Les moyens de calcul à travers les âges et les civilisations

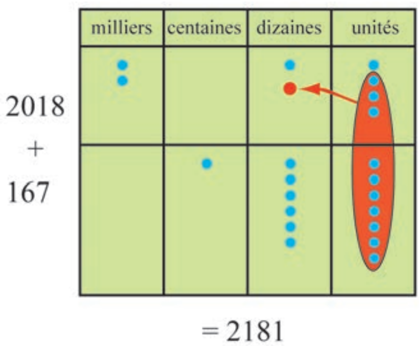
Hervé Lehning

Agrégé de mathématiques, journaliste et écrivain scientifique

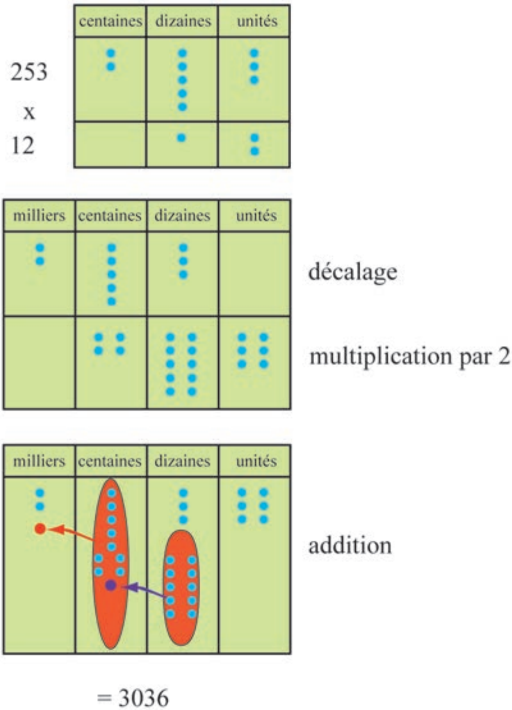
Les nombres ne seraient rien ou pas grand-chose s'ils n'étaient accompagnés des quatre opérations et des façons de les pratiquer : abaques, bouliers, algorithmes, etc. Chaque civilisation a développé ses méthodes dont beaucoup sont encore en usage. Petit voyage à travers les moyens de calcul avant l'avènement des calculettes.

Autrefois, les calculs se faisaient avec des cailloux, comme l'étymologie du mot le laisse entendre. On retrouve cette origine dans les calculs rénaux, qui sont de petits cailloux. Dès l'Antiquité, ces cailloux étaient utilisés sur une table appelée *abaque*.

Addition sur un abaque. Les cailloux représentant chaque nombre sont placés sur deux lignes avant d'être fusionnés. Dix cailloux dans une colonne sont remplacés par un dans la colonne immédiatement à gauche.

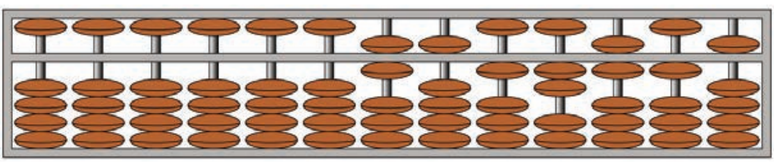


On regroupe alors les cailloux par colonne. S'il le faut, on échange ensuite les groupes de dix cailloux d'une colonne par un caillou dans la colonne directement à gauche. Quand aucune colonne ne contient plus de neuf cailloux, l'opération est terminée. Pour soustraire un nombre, on procède de manière inverse. Cette façon de compter a longtemps été utilisée. Le ministre des finances du Royaume-Uni lui doit son titre de *chancelier de l'échiquier*, un autre nom de l'abaque. Le procédé est plus compliqué pour la multiplication et la division. Dans chaque cas, il est dynamique, c'est-à-dire implique l'effacement des étapes intermédiaires, ce qui interdit toute vérification de l'exactitude de l'opération par autrui, sauf la recommencer.



Le boulier japonais

L'abaque que nous avons décrit est le plus élémentaire. Dès l'époque romaine, il a évolué en utilisant deux systèmes d'unités dans chaque colonne, des unités simples et des unités quinaires, dont chacune vaut cinq unités simples. À cette époque, on utilisait cinq unités simples et deux unités quinaires. Ce n'est que tardivement, à la fin du XIX^{e} siècle, avec le boulier japonais *soroban*, que l'on se contenta d'une unité quinaire et de quatre unités simples.



Boulier japonais *soroban* à 13 tiges. Les boules du haut comptent pour 5 et celles du bas pour 1. Le nombre affiché ici est 6 512 615. Les *sorobans* ont souvent 23 tiges pour pouvoir traiter des nombres tels que celui-ci.

Dans ce cadre, pour obtenir tous les nombres de 0 à 9, il suffit de quatre unités simples et d'une seule unité quinaire. Pour les écrire, pour chaque position, on place les unités simples et les unités quinaires désirées du côté de la planche centrale. Ainsi, trois unités simples plus une unité quinaire signifient huit.

Les algorithmes utilisés sur le *soroban* sont similaires à ceux qui sont dédiés aux abaques primitifs, mais rendus très rapides à exécuter. Les experts du soroban peuvent rivaliser avec les calculatrices. Ainsi, le 12 novembre 1946, un concours de rapidité eut lieu entre le soroban manipulé par Kiyoshi Matsuzaki et une calculatrice électronique utilisée par un soldat de l'armée américaine, Nathan Wood, tous les deux sélectionnés comme étant les meilleurs au Japon dans la maîtrise de leurs outils respectifs. Les épreuves reposaient sur les quatre opérations élémentaires, ainsi qu'un problème qui les combinait toutes. Le soroban l'emporta 4 contre 1, ne perdant que sur la multiplication.

Les algorithmes modernes

Gerbert d'Aurillac (946 – 1003), pape de l'an Mil sous le nom de Sylvestre II, améliora l'abaque romain en utilisant neuf jetons différents où une valeur de 1 à 9 était inscrite. Pour cela il utilisa des chiffres arabes de l'époque, qu'il avait appris pendant un séjour dans un monastère de Catalogne. La méthode s'approchait donc des *algorithmes* modernes, tout en ignorant le zéro, pourtant connu des Arabes de l'époque. Le mot *algorithme* est la version mathématique, et rigoureuse, de recette. Il vient du nom d'un mathématicien qui, sans être l'inventeur de cette notion, l'utilisait systématiquement : Al Khawarizmi (783 – 850).

Le premier livre européen sur l'utilisation des chiffres arabes date de 1202. Étrangement, son auteur, Leonardo Fibonacci (1175 – 1250), célèbre de nos jours pour une suite portant son nom et impliquant la reproduction des lapins, l'a nommé *Liber abaci* alors qu'il n'utilise pas l'abaque mais des algorithmes liés au nouveau système. Il a été mal reçu à l'époque et certaines cités, comme Florence, interdirent même l'emploi des chiffres arabes par les banquiers, le public y voyant une volonté de dissimulation. Ce livre ne mit pas fin à la suprématie des abacistes. Leur querelle avec les algoristes, qui utilisaient des méthodes proches des nôtres, dura plusieurs siècles avant de tourner à l'avantage de ces derniers. La forme actuelle des algorithmes date du XVII^{e} siècle.

La lutte entre algoristes et abacistes sous le regard de l'Arithmétique. Gravure figurant dans l'encyclopédie de Gregor Reisch, 1508.

Quel est l'intérêt du système des algoristes ? Tout d'abord leur écriture des nombres, la nôtre (voir l'article écrire les nombres dans la brochure *Maths au carrefour des cultures express*). L'avantage du nouveau système tient de plus aux algorithmes de calcul qui lui sont associés et que nous ne détaillerons pas puisqu'ils sont toujours en usage de nos jours. Même si un grand nombre d'algorithmes ont été utilisés pour la multiplication, la plupart se ressemblent, seule la disposition des calculs varie.

Multiplication à la russe

Les Égyptiens de l'Antiquité utilisaient cependant une méthode très différente, fondée sur les puissances de deux. Cette méthode est aussi appelée *multiplication à la russe* car elle est utilisée en Russie. Prenons l'exemple de la multiplication : 253 x 13 et écrivons le plus petit de ces nombres comme une somme de puissances de deux : 8 + 4 + 1, ce qui revient à écrire 13 en base deux (1101). L'opération devient : 253 x (8 + 4 + 1). Si nous calculons les multiples de 253 par 2, 4 et 8, nous sommes amenés à effectuer une simple addition. Il suffit donc de savoir multiplier par deux !

253 x 1						253
253 x 2	=	506				
253 x 4	=	506	x 2	=		1012
253 x 8	=	1012	x 2	=		2024
253 x 13				=		3289

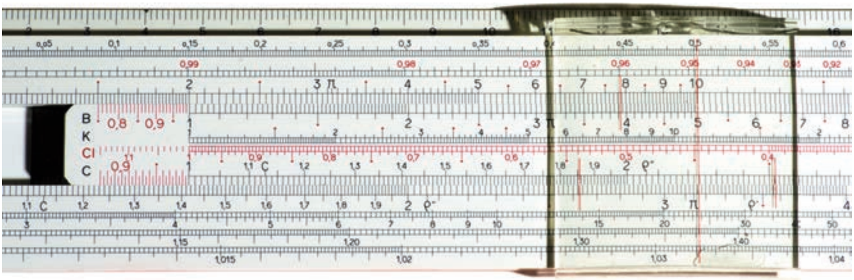
Multiplication selon la méthode égyptienne..

L'ère des machines

Les premières machines à calculer datent du XVII^{e} siècle et de Blaise Pascal qui inventa la première, nommée depuis la *Pascaline*. Elle effectuait les quatre opérations au moyen de roues dentées.

La *Pascaline*, inventée par Blaise Pascal en 1642.

Elle n'eut pas le succès qu'elle méritait car, à la même époque, les mathématiciens inventèrent les logarithmes qui transformaient les multiplications en additions. Des tables donnaient les valeurs des logarithmes des nombres. Ainsi, pour calculer le produit de deux nombres, disons 12,132 605 et 5,456 308, on cherchait leurs logarithmes dans la table, ce qui donne ici : ln (12,132 605) = 2,495 896 457 et ln (5,456 308) = 1,696 772 371. On additionnait ensuite ces deux nombres, ce qui donne le logarithme du produit P : ln P = 4,192 668 828. En lisant la table à l'envers, on obtenait alors P, d'où : P = 66,199 299 77, ce qui donne le bon résultat à la dernière décimale près. Cette propriété du logarithme fut longtemps utilisée dans un dispositif de calcul, autrefois symbole de l'ingénieur, appelé *règle à calculs*.



Une règle à calculs est composée de trois réglettes dont une coulisse entre les deux autres. En faisant coïncider la graduation 1 de l'une et la graduation 2 de l'autre, puis en alignant le curseur sur la graduation 5 de la première, on lit le résultat de la multiplication 2 x 5 sur la seconde.

La règle à calcul ne fut détrônée que par l'avènement des calculatrices à la fin des années 70.

H.L.