

Les médailles Fields 2010

Martin Andler

Les manifestations de l'excellence française en mathématiques sont une fois de plus visibles après l'attribution de deux médailles Fields à Messieurs Villani et Ngô en 2010. C'est l'occasion pour PLOT de laisser la parole à Martin Andler afin qu'il nous expose l'histoire de la plus prestigieuse des distinctions en mathématiques et les domaines de recherches ainsi primés. Faut-il voir un lien entre ces distinctions et notre système éducatif ? Le sujet sera abordé ici mais mériterait d'être développé dans un numéro ultérieur de PLOT.

Martin Andler est professeur à l'université de Versailles Saint-Quentin, Président de l'association Animath (présentée dans PLOT 6 disponible en ligne sur le site de l'APMEP, ainsi que dans les Bulletins 482 et 485) et responsable au sein de la SMF du remarquable cycle de conférences « Un texte, Un mathématicien » qui se déroulent à la BnF.

Depuis la fin du XIX^{ème} siècle, les mathématiciens du monde entier tiennent tous les quatre ans (avec des interruptions pendant les guerres mondiales) un grand congrès, le *Congrès international des mathématiciens* (ICM). Le dernier congrès a eu lieu en août dernier à Hyderabad en Inde. Comme le veut la tradition, c'est lors de la cérémonie d'ouverture du congrès qu'ont été annoncés les grands prix décernés par l'Union mathématique internationale : médailles Fields (les plus prestigieuses), prix Nevannlina, prix Gauss et médaille Chern.

Cocorico ! Deux français, Ngô Bao Châu et Cédric Villani obtenaient la médaille Fields aux côtés d'Egon Lindenstrauss et Stanislav Smirnov ; un autre français, Yves Meyer, recevait le prix Gauss, les américains Louis Nirenberg et Daniel Spielman obtenaient respectivement la médaille Chern et le prix Nevannlina.

La médaille Fields



Le premier congrès international eut lieu à Zürich en 1897, le suivant à Paris en

1900. C'est lors de ce congrès que David Hilbert donna la fameuse conférence où il énonçait la liste des 23 grands problèmes que les mathématiques devraient résoudre au XX^{ème} siècle. Après l'interruption due à la 1^{ère} guerre mondiale, les congrès internationaux reprirent en 1924, à Toronto au Canada. C'est là que le mathématicien canadien John C. Fields proposa de décerner des médailles pour récompenser des chercheurs ayant permis des progrès remarquables en mathématiques.

Il n'y avait pas à l'époque de prix prestigieux en mathématiques : Alfred Nobel, dans son testament où il léguait la totalité de son immense fortune pour créer la fondation qui attribuerait les prix « Nobel » avait en effet exclu les mathématiques. Les prix Nobel étaient attribués depuis 1901 en physique, chimie, biologie, littérature et pour la paix — mais pas en mathématiques ! De nombreuses explications, aussi amusantes que fausses, sont données à cette absence : l'une d'elles est que la femme de Nobel aurait eu une aventure avec un célèbre mathématicien. Histoire d'autant plus fausse que Nobel n'était pas marié... Il avait certes une compagne, mais rien n'indique qu'elle ait

eu une liaison en dehors de leur couple. Il est vrai en revanche qu'il y avait une rivalité entre le chimiste Nobel, qui était devenu immensément riche grâce à l'invention de la dynamite, et le mathématicien Gösta Mittag-Leffler, qui était loin d'être pauvre, comme en témoigne sa magnifique demeure dans la banlieue de Stockholm, aujourd'hui siège de l'institut Mittag-Leffler, institut de recherche en mathématiques. Mittag-Leffler était un très bon mathématicien¹, qui avait des relations scientifiques et personnelles très étroites à la fois avec les mathématiciens parisiens, dont Henri Poincaré, et allemands, principalement Karl Weierstrass. Mittag-Leffler était également très bien introduit auprès du roi de Suède.

Les premières médailles Fields furent décernées au congrès d'Oslo en 1936. Fields, qui était mort en 1932, avait voulu que la médaille soit, certes, une récompense, mais aussi un encouragement. C'est pourquoi la médaille distingue des mathématiciens qui ont 40 ans ou moins, ce qui est très différent du prix Nobel, très souvent donné à des scientifiques dont l'essentiel de l'œuvre est derrière eux. Deux à quatre médailles Fields sont décernées tous les 4 ans, lors de la cérémonie d'ouverture du congrès international des mathématiciens. Au total, 52 médailles ont été décernées à ce jour.

Les autres grands prix de l'Union mathématique internationale

Le **prix Rolf Nevanlinna** a été décerné à partir de 1982 et il est attribué tous les quatre ans pour des contributions impor-

tantes aux aspects mathématiques des sciences de l'information, notamment l'informatique (complexité, logique, analyse d'algorithmes, cryptographie, vision artificielle, reconnaissance des formes, modélisation de l'intelligence) et le calcul scientifique et numérique (optimisation, théorie du contrôle, algèbre effective). Il a été décerné en 2010 à Daniel Spielman pour ses travaux qui portent, d'une part sur la complexité de la méthode du simplexe en programmation linéaire², d'autre part sur les codes correcteurs d'erreur. Spielman est américain, originaire de Philadelphie ; après des études à Yale et au MIT, il est actuellement professeur à Yale.

Le **prix Gauss** a été créé en 2002 et décerné pour la première fois en 2006. Son objectif est de faire comprendre au grand public que les mathématiques sont un moteur essentiel du développement de nombreuses technologies contemporaines. Le prix récompense des savants dont les travaux de recherche mathématique ont eu un impact en dehors des mathématiques, soit en technologie, soit dans le monde des affaires, soit tout simplement dans la vie quotidienne de chacun d'entre nous. Le prix Gauss est décerné conjointement par la Société mathématique allemande (DMV) et l'Union mathématique internationale. Cette année il a été attribué à Yves Meyer pour ses travaux tant en mathématiques fondamentales qu'appliquées ; Yves Meyer a notamment été précurseur de la théorie des ondelettes qui joue un rôle fondamental en traitement du signal.

¹ Il était notamment spécialiste d'analyse complexe — un théorème classique sur l'existence de fonctions méromorphes avec des singularités données — lui est dû. Il est également connu pour avoir fondé la revue mathématique *Acta Mathematica*, qui est aujourd'hui une des revues les plus prestigieuses au monde.

² L'algorithme du simplexe est très rarement enseigné dans les cursus universitaires de mathématiques, ce qui est bien dommage vu son importance et l'élégance des théorèmes sur les polyèdres convexes sur lesquels il se repose. Ce qui est encore mal connu aujourd'hui est la justification rigoureuse d'une constatation empirique : l'algorithme est très rapide. C'est sur ce sujet que Spielman a fait des avancées importantes.

Il serait dommage de résumer ses contributions en quelques lignes ; espérons que PLOT lui consacre un article entier prochainement.

La **médaille Chern** a été décernée pour la première fois en 2010. Elle reconnaît une « personne dont les accomplissements dans le domaine des mathématiques justifient le plus haut niveau de reconnaissance ». Le prix est établi à la mémoire du grand mathématicien chinois Shiing-Shen Chern (1911–2004) et comporte un prix d'un montant de 500 000 \$. Le règlement du prix prévoit que la moitié du prix soit attribuée, au choix du récipiendaire, à une ou des organisations soutenant la recherche, l'éducation ou les activités de communication en mathématiques. Le prix Chern 2010 a été décerné à Louis Nirenberg pour ses travaux fondamentaux en analyse des équations aux dérivées partielles et son rôle majeur comme directeur de thèse (46 thèses soutenues, 248 « descendants »).

Si les grands prix de l'UMI³ ont une grande importance dans la vie scientifique, on aurait bien tort de sous-estimer ce qui se passe au congrès international lui-même et, en particulier, la liste des conférenciers invités. Comme dans beaucoup de grands congrès, il y a des conférences plénières, qui s'adressent à la totalité des congressistes, et des conférences spécialisées, en parallèle. Pour ICM, il y a 20 conférenciers pléniers et environ 170 conférenciers spécialisés. Une invitation comme conférencier plénier est donc le signe d'une reconnaissance scientifique au plus haut niveau, et une invitation comme conférencier spécialisé est elle

aussi la marque d'une très grande reconnaissance scientifique. Au congrès 2010, il y avait 4 conférenciers pléniers en poste en France, et 22 conférenciers spécialisés, chiffres comparables à ceux du congrès 2006.

Qui sont les médaillés Fields et les conférenciers à ICM ?

Sans y attribuer une importance excessive, car l'échantillon est très petit, l'analyse de la liste des médaillés Fields est instructive, en examinant leurs lieux d'étude et d'activité professionnelle.

Sur les 52 médaillés depuis 1936, quatorze ont, à un titre ou à un autre, un rattachement significatif à la France. Dix d'entre eux sont français, ont fait leur scolarité et leurs études en France et y ont fait l'essentiel de leur carrière : Laurent Schwartz (1950), Jean-Pierre Serre (1954), René Thom (1958), Alexandre Grothendieck⁴ (1966), Alain Connes (1982), Pierre-Louis Lions (1994), Jean-Christophe Yoccoz (1994), Laurent Lafforgue (2002), Wendelin Werner (2006), Cédric Villani (2010). Pierre Deligne (1978) est belge, a fait ses études secondaires et supérieures jusqu'au doctorat en Belgique, mais avec de fréquents séjours en France, avant de venir s'y installer en 1968, comme visiteur puis professeur à l'IHES, jusqu'à son départ pour l'IAS à Princeton en 1984. Jean Bourgain (1994) est belge lui aussi et a fait toutes ses études en Belgique jusqu'au doctorat. Il a été professeur à l'IHES de 1985 à 1994 avant de rejoindre l'IAS en 1995. Maxim Kontsevich (1998) a fait ses études secondaires et sa licence à

³ Il y a d'autres prix prestigieux que ceux de l'UMI : le prix Wolf, le prix Crafoord, le prix Abel, tous très bien dotés sur le plan financier ; sur ce plan, on peut également mentionner les prix de la fondation Clay pour récompenser éventuellement la résolution des « problèmes du millenium ».

⁴ Plus précisément, Grothendieck était apatride au moment de sa médaille Fields. Arrivé en France en 1939 comme réfugié, il y a vécu depuis cette époque.

Moscou ; il a terminé son doctorat en Allemagne, a passé plusieurs années aux États-Unis avant de s'installer en France, où il est professeur à l'IHES ; il a maintenant la nationalité française. Enfin Ngô Bao Châu a fait ses études secondaires au Vietnam, ses études supérieures en France jusqu'au doctorat ; il a fait carrière au CNRS puis comme professeur à Paris-Sud (Orsay) et il est maintenant professeur à Chicago. Il a acquis la nationalité française en 2010.

En comparaison, le Royaume-Uni a entièrement formé 6 médaillés Fields. Cinq d'entre eux y ont fait carrière et un est aux États-Unis. Deux médaillés Fields américains se sont établis en Grande-Bretagne après l'obtention de leur médaille. En ce qui concerne l'ensemble URSS/pays de l'ex-URSS, sur les 9 médaillés Fields, deux seulement sont restés presque complètement dans leur pays. Tous les autres sont professeurs à l'étranger, cinq aux États-Unis, un en France et un en Suisse.

Les quinze autres lauréats non-américains de la médaille Fields sont originaires d'Allemagne, Australie, Belgique (deux lauréats), Finlande, Hong-Kong, Israël, Italie, Japon (trois lauréats), Norvège, Nouvelle-Zélande, Suède, Vietnam. La plupart d'entre eux ont fait une partie importante de leur carrière aux États-Unis et neuf d'entre eux s'y sont installés définitivement.

Enfin, les États-Unis ont formé entièrement douze médaillés Fields, dont dix font ou ont fait carrière dans leur pays. Cinq autres médaillés Fields ont obtenu leur doctorat aux États-Unis. Vingt-cinq médaillés en tout s'y sont installés.

On voit donc bien de quelle manière les États-Unis s'affirment comme la première puissance mondiale mathématique : en attirant, pour de longues durées ou de manière définitive, les mathématiciens les plus actifs. Ce phénomène s'est accentué dans les vingt dernières années parce que les États-Unis n'ont formé (au sens de la scolarité secondaire) que 2 médaillés, contre 5 pour la France, 2 pour le Royaume-Uni, 7 pour l'ex-URSS et 6 pour le reste du monde ; toutefois, sur ces 22 mathématiciens médaillés Fields entre 1990 et 2010, 11 travaillent aux États-Unis et 6 en France, les autres étant au Royaume-Uni, Israël, Suisse, Russie, Japon, ce qui met en évidence l'attractivité des universités américaines (ainsi que la capacité de la France à retenir, et même attirer, des mathématiciens de premier plan).

L'analyse de liste des conférenciers invités aux congrès internationaux est plus significative, car elle porte sur un effectif bien plus conséquent. Quelques éléments ressortent au premier examen de cette liste à ICM 2010. Avec 9 conférenciers invités en poste en Israël (dont deux conférenciers pléniérs), pour une population totale de 7,5 millions, c'est ce pays qui est, de loin, le plus productif. La France, avec 23 conférenciers invités en poste en France (pour une population de 65 millions), est seconde. Les États-Unis, 67 invités pour une population de 310 millions arrivent après. Le tableau suivant montre pour chacun des deux pays États-Unis et France, la place des personnes entièrement formées dans le pays, formées dans le pays à partir du doctorat, et

enfin ceux qui sont venus en respectivement en France et aux États-Unis après le doctorat. Suivent la Belgique : 3 invités pour 10 millions d'habitants, le Royaume-Uni, 12 invités pour 62 millions d'habitants, l'Allemagne, 14 invités pour 81 millions d'habitants, le Japon, 5 invités pour 127 millions d'habitants, la Russie, 4 invités pour 141 millions d'habitants.

	Entièrement formés	Formés à partir du doctorat	Arrivés après le doctorat
France	14	4	5
États-Unis	28	21	18

Pays émergents

On parle beaucoup, en ce moment, de la montée en puissance des pays émergents dans la recherche scientifique. En effet, cela fait longtemps que les départements de mathématiques américains accueillent de nombreux doctorants étrangers : un peu plus de 50 % actuellement, dont une majorité (environ 30 % sur le total) sont originaires d'Asie (sans tenir compte des asiatiques issus de l'immigration). Sans que cela ait la même ampleur, le nombre de doctorants chinois en France est en pleine croissance et il y a également un flux significatif de doctorants vietnamiens. Ngô a été très actif dans le renouvellement de la coopération franco-vietnamienne en mathématiques.

Sur les 170 conférenciers invités à ICM 2010, une analyse sommaire donne 10 conférenciers chinois, dont 7 sont en poste en Chine et 3 à l'étranger (France,

USA, Royaume-Uni), et 13 conférenciers indiens, dont 7 sont en poste en Inde et 6 aux États-Unis. La progression du nombre de conférenciers chinois est régulière (seulement 7 au congrès de 2006) ; en ce qui concerne les indiens, il y en a eu beaucoup plus qu'en 2006, mais ceci est difficile à interpréter, car la tradition mathématique indienne contemporaine est solidement établie depuis des dizaines d'années, alors que la Chine se remet à peine de la rupture qu'a été la révolution culturelle (mais elle y met des moyens tout à fait spectaculaires). L'Amérique latine a fourni deux invités, brésiliens tous les deux ; l'Afrique, aucun dans les sessions scientifiques.

Reconnaissance internationale et système éducatif français

Même si l'on prend en considération tous les conférenciers invités au congrès international quadriennal, soit en moyenne 20 mathématiciens formés en France, les effectifs restent minuscules : un bébé a un peu moins d'une chance sur 150 000 d'en être. On ne juge pas de l'efficacité du système éducatif sur cette base-là. Comme on l'a vu plus haut, aucun pays, sauf Israël, ne fait aussi bien que la France.

Les parcours de ces mathématiciens ne recèlent guère de surprises : sur les 18 invités au congrès de 2010 formés en France, il y a 14 normaliens (8 Ulm, 2 Sèvres, 2 Cachan, 2 St Cloud-Fontenay-Lyon) et 3 polytechniciens. Dans les 3 congrès précédents, il y a eu 38 normaliens (33 Ulm-Sèvres et 5 pour les autres ENS), 16 polytechniciens, 14 « étu-

dians » (non issus des écoles précédentes). Encore une fois, l'analyse est incertaine car l'échantillon est mince, et porte sur des personnes qui ont entre 30 et 60 ans (43 ans de moyenne), donc ayant achevé leurs études il y a un certain temps. Le recul des polytechniciens semble bien réel, après deux périodes fastes pendant lesquelles un nombre significatif de polytechniciens se sont engagés dans la recherche en général et les maths en particulier (les années 1960, après l'arrivée de Laurent Schwartz à l'X, et la fin des années 1980).

Un seul de ces conférenciers formés en France est titulaire d'un bac S, tous les autres ayant passé le bac avant 1995. Il est donc trop tôt pour voir si la disparition du baccalauréat C aura un effet à ce niveau.

Les médaillés 2010 et leurs domaines de recherche⁵

Elon Lindenstrauss est né en 1970 en Israël où il a fait toutes ses études jusqu'au doctorat qu'il a soutenu en 1999 à l'université hébraïque de Jérusalem. Il a ensuite occupé plusieurs postes aux États-Unis, avant de revenir à Jérusalem comme professeur en 2008.

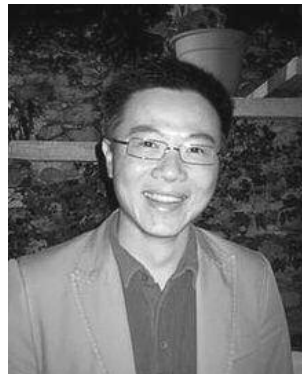


Ses recherches portent au départ sur la théorie ergodique et les systèmes dynamiques, mais elles l'ont conduit à s'intéresser également à des questions de théorie des nombres et de combinatoire. Il a notamment fait des avancées décisives sur la conjecture de Littelwood : les réels α et β étant donnés, existe-t-il des rationnels p/q et r/q tels que :

$$|\alpha - p/q| \cdot |\beta - r/q| \geq 1/q^3 ?$$

Il a également obtenu des résultats importants en physique mathématique, par sa preuve du premier cas non trivial de conjecture de l'unique ergodicité quantitative arithmétique.

Ngô Bao Châu est né en 1972 à Hanoï au Vietnam.



Il a fait toute sa scolarité à Hanoï ; après sa scolarité primaire, il est accepté dans une classe spécialisée en mathématiques du collège Trung Vuong à Hanoï, puis à l'École supérieure des sciences naturelles, un lycée pour jeunes talents qui dépend de l'université.

Il y obtient le diplôme de fin d'études secondaires en 1989. En 1988 et 1989, il obtient une médaille d'or aux Olympiades internationales de mathématiques. Après une année d'études au Vietnam, il obtient une bourse pour étudier en France à l'uni-

⁵ Les deux médaillés Fields français sont présentés ici de manière assez détaillée, et les deux autres de façon très succincte. La seule bonne raison que je peux donner à ce choix est que les trajectoires de deux chercheurs ayant fait leurs études en France sont d'un intérêt un peu plus immédiat pour des professeurs français.

versité Pierre-et-Marie-Curie. En 1992, il est reçu premier au concours d'entrée à l'École normale supérieure de Paris (il s'agit du concours « parallèle » pour étudiants français et étrangers). Il poursuit ses études par un diplôme d'études approfondies, puis une thèse soutenue en 1997 à l'université Paris-Sud, sous la direction de Gérard Laumon. En 1998, il est nommé chargé de recherche au CNRS, au laboratoire « Analyse, Géométrie et Applications » de l'université Paris-Nord. Il obtient son habilitation à diriger les recherches en 2004 et en 2005 il est nommé professeur à l'université Paris-Sud. La même année, il obtient le titre de professeur de mathématiques au Vietnam. Établir des liens de coopération avec le Vietnam est pour lui une préoccupation constante depuis le début de sa carrière. Entre 2007 et 2010, il est membre de l'IAS de Princeton. Depuis la rentrée 2010, il est professeur à l'université de Chicago.

Ngô Bao Châu est spécialiste de théorie des représentations et formes automorphes. Au cœur des mathématiques depuis toujours, la théorie des nombres est l'étude des propriétés des nombres entiers. Au fur et à mesure des progrès accomplis, la théorie des nombres a incorporé l'étude d'objets de plus en plus sophistiqués et abstraits : théorie des anneaux et des idéaux, théorie de Galois, courbes elliptiques, formes modulaires, géométrie algébrique et arithmétique... La preuve par Wiles et Taylor en 1994 du grand théorème de Fermat qui affirme que l'équation $x^n + y^n = z^n$ n'a pas de solution non triviale repose sur les courbes

elliptiques et les formes modulaires. Aujourd'hui, on a généralisé l'étude classique des formes modulaires en une théorie générale des fonctions automorphes sur les groupes « semi-simples » grâce aux travaux des mathématiciens dans les années 1950 et 1960, dont I. M. Gelfand (mathématicien russe récemment disparu) et Harish-Chandra (mathématicien indien mort en 1983). À la fin des années 1960, le mathématicien canadien R. P. Langlands⁶ formula un vaste programme de recherche unifiant trois sujets *a priori* différents : théorie des nombres, fonctions automorphes et théorie des représentations. Un des aspects de ce programme était l'existence d'un lien conjectural entre fonctions automorphes associées à des groupes différents – ce qu'on appelle « fonctorialité ». Dans un article de Langlands avec le mathématicien français Jean-Pierre Labesse paru en 1979, un cas particulier de la fonctorialité fut démontré. Puis les idées de Langlands se précisèrent, aboutissant à une conjecture précise dénommée « Lemme fondamental », formulée avec la mathématicienne d'origine australienne Diana Shelstad dans un article paru en 1987. Expression à contre-emploi, car personne n'est parvenu à démontrer ce fameux « Lemme fondamental » pendant de longues années !

C'est ce lemme fondamental que Ngô a démontré en toute généralité en 2008, après en avoir démontré un cas particulier (pour les groupes unitaires), en collaboration avec Gérard Laumon, dans un article annoncé en 2004 et publié en 2008. La démonstration de Ngô dans l'article de 2008 est un véritable tour de force,

⁶ Il est à noter que ni Gelfand, ni Harish-Chandra, ni Langlands n'ont obtenu la médaille Fields. Grâce à (ou en raison de) la limite d'âge, il y a un nombre significatif de très grands mathématiciens qui ne sont pas lauréats de la médaille Fields – parfois parce que l'importance de leur travail n'était pas correctement appréciée au moment où ils auraient pu être récompensés.

l'aboutissement de plus d'une dizaine d'années de travail pour lui et des contributions importantes de plusieurs mathématiciens, surtout en France et aux États-Unis.

Stanislav Smirnov est né en 1970 ; il a grandi à Leningrad, où il fut élève au lycée spécialisé en sciences. Il a obtenu deux médailles d'or aux olympiades internationales de mathématiques. En 1992, il a obtenu son diplôme de l'université de Saint-Petersbourg (sa ville de naissance ayant entre-temps changé de nom), puis est parti faire ses études de doctorat à Caltech en Californie.



Il a soutenu sa thèse en 1996, a occupé des postes aux États-Unis, puis en Suède avant de rejoindre l'université de Genève où il est professeur. Ses travaux portent sur les systèmes dynamiques complexes, la théorie ergodique, l'analyse harmonique, la théorie des probabilités et la physique statistique. Il est mondialement connu pour ses travaux sur la percolation critique, où il a prouvé la formule dite de Cardy pour la percolation sur le réseau triangulaire, et comme corollaire son invariance conforme.

Cédric Villani a un parcours français classique : né en 1973 à Brive, il passe par les classes préparatoires à Louis-le-Grand, intègre l'ENS Ulm en 1992. Tout en étant *caïman*⁷ à l'ENS, il prépare sa thèse sous la direction de Pierre-Louis Lions à l'université Paris-Dauphine ; il la soutient en 1998 et enchaîne très rapidement par une habilitation à diriger les recherches, ce qui lui permet d'être nommé professeur à l'ENS Lyon en 2000.

Depuis 2009, il est détaché comme directeur de l'institut Henri-Poincaré à Paris ; au terme de son mandat, il retournera à Lyon, mais comme professeur à l'université Claude-Bernard. On ne s'arrêtera pas à la liste, déjà longue, des distinctions qu'il a obtenues avant la médaille Fields ; mais avant de décrire son domaine de recherche, signalons qu'il s'implique beaucoup, et avec autant de passion que de talent, dans des activités de vulgarisation, notamment dans des conférences pour le grand public et les jeunes⁸.

L'activité de recherche de Cédric Villani est à cheval entre l'analyse, les probabilités, la physique statistique et plus récemment la géométrie différentielle. Il a écrit plus de 50 articles de recherche, sans compter ses livres.

Théorie cinétique

Les recherches de Villani ont pour point de départ les équations mathématiques de la théorie cinétique. Cette théorie décrit un système de particules en interaction, en

⁷ Dans le jargon de l'ENS, les assistants s'appellent *caïmans*.



⁸ Voir par exemple, sur le site de la BnF, le film de sa conférence dans le cadre du cycle « Un texte, un mathématicien ».

écrivait une équation (aux dérivées partielles) décrivant la probabilité de présence d'une « particule typique ». Un exemple de cette situation est donné par l'étude d'un gaz (l'atmosphère) ou d'un fluide (eau) dans lesquels des milliards de molécules bougent dans toutes les directions. Au moment où Villani démarre sa thèse en 1994, un problème ouvert intéressant est d'étendre la théorie aux interactions à longue portée (particules chargées électriquement par exemple). Dans sa thèse, puis dans des travaux postérieurs, Villani, en collaboration avec R. Alexandre, répond en grande partie au problème.

Une autre série de travaux, avec divers collaborateurs, concerne l'équation de Boltzmann sur le comportement des gaz. Là aussi, il apporte des avancées très importantes sur le sujet.

Théorie du transport optimal et géométrie

Cédric Villani, avec plusieurs collaborateurs, s'est aussi attaché à établir un pont entre la théorie du transport optimal⁹ et la géométrie poussant très loin à la fois du côté de l'analyse et de la géométrie différentielle. Ses travaux sont synthétisés dans le très gros livre : *Optimal transport, old and new*, paru en 2009 chez Springer.

⁹ Pour une introduction, voir le site *interstices*.

Amortissement Landau

Enfin, Villani, en collaboration avec C. Mouhot, a étudié le phénomène de « relaxation non collisionnelle » connu en physique sous le nom célèbre d'amortissement Landau, du nom du physicien qui l'a découvert en 1946. Il a établi l'effet d'amortissement Landau au niveau non-linéaire, et en temps infini, pour toute interaction moins singulière que les interactions coulombienne (électrostatisme) et newtonienne (gravitation).

Conclusion

Comme ces exemples l'ont montré, il n'y a pas un modèle unique de médaillé Fields. Entre un Ngô, qui passe plus de dix ans sur *un seul sujet*, mettant toute son énergie et son ingéniosité à construire la solution d'un problème qui avait résisté pendant des décennies, et a publié à cette date 12 articles, et un Villani qui en a publié plus de 50, plus deux très gros livres sur des sujets assez divers, il n'y a guère de ressemblance. Si ! Quand même, il y en a une : ce sont tous de gros bosseurs, ils ont tous cette forme d'acharnement qui est nécessaire pour aller tout en haut.

Pour aller plus loin

La SMF, la SMAI et le CNRS ont publié l'été dernier des dossiers très bien faits et très complets sur les invités français au congrès international ainsi que sur les médaillés ; je m'en suis inspiré sans retenue. Ils sont disponibles sur le site de la SMF.

Le site Image des maths contient plusieurs articles sur le congrès, les travaux des médaillés etc. On y lira avec plaisir le journal des impressions d'Etienne Ghys ainsi que les articles traduits de Julia Rehmeyer.

La Gazette des mathématiciens de la SMF et Matapli de la SMAI sont d'autres sources d'information.