INITIER LES ETUDIANTS A LA DISTINCTION ENTRE VERITE DANS UNE INTERPRETATION ET VALIDITE LOGIQUE EN S'APPUYANT SUR LA THEORIE DU SYLLOGISME FORMEL D'ARISTOTE

Viviane DURAND-GUERRIER
Université de Montpellier, Place Eugène Bataillon, 34000 Montpellier, France
Institut Montpelliérain Alexander Grothendieck, UMR CNRS UM 5149
viviane.durand-guerrier@umontpellier.fr

RESUME

Dans cette communication, je présenterai tout d'abord brièvement les éléments permettant de soutenir la thèse selon laquelle les principaux concepts fondamentaux de la sémantique logique sont déjà présents chez Aristote. Dans une deuxième partie, je présenterai les éléments consacrés à la théorie du syllogisme formel d'Aristote dans le cadre d'un module intitulé « Analyse logique des énoncés et des raisonnements mathématiques - Aspects épistémologique et didactique » proposé de 1994 à 2007 à des étudiants de licence et repris pour partie et adapté dans le cadre d'un module d'épistémologie en 2012-2013 à partir d'extraits des livres II (*De l'Interprétation*) et III (les *Premiers analytiques*) de l'*Organo*n.

1 Introduction

La distinction entre vérité dans une interprétation et validité logique est un enjeu crucial pour l'apprentissage de la preuve et du raisonnement (Durand-Guerrier, 2008). Dans le *Tractatus logico philosophicus*, Wittgenstein (1921) élabore une version sémantique du calcul des propositions et clarifie cette distinction en introduisant la notion de tautologie. Pour le calcul des prédicats du premier ordre qui prend en compte les notions de variables, de propriétés, de relations et de quantification, il faut attendre les travaux de Tarski (1936) pour une définition des notions de conséquence logique et de validité universelle d'un point de vue sémantique. Les résultats de recherche en didactique des mathématiques montrent que la plupart des étudiants et des enseignants sont trop peu familiers avec les concepts de la logique du premier ordre pour aborder avec profit ces questions. Ceci m'a conduit à proposer dans différentes formations une approche de cette distinction en appui sur la théorie du syllogisme formel d'Aristote. En effet, bien que l'on ait souvent reproché à juste titre au système formel d'Aristote d'être trop pauvre pour les besoins logiques de l'activité mathématique, de nombreux logiciens contemporain (Largeault, 1972) soulignent le fait que ses intuitions géniales lui ont permis de construire un système formel appuyé sur les concepts fondamentaux de la moderne sémantique logique, comme nous allons le montrer dans ce qui suit. Dans une première partie je présente brièvement les éléments permettant de dire qu'Aristote est un précurseur de la sémantique logique contemporaine. Dans la deuxième partie je présente l'usage de la théorie du syllogisme comme première rencontre avec les concepts fondamentaux de la sémantique logique.

2 Aristote précurseur de la sémantique logique contemporaine

La logique aristotélicienne nous est connue par le traité de l'*Organon*, qui peut se traduire par Instrument. Pour Aristote la logique est un outil pour distinguer entre les raisonnements concluants (nous dirions valides aujourd'hui) et ceux qui ne le sont pas. C'est ce qu'il développe dans les *Premiers Analytiques* qui constitue le livre III de l'*Organon*. Auparavant, dans le livre II, intitulé de l'Interprétation, il met en place les catégories logiques qu'il mobilisera dans le livre III[1].

2.1 Catégories logiques, quantification et modalités d'opposition

Aristote introduit la distinction entre *termes singuliers* et *termes universels :*

> Puisqu'il y a des choses universelles et des choses singulières (j'appelle universel ce dont la nature est d'être affirmée de plusieurs sujets et singulier ce qui ne le peut: exemple homme est un terme universel et Callias un terme singulier) nécessairement la proposition que telle chose appartient ou n'appartient à un sujet s'applique tantôt à un universel, tantôt à un singulier.

Cette distinction est essentielle pour la suite de son propos ; il va en effet s'en servir pour proposer une classification des énoncés de la langue naturelle. Il propose quatre catégories d'énoncés prenant en compte les formes affirmatives et négatives: 1/ les énoncés singuliers, affirmatif ou négatifs : « Socrate est blanc » - « Socrate n'est pas blanc » ; 2/ les énoncés universels pris universellement : « tout homme est blanc » - « nul homme n'est blanc » ; 3/ les énoncés universels non pris universellement : « quelque homme est blanc » - « quelque homme n'est pas blanc » ; 4/ les énoncés indéfinis : « L'homme est blanc » – « l'homme n'est pas blanc ».

Dans les énoncés précédents, il y a des formes affirmatives et des formes négatives ; pour autant, pour ce qui concerne les énoncés portant sur des universels ces formes syntaxiques ne correspondent pas nécessairement à la négation conçue comme un opérateur échangeant les valeurs de vérité. Rappelons que pour Aristote, ce sont les énoncés qui portent le vrai ou le faux : « dire de l'être qu'il est et dire du non-être qu'il n'est pas, c'est le vrai » (*Métaphysique*, G, 7, 111b)

Aristote appelle contradiction cette modalité d'opposition pour laquelle il faut faire porter la négation sur le terme universel et changer la quantité, comme dans les exemples : « Tout homme est blanc / Quelque homme n'est pas blanc » et « Nul homme n'est blanc / Quelque homme est blanc ». Pour ces deux paires d'énoncés, comme pour la paire « Socrate est blanc / Socrate n'est pas blanc », Aristote souligne que nécessairement l'une est vraie et l'autre fausse, ce qui n'est pas le cas pour les deux autres paires. La paire « Tout homme est blanc / Tout homme n'est pas blanc » est une paire de contraires : les deux énoncés peuvent être tous les deux faux ; tandis que la paire « Quelque homme est blanc / Quelque homme

[1] Dans ce texte, j'utilise la traduction de Jean Tricot publiée aux éditions Vrin (nouvelle édition 1989-1992).

n'est pas blanc » ne correspond pas à une opposition car les deux énoncés peuvent être simultanément vrais.

Cette étude sur les modalités d'opposition pour les énoncés comportant une quantification est tout à fait éclairante, et met en valeur un aspect essentiel de la négation qui dans une langue donnée doit articuler des critères syntaxiques et des critères sémantiques. Au début du 20ème siècle, Russell (1903) écrit que l'erreur consistant à croire que la négation d'un énoncé universel de la forme « Pour tout x, $P(x)$ » est l'énoncé « Pour tout x, non $P(x)$ » est facile à commettre (p. 241). Il pourrait encore l'écrire aujourd'hui. En ce qui concerne le français, ceci est renforcé par le fait que selon la norme linguistique la négation d'un énoncé de la forme « Tous les A sont B » est l'énoncé « Tous les A ne sont pas B »[2].

2.2 Vérité et validité dans la théorie du syllogisme formel

Dans les *Premiers Analytiques*, Aristote s'intéresse aux syllogismes démonstratifs. Il commence par définir ce qu'il appelle « prémisse » pour le syllogisme démonstratif, en reprenant les types d'énoncés introduits au livre II, ainsi que ce qu'il appelle « terme » :

> La prémisse est le discours qui affirme ou nie quelque chose de quelque chose, et ce discours est soit universel, soit particulier, soit indéfini. (I,1 , 24a, 20)
>
> J'appelle terme ce en quoi se résout la prémisse, savoir le prédicat et le sujet dont il est affirmé, soit que l'être s'y ajoute, soit que le non-être en soit séparé. (I-1, 24b, 15)

Ceci étant posé, il définit le syllogisme

> Le syllogisme est un discours dans lequel, certaines choses étant posées, quelque chose d'autre que ces données en résulte nécessairement par le seul fait de ces données.[...] J'appelle syllogisme parfait celui qui n'a besoin de rien autre chose que ce qui est posé dans les prémisses, pour que la nécessité de la conclusion soit évidente; et syllogisme imparfait celui qui a besoin d'une ou plusieurs choses, lesquelles il est vrai résultent nécessairement des termes posés, mais ne sont pas explicitement énoncées dans les prémisses. (I-1, 24b, 20)

Les syllogismes parfaits sont les syllogismes concluants de la première figure qui est caractérisée par le fait que le moyen terme est successivement sujet et prédicat :

> Si A est affirmé de tout B, et B de tout C, nécessairement A est affirmé de tout C
>
> Si A n'est affirmé de nul B et si B est affirmé de tout C, il en résultera que A n'appartiendra à nul C.
>
> Si A est affirmé de tout B et si B est affirmé de quelque C, nécessairement A est affirmé de quelque C.
>
> Si A n'est affirmé de nul B et si B est affirmé de quelque C, nécessairement A n'appartient pas à quelque C.

[2] Ceci est développé dans (Durand-Guerrier & Ben Kilani, 2004).

Exemple d'interprétation du syllogisme universel de la première figure :

> Si mortel est affirmé de tout homme et si homme est affirmé de tout grec, alors mortel est affirmé de tout grec.

Pour chacun des syllogismes de la première figure qui ne sont pas parfaits, il donne un exemple montrant que deux conclusions différentes peuvent être tirés selon les termes choisis, si bien qu'aucune des deux conclusions n'est nécessaire. Comme termes d'attribution universelle prenons par exemple : *animal, homme, cheval*; et de non attribution universelle : *animal, homme, Pierre. » (p.14)*

Animal est affirmé de tout homme Homme n'est affirmé de nul ***cheval*** ***Animal*** est affirmé de tout ***cheval***	**Animal** est affirmé de tout homme Homme n'est affirmé de nulle ***pierre*** **Animal** n'est affirmé de nulle ***pierre***

Figure 1. Exemples de syllogisme aristotélicien non concluant

Après avoir posé les résultats concernant la première figure, Aristote propose les autres figures qui consistent à modifier la position du terme qui est présent deux fois (le moyen terme). Lorsque le syllogisme obtenu est concluant, il le prouve en le ramenant à un syllogisme parfait de la première figure en utilisant les deux règles de conversion ci-dessous:

> R1 : « B est affirmé de quelque A » peut être remplacé par « A est affirmé de quelque B ».
>
> R2 : « B n'est affirmé de nul A » peut être remplacé par « A n'est affirmé de nul B ».

Pour les syllogismes non concluants, il procède comme dans l'exemple ci-dessus**.** Il fait noter que les deux seuls énoncés quantifiés qui peuvent être converti par modification de l'ordre des termes sont les deux énoncés ci-dessus. En effet il est possible qu'une interprétation de « B est affirmé de tout A » soit vrai, sans que l'interprétation de « A est affirmé de tout B » ne le soit ; de même, il est possible que l'interprétation de « A n'appartient pas à quelque B » soit vrai sans que l'interprétation de « B n'appartient pas à quelque A » ne le soit (par exemple avec A : Grec et B : Homme).

Comme le souligne Blanché (1970, pp. 49-50), les syllogismes concluants d'Aristote sont des lois logiques qui garantissent la validité de l'inférence, dans la mesure où ils donnent lieu à un énoncé vrai quelque soit l'interprétation des termes A, B et C. On retrouve ici l'idée de validité universelle telle que définit par Quine (1950). Pour montrer qu'un syllogisme n'est pas une loi logique (n'est pas concluant), il suffit de trouver une interprétation dans laquelle les prémisses sont vraies et la conclusions fausse. Aristote distingue explicitement les vérités nécessaires obtenues comme conclusion d'un syllogisme concluant à prémisses vraies des vérités *de facto* en accord avec les faits. En procédant de la sorte, il marie les méthodes syntaxiques et sémantiques et met en lumière la distinction entre validité logique et vérité dans une interprétation telle qu'elle est développée en logique du premier ordre dans la suite des travaux de Wittgenstein (1921) et Tarski (1936)[3].

Nous pensons avoir montré dans cette brève présentation ce qui justifie le jugement des logiciens contemporains qui considèrent que les intuitions géniales d'Aristote lui ont permis de construire un système formel appuyé sur les concepts fondamentaux de la moderne sémantique logique : classification et modélisation des énoncés de la langue ordinaire par des énoncés formels (énoncés singuliers, généraux universels ou particuliers) ; définition des propositions ; introduction de lettres de termes pour caractériser la forme des énoncés et construire les figures du syllogisme ; notion d'interprétation des énoncés formels ; notion de validité logique des syllogisme ; distinction entre vérité de facto et vérité nécessaire ; mise en œuvre conjointe de méthodes syntaxiques et sémantiques pour établir ce qui forme ou non un syllogisme concluant parmi ceux pouvant être construits dans les quatre figures possibles de son système.

Ceci m'a conduit depuis de nombreuses années à proposer un travail autour de la théorie du syllogisme formel dans différents modules en licence.

3 La théorie du syllogisme formel d'Aristote : une première rencontre avec les concepts fondamentaux de la sémantique logique

Il est clair que la théorie du syllogisme formel d'Aristote est insuffisante pour les besoins de l'activité mathématique. Néanmoins, nous avons fait le pari que cette théorie pouvait permettre une première rencontre avec les concepts fondamentaux de la sémantique logique qui jouent un rôle central dans la preuve et le raisonnement mathématique. Nous présentons ci-dessous un bref aperçu des contenus et des modalités de travail proposés aux étudiants de licence et nous donnerons pour l'année 2012-2013 quelques éléments extraits d'une évaluation. Je précise que ces données n'ont pas été recueillies suivant un protocole de recherche mais dans le cadre de l'enseignement mis en place.

3.1 Insertion dans des modules d'épistémologie en licence de 1994 à 1997

De 1994 à 2007, j'ai proposé un module optionnel intitulé « Analyse logique des énoncés et des raisonnements mathématiques - Aspects épistémologique et didactique » à des étudiants de première année d'université, tout d'abord à Valence (Université Grenoble 1) de 1994 à 1998 puis à l'Université Lyon 1 de 1999 à 2007. J'ai repris des éléments de ce module dans le cadre d'un module optionnel de licence pluridisciplinaire intitulé « Epistémologie » de 2010 à 2013. Dans chaque cas, la théorie du syllogisme formel a été introduite comme support pour une première rencontre avec la distinction entre vérité et validité.

L'initiation à la théorie du syllogisme formel d'Aristote s'inscrit dans le projet de sensibiliser les étudiants aux apports pour les apprentissages mathématiques de l'épistémologie, discipline qui étudie le développement des connaissances à travers l'histoire, en s'attachant moins aux évènements qui entourent la naissance et le développement des

[3] Ceci est développé dans (Durand-Guerrier, 2008).

notions, concepts ou théories scientifiques[4], qu'à la genèse et à l'évolution de ces concepts ou de ces théories, du point de vue des connaissances en jeu, au cours du temps. En particulier, nous souhaitons que les étudiants prennent conscience de ce que l'éclairage épistémologique nous permet de mieux comprendre la forme achevée du concept ou de la théorie. Dans le cas qui nous intéresse ici, il s'agit d'éclairer la distinction nécessaire, pour les activités mathématiques, entre *vérité dans une interprétation* et *validité logique*. L'initiation à la théorie du syllogisme formel constitue une première rencontre avec ces notions, avant d'aborder les apports des auteurs du renouveau de la logique moderne (Frege, Russell, Wittgenstein, Tarski) et d'introduire la déduction naturelle à la manière de Copi (1954) qui fournit un outil de contrôle des raisonnements, parmi lesquels les syllogismes aristotéliciens (Hottois, 1989)[5]. En effet, comme nous l'avons évoqué dans la première partie, la logique contemporaine du premier ordre (calcul des prédicats) est en quelque sorte un prolongement et un achèvement de la logique d'Aristote. Dans ces modules, nous faisons travailler les étudiants essentiellement sur les outils développés par Aristote pour garantir la correction des raisonnements ; ces outils nous servent de référence lorsque l'on aborde ensuite les auteurs contemporains.

3.2 Un travail en appui sur quelques textes

La consigne générale donnée aux étudiants est la suivante :

> Vous allez avoir à travailler sur ces textes, qui sont des traductions du Grec ancien. Il faudra faire un effort pour s'approprier ce langage. Vous devrez essayez de mettre ce que vous lirez en relation avec des choses connues, en particulier des exemples pris dans le domaine mathématique. Il ne s'agit évidement pas pour vous de devenir des spécialistes de la logique antique, mais de voir en quoi les textes proposés éclairent les questions que vous pouvez vous poser aujourd'hui sur le raisonnement mathématique.

Les textes retenus pour le travail sont extraits de l'*Organon*, principalement des extraits des livres II (De l'interprétation) ; III (*Les premiers Analytiques*) dans la traduction de Jean Tricot publiée aux éditions Vrin (Nouvelle édition 1989-1992). Les textes issus des *Premiers Analytiques* qui portent spécifiquement sur la théorie du syllogisme formel sont donnés en annexe. Les étudiants sont invités à lire les textes proposés accompagnés d'un questionnement visant à favoriser leur appropriation : reformulation en langage moderne ; identification des notions en jeu ; mise en relation avec des énoncés mathématiques ; preuve à l'intérieur du système (la théorie du syllogisme formel d'Aristote).

Dans ces modules, les étudiants devaient en outre faire un mémoire sur un thème de leur choix. Dans la plupart des cas, les questions de l'articulation entre vérité et validité, bien que n'étant pas la question centrale se trouvaient engagées ; les travaux montraient une prise de recul que l'on rencontre rarement, même chez des étudiants plus avancés (Durand-Guerrier,

---

[4] Ceci même si la dimension historique est un aspect important des études épistémologiques que nous avons conduites sur les questions de logique.

[5] Un travail était également proposé sur la logique des stoïciens, mais nécessairement plus limité compte tenu de ce que l'on n'a pas d'écrit équivalent à l'*Organon*, mais seulement quelques textes *a posteriori* (Blanché 1970)

2008). Néanmoins, ceci n'a jamais fait l'objet de recherche ; ce que nous présentons ici relève seulement d'observations naturalistes dans le cadre de la mise en œuvre de ces modules au fil des années.

3.3 Une reprise dans un module d'épistémologie en licence de 2010 à 2013.

Ce module optionnel a été proposé de 2010 à 2013 aux étudiants de première année du portail Curie rassemblant les étudiants des filières Mathématiques, informatique, et Physique de la faculté des sciences de l'Université Montpellier 2. L'équipe pédagogique comportait deux enseignants de chacune des trois disciplines, le responsable était Thomas Hausberger.

Dans la présentation du module, nous avions écrit :

> Un module pour prendre du recul et donner du sens : vous voulez faire de la science...mais ça veut dire quoi ?
>
> L'épistémologie est la discipline qui étudie comment se construisent les connaissances : qu'est ce que la science ? Quels problèmes la science se pose-t-elle, quels sont ses objets, ses méthodes ? Qu'est-ce qu'un théorème, une loi, un modèle ? Le mathématicien, l'informaticien et le physicien raisonnent-ils tous de la même manière ?

Le module comportait 25h30, dont 12h de cours magistral et 13h30 de Travaux dirigés, et était évalué sur projets réalisés par groupes de 4 (50%) complété par une épreuve sur table (50%). Les groupes de Travaux dirigés étaient organisés par domaine disciplinaire.

Deux séances de 1h30 de cours magistral était consacrées à la logique. La première séance étant consacrée à l'antiquité, essentiellement la logique d'Aristote : le cours consistait en une présentation et un commentaire des textes avec quelques questions du type de celles posées dans les modules de Lyon et Valence. La seconde séance était consacrée à l'implication avec un accent important sur la distinction vérité/validité. Les étudiants inscrits dans mon groupe de Travaux dirigés ont ensuite retravaillés sur la négation en appui sur un texte de Frege (1970), en référence aux catégories d'opposition d'Aristote. Certain d'entre eux ont choisi pour leur projet un sujet relevant de la logique (principe d'induction, implication, nécessité et contingence, relations et quantification, démonstration naturelle).

Une des questions de l'examen écrit du 17 décembre 2012 consistait à étudier la validité de deux syllogismes, l'un étant valide (concluant), l'autre non, en justifiant soigneusement la réponse.

a) Si quelque A est B et si tout B est C, alors quelque A est C.
b) Si tout A est B et si quelque B est C, alors quelque A est C

Aucun document n'était autorisé ; 11 étudiants ont passé l'épreuve – tous ont traité cette question, avec plus ou moins de réussite. Quatre étudiants on reformulé « Tout B est C » en « B = C » et « Tout A est B » en « A = B ». Presque tous les étudiants proposent une preuve pour justifier qu'un syllogisme est concluant (preuve ensembliste[6] ou preuve par l'absurde, ou preuve par substitution pour les quatre étudiants ayant identifié « Tout B est C » à « B = C » et « Tout A est B » à « A = B » qui concluent que les deux syllogismes sont concluants). Un seul étudiant a proposé un contre-exemple pour justifier que le deuxième syllogisme n'est pas concluant. Pour le premier syllogisme, il montre qu'il est concluant en supposant *pour simplifier* (ses propres mots) que « B = C ». Il explicite le fait que lorsque les deux prémisses sont vraies, la conclusion est nécessaire, qui correspond à la notion de nécessité introduite par Aristote (c.f. première partie de ce texte). Pour le second syllogisme, il justifie qu'il est non concluant en donnant un contre-exemple. Il attribue des termes à A, B et C : A : Homme, B : Blanc, C : Idiot. Il considère le syllogisme obtenu: « Si tous les hommes sont blancs et quelques blancs sont idiots, alors quelque homme est idiot » et écrit : la conclusion n'est pas nécessaire car blanc n'est pas forcément un homme. « Quelques blancs sont idiots » peut référer à d'autres êtres blancs et idiots.

Un des objectifs du module en ce qui concerne la distinction entre vérité et validité au sens d'Aristote consiste à mettre en valeur le fait que pour établir qu'un syllogisme n'est pas valide (concluant), il faut proposer un contre exemple, c'est-à-dire ici une interprétation des lettres du syllogisme pour laquelle les deux prémisses sont vraies et la conclusion fausse. Un seul étudiant a mis en œuvre cette méthode et l'a mené à son terme. Les autres étudiants qui pensent que le syllogisme n'est pas valide cherchent à donner une preuve de type syntaxique de cette non validité, adapté de la preuve faite pour établir la validité.

4 Conclusion

En appui sur l'expérience du module « Analyse logique des énoncés et des raisonnements mathématiques- Aspects épistémologique et didactique » conduit de 1994 à 2007, je peux témoigner que la logique d'Aristote offre un contexte favorable pour aborder les concepts fondamentaux de la logique contemporaine avec des étudiants de mathématiques. Son éloignement des pratiques mathématiques contemporaines est un élément favorisant un questionnement de type logique qui peut ensuite être réinvesti, constituant ainsi une bonne introduction pour étudier la sémantique logique développée à la suite de Frege par Wittgenstein et Tarski. L'expérience de l'adaptation sous la forme d'un cours magistral des contenus pour le module « Epistémologie » conduit à Montpellier a confirmé la nécessité d'un temps long pour une appropriation adéquate de la distinction entre validité logique et vérité dans une interprétation. Il n'y a actuellement aucun module en licence à l'Université de Montpellier pour faire vivre un tel travail.

REFERENCES

Aristote (1989). *L'Organon, livre II - De l'interprétation* ; traduction Jean Tricot. Paris: Vrin.
Aristote (1992). *L'Organon, livre III - Les premiers analytiques* ; traduction Jean Tricot. Paris : Vrin.
Aristote (2000). *Métaphysique*, tome 1, (Traduction Jean Tricot). Librairie philosophique. Paris: J. Vrin.
Blanché, R. (1970). *La logique et son histoire d'Aristote à Russell*. Paris: Armand Colin.
Copi, I. (1954). Symbolic logic (2nd edition, 1965). New York: The Macmillan Company.

[6] Aucun des étudiants utilisant la représentation ensembliste n'a donné un argument complet.

Durand-Guerrier, V. (2008). Truth versus validity in mathematical proof. *ZDM The International Journal on Mathematics Education*, *40*(3), 373-384.
Durand-Guerrier, V., & Ben Kilani, I. (2004). Négation grammaticale versus négation logique dans l'apprentissage des mathématiques. Exemple dans l'enseignement secondaire Tunisien. *Les Cahiers du Français Contemporain, 9*, 29-55
Frege, G. (1970). *Ecrits logiques et philosophiques*. Paris: Editions du Seuil
Hottois, G. (1989). *Penser la logique, une introduction technique, théorique et philosophique à la logique formelle.* Bruxelles : De Boeck-Wesmael.
Largeault, J. (1972). *Logique mathématique*. *Textes*. Paris: Armand Colin
Quine, W. V. O. (1950). *Methods of logic, Holt, Rinehart & Winston* (Traduction française). Paris: Armand Colin, 1972.
Russel, B. (1903) *The principles of mathematics.* Cambridge : Cambrige University Press (Traduction française partielle par J.-M. Roy dans *Écrits de logique philosophique*. Paris: PUF, 1989)
Tarski, A. (1936) Sur le concept de conséquence. In *Logique, Sémantique et Métamathématique*, *1* (pp. 141–152). Paris: Armand Colin, 1972.
Wittgenstein, L. (1921) *Tractatus logico-philosophicus,* In *Annalen der naturphilosophie, 24*. Leipzig: traduction française G. G. Granger. Paris : Gallimard, 1993.

Annexe

Le document ci-dessous était propose dans les modules de première année de licence de Valence, de Lyon et de Montpellier:

Analyse logique des énoncés et des raisonnements mathématiques. Aspects épistémologique et didactique.

Les étudiants ont travaillés auparavant sur des extraits du livre II (*De l'interprétation*) et du livre V (*Les topiques*).

Nous avons introduit dans ce cadre la notion classique pour les propositions portant sur des sujets universels par les lettres A, E, I, O[7]:

A universelle affirmative: Tout homme est blanc

E universelle négative: Nul homme n'est blanc (tout homme est non-blanc)

I particulière affirmative: Quelqu'homme est blanc.

O particulière négative: Quelqu'homme n'est pas blanc

Les textes présentés ci-dessous concernent spécifiquement la théorie du syllogisme formel.

Document 3 : Aristote - L'*Organon* III - *Les Premiers Analytiques*

<u>Texte 1: Ce qu'est la prémisse</u>

“ La prémisse est le discours qui affirme ou qui nie quelque chose de quelque chose, et ce discours est soit universel, soit particulier, soit indéfini. J'appelle (....) indéfinie, l'attribution ou la non-attribution faite sans indication d'universalité ou de particularité: par exemple, les contraires rentrent dans la même science ou le plaisir n'est pas le bien. ” (pp. 2-3)

<u>Texte 2: Ce qu'est le syllogisme</u>

[7] Nous rappelons que cette notation n'est pas présente dans l'*Organon.*

“ Le syllogisme est un discours dans lequel, certaines choses étant posées, quelque chose d’autre que ces données en résulte nécessairement par le seul fait de ces données. Par le seul fait de ces données: je veux dire que c’est par elles seules que la conséquence est obtenue; à son tour, l’expression c’est par elles seules que la conséquence est obtenue signifie qu’aucun terme étranger n’est en sus requis pour produire la conséquence nécessaire. J’appelle syllogisme parfait celui qui n’a besoin de rien autre chose que ce qui est posé dans les prémisses pour que la nécessité de la conclusion soit évidente; et syllogisme imparfait, celui qui a besoin d’une ou plusieurs choses, lesquelles il est vrai résultent nécessairement des termes posés, mais ne sont pas explicitement énoncées dans les prémisses. ” (pp. 4-5)

Texte 3: le syllogisme catégorique de la première figure

“ Quand trois termes sont entre eux dans des rapports tels que le mineur soit contenu dans la totalité du moyen, et le moyen contenu ou non contenu dans la totalité du majeur, alors il y a nécessairement entre les extrêmes syllogisme parfait. J’appelle moyen le terme qui est lui-même contenu dans un autre terme et contient un autre terme en lui, et qui occupe une position intermédiaire; j’appelle extrêmes à la fois le terme qui est lui-même contenu dans un autre, et le terme dans lequel un autre est contenu.. Si A est affirmé de tout B, et B de tout Γ , nécessairement A est affirmé de tout Γ. (...) De même, si A n’est affirmé de nul B, et si B est affirmé de tout Γ, il en résulte que A n’appartiendra à nul Γ. (...) Soit donc A appartenant à tout B et B à quelque Γ, (...) nécessairement A appartient à quelque Γ. Et si A n’appartient à nul B, et que B appartienne à quelque Γ, nécessairement A n’appartient pas à quelque Γ. (...) dans un syllogisme de cette figure, les termes doivent être en rapport comme nous l’avons indiqué, autrement aucun syllogisme n’est possible. Il est évident que tous les syllogismes rentrant dans cette figure sont parfaits (car tous reçoivent leur achèvement des prémisses originellement posées), et que toutes les conclusions peuvent être démontrées au moyen de cette figure, universelles aussi bien que particulières, affirmative aussi bien que négatives. J’appelle une telle figure la première. ” (pp 13-20)

Une autre traduction possible du premier syllogisme est “ Si tout B est A, et si tout C est B, nécessairement tout C est A ”. En utilisant les lettres associées aux propositions, on désigne ce syllogisme par A.A.A.

Question 1: Faire la même chose avec les trois autres syllogismes cités. Puis donner un exemple de chacun de ces syllogismes en choisissant les termes que vous attribuez aux lettres A, B et Γ.

Les syllogismes proposés par Aristote sont appelés classiquement syllogismes concluants; ceux dont il dit dans ce texte qu’ils ne sont pas possibles seront dits non concluants.

Question 2: On peut construire d’autres arrangements de propositions en respectant les règles données par Aristote pour la première figure. Proposez un tel arrangement et essayez de justifier le fait qu’il ne soit pas concluant.

Dans la seconde figure le moyen joue deux fois le rôle de prédicat; voici un exemple de syllogisme concluant de la deuxième figure:

“ si nul N n’est M, et si tout Σ est M, nécessairement nul Σ n’est N. ”

Aristote réduit ce syllogisme en convertissant la prémisse “ nul N n’est M ” en la prémisse équivalente “ nul M n’est N ”, il se ramène ainsi au syllogisme concluant de la première figure

“ si nul M n’est N et si tout Σ est M, nécessairement nul Σ n’est N. ”

Question 3 : Donnez le syllogisme de la seconde figure en A.A.A. et justifiez le fait qu’il ne soit pas concluant.

Question 4 : Donnez le syllogisme de la seconde figure en E.I.O. Est-il concluant? si oui, le réduire; si non, donner un exemple.

Texte 4 : Vérité des prémisses; vérité de la conclusion

“ Il peut se faire que soient vraies les prémisses qui forment le syllogisme; il peut se faire aussi qu’elles soient fausses, ou encore que l’une soit vraie et l’autre fausse. La conclusion, elle, est nécessairement ou vraie, ou fausse. De prémisses vraies, on ne peut tirer une conclusion fausse, mais de prémisses fausses, on peut tirer une conclusion vraie, avec cette réserve qu’elle portera non sur le pourquoi, mais sur ce qui est en fait. C’est que le pourquoi ne peut faire l’objet d’un syllogisme à prémisses fausses. ” (pp 209-210)

Question 5 : A partir du syllogisme en E.I.O. de la première figure, et des termes: pair, premier, carré parfait, illustrer le texte ci-dessus.