



Entre mathématiques & arts graphiques de bien belles perspectives

Jean-Pierre Le Goff

LASLAR-MRSH & IREM, Université de Caen Basse-Normandie

L'invention de la perspective géométrique au XV^e siècle pendant ce mouvement intellectuel & artistique que l'on appelle la Renaissance, a doté l'humanité d'une seconde façon de regarder le monde. La vision naturelle avait été étudiée depuis l'Antiquité du double point de vue de la physiologie et de l'optique, pour produire ce que l'on appelait une *perspectiva naturalis*. La *perspectiva artificialis* que des architectes, des peintres et humanistes du *Quattrocento* ont imaginé pour représenter les **corps solides**, c'est-à-dire les objets ayant trois dimensions et qui occupent ce que nous appelons aujourd'hui l'espace, a donné à voir le réel à leurs contemporains d'une façon tellement illusionniste qu'elle est devenue comme une sorte de seconde nature dans le domaine des arts comme dans celui des sciences et des techniques. Elle a joué un rôle essentiel pour l'essor de l'Europe moderne dans tous ces domaines : la **révolution scientifique, technique et industrielle**, par exemple, doit beaucoup à la possibilité de reproduire les objets, tant par le dessin que par la fabrique ; et l'essor d'une géométrie fondée sur les transformations plutôt que sur les figures et les corps géométriques de la tradition euclidienne, tient au fait que la perspective centrale est la première transformation qui déforme **vraiment**, assimilant un carré et sa représentation perspective, qui peut être un quadrilatère convexe quelconque (trapèze d'un carrelage vu de face ou quadrilatère lorsqu'il est **vu d'angle**) ce qui n'est pas le cas d'une translation, d'une rotation, d'une symétrie centrale ou axiale (que l'on appelle des isométries planes), ni même d'une similitude (agrandissement ou réduction proportionnel(le), dits **homothéties**, composés avec une isométrie, et qui conservent la forme de l'objet transformé) qui transforme un carré en un autre même s'il est de taille différente.

L'invention de la perspective centrale proprement dite – c'est-à-dire d'un procédé géométrique faisant intervenir l'idée de convergence des apparences des faisceaux de droites parallèles vers des points que l'on appellera *de fuite* (voir l'encadré A) – a eu lieu dans les années 1420-1440, à Florence, après de nombreux tâtonnements dans le domaine de la représentation, en particulier dans l'Antiquité greco-romaine, puis au Moyen Âge, en particulier chez Giotto (Ambroggiotto di Bondone, (ca. 1266-1337) et certains peintres de l'école de Sienne comme les frères Ambrogio et Pietro Lorenzetti (ca.1290-1348 et ca.1280-1348).

L'émergence de cette invention à ce moment de l'histoire et dans le pays-siège de la chrétienté fait suite à une lente évolution de la religion chrétienne, qui a conduit à l'humanisme et à la prise de conscience, allant souvent contre le dogmatisme des institutions religieuses, que la place de l'homme lui permettait de *se rendre comme maître et possesseur de la nature*, selon la formulation de Descartes. D'une certaine manière, le *video ergo possum repræsentare (ea quæ videmus)* de la Renaissance ("je vois donc je peux me le représenter") précède le *cogito ergo sum* ("je pense donc je suis") de Descartes.

La pratique de la peinture comme **trompe-l'œil**, cherchant à représenter le monde et les objets qu'il contient et à le donner à voir **comme l'œil voit**, remonte à l'art pariétal, et se retrouve dans de nombreuses civilisations, mais les voies empruntées sont diverses et ne relèvent pas seulement de considérations optiques et géométriques. Chaque image, au fil des siècles et selon les lieux qui lui ont donné le jour, doit beaucoup à des pratiques intellectuelles, religieuses et symboliques, qui, toutes, contribuent à la formation d'un consensus sur la façon de faire sens par le dessin et les arts graphiques qui l'utilisent. Dans le domaine de l'iconographie, Ernst Cassirer, au début du siècle dernier, a introduit la notion de *forme symbolique* pour qualifier ce qui sous-tend la création graphique d'une aire géographique et d'une ère historique données. Pour la Renaissance, Erwin Panofsky tentera de décrire cette *forme symbolique* comme une certaine philosophie de l'espace liée à une nouvelle conception de la relation entre le sujet **regardant** et l'objet **regardé**, à savoir le monde et tout ce qui le peuple : figures humaines, figures animales et végétales et objets inertes, issus de la nature, et objets fabriqués par l'homme, qu'ils soient observables ou issus de son imagination.

Une telle interprétation repose sur des constats que l'on peut faire à propos des œuvres d'art (voir l'encadré B), en utilisant des outils géométriques qui ont été élaborés à partir de cette fameuse *perspective centrale*, à savoir ce que l'on appelé au XIX^e siècle, les *propriétés projectives* des

figures de géométrie. Mais alors, que peut-on dire de l'habitude prise avec l'usage systématique de ce que l'on appellera très vite des **points de fuite** ou des **lignes de fuite**, comme l'est par exemple la **ligne horizontale**.

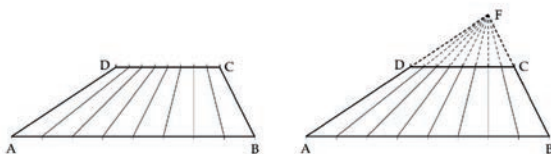
D'où viennent les intuitions géométriques qui conduisent à ces objets parfaitement incongrus que sont les points et lignes de fuite au XV^e siècle ? Il convient de penser le procès de cette invention majeure du XV^e siècle à la lumière du contexte des géométries pratiques du moment, qui sont fondées sur les *Éléments* d'Euclide : que des parallèles se rencontrent est parfaitement inconcevable, puisque c'est par la non-rencontre que le V^e postulat d'Euclide définit le parallélisme des droites et des plans. Faut-il en croire ses yeux ? Seraient-ils trompeurs ? L'auteur de l'*Optique* que l'on attribue parfois au même Euclide, répond pour ce qui touche à la vue : deux lignes égales faisant face au spectateur, sont vues de taille différente, si l'une est en retrait de l'autre : c'est le constat que nous faisons en regardant des arbres, qui flanquent une route **fuyant** devant nous, semblant décroître alors qu'ils sont de tailles voisines. Mais qu'en est-il lorsque la route semble rejoindre l'horizon naturel ? Et comment peut-on rendre compte de ce phénomène lorsqu'il s'agit de le représenter dans un plan ?

Dans le contexte ainsi posé, à la question « comment représenter un carré au sol, vu **de front**, comme le sol, dallé ou non d'une pièce que l'on regarderait au travers d'un mur transparent ou au moment d'en franchir l'entrée ? », la réponse la plus probable – et que l'on peut documenter par des pratiques effectives –, est la suivante : étant donné un carré ABCD, vue de front (*Fig. 1*), l'expérience visuelle permet de constater que l'apparence de son côté arrière, DC, est plus petite que celle de son côté avant, AB. Partant d'une grande ligne AB et d'une plus petite DC, qui lui est parallèle, le trapèze ABCD constitue une **bonne** image du sol d'une pièce carrée (*Fig. 1*) ; le tracé d'un plancher vu **de bout** sera simulé ainsi : si l'on partage AB et DC en sept points déterminant huit parties égales, les lignes joignant ces points de division pris dans le même ordre, donnent à voir un plancher fuyant (*Fig. 2*) ; pour un géomètre formé à l'école euclidienne, peu importe que ces lignes, une fois prolongées, conviennent en un point (*Fig. 3*) : le fameux point de fuite central F, obtenu par application d'un théorème qui est un corollaire de la propriété établie par Thalès, corollaire que Piero della Francesca s'emploiera à démontrer dans les préliminaires géométriques de son traité.

Figure 1



Figures 2 et 3



Le point de fuite n'est donc pas un point de départ dans l'histoire de la perspective, mais un point d'aboutissement... La preuve en est donnée lorsque le plancher regardé est entre deux murs de refend qui sont placés hors du champ de vue limité par le cadre du tableau (Fig. 4) : en l'absence de points placés sur la ligne de terre, les lignes qui partent de points de subdivision de la ligne arrière et aboutissent hors du tableau sur la ligne avant, sont tracées au jugé et ne conviennent pas au même point que celui qui est censé, selon le préjugé d'un prétendu point de fuite utilisé consciemment, servir à la construction de toutes les fuyantes !

Quant aux transversales, si la pièce est carrelée, un procédé pratique, sans doute primitif et empirique lui aussi, que l'on trouve utilisé encore au XVI^e siècle, consiste en ceci (Fig. 5) : traçons la diagonale AC du trapèze, elle intercepte les fuyantes du parquet en des points G', H', I', etc., qui déterminent des points des apparences de transversales... Cette fois ce sont les points de distance, points de fuite des diagonales qui s'avèrent

Figure 4

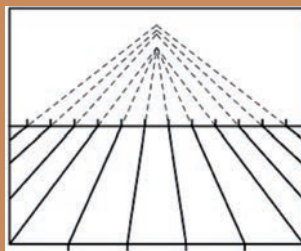
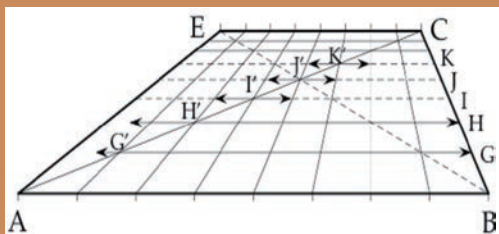


Figure 5



être aussi des points d'arrivée plutôt que de départ. La théorie de la proportion aura sûrement plus fait pour la théorie perspective, que des

considérations *a posteriori* sur de prétendues idées sur l'espace (qui n'a de sens qu'en vertu de la matière qui l'habite chez les aristotéliens, du moins), et sur un infini **actuel** encore à venir.

C'est la considération de ces points de distance comme points de fuite des lignes obliques parallèles aux diagonales d'un pavage au sol de maille carrée, qui nous permet d'identifier l'usage, par le dessinateur, d'une procédure **légitime** (au sens moderne de **projectivement valide**) dans un tableau. Il faut cependant noter que cette validation ne permet pas de préjuger de la nature de la procédure effectivement employée. Ce préjugé est trop souvent repérable, et quasiment depuis les origines de la question, dans nombre d'analyses prétendument **perspectives** des œuvres du passé, effectuées tant par les théoriciens de la perspective, que par les historiens d'art ou par les historiens des sciences.

Prenons quelques exemples, qui confirment que la considération des points de fuite a été le fruit d'une lente évolution.

Jan Van Eyck (ca. 1390-1441) a achevé de peindre, vers 1432 et sans doute dans le sillage de son frère Hubert, mort en 1426, un retable, dit de L'Agneau mystique, pour un autel de la cathédrale Saint-Bavant de Gand. Au dos du panneau présenté aux fidèles, se trouve représentée une Annonciation (*Fig. 6*), où l'on voit un ange annoncer à la Vierge Marie qu'elle portera le fils de Dieu, Jésus Christ, en son sein. Le carrelage au sol et le plafond de la pièce semblent mis en perspective et construits selon des règles géométriques, à ceci près que la pièce paraît avoir un plafond assez bas.



Figure 6

Une analyse des fuyantes au sol (les lignes vues **de bout** du carrelage) et des fuyantes du plafond (les poutres portant des solives, à gauche et à droite) permet de mettre en évidence que le tableau n'est pas construit par un procédé de perspective centrale (*Fig. 7*) : toutes les lignes réelles perpendiculaires au tableau (les arêtes des poutres comme les fuyantes au sol) doivent convenir en un même point et non en deux points distincts, ce qui n'est pas le cas et ce qui manifeste le fait que sol et plafond ont été traités séparément, sans doute par le procédé décrit plus haut (*Fig. 1 à 3*), dont on a vu qu'il ne nécessite pas l'usage d'un **point de fuite**. Ce constat est documenté par de nombreuses autres occurrences au Trecento, par exemple chez Giotto (*Fig. 8*) et Lorenzetti (*Fig. 9 à 11*). Ce qui signifie que le fameux **point de fuite principal** est un aboutissement conceptuel et probablement pas un point de départ des constructions perspectives empiriques. C'est d'abord un point de convergence, comme le constatera et le montrera Piero della Francesca, et peut-être d'autres avant lui.

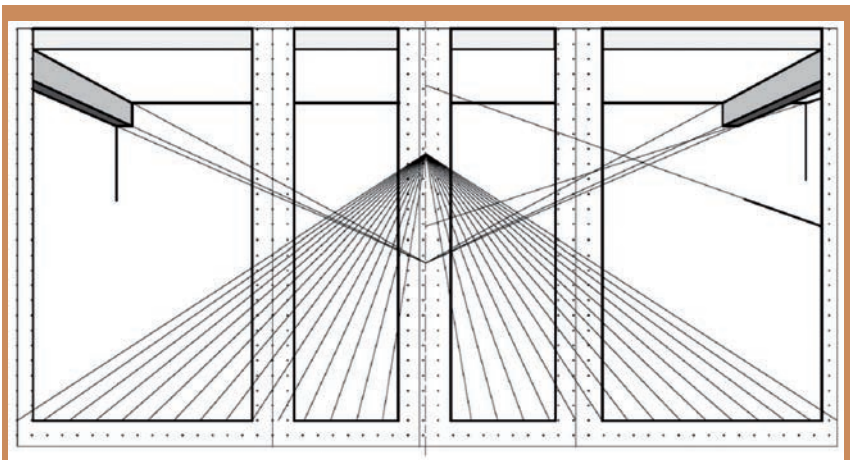


Figure 7

Le procédé décrit dans les figures 1 à 3 revient à une réduction proportionnelle des grandeurs dans la profondeur, lorsque celles-ci sont de des plans plus ou moins éloignés du plan de représentation.

Il a probablement été employé de façon systématique, et en particulier par Giotto pour tracer des arcades vues de front (*Fig. 8*), qui donnent un tel sentiment d'une perspective aboutie, que l'on a souvent conclu à la connaissance du point de fuite central chez Giotto, alors qu'il est clair que la convergence de certaines lignes est loin d'être systématique chez lui, et, en tout état de cause, qu'il ne s'agit pas d'un emploi systématique

à toutes les lignes, mais de solutions locales et non coordonnées, comme chez Van Eyck, propres à un plancher et à un plafond, de façon indépendante.

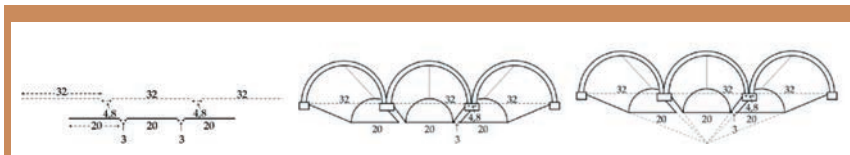


Figure 8

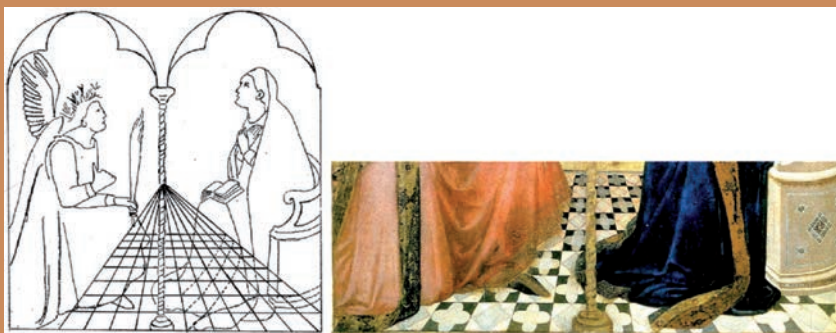
De même, un siècle avant Van Eyck, au *Trecento*, Ambrogio Lorenzetti (ca. 1290-1348) représente aussi une *Annonciation*, étudiée par Erwin Panofski, qui relève que les lignes vues de bout du carrelage au sol convergent en un point, mais que les lignes joignant les sommets des carreaux sont brisées et donnent à voir des spirales plutôt que les lignes droites qu'elles composent dans la réalité (Fig.9 à 11).

Il est fort peu probable, contrairement à ce qu'expliquait Panofski, que Lorenzetti ait fait usage du point de convergence mis en évidence par l'historien, quand on voit que la question n'est pas encore entièrement maîtrisée chez le maître qu'est Van Eyck, qui a pourtant croisé des artistes italiens après la découverte de Brunelleschi et d'Alberti ; là encore la méthode de réduction proportionnelle que nous proposons plus haut est nettement plus vraisemblable, et certains constats faits sur d'autres œuvres le montrent bien (Fig. 4), mais il est clair que la fameuse *forme symbolique* nouvelle qu'il invoque, est en gestation, sans qu'il soit besoin d'en brûler les étapes.

En revanche, la forme des apparences des diagonales du carrelage illustre un procédé attesté par Alberti – la *règle des deux-tiers* – dénoncé comme erroné dans son *De pictura* – qui produit exactement cet effet visuel de spirales brisées ; là encore c'est la théorie des proportions – ici une suite géométrique de raison $2/3$, dont chaque terme est une moyenne géométrique de ceux qui l'encadrent – qui prévaut sur toute autre considération.



Figure 9



Figures 10 et 11

C'est encore une analyse perspective qui permet de comprendre l'étrangeté apparente d'une autre *Annonciation*, peinte au milieu du XVI^e siècle (vers 1540), par Paris Bordon (1495-1570), peintre vénitien qui a donné à voir, pour la première fois aussi délibérément, l'en-deçà de la porte-fenêtre d'Alberti (Fig. 12 à 14), faisant entrer dans le tableau des éléments qui se trouvent dans la réalité spatiale représentée, entre le spectateur et le plan de projection. Un géomètre aujourd'hui, sait bien que toute vue perspective, en tant qu'intersection du cône visuel par un plan, peut être identifiée à une autre obtenue en changeant simplement la position du plan de représentation, pourvu qu'il reste parallèle au tableau : seule l'échelle des grandeurs apparentes change. Mais si un peintre adopte la fiction albertienne d'une ligne de terre définissant le pied du tableau sur le géométral – c'est encore la règle à ce moment de l'histoire, sauf lorsque le cadre du tableau est représenté en trompe-l'œil ce qui limite l'en-deçà représenté –, alors le tableau de Bordon a été conçu en sorte que l'ange et la Vierge soient séparés par le tableau lui-même. Pour comprendre cet artifice, il faut d'abord noter que cette séparation entre un ange venu du ciel et portant un message du monde divin et sacré et une femme appartenant au monde profane, fût-elle bientôt la Vierge Marie, est un parti-pris constant dans la représentation de l'événement dans les siècles qui précèdent. Les deux exemples précédents le montrent bien, dans lesquels une colonne sépare deux voûtes gothiques délimitant deux lieux (Lorenzetti), ou deux panneaux centraux et leurs cadres séparent les deux bouts d'une même pièce, surcadrés eux-mêmes par le bois des panneaux (Van Eyck).



Figure 12

Mais le spectateur est surpris de voir un ange d'aussi petite taille, circulant à l'évidence dans la colonnade du second plan – d'où sa petite taille – et se dirigeant plutôt vers l'architecture de l'arrière-plan ; tandis que la Vierge est au tout premier plan, dans une posture maniériste caractéristique de l'art des Titien et autre Parmesan, dans un geste d'acceptation, tournée vers un ange censé se présenter devant elle. Ces deux-là vont-ils se rencontrer ? Dans l'image, certes pas, mais dans notre imaginaire, certainement, car connaissant l'histoire – d'ailleurs racontée dans le livre qu'elle vient de lâcher : elle est dans sa chambre et l'Ancien Testament est ouvert sur une table basse –, nous ne pouvons que conclure que la chambre et son occupante sont dans une pièce de l'arrière-plan, vers laquelle se dirige l'ange, et que le peintre a projeté l'ensemble en avant-plan pour mettre la Vierge en exergue. Une analyse perspective du tableau montre en outre que la colonne devant laquelle elle se trouve, est construite dans l'exacte continuité des colonnes de l'arrière-plan : elle s'élève au-dessus d'une volée de marches, comme dans une représentation théâtrale, et son implantation au sol est celle d'une colonne dans le prolongement des autres, distances comprises en terme d'intervalles inter-colonnes : ce ne peut être qu'un choix délibéré, la probabilité qu'un tel événement géométrique se produise fortuitement est **d'un sur l'infini**, autant dire zéro. Les tracés effectués permettent de le constater dans les deux images suivantes (plan & profil d'une part, *Fig. 13* et perspective axonométrique d'ensemble, *Fig. 14*) mettant en évidence que le peintre a fait d'une pierre deux coups. Le tableau, lorsqu'on l'implante sur la ligne du carrelage du bas du tableau, se situe nettement entre la Vierge et l'ange.

Le malaise visuel ne vient pas d'une maladresse de peintre, mais d'une volonté de donner un statut novateur au tableau, affirmé comme limite spatiale entre le sacré et le profane, mais aussi entre le songe et la réalité.

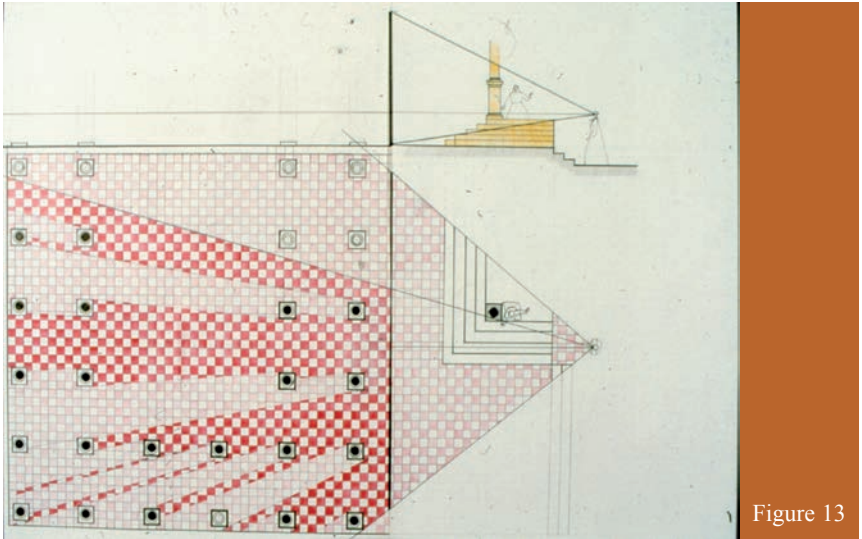


Figure 13

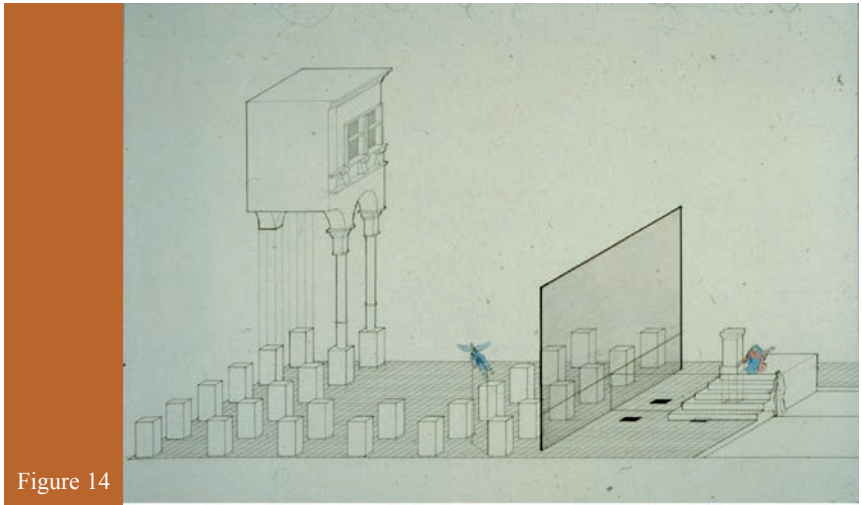
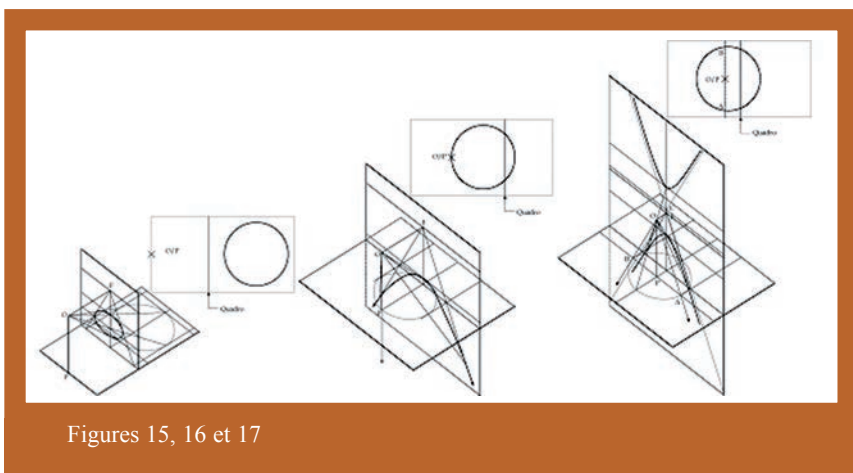


Figure 14

Ainsi donc, au XVI^e siècle, on commence à représenter l'en-deçà du tableau, ce qui a probablement donné des idées de derrière la tête aux géomètres, et préfigure l'avancée au XVII^e siècle, avec Girard Desargues (1591-1661) et Blaise Pascal (1623-1662), des connaissances sur la

question de l'espace **infini**, et une vision nouvelle des coniques.

Le fait d'avoir à représenter un cercle situé au-delà du tableau, par exemple une auréole ou le pourtour d'un bassin circulaire horizontal, a permis de voir que le cercle a alors pour apparence une ellipse, sauf à être dans un plan parallèle au tableau (*Fig. 15*). Mais si l'on considère que le cercle peut s'étendre en-deçà du tableau, et que d'aventure, le spectateur a le pied – il est cul-de-jatte en plus d'être cyclope... – sur le bord du bassin, lorsqu'il regarde son pied (réduit à un point du cercle), c'est avec un rayon visuel qui ne rencontrera jamais le plan du tableau : c'est ainsi que le cercle devient une parabole, comme si l'ellipse **ouvrait ses bras** comme le disait Képler, en substance (*Fig. 16*). Et si le spectateur met les pieds dans le bassin, une partie du contour circulaire se trouve derrière lui et son regard de géomètre-janus lui permet de **voir** ces points du cercle se projeter dans la partie haute du tableau selon une branche d'hyperbole, tandis que la partie du cercle qui est derrière le tableau se projette selon un arc de la branche basse d'une hyperbole, et que les arcs qui sont entre lui et le tableau se projettent dans le tableau, sous la ligne de terre et le géométral. Avant la Renaissance, depuis le traité des *Coniques* d'Apollonios de Pergé et avant que Desargues ne fasse la synthèse entre perspective et théorie des coniques, chaque branche de notre moderne hyperbole est une courbe : Apollonios parle de deux hyperboles **opposées** lorsqu'il traite des deux branches ; après Desargues et grâce au regard des peintres, une hyperbole n'est plus qu'une seule courbe, en deux morceaux, car c'est l'image par transformation perspective d'un cercle fermé dont deux points ont été **envoyés** à l'infini (*Fig. 17*).



Figures 15, 16 et 17

Et pour donner enfin une idée de l'importance du rôle que la perspective a joué dans l'histoire des sciences, rappelons que l'évolution de la géométrie, prenant en compte les **propriétés projectives** des figures, four-

nira un cadre qui rendra possible l'émergence des géométries non-euclidiennes au XIX^e siècle, et la conception d'espaces nouveaux, tels que ceux qui sont requis pour construire d'autres intuitions de l'espace physique, comme l'espace-temps hyperbolique de la relativité restreinte ou générale d'Einstein, fondée sur les équations de Lorentz.

Le lecteur aura compris qu'une mathématique qui tente de reconstituer son histoire conceptuelle ne fait rien d'autre, dans le domaine de la perspective, que de rendre aux artistes la monnaie de leur pièce : ils ont ouvert aux mathématiciens des perspectives nouvelles. Et il est assez juste que le géomètre, en retour, puisse aujourd'hui donner des informations propre à lever des incompréhensions sur ce qui a motivé tel ou tel choix dans la composition d'un tableau.

J.-P. L G

Encadré A

1^o) La construction légitime telle qu'exposée par Leon Battista Alberti (1404-1472) dans un ouvrage manuscrit rédigé vers 1435-36, en deux langues, italien et latin, sous les titres *Della pittura* et *De pictura* (de la peinture). Elle croise les informations données par deux vues ou projections, la vue de face et la vue de profil, de la situation suivante (Fig. A-1) : un **sujet** regarde un **objet** (ici un carré), et ils sont tous deux situés sur un même plan **d'assiette**, en général le sol commun aux deux, dans la théorie primitive, nommé aussi **plan géométral** ; le sujet regarde l'objet au travers d'un plan vertical érigé au dessus du géométral et qui est le **tableau** ou plan de projection. Le **sujet**, ou **perspecteur**, est le peintre puis le spectateur, réduit à être un cyclope muni d'un œil ponctuel O. L'objet, pour Alberti, est plutôt un carrelage au sol, qui a pour fonction de permettre l'élévation d'une architecture ou de figures, plan par plan dans l'éloignement, par relèvement sur les verticales des grandeurs **raccourcies** horizontales de la grille au sol. Enfin Alberti assimile le tableau – qui est, à cette époque, conçu comme une figure plane limitée et non à un plan **infini** – à une **fenêtre**, en quelque sorte ouverte sur le monde. Le plan du tableau est en fait une porte-fenêtre dont la base sera nommée la **ligne de terre** : c'est l'intersection du plan du tableau et du plan géométral.

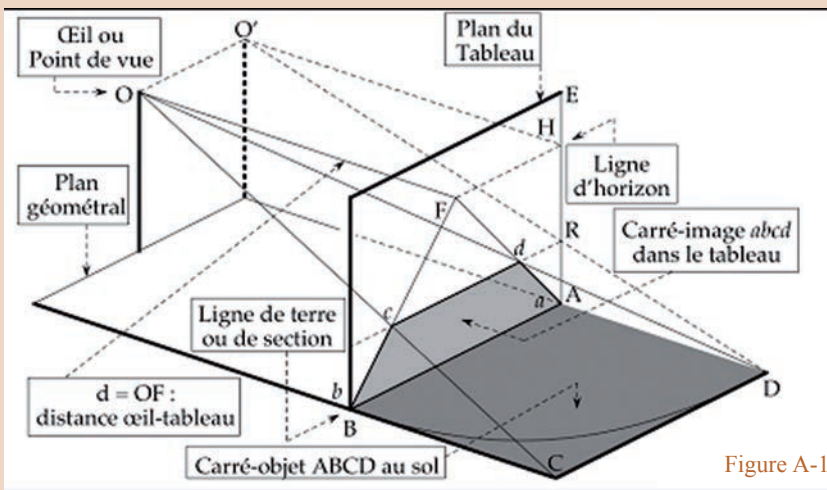


Figure A-1

L'image perspective de l'objet sera obtenue en déterminant, point par point, la situation de l'apparence de chaque point M de l'objet dans le tableau, qui se situe à l'intersection du rayon visuel OM (supposé rectiligne selon la tradition optique dont on attribue les premiers éléments à Euclide ou à son école) avec le plan du tableau. L'ensemble des rayons visuels forment un cône, dit **visuel** ou une pyramide, selon la forme du contour apparente de l'objet observé. Si l'on considère que cet objet est tout ce qui se présente à l'œil au-delà de la fenêtre albertienne, on aura une pyramide à base quadrangulaire si le tableau est un rectangle et un tondo si la fenêtre est un oculus de forme circulaire, ovale ou elliptique. On voit par là que la perspective a à voir avec la théorie des coniques...

On remarquera aussi que la détermination de chaque apparence revient à déterminer son **abscisse** et son **ordonnée** relevés sur les bords du tableau : cette détermination des **coordonnées** d'un point précède de deux siècles la géométrie analytique de Descartes, fondée sur le calcul algébrique. L'idée centrale de la perspective préfigure donc, – avant la lettre, aux sens propre et figuré –, celle de la résolution des problèmes géométriques par l'usage des équations exprimant des relations entre les coordonnées inconnues d'un point.

Alberti dessine (Fig. A-2) un rectangle EAB, représentant le tableau, dans lequel il place un **premier œil**, F, qui est ce que l'on appellera le point de fuite principal, à une hauteur d'environ trois brasses (1,74 m à cette époque) au-dessus de la ligne **basse** (la ligne de terre AB), ce qu'il estime être la hauteur d'œil, F, d'un homme de taille moyenne debout sur le même plan qu'un dallage ABCD de 6 fois 6 dalles carrées. Puis il gradue la ligne de terre AB par des points équidistants (7 en comptant A et B), et les joint à F pour produire les apparences des parallèles horizontales du carrelage qui sont vues de bout et que l'on appellera les lignes fuyantes du carrelage : dans la réalité, elles sont perpendiculaires au tableau et l'on obtient, en quelque sorte, l'image d'un plancher dont les lattes seraient vues de bout. Reste à déterminer les apparences des transversales horizontales c'est-à-dire les parallèles au tableau, qui s'étagent au dessus de AB, comme cd, qui représente la dernière transversale CD du dallage réel.

Naturellement, ce dessin est fait à une échelle de réduction adaptée au projet : dans la Flagellation du Christ de Piero della Francesca, par exemple, le Christ est représenté à l'échelle d'un dixième de sa taille supposée, à peu de chose près, puisqu'il est figuré debout et y **mesure** 17,8 cm.

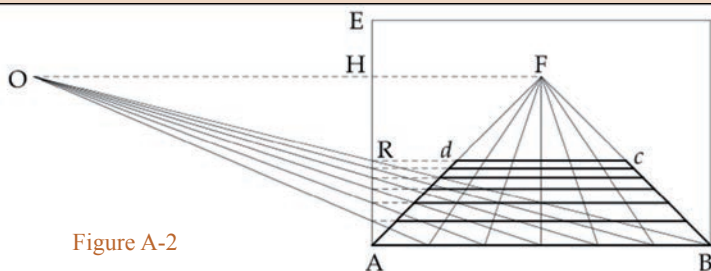


Figure A-2

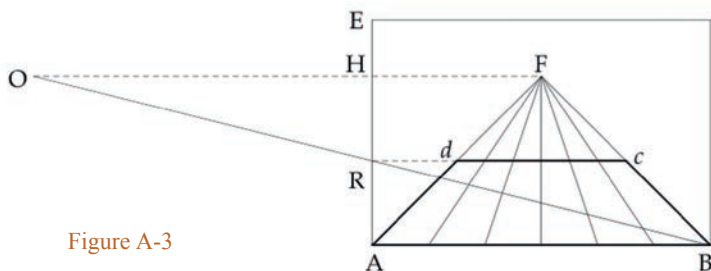
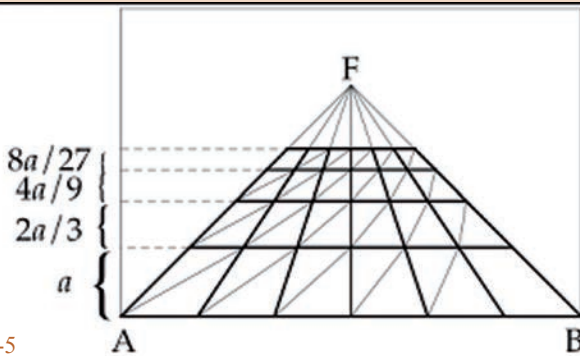
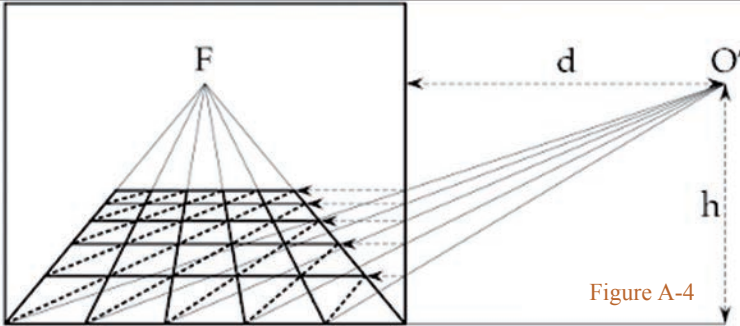


Figure A-3

Alberti utilise ensuite l'un des côtés verticaux du tableau, EA, pour en figurer la vue de profil en élévation, soit sur le même dessin (Fig. A-2), soit en le reproduisant à la même échelle sur un second dessin. Sur ce bord EA, il place un point H tel que HA soit la hauteur du premier œil F au dessus de AB. Il place alors, dans le prolongement de FH et, donc à la même hauteur que F, un **second œil** O qui est censé regarder le carrelage au travers de ce tableau vu de profil : en effet les points équidistants de la ligne de terre AB représentent, de ce point de vue O, les lignes transversales du même carrelage, vues de bout. Les rayons visuels qui joignent O aux points de division de la ligne de terre coupent le tableau de profil en des points qui déterminent les niveaux auxquels se situent, dans le tableau, les apparences des transversales horizontales : par exemple, R, intersection du rayon visuel OB avec le tableau EA, est le niveau où se trouvera l'apparence de CD dans le tableau ; une horizontale menée depuis R coupera les fuyantes FA et FB en d et en c, apparences des deux sommets D et de C, qui forment le carré ABCD dans la réalité. Piero della Francesca simplifiera la construction légitime d'Alberti en ne mettant qu'un carré **en raccourci** (Fig. A-3).

Alberti ajoute que ce qui légitime sa construction est le fait que les lignes qui joignent les sommets opposés des trapèzes du réseau (Fig. A-4), apparences des carrés du dallage réel, sont bien alignés comme dans la réalité et la perception visuelle que l'on en peut avoir, ce qui était l'une des règles de la doxa euclidienne : des points alignés le restent dans l'apparence. Et il règle ainsi leur compte à des méthodes empiriques de placement des transversales basées sur des régressions géométriques (il cite la règle des deux-tiers, qui fixe la position par application répétée du rapport 2/3 aux écarts entre transversales successives (Fig. A-5) où l'on voit que les nœuds du carrelage, alignés dans la réalité, ne le sont plus dans l'apparence). Cependant Alberti ne mentionne pas le fait que les prolongements de ces apparences de diagonales conviennent toutes en un point, situé à droite, D, ou à gauche, D', de F, sur ce que l'on appellera l'horizon (Fig. A-6).



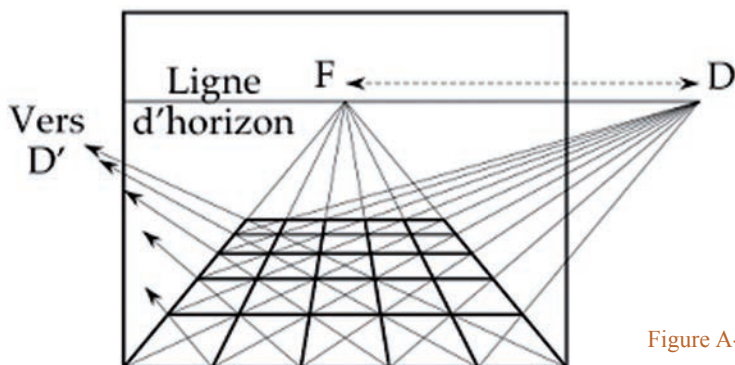


Figure A-6

2°) La méthode de la double projection, a très probablement été inventée et utilisée par Filippo Brunelleschi (1377-1446) pour fabriquer deux panneaux peints, censés légitimer ce procédé par superposition et coïncidence visuelle du réel et de sa représentation. Cependant elle n'a été explicitée qu'ensuite, et pour la première fois par Piero della Francesca (ca. 1412/20-1492) dans son *De prospectiva pingendi* (De la perspective en peinture), rédigé vers 1470-80.

Elle consiste en un relèvement systématique des points d'intersection des rayons visuels de la pyramide qui joint l'œil aux points de l'objet, en croisant les informations que donnent l'observation de la situation spatiale **objet-tableau-objet** en vue du dessus (plan obtenu par projection orthogonale sur un plan horizontal suivant le fil à plomb) et en vue de profil (élévation obtenue par projection orthogonale sur un plan vertical, placé de manière que le tableau soit vu comme une ligne). Piero della Francesca relève les niveaux dans la vue de profil comme dans la méthode d'Alberti et le placement de part et d'autre du rayon visuel principal dans la vue du dessus. Le croisement est reporté dans un tableau au compas à points sèches ou par mesure avec du **crin de cheval**. La chose peut être faite, comme ici (Fig. A-7, pour un cube), par report sur une ligne coordonnée aux deux projections et inclinée à 45°, mais aussi par des quarts de cercle qui permettent le report de la verticale à l'horizontale.

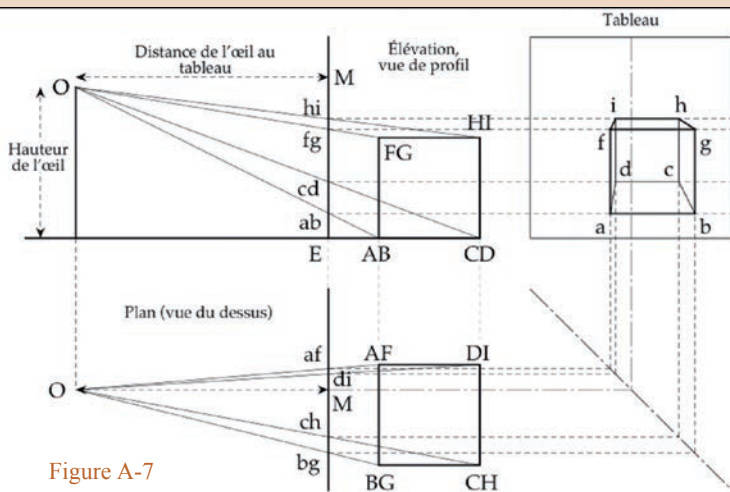


Figure A-7

Cette méthode a probablement été imaginée à partir du *De architectura* (De l'architecture) de Vitruve (Marcus Vitruvius Pollio, architecte romain, I^{er} siècle av. J.-C., ca. – 90-ca. – 20), ouvrage en latin, réparti en dix livres, qui a été traduit plusieurs fois à la Renaissance, en particulier dans une version libre d'Alberti, et imprimé dès le début du Cinquecento (1521, pour l'édition princeps). Vitruve décrit trois procédés de représentation, qu'il nomme ichnographie (plan), orthographie (élévation, de face et donc de profil, selon le point de vue) et scénographie, sorte de perspective dédiée au décor de théâtre (des toiles peintes élevées derrière le proscenium), que certains auteurs et traducteurs – comme Claude Perrault (1613-1688) – ont ensuite assimilé à la perspective centrale de façon probablement rétrospective. Le terme de scénographie sera utilisé au XVI^e siècle, par Simon Stevin par exemple, pour désigner la perspective artificielle et la distinguer de l'optique, dont elle est, pour lui, alors une branche.

Dans l'hypothèse où la méthode de Brunelleschi serait fondée sur le croisement des deux projections vitruviennes, il est clair que la construction d'Alberti en serait un procédé dérivé, qui la simplifierait et la légitimerait. Piero della Francesca, pour sa part, use d'une forme encore plus simple qu'il applique à un seul carré primitif (Fig. A-3), qu'il couple à l'usage d'une des diagonales du carré primitif pour tout autre point au sol et, pour tout ce qui est en élévation sur le carré primitif, au relèvement des mesures raccourcies déterminées au sol dans le trapèze-image, selon l'éloignement des figures verticales. Mais pour des figures plus complexes – qui ne sont pas réductibles à des lignes droites et à des surfaces rectilignes – un tore, un chapiteau à volutes et feuilles d'acanthé ou la tête humaine, par exemple –, il préconise la double projection, qui permet une construction point par point et en montre le fonctionnement sur des cas simples, par exemple un carré puis un cube (Fig. A-7), pour des raisons pédagogiques évidentes.

3^e) La méthode qui prévaudra bientôt dans les arts graphiques est appelée **construction par points de distance** (Fig. A-8). On la trouve exposée, pour la première fois encore, par Piero della Francesca (Fig. A-9), dans un cas particulier, sans justification ; dans les exemples qu'il donne pour la mise en perspective de figures planes situées au sol, il lui préfère en fait une méthode de construction interne à un carré mis en perspective à la manière d'Alberti (Fig. A-10 à 14). Elle a été utilisée de façon empirique en Europe du Nord, sans doute indépendamment de la mention qu'en fait Piero dans son manuscrit (Fig. A-15). Puis elle a été codifiée au début du XVI^e siècle, en particulier par le chanoine Jean Pélerin Viator (ca. 1445-av. 1524), secrétaire et diplomate de Louis XI, qui parle de **tiers-points** dans son *De artificiali perspectiva* (Toul, 1505). Elle a été reconnue comme équivalente à la construction légitime par Egnatio Danti (1536-1586) dans son édition de la perspective de Vignole (1583).

Le constat qui a sans doute prévalu pour la méthode des **tiers-points** est celui qu'Alberti n'a pas mentionné, mais qu'à l'évidence Piero della Francesca a fait : les prolongements des diagonales des trapèzes du dallage-image d'un dallage carré réel (ici ABCE, 8x8) conviennent en deux points, D et D', situés de part et d'autre de F, et de façon symétrique, en sorte que $FD = FD'$, mais surtout que $FD = OF$, distance de l'œil au tableau, que nous avons nommée d. Cette fois (Fig. A-8) les lignes qui joignent D aux points de division de AB ne sont plus des rayons visuels, mais des apparences dans le tableau de lignes réelles. Les points en lesquels elles interceptent la fuyante FB, à savoir G, H, I, etc. déterminent les extrémités des apparences des transversales du carrelage. Il en irait de même en faisant usage des diagonales fuyant en D' : les points d'intersection sont les extrémités des apparences de transversales, que l'on trouvera au bout du tracé des parallèles ici terminées par des flèches.

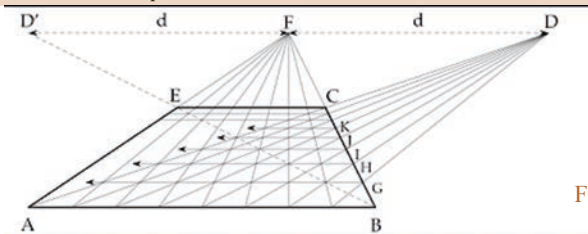


Figure A-8

Piero della Francesca se saisira de cette idée, dans la proposition 23 de son traité, pour tailler un carré (BCML) dans un rectangle (BCED) préalablement mis en perspective (Fig. A-9). A étant le point de fuite et O un point situé sur l'horizon tel que $OA = d$, OC coupe la fuyante AB en L et LC sera l'image, dans le trapèze BCML de la diagonale du carré BCML cherché, découpé dans le rectangle donné en vraie grandeur et en apparence (trapèze BCED).

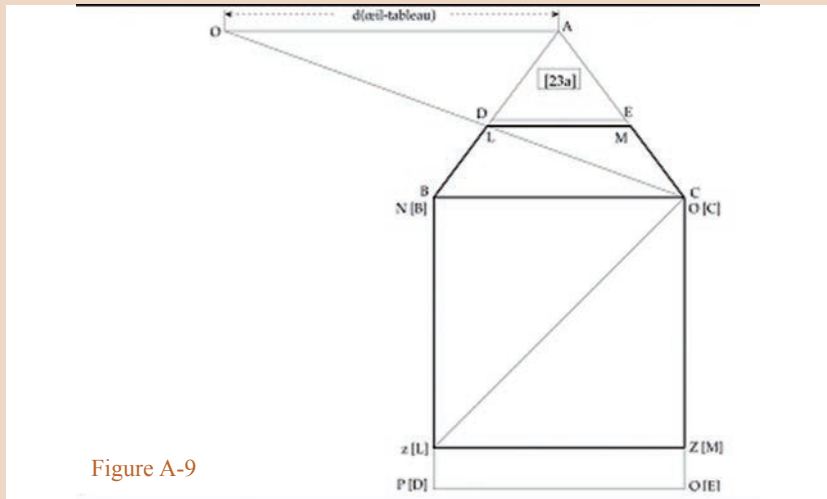


Figure A-9

Dans la pratique, pour Piero della Francesca, la première figure d'assiette est un carré (Fig. A-10). Ensuite, dans ce carré, représenté en vraie grandeur et en apparence, sous la forme d'un trapèze, il utilisera de même les diagonales du carré et de son trapèze-image pour tracer l'apparence de toute figure repérée dans le carré initial (Fig. A-11-14, pour un triangle équilatéral, prop. 18 de son traité).

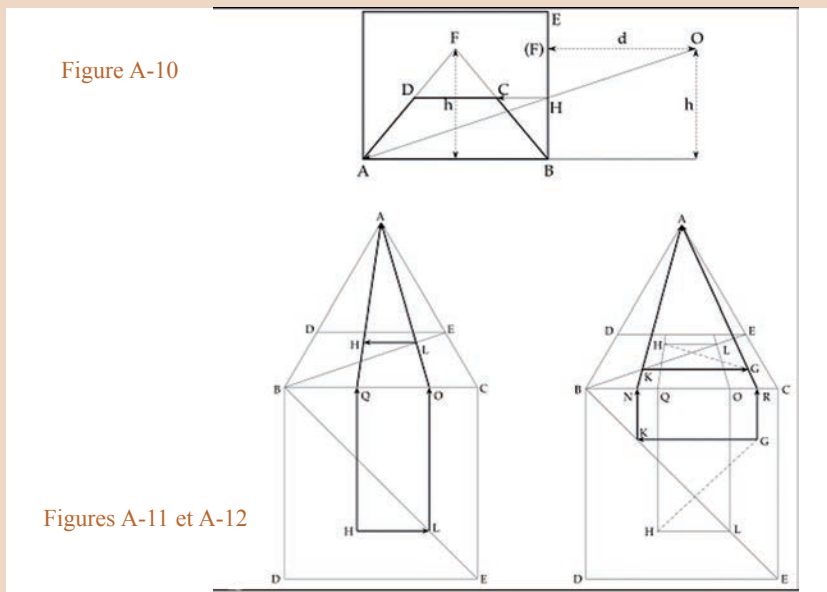
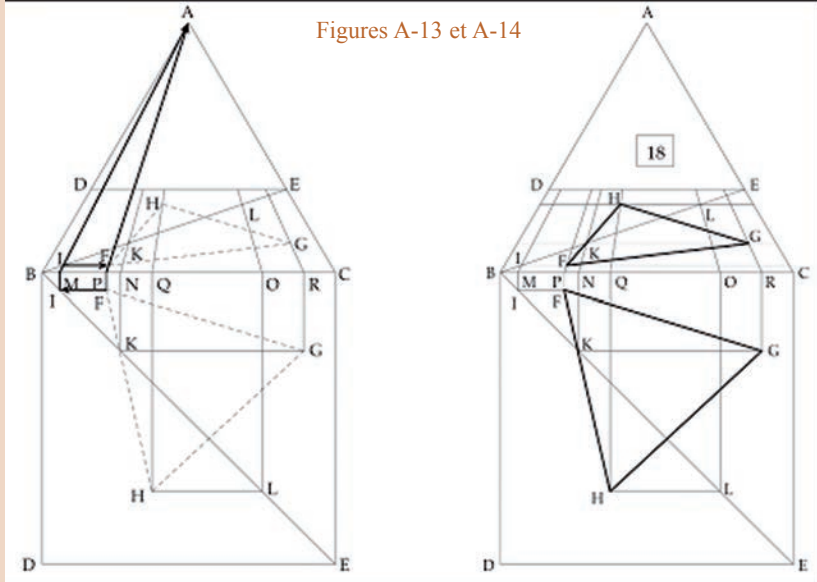


Figure A-10

Figures A-11 et A-12

Figures A-13 et A-14



D'une certaine manière, ce procédé renoue, mais de façon rationnelle et légitimée, avec la pratique ancienne évoquée dans le texte (*Fig. 1 & 2*), qui est probablement à la base des spéculations plus abouties du Quattrocento.

Encadré B

Lorsque l'on doit analyser un tableau, du point de vue de la perspective, dès lors que l'on présume qu'elle a été construite selon des règles géométriques, on peut procéder en trois étapes :

1°) Déterminer le **point de fuite principal**, qui est au droit de l'œil : c'est l'extrémité du rayon visuel qui est perpendiculaire au tableau et qu'Alberti nomme le prince des rayons. Vers ce point F conviennent les apparences de toutes les droites horizontales perpendiculaires au tableau (qui sont donc parallèles au rayon visuel), et pas seulement les bords des lattes d'un plancher qui fuit devant soi – on dit alors qu'on les regarde **de bout**, c'est-à-dire par le bout – ; des poutres au plafond, vues de bout ont des arêtes qui conviennent aussi en F. L'œil du cyclope, perspicace, doit être en face de F, pour apprécier le résultat.

On notera qu'un tableau construit en perspective peut-être regardé d'un autre point ou photographié de biais, ce qui n'empêchera pas qu'on pourra l'estimer **bien** construit du point de vue projectif ; cela tient au fait que les perspectives, composées entre elles, donnent des perspectives, en général. Mais le risque d'adopter un regard très oblique est de ne plus **reconnaître** ce qui est représenté ; ceci explique pourquoi on a du mal à lire une anamorphose, dans laquelle le problème est inversé : le choix d'un point de fuite principal très à l'écart du tableau rend celui-ci inintelligible lorsqu'on le regarde de face, alors que le bon point de vue oblige à un regard très décalé. C'est un effet qui sous-tend toute réflexion sur la nécessité du regard oblique pour découvrir la vérité lorsqu'elle se dérobe du fait d'un artefact.

2°) Déterminer la ligne d'horizon (ou l'horizon) ; la chose est simple lorsque F a pu être déterminé : c'est la ligne horizontale du tableau, qui passe par F. Sinon, des apparences horizontales de lignes dans le tableau, que l'on peut estimer l'être dans la réalité, sont toutes la marque de l'horizon cherché.

On notera qu'il ne faut pas confondre la ligne d'horizon ou l'horizon de la perspective avec la ligne d'horizon naturelle, qui est à l'origine une ligne de partage des airs et des eaux pour un observateur en mer ; on utilise néanmoins la même expression pour désigner la ligne parallèle au sol située dans le tableau, qui passe par le point de fuite central.

Plus généralement, on repère les lignes horizontales de la réalité qui ont des apparences descendantes (de gauche à droite lorsqu'elles nous semblent être à gauche, et de droite à gauche lorsqu'elles nous semblent venir de droite) : ce sont des lignes qui sont au-dessus de notre tête (de notre œil ponctuel) et que nous regardons d'en bas (*de sotto in sù*, ou en contre-plongée) ; les lignes qui semblent monter (*idem*) représentent des lignes horizontales que nous regardons d'en haut (en plongée ou *de sù in sotto*).

Plus généralement encore – et il faudra attendre 1600 pour que Guidobaldo del Monte, l'un des maîtres de Galilée, l'exprime dans son traité, *De perspectiva libri sex* (De la perspective, en six livres) –, tout faisceau de droites parallèles entre elles de l'espace, converge en apparence en un point du tableau qui est l'intersection du rayon visuel parallèle à ces droites, avec le tableau ; Desargues étendra la chose aux lignes de fuite de *faisceaux de plans*, en parlant d'*essieux* en lesquels conviennent les plans parallèles. C'est ainsi que tous les plans parallèles au sol, ou géométral, conviennent en l'horizon, qui est leur *essieu*, comme la reliure d'un livre ouvert, qui serait réduite à une ligne sans épaisseur, et qui réunit toutes les pages sans épaisseur et parallèles entre elles, du livre en question.

3°) La dernière étape fixe la distance à laquelle doit se trouver l'œil O du point F, c'est-à-dire la distance OF de l'observateur au tableau. Toutes les lignes horizontales inclinées à 45° par rapport au rayon visuel principal conviennent en un point de l'horizon, D à gauche de F pour celles qui fuient vers la gauche, et D' à droite de F, pour celles qui partent vers la droite. Ces points sont donc situés à la même distance de F, qui est aussi celle de O à F : car DFO et D'FO sont des triangles isocèles rectangles en F. $DF = D'F = OF$.

Si les diagonales d'un carrelage à maille carrée ne conviennent pas en un point, la construction géométrique adoptée par le dessinateur est erronée : c'est le cas pour quelques œuvres de Raphaël, contrairement à l'affirmation généralement répandue que l'élève avait maîtrisé, voire dépassé, l'enseignement de ses maîtres, parmi lesquels Péruçin, dans ce domaine du dessin. Une étude mathématique fondée sur les régularités de tracés internes qui gouvernent la composition de son *Mariage de la Vierge* (conservé à la Brera de Milan), permet de démontrer que la méthode employée est celle de l'architecte Sebastiano Serlio, erronée mais imprimée comme légitime en 1545 ; Serlio, de son propre aveu, la tenait de Baldassare Peruzzi... aux côtés duquel Raphaël a travaillé pour les fameuses Chambres du Vatican.