité mathéma - tiques-physique, est peu exploité. Ce constat montre que le jeu de cadres de rationalité attendu, dans le but d'une continuité didactique, est réduit, voire inexistant. Ainsi on peut schématiser le traitement habituel, dans les manuels de mathématiques, des situations de modélisation conduisant à une équation différentielle selon le schéma simplifié suivant :

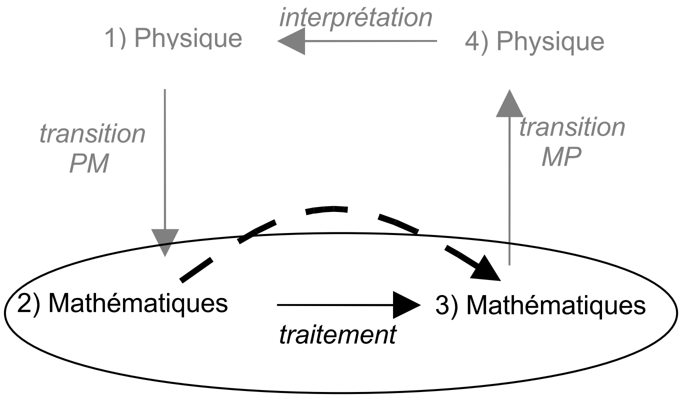


Figure 3 : Schéma simplifié du processus de modélisation des situations de physique dans les manuels de mathématiques

La transition PM est assurée très souvent par l'énoncé. La tâche qui revient à l'élève (flèche en pointillé) est le traitement mathématique du problème (passage 2 -3). De même, dans la plupart des situations analysées, il y a très peu de tâches relatives à la transition MP. De plus, même quand le retour au champ de départ (physique) est envisagé, la manière dont les ques - tions sont formulées n'indique pas toujours de façon explicite le recours au passage 4-1 (phy - sique – physique), c'est-à-dire l'apport d'une réponse physique à la question posée dans ce cadre là.

Dans les manuels de physique, c'est la situation inverse qui apparaît, que l'on peut schématiser par :

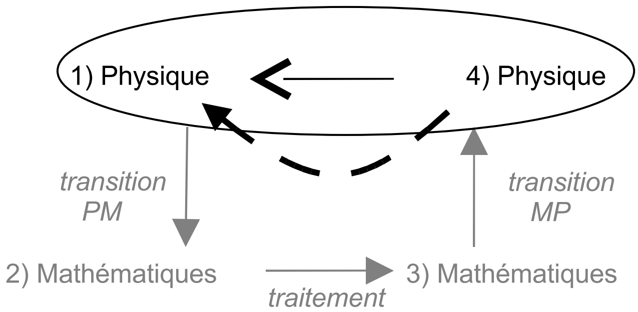


Figure 4 – Schéma simplifié de la modélisation dans les manuels de physique.

Il apparaît clairement que le jeu de cadres de rationalité ne se fait pas sans difficultés. Le cadre mathématique ainsi sollicité ne renvoie pas directement aux connaissances de l'élève en mathématiques, ce qui non seulement ne favorise pas sa compréhension, mais est en rupture avec ce que préconisent les commentaires des programmes sur la relation entre les deux disci - plines.

2. Continuité didactique du point de vue de la praxéologie

Dans cet axe, l'étude des manuels consiste à :

identifier les types des tâches les plus utilisés (types de tâches dominants) dans le cas des situations de modélisation, tout en précisant le domaine de la physique dont ils sont issus (électricité, radioactivité ou mécanique).

caractériser l'organisation mathématique qui émerge dans l'accomplissement des quatre types de tâches de modélisation que nous avons répertoriés et présentés plus haut. Il s'agit d'examiner la ou les technique(s) et technologie(s) utilisée(s) dans ce cas.

Nous ne donnons ci-dessous, compte tenu du volume limité de cet article, qu'une indication du type d'approche utilisée

Types de tâches et présence dans les manuels de physique et de mathématiques

Nous avons dans un premier temps identifié différents types de tâche que l'on trouve dans le programme officiel, les exercices corrigés / exercices-types des manuels scolaires, les sujets de bac, etc. des deux disciplines :

(T1) : déterminer/établir une équation différentielle.
(T2) : résoudre "algébriquement" une équation différentielle.
(T3) : vérifier qu'une fonction donnée est solution d'une équation différentielle.
(T4) : résoudre (numériquement) une équation différentielle
(T5) : déterminer analytiquement une propriété de la solution (temps caractéristique, valeur limite quand t tend vers l'infini, etc.).
(T6) : travailler sur une représentation graphique.
(T7) : calculer une autre grandeur par dérivation.

Ce sont les quatre premiers types de tâches qui apparaissent le plus souvent et, ce dans les manuels des deux disciplines. Dans les manuels de physique, les types de tâches (T2) et (T3) se confondent en un même type. D'autres tâches connexes apparaissent aussi.

Des praxéologies différentes pour un même type de question

Si les types de tâches sont globalement voisins entre physique et mathématiques, nous avons relevé des cas où, sans indications particulières, les praxéologies diffèrent selon qu'on est dans le cadre de rationalité de la physique ou dans celui des mathématiques.

À titre d'exemple, nous détaillons ci-dessous le cas du type de tâches (T5), plus précisément la tâche qui consiste à « déterminer la valeur limite d'une grandeur quand le temps t tend vers l'infini ». En effet, en physique, ce type de tâches apparaît à différents endroits. Lors de l'étude de l'évolution des systèmes mécaniques (chute verticale), dans la partie « activités » du chapitre[7], on fait intervenir souvent la valeur limite de la grandeur vitesse (soit donnée, soit à calculer) en utilisant des données numériques obtenues expérimentalement ou la courbe expérimentale obtenue à partir de ces données. Dans la partie « TD/TP » ou dans les exercices, on demande souvent de calculer la valeur théorique de la vitesse limite (à partir de l'expression d'une équation différentielle) que l'on compare avec la valeur expérimentale. Pourtant, comme nous allons le montrer, les praxéologies relatives au type de tâche (T5) dans les deux disciplines présentent des différences et peuvent être source de difficultés pour les élèves.

7 Dans les manuels de physique, les chapitres sont souvent constitués de quatre principales parties : « activités » qui est une partie à caractère expérimental, « cours », « Travaux dirigées/travaux pratiques », « exercices ».

Voici un extrait du sujet de mathématiques du Baccalauréat 2004 de la série S.

1. On note *v(t)* la vitesse du chariot au temps [...] équation différentielle (F) $v' = -\frac{1}{8}v + \frac{1}{4}$

Résoudre l'équation différentielle (F).

[...]

3. Calculer $V = \lim_{t \to +\infty} v(t)$ (*V* est la valeur limite de la vitesse)

Extrait sujet BAC TS juin 2004 (mathématiques)

Pour répondre à la troisième question, la technique mathématique consiste à utiliser l'expression de la fonction *v* solution de l'équation différentielle obtenue à la question 1), puis à calculer la limite de *v(t)* quand *t* tend vers l'infini. Les calculs des limites ont été introduits en classe de première et complétés en classe de terminale pour certaines fonctions comme l'exponentielle ou le logarithme.

Or, on retrouve des tâches analogues dans des exercices proposés en physique, comme le montre cet extrait de manuel.

4b. La vitesse *v* vérifie l'équation différentielle: $\frac{dv}{dt} = -\frac{f}{m}v + g$

…

6b. En exploitant l'équation différentielle donnée en 4, déterminer l'expression de la vitesse limite puis la calculer.

Extrait d'un exercice ; manuel de physique Microméga 2002 p. 230

Pour déterminer la valeur de la vitesse limite (question 6b), la technique attendue en physique consiste à considérer que l'accélération est nulle : $\frac{dv}{dt} = 0$.

En effet, cela vient (technologie) du fait que, quand la vitesse limite est théoriquement atteinte, le régime de la bille est permanent, c'est-à-dire que son mouvement peut être considéré comme uniforme. La résultante des forces extérieures s'annule.

Ce duo technique/technologie est encore plus exploité dans le domaine de l'électricité. Par exemple, dans le cas de l'étude de l'évolution de l'intensité dans une bobine d'inductance *L* et de résistance *R* (soumise à un échelon de tension), l'équation différentielle qui régit le phénomène est donnée par $\frac{E}{R} = \frac{L}{R}\frac{di}{dt} + i$. Pour trouver la valeur limite de l'intensité du courant en régime permanent, on peut s'appuyer sur le fait qu'en régime permanent, la bobine se comporte comme un conducteur ohmique ; l'intensité du courant qui le traverse étant constant alors $\frac{di}{dt} = 0$.

Les résultats concernant l'étude praxéologique comparée

On voit donc que pour un même type de tâches (T5), il existe dans chaque discipline un duo technique/technologie différents, pour déterminer la valeur limite d'une grandeur dont l'évolution est décrite par une équation différentielle. Les deux disciplines utilisent donc deux organisations praxéologiques différentes pour un même type de tâches et ceci ne fait l'objet d'aucun commentaire, ni dans les programmes ni dans les manuels. Ce vide didactique est symptomatique du cloisonnement disciplinaire. Bien sûr, on ne peut s'empêcher de se demander l'effet sur les difficultés des élèves. De plus, pour un tel type de tâche, que fera le professeur d’une discipline si son élève utilise la technique apprise et validée dans l’autre ? Le pire étant que vraisemblablement le cloisonnement disciplinaire est tel, que ce genre de comportement n’arrive jamais !

Par ailleurs, nous avons constaté dans notre étude des praxéologies, à propos des situations de modélisation, qu’il n’y avait pas nécessairement une mise en relation des techniques ou technologies associant les connaissances mathématiques et les connaissances de physique. Par exemple, dans le cas des types de tâches (T2), (T3) et (T4), leur réalisation relève d’une organisation essentiellement « mathématique » : l’élève doit reconnaitre le type de tâches puis appliquer une technique mathématique. Les praxéologies mixtes ne vivent donc pas dans la réalité de l’enseignement.

3. Place et rôle de la méthode d’Euler dans les manuels

L’introduction de la méthode d’Euler dans les programmes de mathématiques et de physique [8] permet de considérer une nouvelle approche dans le traitement des équations différentielles dans les deux disciplines. Elle permet en mathématiques la construction de courbes approchées de la fonction exponentielle (à partir d’une équation différentielle) et, en physique, d'aborder des cas d’équations différentielles non linéaires. Cette méthode numérique itérative, qui peut être exécutée sur ordinateur ou calculette, prend donc une place importante dans la relation mathématiques/physique, la continuité didactique apparaissant potentiellement à la fois au niveau des fondements de la méthode (discrétisation et approximation affine) et au niveau des outils informatiques utilisés.

Nous rappelons dans le tableau ci-dessous quelques résultats de l’analyse des manuels [9] sur la place et le rôle de la méthode d’Euler.

	Mathématiques	**Physique**
Lieu d’apparition	fonction exponentielle dans la plupart des cas et rarement dans l’étude des équations différentielles	Étude de la chute verticale avec frottements (souvent dans le cas des forces en kv^n)
Place	Très importante pour introduire la fonction exponentielle (activité et cours), mais quasiment nulle dans les exercices	Très importante pour le traitement numérique des équations différentielles de type : $dv/dt = A - Bv^n$
Statut	- méthode de construction de courbes approchées	- méthode numérique de résolution d’une équation différentielle et de construction graphique - outil de validation du modèle (kv^n)
Lien avec l’autre discipline	Aucun (sauf dans 1 manuel sur 7)	Aucun sauf dans un manuel
Outils	papier/crayon, tableur-grapheur, (rarement papier millimétré)	Papier/crayon (rarement), tableur-grapheur
Importance du pas de calcul	souvent explicitée (variation de la valeur du pas et construction dans un même graphique de plusieurs courbes obtenues avec des pas différents)	souvent implicite ; rarement mis en relation avec le temps caractéristique.
Connaissances mathématiques	Approximation affine, suite, dérivée, fonction exponentielle, équation différentielle du premier ordre (rarement)	dérivée (associée à la notion de vitesse ou d’accélération), dérivée symétrique, équation différentielle (linéaires et) non-linéaires.

Tableau comparatif sur la méthode d’Euler en mathématiques et en physique.

8 BO hors-série n°4, 30 août 2001.

9 Il s’agit des mêmes manuels signalés à la page 197

Les manuels scolaires de mathématiques et de physique ont suivi à la lettre les instructions des programmes respectifs de leur discipline. Le tableau comparatif ci-dessus résume les éléments issus de notre analyse.

S'agissant du lien entre le cours de mathématiques et de physique autour de la méthode d'Euler, nous avons constaté que l'introduction de la méthode d'Euler en physique (principe) et sa mise en œuvre ne s'appuient pas sur le cours de mathématiques qui met essentiellement en avant la notion d'approximation affine. Aussi, la présentation du principe de cette méthode dans les deux disciplines en fait ressortir le caractère algorithmique. Mais dans les faits, en physique on donne (dans la plupart des cas) la formule qui doit permettre de réaliser les itérations alors qu'on pourrait la laisser à la charge de l'élève qui sera obligé d'utiliser ses connaissances sur l'approximation affine vue en mathématiques.

S'agissant du statut de la méthode d'Euler, cette méthode est introduite en mathématiques pour permettre la construction de courbes approchées de l'exponentielle. En physique, cependant, nous avons pu constater que cette méthode revêt en fait deux statuts : méthode de résolution numérique d'une équation différentielle et outil de validation de modèle (en l'occurrence des frottements). Les manuels tentent de justifier le recours à la résolution numérique par le fait que la résolution analytique ne permet pas de résoudre certains types d'équations différentielles. À ce sujet, on peut constater un écart sur le vocabulaire : on ne parle de « résolution numérique » qu'en physique et presque jamais en mathématiques[10].

À ce niveau de l'analyse, on est amené à constater que ces enseignements, non seulement s'ignorent, mais conduisent à l'impression *qu'il y a deux méthodes d'Euler différentes !* On s'interroge alors sur la tâche de mise en relation implicitement dévolue à l'élève.

IV Observation des classes

Le traitement numérique des équations différentielles par la méthode d'Euler est l'une des entrées choisies par le GEPS pour la mise en œuvre de la synergie entre les deux disciplines. De plus, des travaux pratiques (TP) sur cette méthode sont prévus dans les deux disciplines. Il nous a donc paru important d'examiner des séquences de travaux pratiques (TP) réalisées dans les deux disciplines sur cette méthode.

Nous avons suivi six enseignants (3 par disciplines) de trois lycées différents. Selon la discipline, nous n'avons pas relevé de différence significative dans la pratique des classes de ces enseignants (relativement au TP sur la méthode d'Euler). Ainsi, nous avons choisi de rapporter ici quelques éléments d'analyse sur les séances de deux enseignants intervenant dans une même classe.

Notre but est de tenter de cerner la place accordée par l'enseignant à l'articulation des deux disciplines, c'est-à-dire à l'évocation de l'autre discipline du point de vue :

- de la praxéologie : analyser les principaux types de tâches apparaissent, avec quel(s) bloc(s) technologico-théorique(s).
- des tâches de transition et d'éléments de rationalité

Analyse des séances de travaux pratiques[11]

10 Où on utilise plutôt « résolution approchée ».

11 Le texte en italique représente une intervention (écrite ou orale) de l'enseignant.

Séance de mathématiques

Cette séance de TP a pour objectif *« construire point par point une fonction f dérivable sur R telle que f'(x) = f(x) et f(0) = 1 »*. Elle s'est déroulée au mois de novembre et a duré 50 minutes. Ce TP s'est fait tôt dans l'année pour des raisons institutionnelles (conformément à la progression suggérée par le programme scolaire) mais aussi, selon l'enseignant, pour répondre à une demande du professeur de physique qui lui a fait part de son besoin de parler à ses élèves de la fonction exponentielle et de la méthode d'Euler pour la résolution numérique des équations différentielles. Le souhait de son collègue était que ces notions soient introduites dans le cours de mathématiques avant qu'elles ne soient abordées en physique.

La séance commence par un rappel d'une notion mathématique servant de pré-requis est fait ; il s'agit de la notion d'approximation affine, déjà vue par les élèves normalement en classe de première :

Rappel :

$f(x_0 + h) = f(x_0) + hf'(x0) + h\,\varepsilon(h)$ *avec* $\varepsilon(h) \to 0$ *quand* $h \to 0$.

L'expression $f(x_0) + hf'(x_0)$ *représente l'approximation affine de f.*

d'où :

$f(x_0 + h) \approx f(x_0) + hf'(x_0)$

$f(x_0 - h) \approx f(x_0) - hf'(x_0)$ *pour h proche de 0*

Après avoir précisé que *h* sera appelé « pas de calcul », l'enseignant fixe une valeur de *h* et demande aux élèves de compléter des calculs ci-dessous (d'abord dans l'environnement papier/crayon ensuite sur un tableur).

Mise en œuvre : $h = 0,5$

Complète par le calcul

$f(0) = 1$

$f(0+0,5) = f(0) + 0,5f'(0) = ...$

$f(0,5 + 0,5) = ...$

$f(0 – 0,5) = ...$

$f(- 0,5 + 0,5) = ...$

La seule valeur exacte de *f* est celle prise en 0 c'est-à-dire 1 ($f(0) = 1$).

L'intervalle d'étude étant [-2 ; 2], les formules donnant $f(x_0 + h)$ et $f(x_0 - h)$ sont traduites en langage du tableur. L'enseignant reproduit au tableau une partie de la feuille Excel en indiquant les formules à utiliser :

« h est dans la cellule A5, $x_0 = 0$ *dans la cellule B5 et f(0) dans la cellule C5. Pour obtenir les valeurs successives des xi on utilise la formule B5 - A5 et B5 + A5 et pour les valeurs approchées* $f(x_i)$*, on utilise les formule C5 - A5*C5 et C5 + A5*C5 ».*

Une explication du lien entre ces deux dernières formules et la formule de l'approximation affine est faite. Ensuite pour obtenir toutes les valeurs (souhaitées), l'enseignant invite ces élèves à utiliser l'outil "recopie de formule" : « … *il suffit alors de "tirer" avec la souris »*. Les valeurs obtenues sont représentées dans un graphique.

L'enseignant demande de recommencer cette fois avec un nouveau pas $h = 0,1$ mais en gardant l'intervalle d'étude [-2 ; 2]. Il fait construire sur la même feuille Excel la table des valeurs et la courbe de la fonction "EXP" intégré dans le logiciel. Il fait remarquer que les deux courbes obtenues (courbe exponentielle et courbe approchée) sont très "proches" (voisines). Dans les commentaires, l'enseignant explique que la fonction dont on vient d'obtenir des valeurs numériques et des courbes approchées est la fonction exponentielle de base e, et sera notée « exp ».

Ce travail peut se résumer en trois grandes étapes :

- une première étape conduisant à construction de la table des valeurs numériques, d'abord sur papier/crayon puis sur un tableur.
- une deuxième étape conduisant à la construction des courbes approchées en faisant varier le pas de calcul. La courbe "EXP" est celle de la fonction exponentielle intégrée dans le logiciel.
- enfin une troisième étape qui consiste à montrer que toutes les courbes construites sont voisines (très proches) et renvoient à une même notion à savoir « la fonction exponentielle ».

Mais on peut toujours se demander en quoi ce travail prépare à une utilisation de la méthode d'Euler en physique.

- Le choix des pas est à la charge de l'enseignant. La deuxième valeur, $h = 0,1$, est un affinement du pas ; le principe sous-jacent est que « plus le pas est petit, meilleure est la précision ». mais on ne dit pas jusqu'où on peut aller dans le raffinement.
- Il n'y a pas de travail sur l'erreur commise en approximant la fonction exponentielle par une suite de valeurs numériques.
- L'utilisation de la méthode d'Euler n'est pas explicitement liée à la résolution numérique d'une équation différentielle (ce qui sera le cas en physique).
- Aucune référence à la physique n'a été faite. Tout le travail se situe dans un contexte intra-mathématique.

Séance de physique

Cette séance a eu lieu en mars 2006 et a duré une heure. Le thème principal est : « Étude d'une chute verticale avec frottements ».

Les objectifs assignés à ce TP par l'enseignant sont :

- Déterminer les paramètres qui influent sur la chute d'un objet dans un fluide.
- Modéliser une force de frottements
- Résoudre une équation différentielle par la méthode d'Euler et utiliser un tableur ».

La première partie de ce TP est une étude qualitative de la chute verticale d'un ensemble de quatre ballons lestés dans le référentiel terrestre « la salle » considéré comme Galiléen. Cette étude doit permettre de caractériser les paramètres dont dépendent l'évolution de la vitesse de la chute, les forces extérieures appliquées au système. La principale notion mathématique qui apparait à ce niveau est la dérivée de la vitesse (pour exprimer l'accélération a) avec la notation différentielle, c'est-à-dire $a=\frac{dv}{dt}$. Cependant aucun lien n'est fait avec le cours de mathématiques.

La deuxième partie (analyse informatique d'un mouvement de chute) correspond à un recueil des données expérimentales en utilisant un enregistrement vidéo. Cette étape conduit à la détermination des positions successives prises par l'objet en mouvement à partir du traitement informatique. Deux logiciels sont utilisés : Aviméca et Excel.

Le logiciel Aviméca permet d'enregistrer, image après image, les coordonnées cartésiennes planes de points d'un objet en mouvement. Pour leur traitement, une exportation de ces données (positions de l'objet en mouvement) se fait vers un tableur-grapheur (Excel, Regressi, …). Le logiciel Excel (choisi ici) permet d'obtenir une valeur de la vitesse v_i correspondant à la position y_i à l'instant t_i en utilisant la formule :

$$V_i=\frac{y_{i+1}-y_{i-1}}{2\Delta t} \text{ avec } \Delta t = t_{i+1} - t_{i-1}$$

L'enseignant demande à ses élèves d'exécuter les consignes du protocole et à partir de l'ensemble des données (t_i ; v_i) obtenues, en déduire une valeur de la vitesse limite est estimée avant de construire la courbe.

Les éléments caractéristiques du mouvement (graphique, vitesse limite …) obtenus dans cette deuxième partie – expérimentale – doivent être confrontés aux résultats théoriques obtenus dans la troisième partie sur la modélisation de la force de frottement. (Quelques difficultés liées à l'utilisation des logiciels sont apparues chez certains élèves au début, notamment sur le choix du repère et sur le pointage).

Concernant la troisième partie (modélisation de la force de frottement), l'objectif est double. Il s'agit de résoudre numériquement une équation différentielle (méthode d'Euler) en utilisant Excel et de modéliser la force de frottement.

L'enseignant propose d'abord de trouver l'expression de l'équation différentielle relative au premier modèle de la force de frottement, en appliquant la deuxième loi de Newton au système :

> *« Vous cherchez l'équation différentielle sous forme* $\frac{dv}{dt}+Av=B$ *tel que* $\frac{dv}{dt}=a$ *; a c'est l'accélération … . Je veux que vous me disiez quelle est la valeur de A et quelle est son unité ; de même pour B ».*

Il rappelle la valeur de B : « *elle est de 6,92 m/s² pour tout le monde* » précise t-il ; ensuite, il fait chercher la valeur de A, en considérant la relation entre la vitesse et l'accélération pour ce système et la vitesse limite V_L obtenue expérimentalement (voir partie 2) :

> *« en considérant l'équation différentielle a + Av = B, si t tend vers l'infini la vitesse augmente et atteint une valeur limite (V_L), mais l'accélération s'annule ».*
>
> Ce qui donne $AV_L = B$ et $A=\frac{B}{V_L}$.

Pour résoudre numériquement l'équation différentielle qui vient d'être obtenue obtenue à l'aide de la méthode d'Euler, l'enseignant rappelle l'importance de la relation $dv/dt \approx \Delta v/\Delta t$:

> *« Lorsque Δt est suffisamment "petit" on peut écrire*
> $v(t + \Delta t) = v(t) + (dv/dt)*\Delta t \approx v(t) + (\Delta v/\Delta t)*\Delta t$ *(...) »*

À partir des valeurs numériques obtenues par Euler, une courbe approchée est construite sur Excel.

Par ailleurs, pour le cas des vitesses qui ne sont pas suffisamment faibles, on considère que le modèle des forces de résistance sont de type $k'v^n$ [12]. Les élèves sont invités à refaire le même travail : recherche de l'équation différentielle associée ($dv/dt = B - Av^n$), construction de la courbe représentative de la solution obtenue par Euler. Le modèle « diverge » si la courbe obtenue (Euler) n'est « proche » de la courbe expérimentale.

- Complexité de la modélisation

L'un des objectifs de ce TP est de trouver le modèle des forces de frottement le plus pertinent. On considère que le modèle choisi est conforme lorsque l'approximation de la courbe théorique obtenue à l'aide de la méthode d'Euler est « proche » de la courbe expérimentale, c'est-à-dire de la représentation graphique (nuage de points) des valeurs expérimentales. On voit là un élargissement du rôle de la méthode d'Euler, si on compare à ce qui se fait dans la classe de mathématiques. La méthode doit, non seulement permettre la construction d'une courbe approchée, mais aussi permettre de décider du choix du modèle des forces de frottement. Cette extension n'est pas sans conséquence ; en effet, la difficulté vient de la superposition de

12 C'est le cas n= 2 qui a été étudié dans les trois classes de physique observées

considérations sur la confrontation mesures-modèle avec la question de la convergence de la méthode de calcul, voire avec une confusion entre le modèle théorique et l'exécution des calculs. L'adéquation du modèle aux mesures suppose que le calcul basé sur le modèle est satisfaisant et que l'ajustement ne porte que sur la valeur des paramètres du modèle et, par ailleurs, lors du test de convergence des calculs (qui doit se faire hors données expérimentales !) il est incorrect de dire que le « modèle diverge » alors que ce ne sont que les approximations de calcul qui sont en cause.

Un autre facteur important qui influence la fiabilité du modèle est le *pas* de résolution de l'équation différentielle. Il aurait fallu laisser les élèves travailler sur la variation du pas de résolution ; sur ce point, l'enseignant nous a affirmé (à la fin de la séance) que, pour des raisons d'économie de temps, il avait déjà testé ce pas de résolution chez lui et pouvait donc se permettre de le proposer à ces élèves.

- Les principales notions mathématiques et le lien avec le cours de mathématiques

– Dérivée numérique

La notion de dérivée numérique n'est pas étudiée dans le programme des mathématiques de terminale S. Elle est souvent utilisée pour fournir une approximation de la dérivée d'une fonction à partir d'un ensemble discret de valeurs. On fait l'hypothèse que l'on obtient de bons résultats sur des données initiales souvent expérimentales (valeurs discrètes) lorsqu'elles sont peu dispersées (peu "bruitées"), à condition qu'elles soient régulièrement espacées et "suffisamment" rapprochées.

On peut déjà constater qu'au cours de ce TP, la formule donnant les valeurs de la vitesse V_i correspondant aux positions y_i à l'instant t_i c'est-à-dire : $V_i = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2\Delta t}$ avec $\Delta t = t_{i+1} - t_{i-1}$

correspond à la formule $$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0+h) - f(x_0-h)}{2h}$$

qui permet d'obtenir une meilleure approximation du nombre dérivé $f'(x_0)$ par rapport à la formule habituellement utilisée dans les classes de première et terminale, à savoir :

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

– Équation différentielle

Deux types d'équations différentielles sont traités au cours de ce TP. Le premier est l'équation linéaire $dv/dt + Av = B$, connue des élèves puisqu'à ce moment de l'année ils l'ont déjà vue en classe de mathématique sous la forme $y' = ay + b$. Le deuxième est l'équation différentielle non linéaire $dv/dt + Cv^2 = B$, obtenue avec le modèle de force de frottement en kv^2. Ce type d'équation n'est pas traité dans le programme de mathématiques de terminale S. Mais le traitement de ces deux types d'équations différentielles ne semblait pas poser de problèmes *a priori*, ni à l'enseignant (qui ne fait pas allusion au programme de mathématiques) ni aux élèves (qui ne posent pas de questions sur ces nouveaux objets).

– Approximation affine

De même, en abordant la résolution numérique des équations différentielles, un certain nombre de formules sont utilisées sans les mettre explicitement en lien avec le cours de mathématiques et sans non plus les justifier.

Par exemple, l'enseignant annonce que « la méthode d'Euler s'appuie sur l'approximation dv/dt ≈ $\Delta v/\Delta t$ ». Les seules explications données sont intra-physique : « le rapport dv/dt représente l'accélération » en indiquant que c'est la « dérivée » de la vitesse.

En plus, l'enseignant n'a pas précisé comment on obtient la relation :

$$v(t + \Delta t) = v(t) + (\mathrm{d}v/\mathrm{d}t)*\Delta t \quad (2).$$

Ce serait pourtant une occasion pour les élèves de voir appliquer l'approximation affine déjà rencontrée en mathématique sous la forme $f(a + h) \approx f(a) + f'(a)h$ (3), où a est un réel d'un intervalle I, h un réel non nul contenu dans un intervalle centré sur 0 et f une fonction dérivable sur I.

Cela pouvait aussi permettre à certains élèves de s'interroger sur le signe « = » dans la relation (1) et à l'enseignant de préciser le sens attribué au caractère « approché » des valeurs numériques obtenues. La relation (1) peut être difficile à comprendre en considérant toute la relation (complète) proposée par l'enseignant :

$$v(t + \Delta t) = v(t) + (\mathrm{d}v/\mathrm{d}t)*\Delta t = v_t + a_n \Delta t \approx v_t + (\Delta v/\Delta t)*\Delta t \quad (4)$$

Si au lieu de dv/dt on avait $\Delta v/\Delta t$, la première égalité aurait bien un sens. En effet, la fonction étant continue et strictement monotone entre t et $t + \Delta t$ (Δt est non nul et considéré comme très petit), on a $\Delta v(t) = v(t+\Delta t) - v(t)$. On peut par la suite arriver à la relation approximative sans nécessairement et explicitement passer par l'approximation affine.

On a : $$v(t +\Delta t) = v(t) + \Delta v(t) = v(t) + \Delta v(t) * (\Delta t/\Delta t) = v(t) + (\Delta v(t)/\Delta t)*\Delta t$$

La relation $(dv/dt)_t \approx \Delta v(t)/\Delta t$ aidant (souvent écrite $dv/dt \approx \Delta v/\Delta t$, pour tout réel t du l'intervalle considéré), on arrive à la formule d'approximation attendue, qui correspond bien à la formule (2) de l'approximation affine :$v(t +\Delta t) \approx v(t) + (dv/dt)_t*\Delta t$ (5)

V Conclusion

Notre étude a porté sur le rôle et la place des équations différentielles dans les programmes de mathématiques et de physique en Terminale S. Le choix résulte de la mise en application de nouveaux programmes en 2002, où mathématiques et physique sont mis en relation forte au niveau de la modélisation de phénomènes par des équations différentielles du premier ordre (qui constituent une nouveauté dans l'enseignement de la physique [13]). Dans le même temps, une autre innovation est mise en place dans les deux disciplines : le traitement numérique approché par la méthode d'Euler, lié pour partie à la volonté d'intégration des technologies dans l'enseignement.

Un tel changement conduit traditionnellement à des difficultés de mise en place, tant par la nouveauté du contenu que par l'intention didactique d'interdisciplinarité qui est affichée. Le jeu des contraintes institutionnelles et celui des habitudes (voire des traditions) des enseignants, imposent une gestion en grande partie indépendante des disciplines, de sorte que les intentions des programmes, confortées par les documents d'accompagnement, ne peuvent conduire à une réelle interdisciplinarité. Nous estimons cependant possible (si ce n'est nécessaire) de mettre en place ce que nous avons appelé une "continuité didactique" entre les mathématiques et la physique.

La modélisation, explicitement mentionnée dans le programme de mathématiques, est par nature l'une des activités principales du physicien. Dans les manuels scolaires, l'activité "modélisation" est effectivement centrale dans les chapitres concernés par les équations différentielles.

13 Paradoxalement, les équations du second ordre ne figurent plus dans les programmes de mathématiques.

Pour la plupart des situations de modélisation traitées en mathématiques, le champ de départ est un domaine de la physique. Cependant l'analyse des transitions entre le champ de départ et le champ de traitement qui correspond donc à des changements de cadre de rationalité, révèle des difficultés tant du point de vue de la formulation des énoncés que de celui de la traduction mathématique de ces énoncés. Le passage du champ de départ au champ de traitement est souvent pris en charge par l'énoncé. Nous avons qualifié de *fausse continuité* l'absence des tâches de transitions, mais aussi le manque de cohérence, du point de vue de la physique, de certaines situations qui apparaissent dans les manuels de mathématiques. Ces résultats viennent confirmer plusieurs études menées auparavant dans ce domaine (Noirfalise 2004, Rogalski 2006, Rodriguez 2007, etc.). Ce sont aussi les problèmes "classiques" liés à l'habillage des problèmes en mathématiques (Dumont, 1980).

De même, dans les manuels de physique, il apparaît clairement que le jeu des cadres de rationalité (mathématiques-physique) ne se fait pas sans difficultés. On y relève aussi parfois une absence de tâche de transition physique-mathématiques ou mathématiques-physique; ce qui laisse augurer l'existence de nombreux implicites, difficilement exploitables par l'enseignant et plus encore par les élèves. Il y a très peu de retours à la confrontation expérimentale et à l'analyse "physique" de la solution de l'équation différentielle, ce qui est dommageable à la compréhension véritable de cette étude. On peut aussi signaler ce manque de cohérence entre les manuels de physique et ceux des mathématiques pour ce qui concerne le cas de la radioactivité : aucun exercice n'est proposé à leur sujet en physique alors que ce domaine a été précisément pris comme exemple par le GEPS de mathématiques.

Du point de vue de l'analyse praxéologique, nous avons pu identifier un certain nombre de tâches qui peuvent se ramener à quelques types. Pour un même type de tâches (par exemple, déterminer la vitesse limite …), on a pu observer différentes techniques : une technique "mathématique" (respectivement "physique") dont les éléments du bloc technologico-théorique sont issus des mathématiques (respectivement de la physique). Cependant l'existence de techniques différentes, mais qui se rapportent à un même type de tâche, ne fait l'objet d'aucun commentaire dans les manuels.

Les observations des classes que nous avons réalisées ainsi que les résultats des entretiens que nous avons eus avec les enseignants, laisser penser que les deux disciplines s'ignorent complètement à ce sujet ; ce qui peut accroître les difficultés des élèves.

Les résultats du questionnaire que nous avons collectés auprès des enseignants des deux disciplines afin de recueillir leur point de vue sur la continuité didactique entre les mathématiques et la physique, nous a permis de constater une réticence des enseignants de mathématiques pour deux principales raisons :

- c'est une approche légitimée en fait par l'autre discipline (on doit le faire parce que les physiciens en ont besoin !)
- difficulté supplémentaire apportée par l'outil informatique, encore peu répandu dans les classes (en particulier dans le domaine de l'analyse)

En physique, ce questionnaire montre que le "succès" de la méthode d'Euler repose sur des arguments essentiellement techniques (intérêt de l'outil informatique, par ailleurs déjà bien implanté dans les activités en physique-chimie[14]).

D'une manière générale, les résultats de cette partie de notre étude confirment les difficultés de « dialogue » entre les enseignants des deux disciplines autour de certains objets de savoirs qui sont étudiés dans une même classe (méthode d'Euler, équation différentielle, approximation, tangente).

14 Cf. *Outils informatiques d'investigation scientifique* , UdP-INRP, 1995

Ainsi, sur la base de notre travail, on peut envisager des prolongements d'ores et déjà sous forme de propositions plus institutionnelles : proposition en direction du ministère d'ajustement des programmes de mathématiques (sur le traitement des équations différentielles et l'introduction de la dérivée symétrique par exemple) et de physique (notamment sur les compétences exigibles en physique) et constitution de documents didactiques à l'attention des enseignants (sur un site internet). L'analyse praxéologique comparative que nous avons faite conduit en effet à des propositions d'exercices "prototypiques" qui explicitent la complémentarité des tâches et techniques dans des situations de modélisation.

Du côté de la formation des enseignants, notre travail montre qu'il y a matière à des formations didactiques "mixtes" mathématiques-physique [15] sur le seul domaine des équations différentielles.

VI Bibliographie

BÂ, C. (2007) : *Etude épistémologique et didactique de l'utilisation du vecteur en mathématiques et en physique – lien entre mouvement de translation et translation mathématique*. Thèse de doctorat (co-tutelle). Université Lyon 1 et Université Cheikh Anta Diop.

BUNGE, M. (1983) : épistémologie. Edition Maloine. (Coll.) Recherches interdisciplinaires. Paris.

CHEVALLARD Y. (1999) : L'analyse des pratiques des enseignants en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*. Édition la pensée sauvage Grenoble

CHEVALLARD, Y. & WOZNIAK, F. (2003) : Enseigner la statistique au secondaire. Entre genre prochain et différence spécifique. In Mercier A., Margolinas C. (Eds) Balises pour la didactique des mathématiques – Cours de la XIIème École d'été de didactique des mathématiques (pp.195-218). Grenoble : La Pensée Sauvage.

KUNTZ, G. (2002) : Equations différentielles : la perte de sens n'est pas sans risque. *Repère n°46* pp.107-114.

LEROUGE, A. (1992) : *Représentation cartésienne, rationalité mathématique et rationalité du quotidien chez des élèves de collège*. Thèse de doctorat. Montpellier : université de Montpellier II

LEROUGE, A. (2000) : la notion de cadre de rationalité à propos de la droite au collège, *Recherches en didactique des mathématiques, vol. 20 n°2,* pp. 171- 208

MALAFOSSE, D. (1999) : *Contribution à la modélisation et à l'analyse des processus de conceptualisation en inter-didactique des mathématiques et de la physique : exemple de la loi d'Ohm*. Thèse de doctorat. Montpellier : université de Montpellier II

MALAFOSSE, D., LEROUGE, A. & & DUSSEAU JC. (2001) : Étude en interdisciplinarité des mathématiques et de la physique de l'acquisition de la loi d'Ohm au collège: changement de cadre de rationalité. *Didaskalia n°18*, pages 61 à 98

MALONGA F., BEAUFILS D. & PARZYSZ B. (2008a). Les équations différentielles du premier ordre en physique en terminale S : le lien avec les mathématiques en question. *Le Bup, vol 102, n° 904*, pp. 647 – 666.

MALONGA F., BEAUFILS D. & PARZYSZ B. (2008b) La méthode d'Euler dans l'enseignement de mathématiques et de physique en terminale S. *Le Bup, vol. 102, n°907*, pp. 1133 – 1152

15 À l'image de la journée de formation continue, organisée par l'équipe de didactique d'Orsay (Université Paris-Sud), à laquelle nous avons participés.

MALONGA F. (2008). *Interactions entre les mathématiques et la physique dans l'enseignement secondaire en France. Cas des équations différentielles du premier ordre.* Thèse de didactique des mathématiques, Université Paris Diderot - Paris 7.

MUNIER, V. & MERLE, H (2007) : Une approche interdisciplinaire mathématique-physique. Du concept d'angle à l'école élémentaire. Recherches en didactique des mathématiques. Vol. 27. n°. 3. p. 349-388.

MIZONY, M. (2006) : Relations entre physique et mathématique : un problème épistémologique. Sous-titre : L'héritage de Poincaré : de l'éther à la modélisation. *Repères, n° 64.* p. 89-111.

NOIREFALISE, R. (2004) : Modélisation et équation différentielle en TS : Utilisation d'un modèle praxéologique pour poser des questions didactiques. Petit x 66, p. 6-17.

PERRENOUD P. (1993) Curriculum : le formel, le réel, le caché. In Houssaye J. (Ed) La pédagogie : une encyclopédie pour aujourd'hui (pp. 61-76). Paris : ESF.

RODRIGUEZ, R. (2007) : Les équations différentielles comme outils de modélisation mathématique en classe de physique et de mathématiques au lycée : une étude de manuels et de processus de modélisation d'élèves en terminale S. Thèse : Université Joseph Fourrier.

ROGALSKI, M (2006) : Mise en équation différentielle et mesure des grandeurs. Un point de vue mathématique sur la collaboration avec la physique. *Repères. Num. 64*. p. 27-48.

SAGLAM, A. (2004) *: Les Équations Différentielles en Mathématiques et en Physique*. Thèse de l'Université Joseph Fourier.

VII Annexes

Annexe 1 : Tableau synoptique sur l'évolution des équations différentielles en mathématiques

Période	**Type d'équations différentielles.**	**Habitat**	**Lien avec la physique**
1960 – 1970	$y' = ay$ $\quad y' = p(x)$ $y'' = p(x)$ $\quad y'' + \omega^2 y = 0$	Equations et inéquations	Quasi- absent
1970 – 1980	$y' = ay$ $\quad y' = p(x)$ $y'' = p(x)$ $\quad y'' + \omega^2 y = 0$ $y'' + ay' + by = f(x)$	Espace vectoriel ; Calcul différentiel et intégral	- Mécanique - Electricité
1980 – 1998	Idem	Calcul différentiel et intégral	- Mécanique - Electricité
1998 – 2002	$y' = ay$ $y'' - \omega^2 y = 0$ $y'' + \omega^2 y = 0$	Calcul différentiel et intégral ; fonctions trigonométriques	Modélisation - électricité - mécanique
Depuis 2002	$y' = ay + b$	-Fonction exponentielle -Suites numériques	Modélisation - radioactivité - électricité - mécanique

Annexe 2 : éléments d'une enquête (extrait du questionnaire) auprès d'enseignants de mathématiques et de physique[16]

Enseignants de mathématiques

- Combien de temps (en heures) consacrez-vous à la méthode d'Euler ?

Pour cette question, 44 enseignants (sur 50) répondent qu'ils traitent la méthode d'Euler, 2 enseignants ne la traitent pas et 6 enseignants n'ont pas répondu à cette question.

Le temps consacré à la méthode d'Euler varie considérablement selon les enseignants. On trouve une durée minimale de 0,5h réalisée par 4 enseignants et un maximum de 6 heures (1 enseignant). Cette disparité semble traduire l'importance accordée à la méthode d'Euler pour introduire la fonction exponentielle ; il y a 25 enseignants (plus de la moitié) qui y passent moins de 2 heures alors qu'il y en a 19 qui y consacrent entre 2 heures et 6 heures. Pour ce qui est des 6 non réponses, on peut supposer que ces enseignants ne traitent pas la méthode d'Euler.

Il apparaît donc que l'enseignement de la méthode d'Euler suscite peu d'enthousiasme chez les professeurs de mathématiques, et ceux qui l'enseignent la considère comme une méthode difficile pour l'élève car elle repose sur une problématique de "l'approché" qui n'est pas enseignée en Terminale : les élèves ont du mal à maîtriser la notion d'approximation affine, sans laquelle la compréhension de la méthode, telle qu'elle s'enseigne, s'avère impossible.

De plus, les remarques des professeurs portent sur la formation aux outils informatiques, sur le peu d'accompagnement (documentations, formation continue, …) et sur l'articulation mathématiques-physique.

- Utilisez-vous des moyens informatiques lorsque vous traitez des équations différentielles ?

La plupart des enseignants interrogés (39) utilisent l'ordinateur. Parmi eux, 13 utilisent en plus la calculatrice. Les exemples d'utilisation des moyens informatisés le plus cité, relativement à l'enseignement des équations différentielles, est la construction d'une courbe approchée pour la fonction exponentielle, ainsi que la visualisation des courbes solutions de l'équation différentielle $y' = ay + b$ en utilisant la méthode d'Euler. Onze enseignants n'ont pas répondu à cette question.

- Les moyens informatisés permettent a priori une nouvelle approche et/ou un nouveau regard sur les équations différentielles. Pensez-vous que ceci constitue plutôt une aide ou plutôt une difficulté supplémentaire : Pour l'enseignant / pour l'élève ?

Trente cinq enseignants répondent que c'est une aide pour les élèves, mais seulement vingt pensent que ces outils constituent une aide pour les enseignants, les raisons étant alors de nature technique (rapidité de traitement qui permet de multiplier des exemples) et didactiques (la superposition des courbes-solutions, représentation de la courbe approchée de la fonction exponentielle). Pour ceux qui considèrent qu'ils constituent une difficulté : 15 réponses pour les enseignants (problème de maîtrise de ces outils, perte de temps) et 5 réponses pour les élèves (pas de pratique courante de ces outils) sachant que par ailleurs 10 enseignants n'ont pas répondu et que 16 réponses relativisent le bénéfice de l'utilisation de ces outils.

Enseignants de physique

- Combien de temps (en heures) consacrez-vous à la méthode d'Euler ?

16 Les questions sont notées en italique.

La plupart des enseignants abordent la méthode d'Euler en cours et/ou en travaux dirigés ou en travaux pratiques, avec une disparité sur le temps consacré. En effet, nous comptons 11 enseignants (sur 50) qui y consacrent moins d'une heure et demi, 19 entre 2 et 4 h, et 6 qui lui accordent plus de 6 heures. Par ailleurs, c'est sous forme de TP ou d'exercices que la majorité d'enseignants consacrent du temps à ce sujet.

- Utilisez-vous des moyens informatiques lorsque vous traitez des équations différentielles ?

Les enseignants interrogés utilisent tous (sauf 1) les outils informatisés. Tous ont accès à l'ordinateur et l'utilisent pour le traitement des équations différentielles. 14 utilisent en plus la calculatrice.

- Les moyens informatisés permettent a priori une nouvelle approche et/ou un nouveau regard sur les équations différentielles. Pensez-vous que ceci constitue plutôt une aide ou plutôt une difficulté supplémentaire : Pour l'enseignant / pour l'élève ?

Pour ce qui concerne l'enseignant, les réponses donnent un résultat "mitigé", les avis étant partagés et 29 réponses disant même que ces outils peuvent être soit une aide, soit une difficulté… Les arguments positifs sont techniques (rapidité sur le traitement des données, multiplication des exemples) et didactiques (superposition des courbes, choix du pas de calcul et validation de modèle), les difficultés signalées étant liées à la maîtrise des outils.

Pour ce qui concerne les élèves, les avis sont plutôt positifs, et les arguments sont du même type que ceux évoqués ci-dessus. Les difficultés évoquées sont là aussi celles liées à une absence de "maîtrise informatique". On peut ici s'étonner de l'absence de considérations quant aux difficultés liées au "traitement numérique" proprement dit.