

Le géoplan, alias la planche à clous

Renée Vanderstraeten

Renée Vanderstraeten est maître assistante en didactique des mathématiques à la Haute Ecole de Bruxelles, département pédagogique Defré.

Si la dénomination de *planche à clous* donne une image instantanée de l'outil, l'appellation *géoplan*, en éclaire l'utilisation didactique. Le *géoplan* est une planche sur laquelle s'organisent des réseaux de clous, entre lesquels seront tendus des élastiques permettant de construire divers objets de géométrie plane : des segments de droite (portions de droites) obtenus en joignant des clous alignés, des contours polygonaux se dessinant en joignant au moins trois clous non alignés, et conduisant à la construction de figures géométriques diverses.

Cet outil conçu par *Caleb Gattegno** est un excellent outil d'exploration dynamique, autorisant des essais et erreurs successifs, encourageant la créativité, invitant naturellement à la recherche, premiers pas d'un apprentissage constructiviste. L'article a pour objectif de vous faire découvrir la richesse de ce matériel.

Construction d'un géoplan

À l'école primaire, on utilise essentiellement deux types de *géoplans* :

le *géoplan à quadrillage*, construit à partir de deux réseaux de clous de directions perpendiculaires, et le *géoplan circulaire*, moins usité, permettant d'approcher le cercle à partir de clous ; le *géoplan circulaire* à 12 clous, sommets d'un dodécagone, permet de travailler l'heure et ses subdivisions.

Le *géoplan à quadrillage*, se construit aisément à l'aide d'un gabarit en papier cartonné sur lequel est tracé un maillage de lignes et de rangées de direction perpendiculaire. Posé sur une planche de bois carrée (30 cm x 30 cm) à (50 cm x 50 cm), il permet de planter les clous avec précision, sans laisser de trace de repère sur le *géoplan*.

En fonction de la dimension de la planche, les clous de 3 cm à 5 cm ne dépasseront pas de plus de 5 mm à 7 mm (les clous sans tête évitent de se griffer les doigts). Le choix d'un bois de type « aggloméré » évitera d'avoir à manipuler un *géoplan* trop lourd. Un nombre impair de clous par ligne permettra d'aborder la notion de milieu.

* Ce mathématicien d'origine égyptienne a mené d'importants travaux en didactique des mathématiques : la consultation des sites qui lui sont consacrés ne manque pas d'intérêt.



Il faudra mettre à disposition quantité d'élastiques de couleurs et de longueurs différentes.

De la même façon qu'un élève possède une ardoise pour faire ses calculs, il peut disposer d'un *géoplan* pour faire ses figures géométriques et réfléchir aux défis proposés par l'enseignant.

On peut choisir de faire réaliser un *géoplan* par chaque enfant de la classe, en préparant des supports carrés faits d'une couche de frigolite (polystyrène expansé) doublée d'une couche de liège, le tout planté d'épingles de signalisation. Si le temps ne permet pas la construction individuelle de *géoplan*, il est facile de s'en procurer auprès de fabricants de matériel pédagogique. Il en existe en plastique transparent ce qui permet de les utiliser avec le rétroprojecteur, les élèves pouvant alors observer les figures réalisées par projection au tableau.

Utilisation du *géoplan*

Le *géoplan* peut être utilisé dès la maternelle, et au collège, il sera bien utile d'y revenir en tant que support visuel ou outil de recherche.



Avant toute activité, les enfants observeront l'outil qui leur est présenté pour en découvrir de manière intuitive d'abord, de manière plus précise par la suite, la construction, en mettant des mots mathématiques sur l'organisation du quadrillage. Les notions d'*espace-clous* (espace

entre deux clous consécutifs) et de *carré-clous* (carré minimal limité par 4 clous), présentées ultérieurement seront importantes pour la reproduction sur papier pointé.

Premières activités sur le *géoplan*

Créations libres figuratives ou non (dès la maternelle) : les élèves s'approprient le matériel, réalisent des figures avec ou sans axes de symétrie, à caractère géométrique ou non, jouent avec les couleurs des élastiques, se racontent des histoires à partir de leurs constructions ; ce sera l'occasion pour l'enseignant de faire verbaliser les élèves.

Reconstructions de figures imposées sur le *grand géoplan du maître* avec respect de l'échelle (espaces clous) : activité faisable en primaire et au collège en classe de 6^{ème}.

Constructions de dessins à thème imposé, de figures géométriques (nommées). En primaire ce type d'exercice est fréquemment demandé sur papier et il nécessite donc l'usage de la règle et du crayon ; du coup les élèves peuvent cumuler deux difficultés : la construction demandée et l'usage de matériel comme la règle ou l'équerre (tracer un segment le long d'un règle est un apprentissage pas si simple qu'il n'y paraît !). Demander à un élève de cycle 2 de construire un rectangle sur son *géoplan* permet de s'assurer qu'il en possède une bonne image mentale ; on pourra ensuite lui demander de prendre ses outils pour en tracer un sur papier quadrillé ou uni selon son niveau.

Activités de **spatialisation** sur la planche posée à plat sur la table (dès la maternelle puis spécifiquement en cycle 2) : création

d'un repère à l'aide d'une perle ou d'une gommette posée sur un clou arbitraire. Il s'agira ensuite de positionner une autre perle sur un clou en suivant des instructions du type $\rightarrow \rightarrow \uparrow \rightarrow \downarrow$. Cette spatialisation peut être retravaillée sur la planche relevée à la verticale. En levant la planche, le passage du plan horizontal au plan vertical se fait naturellement.

Identification dans certaines créations de **figures géométriques usuelles** (carré, rectangle, triangle, losange, parallélogramme, contours polygonaux divers) et la mise en évidence de figures convexes ou non convexes. Il sera alors possible d'étudier les figures usuelles par allers-retours successifs : construire, observer les propriétés, nommer les éléments ou objets géométriques (sommets, côtés, longueur d'un côté exprimé en espaces clous).

Au fil des constructions, les notions de droite, segment, direction, segments parallèles ou perpendiculaires, positions relatives de deux droites apparaîtront naturellement ; de même, les angles droits, aigus ou obtus prendront tout leur sens grâce à la mobilité des côtés.

Traces papier, reproduction à l'échelle

Les traces papier crayon, certes figées, permettront néanmoins de garder trace du travail de l'enfant. Elles se feront sur des feuilles pointées A4, avec reproduction des bords du *géoplan* comme repère pour les plus jeunes.

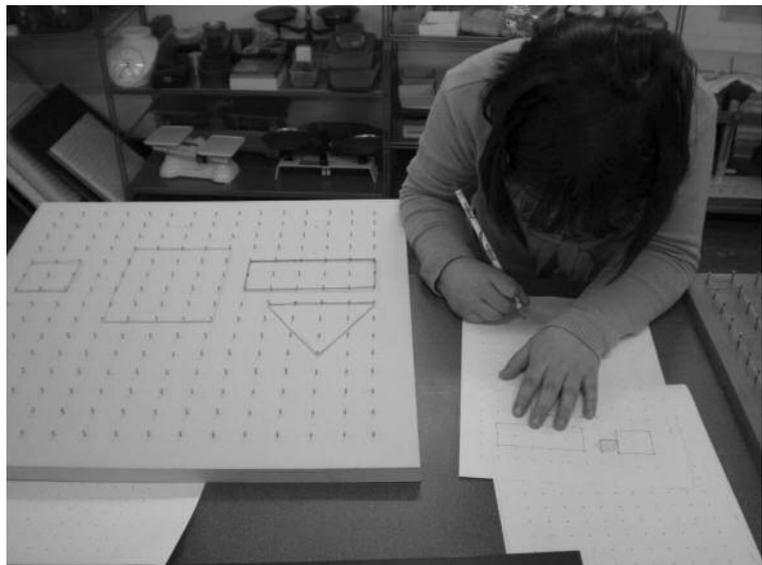
Les reproductions se feront « à l'identique », en réalité à l'échelle.

En cycle 3 puis en classe de 6^{ème} on pourra demander aux élèves de reproduire les figures sur le papier pointé à une échelle 2 ou 1/2.

Quadrilatères et triangles

Construction des divers quadrilatères par modifications successives des côtés (longueurs et directions) et des amplitudes d'angles, conduisant à leur classement (quelconque, trapèze, parallélogramme, losange, rectangle, carré). On pourra aussi faire construire et observer des propriétés des diagonales et médianes des quadrilatères usuels, étudier des droites remarquables : médiatrice d'un segment, hauteur d'un parallélogramme...

On peut demander aux élèves sur une planche limitée à 9 clous de trouver tous les triangles possibles (à vous de chercher, il y en a... huit !); ce sera l'occasion de « sortir » des représentations prototypiques, un triangle pouvant avoir un angle obtus ! Attention, le triangle équilatéral ne peut pas être construit sur *géoplan*.



Périmètre des polygones

Les élastiques « en soi », ne permettront bien évidemment pas de mesurer le contour d'une figure ; néanmoins si celle-ci a ses côtés placés sur le maillage du *géoplan*, le périmètre s'exprimera en espaces clous. Pour les carrés et rectangles ainsi placés, l'identification des côtés ou des longueur et largeur donnent accès à la formule du périmètre exprimé en

* Miroir en plastique diffusé par Soral

unité de longueur égale à l'espace clou. Dans tous les cas, une ficelle peut faire le contour du polygone pour donner sens au concept de périmètre. Pointant les sommets de la figure par des traits de couleur marqués sur la ficelle, et identifiant les objets géométriques tels que longueur, largeur, hauteur... la formule générale du périmètre sera construite sans peine.

Aire des polygones

Sur le *géoplan*, c'est le carré-clou qui servira d'étalon pour exprimer la mesure du recouvrement ou de l'aire d'une figure. Pour les figures dont les côtés ne reposent pas sur le maillage, l'aire s'exprimera à l'aide d'un intervalle.

Les caractéristiques du *géoplan* permettent de construire, de manière tout à fait censée, les formules d'aire des carrés, rectangles et triangles rectangles construits sur les deux directions du *géoplan*.

Dans le cas du rectangle, la formule découle du produit entre le nombre obtenu par comptage du nombre de carrés-clous « rangés » le long de la longueur, et du nombre de rangées contenues dans la largeur, le tout exprimé en carrés-clous. Quantité d'autres figures peuvent être obtenues à partir du rectangle.

On pourra demander aux élèves de transformer une figure d'aire donnée, en une autre figure de même aire ou de transformer une figure en une figure d'aire double ou encore de demander si pour une figure de périmètre et d'aire donnés, les figures de même périmètre conservent la même aire, et inversement...

La symétrie axiale

L'utilisation d'un miroir, ou mieux encore du *géomiroir** placé le long d'une des directions du maillage, permettra de reconstruire l'image d'une figure donnée par rapport à l'axe de symétrie que constitue le bord du miroir. Grâce à l'observation des positions relatives des deux figures, de leur isométrie, on énoncera la définition de la symétrie axiale, dite aussi orthogonale. Dans les figures étudiées antérieurement, certaines droites remarquables peuvent être identifiées comme axes de symétrie. Il est possible avec certains modèles en plastique du commerce d'assembler deux *géoplans* et donc de superposer une figure et sa symétrique (la validation par l'élève d'une figure et de sa symétrique est alors possible).

Conclusion

Un usage répété de la planche à clous permet d'en découvrir toute la richesse ; elle permet aux élèves de chercher sans être gênés par l'usage des outils classiques de construction (règle, équerre, rapporteur). Ce matériel devrait trouver sa place dans toutes les écoles primaires au même titre que la règle, l'ardoise, la calculatrice. Au collège c'est plus comme objet facilitant les recherches qu'il sera proposé.

NDLR : Un excellent dossier téléchargeable à l'adresse <http://eduscol.education.fr/D0049/aire-fiches.htm> donne (entre autres) des fiches élèves et professeurs utilisant les planches à clous.