LA TECHNOLOGIE AU SERVICE D'UNE SITUATION-PROBLÈME : EXEMPLE DE LA ROSACE À HUIT BRANCHES

Fabienne Venant
Professeur, département de mathématiques,
UQAM, Montréal, Canada

Pauline Venant
Professeur des écoles, Académie de Grenoble

Qu'on le veuille ou non, nous sommes entrés dans une ère numérique et l'école ne peut plus échapper à cette réalité. Les technologies de l'information et de la communication (TIC) ont fait leur entrée à l'école. La question n'est déjà plus de savoir s'il faut ou non les utiliser dans l'enseignement mais plutôt comment les utiliser au mieux. L'école ne peut en effet rester en marge d'une société de plus en plus numérique et la volonté institutionnelle d'intégrer les nouvelles technologies dans les enseignements est de plus en plus affirmée (programmes officiels, instauration du B2I, création du bureau des usages numériques et des ressources pédagogiques, appel à projets e-Éducation, place faite à l'algorithmique au lycée...) Face à ces pressions sociales et institutionnelles fortes, même les enseignants les plus réticents se voient peu à peu contraints d'intégrer la question des TICE dans leur réflexion pédagogique. L'école numérique devient une priorité pour la plupart des gouvernements, ainsi que le relève le rapport final de l'Agence Française pour le Développement (AFD):

> *C'est un fait que tout pays désirant s'inscrire dans la société de la connaissance et le marché mondial a à prendre en compte les TIC, devenues un maillon indispensable des échanges – économiques, sociaux, culturels, pédagogiques.* (AFD, 2010, p. 14)

C'est dans ce contexte que l'on assiste actuellement en France, comme dans d'autres pays comme le Canada, les États-Unis ou même l'Estonie, à un engouement politique pour le Tableau blanc interactif (TBI). Cependant les recherches récentes (Duroisin et *al.* 2011, Villemonteix et Stolwijk 2011...) montrent que si le TBI constitue un outil à forte potentialité, il est très largement sous-exploité, les enseignants se contentant souvent d'une utilisation minimale. On peut généraliser ce constat à la plupart des technologies. Elles constituent en effet ce que Depover et *al.* (2007) appellent des outils à potentiels cognitifs, c'est-à-dire des outils dont les fortes potentialités cognitives ne se révèlent que dans certaines conditions d'utilisation et en fonction de certains usages :

Grand N n° 93, pp. 59 à 91, 2014

> *Nous utiliserons l'expression outils à potentiel cognitif pour désigner un environnement informatique disposant de caractéristiques qui le rendent propres à certains usages pédagogiques susceptibles d'entraîner des effets cognitifs positifs alors que le terme outil cognitif (OC) désignera un environnement dont les effets cognitifs sont déjà actualisés dans le cadre d'un contexte particulier et en fonction de certains usages.* (Depover et *al.*, 2007, p. 4)

Cette définition fait clairement apparaître l'importance de savoir comment utiliser les technologies dans un cadre pédagogique. Ce facteur humain est bien souvent sous-estimé. En effet :

> *Les TIC sont des outils au service des hommes et leur portée dépend de la manière dont ceux-ci les utilisent. En tout état de cause, un instituteur communiquant sa passion d'apprendre aux élèves pourra le faire avec ou sans outil technologique. S'il a la chance d'avoir accès à la technologie avec ses élèves, d'être formé à son utilisation et d'évoluer dans un contexte où l'on valorise ses efforts d'amélioration de son enseignement, il pourra plus aisément porter attention à l'apprentissage de chacun de ses élèves et les mener à la réussite, ceci en conservant sa motivation à enseigner. La technologie seule ne peut rien ou pas grand-chose ; associée à la formation des enseignants et à leur valorisation, elle devient un excellent outil de soutien aux apprentissages.* (AFD, 2010, p. 61)

Les différents rapports officiels (Breta 2007, Fourgous 2010-2012, Commission Européenne 2010, etc.) portant sur les TIC dans l'enseignement s'accordent sur l'importance à donner à la formation des enseignants et à la valorisation de l'utilisation des TIC. Or une telle formation ne peut, en tout état de cause, reposer que sur une connaissance réelle des possibilités offertes par ces outils. Le travail présenté ici s'inscrit donc dans un projet plus général de jeter un regard réflexif sur les pratiques possibles. Bien que la présence du TBI, et des technologies en général soit « encore souvent déterminée par de multiples facteurs exogènes (souci de modernité, enjeu politique, réponse de la collectivité à la demande institutionnelle) » (Villemonteix & Stolwijk, 2011, p. 254), il s'agit de faire en sorte qu'elle constitue réellement

> *(...) une aubaine pour les écoles qui acceptent le passage à des pratiques instrumentées sous réserve que les enseignants concernés acceptent le principe de l'adaptation de leur pratique professionnelle routinière à cette contingence nouvelle.* (Villemonteix & Stolwijk, 2011, p. 254)

Nous cherchons plus précisément à savoir comment les outils numériques peuvent se mettre au service des objectifs principaux de l'enseignement de la géométrie. Nous cherchons en particulier à étudier comment la technologie peut favoriser la mise en place d'une situation-problème, en allégeant la gestion des interventions collectives et particulières et en multipliant les possibilités stratégiques des élèves. Nous considérons la notion de situation-problème telle qu'elle a été introduite par Brousseau (1980) puis complétée par Douady (1986). Il s'agit d'une une situation d'enseignement qui a pour objectif de permettre aux élèves d'acquérir une connaissance nouvelle (savoir, savoir-faire, méthode, raisonnement…) et qui s'appuie sur une conception socio-constructiviste de l'apprentissage. L'idée est donc que le problème soit dévolu à l'élève, ce qui peut constituer pour lui un facteur supplémentaire de motivation à s'engager pleinement dans la tâche. Nous nous intéressons plus particulièrement aux apports des TICE en termes de dévolution et de validation. Le propre d'une situation-problème est en effet que le dispositif, orienté selon un objectif-obstacle, permette une validation découlant du milieu

(Margolinas, 1994). Notre hypothèse est que les possibilités d'autonomie, de manipulation, de partage et de collaboration offertes par les outils numériques vont faciliter la mise en œuvre de telles activités par les enseignants.

Il ne s'agit pas ici de prôner un usage exclusif de la technologie. Nous nous intéressons d'une part aux apports possibles de la technologie et d'autre part à la façon dont elle peut s'intégrer et interagir avec des environnements plus classiques. Les recherches soulignent depuis longtemps l'importance d'utiliser des allers et retours entre différents environnements afin de profiter des apports de chacun d'entre eux. Laborde (1998) soulignait déjà le rôle que joue le contexte d'usage des objets mathématiques pour contribuer à donner du sens à ces objets. Noguès (2006) relève quant à elle la nécessité des allers et retours entre les données à l'écran, immédiates, et la réflexion théorique pour construire de vrais apprentissages. Lagrange et Heilboner (2003) et Moisan (2006) insistent eux aussi sur le fait que la manipulation des logiciels doit être coordonnée avec une utilisation du papier-crayon. Ainsi, l'activité que nous décrivons est une activité qui a déjà été déjà utilisée en classe par l'une des auteures, en environnement uniquement papier-crayon. Cette activité s'est avérée très intéressante à différents points de vue malgré des soucis matériels d'organisation, de mise en commun, de visibilité. C'est ainsi qu'est née l'idée de faire appel à des outils informatiques. Le but de cet article est donc d'envisager les enrichissements et prolongements que l'on pourrait apporter à cette activité par l'usage de la technologie. Il est important de préciser que nous n'avons pas encore expérimenté ces propositions en classe pour des raisons de conditions matérielles insuffisantes.

Notre article se compose de trois parties. La première partie présente le cadre théorique adopté. Les deuxième et troisième parties proposent respectivement une analyse *a priori* et un déroulement possible de l'activité envisagée. Nous concluons sur nos perspectives de recherche à partir de cette activité.

Objectifs et cadre théorique

Dessin et figure

Le but de l'activité est la reproduction d'une figure complexe. L'objectif est d'accompagner l'élève dans l'acquisition du concept de figure géométrique et du rôle que jouent les propriétés. Nous reprenons ici la distinction entre théorique et spatio-graphique relevée par Laborde (1997). La figure relève du théorique alors que le dessin est ancré dans le spatio-graphique. Il s'agit de distinguer « *les objets et relations géométriques qui sont de nature théorique, de leurs extériorisations dans des systèmes de signifiants divers* » (Laborde 2007, p. 9). Laborde et Capponi (1994) donnent la définition suivante (p. 168), reprise de Parzysz (1988, p. 80) et citée par Tanguay (2010) :

> *La figure géométrique est l'objet géométrique décrit par le texte qui la définit, une idée, une création de l'esprit tandis que le dessin en est une représentation.* (Tanguay, 2010, p. 58-59)

Cette distinction s'appuie sur la notion de signifié et signifiant, reprise de l'école linguistique structuraliste (De Saussure, 1995). Le signifié désigne la représentation mentale d'un concept tandis que le signifiant désigne l'image sensorielle (acoustique, graphique…) par laquelle on l'appréhende. Laborde et Capponi adaptent ces notions à la géométrie via la notion de référent :

> *Les deux auteurs tentent de préciser cette distinction à travers la triade référent – signifiant – signifié. Le référent est l'idée, le concept géométrique dont le dessin constitue un (parmi une infinité de) signifiant(s). Le signifié est l'interprétation que fait l'observateur du dessin. Elle varie selon le contexte, les connaissances de l'observateur, la théorie (mathématique ou autre) à travers laquelle l'observateur choisit d'interpréter le dessin.* (Tanguay, 2010, p. 58-59)

Cette conception reprend la notion d'invariant de Vergnaud (1994), en considérant que les élèves

> *(...) ont à construire non seulement des invariants géométriques mais aussi spatiaux et surtout construire des liens entre ces deux types d'invariants. Ce sont ces liens qui permettent la mobilité nécessaire entre le théorique (les savoirs géométriques) et le spatio-graphique (le dessin) dans les processus de résolution d'un problème géométrique.* (Laborde, 1997, p. 9)

Notre but est de proposer une activité répondant à

> *(...) la nécessité de faire travailler les élèves sur la notion de figure géométrique, sur les rapports entre objet géométrique et dessin, par des activités qui demandent une interprétation du dessin du point de vue des connaissances géométriques.* (Tanguay, 2010, p. 58-59)

Nous adhérons par ailleurs à la thèse soutenue par l'article de Laborde et Capponi qui est que l'effet d'un logiciel de géométrie dynamique permet l'élaboration de telles activités. Plus précisément, nous abordons ces apports selon deux points de vue, celui de la déconstruction dimensionnelle proposée par Duval (2005) et celui du déplacement comme outil de passage du dessin à la figure (Soury-Lavergne, 2006 ; Restrepo, 2008).

Déconstruction dimensionnelle

Notre objectif est de travailler le passage d'une *« reconnaissance perceptive des objets à une étude fondée sur le recours aux instruments de tracé et de mesure »* qui constitue selon le programme français « l'objectif principal de l'enseignement de la géométrie au CE2. » (Programmes 19 juin 2008, 5 janvier 2012 : MATHEMATIQUES - géométrie). Notre travail s'inscrit en cela dans le cadre théorique proposé par Duval (2005). La notion d'invariant est ici abordée via la notion de propriété :

> *Ce qu'on appelle figure en géométrie est un tout dans lequel des hypothèses donnant des propriétés sont combinées avec une représentation visuelle.* (Duval 2005, p. 28)

Le principe de départ est que la figure joue un rôle fondamental dans l'acquisition de l'intuition géométrique et par là même sur les capacités de raisonnement géométrique :

> *C'est pour favoriser cette intuition que le géomètre a besoin de dessiner les figures, ou tout au moins de se les représenter mentalement. Or s'il fait bon marché des propriétés métriques ou projectives de ces figures, s'il s'attache seulement à leurs propriétés purement qualitatives, c'est que c'est là que l'intuition géométrique intervient véritablement.* (Poincaré, 1963, p. 134-135 cité par Duval 2005, pp. 2-3)

La position de Duval est que la compréhension de ce qu'est une figure géométrique réside sur la capacité de l'élève à passer d'une visualisation iconique (basée sur la perception et les formes 2D, c'est-à-dire à deux dimensions) à une visualisation géométrique (basée sur les propriétés et la décomposition de la figure en lignes 1D - une dimension - et en points

0D - zéro dimension). L'activité cognitive sous-jacente, que Duval appelle la **déconstruction dimensionnelle**, consiste donc à

> *(...) décomposer toute forme, que l'on reconnaît d'emblée dans un ensemble de tracés ou dans n'importe quelle figure de départ, en une configuration d'autres unités figurales du même nombre de dimensions ou d'un nombre inférieur de dimensions.* (Duval 2005, p. 16)

C'est sur ce principe que repose la construction de notre activité : la figure complexe constitue la forme de départ et nous voulons amener l'élève à la décomposer en un ensemble de tracés et de propriétés. Le but de l'activité est d'amener l'élève à construire lui-même une figure identique. Ceci n'est pas anodin car, ainsi que le souligne Duval, la déconstruction dimensionnelle est fortement conditionnée par l'activité de reconstruction :

> *Autrement dit l'activité de construction de figures […] repose sur leur déconstruction en tracés […]. Mais dans cette activité de déconstruction toute l'attention porte sur la reconstruction […].* (Duval, 2005, p. 17)

C'est pourquoi nous avons choisi de faire travailler les élèves sur la rédaction d'un programme de construction. Il s'agit d'accompagner la déconstruction dimensionnelle en mettant l'accent d'une part sur les tracés intermédiaires et d'autre part sur l'ordre des actions à poser.

> *Mais dans cette activité de déconstruction toute l'attention porte sur la reconstruction, car la déconstruction des formes 2D/2D est automatiquement faite par l'instrument tandis que la reconstruction exige que l'on se focalise sur l'ordre dans les instructions à donner pour les opérations de traçage à faire. Or cette activité conduit à la production de tracés qui n'appartiennent pas à la figure à construire, soit qu'il s'agisse de tracés intermédiaires soit qu'il s'agit de tracés qui vont déborder le contour des formes à tracer : par exemple les droites qui sont les supports des côtés du carré ou du triangle à construire. Nous appellerons ces tracés intermédiaires ou ces tracés supports des "tracés auxiliaires".* (Duval, 2005, p. 17)

Ce qu'on désigne par déconstruction dimensionnelle, c'est donc le processus cognitif qui se met en marche lors d'une activité de visualisation non iconique. Nous avons pensé l'activité décrite ici de façon à ce qu'elle amène l'élève à devoir mobiliser ce processus pour un travail d'analyse d'une figure complexe. Cette analyse consistera non seulement à décomposer la figure initiale, vue au départ comme un tout, en composants élémentaires (droites, segments, cercles, demi-cercles, points…), mais aussi à produire les tracés auxiliaires nécessaires à la construction de ces composants élémentaires. On veut faire en sorte que pour résoudre la question posée, l'élève ne puisse pas se reposer sur une vision iconique de la figure et doive nécessairement mettre en place une visualisation géométrique. Selon Duval, c'est alors que la déconstruction dimensionnelle se met en marche au niveau cognitif.

Nous adoptons la terminologie de Duval en désignant par unités figurales les composants élémentaires d'une figure :

> *La manière mathématique de voir les figures consiste à décomposer n'importe quelle forme discriminée, c'est-à-dire reconnue comme une forme nD/2D, en unités figurales d'un nombre de dimensions inférieur à celui de cette forme.* (Duval, 2005, p. 20)

L’importance de l’articulation visualisation/ verbalisation

Cette **déconstruction dimensionnelle** que Duval considère comme un travail préalable à la démonstration géométrique, s’accompagne d’un usage différent du langage. Duval situe ici un autre enjeu de l’enseignement de la géométrie :

> *Les problèmes spécifiques que pose l’apprentissage de la géométrie ne tiennent donc pas seulement à la complexité de la visualisation non iconique et à la déconstruction dimensionnelle des formes qui la sous-tend, ils tiennent aussi à la manière dont un discours géométrique peut s’articuler avec cette visualisation.* (Duval, 2005, p. 28)

Il est important de travailler parallèlement le développement d’une nouvelle visualisation et la production d’énoncés géométriques car « la compréhension des contenus ne peut se construire qu’à partir d’une synergie entre visualisation et langage » (Duval, 2005, p. 20). Nous travaillons cet aspect en deux étapes. Une première phase sera consacrée à l’analyse de la figure. Elle sera suivie d’une mise en commun au cours de laquelle les élèves devront proposer des propriétés, donc être capable de les décrire oralement puis d’argumenter pour convaincre la classe. C’est une première étape vers la construction d’un vocabulaire spécialisé. Cette phase est orale et sera ensuite renforcée dans un travail écrit de rédaction d’un programme de construction. Les élèves devront non seulement reproduire la figure mais aussi rédiger le programme de construction correspondant, d’abord individuellement puis collectivement. On cherchera à faire prendre conscience à l’élève non seulement de l’importance de décrire précisément les actions à effectuer, mais aussi de bien réfléchir à l’ordre dans lequel elles doivent l’être. Comme le souligne Pierrard (2004), la rédaction d’un programme de construction permet de réinvestir les apprentissages géométriques des élèves (utiliser des propriétés géométriques pour analyser des figures complexes ou lire des textes descriptifs, utiliser un vocabulaire spécifique approprié...) dans le cadre d’une situation de communication de textes écrits. Nous cherchons à

> *(...) amener [les élèves] à prendre conscience des lacunes de leur production par validation ou invalidation du message par la classe, les aider à s’approprier certaines compétences méthodologiques lors d’activités décrochées, puis leur proposer une nouvelle situation d’écriture très proche de la précédente.* (Pierrard, 2004)

Ainsi le cadre de la situation-problème et la réalisation d’un programme de construction amèneront les élèves à verbaliser leurs analyses et réalisations, en langage courant tout d’abord, puis en utilisant le vocabulaire géométrique adéquat. Nous gardons aussi l’idée d’une phase « de communication différée dont les destinataires sont d’autres élèves ayant les mêmes référents mathématiques » (Pierrard, 2004). Nous demanderons donc aux élèves, en fin d’activité, de rédiger des programmes de construction destinés à une autre classe.

Le déplacement comme outil de passage du dessin à la figure

Nous l’avons dit, l’activité que nous proposons est entièrement réalisable en environnement papier-crayon, mais nous cherchons aussi à analyser ce que l’utilisation d’outils technologiques peut lui apporter. Dans cette optique, il convient de s’interroger sur les apports d’un logiciel de géométrie dynamique (nous travaillons avec GeoGebra, mais d’autres choix sont possibles). Ainsi que le souligne Restrepo (2008) :

> *Le déplacement constitue un élément essentiel de la géométrie dynamique, nous permettant de passer d’une géométrie statique dans laquelle les objets sur lesquels on travaille sont des dessins dans des configurations particulières, à une géométrie dynamique dans*

> *laquelle les constructions conservent les propriétés géométriques au cours du mouvement*. (Restrepo, 2008, p. 12)

L'utilisation du déplacement s'inscrit en plein dans notre problématique du passage du dessin à la figure :

> *(…) les logiciels de géométrie dynamique, Cabri ou Geoplan, sont considérés comme des outils qui favorisent la distinction entre dessin et figure, fondement du travail géométrique*. (Laborde, 1999, citée par Restrepo, 2008, p. 14.)

On peut donc, ainsi que le fait Restrepo (2008), formuler l'hypothèse de travail suivante :

> *L'appropriation du déplacement devrait permettre aux élèves de distinguer un dessin d'une figure géométrique et faciliter ce passage*. (Restrepo, 2008, p. 14)

Soury-Lavergne (2011) distingue trois fonctions du déplacement dans une situation d'enseignement :

> *(i) le déplacement permet de constater et illustrer une propriété mathématique conservée lors du déplacement des points de la figure, (ii) le déplacement permet de conjecturer une propriété lorsqu'il permet d'ajuster de différentes façons la figure pour obtenir la réalisation simultanée des hypothèses et de la conclusion de la propriété ou encore (iii) le déplacement permet de valider ou d'invalider une construction*. (Soury-Lavergne, 2011, p. 2)

Nous intéressons ici particulièrement aux fonctions (i) et (iii). La fonction (i) peut faciliter la dévolution de la situation en permettant aux élèves d'investiguer plus facilement les propriétés de la figure. Elle sera également mise en œuvre lors de la phase d'analyse collective de la figure, pour illustrer (ou invalider) les propositions de propriétés proposées par les élèves. La fonction (iii) joue un rôle particulièrement crucial dans la conception d'une situation-problème. Elle entre en jeu dans le processus de validation : pour être valable la figure réalisée par l'élève devra être invariante par déplacement, c'est-à-dire construite à partir de propriétés et non pas réalisée au jugé.

L'intégration de la géométrie dynamique est donc tout à fait pertinente pour notre activité. Il faut cependant rester conscient du fait que l'utilisation du déplacement est loin d'être évidente ni pour les élèves (Balacheff & Soury-Lavergne, 1996 ; Soury-Lavergne, 2006 ; Restrepo, 2008) ni pour les enseignants (Tapan, 2006 ; Acosta, 2008). L'implication de la géométrie dynamique dans cette activité peut aussi, du point de vue du chercheur, être l'occasion de documenter la question de l'instrumentation du déplacement.

Analyse *a priori*

L'objectif de l'activité est de produire une figure semblable à la Figure 1 ci-dessous que nous appelons rosace à huit branches.

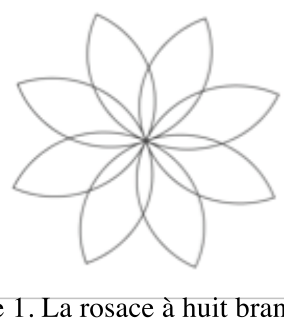


Figure 1. La rosace à huit branches

Une figure à la fois simple et complexe

L'intérêt de cette figure est multiple. Nous pensons qu'elle est tout à fait adaptée à la mise en place d'une situation-problème.

Tout d'abord, du point de vue de la dévolution, l'expérience montre que les élèves sont attirés par son aspect à la fois ludique et esthétique. Ils sont excités par le défi à relever et la perspective par exemple de la colorier. De plus, elle est d'apparence suffisamment simple pour ne pas décourager les élèves tout en étant suffisamment complexe pour nécessiter une analyse. Elle possède donc un effet de motivation intrinsèque qui permet d'enrôler les élèves de façon naturelle.

Ensuite, elle est très pertinente du point de vue de la déconstruction dimensionnelle car elle présente un contour fermé. Elle se prête naturellement à une vision iconiste en 2D.

> *Il y a en effet une prédominance des unités de dimension 2 sur les unités de dimension inférieure, prédominance que la loi gestaltiste de clôture (ou de continuité) explique ainsi : lorsqu'un stimulus possède un contour simple et fermé, il se détache comme formant un tout.* (Duval, 1995, pp. 178s)

Amener l'élève à la concevoir comme un objet géométrique l'oblige à opérer une déconstruction dimensionnelle faisant apparaître des unités figurales de dimension 1 (demi-cercles) ou zéro (points) et mettant en jeu des tracés auxiliaires (segments, cercle, voir **Erreur ! Source du renvoi introuvable.** ci-après).

La rosace peut-être analysée comme un ensemble de demi-cercles sécants. Dans ce cas, la proximité de cette figure avec une autre figure bien connue incite les élèves à mobiliser d'abord la procédure, insuffisante ici, de construction de la rosace à six branches. Constatant la non-adéquation de leur procédure, ils vont alors tenter de l'adapter avant de se rendre compte de la nécessité de chercher des indices sur lesquels appuyer leur construction. Ils découvrent alors la nécessité d'analyser la figure et de s'appuyer sur ses propriétés. Nous proposons dans la suite de cet article une gestion de classe permettant aux élèves d'être autonomes dans leur recherche d'une solution tout en leur donnant les moyens de contrôler leurs résultats. Elle repose sur une alternance entre des temps de travail en autonomie, seuls ou en groupe, et des temps de partage collectifs durant lesquels les élèves doivent convaincre ou se convaincre de la pertinence des solutions proposées. La procédure de validation repose sur la confrontation de la figure tracée par l'élève avec la figure initiale. Cette procédure est renforcée, en environnement informatique, par l'utilisation du déplacement.

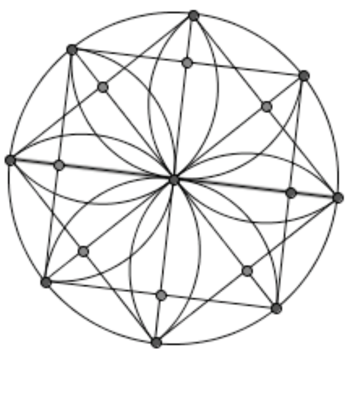


Figure 1. Tracés auxiliaires

Un travail implicite sur le cercle

À travers cette activité, on travaille beaucoup sur le cercle, notion qui s'avère finalement assez peu étudiée en regard de sa richesse conceptuelle potentielle. L'enseignement des mathématiques s'appuie traditionnellement sur la conception du cercle comme ensemble de points équidistants du centre. On trouve ainsi dans les manuels du primaire du cycle 3 français des définitions comme :

> *Un cercle est l'ensemble des points situés à égale distance d'un autre point : le centre du cercle.* (Outils pour les maths, CM1, Magnard)

Définition reprise plus tard, au collège sous la forme suivante :

> *Un cercle de centre O est l'ensemble des points situés à la même distance du point O. Cette distance est le rayon du cercle.* (Manuel Sesamath, 6ème, p. 105)

Cette conception correspond à l'utilisation du compas comme instrument privilégié de construction et d'étude du cercle. Or, dans leur travail sur le cercle, Artigue et Robinet (1982) montrent que les enfants sont capables, dès le primaire, de mettre en œuvre diverses conceptions du cercle :

> *La conception classique, mais aussi les suivantes, par exemple :*
> - *cercle comme figure ayant la même mesure dans toutes les directions du plan*
> - *cercle comme trajectoire d'un point animé d'un mouvement de rotation plane*
> - *cercle comme figure de courbure constante*
> - *cercle comme figure invariante par rotation autour de son centre.* (Artigue, 1982, p. 47)

Elles soulignent l'importance de mobiliser ces différentes conceptions dans des activités qui ne se limitent pas « à l'apprentissage du compas et à la mémorisation de quelques formules ». C'est pourquoi nous avons choisi une activité pouvant permettre de mettre en jeu différentes conceptions du cercle selon l'angle d'analyse choisi. Bien évidemment, à travers cette activité, on ne travaille pas uniquement la notion de cercle. Plusieurs analyses de la figure sont possibles correspondant à différents programmes de construction reposant sur diverses notions géométriques comme la perpendicularité, le milieu d'un segment, l'inscriptibilité dans le cercle. Outre le cercle, diverses figures planes peuvent entrer en jeu comme le carré ou l'octogone. Pour chaque programme de construction décrit dans la suite du texte, nous indiquons brièvement la conception du cercle qu'il pourrait permettre de travailler. C'est une question qui devra être approfondie et mieux travaillée lors de la construction finale de l'activité en vue d'une expérimentation. Une des pistes que nous aimerions explorer dans une expérimentation future est le rôle que peut jouer la géométrie dynamique pour permettre aux élèves d'appréhender des notions comme la courbure ou l'invariance de mesure dans toutes les directions.

Un autre intérêt de la situation proposée est qu'elle peut s'envisager à différents niveaux, du cycle 3 du primaire jusqu'aux dernières années du collège (avec un travail sur la rotation ou les angles par exemple). Elle est conçue selon les préconisations de Brousseau et Douady quant aux situations-problèmes : il s'agit d'une situation riche et ouverte, ayant un sens pour l'élève et pertinente relativement à l'objectif visé de développer le concept de figure et la notion de propriété. Dans le cadre de cet article, nous resterons au niveau du primaire. Nous détaillons ci-dessous les propriétés importantes de la figure et trois programmes de constructions différents réalisables au niveau du cycle 3. Nous avons illustré les huit premières étapes de chaque programme à l'aide du logiciel GeoGebra. Ces programmes constituent des hypothèses probables de mise en œuvre de la déconstruction dimensionnelle par les élèves. Chaque programme résulte d'une déconstruction dimensionnelle différente et repose ainsi sur des unités figurales et des propriétés distinctes. Ils sont réalisables aussi bien en environnement papier-crayon traditionnel qu'à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique. Nous verrons cependant que le logiciel permet d'accéder à des notions peu faciles à mettre en œuvre en environnement papier-crayon. Les deux premiers programmes de construction sont relativement proches de la procédure « classique » de construction de la rosace à six branches, dans la mesure où la rosace est analysée comme un ensemble de demi-cercles. Le but de la déconstruction dimensionnelle est alors d'obtenir les centres des demi-cercles pour pouvoir les tracer (Figure 2). Le troisième programme repose sur l'utilisation de la symétrie. La rosace est analysée comme un ensemble d'arcs de cercles symétriques les uns des autres (Figure 3).

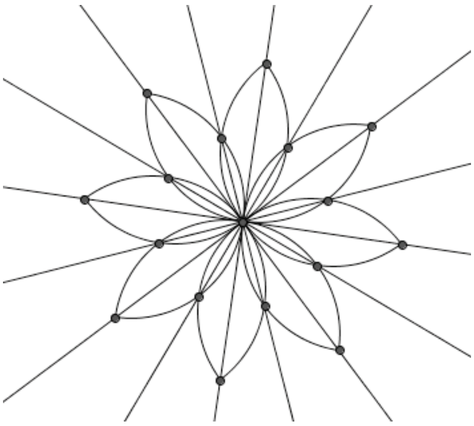


Figure 3. Axes de symétrie

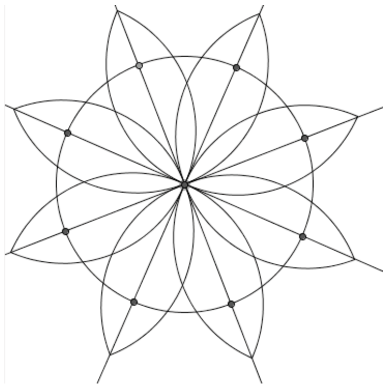


Figure 2. Centres des demi-cercles

Programme de construction n° 1

Dans ce programme, qui reprend la procédure classique de construction de la rosace à six branches, l'idée est de construire un premier cercle puis des demi-cercles passant par le centre du cercle et dont les extrémités sont sur le cercle.

- Trace un cercle $\mathbb{C}$ de centre A
- Trace un diamètre [MO] de $\mathbb{C}$
- Trace un second diamètre [NP] de $\mathbb{C}$ perpendiculaire à [MO]
- Trace le carré MNOP
- Trace la droite perpendiculaire à [NO] qui passe par A. Elle coupe le cercle $\mathbb{C}$ en I et K.
- Trace la droite perpendiculaire à [OP] qui passe par A. Elle coupe le cercle $\mathbb{C}$ en J et L
- Trace le carré IJKL
- Place C_1 milieu de [NM]
- Place C_2 milieu de [MP]
- Place C_3 milieu de [PO]
- Place C_4 milieu de [ON]
- Place D_1 milieu de [IK]
- Place D_2 milieu de [KL]
- Place D_3 milieu de [IL]

- Place D_4 milieu de [IJ]
- Trace l'arc MAN de centre C_1
- Trace l'arc PAM de centre C_2
- Trace l'arc OAM de centre C_3
- Trace l'arc OAN de centre C_4
- Trace l'arc KAJ de centre D_1
- Trace l'arc LAK de centre D_2
- Trace l'arc IAL de centre D_3
- Trace l'arc IAJ de centre D_4

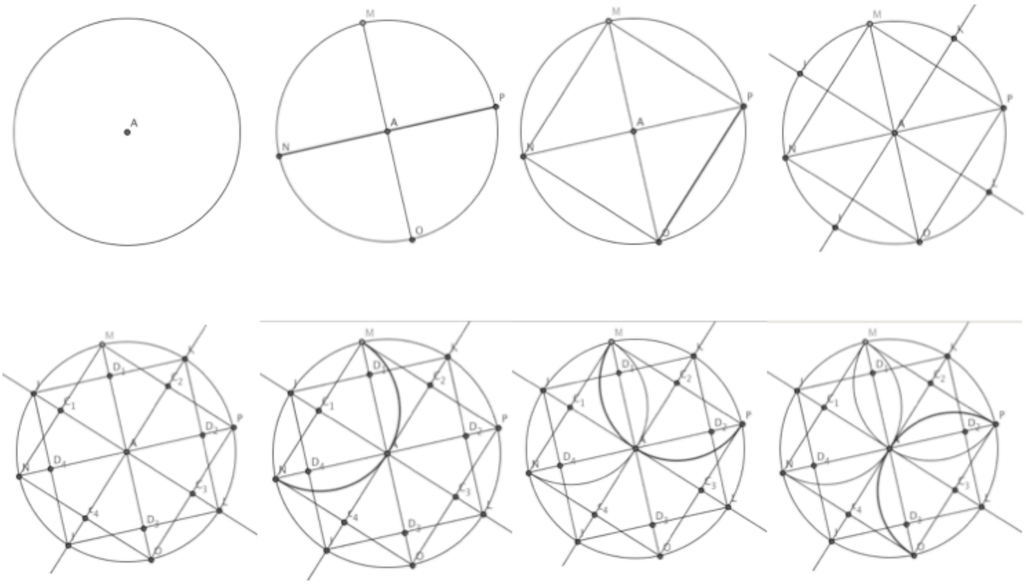


Figure 4. Premier programme de construction

Ce programme de construction repose sur la déconstruction dimensionnelle suivante : la rosace est constituée de demi-cercles de même rayon, concourant en un même point, dont les diamètres construisent deux carrés imbriqués inscrits dans un cercle, centré au point de concours. Les diagonales d'un des carrés coupent les côtés de l'autre en leurs milieux. Ces milieux sont les centres des demi-cercles. Nous faisons l'hypothèse que les élèves suivront plus ou moins les étapes suivantes dans leur analyse.

1. La rosace est inscrite dans un cercle.

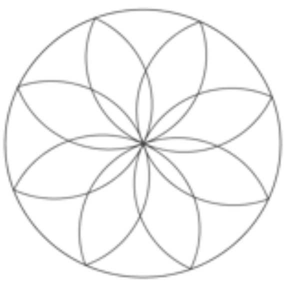


Figure 5. Inscription dans un cercle

Cette inscription dans le cercle est particulièrement importante en ce qui concerne la déconstruction dimensionnelle : en effet, ce cercle fait bel et bien partie des unités figurales même s'il n'est pas apparent dans la figure initiale. En prendre conscience c'est faire perdre à la rosace son statut de dessin pour accéder à celui de figure.

2. La rosace est composée de demi-cercles de même rayon. Leurs diamètres définissent deux carrés "imbriqués" inscrits dans le cercle.

Figure 6. Inscription dans deux carrés imbriqués

Cette analyse repose implicitement sur des égalités de longueurs qui permettent la mise au jour de deux carrés imbriqués formés par les sommets de la rosace. Cette propriété découle de la précédente en mettant en jeu la conception du cercle comme figure ayant même mesure dans toutes les directions. L'inscription des carrés dans le cercle est très importante pour la phase de construction. Notons au passage qu'on travaille aussi la déconstruction dimensionnelle du carré (segments orthogonaux de même longueur, diagonales de même longueur et orthogonales) ainsi que l'orthogonalité dans le cercle (orthogonalité entre une corde et un diamètre médiatrice de la corde, ici la corde définie par les deux sommets d'un même demi-cercle de la rosace et le diamètre issu du sommet intermédiaire - Figure 7).

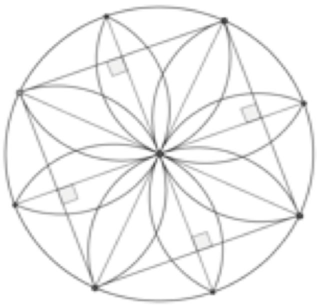


Figure 7. Diamètres et diagonales

3. Le point important est ensuite de mettre en évidence que la rosace est construite à partir de huit diamètres du cercle, qui sont les diagonales des carrés précédemment repérés, et que les diagonales d'un des carrés sont les médiatrices des côtés de l'autre. Les diagonales des carrés jouent un rôle particulier et sont donc incluses dans les unités figurales résultant de la déconstruction dimensionnelle sous-jacente à ce programme de construction : les diagonales d'un des carrés coupent les côtés de l'autre carré en leur milieu. On obtient ainsi les centres des demi-cercles.

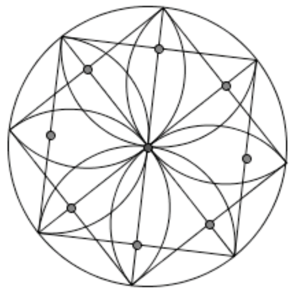


Figure 8. Centre des demi-cercles

Programme de construction n°2

On s'appuie cette fois sur le cercle passant par les centres des demi-cercles constituant la rosace. On retrouve, de la construction classique de la rosace à six branches, le fait que l'on "pointe le compas" sur le cercle et que les demi-cercles ont même rayon que le cercle initial. La déconstruction dimensionnelle mise en jeu ici est la suivante : la rosace est constituée de huit demi-cercles de même rayon, dont les centres sont distribués de façon homogène sur un cercle de même rayon que les demi-cercles constituant la rosace (Figure 2). Une fois ces unités figurales identifiées, un nouveau problème se pose aux élèves : celui du partage du cercle en 8. Le programme de construction propose une solution faisant appel aux notions de milieu d'un segment, de médiatrices et d'équidistance (chacun des huit points est équidistant des deux qui l'entourent).

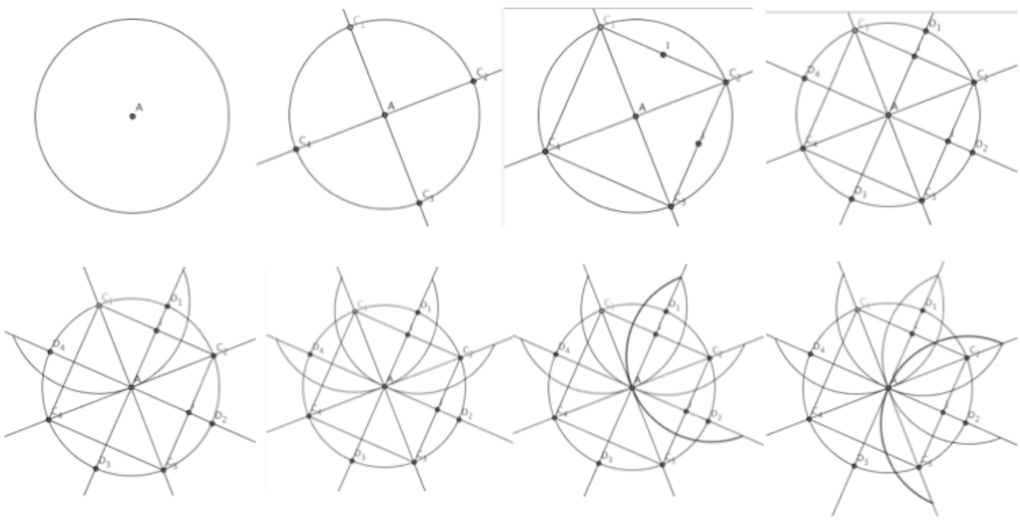


Figure 9. Programme de construction n°2

- Trace un cercle $\mathcal{C}$ de centre A.
- Trace une droite passant par A. Elle coupe $\mathcal{C}$ en C_1 et C_3.
- Trace une droite perpendiculaire à (C_1C_3) passant par A. Elle coupe $\mathcal{C}$ en C_2 et C_4.
- Trace le carré $C_1C_2C_3C_4$
- Construis I milieu de $[C_1C_2]$
- Construis J milieu de $[C_2C_3]$
- Trace la droite (AI). Elle coupe $\mathcal{C}$ en D_1 et D_3
- Trace la droite (AJ). Elle coupe $\mathcal{C}$ en D_2 et D_4

- Trace un demi-cercle de centre C_1, passant par A, dont une extrémité est sur (AJ) et l'autre sur (AI)
- Trace un demi-cercle de centre D_1, passant par A, dont une extrémité est sur (AC_2) et l'autre sur (AC_1)
- Trace un demi-cercle de centre C_2, passant par A, dont une extrémité est sur (AI) et l'autre sur (AJ)
- Trace un demi-cercle de centre D_2, passant par A, dont une extrémité est sur (AC_2) et l'autre sur (AC_3)
- Trace un demi-cercle de centre C_3, passant par A, dont une extrémité est sur (AJ) et l'autre sur (AI)
- Trace un demi-cercle de centre D_3, passant par A, dont une extrémité est sur (AC_3) et l'autre sur (AC_4)
- Trace un demi-cercle de centre C_4, passant par A, dont une extrémité est sur (AI) et l'autre sur (AJ)
- Trace un demi-cercle de centre D_4, passant par A, dont une extrémité est sur (AC_4) et l'autre sur (AC_1)

En environnement informatique

Nous avons présenté les deux programmes de construction ci-dessous, tels que nous les utiliserions en environnement papier-crayon. Il est cependant très pertinent d'envisager de travailler en environnement informatique pour mettre en avant certaines propriétés de la figure.

Un premier apport du logiciel sera de convaincre les élèves de la nécessiter d'analyser la figure. En effet, les élèves pourraient être tentés de reproduire la figure « au jugé » en utilisant les outils de tracé du logiciel. L'enseignant pourra alors leur montrer que leur figure ne résiste pas au déplacement (Figure 10). En effet ainsi que le souligne Soury-Lavergne (2011) :

> *L'invalidation par déplacement des constructions au jugé permet de faire passer les élèves d'un travail perceptif sur le dessin à un travail géométrique sur la figure. Ce type de tâche les incite à expliciter pour l'environnement leurs actions en termes géométriques, les propriétés géométriques fonctionnant alors comme des outils pour construire et pas seulement comme un énoncé à insérer correctement dans une démonstration.* (Soury-Lavergne 2011, p. 6)

Un autre apport du logiciel est de faciliter le passage d' « un regard centré sur les surfaces et leurs contours à un regard qui fait apparaître le réseau de droites et de points sous–jacent aux différentes figures » (Duval & Godin, 2006, p. 8). Ainsi, en animant la figure d'un mouvement de rotation autour de son centre tout en traçant la trajectoire des sommets (Figure 11), on permet à l'élève de réaliser d'abord visuellement l'inscription de la rosace dans un cercle avant de l'aider à la conceptualiser en tant que propriété géométrique. Cela passe par la notion de sommet. On s'appuie sur sa vision iconique initiale de la rosace, une forme fermée 2D, pour faire apparaître des points particuliers, les sommets, qui sont les intersections d'unités figurales de dimension 1, les demi-cercles. Cette manipulation permet en outre de faire appel à la conception du cercle en tant que trajectoire d'un point animé de rotation plane et de faire immédiatement le lien avec une autre conception du cercle, celle de figure invariante par rotation autour de son centre.

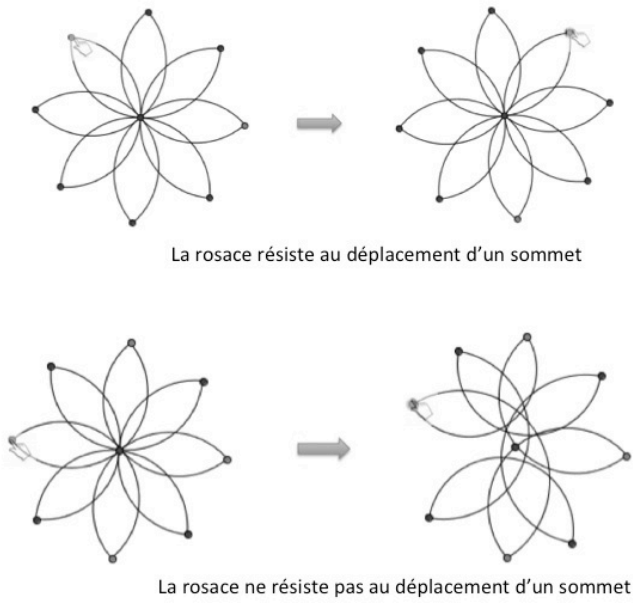


Figure 10. Le déplacement comme mode de validation

À chaque étape de l'analyse, le logiciel peut servir à valider ou invalider les propriétés proposées par les élèves ou pointées par le professeur. Les outils permettant d'afficher les relations entre deux objets (angle ou longueurs égales) ou la valeur des angles sont ici très utiles. Ils offrent un accès direct à l'information sans l'obstacle technique de la manipulation d'instruments de mesure ou de vérification. L'élève peut ainsi rester concentré sur l'analyse en cours et les propriétés que l'on cherche à dégager. Le déplacement va jouer un rôle particulier. On peut, par exemple, utiliser la résistance au déplacement pour valider l'existence des carrés imbriqués ou les égalités de longueurs.

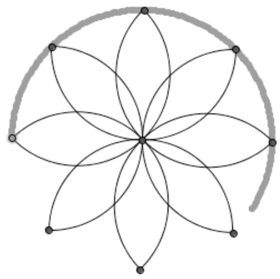


Figure 11. Visualisation du cercle circonscrit par rotation et trace

Le logiciel permet aussi un travail intéressant sur les tracés auxiliaires et offre une alternative à ce que Duval appelle « l'habitude désastreuse de les effacer, une fois la figure à construire obtenue » (Duval, 2005, p. 17). Ces traits sont en effet partie prenante de la déconstruction dimensionnelle et pourtant ils peuvent par moment rendre l'élève confus : il focalise sur ces traits, ne sait plus trop où il en est et perd de vue la figure globale qui est son objectif de construction. Le logiciel de géométrie dynamique s'avère ici un outil très précieux. Il permet en effet, à chaque étape, de rendre visible ou invisible n'importe quel élément d'une construction. Ce jeu permet par exemple de mettre l'accent sur la propriété ou l'unité figurale que l'on est en train d'analyser. Il permet surtout de faire des allers et retours entre la vision iconique de la rosace et ses propriétés géométriques. Ces allers et retours sont très intéressants cognitivement et nous faisons l'hypothèse qu'ils facilitent la mise en place des liens entre le théorique et le spatio-graphique dont parle Laborde. Ils permettent la mise en place d'un continuum cognitif entre les deux types de représentation, l'une locale et l'autre globale, facilitant ainsi l'activation de la déconstruction dimensionnelle. On sait en effet depuis la théorie de la gestalt que « local et global se déterminent réciproquement et dynamiquement » (Visetti, 1994). Les études sur la construction du sens soulignent l'importance de favoriser les interactions entre ces deux niveaux (Venant 2010).

Enfin, le logiciel permet des variantes intéressantes quant à la mise en œuvre de ces deux programmes de construction. On peut en effet, dans GeoGebra, construire un demi-cercle à partir de ses extrémités ou un arc de cercle à partir de trois de ses points, sans avoir besoin d'en déterminer préalablement le centre. On peut ainsi moduler la déconstruction dimensionnelle : on amène l'élève à percevoir la rosace comme un ensemble de demi-cercles mais il n'est pas nécessaire qu'il entre dans la déconstruction dimensionnelle du cercle comme ensemble de points à égale distance du centre. On met en jeu une conception du cercle plus difficile à solliciter en environnement papier-crayon, et pourtant fondamentale, reposant sur la notion de courbure. On peut par exemple construire les sommets de la rosace puis tracer les demi-cercles joignant deux sommets non consécutifs sur le cercle (**Erreur ! Source du renvoi introuvable.**). Le lien peut être fait avec les polygones réguliers via l'octogone défini par les sommets de la rosace.

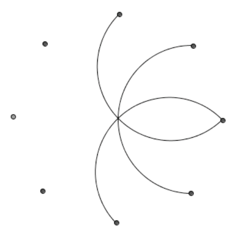


Figure 12. Utilisation de l'outil demi-cercle

Un autre intérêt du logiciel est de permettre une mise en œuvre facile de la notion de symétrie. En effet une fois que l'on a construit les deux premiers arcs de cercle (relatifs à deux sommets consécutifs), on peut facilement compléter la figure par symétrie. L'intérêt est de mettre en jeu la notion de symétrie en s'affranchissant des difficultés de tracés au compas. On peut par exemple "jouer" à faire anticiper aux élèves quel est l'axe de symétrie à utiliser pour obtenir un arc donné. En revanche, la symétrie est plus difficile à identifier et mettre en évidence dans une figure électronique. Ici, le retour à l'environnement papier-crayon est intéressant pour mettre en évidence la symétrie, en procédant par pliage par exemple. Ce travail sur la symétrie peut mener à une nouvelle déconstruction dimensionnelle de la rosace. On la considère en tant qu'ensemble d'arcs de cercle de même courbure. Ces arcs de cercles sont symétriques les uns des autres. Cette déconstruction met en évidence huit axes de symétrie. Les quatre premiers sont les droites reliant le centre de la rosace à l'un de ses sommets. On repère alors huit points clés qui sont les sommets de la rosace. Les quatre autres axes sont les droites reliant le centre de la rosace et un point équidistant de deux sommets consécutifs (M, N, O et P sur la Figure 13). Sur la Figure 13, ci-dessous, ces points n'appartiennent pas à la rosace, mais ce n'est pas toujours le cas. On voit sur la Figure 3, plus haut dans le texte, qu'ils peuvent aussi être situés à l'intersection de deux arcs de cercles constituant la rosace. Cela dépend donc de la courbure des « pétales ». Quoi qu'il en soit, ces points interviennent dans la construction comme on le voit dans la proposition de programme de construction du paragraphe suivant.

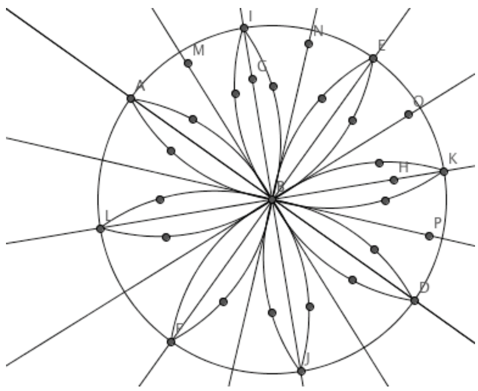


Figure 13. Rosace construite par symétrie à partir d'un arc

Programme de construction n°3

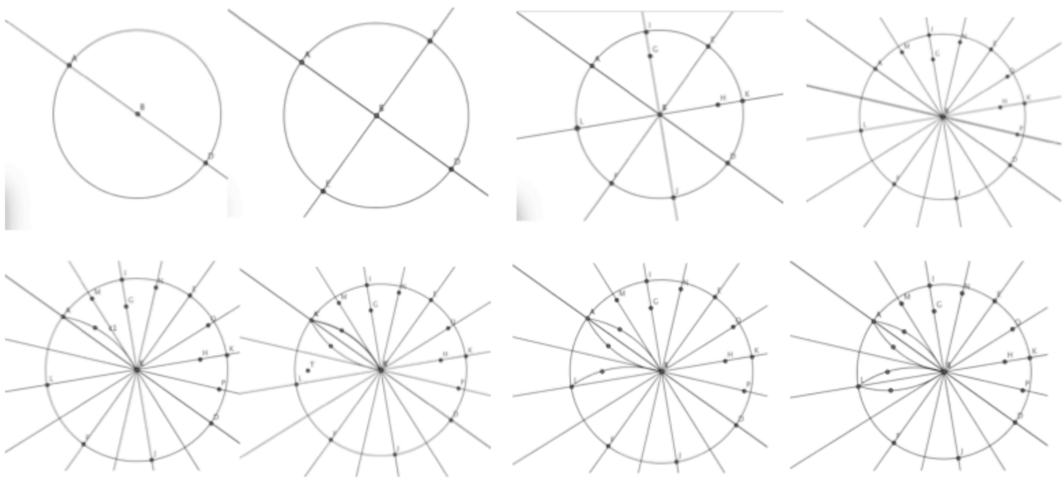


Figure 14. Programme de construction n°3

- Place deux points A et B et trace le cercle $\mathbb{C}$ de centre B et passant par A. Trace la droite (AB). Elle coupe $\mathbb{C}$ en D.
- Trace la droite d perpendiculaire à (AB) passant par B. Elle coupe $\mathbb{C}$ en E et F.
- Construis G milieu de [AE] et H milieu de [ED].
- Trace les droites (BG) et (BH). Elles coupent $\mathbb{C}$ en I, J, K et L. (Place I entre A et E et K entre E et D).
- Construis M le milieu de [AI], N le milieu de [IE], O le milieu de [EK] et P le milieu de [KD].
- Trace les droites (BM), (BN), (BO) et (BP).
- Trace un arc de cercle c1 d'extrémité A et B, passant par un point libre Z.

- Construit c2 symétrique de c1 par rapport à (AB)
- Construit c3 symétrique de c2 par rapport à (BP)
- Construit c4 symétrique de c3 par rapport à (BH)
- Construit c5 symétrique de c4 par rapport à (BO)
- Construit c6 symétrique de c5 par rapport à (BE)
- Construit c7 symétrique de c6 par rapport à (BN)
- Construit c8 symétrique de c7 par rapport à (BG)
- Construit c9 symétrique de c8 par rapport à (BM)
- Construit c10 symétrique de c9 par rapport à (AB)
- Construit c11 symétrique de c10 par rapport à (BP)
- Construit c12 symétrique de c11 par rapport à (BH)
- Construit c13 symétrique de c12 par rapport à (BO)
- Construit c14 symétrique de c13 par rapport à (BE)
- Construit c15 symétrique de c14 par rapport à (BN)
- Construit c16 symétrique de c15 par rapport à (BG)

Contrairement aux deux précédents, ce programme de construction n'est pas facilement réalisable en environnement papier-crayon. En effet, le tracé du premier arc de cercle est difficile à construire au compas puisqu'il n'est pas complètement défini, on ne connaît pas son centre mais seulement ses deux extrémités. Par ailleurs, le tracé des symétriques peut s'avérer très fastidieux et décourager les élèves. Il demande aussi beaucoup de technicité et les tracés des élèves risquent de manquer de précision. La figure finale pourrait décevoir les élèves. Voilà pourquoi nous pensons qu'il est pertinent dans ce cas d'utiliser le logiciel de géométrie dynamique. On permet ainsi aux élèves de réinvestir les notions de symétrie et d'équidistance sans se heurter à la technicité du tracé. Mais l'intérêt principal réside dans le travail plus spécifique sur la notion de courbure. Une fois la figure construite, on peut en effet utiliser le déplacement pour faire varier de différentes façons la courbure des arcs de cercle. On peut jouer sur les sommets de la rosace ou sur le point Z ayant servi à définir cette courbure (Figure 14). Le logiciel offre ici la possibilité d'accéder à une représentation dynamique de la rosace qui permet de réfléchir sur les invariants d'un cas de figure à l'autre. Cela aide l'élève dans la conceptualisation de ce qu'est une figure et permet de renforcer la déconstruction dimensionnelle initiée pendant l'analyse puis la construction de la figure. Il voit en effet que les sommets se déplacent de façon homogène relativement au centre de la figure. Le cercle circonscrit est sous-jacent. Il transmet à la rosace sa propriété de « figure ayant la même mesure dans toutes les directions du plan ». Le passage d'une rosace dont les arcs de cercle sont disjoints à une rosace dont les arcs de cercles sont sécants permet, quant à lui, un travail sur la notion d'équidistance. Cela permet de convoquer une conception de l'arc de cercle en tant qu'ensemble de points situés à la même distance d'un point donné.

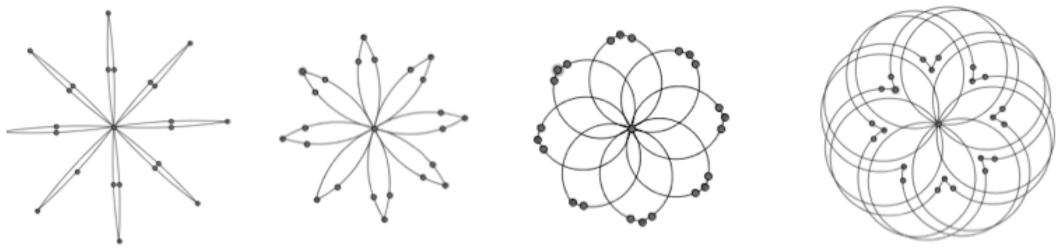


Figure 14. Jeux sur la courbure par les sommets

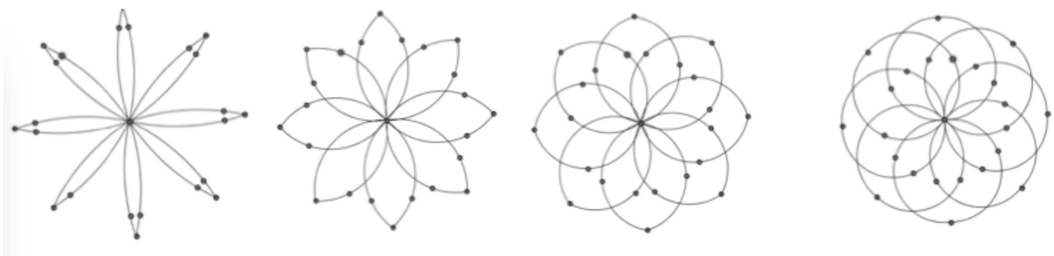


Figure 14. Jeux sur la courbure par un point sur l'arc

La rosace à huit branches, un dessin ou une figure ?

Les trois programmes de constructions présentés ici ne sont pas équivalents dans le sens où l'on n'obtient pas la « même » rosace. Si l'on part de cercles de même rayon, on obtient des rosaces de tailles différentes puisque dans les programmes 1 et 3 le cercle initial est le cercle passant par les sommets de la rosace alors que dans le programme 2, il s'agit du cercle passant par les centres des demi-cercles constituant la rosace. C'est pourquoi nous n'avons pas précisé la valeur du rayon dans nos programmes de construction. Il se peut que cela déroute un peu les élèves mais cela peut aussi les aider à comprendre que l'on ne cherche pas à reproduire un dessin avec des longueurs données mais à construire une figure respectant certaines propriétés géométriques. De la même façon, dans le troisième programme, selon la façon dont on a choisi le « point de courbure », on obtient des rosaces d'allures différentes, avec des « pétales » qui se recoupent ou non. C'est un point qu'il sera important de discuter avec les élèves. Il permet en effet de souligner le fait que l'allure de la rosace n'est pas importante. Elle relève de la rosace vue comme un dessin. Tout le travail qu'on a mené vise à concevoir la rosace comme une figure géométrique et dès lors la question qu'il faut se poser est : les différentes rosaces obtenues ont-elles les mêmes propriétés géométriques ? Si oui, alors elles constituent autant de représentations possibles d'une même figure géométrique, de la même façon qu'il existe des carrés de différentes tailles. Dans cette perspective, les outils de déplacements offerts par la géométrie dynamique permettent de montrer qu'en faisant varier un paramètre (rayon du cercle initial, courbure des pétales), on passe aisément d'une rosace à une autre et qu'il s'agit bien de la même figure géométrique.

Activité proposée

La séquence se compose de deux ou trois séances comprenant un temps de travail individuel (ou en équipe) et un temps collectif de récapitulation, réflexion ou mise en commun. Nous détaillons plus avant chacune des séances ci-dessous. On trouvera en annexe des fiches de préparation proposant des scénarios possibles pour cette séquence, l'un en environnement papier-crayon uniquement (Annexe 2), l'autre envisageant l'usage d'un tableau blanc interactif (Annexe 1).

Les prérequis pour cette activité sont le cercle, le carré, la perpendicularité, les médiatrices en lien avec la notion d'équidistance. Le but est de réinvestir ces notions dans l'analyse d'une figure complexe. Nous travaillons aussi l'articulation visualisation/verbalisation à plusieurs niveaux. Notons que l'activité ne demande pas de prérequis en matière de programme de construction. Il peut s'agir d'une première approche ou d'un réinvestissement d'un travail antérieur. L'enseignant devra bien sûr adapter ses exigences en fonction du bagage des élèves en matière de programme de construction.

Analyse et premières tentatives de construction

Durant la première séance, les élèves, seuls ou en équipe ont pour consigne de reproduire la figure sans aucune autre instruction de la part de l'enseignant. Ils ont libre choix des instruments qu'ils veulent utiliser. Si les conditions (équipement, familiarité des élèves avec le logiciel) le permettent, on peut même envisager de proposer GeoGebra (ou tout autre logiciel de géométrie dynamique) comme instrument d'analyse possible.

Les élèves pensant avoir réussi sont invités à afficher leurs réalisations. Le cas échéant, le TBI permet alors d'afficher les réalisations GeoGebra (et mêmes les autres si l'enseignant est équipé d'un scanner ou d'une tablette numérique). Le but de la mise en commun est de faire réaliser aux élèves la nécessité d'une analyse. Le TBI facilite la validation des indices proposés par les élèves, leur verbalisation et leur codage sur une figure qui restera affichée tout le temps de la séance. Si on travaille en environnement informatique, on peut aussi envisager de laisser à ce stade une certaine latitude aux élèves en ne révélant que certaines propriétés, en les laissant libres de décider comment ils vont tracer les demi-cercles (à partir du centre et du rayon ou à partir de l'outil "arc à partir de trois points").

À ce stade de l'activité, il s'agit aussi de faire réaliser aux élèves le rôle des instruments pour la vérification des propriétés (Comment vérifier que les deux moitiés de rosaces sont inscrites dans des carrés ? S'agit-il vraiment de carrés ? Comment en être sûr ?). Nous imaginons que le TBI peut constituer ici un outil de première importance en permettant d'effectuer les manipulations d'instruments face à la classe et d'une façon visible par tous et de coder immédiatement les propriétés repérées. Nous avons en effet pu constater, lorsque nous avons mené cette activité en environnement papier-crayon (voir Annexe 2), que l'étape de mise en commun est rendue délicate par l'utilisation des outils de géométrie du tableau. Les TBI fournissent tous un logiciel permettant d'utiliser des outils de géométrie virtuels. P. Venant a pu les utiliser à plusieurs reprises dans sa pratique d'enseignante au primaire. Sans être d'une précision parfaite, ils sont plus faciles à manipuler que les outils réels sur tableau vert ou blanc. Ils permettent de tracer la figure en temps réels avec une très bonne visibilité pour l'ensemble de la classe. L'outil informatique facilite ainsi le suivi des élèves et l'utilisation des outils de géométrie sur papier.

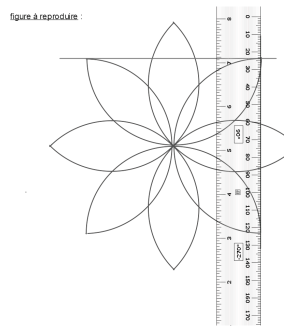
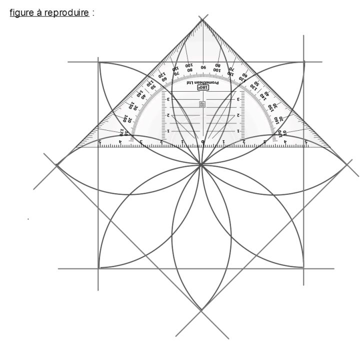
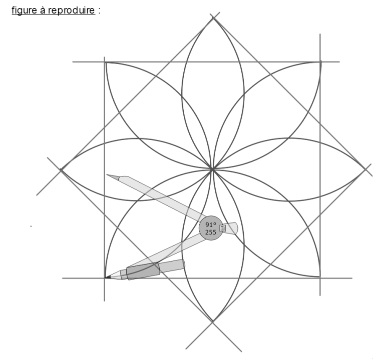
Tracer les carrés	Vérifier les angles droits	Repérer les centres des arcs
		

Figure 15. Utilisation des outils de géométrie dans un logiciel de TBI

Nouvelle phase de construction

Les élèves (ou les équipes) sont alors renvoyés vers leurs constructions. Il s'agit d'une phase préparatoire à l'écriture du programme de construction. Comme nous l'avons déjà souligné, la mise au point d'un programme de construction est en fait une activité de reconstruction qui implique une déconstruction dimensionnelle. C'est durant cette phase que l'on amène les élèves à prendre en compte l'importance des tracés auxiliaires qui supportent les propriétés de la figure même s'ils ne sont pas apparents dans la réalisation finale. Les élèves prennent alors conscience de l'importance de bien définir l'ordre dans lequel ces tracés doivent être réalisés. Nous espérons que l'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique permettra aux élèves les moins à l'aise avec le tracé géométrique de s'impliquer plus facilement dans cette phase du travail. Il s'agit là d'une des pistes que nous chercherons à explorer en classe. Notre hypothèse est que le logiciel peut permettre à ces élèves de se concentrer uniquement sur les propriétés géométriques en s'affranchissant de toute technicité graphique. Il constitue aussi, par le jeu qu'il autorise dans l'affichage ou non des tracés auxiliaires, un appui cognitif sur lequel l'élève peut se reposer s'il perd le fil de sa construction. Parallèlement à ce travail, les élèves doivent établir et écrire leur programme de construction. L'idée est de terminer une première séance ici, afin de laisser aux élèves le temps de revenir sur le problème pendant leur temps libre. Ils pourront terminer leurs constructions et affiner leurs programmes de construction. Les élèves seront invités, sur la base du volontariat, à communiquer (par voie papier ou électronique) leurs programmes de construction à l'enseignant en vue de la séance suivante.

Construction individuelle de la figure

Cette séance commence par un temps collectif de récapitulation des étapes précédentes du travail. L'enseignant aura pris soin d'enregistrer les programmes de construction des élèves volontaires et de les afficher au TBI. Ici, ce sont les facilités de navigation du TBI qui nous intéressent car elles vont permettre de passer d'un programme à l'autre pour en faire une synthèse, voire d'illustrer certains points directement dans le logiciel de géométrie pour mettre en question certains enchaînements de tracés ou mettre en action immédiate la proposition de tracé d'un élève. Le TBI devrait faciliter la mise en place d'un travail collaboratif, en permettant de saisir sur le vif les propositions des élèves et de les discuter oralement ou graphiquement. Un programme de construction collectif devrait se dégager peu à peu de ces différentes interactions. Il sera enregistré et restera affiché jusqu'à la fin de la séance. Ce temps de réflexion collective est extrêmement important dans le cadre de l'articulation langage/visualisation. En effet, en confrontant son propre programme de construction à celui des autres puis à celui produit par la classe, l'élève prend conscience de l'importance de l'utilisation d'un vocabulaire précis.

La fin de la séance est consacrée à un travail personnel au cours duquel chaque élève doit réaliser une rosace sur papier en suivant le programme de construction mis au point par la classe. Nous pensons qu'il est important que cette partie de la séance se fasse en environnement papier-crayon afin que le logiciel reste un outil d'analyse et de manipulation, permettant d'accéder à d'autres représentations des objets géométriques, mais ne se substitue pas au travail réel de tracé. Il s'agit plutôt d'envisager les choses sous l'angle d'une collaboration entre les différents environnements dans le but d'aider la conceptualisation géométrique de l'élève.

Réalisation d'un programme de construction en images destiné à une autre classe

La notion de propriété travaillée dans les séances précédentes est réinvestie sous la forme d'une succession de figures qui permettent aux élèves de s'affranchir de la contrainte langagière. Là encore l'activité cognitive sous-jacente est la déconstruction dimensionnelle rendue apparente sous forme visuelle. Chaque figure en effet reprend et complète la précédente. Il s'agit aussi d'un travail implicite sur l'articulation visualisation/langage puisqu'à chaque étape on illustre une propriété de la figure. On travaille ce que Duval (1995) considère comme « la caractéristique des figures géométriques par rapport à tous les autres types de figure », c'est-à-dire le fait « qu'elles peuvent se construire à l'aide d'instruments producteurs de tracés », chaque tracé correspondant « à la fois à une instruction formulable » et à « la mobilisation d'une propriété géométrique en relation avec l'instrument utilisé ».

La première phase est une phase collective. L'enseignant présente aux élèves un programme de construction en images, éventuellement différent de celui sur lequel les élèves ont travaillé en séance 2. Ce travail est l'occasion de commencer à attirer l'attention des élèves sur l'articulation entre visualisation et langage, ou, pour reprendre les mots de Duval (1995) sur le fait que ces deux registres de représentation sont cognitivement hétérogènes et fonctionnent en parallèle et de manière indépendante. On prendra par exemple conscience ici que pour une même représentation visuelle, on peut avoir plusieurs énoncés différents, correspondant à des propriétés géométriques différentes et de ce fait à des figures différentes du point de vue mathématique. Ainsi, la Figure 2 repose sur la cocyclicité des centres des arcs et le partage d'un cercle en huit arcs de même longueur, alors que la Figure 6 repose sur l'inscriptibilité de la figure dans un cercle et deux carrés pour un même dessin final (une rosace à huit branches). Les enseignants les plus à l'aise avec la technologie pourront même illustrer leur programme de construction avec une animation GeoGebra.

Les élèves sont ensuite placés en équipe, avec comme consigne de créer eux-mêmes un programme de construction de la rosace en image. La consigne doit être claire qu'il s'agit du programme précédemment étudié, car les élèves ne doivent pas embarquer dans une nouvelle analyse de la figure. Les programmes de construction sont destinés à être envoyés à une autre classe. Les constructions réalisées par l'autre classe seront ensuite présentées à chaque équipe pour qu'elle puisse tirer un bilan et améliorer, le cas échéant, son programme de construction. Les programmes de construction peuvent être réalisés à la main ou à l'aide du logiciel GeoGebra. Nous voyons plusieurs avantages à l'utilisation du logiciel. Il permet tout d'abord un gain en temps et en précision pour la réalisation des images, permettant aux élèves de se concentrer sur les propriétés qu'ils veulent illustrer à chaque étape. On peut ainsi espérer éviter le découragement chez certains élèves peu habiles à la réalisation de figures propres et précises. Mais aussi et surtout, le logiciel permet de renforcer le travail implicite sur le langage car il oblige les élèves à passer d'une instruction formulable à une instruction formulée (sous forme d'instruction au logiciel). Enfin, il donne aux élèves un outil de contrôle : par utilisation du déplacement, ils peuvent à chaque étape vérifier que la figure qu'ils ont produite illustre bien la propriété qu'ils cherchaient à mettre en évidence.

Conclusion et perspectives

Nous avons présenté l'analyse *a priori* d'une activité que nous avons conçue dans le but précis de tirer profit de la volonté actuelle d'équiper les écoles en nouvelles technologies. Notre but était, à partir d'une activité réalisable sans technologie, de donner des pistes possibles d'utilisation du TBI et d'un logiciel de géométrie. Notre présentation est volontairement restée assez ouverte quant aux possibilités d'intégration de ces technologies. La prochaine étape de notre travail consistera à préciser davantage la place et le rôle de chacun des instruments utilisés dans le cadre d'une expérimentation qui sera réalisée en cycle 3. Cette expérimentation sera l'occasion de finaliser les ressources informatiques en jeu (fichiers et animations TBI et GeoGebra, diaporamas…) que nous mettrons alors en ligne afin de les partager avec toute la communauté. Notre analyse se fera selon deux axes principaux :

- **Mise en place de la déconstruction dimensionnelle.** Les observations, les captations audio et vidéo et les enregistrements d'écran le cas échéant permettront d'analyser les actions réalisées par les élèves sous l'angle de la déconstruction dimensionnelle. Nous chercherons à observer la façon dont les élèves la mettent en jeu et la corrélation entre sa mise en place et l'acquisition du langage géométrique. Nous relèverons ainsi les vocabulaires employés respectivement par les élèves et l'enseignant, que ce soit dans les phases collectives ou dans le dialogue collaboratif au sein des équipes lors des moments de recherche. Il s'agira dans un premier temps de relever le taux de langage courant (*se couper, trait, ligne, horizontal, croisement…*) et son évolution au fil des séances. On s'intéressera aussi de près à la différence de vocabulaire utilisé en oral spontané ou dans des moments plus contraints comme la rédaction d'un programme de construction.

- **Pertinence et apport réel des technologies en termes d'apprentissage.** Il s'agit, ainsi que le proposent Duroisin et *al*. (2011), de *« porter un regard réflexif »* sur les conditions d'utilisation des nouvelles technologies afin d'en mesurer les impacts et d'évaluer leurs apports réels aussi bien du point de vue de l'enseignant que de l'élève. Nous chercherons à évaluer l'impact de la technologie sur le déroulement d'une situation-problème, du point de vue de la dévolution, de la validation et de la construction du sens. Dans cette perspective, nous nous attacherons particulièrement à étudier les apports du TBI en termes d'interactivité, de facilitation du travail collaboratif, d'intervention des élèves, de mémorisation, d'exploitation et de réutilisation des travaux. Nous espérons démontrer les potentialités d'utilisation de l'outil au-delà de son utilisation minimale comme vidéoprojecteur amélioré. De même, le logiciel de géométrie dynamique sera l'objet d'une analyse critique quant à sa facilité de mise en œuvre au cycle 3, ses apports en termes de déconstruction dimensionnelle et des différents regards qu'il permet aux élèves de porter sur les objets mathématiques.

Ces hypothèses de travail seront à préciser au cours de la mise au point des séquences avant l'expérimentation, mais nous savons déjà que nous porterons un regard tout particulier sur l'utilisation du déplacement aussi bien par les enseignants que par les élèves.

Références bibliographiques

AFD (2010) *Bilan critique en matière d'utilisation des NTIC dans le secteur de l'éducation, rapport final*. Agence Française pour le développement.

ARTIGUE M. (1982) À propos de conceptions du cercle : présentation de situations de classe privilégiant certaines de ces conceptions. *Grand N*, 27, 45-72.

ARTIGUE M. & ROBINET J. (1982) Conceptions du cercle chez des enfants de l'école élémentaire. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* vol. 3.1., 5-64.

BALACHEFF N. & SOURY-LAVERGNE S. (1996) Explication et préceptorat, à propos d'une étude de cas dans Télécabri. In *M. Joab, Actes des Journées Explication*.

BEAUDOIN M. (1998) *La promotion de l'intérêt situationnel en mathématiques au collégial : développement d'un modèle par itérations dans le cadre de l'enseignement de la dérivée*. Thèse de doctorat en éducation, UQAM.

BROUSSEAU G. (1980) Problèmes de didactique des décimaux. *Recherches en didactique des mathématiques*. Vol 1/1, 1980 et Vol 2/1, 1981.

BROUSSEAU G. (1998) *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

COMMISSION EUROPÉENNE (2010) *Étude de l'impact des technologies dans les écoles primaires de l'Union européenne* (STEPS).

CORBEIL, N., PELLETIER M., PALLASCIO R. (2001) Les situations-problèmes : au cœur de la réforme en mathématiques». *Instantanés mathématiques*, vol. XXXII, n° 3.

DEPOVER C., KARSENTI T., KOMIS V. (2007) *Enseigner avec les technologies : favoriser les apprentissages, développer les compétences*. Presses de l'Université du Québec.

DE SAUSSURE F. (1913/1995) *Cours de linguistique générale*. Payot.

DOUADY R. (1986) Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en didactique des mathématiques*, Vol. 7.2, 5-31.

DUROISIN N., TEMPERMAN G., DE LIEVRE B. (2011) Effets de deux modalités d'usage du tableau blanc interactif sur la dynamique d'apprentissage et la progression des apprenants. *Environnements Informatiques pour l'Apprentissage Humain, Conférence EIAH'2011*, Belgique.

DUVAL R. (2005) Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : Développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. *Annales de didactique et de sciences cognitives*, Vol. 10, 5-53.

DUVAL R. & GODIN M. (2006) Les changements de regard nécessaires sur les figures. *Grand N*, 76, 7-27.

FOURGOUS J-M. (2012) *Apprendre autrement à l'ère du numérique*. Rapport de la mission parlementaire de Jean-Michel Fourgous, député des Yvelines, sur l'innovation des pratiques pédagogiques par le numérique et la formation des enseignants.

LABORDE C. (1997) La multiplicité des contrats dans l'usage de la figure. *Bulletin d'information de l'IREM de Rennes*.

LABORDE C. (1998) Relationship between the spacial and theorical in geometry: the role of computer dynamic representations in problem solving. In *IFIP TC3/WG3.1*; 26-31 october 1997, Grenoble, France.

LABORDE C. & CAPPONI B. (1995) Modélisation à double sens. In *Actes de la 8ème École d'été de Didactique des mathématiques*. Éditions IREM de Clermont-Ferrand.

LAGRANGE J. B. & HIELBRONNER L. (2003) Adapter un logiciel de calcul formel pour l'utiliser avec des élèves de Lycée. *Bulletin de l'APMEP,* 445, 225-232.

MARGOLINAS C. (1994) *De l'importance du vrai et du faux dans la classe de mathématique*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

MOISAN J. (2006) Des outils numériques pour l'enseignement des mathématiques. *Dossiers de l'ingénierie éducative,* 54, 4-8.

NOGUES M. (2006) Des calculatrices en classe. *Dossiers de l'ingénierie éducative,* 54, 47-49.

PALLASCIO (2005) Les situations-problèmes : un concept central du nouveau programme de mathématique. *Vie pédagogique,* n°136, MELS, Québec.

PARZYSZ B. (1988) 'Knowing' vs 'seeing'. Problems of the plane representation of space geometry figures. *Educational Studies in Mathematics,* vol XIX, 9-92.

PIERRARD A. (2004) Apprendre à écrire des textes de présentation de figures géométriques. *Lire-écrire à l'école*, n°20, http://www.crdp.acgrenoble.fr/lireetecrire/spip.php?article39

RESTREPO A. (2008) *Genèse instrumentale du déplacement en géométrie dynamique chez des élèves de 6ème*. Thèse de doctorat de l'Université Joseph Fourier, Grenoble.

SOURY-LAVERGNE S. (2006) Instrumentation du déplacement dans l'initiation au raisonnement déductif avec Cabri-géomètre. In N. Bednarz (Ed.) *Actes du colloque Espace Mathématique Francophone EMF 2006*, Sherbrooke, Canada.

SOURY-LAVERGNE S. (2011) De l'intérêt des constructions molles en géométrie dynamique. *Mathématice*, n°27, disponible en ligne : http://revue.sesamath.net/spip.php?article364

TANGUAY D. (2010) *La géométrie : au carrefour du sensible et de l'intelligible*. Éditions Bande Didactique, coll. (Parenthèse), Montréal.

VENANT F. (2010) *Représentation et calcul dynamique du sens*. Éditions Universitaires Européennes.

VERGNAUD G. (1994) Multiplicative Conceptual Field: What and why? In Harel, G. & J. Confrey (Eds) *The Development of Multiplicative Reasoning in the Learning of Mathematics*, Albany, N.Y., State University of New York Press, pp. 41-59.

VILLEMONTEIX F. & STOLWIJK C. (2011) Processus d'adoption du TBI : quelle part de soi ? *Actes du colloque DIDAPRO 4: Dida&STIC*.

SESAMATH, Manuel 6ème, collection Mathenpoche, Génération 5.

MEN (2008) Programme du 19 juin 2008, Mathématiques, France.

MINISTERE DE LA COMMUNAUTE FRANCAISE (1999) Socle de compétences, Formation Mathématiques, Belgique.

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION DU QUÉBEC (2001) Programme de formation de l'école québécoise, Québec.

Annexe 1. Fiche de préparation

Cycle 3 CM1/CM2	La fleur à 8 pétales (situation problème) **Mathématiques – géométrie**	

***Objectif* : Mobiliser ses connaissances géométriques au travers une situation problème de construction. Apprendre à analyser une figure dans le but de la reproduire.**

Dans les programmes (19 juin 2008, 5 janvier 2012) :
1MATHEMATIQUES - géométrie

L'objectif principal de l'enseignement de la géométrie du CE2 au CM2 est de permettre aux élèves de passer progressivement d'une reconnaissance perceptive des objets à une étude fondée sur le recours aux instruments de tracé et de mesure.

Les relations et propriétés géométriques : alignement, perpendicularité, parallélisme, égalité de longueurs, symétrie axiale, **milieu d'un segment**.

L'utilisation d'instruments et de techniques : règle, équerre, compas, calque, papier quadrillé, papier pointé, pliage.

Les figures planes : le carré, le rectangle, le losange, le parallélogramme, le triangle et ses cas particuliers, **le cercle** :

- description, reproduction, construction ;
- vocabulaire spécifique relatif à ces figures : côté, sommet, angle, diagonale, axe de symétrie, centre, rayon, diamètre ;

Les problèmes de reproduction ou de construction de configurations géométriques diverses mobilisent la connaissance des figures usuelles. Ils sont l'occasion d'utiliser à bon escient le vocabulaire spécifique et les démarches de mesurage et de tracé.

CE2,CM1,CM2	Reconnaître, décrire, nommer et reproduire, tracer des figures géométriques : carré, rectangle, losange, triangle rectangle. Construire un cercle avec un compas.
CM1,CM2	Utiliser en situation le vocabulaire géométrique : points alignés, droite, droites perpendiculaires, droites parallèles, segment, milieu, angle, axe de symétrie, centre d'un cercle, rayon, diamètre. Vérifier la nature d'une figure plane simple en utilisant la règle graduée, l'équerre, le compas. Tracer une figure simple à partir d'un programme de construction ou en suivant des consignes.
CM2	Vérifier la nature d'une figure en ayant recours aux instruments. Tracer une figure (sur papier uni, quadrillé ou pointé), à partir d'un programme de construction ou d'un dessin à main levée (avec des indications relatives aux propriétés et aux dimensions).

Compétences attendues à la fin du CM2
Deuxième palier du socle commun de compétences

Compétence 1 : La maîtrise de la langue française

- s'exprimer à l'oral comme à l'écrit dans un vocabulaire approprié et précis ;
- prendre la parole dans en respectant le niveau de langue adapté ;
- lire seul et comprendre un énoncé, une consigne ;

Compétence 3 : Les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique

- reconnaître, décrire et nommer les figures et les solides usuels ;
- utiliser la règle, l'équerre et le compas pour vérifier la nature de figures planes usuelles et les construire avec précision ;
- savoir organiser des informations numériques ou géométriques, j

Compétence 7 : L'autonomie et l'initiative

L'élève est capable de :

- respecter des consignes simples en autonomie ;
- montrer une certaine persévérance dans toutes les activités ;
- commencer à savoir s'auto-évaluer dans des situations simples ;
- s'impliquer dans un projet individuel ou collectif ;

PLAN DE LA SEQUENCE

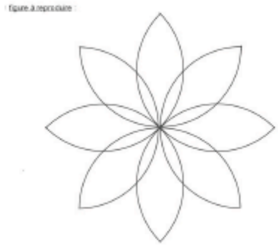
Séance 1	Analyse et premières tentatives de construction – 60 min
Séance 2	Construction – suivre un programme de construction – 40 min
Séance 3	Imaginer un énoncé de programme de construction (en image) destiné à une autre classe 45 minutes en classe, puis plus tard 30 minutes en salle info.

Séance 1 : Analyse et premières tentatives de constructions : séance de 60 min

Matériel :
papier blanc
photocopies A5 de la figure (pour analyse)
calque pour validation

Les élèves disposent de leur matériel de géométrie habituel.

Documents informatiques : logiciel informatique TBI permettant d'utiliser un compas et une équerre (ex : active inspire)
document flipchart, page 2 (figure initiale à compléter avec les indices relevés) et page 3 : le cercle et les 2 carrés à reproduire
Rq : Les documents flipchart sont les documents lisibles par le logiciel active inspire.



La figure à reproduire

Les 2 carrés inscrits dans le cercle

Déroulement :

Phase 1
recherche individuelle
(10')

La figure est affichée sur le tableau TBI (attention, ne pas dire son nom, les élèves devront remarquer seuls qu'il y a 8 pétales, et non 6)
***consigne** : vous devez reproduire cette figure sur papier blanc. Vous pouvez utiliser vos outils de géométrie habituels.*
Quand vous pensez avoir terminé, vous repassez votre production au feutre et venez l'afficher.

mise en commun
(10')

interrompre les essais au bout de 10/15 minutes pour analyser les productions déjà affichées :
Il faut écarter la rosace « classique » à 6 pétales, et mettre à jour que cette technique ne permettra pas de réaliser la figure qui nous intéresse → **faire réaliser aux élèves la nécessité d'une analyse de la figure.**

Remarque

Si la classe est familiarisée avec un logiciel de géométrie dynamique, un groupe (4 élèves) pourra effectuer cette recherche grâce à celui-ci (ordinateurs de fond de classe, ordinateurs portables).
Leurs éventuelles productions pourront être mises en commun grâce au TBI.

Phase 2
recherche individuelle
(10')

Nous allons donc analyser plus en détails cette figure.
Pour prendre plus d'informations sur la figure, les élèves en reçoivent une photocopie (format A5).
Consigne : Afin de pouvoir la reproduire, relevez les propriétés de cette figure. Essayer de comprendre comment elle est construite, quelles sont ces particularités. Vous avez le droit d'écrire, de tracer sur la photocopie (mais pas de décalquer, l'intérêt de la séance n'est pas là!).

mise en commun
(10')

Mise en commun à l'aide du TBI. : manipulation des instruments.

Figure analysée :

L'important à relever sur cette figure est :
- l'inscription dans un cercle (très souvent remarquée)
- 2 carrés l'un dans l'autre construits à l'aide des pointes des pétales (plus difficile, aider peut être les élèves à faire émerger cette particularité : où place t-on le compas pour tracer les demis cercles de cette figure ?).

Vérifier grâce aux instruments la nature des carrés : comment peut-on être sûr qu'il s'agit bien de carrés ? angles droits, égalité des longueurs.
Bien remarquer dans la mise en commun la position des 2 carrés l'un par rapport à l'autre.

remarque :

De la même façon qu'en phase 1, un groupe peut travailler sur logiciel de géométrie.

Phase 3 ***(les carrés)*** *recherche individuelle, puis par groupes* *(15')*	Les élèves sont renvoyés vers leur constructions. ***Consigne : Nous avons vu que pour tracer cette figure, nous aurons besoin de 2 carrés à l'intérieur d'un grand cercle, placés l'un par rapport à l'autre d'une façon très précise. Vous allez devoir tracer ces carrés.*** ***Attention, je donne une consigne supplémentaire : le rayon du grand cercle doit être de 10 cm (pour validation par calque)*** **quand votre figure est validée, vous devez écrire sur votre cahier de brouillon un programme de construction qui permet d'obtenir ces 2 carrés. (possibilité de travailler pour cette étape par groupes de 2 ou 3)** L'enseignant pourra aider les élèves qui ne parviennent pas à la validation
remarque :	Pas de mise en commun pour cette phase de recherche. L'idée est de terminer la séance et de laisser aux élèves la possibilité de revenir sur cette phase de construction pendant leur temps libre avant la prochaine séance (par exemple pour travailler avec le logiciel de géométrie)

Séance 2 : construction individuelle de la figure : séance de 30 min

Matériel :
papier blanc

Documents informatiques :
document TBI, pages vierges : pour tester les programmes de construction, puis pour mener la construction à son terme.
Logiciel informatique permettant d'utiliser un compas et une équerre.

Déroulement :

Phase 1 *collectif* *(5')*	Reprise de la chronologie de la séance précédente : il s'agissait de reproduire une figure nous avons essayé, beaucoup ont construit la rosace habituelle nous avons cherché les propriétés de la figure nous avons cherché à tracer les 2 carrés qui nous serviront à construire la figure, puis certains ont écrit un programme de construction qui permet cette construction.
Phase 2 *collectif* *(15')*	L'enseignant aura pris soin de repérer 2 ou 3 programmes de construction représentatifs des essais qui ont été faits pour les tester lors de cette phase. Pour chacun : • l'élève lit son programme • un volontaire le teste avec le TBI • les autres le testent sur papier • le programme est validé ou non
Remarque :	de la même façon qu'en séance 1, on peut avoir dans cette étape quelques élèves utilisant le logiciel de géométrie.
Phase 3 *individuel* *(10')*	Il s'agit maintenant de terminer la figure. ***Consigne : Reprenez votre photocopie sur laquelle nous avons cherché les indices. Il faut maintenant tracer les arcs de cercle. Où faut-il placer la pointe du compas ? Où faut-il placer le crayon ?*** S'assurer que chacun parvienne bien jusqu'au bout de sa construction.

Séance 3 : réalisation d'un programme de construction destiné à une autre classe - séance de 45 min en classe, puis éventuellement plus tard 30 minutes en salle informatique.

Matériel :
papier blanc, outils de géométrie

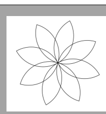
Documents informatiques :
TBI : programme de construction en images permettant de réaliser une figure simple.
Logiciel de géométrie dynamique installé sur les postes en salle informatique (ex : géogébra, cabri géomètre)

Déroulement :

Phase 1 *collectif* *(15')*	Si les élèves n'ont pas pour habitude de travailler avec des programmes de construction en image, leur en présenter un (au TBI), qui permet de construire une figure assez simple. ***Consigne : Suivez les étapes de ce programme de construction.*** Une fois la figure construite expliquer aux élèves qu'ils vont eux aussi réaliser un programme de construction en images. **Quelles sont les possibilités pour rendre cet outil bien lisible, utilisable par d'autres ?** • Ne pas mettre trop d'informations en une seule étape • Les nouvelles étapes sont d'une couleur différente • utiliser le codage géométrique, connu également par l'autre classe.
Phase 2 *en groupe* *(30')*	**Consigne : par groupes de 2 ou 3, vous devez réaliser un programme de construction de la rosace étudiée pendant les 2 séances précédentes. Ces programmes sont destinés à être donnés à une autre classe qui nous rendra les figures ainsi réalisées.** Tous les groupes travaillent dans un premier temps sur papier.
Remarque :	on pourra au besoin constituer les groupes.
Phase 3 *en salle info (30)*	Par groupe, les élèves utilisent le logiciel de géométrie dynamique pour créer leur programme de construction en image, à l'aide des étapes qu'ils ont préparé en phase 2. Ils auront à leur disposition un aide mémoire d'utilisation du logiciel si celui ci ne leur est pas familier.
Remarque :	Un bilan (et éventuellement des réajustements) sera à effectuer lorsque les figures reviendront. Suivant l'habitude de la classe à utiliser un logiciel de géométrie dynamique, il faudra peut-être plusieurs séances en salle informatique.

Annexe 2. Séquence en environnement papier-crayon

Analyse de séquence – La situation problème « la fleur à 8 pétales » menée en classe, environnement PAPIER CRAYON.

Cycle 3 CM1/CM2	La fleur à 8 pétales (situation problème) **Mathématiques – géométrie**	

Objectif : ***Mobiliser ses connaissances géométriques au travers une situation problème de construction. Apprendre à analyser une figure dans le but de la reproduire.***

Dans les programmes (19 juin 2008, 5 janvier 2012) :

MATHEMATIQUES - géométrie

L'objectif principal de l'enseignement de la géométrie du CE2 au CM2 est de permettre aux élèves de passer progressivement d'une reconnaissance perceptive des objets à une étude fondée sur le recours aux instruments de tracé et de mesure.
Les relations et propriétés géométriques : alignement, perpendicularité, parallélisme, égalité de longueurs, symétrie axiale, **milieu d'un segment**.
L'utilisation d'instruments et de techniques : règle, équerre, compas, calque, papier quadrillé, papier pointé, pliage.
Les figures planes : le carré, le rectangle, le losange, le parallélogramme, le triangle et ses cas particuliers, **le cercle** :
- description, reproduction, construction ;
- vocabulaire spécifique relatif à ces figures : côté, sommet, angle, diagonale, axe de symétrie, centre, rayon, diamètre ;

Les problèmes de reproduction ou de construction de configurations géométriques diverses mobilisent la connaissance des figures usuelles. Ils sont l'occasion d'utiliser à bon escient le vocabulaire spécifique et les démarches de mesurage et de tracé.

CE2,CM1,CM2	Reconnaître, décrire, nommer et reproduire, tracer des figures géométriques : carré, rectangle, losange, triangle rectangle. Construire un cercle avec un compas.
CM1,CM2	Utiliser en situation le vocabulaire géométrique : points alignés, droite, droites perpendiculaires, droites parallèles, segment, milieu, angle, axe de symétrie, centre d'un cercle, rayon, diamètre. Vérifier la nature d'une figure plane simple en utilisant la règle graduée, l'équerre, le compas. Tracer une figure simple à partir d'un programme de construction ou en suivant des consignes.
CM2	Vérifier la nature d'une figure en ayant recours aux instruments. Tracer une figure (sur papier uni, quadrillé ou pointé), à partir d'un programme de construction ou d'un dessin à main levée (avec des indications relatives aux propriétés et aux dimensions).

Compétences attendues à la fin du CM2

Deuxième palier du socle commun de compétences

Compétence 1 : La maîtrise de la langue française
- s'exprimer à l'oral comme à l'écrit dans un vocabulaire approprié et précis ;
- prendre la parole dans en respectant le niveau de langue adapté ;
- lire seul et comprendre un énoncé, une consigne ;

Compétence 3 : Les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique
- reconnaître, décrire et nommer les figures et les solides usuels ;
- utiliser la règle, l'équerre et le compas pour vérifier la nature de figures planes usuelles et les construire avec précision ;
- savoir organiser des informations numériques ou géométriques, j

Compétence 7 : L'autonomie et l'initiative
L'élève est capable de :
- respecter des consignes simples en autonomie ;
- montrer une certaine persévérance dans toutes les activités ;
- commencer à savoir s'auto-évaluer dans des situations simples ;
- s'impliquer dans un projet individuel ou collectif ;

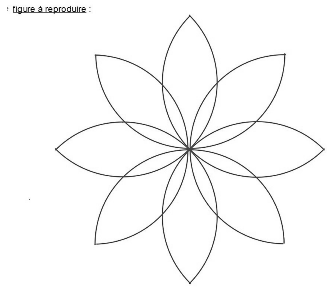
PLAN DE LA SEQUENCE

Séance 1	Analyse et premières tentatives de construction – 60 min
Séance 2	Rédiger un programme de construction – 60 min

Séance 1 : Analyse et premières tentatives de construction : séance de 60 min

Matériel :
reproduction de la figure à reproduire, en grand format. (minimum A3)
papier blanc
photocopies A5 de la figure (pour analyse)
reproduction des 2 carrés en grand format.
calque des 2 carrés pour validation

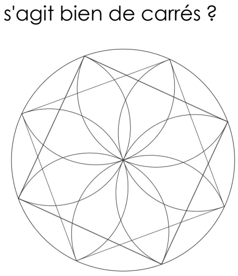
Les élèves disposent de leur matériel de géométrie habituel.



la figure à reproduire

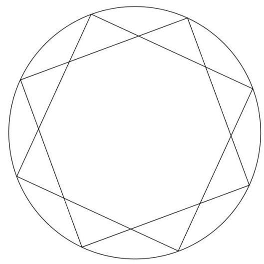
Déroulement :

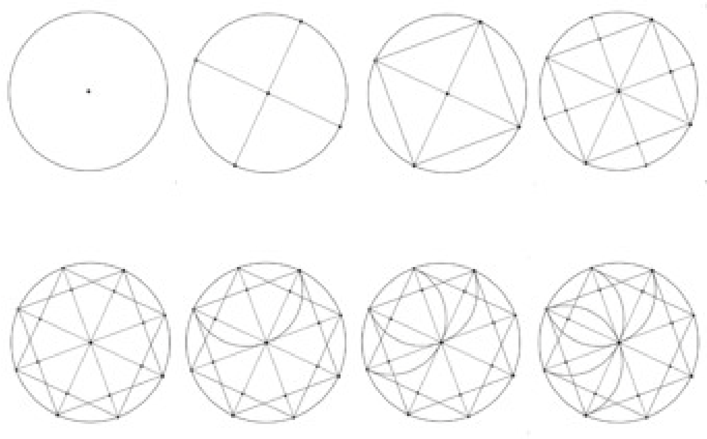
Phase 1 *recherche individuelle (10')*	La figure est affichée sur le tableau (attention, ne pas dire son nom, les élèves devront remarquer seuls qu'il y a 8 pétales, et non 6) ***consigne** : vous devez reproduire cette figure sur papier blanc. Vous pouvez utiliser vos outils de géométrie habituels.* ***Quand vous pensez avoir terminé, vous repassez votre production au feutre et venez l'afficher.***
mise en commun (10')	interrompre les essais au bout de 10/15 minutes pour analyser les productions déjà affichées : Il faut écarter la rosace « classique » à 6 pétales, et mettre à jour que cette technique ne permettra pas de réaliser la figure qui nous intéresse → **faire réaliser aux élèves la nécessité d'une analyse de la figure.**
Phase 2 *recherche individuelle (10')*	Nous allons donc analyser plus en détails cette figure. Pour prendre plus d'informations sur la figure, les élèves en reçoivent une photocopie (format A5). ***Consigne : Afin de pouvoir la reproduire, relevez les propriétés de cette figure. Essayer de comprendre comment elle est construite, quelles sont ces particularités. Vous avez le droit d'écrire, de tracer sur la photocopie (mais pas de décalquer, l'intérêt de la séance n'est pas là!).***
mise en commun (10')	Mise en commun. L'important à relever sur cette figure est : • l'inscription dans un cercle (très souvent remarquée) • 2 carrés l'un dans l'autre construits à l'aide des pointes des pétales (plus difficile, aider peut être les élèves à faire émerger cette particularité : où place t-on le compas pour tracer les demis cercles de cette figure ?). Vérifier grâce aux instruments la nature des carrés : comment peut-on être sûr qu'il s'agit bien de carrés ? angles droits, égalité des longueurs. Bien remarquer dans la mise en commun la position des 2 carrés l'un par rapport à l'autre. Repérer sur les carrés où l'on place la pointe du compas pour tracer les arcs de cercles.



analyse de la figure

Phase 3 ***(les carrés)*** *recherche individuelle, puis par groupes* *(20')* *remarque :*	Les élèves sont renvoyés vers leur constructions. ***Consigne : Nous avons vu que pour tracer cette figure, nous aurons besoin de 2 carrés à l'intérieur d'un grand cercle, placés l'un par rapport à l'autre d'une façon très précise. Vous allez devoir tracer ces carrés.*** ***Attention, je donne une consigne supplémentaire : le rayon du grand cercle doit être de 10 cm (pour validation par calque)*** **Les élèves dont la figure est validée peuvent proposer un programme de construction les 2 carrés. (possibilité de travailler pour cette étape par groupes de 2 ou 3)** Un fois les carrés correctement tracés, il reste à placer correctement le compas pour tracer les arcs de cercle. Pour aider les élèves qui ne parviennent pas au bout de cette construction, un programme de construction en image est proposé.





Séance 2 : rédiger un programme de construction : séance de 60 min

Remarque : Cette séance n'utilise pas d'outils informatiques
Matériel :
papier blanc

Déroulement :

Phase 1 *collectif* *(5')*	Reprise de la chronologie de la séance précédente : il s'agissait de reproduire une figure nous avons essayé, beaucoup ont construit la rosace habituelle nous avons cherché les propriétés de la figure, et cela nous a aidé à parvenir à la construction.
Phase 2 *en groupe de 2 ou 3* *(15')*	**Consigne : par groupes de 2 ou 3, vous devez réaliser un programme de construction de la rosace étudiée pendant les 2 séances précédentes. Ces programmes sont destinés à être donnés à une autre classe qui nous rendra les figures ainsi réalisées.** Les consignes du programmes doivent donc être claires pour que les élèves n'ayant jamais vu la figure puissent mener à bien leur construction. L'enseignant est là pour aider aux problèmes de vocabulaire et de formulation
hase 3 *en groupes* *(10')*	Les programmes de construction obtenus sont essayés par d'autres groupes. Réajustements si nécessaires, puis mise au propre. Bilan de fin de séance. Un second bilan sera effectué grace au retour des figures et des commentaires des autres classes.