PLOT

PARTAGER LIRE OUVRIR TRANSMETTRE

année 2002
103

DES OUTILS POUR ENSEIGNER

Ateliers des Journées APMEP
LILLE 2001

Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public
26 rue Duméril - 75013 Paris
http://www.apmep.asso.fr

PLOT 103
ATELIERS
DES JOURNÉES NATIONALES APMEP
DE LILLE 2001

Directeur de publication :
Jean-Paul Bardoulat

Responsables de la rédaction :
Christiane Zehren
Henri Bareil

© APMEP
26 rue Duméril
75013 PARIS

n° ISSN : 03977471
Dépôt légal : 75 février 2003

Imprimerie :
Louis Jean
-GAP –

Janvier 2003

SOMMAIRE

Revue fondée, en 1976, par les Régionales APMEP d'Orléans-Tours, Poitiers et Limoges, PLOT devient une revue, à quatre numéros par an, de l'APMEP nationale, plus spécialement destinée aux « débutants ».
Cela dès janvier-février 2003, en son n°104, N°1 de cette nouvelle série.

Numéros de transition, les PLOT 101-102 et 103 constituent autant de brochures APMEP. Le 101-102 est consacré à six comptes rendus des journées nationales APMEP de NICE 2000 avec, pour thème central, ***« AUTOUR DE LA SECONDE ».***

DES ATELIERS VERS DES OUTILS

- Il s'agit d'abord, avec J.P. LECLERE, de s'attaquer à un problème absolument crucial : En analysant avec grand soin **les difficultés à lire et à écrire** encore prégnantes après un temps normal d'apprentissage, J.P. LECLERE nous aide à y faire face.

- Le **"Cahier de cours"** est contestable s'il doit servir de livre bis, mal écrit, mal présenté, et maigrichon ou mal rédigé. P. GAUCHÉ et J.S. ANDRÉ en font, au contraire, un outil de mémorisation intelligente et de recherche....

- **Le rétroprojecteur** est un merveilleux auxiliaire d'enseignement. Autant vaut savoir comment il fournit telle ou telle projection. Voilà le propos de Rémi BELLŒIL.

- J.M. CHEVALIER exploite l'intérêt des ordinateurs en amenant les élèves « à construire un hypertexte qui associe problèmes et rubriques de géométrie et qui se présente sous la forme **d'un site web** ».

- **Le billard**... ou des réflexions (symétrie axiales) en acte ! Marc PICOT creuse les problèmes de modélisation et fonde maint concept mathématique. De quoi inciter à puiser dans les grands viviers de la nature (formes fractales, alvéoles d'abeilles, ...) ou des activités humaines (architecture, ...) dont les jeux !

- Tel est le cas de **"Math en Jeux"**. Fabrice DRUCKÉ s'y réfère à Jean Fromentin qui, avec Nicole Toussaint et le groupe de travail "Jeux" de l'APMEP, nous donne de si belles brochures pleinement exploitables... (avec, aussi, bientôt, une « valise » d'activités pédagogiques).

- Voici, enfin, venu des journées APMEP de NICE 2000, un atelier où un groupe Toulousain nous redit les mérites, en **probabilités**, de **l'outil "arbres"**...

- Tout cela n'est évidemment pas exhaustif ! Lisez "le Bulletin Vert" APMEP et le PLOT nouvelle série... Au fil des numéros ils vous aideront à affiner **VOS** outils d'enseignement ou en acquérir d'autres...

☆☆☆☆

Nous ne saurions conclure sans remercier chaleureusement les Lillois, notamment Anne-Marie MARMIER et Danièle DERAM, qui ont collecté les comptes rendus des Ateliers de "Lille 2001", éventuellement travaillé leur forme, et assuré un pré-tri.

Christiane ZEHREN et Henri BAREIL

"MATHEMATIQUES ET APPRENANTS EN GRANDE DIFFICULTE EN LIRE ET ECRIRE"

par Jean-Pierre LECLERE (CUEEP LILLE 1)

Dans la quatrième de couverture de son livre *"Comprendre des énoncés, résoudre des Problèmes"*[1] Alain Descaves pose la question suivante : *Et si comprendre les mathématiques, c'était d'abord bien maîtriser sa langue ?*

Cette question est au cœur des préoccupations de beaucoup d'enseignants en mathématiques et méritait bien que l'on y consacrât un atelier dans le cadre des journées de Lille.

La mission première de l'école est l'apprentissage de la maîtrise de la langue qui conditionne la réussite scolaire[2] et cette maîtrise concerne l'apprentissage de la langue écrite et la production d'écrit. Or des adultes jeunes ou moins jeunes ne possèdent pas cette maîtrise, ils sont pourtant sortis du système scolaire obligatoire. On les qualifie alors d'illettrés.

Ils ne savent pas lire, ils ne savent pas écrire.

Mais que signifie cette phrase ?
"Ils ne savent pas lire !" ... "ils ne comprennent pas ce qu'ils lisent !", ces constats ne sont pas l'apanage des enseignants de mathématiques ; mais l'énonciation mathématique, avec ses caractéristiques, met souvent le jeune apprenant dans une situation où savoir lire ne suffit pas. Nous n'avons pas de mal alors à imaginer la situation dans laquelle est placé un adulte (jeune ou plus âgé) en situation d'illettrisme quand il se retrouve dans une salle pour une évaluation de ses connaissances, face à des documents écrits dans le style scolaire et parsemés de termes spécifiques.

Est-ce pour ce manque de compétence que les enseignants et les formateurs en mathématiques sont souvent conduits à mettre en avant les difficultés de lecture comme cause principale des difficultés de résolution de problèmes pour ces apprenants ?

Apprendre à lire aurait dû être, pour eux, un besoin, une envie de comprendre le fonctionnement du langage quotidien et la signification des écrits.

Apprendre à écrire aurait dû être pour eux un plaisir à jouer avec des mots aux sons très voisins mais à l'orthographe différente (homophonie et homographie, relation phonèmes-graphèmes), le résultat de rencontres avec diverses écritures (recette de cuisine, notice de mon-

[1] Descaves A. 1992. *Comprendre des énoncés, résoudre des Problèmes.* Hachette Education
[2] cité dans la loi d'orientation du 10 juillet 1989.

tage, bande dessinée, petit mot doux, livre lu par papa-maman, ...), un besoin de témoigner, de raconter, d'inventer, de se faire comprendre, de donner des réponses à des situations-problèmes et aussi un outil pour communiquer, argumenter et laisser une trace à cette argumentation.
Mais malheureusement cela n'a pas été !

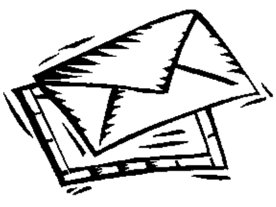
Un élève en difficulté de lire/écrire sait souvent résoudre des problèmes, seule leur présentation peut l'empêcher de le faire.

En effet, **deux tâches** sont présentes dans un problème, d'une part **comprendre l'énoncé** tel qu'il est donné, d'autre part **résoudre ce problème.** Pour cet élève, ces deux tâches sont totalement différentes, même si l'une implique l'autre. En effet, souvent les énoncés aident à comprendre le problème, mais ici on se trouve dans une situation paradoxale : sans énoncé, il n'y a pas de problème, mais avec un écrit uniquement avec des mots, il n'y a pas de représentation de ce problème.

Comprendre l'énoncé est une tâche de conversion comme le souligne souvent R. Duval ; mais quand il analyse les tâches de conversion et de compréhension chez un enfant, il repère une activité auxiliaire indispensable qui permet de passer de l'énoncé à l'écriture du traitement mathématique. Cette activité a deux fonctions, la première est une fonction de sélection des informations pertinentes, la deuxième une fonction d'organisation de ces informations et quand on est avec un élève en difficulté de lire/écrire devant un texte écrit, les mots que celui-ci possède, la syntaxe qu'il a intégrée, le sens qu'il donne à sa lecture ne nous permettent pas de valoriser ces deux fonctions, et pourtant sans l'utilisation de celles-ci, il n'y a pas résolution du problème.

Les élèves entrant au collège doivent savoir lire et écrire. Les finalités de la lecture et de l'écriture à l'école étant lire pour découvrir, lire et raisonner, écrire pour construire et écrire pour communiquer, l'acquisition de ces deux compétences est considérée par les enseignants du collège comme implicitement présente pour la majorité des élèves. Les résultats de l'évaluation en $6^{ème}$ prouvent que les objectifs de l'enseignement primaire ne sont pas tous atteints, en particulier cette maîtrise de l'écrit et de l'oral.

A ce sujet, il est intéressant de comparer les finalités du cycle 3 et les finalités du collège en matière de lire/écrire et rester perplexe face au nombre important d'enfants ne maîtrisant pas correctement cette compétence à l'entrée au collège.
« cf. tableau de la page suivante »

	Ecole	**Collège**
LIRE POUR DÉCOUVRIR	Lire différents types d'écrits (littéraire, scientifique, technologique, mathématique...). Identifier les indices externes au support. Connaître un vocabulaire acquis au cours d'activités spécifiques : sciences, géographie, histoire,... Lire des frises chronologiques, des cartes de géographie, des légendes, des photographies, des plans. Lire un texte long. Connaître un vocabulaire précis. Lire un plan à des échelles différentes. Lire des images, des documents informatiques et audiovisuels. Lire des données dans un problème. Lire des nombres dans une écriture littérale ou chiffrée. Lire des schémas simples, tableaux, diagrammes, graphiques. Identifier des figures usuelles. Lire des comptes rendus d'expériences, d'observations, d'enquêtes, des croquis.	Identifier des figures, un problème. Lire des énoncés.
LIRE ET RAISONNER	**REPÉRER LES ÉLÉMENTS DU TEXTE QUI PERMETTENT DE RÉPONDRE À DES QUESTIONS, D'INFÉRER CE QUI N'EST PAS EXPLICITEMENT DIT, DE MÉMORISER...** Mettre en relation les types d'écrits et les informations contenues. Lire en adaptant sa stratégie de lecture à la situation. Utiliser une flexibilité mentale pour lire sur écran (textes, images, sons, animation).	Relier des observations du réel à des représentations. Evaluer la pertinence des résultats. Utiliser des instruments de mesure.
ÉCRIRE POUR CONSTRUIRE	Mobiliser les caractéristiques des différents types de textes rencontrés en lecture. Utiliser les référents pour corriger les maladresses, les erreurs. Utiliser les conventions de présentation d'un écrit. Utiliser le vocabulaire adapté. Utiliser les compétences grammaticales, orthographiques et lexicales acquises. Respecter la complémentarité entre l'image et le texte. Produire un texte lisible et communicable. Produire en utilisant l'ordinateur pour la mise en page.	Reproduire des figures planes simples. Utiliser des tableaux, diagrammes, graphiques. Réaliser des dessins.
ÉCRIRE POUR COMMUNIQUER	Présenter sa démarche de résolution de problèmes. Présenter sa démarche en sciences. Représenter une expérience par un schéma, un croquis. Construire un tableau de données. 	Employer correctement le vocabulaire scientifique, arithmétique, géométrique. Ecrire un énoncé. Ecrire un texte pour autrui : savoir désigner les points d'une figure dans une situation de communication donnée, savoir expliciter des données.

Développer la langue écrite est de la responsabilité des enseignants en expression écrite et orale. Cependant, cette activité doit se construire au travers de l'ensemble de la formation et la partie échanges verbaux et interprétation orale d'une situation est de la responsabilité de chacun. Faire émerger les mots et les contre-sens que ces échanges suscitent permet à chacun de s'exprimer et de faire évoluer son capital linguistique. A la fin du CM_2, un élève a manié très régulièrement différents types écrits, littéraires, mathématiques, communs et formels.

Mais à quoi renvoie l'écrit mathématique ?

On peut simplement dire qu'il renvoie :

- à des situations et à des phénomènes empiriques,
- à des concepts,
- à des objets mathématiques.

Un écrit ordinairement est visible, ce qui n'est pas le cas de tout ce qui précède, cela demande donc que l'on s'arrête sur cette différence fondamentale.
Une situation d'apprentissage en mathématique sollicite de la part de l'élève des compétences de divers niveaux, comme être capable de faire appel à des concepts scientifiques, être capable de traduire dans un langage personnel un contenu souvent très formel, avoir des capacités de représentation dans des cadres différents, savoir écouter, savoir se concentrer, savoir interpréter et surtout vouloir apprendre.
En ce qui me concerne, je rencontre quotidiennement des adultes, stagiaires et formateurs qui disent avoir voulu apprendre mais avoir très vite renoncé. Bien entendu, les enseignants et les mathématiques sont pratiquement toujours la cause de ce renoncement ; de quoi sommes nous réellement responsables ?

Le public en situation d'illettrisme que je côtoie journellement, m'a fait découvrir des adultes aptes au raisonnement mathématique, mais incapables de l'écrire. De là mon questionnement :

- est-il possible d'apprendre en mathématiques sans savoir bien lire et écrire?
- est-il possible de faire apprendre en évitant l'écrit "classique" ?
- est-il admissible de faire apprendre en évitant l'écrit "classique" ?

Peut-on affirmer que l'on remplit son rôle d'enseignant en mathématiques si l'on choisit de faire l'impasse de l'exigence "un élève en $6^{ème}$ doit savoir lire et écrire" ?

Pour Guy Brousseau[3] *l'apprentissage en mathématique est un "jeu" pédagogique à quatre,* les acteurs étant les concepts, le langage formel, les objets mathématiques et ce que nous appelons les faits familiers et empiriques.
Ce jeu nécessite une démarche collective dans l'apprentissage par résolution de problèmes au sein d'une classe. Elle doit se traduire par la mise en œuvre régulière d'une activité consistant à construire collectivement la représentation du problème et une procédure de résolution.
Au cours de cette dernière, la confrontation des travaux de recherche de chacun précède la validation des résultats.

[3] Brousseau, G. (1986). La relation didactique : le milieu, *Actes de l'Ecole d'été de Didactique des Mathématiques*.

Les adultes avec lesquels nous travaillons n'ont pas ou peu participé à ces démarches dans le cadre scolaire. La faute à leurs difficultés d'expression, à leurs attitudes ? Cette absence nous êtes apparue comme une des raisons du décrochage de ces adultes durant leur éphémère scolarité.

Nous savons que "faire des mathématiques", c'est résoudre des problèmes et que résoudre un problème de mathématiques consiste à en comprendre l'énoncé et en construire une représentation, à le mathématiser et à le mettre en signes, à mettre en œuvre des stratégies et des procédures de résolution.

Mais résoudre un problème demande également une phase de mathématisation et une phase de représentation qui ne sont pas toujours l'objet d'un apprentissage spécifique pour les élèves tout en étant d'une nécessité cruciale pour la réussite dans la résolution de ce problème.

C'est pourquoi il est important de mettre en correspondance les systèmes de représentations des élèves et les jeux de cadres provoqués par l'enseignant pour mettre en valeur les deux facettes indissociables de l'activité mathématique que sont construction et découverte.

Cette résolution de problème représente souvent pour les élèves (ou les adultes) un parcours complexe car ils connaissent des "choses" mais doivent modifier leur relation avec un ou des objets mathématiques qui surgissent en cours de résolution.

Pour un élève en difficulté en lire et écrire, son propre discours ou le discours de l'autre permet de transformer en savoirs, ses objets de connaissances et la narration des procédures de résolution, la description des objets ainsi que l'argumentation sont des moments-clés de ce discours. Celui-ci est en général un mixage de mots communs, de termes scientifiques et d'expressions stéréotypées, mais souvent avec une dominante de mots familiers.

C'est pour cela qu'il faut, de notre point de vue, laisser le choix à chacun de privilégier ses propres compétences dans une première phase de la séquence didactique et qu'il faut surtout laisser la place à la langue naturelle dans une phase de communication spontanée. Car c'est en général au travers de ce langage familier que se fait l'explication, et, pour un élève, comme pour un adulte, c'est par ce langage qu'il rend compte de sa propre conviction et qu'il rend compréhensible sa démarche.

Expliquer, Convaincre, Persuader sont des actes importants dans un discours mais dans un écrit, ils ne se traduisent pas par les mêmes mots.

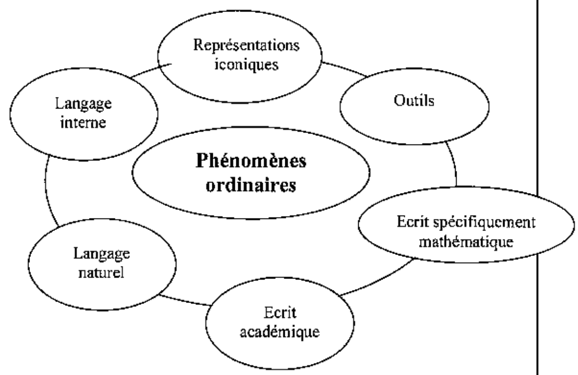
L'hypothético-déductif fait appel au raisonnement, à des connaissances scientifiques, **convaincre** passe par là. Faire adhérer l'interlocuteur à l'aide de procédés de rhétorique, comme par exemple : l'intonation, les mimiques, les répétitions et les exclamations, vise à **persuader** que l'on est sur le bon chemin.

Preuve et explication ne sont pas du même niveau, celui qui ne maîtrise pas le lire et l'écrire utilise les deux dans le langage oral, mais ne peut pas le faire dans le langage écrit. Alors comment encourager un élève à passer à l'écrit sans prendre en compte ses compétences orales en argumentation et en validation ?

Raymond Duval[4] a mis en valeur le fait qu'il existe une distinction à faire entre discours et langage, quand il affirme que le discours résulte d'une interaction de deux niveaux d'organisation : *"celui répondant aux moyens et aux règles d'expression de la langue et celui propre aux objets exprimés"* et qu'il constate cela, auprès d'un public maîtrisant en grande partie la langue française écrite, en montrant ce que le discours met en valeur au niveau cognitif.
Le public que nous avons observé[5] s'exprime (pratiquement) uniquement par oral, et, pour cette raison, la remarque faite par Raymond Duval doit être nuancée, mais se confirme. Par exemple, dans une situation didactique, les difficultés au cours des phases de formulation et de validation ne se situent pas au niveau linguistique, elles se situent au niveau de l'organisation de ces deux phases et souvent l'absence de réponses ou de participation provient de l'absence de cette interaction.
Notre travail de recherche auprès d'adultes en situation d'illettrisme, nous a permis de constater que leur situation n'a fait qu'empirer dès l'instant où il ne leur a plus été permis de s'exprimer naturellement dans les situations didactiques. Parler de ce qu'ils faisaient, comment ils le faisaient, est trop peu autorisé au collège.

Il nous semble possible de "faire faire des mathématiques" à des élèves ne maîtrisant pas les savoirs de base en lecture et en écriture, mais nous sommes convaincu que sans ces compétences, on ne peut être élève. Par contre il reste possible de le devenir, même en 6ème.

Mais faire des mathématiques ne serait-ce pas vivre dans une galaxie de ce type ?



Les représentations que se fait un élève en difficulté en lire et écrire dans une activité mathématique sont le plus souvent verbales et/ou gestuelles et sont traduites pratiquement toujours - au bénéfice de l'enseignant ou du voisin – par des propos brefs ou des gestes incomplets. Ces représentations sont complétées au niveau mental et ne sont pas intégralement traduites dans les mots et le graphisme. C'est à ce stade que l'enseignant en mathématiques doit être attentif car elles ont, en particulier, le mérite de renseigner sur les mots, les expressions, les associations, les analogies et les métaphores qu'utilisent les élèves quand ces représentations évoquent la situation à résoudre.

Chez un apprenant en difficulté en lire et écrire, ces représentations possèdent des composantes diversement utilisées :

[4] DUVAL R. "*Interaction des niveaux de représentation dans la compréhension des textes*". Annales de Didactiques et de Sciences cognitives, 4, p37-65.
[5] LECLERE JP. ibid

verbales : La situation est décrite comme la comprend l'adulte ;
gestuelles : L'adulte accompagne presque toujours les mots qu'il prononce de gestes significatifs ;
numériques : Les nombres sont souvent des abris derrière lesquels l'adulte se réfugie, abris d'ailleurs très précaires ;
graphiques : Il faut souvent solliciter cette composante ; les adultes ont en effet une représentation des mathématiques proche de l'indiscutable et de l'irréfutable alors que le schéma, pour eux, ne l'est pas.[6]

Personne ne peut penser sans images. Par exemple dans la réalisation d'un dessin ou d'une figure géométrique, on retrouve bien ce phénomène de la pensée imagée qui permet la réalisation de l'action. Alors pourquoi l'image informative est-elle si peu présente dans les problèmes numériques des livres de 6ème ?

En formation d'adultes nous avons privilégié la mathématisation d'une situation qui conduit, quant à elle, à découvrir qu'un traitement mathématique déjà acquis par ailleurs permet de résoudre des situations apparemment non mathématiques mais quotidiennes ou familières. Mais, pour cela, il faut lever les difficultés de compréhension qui semblent liées au langage et, je vous le concède, ce n'est pas souvent évident.

Dans les expériences que nous avons menées, il est apparu très clairement qu'il ne fallait pas donner en premier lieu des problèmes dont le texte fournit les informations à l'aide d'expressions linguistiques (avec verbes, adverbes, connecteurs, déterminants, locutions, substantifs et ponctuation) associées à des nombres, sous peine de ne rien recevoir en réponse. Nous avons pu remarquer également à cette occasion que même si l'organisation rédactionnelle de plusieurs énoncés est la même, leur résolution est assujettie aux nombres présentés et aux grandeurs à utiliser.

C'est pourquoi afin de valoriser les facteurs intrinsèques à la *"variabilité rédactionnelle"*, nous préconisons de faire résoudre des problèmes dont les textes sont des illustrations associées à une question écrite avec des mots pertinents, ceux-ci facilitant la correspondance information – traitement..
Un enseignant de collège ne doit pas éviter les problèmes liés aux constructions syntaxiques des textes d'énoncés mathématiques. Mais, est-ce une raison pour ne privilégier que les activités où le rôle de locuteur dans la phase d'appropriation des situations est absent ?

Quels que soient les apprenants, il est toujours difficile pour un enseignant (idem pour un formateur) de trouver à tout moment, pour une situation donnée, l'énoncé le plus pertinent. De même il est pratiquement impossible d'imaginer une pédagogie du problème entièrement personnalisée. Toutefois, il faut être attentif au fait que cet apprenant est très sensible à la moindre variation, même mineure, dans le texte, et à la moindre modification des propos de l'enseignant, car ces transformations agissent à la fois sur son action et ses représentations.

Le mot, dans la transmission orale,

[6] LECLERE JP, Thèse "*Faire faire des mathématiques à un public en situation d'illettrisme, le contraire d'une utopie*"

joue un rôle plus important que dans la transmission écrite. C'est pour cette raison que les phases de formulation doivent être à la fois nombreuses, entendues et étendues dans la durée et alors les transformations autour du langage peuvent se faire sans blocage sociocognitif en changeant un mot ou en changeant une formulation.

Le langage et la nature de l'énoncé

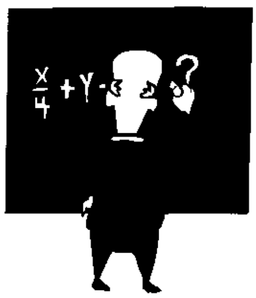
Au niveau CM_2, de nombreux problèmes posés sont tels que l'on ne peut pas aboutir à la solution sans faire une analyse correcte du problème et sans déduire une relation qui permette de la trouver.

Les énoncés de problèmes sont à l'école et au collège des ***énoncés du faire*** et, le souligne J.F. Richard[7], *"comprendre c'est avant tout construire des interprétations, ces énoncés devraient également être conçus dans le but de construire des connaissances et de se les approprier".* Les énoncés de problèmes se présentent suivant différentes formes et peuvent demander des réponses de même nature qu'eux ou des réponses différentes mais on y retrouve des constantes dans les données, dans la question et dans les tâches à effectuer Ils peuvent être proposés sous la forme de langage verbal, de langage formel ou sous la forme d'un graphique, cela conduit à utiliser des compétences différentes mais toujours dans un unique but : répondre au problème.

Nature de l'énoncé	Nature de la réponse
Langage verbal	Langage verbal
Langage verbal	Langage formel
Langage verbal	Graphique
Langage formel	Langage verbal
Langage formel	Langage formel
Langage formel	Graphique
Graphique	Langage verbal
Graphique	Langage formel
Graphique	Graphique

C'est dans cette variété de présentations qu'un élève en difficulté de lire et d'écrire pourra se faire valoir en termes de compétences et apparaîtra à l'enseignant comme un sujet intéressant. Cela demande du temps et des moyens d'investigation.

L'enseignement des mathématiques en 6ème et après peut-il se permettre ce "temps perdu" à l'analyse des procédures savantes ou banales des élèves, à l'écoute de la narration de recherche d'un élève qui ne sait pas l'écrire ? Notre réponse est évidemment oui, mais les contraintes de temps, d'espace et... n'incitent-elles pas à isoler ceux qui ne maîtrisent pas le lire et l'écrire et laisser pour compte ce problème au collège ?



[7] RICHARD. J.-F. 1990. *Les Activités mentales*. Armand Colin.

« LE CAHIER DE COURS AU COLLEGE, UN OUTIL POUR APPRENDRE A CHERCHER (ET A DEMONTRER) »

animé par : Patricia GAUCHÉ et Jean-Sébastien ANDRÉ

L'objectif de cet atelier était de présenter une idée d'organisation du cahier de cours d'un élève de collège, de remarquer les modifications dans la façon de travailler induites par cette organisation et d'échanger avec les participants afin d'améliorer et de partager les idées et les pratiques sur ce thème.

POINT DE DÉPART

Une équipe d'enseignants de collège en ZEP constate :

- que les copies des élèves au brevet de math (y compris les brevets blancs) sont désespérément vides ;
- que les rares parties cherchées sont essentiellement celles sur des notions vues à la fin de l'année ;

et émet l'hypothèse :

- que les élèves ne savent pas démontrer, faute d'avoir à disposition les outils nécessaires ;
- que les élèves ne fournissent pas de réponse parce qu'ils ne savent pas trouver, choisir l'outil approprié parmi une grande quantité « apprise ».

L'analyse de ces problèmes nous amène à nous poser les questions suivantes :

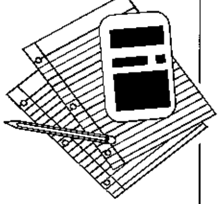
- comment aider les élèves à retenir un peu plus que les dernières notions vues en classe ;
- comment aider les élèves à chercher un problème de mathématiques.

Il faut aussi rajouter que, depuis quelque temps, les membres de cette équipe s'intéressaient aux travaux d'Alfred Bartolucci (CEPEC de Lyon) sur les profils de sortie aux différents niveaux du collège (annexe 0) et à une façon de dérouler le programme autre que « un chapitre = une notion » (idée de progression spiralée).

LA GENÈSE DU CAHIER

Il fallait donc construire un cahier qui permette de traiter tout le programme tout en constituant une aide aux difficultés des élèves.
Nous avons donc choisi un cahier structuré en parties, le titre de chaque partie étant en général « comment (faire une tâche) ».

Les parties du cahier (annexe 1) sont choisies en fonction de types d'action rencontrées dans un problème de 3°/4°.
Le cahier sera muni (annexe 2) d'un sommaire pour permettre aux élèves de se repérer et d'aller facilement et efficacement vers une partie utile pour l'exercice qui motive leur recherche ; cette partie s'étoffant au fur et à mesure de l'année des outils et connaissances relatifs à une question de mathématiques dans un problème (par exemple, en 3°, la partie "comment calculer une longueur" comporte les notions de trigonométrie, le Théorème de Thalès, d'éventuels rappels du cours de 4°).



Un index (annexe 3) nous a aussi paru utile pour prendre en compte que certains élèves savent parfois le nom de la propriété ou méthode à utiliser mais qu'ils ont quand même besoin de se référer au cours pour se remémorer la méthode, comment faire, comment rédiger exactement.

UTILISATION DU CAHIER AVEC LES ÉLÈVES

La participation des élèves dans l'élaboration du cahier commence très tôt par un questionnaire sur les représentations-élèves du cahier de cours et une exploitation de ce questionnaire en classe. Ensuite on peut proposer aux élèves de faire eux-mêmes le tri des différentes actions demandées dans un problème de brevet pour découvrir qu'on peut les répartir par thèmes. Vient ensuite la fabrication du cahier (découpages, numérotation des pages, passage parfois un peu délicat !).
Enfin, lorsqu'un résultat, établi en classe, est digne de figurer dans le cahier de cours, ce sont les élèves qui déterminent a priori la partie où devra figurer ce résultat. C'est un vrai travail pour les élèves qui leur permet de mieux comprendre le sens des propriétés et d'anticiper leur utilisation future. Par exemple, les trois propriétés de la droite des milieux en 4°, deux directes plus la réciproque, figurent chacune dans une partie différente du cahier :

- **"comment démontrer"** (« comment démontrer que 2 droites sont parallèles », « comment démontrer qu'un point est le milieu d'un segment),
- **"comment calculer "** (« comment calculer une longueur »),
- **"comment construire"** (« comment construire la parallèle à une droite »).

C'est une rupture importante avec la structure linéaire classique de l'organisation du cahier de cours.

Les élèves complètent ensuite le sommaire, l'index, dans le but de mieux s'approprier le cahier en vue de son utilisation pour chercher un problème eux-mêmes.
Lorsqu'il s'agit de répondre à une question dans un exercice ou un problème, le choix des outils et propriétés est donc facilité par la structure du cahier, la connaissance que les élèves ont de ce cahier et le fait que les élèves ne se trouvent pas devant tout le cours de mathématiques pour choisir, mais uniquement devant ce qu'il y a de plus pertinent, ce qui est plus motivant et moins décourageant.

Ceci en particulier sur la démonstration, où la méthode est rarement suggérée dans l'énoncé, le cahier de cours pouvant même être utilisé lors d'un contrôle lorsqu'il s'agit d'évaluer les compétences des élèves à trouver, choisir la propriété ou méthode appropriée.

CONSÉQUENCES SUR NOTRE TRAVAIL

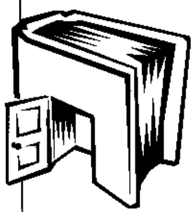
La progression a été revue de manière à respecter la structure du cahier :

- regroupement de certaines notions : par exemple « Le triangle rectangle en 4° » regroupe les notions comme le théorème de Pythagore, le théorème de la médiane relative à l'hypoténuse, la trigonométrie ;
- avoir rapidement à disposition sur un thème plusieurs propriétés et outils pour pouvoir travailler sur le choix de la méthode pertinente.

Le travail sur la démonstration : la structure de la démonstration est approfondie (données, propriété utilisée, conclusion) puisque ces trois parties constituent chacune un élément susceptible d'aider au choix de la méthode ou propriété à utiliser. La démonstration est alors beaucoup travaillée sous forme de tableau de démonstration (donc peu rédigée), idée empruntée à Denise Frère.
Un exemple assez marquant permet de mesurer les effets du cahier de cours ainsi structuré et de son utilisation par les élèves.

Auparavant, il n'était pas rare que pour démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme, les élèves récitent plusieurs (voire toutes les) propriétés connues sur le parallélogramme (mélangeant parfois même les propriétés caractéristiques et les autres) alors qu'une seule suffit. Depuis qu'ils utilisent ce « nouveau » cahier de cours, ce genre d'erreur n'a que très rarement été constaté, les élèves n'accumulent plus toutes les propriétés du cours sur le parallélogramme mais font le tri pour en extraire la plus pertinente.

POURSUITES



Réalisé pour la première fois pendant l'année scolaire 1999/2000, le cahier de cours ainsi constitué a régulièrement évolué.

Les évolutions pour 2001/2002, sur lesquelles nous n'avons pas encore assez de recul, sont les suivantes :

- idée d'un cahier double 4°/3°, donc conservé par les élèves d'une année sur l'autre : mêmes thèmes, continuité des connaissances en vue du brevet ;
- un cahier pour la classe de 6° avec des thèmes spécifiques à ce niveau (la part de la démonstration y étant moindre), il s'agit aussi de familiariser au plut tôt les élèves avec cet outil ;
- travail en 4° de suivi d'aide et de soutien.

LES LIMITES DU CAHIER

Évidemment, comme tout nouvel outil, ce cahier n'est qu'un outil parmi d'autres qui a ses limites, ses avantages, ses inconvénients.

Il nécessite vraiment l'implication sincère et sérieuse des élèves pour qu'ils puissent s'approprier son fonctionnement.
Nous avons préféré cette structure à celle du répertoire car celle-ci ne permet qu'à un élève sachant déjà ce qu'il faut chercher de trouver des informations utiles dans le cahier de cours.

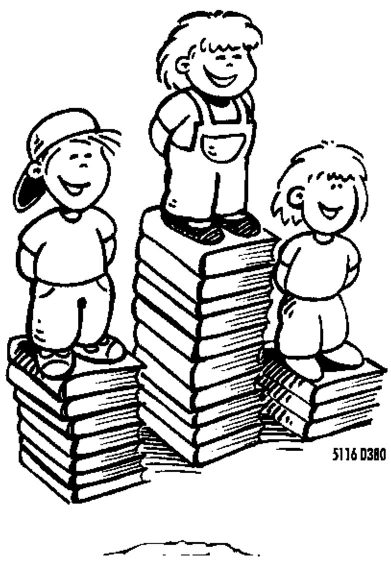
REMARQUES

Lors de l'atelier et des échanges avec les collègues, plusieurs remarques intéressantes ont été faites :

- cette organisation conviendrait mieux à un classeur (le choix du cahier étant lié à la gestion avec les élèves).
  Des structures semblables existent déjà où les parties sont choisies en fonction des données (les angles, les triangles...).
  Le choix en fonction de la conclusion nous a paru, au collège, plus adapté aux difficultés des élèves à trouver la propriété.
- nous distribuons des fiches de cours photocopiées (la rédaction des bilans ou synthèses de cours n'étant donc pas réalisée par les élèves). C'est un choix de ne pas faire copier les élèves, mais le fait de ne pas les associer davantage à la réalisation des fiches est plus une conséquence des choix que nous avons à faire en temps pour tout faire rentrer dans l'année...

COURT RÉSUMÉ

Présentation d'une structure et d'une organisation du « cahier de cours » pour qu'il ne soit pas simplement un recueil de connaissances et de méthodes, mais un véritable outil que l'élève s'approprie à la fois dans sa réalisation et son utilisation (notamment dans l'apprentissage de la démonstration).



RETROPROJECTION : L'OPERATION INVERSE DE LA VISION

animé par : Rémi BELLOEIL

L'oeil reçoit les rayons lumineux tandis que le rétroprojecteur en envoie. Ces rayons forment un cône de sommet O.
Mais où se trouve ce point O ? Derrière le miroir du rétroprojecteur bien sûr, mais à quelle distance ?
Sur ou tout près du miroir ?
A une distance égale à celle du miroir à la vitre ?
Ou du miroir à la lampe ?

Cette première question est résolue avec les participants -voir (1)- puis la photographie d'un immeuble (2) est projetée. Cet immeuble est présenté de biais, autrement dit la face visible n'est ni perpendiculaire ni parallèle à l'axe de la prise de vue. Nous y voyons certaines lignes représentant manifestement une direction horizontale. Lorsque nous prolongeons les droites sur le transparent, nous constatons qu' elles convergent. La question centrale de l'atelier est de savoir à quoi correspond le point de concours appelé aussi le point de fuite de cette direction.

Lorsque la photographie a été prise, chaque point visible a été projeté sur le négatif, comme si on avait dessiné sur une vitre ce que l'on voyait de ce point de vue. Imaginons que nous disposions d'une maquette plaquée contre l'écran de sorte que la lumière projetée restitue chaque point original sur cette maquette et que son ombre coïncide avec l'image qui apparaît sur l'écran. L'immeuble représenté par la photographie et la maquette (virtuelle) se déduisent l'un de l'autre par une homothétie de centre O. Nous allons retrouver la direction sur la maquette des lignes correspondant à des droites horizontales. Pour cela, nous utilisons une équerre dont nous plaçons un côté verticalement et le sommet de l'angle droit sur un point d'une de ces lignes (3). Ensuite nous tournons l'équerre, en laissant son côté vertical fixe, jusqu'à ce que l'ombre du bord horizontal se superpose à la ligne visible à l'écran. Le bord horizontal nous donne alors la direction "sur la maquette" de la ligne de l'écran. En effet, le bord de l'équerre et le segment correspondant "sur la maquette" se déduisent l'un de l'autre par une homothétie de centre O et, donc, ont la même direction. Nous observons que la droite portée par le bord horizontal de l'équerre ne passe pas par O.

Nous pouvons faire apparaître le plan qui contient la ligne de

Référence : (1), (2) et (3) voir fin du texte.

l'écran, celle "de la maquette" et l'origine des rayons lumineux. Pour cela, nous utilisons une feuille de papier calque où nous avons découpé la ligne concernée et que nous posons sur le transparent. Si la pièce est obscurcie et un peu poussiéreuse ou enfumée -ce qui n'était pas le cas à Lille- le plan va apparaître comme une plage de lumière dans l'espace.

Mais alors à quoi correspond le point de fuite ?

Un participant fait remarquer que deux plans (non parallèles) se coupent selon une droite et que le point de fuite est l'intersection de cette droite avec l'écran. Très bien.

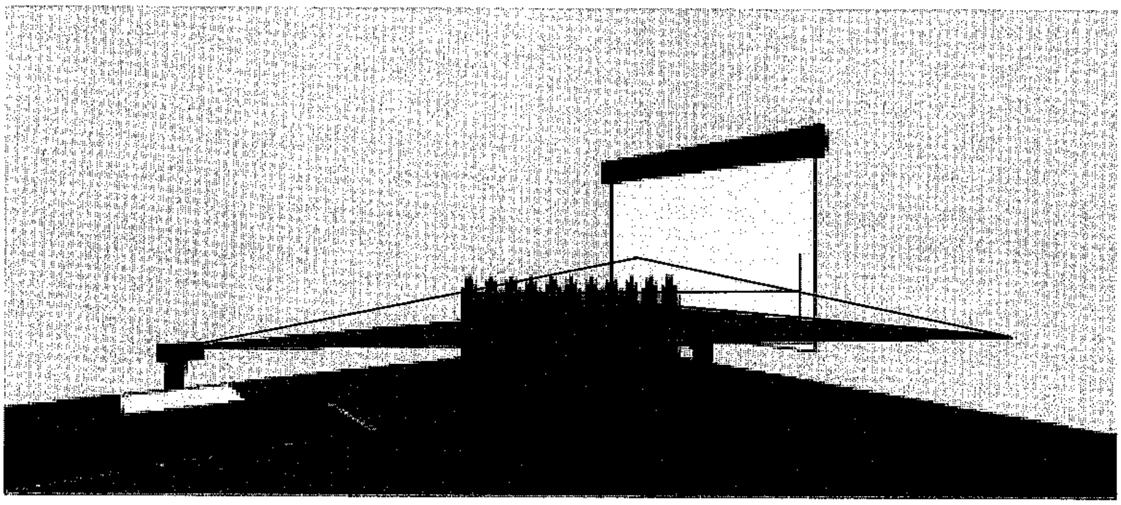
Mais pourquoi tous les couples de plans ont-ils la même intersection ?

Quelle est cette droite particulière ?

Après quelques instants, la réponse est donnée, tous les plans passent par le sommet du cône lumineux et possèdent une droite horizontale de direction fixée, ils possèdent donc tous la droite qui passe par ce point et qui a cette direction. Finalement, *le point de fuite d'une direction* est le point d'intersection entre l'écran et la droite qui a cette direction et qui passe par le sommet O du cône lumineux (ou l'oeil de l'observateur lors de la prise de vue). Ceci est illustré par la figure ci-après où nous voyons le rétro-projecteur, l'écran et une barrière en bois qui joue le rôle de la maquette.

Nous notons que lorsque l'on regarde au travers d'une vitre, les rayons lumineux issus d'un même point qui rejoignent chacun des deux yeux ne franchissent pas la vitre exactement au même point.

Ainsi les images vues par les deux yeux ne sont pas identiques. C'est en redistribuant chaque image à chaque oeil que l'on peut donner l'impression de relief. Les participants le constatent grâce à un dispositif (appareil photo et loupe double) que l'on peut acheter à la Cité des Sciences à Paris. N'oublions pas cependant que c'est le cerveau qui interprète les signaux lumineux et qui s'adapte à la vision de chacun (la déficience d'un oeil peut être compensée par un déplacement de l'oeil valide).



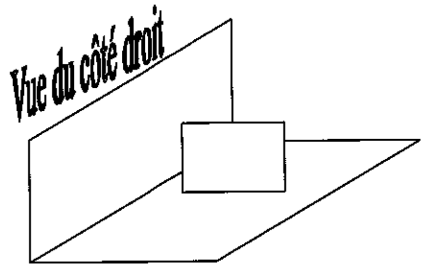
L'atelier se termine par la présentation de deux activités :
La première conduit les participants à réaliser *une image en perspective conique* à partir d'une vue de face et d'une vue du côté droit, accompagnée d'une vue en perspective cavalière pour faciliter la lecture et lever toute ambiguïté du dessin. Il me semble souhaitable que les élèves connaissent *la perspective cavalière* avant d'étudier la perspective conique. C'est le rôle **de la deuxième** activité, qui sera donc réalisée avec les élèves avant la première et est seulement distribuée aux participants.

DESSIN EN PERSPECTIVE CONIQUE

Un observateur regarde un bâtiment à travers une vitre plane. On imagine de peindre sur cette vitre un poster qui se superpose exactement avec ce que voit l'observateur.
Vous allez reproduire ce poster en utilisant la vue de dessus et la vue du côté droit qui vous sont fournies : cf. page 18.

Il s'agit de construire les points a_2, b_2, e_2, f_2, c_2, d_2, a_0, b_0, e_0, f_0, c_0, d_0 qui sont les intersections du plan de projection avec les droites issues du point OE -qui correspond à l'œil de l'observateur- et passant respectivement par A_2, B_2, E_2, F_2, C_2, D_2, A_0, B_0, E_0, F_0, C_0, D_0.

Cette construction sera réalisée sur un rectangle de 6 cm sur 12 cm représentant la vitre. Sur les deux vues figure la trace de la vitre représentée chaque fois par un segment, et le point OE.
On peut placer la vue de dessus sur la table et la vue de côté verticalement à gauche, le rectangle est alors dans un plan perpendiculaire aux deux feuilles. Les deux vues apparaissent comme les ombres portées sur des murs par le bâtiment éclairé par deux projecteurs éloignés.



Vue du dessus

1) Construction du point a_2, à partir des vues de droite et de dessus qui sont fournies.
Sur la vue du dessus, la projection de la droite issue du point OE qui passe par A_2 coupe le segment qui représente la vitre en a'_2 .
Mettre le grand bord du rectangle-poster le long de ce segment et reporter le point a'_2 sur ce bord.

Sur la vue du côté droit, la projection de la droite issue du point OE qui passe par A_2 coupe le segment qui représente la vitre en a''_2 .
Mettre le petit bord du rectangle-poster le long de ce segment et reporter le point a''_2 sur ce bord.

Sur le rectangle, les perpendiculaires aux bords qui passent par a'_2 et a''_2 se coupent en a_2.

2) Poursuivre ainsi la construction des autres points visibles depuis la position OE, et relier les sommets de façon à faire apparaître le dessin en perspective du bâtiment.

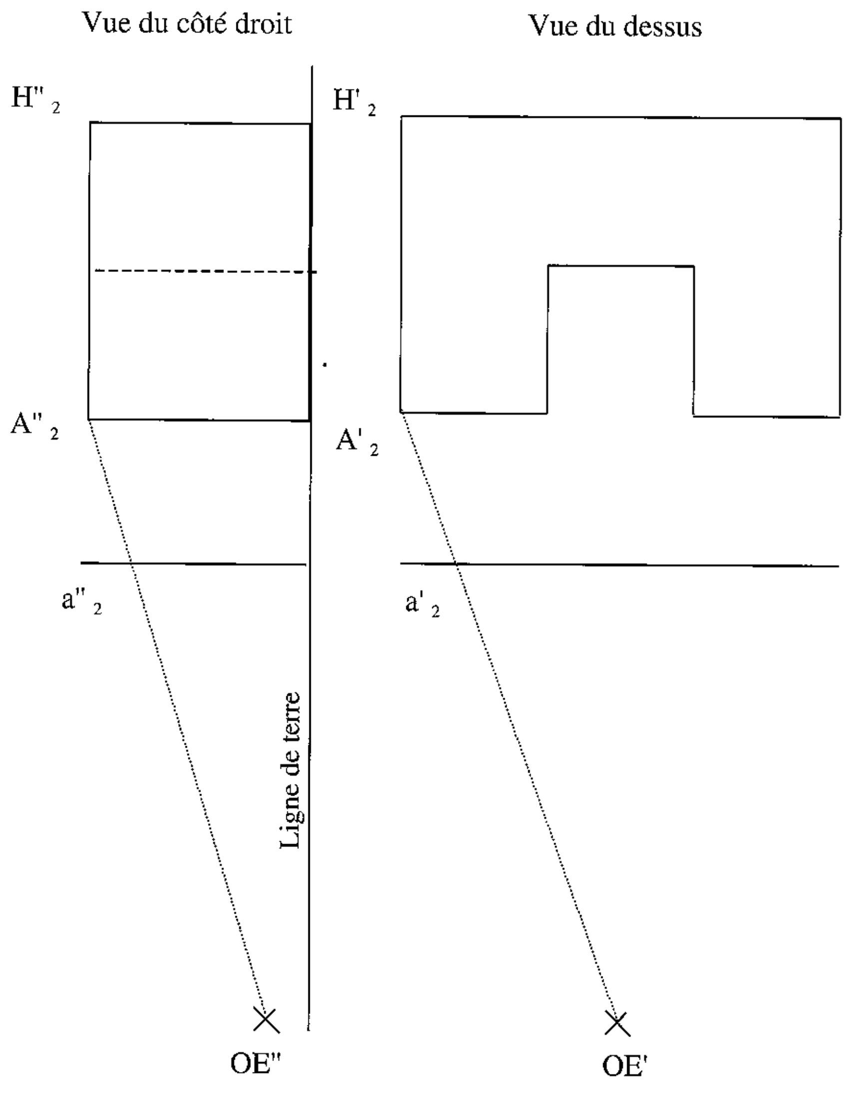
3) Dans l'espace, certaines distances sont égales, les distances correspondantes sur le plan de projection le sont-elles ?

$a_2 b_2 = b_2 e_2 = e_2 f_2$?
$b_2 e_2 = c_2 d_2$?
$a_2 b_2 = a_0 b_0$?
$e_2 f_2 = e_0 f_0$?

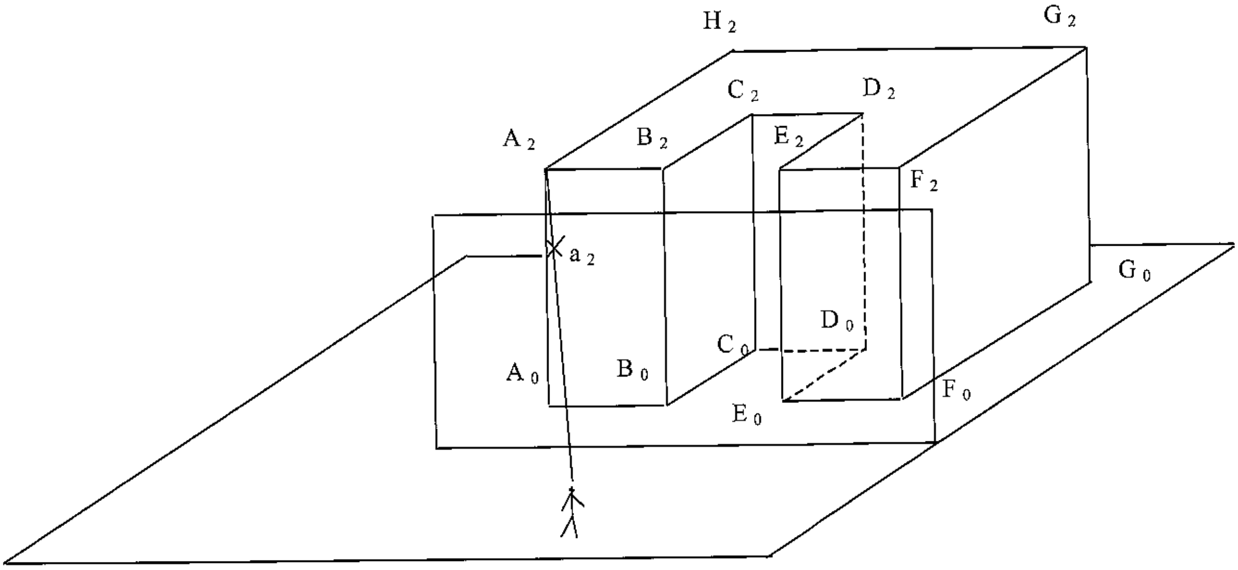
4) Dans l'espace, certaines droites sont parallèles, leurs représentations dans le plan de projection le sont-elles aussi ?

$(a_2 b_2)$ et $(a_0 b_0)$?
$(b_2 c_2)$ et $(e_2 d_2)$?

Les figures sont ici réduites.



Vue en perspective cavalière.



REPRÉSENTATION D'UN BÂTIMENT CÉLÈBRE EN PERSPECTIVE CAVALIÈRE

Pour cette activité, utiliser une feuille à petits carreaux, que vous mettrez dans le sens de la largeur :

1) Placer le point origine dans le coin en bas à gauche, à 1 cm environ des bords.
L'unité sera 1 cm vers la droite pour le vecteur $\vec{i}$,1 cm vers le haut pour le vecteur $\vec{k}$ et, sur le dessin, le vecteur $\vec{j}$ sera représenté par un vecteur égal à $\frac{1}{2}(\vec{i}+\vec{k})$

2) Tracer au crayon à papier sans appuyer, le parallélépipède rectangle dont les sommets ont pour coordonnées :

(0 ; 0 ; 0) (3 ; 0 ; 0) (3 ; 4 ; 0)
(0 ; 4 ; 0)
A(0 ; 0 ; 13) B(3 ; 0 ; 13)
C(3 ; 4 ; 13) D(0 ; 4 ; 13).

3) Tracer le parallélépipède image de celui-ci par la translation de vecteur 18 $\vec{i}$

4) Relier les deux parallélépipèdes par le parallélépipède dont les sommets ont pour coordonnées :

B(3; 0 ; 13) (3 ; 1 ; 13)
(18 ; 1 ; 13) (18 ; 0 ; 13)
(3; 0 ; 10) (3 ; 1 ; 10)
(18 ; 1 ; 10) (18 ; 0 ; 10).

Tracer l'image de ce parallélépipède par la translation de vecteur 3 $\vec{j}$ en ne faisant apparaître que les traits visibles.

5)Placer le point T tel que

$\overrightarrow{AT} = 1{,}5\ \vec{i} + 2\ \vec{j} + 4\ \vec{k}$

Tracer les segments

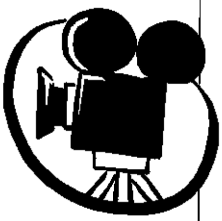
[AT], [BT], [CT] et [DT].

6) Tracer le carré EFGH tel que

$\overrightarrow{BE} = \vec{j}$; $\overrightarrow{EF} = 2\ \vec{k}$;

$\overrightarrow{FG} = 2\ \vec{j}$; $\overrightarrow{CH} = -\ \vec{j}$

7) Reconnaître une construction célèbre.
Compléter le dessin, effacer les traits cachés et, éventuellement, ajouter des détails et colorier.



Réponse :
Il s'agit de Tower Bridge.

RENVOIS DE LA PAGE 15 :

(1) Sous la vitre du rétro projecteur se trouve une lentille de Fresnel qui fait converger les rayons lumineux vers la lentille située à proximité du miroir ; la taille de celui-ci montre que le cône est très réduit à cet endroit. Le centre du cône est donc très proche du miroir. On peut s'en assurer en déplaçant une feuille verticalement vers le miroir ; à la fin, le disque lumineux est extrêmement réduit.

(2) Il s'agissait d'une photo d'un immeuble de Rennes. Chacun peut réaliser sa propre photo, il suffit de demander au photographe un tirage sur transparent. Voici les précautions à prendre lors de la prise de vue et du choix de la photo :

- l'axe de la prise de vue doit être bien horizontal,
- la face visible du bâtiment ne doit pas être perpendiculaire à l'axe de la prise de vue, mais au contraire presque parallèle à cette direction, tout en occupant la plus grande partie de l'image,
- le bâtiment doit comporter des lignes horizontales claires ou blanches et aussi des lignes verticales, claires elles aussi si possible,
- les lignes horizontales devront être convergentes et les lignes verticales devront être parallèles sur la photographie.

(3) Le sommet de l'équerre ne doit pas être placé trop près du point de fuite, ni à l'autre extrémité de la ligne, pour que l'ombre de l'équerre ne soit pas trop petite et puisse se superposer avec une partie de la ligne. Autant que possible, il faut le placer à l'intersection de la ligne avec une verticale de l'image et mettre le deuxième côté de l'équerre le long de cette verticale.

UTILISATION DES ARBRES EN PROBABILITES

Groupe PY-MATHS, E.N.F.A.

E.N.F.A. : Ecole Nationale de Formation Agronomique (Auzeville -Toulouse)
Ministère de l'Agriculture et de la Pêche.

L'utilisation des arbres en dénombrement et en probabilités est fort pratique pour s'approprier certaines situations et aider à la compréhension de certains problèmes. Elle répond d'autre part à certaines exigences du programme de STAE :

« ... *exemples d'emplois de partitions et de représentations (arbres, tableaux, ...) pour organiser et dénombrer des données relatives à la description d'une expérience aléatoire* ... »

« *Les représentations graphiques tiennent une place importante : en effet, outre leur intérêt propre, elles permettent de donner un contenu intuitif et concret aux objets mathématiques* ... »

I - ETUDE D'UN PREMIER EXEMPLE

Dans le cadre d'activités « *pleine nature* », du VTT, du tir à l'arc et du kayak sont proposés à un groupe de 60 lycéens composé de 48 filles et 12 garçons.
34 filles et 6 garçons choisissent le VTT, 6 filles et 2 garçons préfèrent le tir à l'arc et les autres prennent le kayak.
Compléter le tableau suivant qui donne la répartition des élèves filles et garçons en fonction de leur choix :

S.T.A.E : Section de Techniciens de l'Agriculture et de l'Environnement.

	Nombre de filles	Nombre de garçons	Total
Effectifs en VTT			
Effectifs au tir à l'arc			
Effectifs au kayak			
Total			

On désigne par Ω l'ensemble des 60 lycéens disponibles.
Un élève du groupe est choisi au hasard. On s'intéresse au sport qu'il pratique et au fait qu'il soit une fille ou un garçon.

On considère les événements suivants :

V: l'élève opte pour le VTT .
T : l'élève opte pour le tir à l'arc.
K : l'élève opte pour le kayak.
G : l'élève est un garçon.
F : l'élève est une fille.

1) Dans un premier temps, exprimer en fonction de card (Ω), card (K), card(F), card(G), la probabilité des événements suivants :

l'élève choisi :
- pratique du kayak,
- est un garçon,
- est une fille,
- est une fille pratiquant du kayak.

2) Dans cette question, on sait que l'élève choisi est une fille.

a) Déterminer la probabilité pour qu'elle pratique du kayak.

Remarque 1 : avec cette information, (on sait que l'élève est une fille), on définit sur Ω une nouvelle probabilité.
Notons p_F cette probabilité. Le résultat obtenu à la question précédente est alors noté $p_F(K)$.
Cette probabilité est appelée probabilité de K sachant que F est réalisé ou encore probabilité de K sachant F.

Remarque 2 : cette probabilité $p_F(K)$ est aussi notée p(K/F)

b) Justifier que, dans notre exemple, $p_F(K)=\dfrac{p(F\cap K)}{p(F)}$.

Cette écriture est-elle toujours définie ?

3) De même, déterminer la probabilité que l'élève choisi pratique du kayak, sachant que c'est un garçon (cette probabilité est notée $p_G(K)$)

Comparer avec $\dfrac{p(G\cap K)}{p(G)}$.

II - DÉFINITION

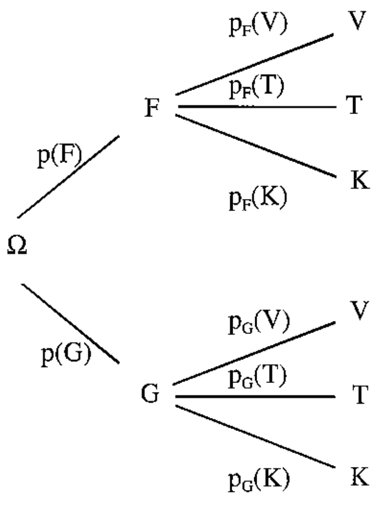
Soit B un événement de probabilité non nulle.
On appelle « probabilité conditionnelle de l'événement A sachant que l'événement B est réalisé » ou plus simplement « probabilité de A sachant B », le nombre noté $p_B(A)$ ou p(A/B) défini par :

$$p_B(A)=\frac{p(A\cap B)}{p(B)}$$

Remarque 3 : p_B est une nouvelle probabilité définie sur Ω.
On pourrait aussi dire que cela équivaut à travailler sur un univers réduit, cet univers étant l'événement B.

Remarque 4 : si A est un événement de probabilité non nulle, le nombre $p_A(B)$ ou p(B/A) est défini par $p_A(B)=\dfrac{p(A\cap B)}{p(A)}$.

On peut résumer la situation de ce premier exemple à l'aide de l'arbre suivant :



Exercice 1 :

1) Dans l'exemple précédent, exprimer par une phrase les deux probabilités suivantes :

$p_G(T)$ et $p_F(T)$.

Calculer ces deux probabilités.

2) a) Exprimer par une phrase l'événement $(F \cap T)$.

b) Faire apparaître sur l'arbre précédent le chemin correspondant à cet événement $(F \cap T)$.

c) Calculer la probabilité de cet événement $(F \cap T)$ en utilisant la définition de $p_F(T)$ et des résultats précédents

d) En utilisant l'arbre précédent, comment obtenir ce résultat ?

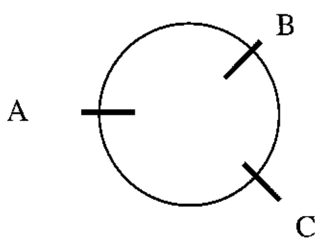
III - ETUDE D'UN DEUXIÈME EXEMPLE

Le jeu « **Tourne en rond** »

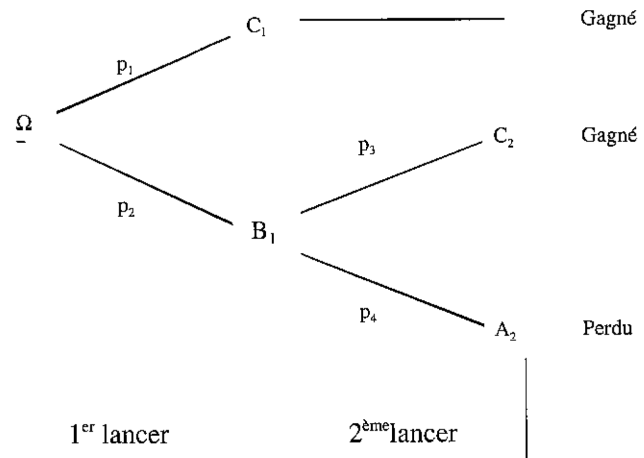
Au départ un jeton est placé en A.

On lance un dé supposé parfait :

- si le résultat du lancer est 1 , 2 , 3 ou 4, déplacer le jeton en C. Vous avez gagné.
- si le résultat est 5 ou 6, déplacer le jeton en B et relancer le dé.
- si le nouveau résultat est un 5 ou un 6, déplacer le jeton en C. Vous avez gagné. Sinon déplacer le jeton en A, vous avez perdu



On peut schématiser cette situation à l'aide de l'arbre suivant où on a noté B_1 (et C_1) les événements : « *aller en B (et en C) au premier lancer* » ainsi que C_2 (et A_2) les événements « *aller en C (et en A) au second lancer* »



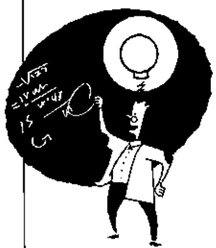
1) Déterminer la probabilité p_2 d'obtenir la case B au premier lancer.

2) Que représente p_3 ?
Calculer cette probabilité p_3.

3) Déterminer la probabilité d'aller à la case B au premier lancer et de perdre au second lancer.
On utilisera le résultat obtenu à la question 2) de l'exercice 1.

4) Calculer la probabilité de gagner à ce jeu.

Remarque 5 : Dans cet exercice, on peut vouloir écrire les probabilités à partir d'événements. Il faudra pour cela décrire Ω. On peut prendre $\Omega = \{$ perdu ; gagné$\}$ ou encore, si on s'intéresse aux différents chemins qui mènent aux résultat : $\Omega' = \{ C_1 ; B_1C_2 ; B_1A_2 \}$.

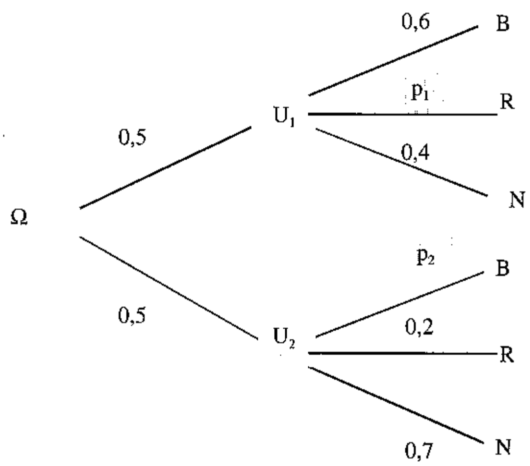


La rédaction devient alors plus difficile pour les élèves. On peut très bien obtenir une rédaction rigoureuse en utilisant les notations p_1, p_2 et p_3 données dans le texte de l'énoncé.

5) Ecrire avec les notations mathématiques, en particulier celle de la définition, les possibilités p_1, p_2, p_3, p_4.

IV - ETUDE D'UN TROISIÈME EXEMPLE

On considère deux urnes U_1 et U_2.
L'urne U_1 contient des boules indiscernables au toucher, 6 de couleur blanche et 4 de couleur noire.
L'urne U_2 contient une boule blanche, 7 boules noires et 2 boules rouges et, dans cette urne, on choisit une boule
On peut schématiser cette situation à l'aide de l'arbre suivant :



1) Dire par une phrase ce que représentent les nombres p_1 et p_2 indiqués dans cet arbre. Comment doit-on les noter ?
Donner ces deux probabilités.

2) a) Lire sur cet arbre la valeur de la probabilité d'obtenir une boule blanche sachant que l'urne U_1 est choisie. Comment doit-on la noter ?

b) Lire sur cet arbre les valeurs des probabilités :
$p_{U_1}(N)$ et $p_{U_2}(R)$

3) Traduire par une phrase les événements $(U_1 \cap N)$ puis $(U_2 \cap N)$ et déterminer les valeurs des probabilités de ces événements.

4) Dans cette expérience (choix d'une urne puis choix d'une boule), quelle est la valeur de la probabilité :

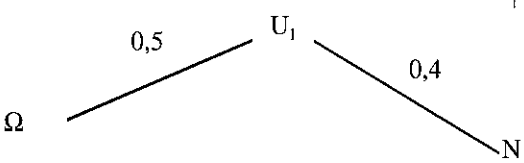
- de tirer une boule noire ?
- de tirer une boule rouge ?
- de tirer une boule blanche ?

Vérifier la cohérence de ces trois résultats.

5) Traduire par une phrase la probabilité $p_B(U_1)$.

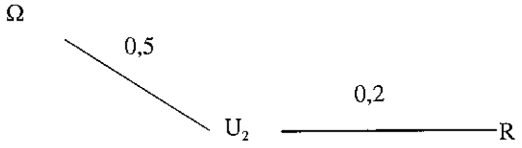
En utilisant la définition, calculer cette probabilité. Que peut-on dire de $p_R(U_2)$?

Remarque 6 :
L'événement « l'urne U_1 a été choisie et une boule noire a été tirée » est noté $U_1 \cap N$ ou « U_1 et N » ; il est représenté sur l'arbre par le chemin suivant (à lire de gauche à droite):



On a :
$p(U_1 \cap N)$ est égal au produit des probabilités inscrites sur le chemin passant par U_1 et N
$p(U_1 \cap N) = p(U_1)\ p_{U_1}(N)$
$p(U_1 \cap N) = 0{,}5 \times 0{,}4$ soit 0,2

De même l'événement « U_2 et R » est représenté par le chemin suivant :



$p(U_2 \cap R) = p(U_2) \times p_{U_2}(R)$

$p(U_2 \cap R) = 0{,}5 \times 0{,}2$ soit 0,1

Remarque 7 :
Puisque dans cette expérience, on s'intéresse à l'urne et à la couleur de la boule, on peut écrire l'univers Ω de la façon suivante :

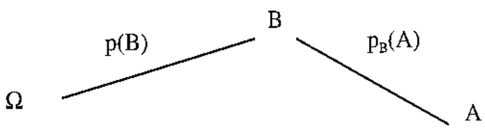
$\Omega = \{ U_1B\ ;\ U_1N\ ;\ U_2B\ ;\ U_2R\ ;\ U_2N\}$.

L'événement N :"la boule est noire" sera alors défini par $N = \{ U_1N\ ;\ U_2N \}$ et l'événement U_1 par $\{ U_1B\ ,\ U_1N \}$ ce qui justifie la notation $U_1 \cap N$ pour l'événement « U_1 et N ». C'est une intersection ensembliste dans le produit cartésien qui définit Ω.

V - QUELQUES RÈGLES D'UTILISATION D'UN ARBRE PONDÉRÉ

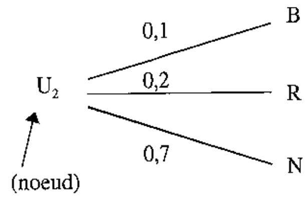
1) Dans un arbre pondéré, la probabilité d'un événement représenté par un chemin est égale au produit des probabilités inscrites sur chaque branche de ce chemin.

Ainsi l'événement « *A et B* » noté aussi $A \cap B$ est représenté par le chemin suivant :



la probabilité de cet événement $(A \cap B)$ est :
$p(A \cap B) = p(B) \times p_B(A)$

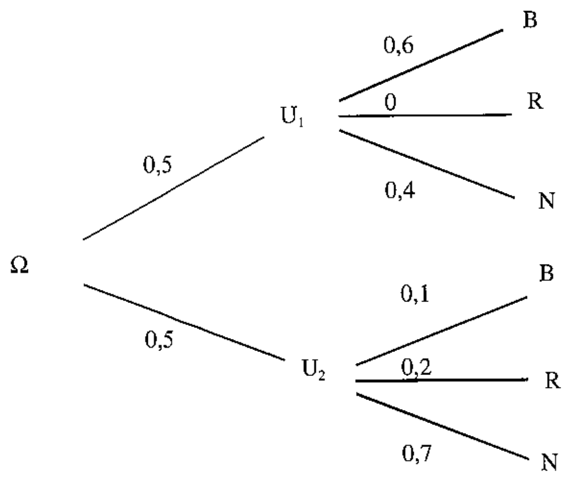
2) La somme des probabilités inscrites sur les branches issues d'un même nœud est égale à 1 si l'arbre est complet.



$0{,}1 + 0{,}2 + 0{,}7 = 1$

3) Pour obtenir la probabilité de l'événement B, on additionne les probabilités des événements représentés par tous les chemins menant à B.

Si l'on revient à l'exemple précédent :



$p(B) = p(U_1) \times p_{U_1}(B) + p(U_2) \times p_{U_2}(B)$

$p(B) = 0{,}5 \times 0{,}6 + 0{,}5 \times 0{,}1$
soit $p(B) = 0{,}35$

VI - UN DERNIER EXEMPLE

Le jeu de la case fatale:

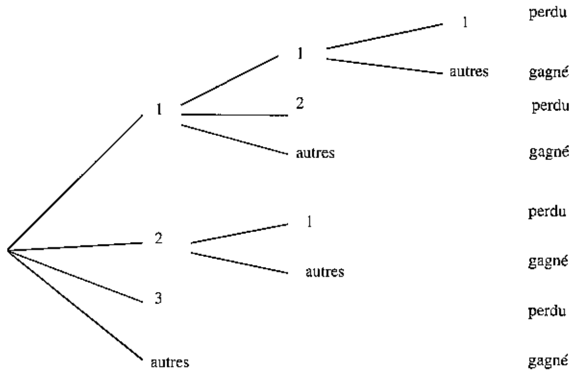
Départ	C1	C2	C3 Fatale	C4	C5	C6

Le joueur part de la case départ.
Il lance un dé cubique non truqué et avance du nombre de cases indiqué sur la face supérieure du dé.

Le joueur gagne dès qu'il a dépassé la case 3 fatale, il perd s'il tombe sur cette case ; il s'arrête alors de jouer.
Il relance le dé dans les autres cas.
Après trois jets au maximum, le joueur est fixé sur son sort.

1) Compléter l'arbre ci-contre, en indiquant les probabilités correspondantes à chacune des branches.

Remarque :
On démontre, en probabilités, que lorsqu'une épreuve aléatoire est répétée, le rang dans lequel apparaissent les événements n'a aucune influence sur le calcul des probabilités concernées. On a donc décidé ici, par exemple, de noter « 1 » la sortie du numéro 1 du dé quel que soit le rang du lancer.



2) Calculer les probabilités suivantes :
"Le joueur gagne à l'issue du premier jet"
"Le joueur perd à l'issue du premier jet".
"Le joueur gagne à l'issue du second jet"
"Le joueur gagne la partie"
"Le joueur perd la partie"

QUELQUES RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

« *L'introduction du concept de probabilité conditionnelle : avantages et inconvénients de l'arborescence* ».
André TOTOHASINA

« *Un outil sous-estimé : l'arbre probabiliste* ».
Bernard PARZYSZ
Bulletin APMEP N°372

LE PROJET GEOWEB

animé par : Jean Michel CHEVALIER

COLLABORATION de Jean-Paul Filipiak, Laure Manoukian, Éléonore Sicre, Joël Vion

INTRODUCTION

Le projet GéoWeb fait suite à plusieurs expérimentations pédagogiques de construction d'hypermédias par des élèves du collège Victor Hugo de Harnes (Pas-de-Calais). Ces actions, réalisées depuis 1996, se sont développées dans deux champs disciplinaires : celui des Sciences de la Vie et de la Terre (SVT) par la réalisation des projets Hyper-Santé ainsi que celui de la géométrie plane par le développement des bases de données HyperGéo. Elles ont pu être réalisées grâce à des moyens spécifiques accordés au Réseau d'Éducation Prioritaire auquel appartient ce collège.
Le projet actuel GéoWeb s'inscrit dans le Plan National d'Innovation (PNI 1999/2001) du Ministère de l'Éducation Nationale et bénéficie, de ce fait, de moyens attribués par l'IUFM (Institut Universitaire de Formation des Maîtres) du Nord-Pas-de-Calais.

Prenant en compte les apports des recherches dans les nouvelles technologies, en sciences cognitives, en épistémologie, et, bien entendu, en éducation, nous proposons un projet basé sur un ensemble de situations d'enseignement-apprentissage (recherche-innovation pédagogique) où l'élève participe au développement d'un hypertexte associant problèmes et notions de géométrie (recherche-développement) et se présentant sous la forme d'un site web, d'où son nom : GéoWeb.

Ce faisant, l'élève sera amené à utiliser les ressources d'un *micromonde* associé au domaine étudié. Ce *micromonde* peut être considéré comme un système regroupant les textes, les représentations graphiques et les règles d'association des différents composants de la géométrie.
Les résultats attendus concernent le développement :

- des connaissances (savoirs et savoir-faire) relatives au domaine considéré,
- des capacités métacognitives. Par la connaissance de la structure du *micro-monde*, l'élève sera à même de mieux appréhender certains mécanismes d'apprentissage.
- de l'autonomie de l'élève.

Ce projet, tout comme les précédents, s'appuie sur le concept de réseau, concept émergeant dans un certain nombre de domaines. Nous proposons d'évoquer à grands traits les divers points de vue sur la question.

POINTS DE VUE

POINT DE VUE TECHNOLOGIQUE

Le monde des réseaux occupe une place de plus en plus prégnante dans notre quotidien. Les technologies de la communication nous permettent d'entrer en relation quasi instantanée avec les multiples parcelles du savoir humain, réparties autour de la planète.
Les utopies des rêveurs de la première moitié du siècle, écrivains et scientifiques sont devenues des réalités d'aujourd'hui. L'*Encyclopédie Permanente Universelle* d'Herbert Georges Wells, le *Memex* de Vannevar Bush et *Xanadu* de Ted Nelson, tous ces projets visionnaires ont vu le jour à travers un, maintenant célèbre, borborygme anglo-saxon : ***World Wide Web.***

POINT DE VUE ÉPISTÉMOLOGIQUE

Tout comme Pierre Lévy avec l'ordinateur ou Michel Serres avec la machine à vapeur, nous pouvons nous demander si le réseau n'est pas l'un de ces dispositifs techniques par lequel nous sommes amenés à penser le monde : le monde extérieur et notre monde intérieur, si tant est que nous puissions les séparer.
P. Lévy nous assure que la plupart des logiciels contemporains jouent un rôle de technologie intellectuelle. Ils réorganisent notre vision du monde et modifient nos réflexes mentaux.
Pour M. Serres, la machine à vapeur n'est pas qu'un objet technique : elle est aussi le modèle thermodynamique du dix-neuvième siècle par lequel les contemporains tels Marx, Nietzsche ou Freud pensent l'histoire, la philosophie ou le psychisme.

POINT DE VUE SCIENTIFIQUE

Le développement des sciences cognitives montre la place prépondérante prise par les conceptions se référant, explicitement ou non, aux réseaux : réseaux sémantiques, théorie des schémas et autres.
Depuis plus de trois décennies, les chercheurs et, en particulier, les spécialistes en psychologie cognitive et en intelligence artificielle, essaient de décrypter les mystères du fonctionnement mental de l'être humain et des fonctions activées lors d'apprentissages. Ils nous proposent des modèles dont bon nombre s'appuient sur la notion de réseau. En effet, comment ne pas mettre en parallèle l'ordinateur, vaste réseau de portes logiques, avec le cerveau, inextricable réseau de neurones. Il est d'ailleurs à remarquer que le développement conjoint de l'informatique et de la psychologie cognitive fait que de nombreux modèles proposés dans une des deux disciplines se retrouvent sous une forme analogue dans l'autre.

POINT DE VUE PÉDAGOGIQUE

Ces conceptions ne peuvent être sans influence sur les pratiques et théories en éducation.
Il existe en outre de fortes pressions, tant sociales qu'institutionnelles, en direction de l'école afin que les enseignements dispensés intègrent les technologies de l'information et de la communication (TIC). Mais il ne suffit pas de placer des ordinateurs dans les salles de classe.

LE PROJET GEOWEB

animé par : Jean Michel CHEVALIER

COLLABORATION de Jean-Paul Filipiak, Laure Manoukian, Éléonore Sicre, Joël Vion

INTRODUCTION

Le projet GéoWeb fait suite à plusieurs expérimentations pédagogiques de construction d'hypermédias par des élèves du collège Victor Hugo de Harnes (Pas-de-Calais). Ces actions, réalisées depuis 1996, se sont développées dans deux champs disciplinaires : celui des Sciences de la Vie et de la Terre (SVT) par la réalisation des projets Hyper-Santé ainsi que celui de la géométrie plane par le développement des bases de données HyperGéo. Elles ont pu être réalisées grâce à des moyens spécifiques accordés au Réseau d'Éducation Prioritaire auquel appartient ce collège.
Le projet actuel GéoWeb s'inscrit dans le Plan National d'Innovation (PNI 1999/2001) du Ministère de l'Éducation Nationale et bénéficie, de ce fait, de moyens attribués par l'IUFM (Institut Universitaire de Formation des Maîtres) du Nord-Pas-de-Calais.

Prenant en compte les apports des recherches dans les nouvelles technologies, en sciences cognitives, en épistémologie, et, bien entendu, en éducation, nous proposons un projet basé sur un ensemble de situations d'enseignement-apprentissage (recherche-innovation pédagogique) où l'élève participe au développement d'un hypertexte associant problèmes et notions de géométrie (recherche-développement) et se présentant sous la forme d'un site web, d'où son nom : GéoWeb.

Ce faisant, l'élève sera amené à utiliser les ressources d'un *micro-monde* associé au domaine étudié. Ce *micromonde* peut être considéré comme un système regroupant les textes, les représentations graphiques et les règles d'association des différents composants de la géométrie.
Les résultats attendus concernent le développement :

- des connaissances (savoirs et savoir-faire) relatives au domaine considéré,
- des capacités métacognitives. Par la connaissance de la structure du *micro-monde*, l'élève sera à même de mieux appréhender certains mécanismes d'apprentissage.
- de l'autonomie de l'élève.

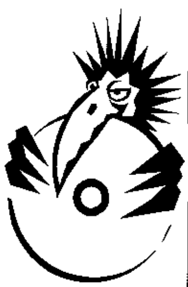
Ce projet, tout comme les précédents, s'appuie sur le concept de réseau, concept émergeant dans un certain nombre de domaines. Nous proposons d'évoquer à grands traits les divers points de vue sur la question.

POINTS DE VUE

POINT DE VUE TECHNOLOGIQUE

Le monde des réseaux occupe une place de plus en plus prégnante dans notre quotidien. Les technologies de la communication nous permettent d'entrer en relation quasi instantanée avec les multiples parcelles du savoir humain, réparties autour de la planète.

Les utopies des rêveurs de la première moitié du siècle, écrivains et scientifiques sont devenues des réalités d'aujourd'hui. L'*Encyclopédie Permanente Universelle* d'Herbert Georges Wells, le *Memex* de Vannevar Bush et *Xanadu* de Ted Nelson, tous ces projets visionnaires ont vu le jour à travers un, maintenant célèbre, borborygme anglo-saxon : ***World Wide Web.***



POINT DE VUE ÉPISTÉMOLOGIQUE

Tout comme Pierre Lévy avec l'ordinateur ou Michel Serres avec la machine à vapeur, nous pouvons nous demander si le réseau n'est pas l'un de ces dispositifs techniques par lequel nous sommes amenés à penser le monde : le monde extérieur et notre monde intérieur, si tant est que nous puissions les séparer.

P. Lévy nous assure que la plupart des logiciels contemporains jouent un rôle de technologie intellectuelle. Ils réorganisent notre vision du monde et modifient nos réflexes mentaux.

Pour M. Serres, la machine à vapeur n'est pas qu'un objet technique : elle est aussi le modèle thermodynamique du dix-neuvième siècle par lequel les contemporains tels Marx, Nietzsche ou Freud pensent l'histoire, la philosophie ou le psychisme.

POINT DE VUE SCIENTIFIQUE

Le développement des sciences cognitives montre la place prépondérante prise par les conceptions se référant, explicitement ou non, aux réseaux : réseaux sémantiques, théorie des schémas et autres.

Depuis plus de trois décennies, les chercheurs et, en particulier, les spécialistes en psychologie cognitive et en intelligence artificielle, essaient de décrypter les mystères du fonctionnement mental de l'être humain et des fonctions activées lors d'apprentissages. Ils nous proposent des modèles dont bon nombre s'appuient sur la notion de réseau. En effet, comment ne pas mettre en parallèle l'ordinateur, vaste réseau de portes logiques, avec le cerveau, inextricable réseau de neurones. Il est d'ailleurs à remarquer que le développement conjoint de l'informatique et de la psychologie cognitive fait que de nombreux modèles proposés dans une des deux disciplines se retrouvent sous une forme analogue dans l'autre.

POINT DE VUE PÉDAGOGIQUE

Ces conceptions ne peuvent être sans influence sur les pratiques et théories en éducation.

Il existe en outre de fortes pressions, tant sociales qu'institutionnelles, en direction de l'école afin que les enseignements dispensés intègrent les technologies de l'information et de la communication (TIC). Mais il ne suffit pas de placer des ordinateurs dans les salles de classe.

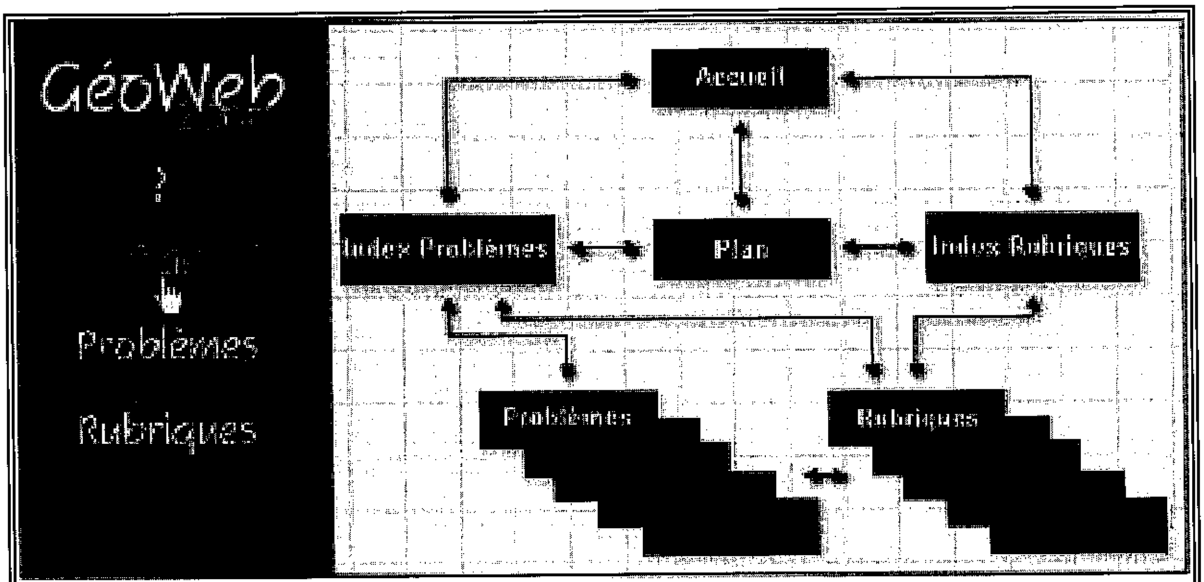
L'expérience ou plutôt l'inexpérience du plan "Informatique Pour Tous" des années quatre-vingt est là pour nous le rappeler : il est indispensable que la réflexion pédagogique et didactique contribue à définir les conditions d'un usage utile de ces technologies.
L'usage des TIC en éducation n'est pas neutre. Il peut être l'occasion de développer des pédagogies actives qui permettent à l'élève de construire ses connaissances et de développer son autonomie dans le cadre de situations d'enseignement-apprentissage adaptées, donc nécessairement réfléchies.

DESCRIPTION

La réalisation d'un hypertexte nécessite une connaissance précise des technologies informatiques mises en œuvre. Cette connaissance est directement liée aux logiciels utilisés. Le choix de ces logiciels est donc important dans la mesure où ils imposent à l'élève une forte surcharge cognitive. Leur apprentissage demandant de réels efforts, il importe que cet investissement puisse être transféré et être ainsi rentabilisé. Un type de programmation le plus universel possible s'impose donc. Suite au développement exponentiel des sites web, documents hypertextes par nature, le nombre d'outils logiciels permettant leur réalisation s'accroît et leur usage se simplifie. Les tâches de programmation proprement dite sont prises en charge par les logiciels et ne requièrent aucune aptitude spécifique. Peu à peu, l'usage d'un éditeur de page web se ramène à un niveau de compétence équivalent à celui d'un traitement de textes et est donc accessible au plus grand nombre.
Le choix se porte donc sur cette technologie informatique de construction d'hypertexte.

Nous distinguons la structure conceptuelle de la structure informatique.

STRUCTURE CONCEPTUELLE

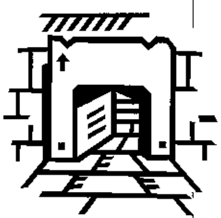


Plan de GéoWeb (structure conceptuelle)

La structure informatique du site est élaborée à partir de la structure conceptuelle, elle-même basée sur des considérations didactiques mettant en jeu la résolution de situations-problèmes :
En effet, nous rappelons que le site associe, par l'intermédiaire de mots-clés, des énoncés de problèmes et des rubriques de géométrie dont la connaissance est nécessaire à la résolution des dits problèmes.

La structure conceptuelle apparaît à l'élève-utilisateur à travers le plan du site :

Le menu de navigation à gauche de la fenêtre permet d'accéder aux pages "Index Problèmes" et "Index Rubriques".



La page "Index Problèmes" recense l'ensemble des problèmes sélectionnés.

La page "Index Rubriques" liste l'ensemble des rubriques réalisées sous la double forme d'un sommaire (où les rubriques sont réunies par thème) et d'un index alphabétique.

Ainsi, l'accès à une rubrique peut se faire :

- à partir de la page "Index Problèmes" ou d'une page "problème" par sélection d'un mot-clé,
- ou à partir de la page "Index Rubriques" par sélection du titre dans le sommaire ou l'index,
- ou encore à partir d'une autre rubrique.

STRUCTURE INFORMATIQUE

Voir page 31

La structure informatique est celle que l'élève-constructeur est amené à compléter.

Sa nature hiérarchique est illustrée par le schéma de la page suivante.

Le dossier à la racine du site contient un fichier HTML, la page d'accueil du site : **index.htm** et trois dossiers nommés **commun**, **problem** et **rubriq**.

Le dossier **commun** regroupe, d'une part, les éléments graphiques communs aux différentes pages du site dans le dossier **graph** et, d'autre part, les pages d'information, de navigation et les pages-types dans le dossier **pages**.

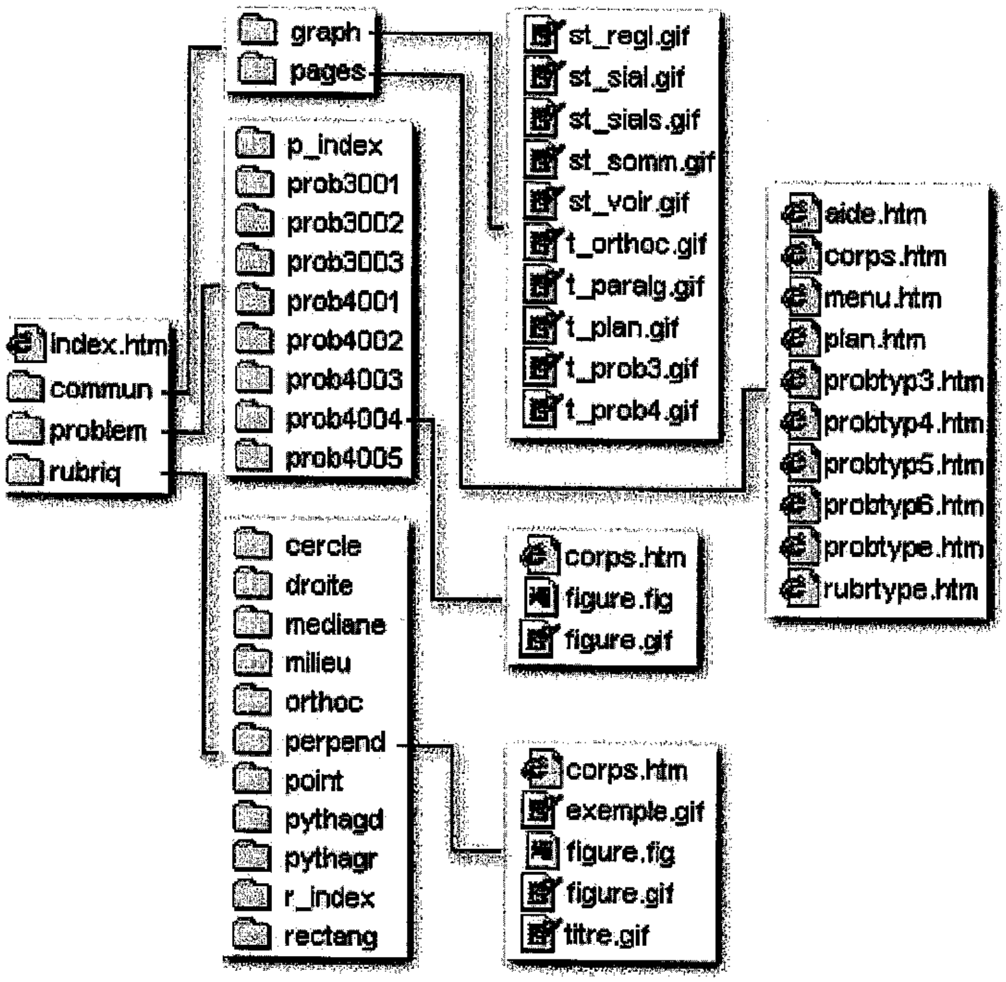
Le dossier **problem** contient tous les énoncés de problèmes dans des dossiers répertoriant leur niveau (sixième, cinquième, quatrième ou troisième) suivi de leur numéro d'ordre : par exemple, **prob4002** désigne le problème n°2 du niveau quatrième.

Le dossier **rubriq** réunit tous les éléments constituants des rubriques à l'intérieur de dossiers dont le nom, parfois abrégé pour des contraintes de compatibilité informatique, définit la rubrique réalisée : par exemple, **perpend** pour perpendiculaire.
Dans la suite de cette partie, nous détaillons successivement la composition d'une page-problème et d'une page-rubrique.

PAGE-PROBLÈME

La page-problème regroupe :

- l'énoncé du problème sélectionné par les élèves dans des ouvrages de mathématique avec l'aide de leurs professeurs qui s'assurent de la pertinence des choix réalisés.
- la figure associée à l'énoncé.



Structure informatique de GéoWeb

- la contribution, qui précise les noms des élèves ayant réalisé la page.

Ainsi, chaque dossier correspondant à un problème regroupe un fichier html : **corps.htm** et deux fichiers graphiques : **figure.fig** et figure.**gif**. Le premier résulte de la construction de la figure avec un logiciel de géométrie et le second de sa conversion au format GIF, l'un des formats graphiques reconnus par les logiciels de consultation de site web actuels.

Pour construire une page-problème, les élèves repèrent dans l'énoncé les mots-clés ou termes spécifiques de géométrie puis construisent ou complètent une ou plusieurs pages-rubriques qui traitent des notions en relation avec ces mots-clés.

Ensuite, ils établissent les liens hypertextes entre les mots-clés du problème et les diverses rubriques réalisées.

PAGE-RUBRIQUE

La page-rubrique est d'une composition nettement plus complexe qu'une page-problème et nécessite une recherche documentaire plus approfondie.

Une page-rubrique comporte :

- une règle principale de géométrie, énoncé qui correspond le mieux au titre de la rubrique.
- une figure ou un dessin qui illustre cette règle.
- une ou deux autres règles de géométrie : dans la mesure où leurs recherches ont été fructueuses, les élèves complètent la règle principale par une ou deux autres qui diffèrent de la précédente par le vocabulaire employé ou par la construction de la phrase. Il est souhaitable que le sens général de ces règles supplémentaires ne diffère pas trop du sens de la règle principale. Si c'est le cas, mieux vaut alors élaborer une nouvelle rubrique.
- une ou deux règles si/alors : les élèves sont amenés à reformuler la règle principale sous la forme si (conditions) / alors (conclusion), plus efficiente pour la résolution du problème car elle est directement calquée sur le schéma d'un pas de raisonnement. La règle réciproque peut être énoncée sauf si elle fait l'objet d'une autre rubrique. Par exemple, l'énoncé "Un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles est un parallélogramme" peut être décliné sous la forme si/alors suivante : " Si les côtés opposés d'un quadrilatère sont parallèles alors ce quadrilatère est un parallélogramme" et sous sa forme réciproque : "Si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses côtés opposés sont parallèles ".
- un exemple d'application directe ou d'utilisation simple de la règle : les élèves rédigent un court énoncé, une rédaction synthétique de la solution et l'illustrent par une figure.
- la contribution, qui précise les noms des élèves ayant élaboré la rubrique.

Chaque dossier définissant une rubrique comprend donc : un fichier html : **corps.htm**, les fichiers graphiques correspondant aux figures de géométrie illustrant la règle principale et l'exemple: **figure.fig, figure.gif, exemple.fig, exemple.gif** et le fichier graphique du titre de la rubrique : **titre.gif.**

Comme pour la page-problème, les élèves sont amenés à repérer les mots-clés dans les différents énoncés et à établir des liens avec les rubriques préexistantes. Dans certains cas, il peut être envisagé de réaliser une ou plusieurs nouvelles rubriques.

En outre, il est à remarquer que certains problèmes nécessitent, pour leur résolution, des règles de géométrie qui ne peuvent être directement appelées à partir de leur énoncé. Ces règles sont associées à des configurations géométriques particulières et doivent donc être liées aux rubriques qui traitent de ces configurations. Illustrons cette observation par un exemple : un problème peut nécessiter l'utilisation du théorème de Pythagore et, généralement, cela n'apparaît pas explicitement dans l'énoncé. Dans ce cas, la configuration géométrique du problème suppose la présence d'un triangle rectangle. Il est donc nécessaire qu'un lien existe entre la rubrique " Triangle rectangle " et celle traitant du théorème de Pythagore. C'est l'objet des liens " voir aussi " qui permettent ainsi d'associer des rubriques entre elles en dehors des mots-clés des énoncés.

ACTION PÉDAGOGIQUE

PROBLÉMATIQUE

L'exercice de démonstration de mathématique au collège s'organise essentiellement, mais pas exclusivement, autour de l'étude de la géométrie. Les résultats des évaluations mettent en évidence la difficulté de cet exercice et le peu de réussite d'une majorité d'élèves.

La phase heuristique - la recherche de la solution d'un problème - nécessite l'exploration du champ disciplinaire par la consultation de documents appropriés : cahiers, manuels et encyclopédies spécialisées. L'observation des comportements montre l'insuffisance voire l'absence de pratique des élèves de l'établissement dans ce domaine.

Cette activité de résolution de problèmes de géométrie apparaît fastidieuse et sans intérêt à beaucoup d'élèves de collège. Afin de les impliquer dans cette tâche, une équipe d'enseignants de mathématiques, de français, de technologie et de documentation leur a proposé de participer à un projet collectif de réalisation d'une base de données hypertexte de géométrie : **GéoWeb**.

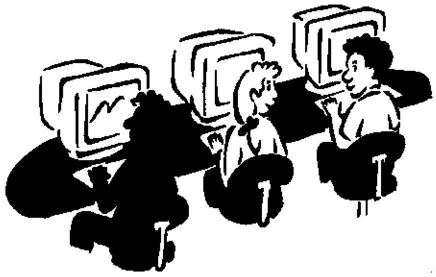
OBJECTIFS

Les principaux objectifs pédagogiques de ce projet peuvent être déclinés suivants trois axes :

- les objectifs disciplinaires : meilleure connaissance des notions de la géométrie et des schémas de démonstration par la construction et l'exploration d'un *micro-monde*, progrès dans l'analyse d'énoncés, utilisation adéquate des connecteurs logiques, développement des compétences liées à l'utilisation des outils des technologies de l'information et de la communication.
- les objectifs transdisciplinaires et métacognitifs : initiation aux techniques de recherche documentaire, acquisition de mé-thodes explicites de résolution de problèmes, structuration des connaissances, articulation des disciplines, "apprendre à apprendre".
- les objectifs sociaux : participation à un travail collectif normé (charte graphique à respecter), pratique de la coopération par le travail en binômes, développement de l'autonomie : premiers pas vers des pratiques d'autoformation.

SCÉNARIO ET ACTIVITÉS PÉDAGOGIQUES

La réalisation de l'action se déroule en plusieurs phases où sont souvent associées activités "papier- crayon" et activités informatiques. Chaque phase correspond à 2 ou 3 séances d'une heure à une heure et demie.



Scénario pédagogique	Activité papier/crayon	Activité informatique
phase 1 ▪ Sélection par binôme d'un énoncé de problème de géométrie dont la solution n'est pas évidente, "qui pose problème". ▪ Repérage des mots-clés de l'énoncé (termes de la géométrie). ▪ Première tentative de résolution. ▪ Saisie informatique (texte, figure géométrique)	▪ Utilisation de manuels, annales d'examen spécialisées. ▪ Rédaction de la fiche de recherche " problème " ▪ Rédaction de la fiche "résolution du problème"	▪ Gestion de la sauvegarde du travail sur disquette. ▪ Utilisation d'un logiciel de dessin géométrique (vectoriel) ▪ Utilisation d'un logiciel de dessin bitmap pour la conversion des dessins en un format compatible avec le Web (GIF). ▪ Utilisation d'un éditeur HTML.
phase 2 ▪ Recherche documentaire individuelle d'énoncés mathématiques en rapport avec chaque mot-clé sélectionné. ▪ Repérage dans les énoncés de la structure d'inférence (si/alors). Réécriture. ▪ Saisie informatique (texte, figure géométrique) ▪ Saisie informatique de la rubrique	▪ Utilisation de manuels, recueils et encyclopédies spécialisées. ▪ Rédaction de la fiche de recherche "rubrique" centrée sur le mot-clé, constituée d'énoncés mathématiques et de figures de géométrie.	▪ Utilisation d'un logiciel de dessin géométrique (vectoriel) ▪ Utilisation d'un logiciel de dessin bitmap pour la conversion des dessins en un format compatible avec le Web (GIF). ▪ Utilisation d'un éditeur HTML.
phase 3 ▪ Mise en commun des travaux effectués. ▪ Nouvelle tentative de résolution du problème	▪ Rédaction (suite) de la fiche "résolution du problème"	
phase 4 ▪ Établissement des liens hypertextes entre les mots-clés de l'énoncé du problème et chaque rubrique. ▪ Repérage des mots-clés dans les énoncés de chaque rubrique. ▪ Prévision / réalisation de nouvelles rubriques (pour les binômes les plus avancés).	▪ Utilisation de manuels, recueils et encyclopédies spécialisées. ▪ Rédaction de la fiche de recherche "rubrique" centrée sur le mot-clé, constituée d'énoncés mathématiques et de figures de géométrie.	▪ Utilisation d'un éditeur HTML pour la réalisation des liens hypertextes.

ÉVALUATION DES ÉLÈVES

L'évaluation dans le projet est continue. Chaque phase contient une réalisation effective qui doit être réussie pour poursuivre.
Chaque réalisation est intrinsèquement une évaluation. L'évaluation mise en place est donc de nature formative, centrée sur une pédagogie de la réussite.

En dehors de l'action, par l'observation des comportements en classe et par les résultats aux épreuves sur table, les enseignants peuvent évaluer l'évolution des représentations et des connaissances de leurs élèves.

ÉVALUATION DU PROJET

Nous en proposons une évaluation de nature plutôt qualitative que quantitative à travers :

- la mise à l'épreuve du scénario pédagogique prévu, les problèmes posés par sa mise en oeuvre et les solutions apportées,
- le degré de réussite ou d'échec des élèves impliqués dans le projet,
- l'observation des comportements des élèves relatés dans un journal de bord

Après une première année de mise en place du projet, pendant l'année scolaire 1999-2000, nous proposons quelques éléments de réponse dans le cadre d'un bilan synthétique et formulons quelques propositions d'évolution du projet.

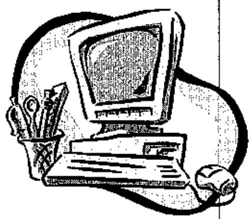
BILAN ET PERSPECTIVES

BILAN DE L'ANNÉE 1999/2000

L'action a débuté par une initiation de tous les enseignants impliqués dans le projet aux techniques informatiques utilisées par les élèves, formation de l'ordre de quelques heures réparties sur deux mois : octobre et novembre.
Une information et un appel à candidature sont ensuite lancés courant décembre en direction de tous les élèves de l'établissement par l'intermédiaire de leur professeur de mathématiques.

Les premières séances effectives avec présence d'élèves se mettent en place début janvier. Des cinq séances hebdomadaires prévues initialement, trois sont maintenues à la fin du premier mois en fonction du taux de présence des élèves : les lundi et mardi de treize heures à quatorze heures et le vendredi de dix-sept heures à dix-huit heures. Ces séances prenant place en dehors de l'emploi du temps, les élèves qui y participent le font donc sur la base du volontariat.
L'action se poursuit ensuite sans interruption, hors vacances scolaires, jusqu'à la mi-juin.
Côté logistique, les élèves disposent d'un site informatique d'une dizaine de postes disposés en réseau et d'un accès libre au CDI (Centre de Documentation et d'Information). La consultation des ouvrages papier se fait principalement sur le site informatique équipé pour l'occasion d'une bibliothèque de manuels de mathématiques ; elle est complétée par une visite au CDI en cas de recherche infructueuse.
Concernant la participation des

élèves, les prévisions sont dépassées : des deux groupes de douze prévus initialement, l'effectif des élèves ayant produit un travail significatif (choix du problème et réalisation d'au moins une page web) est supérieur à trente. Régulièrement, de nouveaux élèves s'inscrivent, ce qui ne simplifie pas la gestion du groupe en activité !



La robustesse du scénario pédagogique est ainsi mise à l'épreuve et il résiste plutôt bien : la réalisation effective du site :
http://www.lille.iufm.fr/labo/geoweb
en est la preuve. Le travail en autonomie étant la règle, il s'est révélé nécessaire de produire les outils pédagogiques adéquats.

Au fur et à mesure de l'avancement du projet, des fiches-outils, décrivant les tâches informatiques nécessaires à la réalisation de chaque phase, sont élaborées et réunies sous la double forme d'un livret d'une quinzaine de pages et d'un document informatique au format HTML.

L'accent ayant été mis sur la recherche documentaire et la réalisation informatique, le seul point du scénario n'ayant pas été respecté est la résolution effective par les élèves du problème choisi. Ce point fera l'objet d'une attention particulière pour un groupe d'élèves lors de la seconde année de réalisation du projet.

Concernant les résultats significatifs de cette année, nous notons l'intensité de l'activité et le bon état d'esprit des élèves pendant les séances. Les rappels à l'ordre ne sont que très rarement nécessaires. Ceci est d'autant plus remarquable que le niveau socioculturel de la population scolaire de l'établissement est bas, l'un des plus faibles du département, et que de ce fait, il est inscrit en REP (Réseau d'Education Prioritaire).

La conséquence de l'investissement des élèves et de leur autonomie est que, malgré l'existence des fiches-outils, la sollicitation des enseignants est fréquente et ne leur laisse aucun répit. Les temps d'observation des situations pédagogiques sont dès lors quasi inexistants. Le manque de recul et de temps ne permet pas aux enseignants de rédiger de façon suffisamment détaillée le journal de bord qui est le plus souvent réduit à la liste des élèves présents et à quelques notes succinctes sur l'état d'avancement des travaux des élèves.

En résumé, le fait saillant de cette première année de mise en place du projet est que les élèves, dans leur très grande majorité, ont mené leur travail à terme, malgré les difficultés rencontrées.

Ayant rempli leur contrat, outre la reconnaissance de leurs pairs, de leurs proches et de leurs enseignants, ils ont reçu le fruit de leur labeur sous la forme d'un cédérom.

PERSPECTIVES

Pour la deuxième année, nous menons le projet suivant deux axes, plus précisément deux populations d'élèves :

- La première est représentée par une classe de quatrième d'une vingtaine d'élèves participant au projet dans le cadre institutionnel des travaux croisés. En fin de réalisation, ces élèves auront à exposer oralement la résolution du problème choisi et à préciser de quelles manières il serait possible d'utiliser GéoWeb pour aider à la résolution.

- La seconde est reconduite dans les mêmes conditions que lors de la première année, soit à destination d'élèves volon-taires, de tous niveaux, en dehors de l'emploi du temps.

Comme le lecteur peut s'en rendre compte, et contrairement à ce que certains prétendent, la pédagogie mise en oeuvre dans ce type de projet est loin du laisser-faire :

- Elle s'appuie sur les didactiques des matières concernées.
- Afin de favoriser l'autonomie de l'élève, elle nécessite une programmation rigoureuse des activités ainsi qu'une produc-tion importante de documents pédagogiques.
- Elle favorise la réflexion sur les modalités des pratiques pluri-disciplinaires.
- Elle engage les enseignants dans différentes formations directement liées à une pratique pédagogique et renforce ainsi, s'il en était besoin, le sens qu'ils donnent à leur enseignement.
- Elle privilégie le développe--ment de contacts inter-établis-sements de par la nature des technologies utilisées.

Nous terminons ce texte par une double invitation : nous proposons aux collègues intéressés par le projet GéoWeb de se joindre à nous et, à ceux qui mènent des projets de même nature que le nôtre, et à nous faire part de leurs préoccupations.

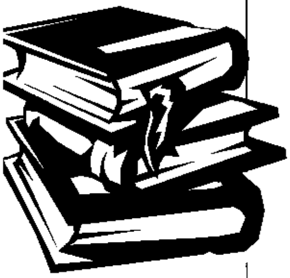
RÉSUMÉ

Projet de recherche-innovation pédagogique et de recherche-développement où, dans le cadre de situations d'enseignement-apprentissage, des élèves de collège sont amenés à construire un hypertexte qui associe problèmes et rubriques de géométrie et qui se présente sous la forme d'un site web (URL :

http://www.lille.iufm.fr/labo/geoweb).

Éléments bibliographiques page 38.

ÉLÉMENTS BIBLIOGRAPHIQUES



- BEAUFILS ALAIN (1991), "Initiation à la construction d'hypermédias par des élèves de collège", in De La Passardière B., Baron G.-L. (eds), *Hypermédias et Apprentissages*, INRP, MASI, Paris, pp 133-148.
- BUSH VANNEVAR (1945), "As we may think", *The Atlantic Monthly*, Volume 176, Juillet 1945, pages 101-108, http://www.theatlantic.com/unbound/flashbks/computer/bushf.htm
- CHEVALIER JEAN-MICHEL (1999), *Apprendre en construisant des hypertextes*, Mémoire de DEA en Sciences de l'Éducation, CUEEP, Université des Sciences et Techniques de Lille, http://home.nordnet.fr/jmchevalier
- CNDP, CRDP MIDI-PYRÉNÉES (1994), *"La compréhension d'énoncés"* in *Hypertextes-hypermédias. Applications pédagogiques*, Toulouse, p 67.
- LEVY PIERRE (1990), *Les Technologies de l'intelligence*, La Découverte, coll. Points Sciences, Paris.
- RESWEBER JEAN-PAUL (1995), *La recherche-action*, Presses Universitaires de France, coll. Que sais-je ?, Paris.
- SERRES MICHEL (1977), *Hermès, IV. la Distribution*, Minuit, Paris.

MATH ET BILLARD

animé par : Marc PICOT - IREM de Lille
(professeur au Collège Mermoz de Faches-Thumesnil)

INTRODUCTION

Nous avons fait le choix de ne donner que les grandes lignes, en illustrant par trois activits :

1) anticiper une trajectoire aprs un rebond,
2) comment raliser un point « une bande avant »,
3) choc d'une bille en tat de glissement sur une autre bille.

Des élèves au billard?

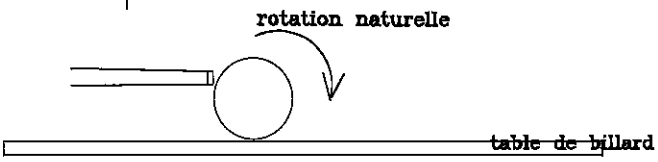
J'accompagne rgulirement mes lves (6me 3me) dans la salle de billard voisine et j'accueille aussi des classes de CM. Les apports de cette activit sont principalement de trois ordres :

1) mettre en relation des concepts, habituellement crits, avec son propre corps. Les angles, les droites de mon cahier sont-ils les mmes que ceux que je ressens avec mes sens ?
2) dcouvrir empiriquement des lois, en observant, puis tenter de les formuler. Prciser leur domaine de validit.
3) faire ses premiers pas vers la modlisation : assimiler la bille un point ou non, considrer que la bille roule sans effet, ngliger certains paramtres (frottements, enfoncement de la bande, force du coup de queue), tenter de comprendre pourquoi la trajectoire prvue ne correspond pas la ralit (rectitude du coup de queue entre autres). Avant de rencontrer la thorie, les lves s'approprient le billard.

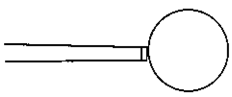
PREMIERS PAS SUR UN BILLARD

On commence par une prise en main du matriel, en donnant les consignes lmentaires pour que chacun puisse jouer : position du corps, tenue de la queue, mouvement pour propulser la boule.
On rappelle le principe du jeu : la bille du joueur, pousse par la queue, doit frapper les deux autres billes ; le joueur marque un point et rejoue jusqu' ce qu'il choue (en ne touchant qu'une bille par exemple).
Avec une classe, 4 8 lves peuvent utiliser un billard. Chacun pousse la boule, son tour, vers un point propos par un camarade : point sur le billard, sur la bande, sur une deuxime boule.

Placer son corps est la premire difficult. La queue doit rester horizontale. La bille est frappe par le procd [1] au-dessus du centre, sur le grand diamtre vertical (sinon, la bille recevra de l'effet soit gauche, soit droite). On dcouvre ainsi le "roulement naturel" (rotation de la bille le long d'un grand cercle vertical, vers l'avant) ; du fait des frottements dus au drap, une bille qui ne rencontre aucun obstacle finira toujours par rouler naturellement, quel que soit l'effet donn initialement.



vue de profil



vue de dessus

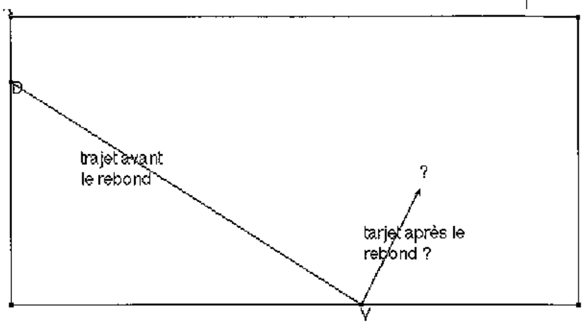
Cette dcouverte dure environ 15 minutes. Puis on propose des exercices.

PREMIERE PARTIE

Exemples de situations :

1) *Prvoir la trajectoire d'une boule aprs rflexion sur une bande*

a) la boule est assimilée à un point :



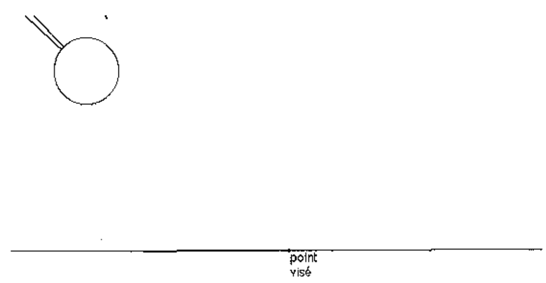
Les lves formalisent des lois. Ils proposent toujours trois ides :

- la trajectoire apr s le rebond est perpendiculaire la trajectoire avant ce rebond (ce qui est videmment faux, mais tr s int ressant exploiter sous forme de d bat)
- on trace la perpendiculaire en V la bande et on fait une sym trie (difficile faire verbaliser par les l ves)
- l'angle d'arriv e est gal l'angle de rebond (difficile formaliser avec des l ves de CM ou 6 me ; c'est mon introduction la notion d'angle)

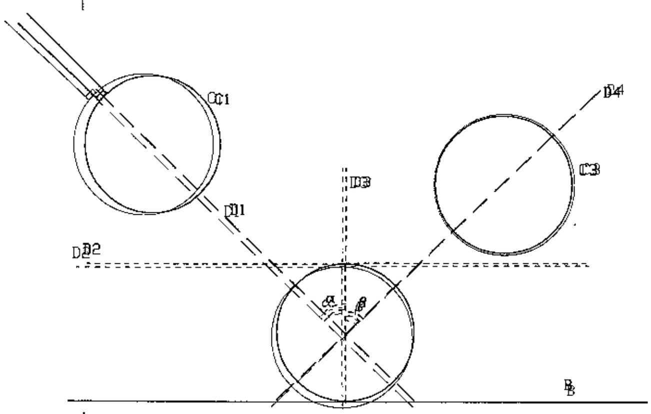
b) la boule n'est plus assimilée à un point, mais est reprsente par un disque (classe de 4me) :

La bille, pousse dans la direction propose, frappe la bande et rebondit. Reprsenter cette bille dans plusieurs positions, notamment au moment o elle touche la bande, et une position aprs le rebond.

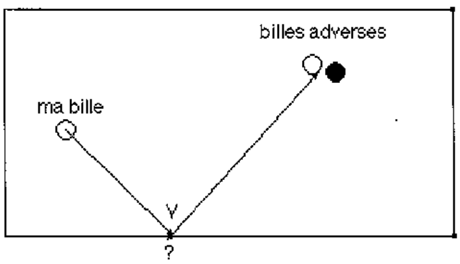
[1]Le procédé est une rondelle de cuir collée au bout de la queue de billard, pour éviter le dérapage au moment où la bille est frappée.



Cet exercice introduit la notion de distance d'un point   une droite et de cercle tangent   une droite. Il est ncessaire de construire une parallle   la bande distante de 31 mm (rayon de la boule)



2) *Prvoir quel point d'une bande il faut viser pour effectuer le point de billard "bande avant" :*



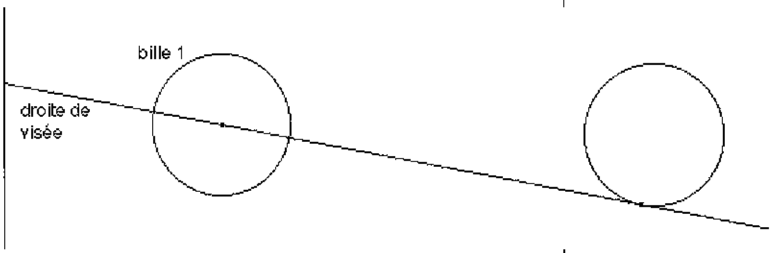
pour faire le point "bande avant", le point de visée V est-il correct ?

On travaille les symtries par rapport   la bande et les trajets de la lumire.

3) *Choc d'une boule en tat de glissement sur une bille immobile :*

Problème de la visée "demi-bille":

Cette vise est ralise   si le centre de la bille 1 roule sur la tangente   la bille 2 : c'est ce qu'on appelle "une vise demi-bille", fondamentale pour un joueur de billard. On l'appelle ainsi, car, durant le roulement avant le choc, la bille 1 clipse la moiti de la bille 2.



Premier problème :
on donne les deux billes ; tracer cette tangente.

Deuxième problème :
dessiner la bille 1 au moment du contact.

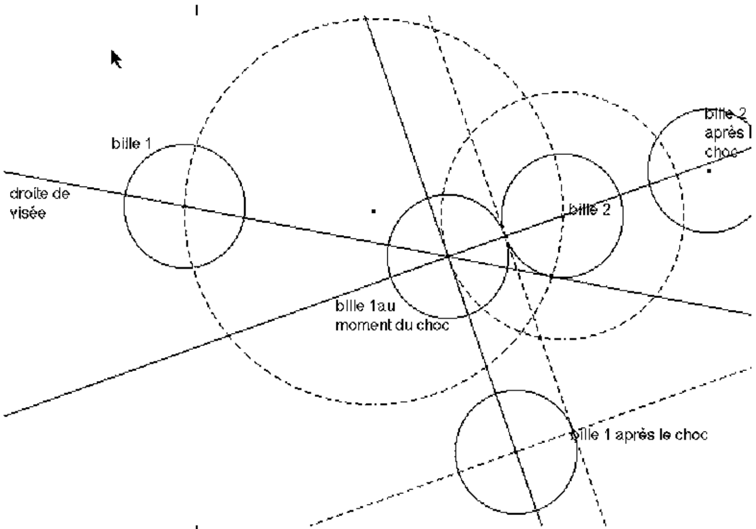
Troisième problème :
dessiner les billes aprs le choc.

Quatrième problème :
dmontrer que la bille 1 est dvie d'un angle de 60 aprs le choc

On a besoin de donner une loi qu'on peut noncer ainsi aux lves :

Loi du choc :
Une bille en tat de glissement choque une autre bille immobile. Dans ce cas, la bille choque prend la direction de la droite des centres et la bille choquante prend une direction perpendiculaire   cette droite des centres.

On obtient la figure complte suivante :



DEUXIEME PARTIE : ANALYSE DE LA SITUATION

Première phase : *appropriation du problme par les lves*
Premires tentatives de rsolution par les lves par des essais sur la table de billard. Cette phase vise l'laboration d'un questionnement, qui sera examin dans la phase 3, et non l'obtention d'un produit fini. Le billard valide ou invalide les propositions des lves.
L'enseignant rgle la dure de cette phase suivant les premiers rsultats obtenus.
Les lves sont prvenus : l'objectif qui leur est propos est de clarifier, de faire des remarques sur la manire dont on pourrait prvoir la trajectoire *avant* de jouer. Ces remarques peuvent s'accompagner de dessins. Il est clair que cette anticipation est imprative pour le joueur de billard.

Cette phase offre l'enseignant un moment privilgi pour l'observation des "comportements" des lves pendant leurs tentatives de ralisation ; il en tiendra compte pendant la mise en commun des rsultats.

Deuxième phase : *Arrt, temps de rflexion.*
Les lves sont encore dans l'action, il faut leur laisser le temps d'voquer ce qu'ils viennent de faire.

Troisième phase : *Mise en commun ; analyse collective (*phase de modlisation *)*
On attribue des significations gomtriques aux lments de la situation, par exemple pour une utilisation raisonne des diffrents repres, notamment les mouches[2]. On apprend analyser dans un but prcis. Problmatisation en vue de la ralisation personnelle qui va suivre : dterminer le point de la bande o la rflexion doit se faire.
Les lves dessinent, expriment leurs remarques en s'aidant de reprsentations graphiques. Les interactions lves-lves, lves-professeur amnent les lves s'approprier un modle, qui leur permettra de rsoudre gomtri - quement le problme. Le modle s'labore progressivement en va - cuant l'effet, la force, la grosseur de la bille, les frottements, les maladresses du geste,...Il ne prtend pas expliquer le phnomne dans sa complexit, mais le rendre intelligible [3].

[2] Les mouches sont des points dessinés sur les bords du billard ; les joueurs s'en servent beaucoup pour l'élaboration de leurs coups.

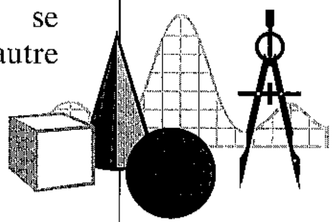
[3] « Tout cela se passe comme si ... » et non « tout cela se passe comme cela et seulement comme cela ».

Quatrième phase : *Ralisation individuelle. Auto-contrle*
Intervention de l'enseignant pour tudier les erreurs : sont-elles de nature thorique, sont-elles dues la maladresse, ou une erreur de raisonnement, la nature du coup de queue (mass, rtro,…), ? etc
Comparaison des trajectoires proposes et ralises par les lves.

Cinquième phase : *Mise en commun :*
On labore des notions nouvelles : angles, symtries, droites, trajectoires. On utilise les instruments de gomtrie connus (rgle, querre, compas) ou nouveau (rapporteur).
On met en vidence les diffrentes stratgies utilises par les lves.
On apprend s'exprimer : vocabulaire, syntaxe, logique.
C'est le plus mauvais moment de l'activit : elle se fait en classe, et il faudra apprendre sa leon
L'exprience vcue sur le billard permettra de ractiver une notion ventuellement mal comprise par l'lve.

CONCLUSION

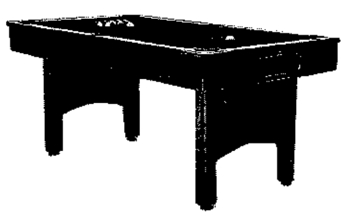
D'autres notions sont abordables (pratiques ou/et thoriques). Cet atelier a permis de rflchir sur la liaison thorie-ralit. Certaines notions thoriques ne peuvent surgir que de la ralit, et, inversement, la mise en situation physique fait merger des situations imprvues. Par exemple, l'activit du 1 b), propose des lves de 4^{me} , montre que la bille ne touche pas la bande au point vis, et, du coup, le billard a rtrci d'une paisseur de bille sur la longueur et la largeur.
Ce facteur ne peut pas tre nglig par le joueur qui aurait besoin d'augmenter sa prcision.
L'approche de la modlisation est trs importante : la bille est souvent remplace par un point ; sa trajectoire, c'est la trajectoire de son centre de gravit ; ngliger les effets sur la bille, c'est se rendre compte qu'ils ncessitent une approche diffrente, combien riche et sympathique pour les mca - niciens. Quel tonnement quand on s'aperoit que la trajectoire de la bille sur le billard n'est pas toujours une droite... Que de questions se poser Mais ceci est une autre histoire.



Pour en savoir plus :

"Billard, Thorie du Jeu", par Rgis Petit, dit chez Chiron en collaboration avec la Fdration Franaise de Billard.
Ce livre se veut une simplification abordable de l'ouvrage de Coriolis. Plutt pour les mcaniciens.

Pour apprendre jouer, le plus simple est de prendre contact avec un club.
Pour les dbutants, la FFB propose un Cahier Pdagogique d'Accueil et d'Initiation l'usage des animateurs de clubs (crit par le champion de France Marc Mass).
La FFB prte des billards aux tablissements qui en font la demande.



MATH EN JEUX

animé par : F. DRUCKÉ

Cet atelier s'est tenu au Lycée Louis Pasteur en présence de nombreux collègues de diverses académies.
Il avait pour objet de présenter les spécificités du rallye Mathématique des Collèges de la Région Nord-Pas de Calais, de proposer une animation autour de la valise « Maths en Jeux », outil pédagogique conçu dans un partenariat IREM – Forum des Sciences et d'initier un bref débat autour des jeux mathématiques en classe et en activités périscolaires.

I -DESCRIPTIF DU RALLYE

Le Rallye Mathématique des Collèges de la Région Nord-Pas de Calais est une compétition mathématique à destination des élèves de tout niveau des collèges de l'Académie de Lille.
Cette manifestation, originale par l'approche ludique et transversale d'une matière trop souvent décrite comme austère, est organisée par des bénévoles dans un cadre associatif. Elle a comme objectifs avoués la promotion de la culture mathématique et la valorisation des filières scientifiques .
Ainsi, tout naturellement, le C.A.A.C (Commission Académique d'Action Culturelle) et le Forum des Sciences (Centre Régional de Promotion de la Culture Scientifique, Technique et Industrielle), structures locales, se sont associés à cette démarche en mettant à disposition un enseignant pour la gestion et le suivi de la compétition.
La validation pédagogique du contenu de ce concours mathématique est effectuée par les animateurs de l'I.R.E.M de Lille dans le cadre du groupe de travail « Problèmes ouverts – rallyes mathématiques ».

Cette action est soutenue et subventionnée par les Conseils Généraux des Départements du Nord et du Pas de Calais, la Ville de Villeneuve d'Ascq et le Rectorat de l'Académie de Lille.

Le Rallye Mathématique des Collèges de la Région Nord-Pas de Calais se déroule en 2 phases :

- Les phases qualificatives qui se déroulent dans les établissements volontaires,
- La tenue d'une journée festive autour des mathématiques lors de la finale (avec des présentations d'ateliers mathématiques) sur le site d'une université de l'académie.

Le Rallye Mathématique des Collèges de la Région Nord-Pas de

Calais se différencie de ses homologues par une volonté d'intéresser tous les élèves aux mathématiques en évitant les écueils d'une formalisation trop handicapante pour des élèves ne maîtrisant pas l'écrit et en autorisant un travail, collectif certes… mais en petit nombre, ce qui favorise les débats et les conjectures ; il présente ainsi une excellente complémentarité (ceci au vu des expériences vécues lors des journées dans les établissements) avec les épreuves existantes, comme par exemple le Kangourou des Mathématiques ou le Championnat International des Jeux Mathématiques.

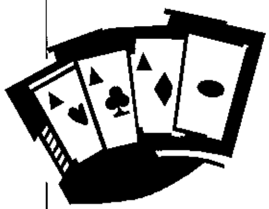
Ainsi les règles de ce jeu mathématique sont les suivantes :
une équipe de 4 élèves, tous d'un niveau différent, de classe de collège, se déplace de salle en salle pour résoudre des énigmes mathématiques posées sous forme amusante. Le temps est limité pour la résolution de chacun des 10 problèmes rencontrés pendant cette aventure pédagogique et…ludique.

Les épreuves répondent, quant à elles, au cahier des charges suivant : elles se présentent sous forme d'un énoncé et de matériel à manipuler pour accéder à la solution. L'objectif n'est pas de gérer l'excellence par des énoncés ardus et sélectifs, mais plutôt de privilégier tout type de démarche même empirique.

Cette démarche est volontaire, afin de ne pas léser des publics ayant des problèmes de restitution à l'écrit ; elle s'inscrit dans une logique de valorisation des processus de pensée mathématique et scientifique (expérimentation, formalisation, conjectures..).

Les retombées : l'exploitation des énigmes proposées chaque année est réelle. Elles peuvent être ainsi réexploitées en classe (parcours diversifiés, travaux croisés, dispositif de soutien ou de consolidation) ou dans le cadre de structures péri-scolaires (clubs et ateliers). Concrètement, ces épreuves ont déjà fait l'objet d'une compilation sous la forme d'une valise « Maths en Jeux » co-produite par le Forum des Sciences et l'IREM.

II -LA VALISE « MATHS EN JEUX »



Maths en Jeux est un outil pédagogique, réalisé dans le cadre d'un partenariat du Forum des Sciences avec l'IREM de Lille.
Il se présente sous la forme d'un cube laissant transparaître des composants de couleur vive.

Dès l'ouverture, on peut proposer une série de défis ludiques portant sur des notions mathématiques et utilisant des objets courants : miroirs, puzzles, jeux de cartes...
Pour cela, on dispose de 15 panneaux de présentation, classés par thème (géométrie dans l'espace, géométrie plane, numérique et logique), illustrés par des dessins humoristiques et donnant les consignes nécessaires à la résolution des problèmes posés.
Les fiches autonomes, ensemble de feuilles plastifiées de couleur, permettent à l'animateur ou à l'enseignant de gérer les réponses des participants par un accès facilité aux

indices et solutions des différentes épreuves.

À l'aide du fascicule d'accompagnement, indispensable complément de Maths en Jeux (mais pouvant toutefois être utilisé de façon indépendante), on peut avoir accès à deux autres niveaux d'animation :

- *Histoires de jeux, histoires de maths* ou comment mettre en valeur l'apport des mathématiques dans différents domaines et relater de grandes et petites histoires de problèmes mathématiques.
- *Constructions* ou comment réaliser des activités proches de celles proposées dans le contenant principal.

<u>THÈMES ABORDÉS</u>

Géométrie dans l'espace

Les volumes abordés sont le cube et la pyramide. Par des jeux d'empilement, on met en relief les difficultés de représentation plane des objets de l'espace et la nécessité de faire appel à l'abstraction et à l'imagination pour résoudre certains problèmes.

Géométrie plane

On évoque principalement les partitions géométriques dont l'aspect ludique le plus connu est le puzzle. Dans une démarche inverse, on tente de reconstituer un objet à l'aide de miroirs et de figures de base de la géométrie plane.

Numérique

On joue avec la notion de figures dites magiques dont la plus connue est le carré magique. On consacre aussi un chapitre aux codes numériques.

Logique

Ce thème n'apparaît pas en tant que discipline dans les programmes mais ouvre la voie à un ensemble de problèmes prenants dont la résolution peut apporter beaucoup aux enfants.

F. Drucké, concepteur de cet outil, présente ensuite les différents éléments de la valise « Maths en Jeux » :

A l'ouverture de la valise, l'utilisateur trouve :

- Deux livrets :

  - Maths en Jeux - Comment ça marche / Guide d'utilisation.
  - Maths en Jeux - Pour aller plus loin / Cahier d'animation.
- Un ensemble de 15 fiches autonomes de correction et d'aide.
- L'ensemble des 15 énigmes accompagnées d'un énoncé et des objets correspondants.

Lors de l'atelier il est proposé une animation selon la progression suivante utilisant les ressources de la valise :

- **Jouons** : Le cube brisé
- **Racontons** : l'origine exotique de ce casse-tête et les jeux de « boîtes ».

- *Idée* : quelles découpes ?
  - **Construisons** : 3 pyramides semblables s'assemblant pour donner un cube...
- *Idée* : et une découpe plus régulière ?
  - **Construisons** : 6 pyramides « égyptiennes » formant un cube. Disposées autrement, elles créent un diamant...
- *Idée* : le miroir reproduit...
  - **Construisons** : Comment à partir d'un jeu de miroirs et d'un volume créer virtuellement un cube et d'autres solides...
- *Idée* : et ça marche en 2 dimensions ?
  - **Jouons** : Ah, les kaléidos-

copes de notre enfance...

- *Idée* : partageons équitablement!
    - **Jouons** : Le verger de Clovis (ou une sombre histoire mathématique de partage...)
- *Idée* : et si le partage n'est pas équitable?
    - **Jouons** : Le pâtissier géomètre (faire de la géométrie sans le savoir!)
- *Idée* : des propriétés géométriques...?
    - **Construisons** : le puzzle de Pythagore (best-seller des cours de maths...)
- *Idée* : et d'autres partitions sur le carré...
    - **Jouons** : Le carreau cassé
    - **Racontons** : L'histoire du tangram, jeu de patience...
    - **Construisons** : le casse-tête d'Henry Dudeney
- *Idée* : et s'il n'y a ni symétrie, ni particularités géométriques... Vive le numérique!
    - **Jouons** : Le carré de carrés

Racontons : problèmes de rangement... ou une anecdote sur le monde de la recherche mathématique...

III- DÉBAT

Les participants ayant beaucoup joué (ce qui était finalement l'objectif !), le débat est quelque peu raccourci par le manque de temps.

Des questionnements mènent toutefois à des pistes intéressantes à approfondir (en dehors de l'aspect purement affectif qui fait qu'on aime ou pas ce genre de démarche).

- en jouant, fait-on véritablement des mathématiques ?
- l'habillage des énoncés ne dissimule-t-il pas l'aspect pédagogique d'un problème posé ?
- la démarche aléatoire de résolution peut-elle amener à s'interroger sur la nature mathématique d'un problème ?

Ces questions sont en fait spécifiquement posées sur les énigmes de géométrie dans l'espace de la valise « Maths en Jeux » se présentant sous forme de puzzles spatiaux.

F. Drucké défend ce genre de démarches en indiquant qu'elles peuvent être initiatrices ou fondements de raisonnements ultérieurs, voire propices à des activités transdisciplinaires, mais ceci est un autre débat...

CONCLUSION

On pourra se référer avec bonheur aux réflexions abordées lors des commissions inter-Irem sur les rallyes mathématiques et en particulier à des extraits des travaux de Jean Fromentin que je fournis en annexe (et auxquels j'adhère complètement).

Il est simplement à noter que l'organisation d'événementiels riches et forts autour des mathématiques, tel le rallye, fait que parfois, il ne nous reste guère de temps pour réfléchir à leur pertinence et à leur validité.

Heureusement, le reconnu et incontournable indicateur d'une éventuelle adéquation de notre action réside dans l'enthousiasme de nos jeunes participants.

N'est ce point là le principal ?

ANNEXE

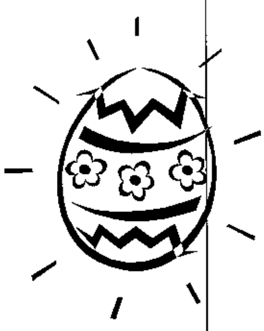
Des extraits de l'atelier de Jean Fromentin au colloque de Poitiers (Juin 97) :

« Des jeux et des mathématiques »

- Activités ludiques et mathématiques, un même concept.

« L'activité mathématique est vraiment très proche de l'activité ludique, mais avec un support différent ».

Jeux	Démarches	Mathématiques
Règles- Mécanismes	Connaître règles, définitions, les accepter, les mémoriser, les respecter, les utiliser pour…	Définitions, axiomes
Stratégies	…découvrir des situations- types, en étudier les conséquences,	Propriétés, théorèmes
Savoir jouer	puis élaborer des tactiques, s'adapter, tenter, expérimenter…	Savoir-faire
Gagner, réussir		Résoudre – Démontrer



QUELQUES RÉACTIONS :

- **Des jeux pour faire des mathématiques**

« Un certain nombre de jeux peuvent être utilisés pour découvrir ou utiliser des notions mathématiques : tangrams, l'œuf Magique, le Mathable, le Spirographe… »

« Un jeu utilisé en classe, même s'il rend le travail plus attrayant, n'est plus un jeu… »

« Une utilisation abusive des jeux peut entraîner pour certains un rejet de l'activité ludique »

- **Faire des mathématiques sur des jeux**

« On peut considérer des jeux comme objets d'étude dans le cadre d'activités libres en classe, de clubs mathématiques ou de clubs Jeux : le Jeu du solitaire, les dominos, les Tours de Hanoï… »

- **Jouer à faire des mathématiques**

« Les mathématiques peuvent servir elles-mêmes de support à l'activité ludique : manifestations mathéludiques ou ludico-mathématiques… »

- **Épilogue**

« Si, par définition, les activités ludiques sont divertissantes, les activités mathématiques ne sont pas nécessairement contraignantes. Il ne faut surtout pas les opposer. Les activités ludiques permettent de fertiliser le « terrain », de fortifier les bases de la pensée mathématique. Mathématiques et jeux sont en définitive étroitement liés : les deux nécessitent des efforts, les deux peuvent procurer du plaisir »

Cf. Brochures « jeux » de l'A.P.M.E.P. page suivante