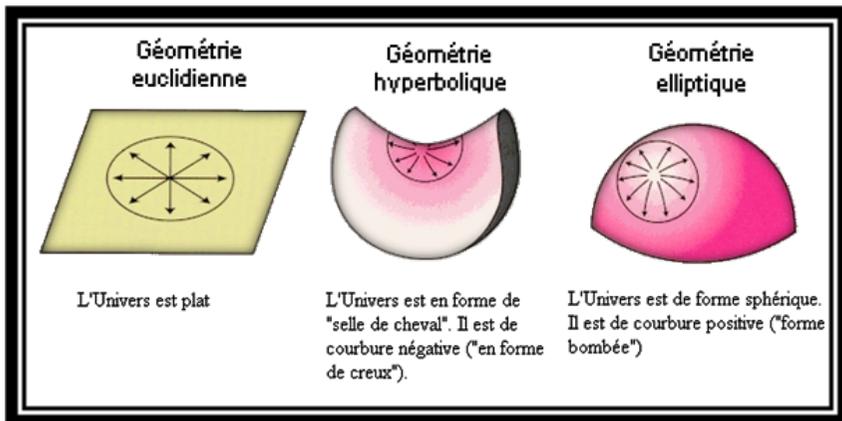


MATHS ET PHILO
par Didier Lambois

L'axiomatique ou la crise des fondements mathématiques

« *La philo, c'est pas sérieux, on ne sait jamais si ce qu'on dit est vrai...* » L'absence de vérité en philosophie effraie bon nombre de nos élèves de terminale. Les mathématiques semblent beaucoup plus sérieuses, et même si elles effraient parfois par leurs exigences, elles consolent par leur assurance : « *on peut au moins savoir si un résultat est vrai ou faux !* ».



Pourtant nous savons, depuis l'apparition de géométries dites « non-euclidiennes », qu'il est possible de construire des systèmes de géométrie différents du système classique ou euclidien et nous savons que la somme des angles d'un triangle n'est pas nécessairement égale à 180 degrés. Quand bien même nous admettons que la géométrie euclidienne semble correspondre davantage à l'expérience sensible que nous avons du monde, les géométries non-euclidiennes ont montré qu'elles nous permettent elles aussi de mieux appréhender l'univers dans lequel nous vivons.

Nous savons, depuis l'apparition de ces nouvelles géométries, que les mathématiciens peuvent construire des systèmes mathématiques différents mais cohérents dès lors que les principes posés au départ de leur déduction sont compatibles

(qu'ils ne se contredisent pas) et indépendants (ils ne doivent pas se déduire les uns des autres). Les mathématiques sont, de ce point de vue, des sciences hypothético-déductives et « relatives » puisqu'elles dépendent de l'axiomatique choisie.

Qui de Lobatchevski¹, de Riemann² ou d'Euclide a raison ? Mais alors, qui de Hobbes³ ou de Rousseau⁴ a raison ? Si nous admettons, comme Hobbes, que « *l'homme est un loup pour l'homme* », nous devons admettre avec lui qu'il est nécessaire d'avoir un Etat tout puissant qui puisse mettre fin à la barbarie naturelle. Si nous admettons, comme Rousseau, que « *l'homme est naturellement bon* », nous pourrions alors admettre que la démocratie est certainement le meilleur régime politique possible. Il est inutile de multiplier les exemples pour comprendre que l'on peut être rigoureux tout en disant des choses différentes...

Nos élèves ont trop souvent tendance à vouloir que la vérité soit « une » et à ne qualifier de « vrai » que ce qui correspond à ce qu'ils perçoivent (en ce sens l'espace euclidien est bien confortable !); peut-être devrions-nous leur rappeler que nous devons aussi considérer comme « vrais », au pluriel, tous les énoncés qui, par leur rigueur logique, s'imposent à notre assentiment... et nous aident à mieux réfléchir.

1 LOBATCHEVSKI (mathématicien russe, 1792-1856) publia en 1826 un premier aperçu de sa nouvelle géométrie qu'il dénommait « géométrie imaginaire » (géométrie hyperbolique) et qui se fondait sur un refus de l'axiome des parallèles et sur l'hypothèse que la somme des angles d'un triangle est inférieure à 180°.

2 En 1868, Bernhard RIEMANN (mathématicien allemand, 1826-1866) développa le second type de géométrie non euclidienne appelée géométrie elliptique et dans laquelle la somme des angles d'un triangle est supérieure à 180°.

3 Thomas HOBBS, philosophe anglais (1588-1679), auteur du *Léviathan* publié en 1651.

4 Jean-Jacques ROUSSEAU, philosophe de langue française, né à Genève, auteur du *Contrat Social* publié en 1762.