Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage

espace mathématique francophone
Alger : 10-14 Octobre 2015

QUAND LE MANUEL UNIQUE DEVIENT LA RESSOURCE PRINCIPALE DE L'ENSEIGNANT ![1]

Fadhel ADEL[*]

Résumé – Dans cet article, nous nous basons sur notre travail de thèse (Adel 2014) pour comparer les pratiques de trois enseignants en terminale math en Tunisie sur le chapitre « isométries du plan », en comparant entre eux les scénarios (ensemble des cours et exercices) et les déroulements à partir des enregistrements vidéo de chacun des trois enseignants sur tout le chapitre. La reconstitution préalable du scénario du manuel « unique », à partir de l'étude détaillée de la partie cours et des exercices dans ce manuel, a permis de déterminer à quel point ce scénario a influencé les pratiques des trois enseignants dans sa structure, ses choix, sa façon de « faire fréquenter » aux élèves les mathématiques et même dans le niveau de rigueur qui semble exigé. Des conséquences sur les productions des élèves sont enfin recueillies.

Mots-clefs : manuel, pratiques enseignantes, pratiques induites, activités des élèves, scénario.

Abstract – In this article, we rely on our thesis (Adel 2014) to compare the practices of three teachers in terminal Math in Tunisia on the chapter "Euclidean plane isometrics" comparing between them, scenarios (the whole course and tasks) and workflows from the video recordings of each of the three teachers along the entire chapter. Then the preliminary reconstitution of the scenario of the 'unique' manual, from the detailed study of its Course and Tasks parts, allowed determining how this scenario has influenced the practices of the three teachers in its structure, its choices, its way of attending mathematics and even in its level of rigor required. Some findings about learners' feedbacks are noteworthy.

Keywords: manual, teaching practices, induced practices, student activities, scenario.

L'enseignement en Tunisie propose un manuel unique pour chaque discipline à chaque niveau scolaire y compris en mathématiques. Sans entrer dans les raisons de ce choix qui pourrait être d'ordre économique ou autre, nous avons essayé d'en étudier les conséquences sur les pratiques des enseignants et les apprentissages des élèves. Nous avons essayé entre autre de préciser le statut du manuel de mathématiques chez les enseignants. Cette étude était l'objet de ma thèse (Adel 2014), dans laquelle nous avons étudié le cas de l'enseignement des isométries[2] en terminale Math en Tunisie.

[*] LDAR – Tunisie – afadhel34@yahoo.fr

[1] Je remercie profondément madame Robert A. pour ses conseils et corrections pour affiner ce travail.

[2] Ce choix, qui a été précisé dans la thèse, est dû au fait que cette notion entretient des relations avec plusieurs autres notions dont certaines n'étaient plus objet d'apprentissage, et unifie des exemples d'isométries vus tout au long de la scolarité, ce qui mettra l'accent sur la nécessité de l'intervention de l'enseignant. De plus le niveau des élèves spécialisés en Math choisi permettra de neutraliser, même partiellement, la démotivation des élèves.

Adel F. (2015) Quand le manuel unique devient la ressource principale de l'enseignant ! In Theis L. (Ed.) *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage* – Actes du colloque EMF2015 – GT6, pp. 534-550.

L'analyse des parties cours et exercices du chapitre « isométries » nous a permis de reconstruire le scénario[3] préalable du manuel. Nous avons montré que, a priori, le contenu de ce manuel n'est pas à reproduire intégralement en classe, amenant à penser à des interventions complémentaires de l'enseignant qui l'utilise comme ressource principale (ou *ressource pivot*) (Gueudet & Trouche 2010, p. 68). Ce peut être pour changer la structure ou pour modifier les énoncées des théorèmes ou leurs démonstrations ou pour adapter les contenus pendant les déroulements.

D'autre part, l'étude des pratiques de trois enseignants expérimentés, appartenant à différentes circonscriptions et exerçant dans différents milieux sociaux, montre une certaine conformité de ces trois pratiques entre eux et au scénario du manuel, témoignant de l'existence de ce qu'on pourra appeler « pratique induite par le manuel», ce qui pourrait donner d'une part, l'idée d'utiliser le manuel pour agir sur les pratiques des enseignants et d'autre part l'idée de l'importance des formations sur l'utilisation du manuel ainsi que les autres ressources.

I. CADRE THEORIQUE ET NIVEAUX DE REFERENCES

Pour analyser et comparer le manuel, les pratiques des enseignants, notamment en classe et les activités des élèves, nous avons choisi de nous placer dans le cadrage théorique de la double approche telle qu'elle a été présentée par Robert A. et Rogalski J. (2002).

Ce cadre théorique nous a amené à déterminer « le relief[4]» sur la notion à enseigner, le « scénario envisagé » par les prescripteurs ou « scénario du manuel » ainsi que les scénarios réels des trois enseignants. De plus nous nous en sommes inspirés pour analyser les productions des élèves que nous avons recueillies.

Pour reconstruire le scénario envisagé, nous étions appelés à déterminer « l'état des connaissances visé » (Robert & al. 2012), ou ce que nous pouvons appeler « le degré de conceptualisation visé » par l'enseignement de la notion d'isométrie à ce niveau scolaire et que nous pouvons repérer par :

- La disponibilité[5] des définitions et théorèmes concernant la notion d'isométrie en terminale math exigée par le programme correspondant (caractère objet de la notion d'isométrie).
- La disponibilité des isométries comme outil pour résoudre les exercices et les problèmes qui peuvent êtres traités à ce niveau. Cette possibilité est exprimée en termes d'adaptation des théorèmes et définitions relatifs à la notion d'isométrie.

II. RELIEF SUR LA NOTION

La notion d'isométrie en quatrième année secondaire (classe terminale), a été rencontrée à travers des cas particuliers dans presque tout le programme actuel en Tunisie (celui de 2002), à partir de l'école primaire. La symétrie orthogonale est la première à être étudiée, elle est rencontrée tout au long de la scolarité, ce qui donne une idée sur son rôle prévisible pour l'étude des autres isométries. D'autre part cette première isométrie est rencontrée durant les premières années de scolarité d'une façon qui pourra favoriser l'étude analytique des

[3] Ensemble ordonné des cours et des exercices prévus pour un chapitre ou une séquence.
[4] Désigne les spécificités de la notion : caractérisation mathématique, insertion dans le programme, connaissances antérieures nécessaires, difficultés possibles des élèves…
[5] La possibilité de faire appel à ces connaissances, sans qu'elles soient indiquées, et les utiliser pour résoudre une tâche donnée.

symétries et des isométries en général. Ce point de vue est renforcé par l'introduction dès la deuxième année du collège de la relation entre les coordonnées des points symétriques par rapport aux axes et à l'origine du repère.

Cependant, ce point de vue analytique ne semble pas en adéquation directe avec les habitats ultérieurs occupés par la notion « isométries » et la tendance des programmes actuels, qui s'éloignent de l'analytique. De plus le fait de retarder la première rencontre avec la notion de « translation » jusqu'à la première année du lycée et attendre jusqu'à la deuxième année, pour l'introduire à l'aide des vecteurs, semble plus lié à l'ancienne approche (celle de 1993/1998) et s'intègre moins à l'approche actuelle de l'enseignement des isométries. L'introduction du pliage dans les premières années de scolarité ainsi que de certaines autres isométries à l'aide du mouvement, semble en revanche être mieux adaptée à l'approche actuelle (2007 en terminale). Nous pourrons voir plus loin dans l'analyse de déroulement de séances en classe, la gestion par les enseignants de cette contradiction apparente, et son effet présumé sur l'apprentissage des élèves quant à leur conceptualisation de la notion d'isométrie et leur aptitude à résoudre les problèmes en liaison.

III. SCENARIO DU MANUEL

L'analyse du chapitre « isométries du plan » permet de dégager les choix du manuel et de réfléchir aux marges de manœuvres des enseignants qui utilisent ce manuel. Ces choix du manuel sont caractérisés (Adel 2014) par l'instabilité que ce soit en ce qui concerne la position de l'énoncé d'un théorème par rapport à sa démonstration, ou du langage et des figures utilisés dans les énoncés des théorèmes, ou la nature même des questions. Ces choix sont caractérisés aussi, par une certaine imprécision, des implicites et un certain manque de rigueur et de cohérence. On constate aussi un manque certain de liaison avec les connaissances antérieures.

Ainsi l'énoncé d'un théorème est parfois en double langage mathématique et naturel et dans d'autres cas donné en un seul langage, sans qu'il y ait des raisons explicitées, derrière ce choix. Avec des imprécisions dans l'utilisation des équivalences dans ces énoncés.

La position de la démonstration par rapport à l'énoncé du théorème change d'un paragraphe à l'autre et à l'intérieur d'un même paragraphe, sans qu'on puisse reconstituer des raisons didactiques à cela. Quand elle précède l'énoncé, la démonstration est sous forme d'activité[6] dont l'ouverture des questions varie ; la stratégie de résolution est parfois fournie, parfois pas, sans relation visible avec la complexité de la tâche ; les connaissances nécessaires à la résolution peuvent être supposées disponibles dans certains cas et ne le sont pas dans plusieurs autres ; plusieurs questions posées sont porteuses d'ambigüités et manquent de précision. Et quand elle succède à l'énoncé, la démonstration est fournie donc considérée comme étant bien rédigée et pourrait représenter un modèle pour les élèves. Or ce n'est pas toujours le cas. Nous sommes, dans plusieurs occurrences, en présence de démonstrations incomplètes avec beaucoup d'implicites, des passages ignorés ou négligés et plusieurs adaptations qui ne sont pas suffisamment explicitées. L'utilisation de la figure ne semble pas bien étudiée par exemple la position des axes de symétries est toujours verticale, sans commentaire à ce sujet, ou l'utilisation des figures n'illustre pas le cas générique.

D'autre part, plusieurs notions qui interviennent dans ce cours sur les isométries nécessitent des précisions. La notion d'application en particulier n'est plus objet d'apprentissage et n'est rencontrée qu'à l'occasion des transformations planes ; or plusieurs

[6] Le terme activité est utilisé ici, conformément au manuel, pour désigner un exercice ou tâche mathématique.

propriétés concernant les applications sont présentées dans le cadre des isométries sans aucune précision sur leur validité ailleurs. De plus, plusieurs propriétés sont rencontrées dans les classes antérieures dans des exemples d'isométries, et la seule isométrie nouvelle est la symétrie glissante. Ce facteur n'est pas convenablement exploité vu l'absence de paragraphes de liaison et de phases introductives aidant à dynamiser[7]le scénario du manuel. Nous suggérons qu'il était plus intéressant d'exploiter le caractère généralisateur de l'isométrie en partant de propriétés connues pour passer ensuite à la généralisation.

Pour montrer un exemple de l'étude faite sur tout le chapitre « isométries planes » nous nous limitons ici à une seule séquence de ce chapitre, qui concerne la composée de deux isométries. L'étude *a priori* de cette séquence est résumée dans le tableau suivant :

Contenu du manuel			**Interventions possibles de l'enseignant**
Composée de deux isométries	Connaissances antérieures	**(fcr)**[8] : notion d'application : définition de la composée de deux ou trois applications du plan et associativité de la composée de trois applications du plan.	Les connaissances antérieures concernant la composée de deux rotations ne sont pas exploitées dans ce scénario proposé par le manuel. L'enseignant pourra donc prendre la décision d'insérer dans cette partie des activités concernant ces connaissances antérieures.
	Cours : composée de deux isométries quelconques.	Une **activité** contenant trois questions qui représentent des étapes de la démonstration du **théorème** qui suit.	Une synthèse entre ces trois questions est attendue, d'autre part l'enseignant pourra prendre une décision concernant l'avancement ou non de l'activité ayant pour objet la démonstration par rapport à l'énoncé du théorème correspondant.
	Activités pour appliquer	Il n'y en a pas.	L'enseignant pourra (selon le besoin et la possibilité) proposer un exercice d'application sur la composée de deux isométries connues (deux symétries centrales ou deux rotations ou deux translations…). Il pourra aussi proposer un exercice qui servira à la fois comme introduction au paragraphe suivant et comme application.

Tableau 1 *– Analyse a priori de la séquence*

Il paraît donc bien que la charge est laissée à l'enseignant utilisant ce manuel d'assurer une exploitation des activités et une gestion plus appropriées aux fins d'apprentissages.

Dans la totalité du chapitre, cette « meilleure » exploitation peut être rendue possible par :

- Une meilleure organisation du contenu et l'adoption d'une structure claire et justifiée. Que ce soit dans la position relative des théorèmes et des démonstrations ou dans la forme des textes des énoncés.

- Une meilleure mise en relation du nouveau et des connaissances antérieures, en posant différemment certaines activités et en aidant les élèves à conjecturer et prévoir les résultats, et en utilisant un discours explicatif allant au-delà du texte du manuel. Il est intéressant à ce

[7] Rendre le scénario dynamique par l'organisation des interventions de l'enseignant et des élèves.
[8] (fcr) : désigne une connaissance faussement connue et rappelée.

propos, de vérifier la disponibilité de certaines connaissances utiles aux démonstrations. De plus, la notion d'application pourra être objet d'apprentissage dans un paragraphe introductif à la notion d'isométrie.

- Une concentration sur les démonstrations fournies par le manuel pour combler les lacunes et surmonter les problèmes de rigueur. Sans oublier d'importer le cas échéant d'autres exercices pour appliquer le cours, sans se limiter nécessairement à ceux du manuel.

- Un changement du contrat sur l'usage du manuel, pour éviter l'idée qu'il représente un modèle à suivre. A force la répétition des manques dans plusieurs démonstrations et dans l'exercice résolu proposé, pourrait faire acquérir de mauvaises habitudes aux élèves dans l'argumentation et la rédaction.

Pour les exercices, nous pouvons voir aisément, à partir des analyses détaillées de la partie « exercices » (Adel 2014), qu'un travail de la part de l'enseignant est aussi nécessaire, que ce soit pendant la réalisation des exercices en classe par les élèves, avant le déroulement de la correction en classe ou pendant la correction de ces exercices en classe.

Il s'avère que toutes les parties du cours ne sont pas développées de manière équivalente dans les exercices.

Les analyses montrent aussi l'absence de tâches simples et isolées mais des adaptations qui portent beaucoup plus sur les connaissances antérieures que sur les nouvelles. Du coup ce qui est travaillé pour les nouvelles connaissances c'est plutôt le caractère objet et la mobilisabilité[9].

Le rôle de l'enseignant est avant tout le choix du moment convenable dans le scénario pour intercaler l'exercice, que ce soit avant le nouvel apprentissage pour la mise à jour des connaissances anciennes, ou après le nouvel apprentissage pour mobiliser certains théorèmes ou définitions. De plus, des modifications sur le contenu ou la forme de l'exercice sont nécessaires, dans le but de clarifier le contenu ou le texte ou la stratégie ou pour orienter l'exercice vers le but voulu. D'autres modifications peuvent concerner le rôle de la figure et sa production éventuelle (même partielle).

Le contenu du manuel suggère donc des adaptations de la part de l'enseignant qui l'utilise comme ressource principale, nous allons voir après, la prise en compte de ces adaptations par les enseignants dont les pratiques sont objets de cette étude.

IV. SCENARIOS DES ENSEIGNANTS

Une étude du déroulement en classe pour chacun des trois enseignants sur tout le chapitre nous a permis de déterminer les scénarios de ces trois enseignants. Chaque scénario donne une vue globale sur le déroulement en classe du chapitre « isométries » de point vue de sa structure et des contenus abordés et permet d'accéder aux choix de chaque enseignant en ce qui concerne les activités d'introduction, la gestion globale et le niveau de rigueur exigé dans les démonstrations, les activités pour appliquer et les exercices. Le schéma du scénario donne la structure générale du chapitre tel qu'il a été traité par l'enseignant, avec des couleurs (ici plus ou moins grisé) qui distinguent les parties ; cours (théorèmes, propriétés, corollaires, conséquences, démonstrations et activités pour démontrer) ; applications (activités pour appliquer) et exercices.

[9] Le fait de savoir utiliser des connaissances indiquées.

Comme pour le scénario du manuel, nous nous intéressons d'abord à la séquence ayant pour objet de démontrer que la composée de deux isométries est une isométrie, résultat énoncé sous forme d'un théorème.

1. Contenu mathématique de la séquence

La séquence telle qu'elle est présentée par le manuel, se compose de :

- Un rappel sur la notion d'application :

- Soit f et g deux applications du plan dans lui-même. L'application du plan dans lui-même qui à tout point M du plan associe le point g(f(M)) est appelée la composée de f par g. On la note gof.
- Si f, g et h sont trois applications du plan dans lui-même, (gof)oh=go(foh)=gofoh.

- Une tâche mathématique (appelée activité) :

  Soit f et g deux isométries et M et N deux points. On pose M'=f(M), N'=f(N), M''=g(M') et N''=g(N').
  1. Comparer M'N' et MN puis M''N'' et M'N'.
  2. En déduire que gof est une isométrie
  3. Montrer de la même manière que fog est une isométrie.
- L'énoncé d'un théorème :

  La composée de deux isométries est une isométrie.

Ce contenu mathématique a été traité par les trois enseignants avec quelques différences dans le déroulement, nous présentons ainsi la pratique de chacun des trois enseignants sur cette séquence :

2. Pratiques de l'enseignant 1

C'était la même tâche mathématique que celle du manuel (Activité 1 p. 40), ayant pour but la démonstration que la composée de deux isométries est une isométrie en utilisant la conservation de la distance. Puis le résultat a été énoncé sous forme d'un théorème. La structure de cette séquence pourra donc être schématisée comme suit :

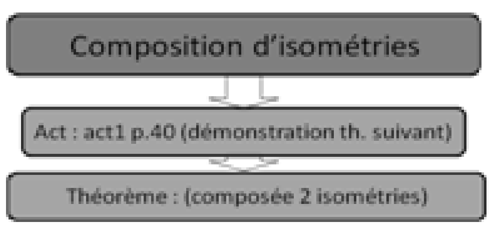


***Figure 1** – Schéma du scénario de la séquence de l'enseignant 1*

Cette séquence s’est déroulée selon la chronologie suivante :

<table>
<tr><th colspan="2">Durée</th><th>Déroulement</th></tr>
<tr><td colspan="2">43’’</td><td>Ecriture du titre du paragraphe et de l’activité mathématique à réaliser : Activité 1 p.40.</td></tr>
<tr><td rowspan="6">9’ 17’’</td><td>23’’</td><td>recherche</td></tr>
<tr><td>1’33’’</td><td>Correction au tableau par un élève : l’élève écrit les données, une élève lui dicte du manuel.</td></tr>
<tr><td>1’56’’</td><td>L’élève écrit au tableau ce qu’il entend concernant la réponse à la première partie de la première question.</td></tr>
<tr><td>1’6’’</td><td>Une période de silence, l’élève efface le tableau suivant pour continuer.</td></tr>
<tr><td>3’6’’</td><td>Résolution de la 2ème partie de la 1ère question de la même façon.</td></tr>
<tr><td>1’13’’</td><td>Résolution de la deuxième question.</td></tr>
<tr><td colspan="2">23’’</td><td>Enoncé du théorème et écriture au tableau par le même élève et sur leurs cahiers par les autres.</td></tr>
<tr><td colspan="2">15’’</td><td>Silence : certains élèves continuent à recopier du tableau.</td></tr>
</table>

***Tableau 2** – Chronologie de l’enseignant 1*

3. *Pratiques de l’enseignant 2*

La tâche mathématique utilisée correspond à l’activité 1 p. 40 du manuel avec quelques simples modifications. Son résultat est énoncé sous forme d’un théorème suivi de conséquences sur la composée d’un nombre fini d’isométries. Ce théorème est suivi d’une activité pour l’appliquer, proposée par le professeur ; il s’agit de montrer que la composée de deux rotations et la composée d’une rotation et d’une translation sont des isométries. Pour finir, l’enseignant propose une remarque concernant l’associativité de la composée des applications du plan : elle existe dans le manuel sous forme de rappel en même temps que la définition de la composée.

Le schéma du scénario de l’enseignant 2 sur cette séquence est donc comme suit :

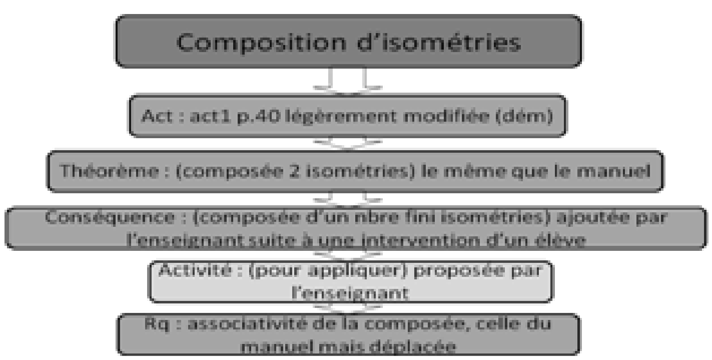


***Figure 2** – Schéma du scénario de la séquence de l’enseignant 2*

Cette séquence a été réalisée selon la chronologie suivante :

Durée		Déroulement
2’49’’		Ecriture du titre et des données au tableau.
8’ 32’’	4’ 01’’	Recherche.
	1’ 02’’	Correction au tableau par un élève de la première question.
	50’’	Correction au tableau par le même élève de la deuxième question.
	58’’	Traitement d’une erreur dans la remarque d’un élève.
	30’’	Comparaison de M’N’ et M’’N’’.
	18’’	Réponse à la deuxième question.
	53’’	Réponse à la troisième question.
1’ 42’’		Enoncé du théorème.
01’		Conséquence.
5’ 33’’	1’ 38’’	Activité pour appliquer.
	2’	Silence.
	1’ 55’’	Réponse à l’activité.
1’ 16’’		Remarque sur l’associativité de la composée.

***Tableau 3** – Chronologie de l’enseignant 2*

4. *Pratiques de l’enseignant 3*

La tâche mathématique adoptée est l’activité 1 p. 40 du manuel. Cette activité a été faite par l’enseignant lui-même au tableau sans sa troisième question et sans aucun rappel sur la composée de deux isométries. L’énoncé du théorème a été cité oralement par l’enseignant puis relis à partir du manuel par une élève.

Le schéma du scénario de l’enseignant 3 sur cette séquence est donc comme suit :

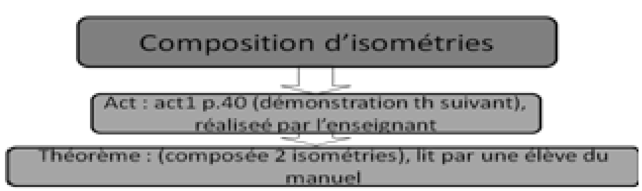


***Figure 3** – Schéma du scénario de la séquence de l’enseignant 3*

La chronologie du déroulement est la suivante :

Durée		**Déroulement**
1’ 48’’		Ecriture du titre du paragraphe et de l’activité mathématique à réaliser : Activité 1 p.40.
2’ 19’’	47’’	Expressions de gof(M) et gof(N).
	1’ 32’’	Réponse par l’enseignant, à la première et la deuxième question.
21’’		Théorème.

Tableau 4 *– Chronologie de l’enseignant 3*

Des résultats analogues au déroulement de la séquence sont trouvés sur tout le chapitre pour chacun des trois enseignants. Ce qui permettra de faire la comparaison de ces pratiques entre eux et de les confronter au scénario du manuel sur tout le chapitre « isométries ».

V. CONFRONTATION DES SCENARIOS

Nous avons procédé par une comparaison à deux niveaux : global et local.

1. Niveau global

La première remarque à tirer à partir d’une première observation est que les trois enseignants ont adopté la même subdivision du chapitre que celui du manuel. Cette similitude est plus nette avec les enseignants 2 et 3. La densité des activités pour appliquer et des exercices, d’après leurs couleurs sont comparables dans tous les schémas avec une légère hausse pour l’enseignant 1. D’après la forme générale des schémas c’est l’enseignant 3 le plus proche du manuel puis c’est l’enseignant 2. C’est donc l’enseignant le plus ancien qui semble le plus lié au manuel ; un résultat surprenant mais pourra trouver des explications dans son « rapport institutionnel » élevé.

D’autre part et d’après les couleurs de la partie cours, l’enseignant 2 semble celui ayant la partie cours la plus dominante, même plus que le manuel. L’enseignant 1 semble celui ayant la partie « activités pour appliquer » dominante. L’enseignant 3 est celui qui donne le plus d’importance aux exercices du manuel.

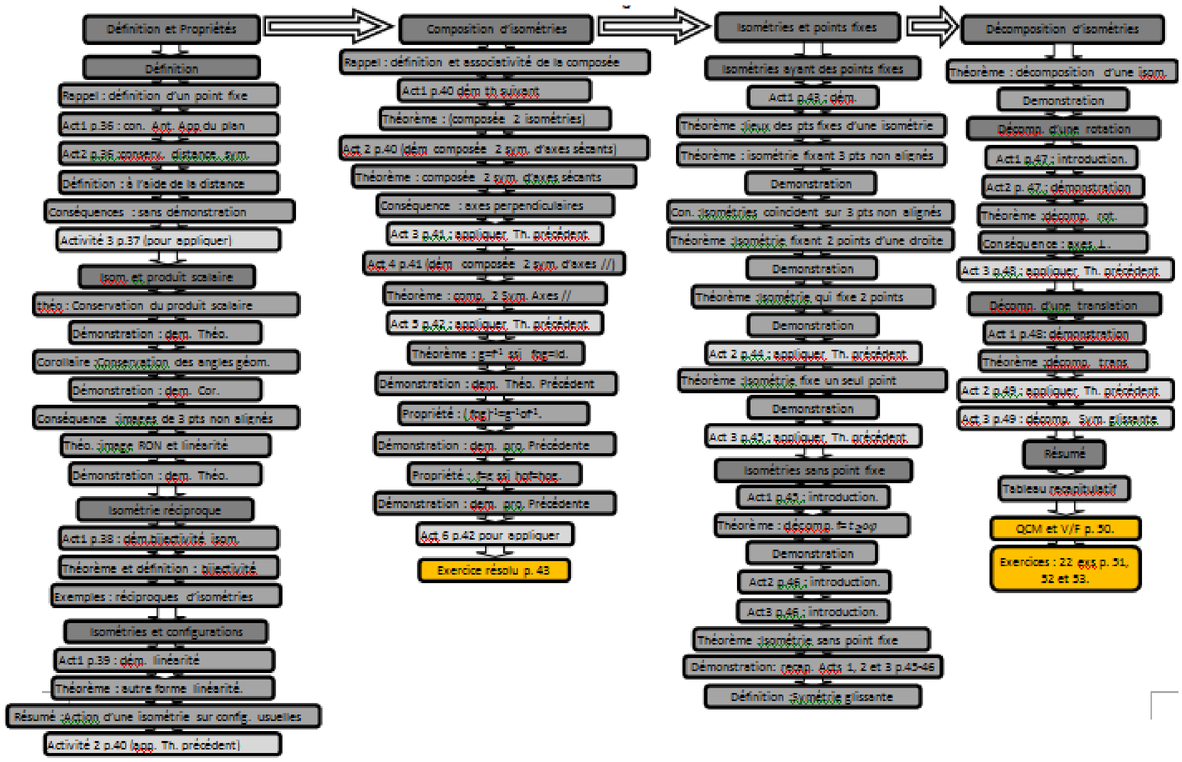


Figure 4.1 – *Schémas du scénario global du manuel*

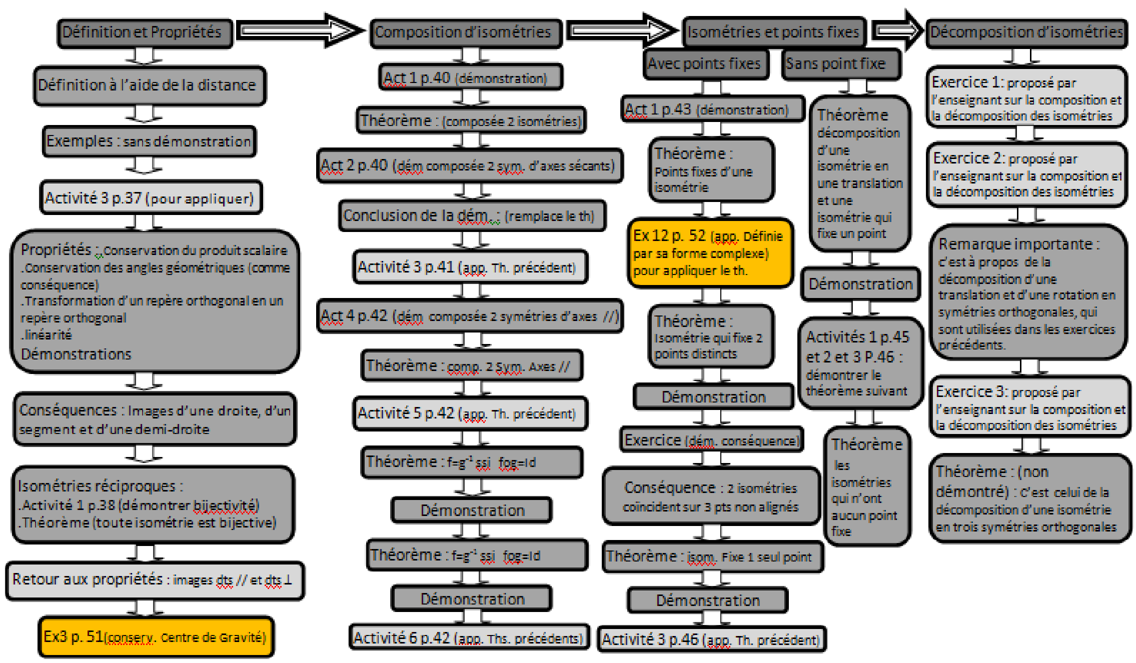


Figure 4.2 – *Schéma du scénario de l'enseignant 1*

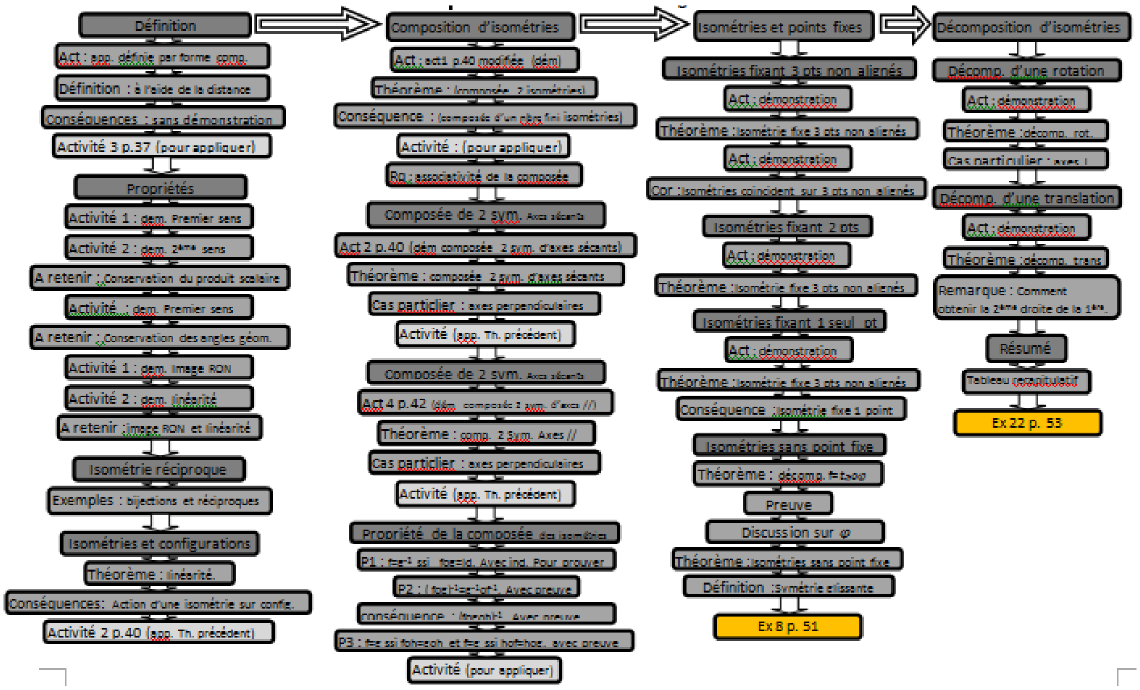


***Figure 4.3** – Schéma du scénario de l'enseignant 2*

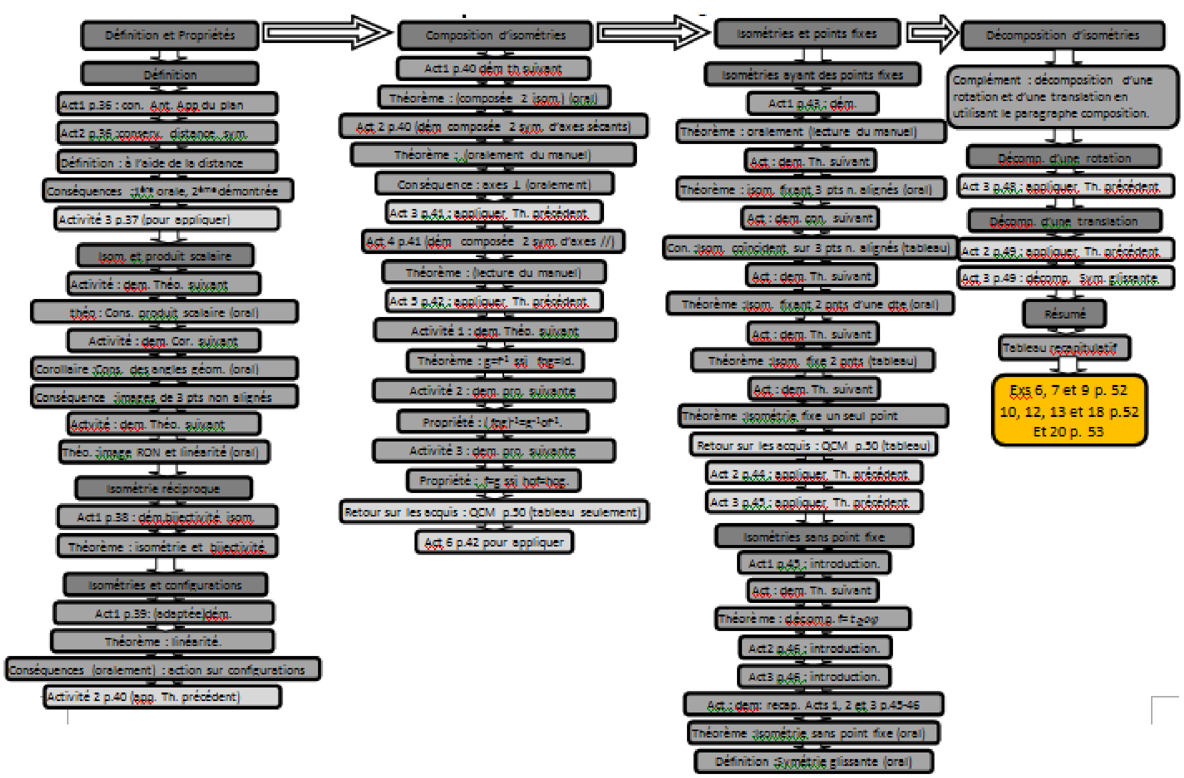


***Figure 4.4** – Schéma du scénario de l'enseignant 3*

La confrontation globale des pratiques des trois enseignants entre eux et au scénario reconstruit du manuel nous permet de conjecturer que le manuel scolaire est pour les trois enseignants le document principal, si ce n'est pas l'unique, pour préparer leurs leçons. En effet ; le schéma général du cours et le contenu mathématique présenté sont celles du manuel. L'action des enseignants sur le scénario du manuel est soit de reprendre ce scénario en le simplifiant par l'élimination de certaines questions ou démonstrations considérées comme difficiles ou même des paragraphes entiers, soit de reproduire d'une façon presque fidèle le contenu du manuel, soit de reprendre le contenu du manuel en l'enrichissant par des rappels ou des remarques ou des conclusions.

2. *Niveau local*

L'analyse des déroulements nous a permis de voir la dominance de l'enseignant, dans les trois cas, au dépend des activités des élèves. Cependant quelques variabilités se présentent dans le déroulement en ce qui concerne le temps de recherche accordé aux élèves et le temps accordé à la résolution de chaque activité mathématique. Concernant l'importance accordée à la partie cours, l'enseignant (E2) donne 55% de la durée totale de la séquence pour les activités à démontrer. Pour les autres enseignants l'importance est donnée à l'application avec 49% pour l'enseignant (E1) et 50% pour l'enseignant (E3). Cette catégorisation est compatible avec l'existence de deux points de vue parmi les enseignants : l'un donne le prima à la partie cours « point de vue cours » et le second point de vue considère que le but essentiel de l'apprentissage c'est pouvoir résoudre des exercices « point de vue exercices ».

Nous regardons dans la suite, dans les pratiques de chacune des deux catégories, les interactions avec le manuel pour le contenu de la séquence.

- Pour les connaissances antérieures : nous avons trouvé dans le déroulement, l'absence de la liaison avec les connaissances antérieures et que la notion d'application est une notion (fcnr)[10] pour les deux points de vue.
- Pour la première activité pour démontrer : nous avons trouvé, dans le déroulement que les interventions attendues sont réalisées partiellement par le « point de vue cours » mais d'une façon qui ne répond pas à la rigueur attendue. Le « point de vue exercices » semble plus conservateur que le premier point de vue mais le déroulement est presque pareil et ne tient pas compte des points de rigueur nécessaires.
- Pour le premier théorème : l'étude du déroulement a donné que l'enseignant (E2) tient à écrire lui même l'énoncé du théorème en tenant compte de la rédaction et de l'encadrement spécifique du résultat. De plus il n'a pas de souci pour aller plus loin que le théorème (ajouter une conséquence suite à l'intervention d'un élève) sans toucher à la forme du théorème proposée par le manuel. Les deux autres enseignants ont tiré eux mêmes le théorème de l'activité, et si le premier l'a dicté à un élève pour l'écrire au tableau le second s'est contenté de la lecture du manuel.
- Pour l'activité d'application : dans le déroulement effectif l'enseignant (E2) voyait peut être, la nécessité de donner une application même banale tout en cherchant des raisons pour légitimer ce choix.

[10] (fcnr) : désigne une connaissance faussement connue non rappelée.

3. Conclusion de la confrontation

Dans ce qui précède nous avons procédé à une comparaison des trois pratiques avec le manuel et entre eux en commençant du global au local et du mois fine au plus fine. Les différentes études se complètent entre eux et nous permettent de faire des catégorisations des enseignants à partir des régularités et des variabilités des enseignants observés. Chaque catégorie engendre un type de pratiques qui représente une certaine cohérence.

D'abord, et par rapport à la conformité au manuel, nous pouvons distinguer trois types de conformités : **une conformité conservatrice**, caractérisée par une fidélité remarquable au scénario du manuel qui représente un document indispensable en classe, pour l'enseignant et pour l'élève, il contient même une partie du cours (les théorèmes et les définitions dans le cas de (E3)). Ce choix n'est pas sans risque sur la rigueur et la cohérence des mathématiques fréquentées et l'apprentissage potentiel des élèves. Il y a ensuite une deuxième catégorie qui est la **conformité réductrice**, s'intéresse à la facilité et la simplicité du contenu présenté pour garantir un certain niveau d'interaction des élèves au dépend de la rigueur et de la cohérence du contenu présenté et sans déclencher un vrai apprentissage chez les élèves. Le but me semble-t-il, de cette pratique, est de garantir des connaissances minimales permettant d'aborder les exercices. La troisième conformité est **la conformité enrichissante**, caractérisée par une reproduction du contenu et la structure du manuel mais avec un enrichissement permanant des activités et quelques adaptations de ce contenu aux besoins didactiques et mathématiques. Cet enrichissement permet de combler certains problèmes de rigueur ou de cohérence.

D'autre part, l'étude du déroulement effectif, nous permet de distinguer une autre catégorisation par rapport à la gestion des activités, la chronologie et l'importance accordée au texte mathématique. Nous pouvons distinguer deux points vues l'une focalise sur le cours que nous appelons : « **point de vue cours** » et l'autre focalise sur les exercices, que nous appelons : « **point de vue exercices** ».

L'étude des pratiques, précédente, a éventuellement répondu à des questions sur la nature des pratiques se basant sur un document principal qui est le manuel unique. Mais d'autres questions pourront émerger sur les éventuelles variations de ces pratiques en présence d'autres manuels ou en présence d'un document d'accompagnement de ce manuel ou même en absence total de manuels.

VI. PRODUCTIONS DES ELEVES

Pour nous donner une idée sur les productions des élèves nous avons passé un test après enseignement de la notion d'isométries, à l'aide du quel nous allons essayer d'évaluer (ou au moins d'apprécier) dans les productions des élèves les points suivants :

- La disponibilité des théorèmes et définitions qui se rapportent à la notion d'application (et bijection).
- La disponibilité des connaissances antérieures (supposées acquises dans les années antérieures).
- La disponibilité des théorèmes et définitions liés à la notion d'isométrie et qui sont objets d'apprentissage en terminale Math.
- La prise en compte des cas particuliers.
- Le rôle accordé à la figure.
- L'importance donnée à la rigueur mathématique dans la rédaction des solutions.

- L'aptitude à faire des changements de points de vue pour résoudre un exercice.
- L'aptitude à faire des adaptations en termes d'introduction d'intermédiaires (introduction d'un point notamment).
- Le rapport à l'analytique.
- L'aptitude à considérer une isométrie comme un élément de l'ensemble des applications du plan.
- L'aptitude à exploiter des questions antérieures dans un même exercice.
- Les conceptions sur l'égalité vectorielle.

D'autre part on a demandé à chaque enseignant de corriger les copies de ses élèves pour essayer de relever son point de vue concernant leurs productions. (Voir annexe)

Après l'analyse des productions des élèves lors de la résolution du test ainsi que des points de vue de leurs enseignants et après l'étude des résultats obtenus par rapport aux objectifs visés pendant la préparation de ce test, nous pouvons signaler les points suivants :

- En général l'enseignant n'accorde pas d'importance aux cas particuliers et les élèves, eux aussi, se limitent généralement au cas de figure qu'ils ont à disposition ; cette pratique est renforcée par l'appréciation de la part des enseignants de ce type de réponses. De plus certaines techniques utilisées par les élèves et acceptées par les enseignants ont des portées limitées aux cas de figures dessinés (théorème des milieux pour un triangle).
- Plusieurs élèves réussissent à mobiliser certaines connaissances antérieures, cependant une grande difficulté est observée dans la mise en relation de l'ancien (déjà là) et du nouveau, surtout en ce qui concerne l'exploitation des connaissances anciennes sur les isométries particulières (translations, symétries et rotations) dans le contexte des isométries générales. Ce cloisonnement ancien/nouveau pourrait être rapproché de la façon dont la notion d'isométrie a été introduite, dans le manuel et en cours.
- Les notions d'application et de bijection représentent un problème non seulement chez les élèves mais aussi chez les enseignants. Ce qui entraine une difficulté de mobilisation des connaissances en relation avec ces notions et aussi une difficulté à placer les isométries dans l'ensemble des applications du plan. Le point de vue du programme et du manuel envers ces notions (qui ne sont pas considérées des objets d'apprentissages alors même qu'elles doivent être utilisées) nous parait à revoir.
- Les élèves réussissent généralement les tâches simples et isolées mais ils montrent des difficultés dans les exercices qui nécessitent des adaptations comme « l'introduction d'un changement de point de vue », « l'utilisation des questions précédentes et l'élaboration d'un raisonnement avec des étapes», ou encore « l'introduction d'un intermédiaire ».
- Certaines réponses acceptées par les enseignants sont des réponses intuitives, incomplètes, qui ne se basent sur aucune justification rigoureuse. Tout se passe souvent comme si le fait de retrouver (reconnaître) le théorème ou la propriété à utiliser soit une fin en soi pour l'enseignant.

En fin, on retrouve dans les productions des élèves ce qui correspond aux observations et remarques faites lors de l'étude des pratiques enseignantes : notamment sur le manque de relation entre ancien et nouveau, le manque de connaissances précises sur la notion d'application et le manque de rigueur dans certaines rédactions. Toutes ces insuffisances dans les productions des élèves peuvent trouver leurs origines dans le manuel, qui d'une certaine manière conforte et renforce les pratiques enseignantes, et qui est ainsi à son tour renforcé par elles aux yeux des élèves.

VII. CONCLUSION

L'étude précédente montre du premier abord, l'existence d'un document privilégié par chaque enseignant, qui est le manuel unique dans notre cas, à partir duquel il conçoit son cours. Ce résultat rejoint l'idée de l'existence « d'un document d'attachement » (Margoloinas & Wozniak 2009). L'étude montre aussi que ce manuel, par la façon dont il est présenté ne peut pas être reproduit par l'enseignant en classe et que son utilisation nécessite des adaptations et plusieurs interventions de la part de cet enseignant.

Du second abord, nous voyons une certaine conformité des pratiques des trois enseignants ce qui pourrait nous amener, d'un coté, à une certaine possibilité d'unification des pratiques avec des conséquences possibles de stabilité ou même de stéréotypie. D'un autre coté, nous pouvons parler d'une possibilité de changement des pratiques, ou de leur orientation, à travers le manuel rejoignant une idée de Niclot (2003).

C'est ainsi que l'utilisation d'un manuel unique pourrait être une arme à double-tranchant ; en effet elle pourra servir à l'orientation des pratiques des enseignants et même des productions des élèves vers les choix des prescripteurs à condition que ce manuel soit bien structuré, que ses démonstrations soient bien rédigées et que ses exercices soient bien ciblés avec la présence d'un document d'accompagnement lui servant comme guide ; cependant ce chemin n'est pas sans risque, compte tenue de la tendance naturelle des enseignants vers la stabilité dans leurs pratiques, qui pourrait être favorisée par l'unicité du manuel.

Dans tous les cas, il paraît que la formation des enseignants à l'utilisation du (ou des) manuel(s) ou toute autre ressource, reste l'indispensable que nous devons en penser la forme, les outils et les moyens.

REFERENCES

Adel F. (2014) *Enseigner les isométries en terminale math en Tunisie : une étude comparée du manuel officiel et de pratiques d'enseignants en classe-régularités et conséquences.* Thèse de doctorat. Paris : Université Paris Diderot.

Gueudet G., Trouche L. (Eds.) (2010) *Ressources vives : Le travail documentaire des professeurs en mathématiques.* Rennes : INRP.

Margolinas C., Wozniak F. (2009) Usage des manuels dans le travail de l'enseignant à l'école primaire. *Revue des sciences de l'éducation* 35(2), 59-82.

Niclot D. (2003) *Et si les manuels scolaires étaient, par défaut, un outil de professionnalisation des enseignants ?* In Baillat G., Martin P-A. (Eds.) *Vers quelle professionnalité enseignante en France et au Québec ? Collect. Actes et Rapports pour la recherche.* Reims : CRDP.

Robert A., Rogalski J. (2002) Le système complexe stable et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *La revue canadienne de l'enseignement des sciences mathématiques et technologiques* (2/4), 505-528.

Robert A. (2007) Stabilité des pratiques enseignantes de mathématiques (second degré) : une hypothèse des inférences en formation. *Recherches en didactique des mathématiques* (27/3), 271-312.

Robert A. *et al.* (Eds.) (2012) *Une caméra au fond de la classe de mathématiques.* Besançon : PUFC.

MANUELS SCOLAIRES

Smida H. et al. (Eds.) (2007) *Mathématiques (Tome 2). 3ème année de l'enseignement secondaire. Math.* Tunis : CNP. (Code 222 344).

Smida H. et al. (Eds.) (2007) *Mathématiques (Tome 2). 4ème année de l'enseignement secondaire. Math.* Tunis : CNP. (Code 222 443).

PROGRAMMES

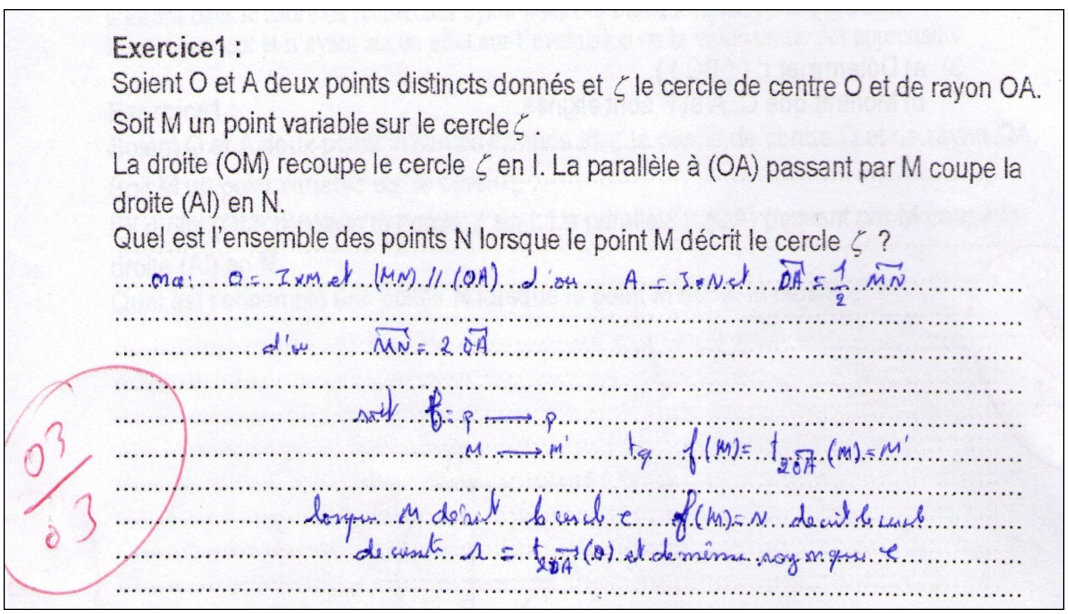
Programmes de mathématiques, 1ères et 2èmes années secondaires. Direction Générale des programmes et de la formation continue. Tunis. (2005).

Programmes de mathématiques, 3ère et 4ème années secondaires. Direction Générale des programmes et de la formation continue. Tunis. (2006a).

Programmes de mathématiques, étape préparatoire de l'enseignement de base. Direction Générale des programmes et de la formation continue. Tunis. (2006b).

ANNEXE

Le test composé de quatre exercices, a été présenté sous forme de quatre pages laissant la place à la réponse des élèves. Nous mettons en annexe l'exercice1 de ce test avec les réponses correspondantes de deux élèves ayant différents enseignants. Nous précisons que chaque enseignant est libre dans le choix du barème et que la note accordée dans les deux cas suivants est maximale.



Exercice1 :

Soient O et A deux points distincts donnés et ζ le cercle de centre O et de rayon OA.

Soit M un point variable sur le cercle ζ.

La droite (OM) recoupe le cercle ζ en I. La parallèle à (OA) passant par M coupe la droite (AI) en N.

Quel est l'ensemble des points N lorsque le point M décrit le cercle ζ ?

ona : O = I*M et (MN) // (OA) d'ou A = I*N et $\vec{OA} = \frac{1}{2}\vec{MN}$

d'ou $\vec{MN} = 2\vec{OA}$

soit $f : P \longrightarrow P$

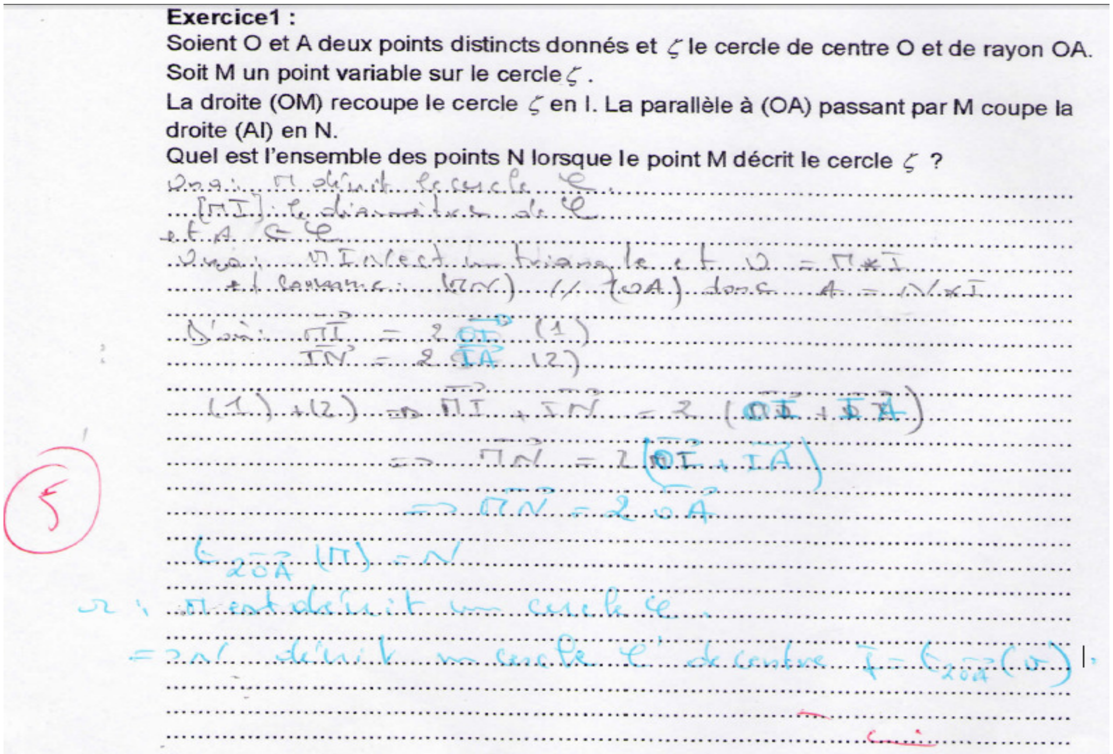
$M \longrightarrow M'$ tq $f(M) = t_{2\vec{OA}}(M) = M'$

lorsque M décrit le cercle ζ $f(M) = N$ décrit le cercle

de centre $\Omega = t_{2\vec{OA}}(O)$ et de même rayon que ζ

03/03

Figure 5.1 *– Exemple de réponse d'un élève à l'exercice 1 du test corrigé par son enseignant*



Exercice1 :
Soient O et A deux points distincts donnés et ζ le cercle de centre O et de rayon OA.
Soit M un point variable sur le cercle ζ.
La droite (OM) recoupe le cercle ζ en I. La parallèle à (OA) passant par M coupe la droite (AI) en N.
Quel est l'ensemble des points N lorsque le point M décrit le cercle ζ ?

Dma : M décrit le cercle $\mathcal{C}$.
[MI] le diamètre de $\mathcal{C}$
et $A \in \mathcal{C}$
Dma : MIN est un triangle et $O = M * I$
et comme $(MN) // (OA)$ donc $A = N * I$
D'où : $\overrightarrow{MI} = 2\overrightarrow{OI}$ (1)
$\overrightarrow{IN} = 2\overrightarrow{IA}$ (2)
(1)+(2) $\Rightarrow \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IN} = 2(\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{IA})$
$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = 2(\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{IA})$
$\Rightarrow \overrightarrow{MN} = 2\overrightarrow{OA}$
$t_{2\overrightarrow{OA}}(M) = N$
or : M est décrit un cercle $\mathcal{C}$
$\Rightarrow$ N décrit un cercle $\mathcal{C}'$ de centre $J = t_{2\overrightarrow{OA}}(O)$

5

Figure 5.2 *– Exemple de réponse d'un élève à l'exercice1 du test corrigé par son enseignant*