LE CALCUL DE DURÉE ET D'HORAIRE : DES PROPOSITIONS D'ENSEIGNEMENT AUX PRATIQUES ENSEIGNANTES

Alix MOUNSAMY[1]
Christian SILVY
Antoine DELCROIX
Centre de Recherches et de Ressources en Éducation et Formation
ESPE de Guadeloupe[2]

Introduction

En 2012, en Guadeloupe, le concours de recrutement de professeur des écoles (CRPE) comporte un exercice sur le calcul de durées, notion abordée dans le cursus au primaire et approfondie au collège. Cette question semble demeurer problématique puisque 57% des candidats au concours précité n'ont pas su convertir $0{,}36\,h$ en écriture au format heure minute seconde (HMS). Pourtant, il s'agit d'un type de calculs qui appartient au socle commun (BO n° 29 du 20 juillet 2006) et que l'élève rencontre dans de nombreuses disciplines scolaires ainsi que dans la vie courante. De plus, sur le plan mathématique, ce type de calcul fait intervenir un des rares systèmes irréguliers d'unités auquel l'élève français peut être confronté, à l'inverse par exemple d'un élève anglais. Dans la ligne de ce constat, notre article interroge les difficultés rencontrées par les élèves et leurs professeurs aux niveaux primaire et secondaire concernant ce type de calcul, en se bornant, le plus souvent, au format heure hinute (HM).

Nous nous concentrons, plus particulièrement, sur la question de la soustraction en HM avec retenue dont notre expérience de professeur en collège ou de formateur en IUFM/ESPE nous a montré qu'elle était une des difficultés les plus rencontrées dans le calcul de durées. En premier lieu, nous avons souhaité mieux cerner les freins rencontrés dans le maniement de ces nombres complexes en dressant, à partir d'un exemple de soustraction, l'éventail des procédures et techniques possibles relativement à cette opération en les rattachant aux concepts mathématiques sous-jacents. Cependant, pour cette question ancrée dans la vie quotidienne, il nous a semblé nécessaire de mettre en regard de cette analyse purement mathématique les éléments non mathématisés au stade considéré ou non mathématisables : il peut s'agir d'instruments de mesure du temps lui-même, du codage de sa mesure, des manières de faire peu ou pas enseignées que nous appelons heuristiques de la question. Ces éléments, issus d'une analyse à la fois épistémologique et

[1] amounsamy@ac-guadeloupe.fr
[2] ESPE de Guadeloupe, Morne Ferret, BP 517 - 97178 ABYMES CEDEX, Guadeloupe.

didactique, rendent compte de pratiques d'élèves, d'enseignants, de chercheurs, de théories locales — justifiant les pratiques — et de discours — accompagnant les pratiques —, le tout constituant le domaine de réalité de la question, au sens de Silvy, Delcroix et Mercier (2013). L'ensemble est rassemblé dans ce que Silvy (2010) nomme le site local, qui synthétise cette analyse dans une présentation matricielle permettant de tisser les réseaux entre les différents éléments le constituant. Cet outil nous sera utile dans la suite de l'étude pour comparer le site du calcul de durée ou d'horaire, qui se veut relativement exhaustif, à ce que les propositions d'enseignements utilisent, et à ce que les professeurs connaissent et mobilisent effectivement. L'élaboration du site montre de nombreuses procédures pour les opérations de soustraction en HM, alors que les programmes n'en privilégient aucune, et indiquent, plus précisément, qu'il faut rester au niveau des procédures raisonnées. Notre problématique peut alors davantage être précisée : elle consiste à s'interroger sur les choix des professeurs face à cette richesse procédurale et à la liberté donnée par l'institution.

En suivant Marin (2015), nous formulons l'hypothèse que les supports d'enseignement jouent un rôle important dans les choix didactiques opérés en classe par la médiation qu'ils instaurent entre les professeurs et leurs élèves. Aussi, nous avons, dans un premier temps, analysé des manuels en usage dans l'académie de Guadeloupe de 1994 à 2015 au regard à la fois des programmes en vigueur au moment de leur parution et des techniques et procédures révélées par le site. Cette analyse montre la prédominance de techniques de conversion partielle et la présentation d'au plus deux méthodes pour chaque manuel étudié. Ce constat nous conduit à deux questions :

i) les manuels scolaires, ou d'autres supports d'enseignements présentent-ils en d'autres temps ou en d'autres lieux, une diversité plus grande de méthodes ?
ii) Les connaissances professionnelles des professeurs sont-elles proches du faible outillage proposé par les manuels récents ou bien, au contraire, s'inscrivent-elles dans la richesse révélée par l'analyse didactique de la soustraction HM et par des propositions d'enseignement différentes ?

Pour répondre à la première question, au moins de manière partielle, nous avons analysé des manuels français plus anciens ainsi que des supports pédagogiques anglais. Ce dernier choix nous a semblé pertinent, car le monde anglo-saxon est plus familier avec des systèmes d'unités non décimaux (mesure des distances, des masses…). Au travers de cette enquête, nous avons effectivement trouvé des méthodes plus variées, relevant de l'emprunt, du complément voire — pour les propositions d'enseignement anglaises — de techniques mettant en scène les entiers relatifs.

Une enquête par questionnaire menée auprès d'un panel de professeurs de l'académie de Guadeloupe apporte des éléments de réponses à notre deuxième question. Nous avons constaté que les professeurs des écoles contemporains ne possèdent pas l'outillage nécessaire pour cet enseignement. En effet, ils centrent leur pratique sur l'enseignement d'une seule technique de calcul de la soustraction en colonne des nombres au format HM. Par ailleurs, la vérification partielle des calculs au moyen de l'ordre de grandeur reste en dehors de leur pratique. Enfin, ils ne jugent pas ces calculs fondamentaux pour l'élève, arguant une occupation faible dans le cursus scolaire et dans la chaine trophique des savoirs scolaires, au sens de Rajoson (1988), en particulier le manque de liens avec les nombres décimaux. Cette question conduit à s'interroger sur la formation actuelle des enseignants.

Une brève épistémologie de la question posée

Afin de préciser le domaine de réalité du calcul de durée ou d'horaire, vu comme soustraction de deux nombres au format HM, nous devons penser à un exemple dans lequel le nombre de minutes du nombre HM du *diminuteur* (la quantité que l'on soustrait) est supérieur à celui du *diminuende* (le terme duquel on soustrait le diminuteur), afin de faire apparaître la question du traitement de la retenue. Ainsi, le calcul « $3h15\,min - 1h23\,min$ », qui nous servira de fil conducteur, suffit à dévoiler le *site* de la soustraction des nombres du type HM.

Présentation de l'outil site (mathématique) local

Duchet et Erdogan (2005) se placent d'un point de vue épistémologique et historique pour analyser l'étude autonome d'une certaine connaissance scientifique par des élèves. Cette position leur permet de montrer que cette connaissance ne peut être isolée d'autres savoirs associés. Ceci les porte à définir le champ des objets mathématiques estimés pertinents pour la connaissance étudiée. Ils modélisent ce champ par un réseau d'objets et de relations qu'ils appellent *site mathématique*. Le site mathématique rend compte de l'organisation de la connaissance mathématique hiérarchisée en praxéologie (Chevallard, 2007) que nous détaillons ci-après. Afin de rendre compte du contexte associé à la connaissance scientifique étudiée, Silvy et Delcroix (2009), Silvy *et al.* (2013) adjoignent une dimension anthropologique ou culturelle au site mathématique en accord avec le *« pedagogical content knowledge »* (Shulman, 1986) ou *« l'épistémologie pratique des professeurs »* (Brousseau, 1997 ; traduction française : 1998). Cette partie précise donc les *choses* convoquées dans la résolution de l'exercice de soustraction en HM avec retenue : des objets non mathématisés au niveau étudié, des éléments non mathématisables, naturalisés, et des heuristiques. Cette évolution du site mathématique a été appelée *site local*, le terme local soulignant que l'étude porte sur une question délimitée, comme ici le calcul de durée ou d'horaire en nombre HM. Le site se présente sous la forme d'un tableau en forme de triptyque (voir tableau 1, qui sera complété par la suite).

partie anthropologique			Objets	partie mathématique		
substrat 3 : heuristiques	*substrat 2 : instruments*	*substrat 1 : choses*		*techniques*	*concepts 1 : technologies*	*concepts 2 : théories*

Tableau 1 : Tableau triptyque d'un site local

Le volet gauche constitue la partie anthropologique ou culturelle du site, le volet droit sa partie mathématique. La partie centrale, enfin, est constituée des objets de la question. Le volet mathématique (ou technologico-théorique) se subdivise lui-même en plusieurs colonnes, trois dans le cadre de cet article, décrivant de gauche à droite, les éléments suivants :

- les techniques, constituées des propriétés mathématiques ou « *manières de faire* » (Chevallard, 1999) mathématisées qui permettent d'agir directement sur les objets précités ;
- les technologies, au sens de Chevallard (1985), ou concepts 1, qui permettent de justifier les techniques ;
- les théories ou concepts 2, qui décrivent les théories mathématiques dans lesquelles s'inscrivent les technologies.

Dans la question étudiée ici, nous proposons un volet anthropologique en trois parties reprenant, de droite à gauche :

- les préconstruits mathématiques au niveau étudié que nous nommerons *les choses* ;
- les modèles pragmatiques ou encore les *instruments* liés à la question mathématique étudiée ; cette colonne est parfois absente, mais la question posée ici — le calcul de durée — convoque de nombreux instruments de mesure ou de modèles de représentation du temps ;

- Les *heuristiques* de la question, composées notamment de savoir-faire pragmatiques « réveillés » chez le résolveur par la lecture du sujet ou encore de stratégies de résolutions anticipées soit par le résolveur, soit lors du travail d'enquête accompagnant la construction du site.

La présentation en un seul tableau d'éléments à la fois anthropologiques et mathématiques permet de rapprocher les connaissances associées à la question et les implicites qu'elle soulève. On peut alors plus facilement replacer la question dans son contexte (curriculaire, épistémologique, mathématique…), interroger les connaissances, les implicites et leurs organisations en vue de l'enseignement. Le site local permet ainsi de renouveler la lecture des instructions officielles, des propositions d'enseignement et des pratiques.

La construction du site commence par l'identification des objets, par exemple au travers de la lecture de l'énoncé, s'il s'agit du site d'un exercice. La partie anthropologique, quant à elle, nécessite un travail d'enquête historique ou épistémologique sur la question posée. Dans l'exemple considéré dans cet article, une brève étude historique du concept de temps, des outils de mesure et du système sexagésimal nous semble pertinente. Par ailleurs, l'identification des divers éléments de la partie mathématique, par laquelle nous commencerons, peut reposer sur l'étude de différentes méthodes de résolution de l'exercice[3], ce qui, d'un autre côté, permet de faire également apparaître les heuristiques de la question.

Élaboration du site du calcul « $3h15min-1h23min$ »

Le calcul « $3h15\,min-1h23\,min$ » recouvre, en fait, trois cas de figure : un calcul de durée entre deux instants donnés, un calcul de durée à partir de deux durées, un calcul d'un horaire, à partir d'un autre horaire et d'une durée. Nous pouvons illustrer ces trois cas par les exemples qui suivent :

- <u>Exemple 1 :</u> Bernard est parti en promenade avec ses parents à $1h23\,min$. Ils sont rentrés à $3h15\,min$. Quelle a été la durée de leur promenade ?
- <u>Exemple 2 :</u> Paul a mis $3h15\,min$ min pour effectuer une course d'orientation et Jean $1h23\,min$. Combien de temps sépare les deux amis ?
- <u>Exemple 3 :</u> L'avion de Paul a atterri à $3h15\,min$ après un vol de $1h23\,min$. À quelle heure Paul avait-il décollé ?

Au-delà de ces trois exemples, ce type de calcul peut s'inclure dans des problèmes plus complexes dont il constitue alors une étape, par exemple problème faisant intervenir des vitesses en relation avec le mouvement uniforme, le traitement élémentaire de données, *etc*.

Construction de la partie mathématique

Pour élaborer la partie mathématique du site, nous rédigeons quelques résolutions de ce calcul, en précisant la ou les techniques au sens donné plus haut dans la présentation du site local et les manières de faire au sens de Chevallard (1985).

a) Une méthode/procédure consiste à convertir (première technique : conversion) les deux nombres complexes HM en minutes puis à soustraire (deuxième technique : soustraction en ligne ou en colonne) les minutes et à reconvertir le résultat au format HM. Ceci donne, en ligne, la suite d'opérations :

$$3h15\,min-1h23\,min=195\,min-83\,min=112\,min=1h52\,min\ .$$

b) À partir du constat d'un nombre de minutes supérieur dans le *diminuteur* à celui du diminuende, on *convertit* partiellement le premier nombre puis on *soustrait en ligne séparément* les heures et les minutes.

- d'abord : $3h15\,min=2h+1h15\,min=2h75\,min$,

[3] Pour cela, l'étude de manuels anciens ou actuels peut se révéler nécessaire.

- puis : $3\,h\,15\,min - 1\,h\,23\,min = 2\,h\,75\,min - 1\,h\,23\,min$,
  Or : $75\,min - 23\,min = 52\,min$ et $2\,h - 1\,h = 1\,h$,
- donc $3\,h\,15\,min - 1\,h\,23\,min = 1\,h\,52\,min$.

c) On utilise la technique de l'invariance de la différence *par ajout simultanée* d'un même nombre aux deux termes de la soustraction[4]. Ici, on ajoute une heure aux deux termes mais en convertissant l'heure ajoutée au premier terme en minutes afin que les minutes du diminuteur soient supérieures à celles du diminuende :
- $3\,h\,15\,min - 1\,h\,23\,min = 3\,h\,15\,min + 60\,min - (1\,h\,23\,min + 1\,h)$,
- d'où $3\,h\,15\,min - 1\,h\,23\,min = 3\,h\,75\,min - 2\,h\,23\,min = 1\,h\,52\,min$.

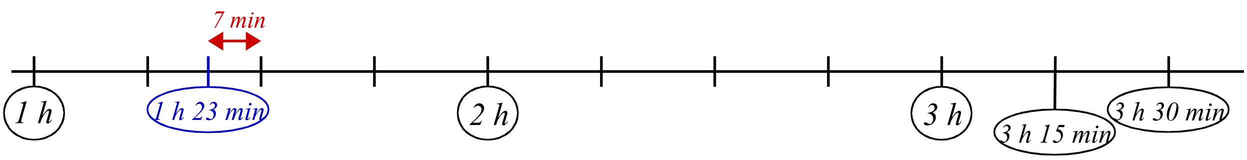
d) On applique une technique s'apparentant à un *retour à la définition* de la soustraction vue comme une *recherche de complément*. Ceci donne par exemple le chemin[5] :
- $1\,h\,23\,min \rightarrow 2\,h\,23\,min$ donne $1\,h$,
- $2\,h\,23\,min \rightarrow 3\,h$ donne $37\,min$,
- $3\,h \rightarrow 3\,h\,15\,min$ donne $15\,min$,
- soit $3\,h\,15\,min - 1\,h\,23\,min = 1\,h + 37\,min + 15\,min = 1\,h\,52\,min$.

Les procédures suivantes présentent, comme la précédente, différentes formes de calcul réfléchi ou de procédures personnelles effectives ou potentielles (nous ne les avons pas toutes observées) appelées par l'institution procédures raisonnées.

e) On effectue le *calcul réfléchi* suivant :
- de $1\,h\,23\,min$ à $2\,h\,23\,min$, il y a $1\,h$,
- de $2\,h\,23\,min$ à $3\,h\,23\,min$, il y a également $1\,h$.
- Comme $3\,h\,23\,min$ dépasse $3\,h\,15\,min$ de $8\,min$, la durée cherchée est :
  $1\,h + 1\,h - 8\,min = 1\,h + 60\,min - 8\,min = 1\,h\,52\,min$.

f) On utilise ici *l'ordre de grandeur* pour obtenir un encadrement en heures de la durée, ce qui guide ensuite pour la déterminer :
- $1\,h\,23\,min + 1\,h = 2\,h\,23\,min$ et $2\,h\,23\,min < 3\,h\,15\,min$,
- $1\,h\,23\,min + 2\,h = 3\,h\,23\,min$, ce qui dépasse $3\,h\,15\,min$.
- Ainsi, la durée est comprise entre $1\,h$ et $2\,h$, l'excédent est $23\,min - 15\,min = 8\,min$,
- donc la durée est $1\,h + 60\,min - 8\,min = 1\,h\,52\,min$.

g) On utilise une particularité du nombre de minutes du diminuteur, qui est d'être un diviseur simple de 60 : $15\,min$, c'est aussi un quart d'heure. On visualise ceci sur l'axe des durées suivant :



On note alors qu'il y a 7 quarts d'heure entiers dans la durée cherchée, auxquels il faut ajouter la différence entre $30\,min$ et $23\,min$, ce qui se symbolise par :
$7 \times 15\,min + (30\,min - 23\,min) = 105\,min + 7\,min = 112\,min = 1\,h\,52\,min$.

La procédure d) peut être qualifiée de *surcomptage*. Un axe (ici virtuel) peut la compléter, en

[4] Une variante de cette technique « rudimentaire » est d'un usage constant en mathématiques. Elle consiste à soustraire la même quantité aux deux termes de la soustraction. Par exemple, si deux suites numériques u_n et v_n tendent vers la même limite l, on écrira $u_n - v_n = (u_n - l) - (v_n - l)$ pour montre que la suite $\lim (u_n - v_n) = 0$.

[5] Ce chemin n'est pas unique, un relecteur propose: $1\,h\,23\,min \rightarrow 2\,h$: $37\,min$ puis $2\,h \rightarrow 3\,h\,15\,min$: $1\,h\,15\,min$ et finalement $37\,min + 1\,h\,15\,min = 1\,h\,52\,min$.

fonction des habiletés des élèves. Les procédures e) et g) utilisent également le surcomptage. Un comptage à rebours complète pour e), tandis que pour g) la procédure s'appuie sur un axe matérialisé par une demi-droite.

h) Nous avons choisi de regrouper ici différentes procédures dans lesquelles l'opération est posée. À vrai dire, il ne s'agit pas tant de nouvelles procédures (au sens où elles font appel à des techniques déjà vues) que de représentations différentes des procédures a), b) et c) ci-dessus. Dans tous les cas, une autre écriture du diminuende est réalisée, parfois accompagnée d'une action sur le diminuteur.

h1) Comme cela a été indiqué pour la procédure a), on peut opérer une conversion du diminuteur et du diminuende en minutes. On pose alors la soustraction, que l'on effectue en achevant par une conversion en nombre HM du résultat.

h2) Devant le constat fait pour la procédure b) — on ne peut soustraire $23\,min$ de $15\,min$ —, on utilise l'*emprunt* : on échange $1\,h$ contre 6 dizaines de minutes, ce qu'on matérialise dans l'opération posée :

$$\begin{array}{rrr} & \overset{2}{\cancel{3}}\ h & {}^{6}15\ \text{min} \\ - & 1\ h & 23\ \text{min} \\ \hline & 1\ h & 52\ \text{min} \end{array}$$

La soustraction « devient alors possible », mais délicate à conduire. Il faut noter qu'en base 10 cette technique est dépourvue de l'ambigüité que l'on peut trouver ici à l'écriture « $^{6}15$ ». Une variante de cette opération posée consiste à barrer le 1, le remplacer par un 7, ce qui supprime cet inconvénient.

h3) Comme dans la procédure b), on effectue *une conversion explicite partielle* du diminuende en écrivant $1\,h$ comme $60\,min$ puis en additionnant les minutes pour obtenir une écriture complexe HM dont le nombre de minutes est supérieur à 60. On effectue les soustractions séparées des heures et des minutes. Deux variantes au moins sont possibles :

$$\begin{array}{rrr} & \overset{2}{\cancel{3}}\ h & \overset{60}{15}\ \text{min} \\ - & 1\ h & 23\ \text{min} \\ \hline & 1\ h & 52\ \text{min} \end{array} \qquad \textit{ou} \qquad \begin{array}{rrr} & 2\ h & 75\ \text{min} \\ & \cancel{3\ h} & \cancel{15\ \text{min}} \\ - & 1\ h & 23\ \text{min} \\ \hline & 1\ h & 52\ \text{min} \end{array}$$

h4) L'opération posée suivante utilise fondamentalement l'invariance utilisée dans la procédure c) :

$$\begin{array}{rrr} & 3\ h & \overset{7}{\cancel{1}}5\ \text{min} \\ - & {}_{1}1\ h & 23\ \text{min} \\ \hline & 1\ h & 52\ \text{min} \end{array}$$

C'est la technique « classique »[6] française pour la soustraction d'entiers : « J'emprunte 1 heure que j'écris 6 dizaines de minutes et je remets une heure ».

[6] Noirfalise et Matheron (2009a, p. 184) proposent deux techniques de soustraction posée de deux entiers aux professeurs des écoles : la technique classique et la technique de la conversion partielle du premier terme.

i) On effectue séparément la soustraction des heures et des minutes, ce qui suppose d'avoir à disposition les entiers relatifs. On obtient :

$$3\,h\,15\,min - 1\,h\,23\,min = 2\,h - 8\,min \;;$$

on emprunte alors $1\,h$, que l'on convertit en minutes pour obtenir :

$$3\,h\,15\,min - 1\,h\,23\,min = 1\,h + 60\,min - 8\,min = 1\,h\,52\,min\,.$$

Pour compléter le volet technologico-théorique du site, une étude mathématique plus approfondie peut être réalisée. Nous nous bornons ici à remarquer, en accord avec Pressiat (2005), que les conversions d'unités sont des changements de base et que « *le fait mathématique essentiel est le suivant : les durées constituent un demi-espace vectoriel de dimension 1* ». Le choix de mesurer le temps avec un système d'unités mixte (sexagésimal pour les minutes et les secondes, décimal pour les sous-unités des secondes...) n'est donc pas fondé sur une propriété mathématique particulière, mais sur d'autres considérations plus historiques et sociétales. Aussi, nous rappellerons brièvement la naissance du système sexagésimal, les instruments mesurant le temps ainsi que les divers rapports au temps associés.

Construction de la partie anthropologique

Un bref historique du temps mathématique et de sa mesure

Dans une période approximativement comprise entre les années -2320 et -2000, les Sumériens utilisèrent les premiers un système sexagésimal de position. Cette invention reste unique dans l'histoire et, à notre connaissance, les raisons de cette apparition restent inconnues (Ifrah, 1981 ; Proust, 1981). L'ensemble de ces connaissances et pratiques culturelles est diffusé par Alexandre Le Grand à tout l'empire, ce qui a contribué au maintien du système sexagésimal pour mesurer le temps. Lors de la Révolution française, le système de poids et mesure ayant été uniformisé, les révolutionnaires ont également voulu « décimaliser » le temps, comme le souhaitaient les savants qui arguaient de l'incommodité des calculs à cause du système sexagésimal. Certains, comme Romme (cité par Biémont, 2005) ajoutait que :

> *Le perfectionnement sera complet lorsque le temps sera soumis à la même règle simple et générale de tout diviser décimalement.*

En revanche, les populations désiraient garder ses traditions (Biémont, 2005) et ce point de vue l'emporta.

Du côté des instruments de mesure, jusqu'au XV^{e} siècle, l'écoulement du temps se mesure à l'aide de *gnomons*, de *cadrans astronomiques,* de *sabliers* ou de *clepsydres*. Au XV^{e} siècle*, des horlogeries mécaniques* voient le jour en Allemagne, et en 1656, Christian Huygens combina un pendule à une horloge ce qui lui permit d'obtenir pour la première fois, une mesure précise du temps. L'écoulement du temps se mesure à l'aide d'instruments ancrés dans des métaphores : le cercle du temps (cyclique) avec le *gnomon*, le *cadran astronomique* et le fleuve du temps (linéaire) avec le *sablier* ou la *clepsydre*.

Pour la question de la représentation du temps, Henry Moore et Isaac Barrow définissent au XVII^{e} le premier temps à caractère physique : dans ses leçons de géométrie, Barrow met *« le flux du temps en analogie à la continuité d'une ligne droite engendrée à partir de points »* (Paty, 1994). Ainsi, le temps *« se représente mathématiquement comme une droite venant de moins l'infini à plus l'infini »* (Lausberg, 2005).

Cependant, la question de la pertinence de cette représentation est posée par le caractère continu d'une ligne droite et par le sens associé au mouvement de moins l'infini à plus l'infini. D'une part, pour Mizony (2007), dans la suite de Fréchet (2006), cette représentation continue peut être remise en cause. Selon le point de vue ou la question considérée, une représentation discrète du temps pourra être choisie (Mizony, 2007) : *« chacun a la liberté de choisir le plus "commode", le corps de* *nombres qui lui paraît le plus satisfaisant pour son utilisation. »*

D'autre part, le sens de l'orientation du temps n'est pas universel : ainsi, en langue aymara, le passé se situe devant le locuteur (Numez, 2008).

Ce débat sur la modélisation mathématique et physique du temps, en particulier l'opposition discret/continu, se retrouve dans les instruments de mesure, par exemple dans le mouvement continu de la petite aiguille opposé à une lecture par arrondi (on énonce une certaine heure) ou dans les horloges numériques (où, par exemple, le saut se fait d'heure en heure). Ainsi, les diverses représentations du temps et l'utilisation du système sexagésimal font l'objet de débats tant passés qu'actuels.

L'erreur et la vérification des résultats

L'heuristique commune à l'ensemble des solutions exposées ci-dessus renvoie à une modification d'écriture d'une même grandeur par la médiation d'une conversion ou d'un enchainement de calcul appuyée sur des propriétés naturalisées du demi-espace vectoriel des durées.

De toutes les grandeurs étudiées au primaire et dans le secondaire, le temps et les angles restent les seules qui peuvent s'exprimer dans un système autre que décimal. En suivant Noirfalise et Matheron (2009b), nous affirmons que la durée est une grandeur à la limite entre les mathématiques, la physique et les activités scientifiques et technologiques, dont l'écriture varie suivant le domaine dans lequel la notion se situe, tantôt décimale, tantôt complexe, tantôt fractionnaire ce qui est souvent source d'erreurs, d'autant plus qu'en tant que pratique sociale, le vocabulaire associé utilise peu l'écriture décimale. À l'école primaire, c'est l'écriture complexe qui est utilisée pour les calculs de durées et les techniques du calcul posé du système décimal (basés sur des échanges) peuvent s'appliquer au calcul posé sur les durées, c'est-à-dire à un système de numération non homogène. De notre point de vue, les travaux de Fayol (1990) sur les erreurs dans les soustractions posées de décimaux peuvent être mis en relation avec les erreurs commises dans les soustractions de nombres HM. Pour Fayol, la résolution de soustractions écrites est source de problèmes, « *pour les élèves et pour les maîtres* ». Il distingue deux types d'erreurs : les réponses fausses et les erreurs systématiques ou bugs, les bugs étant les réponses inventives utilisées par l'individu (enfant ou adulte) confronté à une impasse. Fayol estime que les erreurs surviennent uniquement lorsqu'il s'agit d'*emprunter* au chiffre supérieur de la colonne suivante (à gauche) pour pouvoir effectuer la soustraction d'un chiffre plus grand à un plus petit. La vérification des résultats obtenus est essentielle pour maîtriser les opérations posées. Une question émerge : l'apprentissage actuel du calcul posé de soustractions de nombres HM prend-elle en compte cette vérification des résultats obtenus ? Nous procédons dans la suite à une investigation sur cette question en deux étapes d'abord dans les propositions d'enseignement et ensuite dans les pratiques.

L'ensemble des informations recueillies précédemment nous permet de construire dans le tableau 2 ci-après, le site du calcul de « $3h15\,min - 1\,h23\,min$ ».

Le site montre des procédures expertes (par exemple : opération posée), « raisonnées » (par exemple liées à l'utilisation d'une ligne de temps ou d'autres représentations) ou mixtes pour réaliser l'opération de soustraction avec retenue pour les nombres HM. Ces différentes procédures dialoguent avec un substrat riche de l'histoire du temps et de sa mesure ainsi que de plusieurs oppositions (temps linéaire *versus* temps cyclique ; vision discrète *versus* continue du temps...). En ce sens, le substrat révèle l'importance du « rapport personnel »[7] (Chevallard, 2007) au temps, plus précisément à la ligne du temps, lorsqu'il s'agit d'aborder des opérations le concernant. Nous allons maintenant successivement voir si ces richesses se retrouvent dans les programmes, les propositions d'enseignement (aussi bien actuelles que plus anciennes ou issues d'un contexte non francophone) et dans les connaissances des professeurs et les pratiques de classe effectivement constatées.

[7] D'autres l'appelleront représentation ou conception.

partie anthropologique			Objets	partie mathématique		
substrat 3 : heuristiques	*substrat 2 : instruments*	*substrat 1 : choses*		*techniques*	*concepts 1 : technologies*	*concepts 2 : théories*
Manipulation d'une représentation iconique Modélisation Utilisation d'une estimation Vérification Ajout d'un même nombre aux deux termes d'une différence Passage entre grandeurs et nombres Opposition discret continu Reconnaissance / séparation des différentes unités	Sablier Clepsydre Montre (digitale et numérique) Appareils à affichage HM	Dessin Unités de temps Temps Temps physique Ecriture HM (nombres complexes) Codage des unités de temps Opération Différence Système mixte et sexagésimal Durée Horaire	Grandeurs Signe opératoire « — » sur des grandeurs Heures Minutes Calculer	Soustractions en colonne : • avec report • par compensation • classique • par emprunt Soustraction en ligne par compensation Addition • à trou • classique Conversions Relation entre les unités Calcul mental Ordres de grandeur	Groupe des grandeurs mesurables Demi-espace vectoriel Changement de base Vecteurs colinéaires Méthodes d'approximation Numération décimale et sexagésimale	Algèbre des grandeurs

Tableau 2 : Site local de la soustraction en colonnes de « $3h15min-1h23min$ »[8]

Analyse des programmes et de propositions d'enseignement

La richesse de procédures établie par le site nous amène à nous interroger sur les procédures de calcul posé de durée préconisées par l'institution, proposées dans les manuels, retenues par les enseignants dans leurs classes, mais aussi sur les connaissances personnelles des enseignants quant aux différentes procédures de calcul posé de durée.

L'évolution des programmes au sujet des opérations sur les nombres complexes HMS

Au travers de quelques focus sur les prescrits français de 1923 à nos jours, nous listons les procédures et l'évolution des techniques de calcul posé de durée préconisées. La grandeur temps a toujours été étudiée à l'école élémentaire, mais les opérations sur les durées au format HM ne sont pas toujours prescrites. Ainsi, en 1923, on enseignait le calcul posé des quatre opérations (addition, soustraction, multiplication et division) — avec vérification des résultats (soustraction, division) — sur les nombres complexes HMS à l'école élémentaire. Ces pratiques se poursuivent, avec des variantes, jusqu'aux années soixante. En 1995, les opérations sur les nombres complexes disparaissent des programmes de l'école primaire pour se retrouver dans ceux de sixième et de cinquième dans l'objectif de travailler la proportionnalité. En 2002, dans les programmes de l'école primaire au cycle 3, les élèves doivent savoir *« calculer une durée à partir de la donnée de l'instant*

[8] Le site local peut-être complété par un réseau de flèches soulignant les relations entre ses différents éléments. Nous renvoyons à Duchet et Erdogan (2005) sur ce point.

initial et de l'instant final ». Toutefois, les documents d'accompagnement de ces programmes précisent que le *« calcul automatisé (calcul posé en colonne) »* d'addition de durées et de soustraction de deux instants est hors programme ; le *« calcul réfléchi est aussi rapide et souvent plus efficace »*, par exemple « *l'utilisation d'une ligne numérique dessinée (ou virtuelle) suivie du calcul des écarts avec des appuis « faciles » »*. Enfin *« à l'école primaire, comme ensuite au collège, le calcul sur les durées relève essentiellement du calcul réfléchi »*.[9] Dans les programmes de 2004 de primaire et de collège, le calcul de durées est fait à l'aide de *procédures*. Les programmes de collège en 2004, dans le domaine « Grandeurs et mesures » stipulent que les élèves de 6e doivent *« calculer des durées, calculer des horaires »* dans la continuité du cycle 3 *« à l'aide de procédures personnelles qui sont entretenues en sixième. L'utilisation d'un schéma linéaire (ligne de temps) est une aide »*. En 5e, ces connaissances sont *« entretenues et réinvesties dans des problèmes de synthèse »* en s'appuyant *« sur la résolution de problèmes souvent empruntés à la vie courante ».* Les programmes de 2008 du cycle 3 affinent ceux de 2002 en précisant *« calculer la durée écoulée entre deux instants donnés »*, mais sans plus d'indication sur les procédures attendues tandis que ceux du collège entretiennent les connaissances de l'école primaire sur le calcul de durées et d'horaires en travaillant en outre sur *« l'usage des instruments de mesure »* de cette grandeur et « *les équivalences entre les différentes unités* » de durées en 6e. En 5e, *« le calcul sur des durées ou des horaires, à l'aide de procédures raisonnées se poursuit ».* Alors que les programmes de 2002 du cycle 3 imposaient la procédure du calcul de durée (ligne de temps) pour ce niveau mais aussi pour le collège (*procédures personnelles entretenues* en 6e et *réinvesties dans des problèmes de synthèse* en 5e) ; les programmes suivants de 2008 laissent une plus grande liberté pédagogique aux enseignants quant aux *procédures raisonnées* utilisées pour le calcul de durée entre deux instants donnés. Ce terme de « procédure raisonnée » est pris au sens de stratégie excluant le recours à des méthodes essais/erreurs et s'oppose dans les programmes à celui de technique, au sens d'une procédure automatisée. Par exemple, les programmes indiquent, pour la soustraction posée en CE1, qu'il faut *« connaître et utiliser les techniques opératoires de l'addition et de la soustraction (sur les nombres inférieurs à 1 000) »*, ce qui n'apparait pas pour les calculs de temps.

Les programmes de 2012 (BO n°1 du 5 janvier 2012, p. 6) introduisent la notion de durée de manière instrumentale en CP : *« Utiliser un sablier pour évaluer une durée »* et en CE1 : *« Utiliser un minuteur ou un chronomètre pour mesurer une durée. Lire l'heure sur une montre, une horloge à affichage digital et une horloge à aiguilles. »* L'apprentissage des calculs de durées commence en CM2 et se poursuit jusqu'en 5e. Ainsi, l'obligation d'enseigner les opérations posées de calcul de durée a progressivement disparu des programmes, sans pour autant qu'elles soient mentionnées comme « hors programme ». Les procédures automatisées de calcul posé perdent leur place centrale, remplacées par des procédures personnelles.

Intéressons-nous maintenant aux méthodes proposées dans les manuels scolaires français d'époques différentes afin de déterminer l'importance accordée aux calculs de durée et d'observer les évolutions éventuelles dans les apprentissages de la soustraction posée de nombres complexes HMS.

Manuels français de 1994 à 2014

L'étude sur les manuels récents s'est d'abord portée sur 14 manuels de cycle 3 (2 de CM1 et 12 de CM2 de 1994 à 2011) puis sur 30 manuels de collège (20 de 6e et 10 de 5e de 2005 à 2014) ; de plus, nous avons procédé à une étude longitudinale et transversale d'une collection (Phare : CM2 2010, 6e 2005 et 2009, 5e 2010). Nous avons étudié le positionnement du calcul de durée dans les manuels (numéro de chapitre et de page), le nombre d'exercices consacré au calcul de durée, leurs

[9] Documents d'accompagnement, Grandeurs et mesures à l'école élémentaire, Eduscol (2002, p. 10).

fréquences dans les manuels, les différentes procédures proposées par les auteurs et la présence du calcul de durée dans l'index et/ou dans le sommaire des manuels.
Le tableau 3 rappelle les évolutions des apprentissages sur les durées visés par les programmes.

Année de référence	Connaissances ou savoir-faire attendus
1991	Utiliser le calendrier et la montre digitale ou à aiguille pour repérer des moments ou calculer quelques durées (cycle 2) ; effectuer des calculs simples (cycle 3).
1995	Connaître les unités usuelles de durées et les relations qui les lient (cycle 3).
2002	Calculer une durée à partir de la donnée de l'instant initial et de l'instant final (cycle 3).
2008	Unités de mesure des durées, calcul de la durée écoulée entre deux instants donnés (cycle 3).

Tableau 3 : Évolution des programmes

Manuels du cycle 3

Les manuels de cycle 3 consultés proposent une quantité infime (une dizaine, en général) d'exercices sur les calculs de durée (Tableau 4). Par exemple, le manuel « Math outil CM1 » propose 31 exercices concernant les calculs d'aire en comparaison de seulement 13 exercices pour le calcul de durées de nombres en écriture HM.

Année	Manuels	Nombre d'exercices	Nbre de pages consacrés au temps	Techniques proposées
1994	Math en flèche CM2 diagonale — Nathan	19	1	a)
2004	Cap math CM2 — Hatier	12	1	b) et g)
2006	Nouveau math outil CM1 — Magnard	13	2	b)
2008	À portée de maths CM2 — Hachette Education	7	1	g)
	Compagnon maths CM2 — SEDRAP	7	3	h3)
	J'apprends les maths CM2 — Retz	4	1	d) et h4)
	Les mathématiques à la découverte des sciences CM2	6	1	aucune
2009	Mathématique collection Thévenet CM1	6	2	h3)
	Euro maths CM2 — Hatier	9	2	d)
	Mathématique collection Thévenet CM2	12	1	h3)
2010	Au rythme des maths CM2 — Bordas	11	1	f) et h3)
	Cap maths + Dico maths CM1/CM2 — Hatier	15	6	c) et g)
	Petit phare CM2 — hachette éducation	14	1	g)
2011	La clé des maths CM2 — Belin	7	2	h3)

Tableau 4 : Typologie des exercices relatifs aux additions et soustractions HMS,manuels de CM1 et CM2

Les manuels reprennent une partie des techniques proposées dans le site, la technique h3) étant majoritaire puisque la technique b) lui est reliée. Par ailleurs, seul le manuel « Math en flèche CM2 - diagonale » de 1994 propose une technique opératoire de conversion totale, consistant à convertir les termes de la soustraction au format HM en minutes puis à effectuer la soustraction et enfin à reconvertir le résultat obtenu en nombre complexe HM. Aucun de ces manuels n'invite à effectuer une vérification de ces soustractions posées.

Ainsi, les manuels de cycle 3 étudiés proposent une pratique relativement limitée du calcul de durées des nombres HM, du fait d'un nombre restreint d'exercices d'application et de techniques/procédures proposées à l'élève, avec de la dominance d'une technique posée.

Nous poursuivons maintenant par l'étude de manuels de 6^{e} et de 5^{e}, afin de savoir si les calculs raisonnés y sont mentionnés et s'il y existe des techniques opératoires de soustraction de nombres complexes HMS différentes de celle des manuels du cycle 3.

Manuels de 6e et de 5e actuels de 2005 à 2014[10]

La comparaison des techniques utilisées dans les 30 manuels de collège étudiés et publiés entre 2005 et 2014 montre que deux ouvrages (de 6e) ne proposent pour le calcul de durée que le recours à une ligne de temps dessinée et 14 qu'une opération posée relevant de la technique h3). Quatre manuels proposent ces deux techniques, tandis que 10 manuels n'en proposent aucune.

Le nombre d'exercices consacrés aux additions et soustractions de nombres complexes HMS est réduit, en moyenne neuf exercices. Ainsi, deux des sept manuels de 5e, reçus en 2010 (actuellement encore utilisés en Guadeloupe), ne contiennent pas non plus d'exercice de calcul de durée. Les cinq manuels de 6e et de 5e de 2013 à 2014 contiennent également neuf exercices en moyenne consacrés au calcul de durée, tandis que 10 sont consacrés à la conversion des unités de temps et 11 à l'utilisation de la durée dans des exercices de proportionnalité (Tableau 5).

Année	Manuels	Nombre d'exercices de calcul de durée entre 2 instants HM	Nombre d'exercices de conversion d'unité de temps	Nombre d'exercices de durée en lien avec la proportionnalité	Nombre de pages consacrés au temps	Techniques proposées
2013	Zénius 6e	10	14	5	4	h3)
2013	Le manuel Sésamath 6e	9	12	19	8	h3)
2013	Myriade 6e	13	6	9	5,5	h3)
2014	Phare 6e	6	9	7	4	aucune
2014	Transmath 5e	6	9	14	3	aucune

Tableau 5 : Nouveaux ouvrages 2013-2014

Nous poursuivons notre analyse de ces manuels par quelques éléments de comparaison et d'organisation. Dans le manuel « Phare 6e », édition Hachette 2014, il y a 20 exercices pour le calcul de l'aire d'un disque et 5 exercices de calcul de durées entre 2 instants donnés sous forme de nombres complexes. Nous avons eu du mal à trouver les exercices de calcul de durées dans certains manuels car la durée n'est mentionnée ni dans l'index ni dans le sommaire (manuel Transmath 5e, 2014) ; un de ces manuels intègre l'addition et la soustraction de durée au chapitre 2 du livre intitulé *« Nombres entiers »* (Le manuel Sésamath 6e 2013, p. 26) ; enfin, dans treize de ces manuels, ces opérations se retrouvent dans le chapitre des additions et soustractions de nombres décimaux, mais seul un très bref paragraphe, en général en fin de chapitre, est consacré aux opérations de nombres HMS, le reste des opérations ne permettant de travailler que les nombres décimaux. Ainsi, le manuel Zénius 6e 2013 (Tableau 5), propose au chapitre 2 intitulé *« Addition et soustraction »* (p. 21 à 38) aussi bien ces opérations sur les décimaux (méthodes 1 à 3, p. 26 à 28) que sur les nombres HM (méthode 5, p. 30) sans aucune transition entre les deux puisque la méthode 4 (p. 29) concerne la résolution de problèmes de nombres décimaux. Cependant, le spécimen enseignant comporte un *« livret ressource*s *»* pour l'enseignant dans lequel on trouve à la page 18 :

> *Méthode 5 — Calculer une durée ou un horaire. Calculer une durée ou un horaire est une tâche difficile. 100 minutes n'étant pas égales à une heure, la principale difficulté est de comprendre que l'on ne peut pas utiliser les techniques de l'addition ou de la soustraction de nombres décimaux, ainsi que le système de retenue. Il est indispensable de bien transmettre à l'élève qu'il faut ajouter ou soustraire les minutes entre elles, les heures entre elles et qu'il faut éventuellement convertir une*

[10] Manuels de 6e étudiés : Dimathème 2005 ; Domino 2005 ; Hélice 2009 ; Math Bordas 2005 ; Math Magnard 2005 ; Multimath 2005 ; Myriade 2009 et 2014 ; Phare 2005, 2009 et 2014 ; Prisme 2005 ; Sesamath 2013 ; Transmath 2005 et 2009; Triangle 2005 et 2009 ; Zénius 2009 et 2013 ; Zéphir 2009.

Manuels de 5e étudiés : Déclic 2010 ; Dimathème 2006 ; Multimath 2006 ; Phare 2006 et 2010 ; Prisme 2009 ; Triangle 2006 et 2010 ; Transmath 2010 et 2014.

heure en minutes dans le premier terme d'une soustraction, 60 minutes en une heure au résultat d'une addition pour obtenir une réponse acceptable.

Les techniques posées (addition et soustraction des nombres HM) sont bien présentes dans le manuel élève mais il n'y a aucune comparaison ou référence aux nombres décimaux. D'une manière plus globale, les similitudes et les différences des deux systèmes de numération ne sont abordées dans aucun des manuels étudiés, laissant aux professeurs le soin de les gérer.

Nous constatons ainsi une assez faible présence dans les manuels français de ces calculs et des opérations sur les nombres complexes HM en général, peut-être à mettre en relation avec une absence d'injonction des programmes concernant les procédures à enseigner. En a-t-il toujours été ainsi ? L'étude des programmes anciens a montré que de 1923 jusqu'à 1970, l'addition et la soustraction de nombres complexes HM faisaient l'objet d'un apprentissage particulier et analogue à celui de l'addition et de la soustraction de nombres décimaux, avec mise en évidence des similitudes et des différences du calcul posé de ces opérations en fonction des nombres en jeu (décimaux ou HM). Toutefois, ces opérations (addition, soustraction) sur les nombres complexes HM étaient quand même jugées complexes et étaient abordées en classe de fin d'études. Nous nous sommes donc intéressés aux manuels français anciens dans lesquels nous cherchons à identifier les techniques enseignées ainsi que les théories sur lesquelles elles s'appuient.

Étude de manuels français anciens

L'analyse de propositions d'enseignement s'étendant sur les soixante premières années du vingtième siècle nous permet de relever quatre techniques présentées ci-après et que nous n'avons pas trouvées dans les manuels de primaire actuels.

Premier exemple

Du *« Cours d'arithmétique - Écoles Primaires Supérieures et Professionnelles. Préparation aux Écoles d'Arts et Métiers »* de Rollet et Foubert (1903)[11], nous extrayons l'exemple suivant d'opération (figure 1).

Soit à soustraire $3^h\ 45^m\ 35^s, 7$ de $12^h\ 18^m\ 25^s, 6$.
Disposons le calcul comme pour la soustraction ordinaire :

	6	6	
12^h	18^m	25^s,	6
3^h	45^m	35^s,	7
1	1		
8^h	32^m	49^s,	9

Figure 1 : Cours d'arithmétique (l'opération a été scannée page 286)

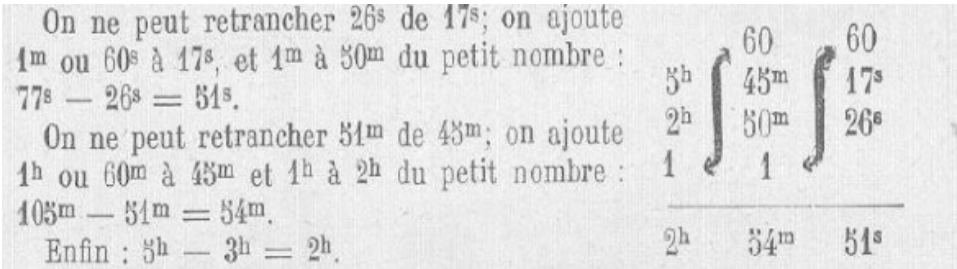
La soustraction porte sur deux instants en heure minute seconde et dixième de seconde ! On travaille ici sur deux systèmes de numération : décimale et sexagésimale. La méthode utilisée pour effectuer la soustraction est celle de l'emprunt selon la technique h4). Nous citons intégralement l'explication qui suit l'opération pour montrer le domaine de réalité convoqué :

On fait la soustraction à la manière ordinaire ; si le chiffre des dizaines des secondes du plus grand nombre est inférieur au chiffre des dizaines du plus petit, on ajoute 6 au premier chiffre et l'on retient 1 minute que l'on ajoute aux minutes du plus petit nombre. On opère pour les minutes comme on fait pour les secondes.

[11] Éditeur Félix Alcan, Imprimerie réunis, Paris.

Deuxième exemple

Notre étude se poursuit par l'ouvrage *« Arithmétique — certificat d'études et cours supérieur, 6e — 5e — 4e »* de B. Courtet et C. Grill, édité à Paris par la librairie L'École en 1936, dont nous reproduisons un extrait (figure 2).



On ne peut retrancher 26^s de 17^s; on ajoute 1^m ou 60^s à 17^s, et 1^m à 50^m du petit nombre : $77^s - 26^s = 51^s$.

On ne peut retrancher 51^m de 45^m; on ajoute 1^h ou 60^m à 45^m et 1^h à 2^h du petit nombre : $105^m - 51^m = 54^m$.

Enfin : $5^h - 3^h = 2^h$.

Figure 2 : Soustraction de nombres complexes HMS — photographie d'un extrait de la page 150 de l'ouvrage de B. Courtet et C. Grill

La technique utilisée dans ce manuel est la méthode par compensation (ajout d'une même durée aux deux instants, la flèche rappelant l'ajout simultané d'une heure (respectivement une minute) au plus petit des deux nombres et de soixante minutes (respectivement soixante secondes) au plus grand des deux. C'est la technique c) vue dans l'élaboration du site local.

Troisième exemple

Dans l'ouvrage *« Mathématiques — classe de sixième »* de P. Boutin, paru chez J. De Gigord en 1958, deux techniques sont proposées que nous avons retranscrites dans la figure 3.

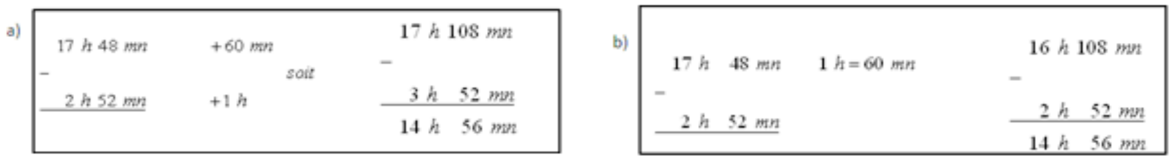


Figure 3 : Extrait de l'ouvrage Mathématiques — classe de sixième de P. Boutin

La première technique est la méthode par complément, c'est-à-dire l'ajout d'une même durée aux deux instants, mais en convertissant l'heure en minutes pour le nombre du haut. La deuxième est la conversion partielle du premier nombre en utilisant $1\,h = 60\,min$ puis la soustraction, c'est la technique h3). Toutes les techniques posées présentées ci-dessus sont basées sur les techniques de soustraction de nombres entiers naturels.

Ainsi, les manuels anciens français proposent plusieurs techniques de calcul posé, en les appuyant sur un discours et en s'efforçant de les illustrer. À l'heure actuelle, une technique prédominante h3) existe dans les manuels français. Il nous a alors semblé intéressant de poursuivre l'étude par un pays où les systèmes de mesure ne sont pas basés sur le système décimal, avec des unités et sous-unités irrégulières. Notre choix s'est porté sur l'Angleterre.

Supports anglais contemporains

Comme en France, l'apprentissage du calcul de durées dans le système anglais est fractionné sur plusieurs années. Ainsi, les additions et soustractions posées de nombres complexes HMS sont étudiées par des élèves âgés de 9 à 10 ans, ce qui correspond au niveau CM1 du système français. En revanche, en Angleterre, il n'y a pas à proprement parler de manuels scolaires. Les enseignants s'appuient sur des cahiers d'activités comme *« Maths made easy »* pour préparer leurs cours. Les parents peuvent acheter les cahiers d'activités correspondants pour faire travailler leurs enfants. On constate que pour le système anglais aussi, la soustraction de nombres complexes HMS est moins pratiquée que la soustraction de décimaux.

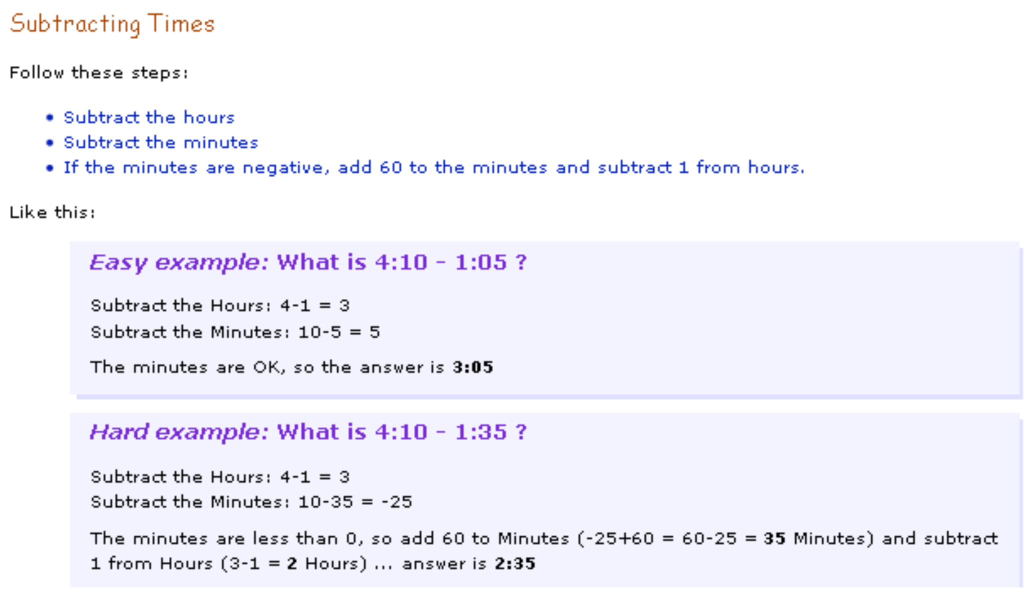
Les calculs effectués dans *« Maths made easy »* concernent essentiellement des grandeurs (prix, longueurs, masses, etc.), même pour les opérations posées. La figure 4 propose un exemple de calcul du manuel *« Maths made easy »*.

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 5\quad 6\;\;\;\;} \\ 1\cancel{6}:29 \\ -\;\;8:47 \\ \hline 7:42 \end{array}$$

Figure 4 : Soustraction de deux instants - Maths made easy

La technique employée ressemble à la technique h2) : c'est une manière de lever l'ambiguïté relevée sur l'écriture « $^{6}15$ » analysée plus haut.

Par ailleurs, si de nombreux sites Internet proposent des vidéos de cours sur les calculs de durées, les additions et soustractions de nombres HMS, il faut noter que quasiment tous présentent la technique de la conversion partielle. Nous avons repéré un site anglo-saxon *« Math is fun »* qui propose une méthode de calcul différente de celles que nous avons déjà rencontrées. Nous reproduisons partiellement dans la figure 5 la page *« Adding and Subtracting Time »*.



Subtracting Times

Follow these steps:

- Subtract the hours
- Subtract the minutes
- If the minutes are negative, add 60 to the minutes and subtract 1 from hours.

Like this:

Easy example: **What is 4:10 - 1:05 ?**

Subtract the Hours: 4-1 = 3
Subtract the Minutes: 10-5 = 5

The minutes are OK, so the answer is **3:05**

Hard example: **What is 4:10 - 1:35 ?**

Subtract the Hours: 4-1 = 3
Subtract the Minutes: 10-35 = -25

The minutes are less than 0, so add 60 to Minutes (-25+60 = 60-25 = **35** Minutes) and subtract 1 from Hours (3-1 = **2** Hours) ... answer is **2:35**

Figure 5 : Extrait du site *« Math is fun »*, page *« Adding and Substracting Time*[12] *»*

Cette méthode est basée sur l'utilisation de l'addition de nombres relatifs. Aucun des manuels français consultés n'a exposé cette méthode. Si cette méthode peut faciliter l'acquisition de la somme de relatifs (ici : « $-25+60$ »), elle ne peut être vue qu'en cinquième en France, classe où débutent les additions de nombres relatifs.

En résumé de cette étude, nous avons trouvé au moins deux techniques différentes de la technique h3) dans les manuels français anciens, lorsque les opérations posées étaient obligatoires, et dans les

[12] Traduction des auteurs : pour soustraire des durées, suivre les étapes suivantes, Soustraire les heures ; Soustraire les minutes. Si la différence des minutes est négative, on ajoute 60 aux minutes et on soustrait 1 à la différence des heures. Exemple facile : $4h10-1h05=3h05$ car $4-1=3$ et $10-5=5$; Exemple difficile : $4h10-1h35$: $4-1=3$ et $10-35=-25<0$; $-25+60=60-25=35$ et $3-1=2$. Donc $4h10-1h35=2h35$.

ouvrages ou sites anglais, dans un pays où les systèmes d'unités irréguliers dominent. La liberté offerte par les programmes actuels français — qui n'imposent aucune procédure — n'est pas actuellement utilisée dans les manuels pour varier les techniques proposées aux professeurs et aux élèves. Qu'en est-il dans les classes actuellement en Guadeloupe ? Nous nous sommes intéressés à l'enseignement du calcul de durée entre deux instants donnés au format HM dans des classes de CM2 et de 6e en Guadeloupe ainsi qu'aux connaissances des enseignants.

Recueil et analyse des connaissances professionnelles

Hypothèse

L'analyse des manuels actuels tant du primaire que du début du collège montre une place limitée accordée au calcul de durée, avec une faible variété des procédures. De plus, l'institution encourage l'utilisation de procédures raisonnées (ou oblige selon le niveau), accompagnées si nécessaire d'une ligne de temps. Au regard de ces constats sur les instructions officielles et les manuels, nous nous questionnons sur ce qu'il en est du côté des professeurs, et plus précisément sur l'étendue de leurs connaissances professionnelles didactiques (Morge, 2009) au travers de l'hypothèse suivante : les savoirs et connaissances professionnelles didactiques des professeurs sur la grandeur temps ne permettent pas d'enseigner efficacement ces opérations.

Cette hypothèse nous sert de support pour questionner les différences faites par les professeurs entre les nombres complexes HMS et les nombres décimaux, sur leurs connaissances relatives aux additions et soustractions de nombres au format HMS, ainsi que sur leurs pratiques. En fin de compte, quelle importance accordent-ils à l'apprentissage de ces opérations dans leur enseignement ?

Méthodologie

Pour tester notre hypothèse, nous avons enquêté auprès de professeurs exerçant au niveau CM2 ou 6e afin de connaître leurs stratégies d'enseignement récemment utilisées sur le calcul de durée. Dans cette étude exploratoire, nous avons interviewé pour chaque niveau quatre professeurs à divers stades d'ancienneté dans le métier, à l'exception du niveau de 6e pour lequel nous n'avons pu solliciter aucun néo-titulaire[13]. À l'aide d'un entretien semi-directif (annexe 1), nous avons interrogé les connaissances didactiques des enseignants sur le calcul de durées. Nous questionnons les professeurs (P) de 6e sur les connaissances que possèdent les élèves de CM2 et les professeurs des écoles (PE) sur les connaissances que devraient avoir acquises les élèves du primaire à l'entrée en 6e. Nous nous intéressons aux documents qu'ils utilisent pour préparer leurs séquences, à leurs connaissances sur les compétences et les méthodes attendues pour le calcul des durées. Cet entretien est mené individuellement, les questions sont posées oralement sans contrainte de temps. Les réponses sont enregistrées[14].

Les questions 1 à 3 portent sur le cursus universitaire et l'expérience professionnelle des professeurs, les questions 4 à 7 sur les pratiques professionnelles individuelles et collectives au sein de l'établissement d'exercice, les questions 8 à 10 sur la connaissance des programmes et des attendus de l'institution. Les questions 11 à 16 et 21 sont plus centrées sur notre objet d'étude. En particulier, la question 11 porte sur les procédures attendues par les professeurs : nous leur demandons d'effectuer et d'écrire explicitement toutes les méthodes attendues pour le calcul de la durée. Les questions 13 et 15 interrogent les pratiques et les connaissances didactiques des

[13] Les enseignants néo-titulaires de mathématiques de l'académie de Guadeloupe sont en poste sur l'Île de Saint-Martin, distante de $160\,km$, et il n'a pas été possible de les questionner.

[14] Les réponses des enseignants de l'enquête aux questions 4 à 21 sont retranscrites en Annexes 2 et 3.

professeurs sur les calculs posés de nombres complexes HM et la question 21 l'enseignement de la vérification des résultats d'opérations posées. Enfin, les questions 17 à 20 étaient centrées sur l'importance accordée par les professeurs au calcul de durée (temps consacré, place dans le curriculum).

Résultats et interprétations

Nous avons pris en compte le nombre d'années dans l'enseignement en général et dans le niveau CM2 ou 6e enseigné, le parcours universitaire de l'enseignant (scientifique ou non), les connaissances du curriculum et les connaissances des contenus pédagogiques de l'enseignant. Les données recueillies après la première partie du questionnaire sont synthétisées dans le tableau 6. Afin de garder l'anonymat des professeurs de l'étude, nous avons remplacé leur nom par une lettre. Tous avaient déjà enseigné le calcul de durées pour l'année en cours dans leur classe au moment de l'enquête.

Professeur	Ancienneté en années	Niveau nseigné	Expérience dans ce niveau (en années)	Études suivies	Déclare utiliser des documents officiels	Connaissances des programmes de CM2 sur les durées (*)	Connaissances des programmes de 6e sur les durées (*)
D	1	CM2	0,5	Bac STT, Deug STAPS, master éducation et formation	Oui	1	0
L	10	CM2	2	Bac+5 (macro-économie)	Oui	2	0
M	10	6e	7	Bac+4 (Maths)	Oui	0	1
J	24	CM2	13	Licence de biologie	Oui	1	0
N	23	6e	20	Bac F1, BTS dessin industriel	Oui	0	1
C	39	CM2	39	Bac littéraire	Non	1	0
B	37	6e	30	Bac+2 (maths)	Oui	0	1

Tableau 6 : Synthèse des résultats de l'enquête

(*) 0 : méconnaissance des programmes ;
1 : l'énoncé du programme est connu *« calculer une durée »* et le calcul posé est enseigné ;
2 : le programme est connu et que le calcul posé n'est pas enseigné.

L'analyse du tableau 6 montre qu'aucun des professeurs de l'enquête ne connaissait véritablement les compétences attendues pour les durées ni dans le niveau qu'il enseigne ni dans l'autre niveau d'étude, à l'exception d'un seul qui intervient à mi-temps dans une école élémentaire et dans un collège auprès d'élèves de 6e en échec scolaire. Les professeurs de l'enquête disent tous que la soustraction en colonne des durées est une compétence à acquérir en CM2 et qu'ils passent rapidement, voire immédiatement, au calcul posé sans recourir à des procédures raisonnées. Ces professeurs justifient ce choix en disant que les élèves eux-mêmes en arrivent directement au calcul en colonne, même si ces derniers ne savent pas l'effectuer. Cela pourrait s'expliquer par un effet du contrat didactique (Brousseau, 1998). En effet, une grande part du champ *« Nombres et calcul »* de l'école primaire concerne les techniques du calcul posé (des nombres décimaux). Ainsi, pour les élèves, résoudre un problème revient souvent à poser et effectuer une opération, déjà maîtrisée ou liée à la technique en cours d'apprentissage.

La totalité des professeurs de l'étude ne connaît qu'une méthode de calcul pour la soustraction en colonne : la méthode h3). Certains trouvent normal d'enseigner ces opérations car elles font partie de la vie courante, d'autres à cause de leur singularité par rapport aux opérations sur les autres nombres (décimaux) ; les derniers pensent qu'il ne sert à rien d'enseigner un calcul utilisé sur trois années scolaires (CM2, 6ᵉ, 5ᵉ), le professeur J déclarant même que *« cette notion ne vit plus après au collège, sauf peut-être en physique »*.

Discussion et conclusion

Notre étude a mis en évidence la richesse du site local d'une soustraction posée de nombres complexes HM. La plupart des procédures et les techniques mises en évidence par la construction du site figurent dans les manuels anciens français et dans les propositions d'enseignement anglaises (manuel et site Internet). En contraste, les manuels français récents et les pratiques d'enseignements observées montrent une réduction certaine de l'enseignement en France sur le calcul posé de nombres complexes HM. L'analyse des résultats de l'enquête (ainsi que d'une séquence en CM2) montre qu'une partie relativement faible des éléments du site est utilisée par les professeurs et par les élèves. Si le constat de cette mobilisation restreinte du site semble rejoindre ce que Silvy et *al.* (2013) indiquaient pour une situation de proportionnalité, une nuance doit cependant être apportée : nos observations semblent montrer ici, avec toutes les prudences qui s'imposent dans le cadre restreint de cette enquête, qu'élèves et professeurs en mobilisent exactement les mêmes parties. La non-mobilisation de certaines parties du site tend à montrer que les professeurs ne prévoient pas les éventuelles procédures personnelles des élèves. On peut même penser qu'ils les renient préférant passer directement au travail sur les nombres, oubliant que le temps est aussi une grandeur et que des manipulations sont possibles sur cette grandeur. Par ailleurs, on constate le manque de technologies dont disposent les professeurs pour expliquer la technique utilisée, c'est-à-dire la soustraction posée de nombres complexes HMS avec la conversion partielle du diminuende. En effet, ils se réfèrent aux technologies de la soustraction de nombres « simples », tout en expliquant aux élèves qu'il ne s'agit pas d'une soustraction ordinaire. Mais ils ne disposent pas des éléments, ou ne les mobilisent pas dans l'action, pour qualifier ce caractère hors de l'ordinaire des opérations sur les nombres HM. Sans attendre nécessairement une référence experte à un modèle mathématique de la mesure des grandeurs physiques (par exemple : Withney, 1968a, 1968b), ils ne possèdent pas non plus de référence à une théorie locale, susceptible de fonder leur action et celle des élèves.

Ce constat est conforté par l'exemple suivant. La relation « $1h=60\,min$ » est utilisée sans être explicitée, comme étant la même durée exprimée dans deux unités différentes : elle est un *déjà-là*, une évidence, une correspondance socialement connue : *« $1h$ c'est $59\,min$, je sais que c'est 60 mais ça ne marque pas 60, c'est donc 59 minutes »* répondait un élève de CM2 de Guadeloupe à la question posée par sa professeure *« une heure correspond à combien de minutes ? »*, lorsque nous observions la classe. Pour corriger cette erreur, la professeure n'explicite que partiellement l'écriture HM, substrat 1 de la partie anthropologique du site, sans mobiliser la technologie sous-jacente des systèmes de numération. Ainsi, les connaissances professionnelles didactiques des professeurs semblent insuffisamment appuyées sur le volet des technologies et des théories pour cet apprentissage, empêchant par suite la construction d'un domaine de réalité pour cette question à l'intention des élèves.

À travers l'analyse des entretiens menés auprès de quatre professeurs de CM2 et de trois professeurs de mathématiques de 6^e, nous pouvons préciser les constats précédents, autour de quatre éléments, l'outillage des professeurs, leurs connaissances sur les soustractions de nombres HM, leurs pratiques sur ces opérations et l'importance qu'ils accordent à l'apprentissage de ces opérations dans leur enseignement. Notre enquête a montré que les professeurs interrogés, en tout cas pour les soustractions de durées au format HM, n'ont pas enrichi l'outillage initial. Ils affirment qu'il n'y a qu'une technique de calcul possible pour la soustraction en colonne des durées en HM, et ils attendent des élèves qu'ils appliquent « conformément » la technique. Pour cinq des enseignants interrogés, l'enseignement et la manipulation de ces opérations sont inutiles du fait de leur faible utilisation durant la scolarité et de leur non-mobilisation au quotidien bien que cette compétence soit importante dans la vie courante ; pour d'autres, cela permet de faire des « opérations différentes » de celles effectuées sur les nombres décimaux. Encore faudrait-il comprendre les analogies et les différences existantes entre ces diverses opérations : malheureusement ce travail n'est pas fait, par manque de temps et d'importance donnée à ces connaissances dans le savoir à enseigner. Les enseignants interrogés pensent que ce sont des opérations faciles et que n'importe qui en y mettant de la *bonne volonté* parviendrait à les effectuer, sans s'interroger plus avant sur les technologies, et concepts qui la justifient, ce que l'analyse de la mobilisation du site montrait déjà. Ainsi l'outillage actuel des professeurs reste insuffisant pour une bonne connaissance des calculs sur les durées au format HMS, ce qui nous permet de valider notre hypothèse.

Concernant la vérification des résultats obtenus dans l'apprentissage actuel du calcul posé de soustractions de nombres HM, notre enquête montre que certains professeurs la préconisent, bien qu'ils ne produisent jamais pour eux même cet ostensif gestuel (Chevallard, 1994). De plus, ce geste professionnel (Mercier, 1994) de contrôle n'est mentionné par les enseignants que pour donner du sens à une remédiation (question 13 de la grille d'entretien) ou une justification (question 15 de la grille d'entretien). Tissage entre un calcul exact et un approché, ce geste de contrôle a disparu de l'enseignement du calcul de durée.

Ce manque d'outillage des professeurs pour le calcul de durées au format HMS, constaté lors de notre étude implique que ces derniers risquent de l'enseigner que sous forme de technique sans justification théorique. Nous rejoignons Delcroix (2012) qui estimait que la réforme des mathématiques a eu pour effet un mouvement ascendant des objets mathématiques vers les plus hauts niveaux praxéologiques de la partie mathématique du site (théories, concepts) accompagné de l'oubli de la partie anthropologique de la question. La contre-réforme a ensuite provoqué la disparition de cet appel aux théories et concepts. Ainsi, désormais, tant les théories que les heuristiques liées à la question des nombres HM ont disparu de l'enseignement, et les professeurs s'en trouvent réduits à manipuler les objets avec quelques techniques, le plus souvent celles proposées dans les manuels.

Or les manuels scolaires ne leur proposent que peu d'alternatives (et les programmes pas du tout) à la méthode actuellement enseignée, c'est-à-dire la soustraction posée de nombres complexes HM avec conversion partielle du diminuende. Les opérations sur les nombres complexes de durées ne sont pas une priorité du système éducatif contemporain, l'importance étant donnée aux nombres décimaux. L'institution a d'ailleurs réglé la question en donnant plus d'importance aux calculs réfléchis de durées plutôt qu'aux opérations en colonne. Il nous semble ainsi que pour contrer l'échec sur la soustraction dans le cadre des décimaux, il faudrait enseigner le calcul de durée avec soustraction posée afin de permettre aux élèves de revenir sur la soustraction pour comprendre le sens profond (Legrand, 2006) de cette opération. Ce sens profond émerge du domaine de réalité que les professeurs devraient construire.

Cependant, nous devons rester prudents quant à ces conclusions, car notre enquête repose sur un faible nombre d'entretiens avec des professeurs. Il faudrait aussi, sans doute, tester quelques-unes des techniques de calcul posé proposées par les manuels anciens auprès des élèves afin de savoir si elles sont acceptables dans l'institution actuelle et si elles permettent effectivement un meilleur apprentissage de ces calculs. De même, on pourrait comparer un apprentissage séparé des opérations posées de nombres décimaux et de nombres complexes HMS d'un côté, avec un apprentissage en parallèle de ces opérations. L'étude montre que la technique de la conversion partielle est la référence scolaire du calcul posé de durées, mais est-elle aussi la référence sociale de calcul, c'est-à-dire, en dehors de la classe ? Ainsi, notre étude questionne la formation initiale et continue des professeurs et en particulier l'outillage réduit qui leur est offert. Le site local d'une question, que nous proposons ici, serait-il efficace pour fonder une culture didactique professionnelle embrassant à la fois les aspects anthropologiques et mathématiques d'une question ? Les questionnements apportés par la construction du site local au travers de l'enquête à caractère historique, culturelle et mathématique associée, proches de l'esprit des parcours d'étude et de recherche de Chevallard (2010), nous semblent susceptibles de permettre aux professeurs d'organiser l'étude.

Références bibliographiques

BIEMONT, E. (2005), Les unités de division du temps. *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*, 74(4), 243-269.

BROUSSEAU, G. (1998), *Théorie des situations didactiques en mathématiques.* Grenoble : La Pensée Sauvage.

CHEVALLARD, Y. (1985), *La transposition didactique du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble : La pensée Sauvage (2e édition augmentée : 1991).

CHEVALLARD, Y. (1994), Ostensifs et non-ostensifs dans l'activité mathématique, *Séminaire de l'Associazione Mathesis*, Turin, 3 février 1994. Dans les Actes du Séminaire 1993-1994 (190-200). http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=125

CHEVALLARD, Y. (2007), Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique. Dans L. Ruiz-Higueras, A. Estepa, et F. Javier García (éds.), *Sociedad, Escuela y Matemáticas, Aportaciones de la Teoría Antropológica de la Didáctico* (705-746). Jaén : Universidad de Jaén.

CHEVALLARD, Y. (2010), La didactique, dites-vous ? *Education & didactique*, 4(1), 139-148.

DELCROIX, A. (2012), Le site local comme outil d'analyse des connaissances professionnelles didactiques des professeurs. Journées de l'IREM Antilles Guyane, 2012, Cayenne.

https://antoinedelcroixblog.files.wordpress.com/2014/06/irem2012contributionadv3.pdf

DUCHET, P. & ERDOGAN, A. (2005), Pupil's autonomous studying: from an epistemological analysis towards the construction of a diagnosis. In M. Bosch (éd.), *proceedings of the 4th Congress of the European Society for Research in mathematics education* (663-674).

http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~erme/CERME4/

FAYOL, M. (1990), *L'enfant et le nombre. Du comptage à la résolution de problèmes*. Neuchâtel : Delachaux et Niestlé.

FRECHET, M. (2006), Achille ne rattrapera jamais la tortue. *Bulletin vert de l'APMEP*, 463, 277-288.

IFRAH, G. (1994), *Histoire universelle des chiffres : l'intelligence des hommes racontée par les nombres et le calcul*. Paris : R. Laffont.

LAUSBERG, A. (2005), Le temps selon Newton et Einstein. *Bulletin de la Société Royale des*

Sciences de Liège, 74(4), 271-283.

LEGRAND, M. (2006), Le principe du "débat scientifique" dans nos classes et nos amphis, pourquoi et comment ? Etat de nos recherches.

http://www.cds-auwb.be/www.cdsauwb.be/uploads/file_/Le_principe_du_debat_scientifique_dans_l_enseignement-Legrand_M.pdf

MERCIER, A. (1994), Des études didactiques pourraient-elles aider l'enseignement des savoirs professionnels ? Le cas des mathématiques dans les pratiques professionnelles. *Disdaskalia*, 4, 16-21.

MARIN, B. (à paraître en 2015), Métalangage et supports d'apprentissage : des manuels de français langue étrangère en contexte algérien et des effets de contextualisation didactique. In J.Y. Cariou, A. Delcroix, H. Ferrière et B. Jeannot-Fourcaud (éds.), *Apprentissages, éducation, socialisation et contextualisation didactique : approches plurielles*. Paris : L'Harmattan.

MIZONY, M. (2007), Le temps : une valse à trois temps. Journées nationales de l'APMEP de Besançon. http://www.apmep.fr/IMG/pdf/ Mizony_leTemps_une_valse_a_3_temps.pdf

MORGE, L. (2009), La simulation croisée pour accéder aux connaissances professionnelles didactiques locales (LPCK) acquises par l'expérience ? In Les *Actes des 6e rencontres de l'ARDIST*. http://hal.archives-ouvertes.fr/docs/00/77/85/81/PDF/simulations_croisA_es.pdf

NOIRFALISE, A. & MATHERON, Y. (2009a), *Enseigner les mathématiques à l'école primaire. Les quatre opérations sur les nombres entiers. Formation initiale et continue des professeurs des écoles*. Paris : Vuibert.

NOIRFALISE A. & MATHERON Y. (2009b), *Enseigner les mathématiques à l'école primaire. Géométrie, grandeurs et mesures. Formation initiale et continue des professeurs des écoles*. Paris : Vuibert.

NUÑEZ, R. (2008), Le passé devant soi. *La recherche*, 422, 46-49.

http://www.larecherche.fr/savoirs/ethnologie/passe-devant-soi-01-09-2008-87564

PATY, M. (1994). Sur l'histoire du problème du temps. Le temps physique et les phénomènes. Dans E. Klein et M. Michel (éds.), *Le temps et sa flèche* (21-58). Paris : Flammarion.

PRESSIAT, A. (2005), Calculer avec les grandeurs. Dans les *Actes de l'Université d'été de Saint-Flour, Le calcul sous toutes ses formes* (199-218).

http://www.ac-clermont.fr/disciplines/fileadmin/user_upload/Mathematiques/pages/site_math_universite/CD-UE/Menu_pour_Internet.htm

PROUST, C. (2008), Quantifier et calculer : usages des nombres à Nippur. *Revue d'histoire des mathématiques*, 14(2), 143-209.

RAJOSON, L. (1988), *L'analyse écologique des conditions et des contraintes dans l'étude des phénomènes de transposition didactique : trois études de cas.* Thèse de Doctorat, Université Aix-Marseille II.

SHULMAN, L. (1986), Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.

SILVY, C. & DELCROIX, A. (2009), Site mathématique d'une ROC : une nouvelle façon d'interroger un exercice ? *Annales de didactiques et de sciences cognitives*, 14, 103-122.

SILVY, C. (2010), *Etude à l'aide de la notion de « site mathématique local d'une question » des effets possibles d'une innovation : les restitutions organisées de connaissances dans l'épreuve* *de mathématiques du baccalauréat S*. Thèse de doctorat, non publiée. Université d'Aix-Marseille.

SILVY, C., DELCROIX, A. & MERCIER, A. (2013), Enquête sur la notion de «pedagogical content knowledge», interrogée à partir du «site local d'une question». *Éducation et didactique*, 7(7-1), 33-58.

WHITNEY, H. (1968a), The mathematics of physical quantities, part I: Mathematical models for measurement. *The American Mathematical Monthly*, 75(2), 115-138.

WHITNEY, H. (1968b), The mathematics of physical quantities, part II: Quantity structures and dimensional analysis. *The American Mathematical Monthly*, 75(3), 227-256.

Programmes et documents d'accompagnement

Programmes des écoles primaires élémentaires de 1923, Instructions officielles du 20 juin 1923.

http://s.huet.free.fr/paideia/textoff/berard23.htm

Les cycles à l'école primaire 1991. http://apply.ecole.free.fr

Programme de l'école primaire 1995. http://apply.ecole.free.fr

Documents d'accompagnement, Grandeurs et mesures à l'école élémentaire, Eduscol, 2002.

Programmes des collèges mathématiques, 2004, BO hors-série n°5 du 9 septembre 2004.

Socle commun de connaissances et de compétences, BO n°29 du 20 juillet 2006.

Horaires et programmes d'enseignement de l'école primaire, hors-série n°3 du 19 juin 2008.

Les nouveaux programmes de l'école primaire, Bulletin Officiel hors-série n°3, 2008.

Programme des collèges mathématiques, BO spécial n°6 du 28 août 2008.

Les nouveaux programmes de l'école primaire, BO n°1 du 5 janvier 2012.

Annexe 1

Grille d'entretien

Question 1 : Depuis combien de temps êtes-vous enseignant ?

Question 2a : Depuis combien de temps enseignez-vous en CM2 ? (PE)

Question 2b : Depuis combien de temps enseignez-vous en 6e ? (PLC)

Question 3 : Quel est votre cursus universitaire ?

Question 4 : Avez-vous une progression commune dans votre établissement d'exercice ?

Question 5 : Avez-vous des séquences communes ?

Question 6 : Comment élaborez-vous vos séquences, séances et activités ?

Question 7 : Utilisez-vous des documents officiels pour préparer vos séquences ? Lesquels ?

Question 8a : Connaissez-vous les programmes de 6e ? (PE)

Question 8b : Connaissez-vous les programmes de CM2 ? (PLC)

Question 9a : Quelles sont les compétences attendues en 6e pour le calcul de durée ? (PE)

Question 9b : Quelles sont les compétences attendues en CM2 pour le calcul de durée ? (PLC)

Question 10a : Quelles sont les compétences attendues en 6e pour les aires ? (PE)

Question 10b : Quelles sont les compétences attendues en CM2 pour les aires ? (PLC)

Question 11 : Un dessin animé débute à 8 h 35 min et se termine à 9 h 15 min. Combien de temps dure ce dessin animé ? Quelle(s) solution(s) attendez-vous de vos élèves ?

Question 12 : Quelles sont les procédures les plus utilisées et réussies dans vos classes ?

Question 13 : Un élève pose l'opération suivante et obtient :

$$\begin{array}{rr} & 10\ h\ 17\ \text{min} \\ - & 8\ h\ 47\ \text{min} \\ \hline & 1\ h\ 70\ \text{min} \end{array}$$

Quelle(s) remédiation(s) proposeriez-vous ?

Question 14 : Avez-vous eu des élèves qui effectuaient ainsi cette opération ? Quels sont selon vous, les difficultés liées à cette opération ?

Question 15 : Anna pose :

$$\begin{array}{rr} & {}^{8}\cancel{9}\ h\ {}^{6}38\ \text{min} \\ - & 5\ h\ 52\ \text{min} \\ \hline & 3\ h\ 46\ \text{min} \end{array}$$

Quelle(s) question(s) poseriez-vous à Anna pour déterminer si elle peut justifier sa réponse et son raisonnement ?

Question 16 : Aviez-vous déjà vu cette opération ainsi posée et effectuée ? Qu'en pensez-vous ? Combien de techniques de soustraction posée de nombres HM connaissez-vous ?

Question 17 : À quelle période de l'année enseignez-vous le calcul de durée ?

Question 18 : Combien de séances y consacrez-vous ?

Question 19 : Y revenez-vous par la suite ? Sous quelle forme ?

Question 20 : Pensez-vous qu'enseigner le calcul de durée soit nécessaire ? Explicitez votre réponse.

Question 21 : Apprenez-vous aux élèves à vérifier les résultats de leurs opérations ? Le font-ils ? Vérifiez-vous avec les élèves ou devant eux, les calculs que vous effectuez au tableau ?

Annexe 2

	Professeurs des écoles intervenant en CM2			
	D	L	J	C
Conception des séquences :	Les séquences ne sont pas communes. J'utilise les manuels, internet.	Progression commune mais pas les séquences. Je pars des résultats des évaluations diagnostiques pour élaborer mes séances.	Progression en CM2 commune mais pas les séquences	Progression commune en orthographe, l'an dernier c'était en mathématiques. Séquences non communes. On part d'exemples de la vie, on manipule.
Documents utilisés :	BO pour savoir ce que les élèves doivent savoir en début et en fin de cycle.	BO pour savoir ce qui est attendu pour le niveau et ce qui était attendu aux niveaux précédents.	Programmes, manuels, programmes, on pioche partout	Les manuels scolaires, le tronc commun
Compétences attendues en 6$^{\text{ème}}$ pour les durées :	Non connues	Je ne sais pas mais en CM2 on ne doit pas poser, de ne pas faire les opérations.	Passer d'une unité à une autre, de transformer des heures en minutes et inversement	Calculer des durées
Compétences attendues en 6$^{\text{ème}}$ pour les aires :	Non connues	Calculer l'aire du carré, du rectangle, du triangle.	Mesure d'aire, calculer l'aire d'un rectangle, d'un carré	Mesure d'aire, calculer l'aire du carré, du rectangle et du disque
Méthode attendues pour calculer une durée	Opérations en colonnes Lignes de temps	Axe de temps tracé Ligne de temps virtuelle	Soustraction posée Additions pour certains	Faire l'opération Calculs successifs (lignes de temps)
Remédiation pour la soustraction erronée : $10\ h\ 17\ \text{min}$ $-\ \ 8\ h\ 47\ \text{min}$ $1\ h\ 70\ \text{min}$	Il y a confusion entre nombres décimaux et les durées, il faut séparer les soustractions, [*comme dans le manuel qu'elle utilise en classe (A la portée de maths) elle fait un tableau à deux colonnes (heures et minutes à part). Elle commence par les heures puis effectue 47 – 17 = 30. Donc le résultat est 2 h 30 min.*]	Mettre les retenues Vérifier sur un réveil	Bien comprendre que pour faire une soustraction, le nombre du haut doit-être plus grand que celui du bas et pour rendre cela possible, il faut prendre dans les heures car évidemment les heures sont plus grandes, et après la soustraction devient possible. Les minutes en haut sont inférieures donc il faut faire un ajustement. J'ai rarement rencontré cela en classe, ce que l'on trouve c'est 4 – 1 = 3 mais pas 11 – 4 = 7. Il ne peut y avoir qu'une méthode pour calculer les durées.	Je leur donne la technique. Ce n'est pas comme les soustractions de décimaux. Ces soustractions sont différentes.
Méthode de soustraction du manuel anglais : $\overset{8}{\cancel{9}}\ h\ \overset{6}{3}8\ \text{min}$ $-\ \ 5\ h\ 52\ \text{min}$ $3\ h\ 46\ \text{min}$	Donne une autre façon de lire (ou dire) ces deux durées Revenir sur les nombres décimaux	L'élève a mis 60. [*l'élève a mis 6*] *Elle a remplacé le 6 par 60.*	C'est une soustraction qu'on a pas l'habitude de voir. Cette méthode peut ensuite poser problème à l'élève, peut l'induire en erreur. Ce 6 peut-être ensuite ajouté (ou soustraie) au 3 et au 5. La méthode que je propose et qui est celle des livres, c'est d'ajouter 60 et de reposer l'opération à côté 8 h 98 min – 5 h 46 min et là, la soustraction devient possible.	Pourquoi le 6 ? Je mettrais 60 et pas 6.
Durée consacrée et nécessité de cet apprentissage :	Dès janvier, séquence de 8 à 7 séances. Puis toute l'année en interdisciplinarité, transversalité. Ce qui induit en erreur, c'est le fait de poser. Il vaut mieux leur apprendre le calcul mental plutôt que les opérations posées. En calcul mental, en ligne afin que cela devienne un automatisme et qu'ils sachent que ce n'est pas un nombre décimal	Débuté au 2$^{\text{ème}}$ trimestre car au premier je revois la lecture de l'heure car les élèves ne savent pas le faire. Sinon, on le travail toute l'année, par exemple en prévision des évaluations nationales à venir, on retravaille les calculs de durées. Pour les élèves qui ont déjà bien compris les durées. pour les bons élèves, ça marche mais pour les autres ce n'est pas la peine car ce n'est pas évident. Ils ne sont pas à l'aise avec la soustraction de décimaux, alors mettre 6 pour 60…	Fait en avril, avec conversions puis additions et soustractions sur une semaine et un jour, deux jours. Tous les jours pendant une semaine. Opération posée dès le départ. On y revient ensuite toute l'année sous forme de problèmes. C'est utile, car un jour ou l'autre les enfants auront à calculer une durée, la durée d'un film pour programmer son magnétoscope, même si cela ne se fait presque plus, ils vont au cinéma, à quelle heure les parents doivent venir les récupérer, etc.	Deuxième trimestre en CM2 vers février, mars, fin du 2$^{\text{ème}}$ trimestre, pendant deux à trois séances sur les opérations. Si on a le temps en fin d'année on y revient sous forme de révision. Les enfants auront plus tendance à faire de telle heure à telles heure, un enfant n'aura jamais tendance à faire une soustraction, une opération pour pouvoir trouver le résultat. J'en suis persuadée.
Vérification des calculs :	Je leur apprends les vérifications mais il faut leur demander de vérifier car ils ne le font pas d'eux-mêmes. Je ne vérifie pas mes calculs.	On l'apprend mais ils ne le font pas systématiquement pour certains. Je ne vérifie pas mais j'insiste sur les ordres de grandeurs.	Je leur demande de reprendre les calculs quand il y a une erreur mais ils ne font pas la vérification. Je ne vérifie pas les calculs au tableau.	Certains élèves le font, ils sont habitués. Je les incite surtout pour la multiplication. Pour les autres ils ont la calculatrice et ils vérifient avec. Pour la multiplication, on utilise la méthode ancienne.

Annexe 3

Professeurs de mathématiques intervenant en sixième

	M	N	B
Conception des séquences :	Progressions, séquences, séances et devoirs communs. Nous faisons les séquences et les séances ensemble, à l'aide de l'expérience des collègues, des livres, d'une année à l'autre, les activités changent	Progression et séquence communes. Utilisation de livres, internet, les situations de la vie courantes.	Progression commune Pas de séquence commune. Utilisation de manuels
Documents utilisés :	BO, site Eduscol, documents d'accompagnement, documents sur les compétences, le socle.	CRDP, documents ministériels	Socle commun, programmes
Compétences attendues en $6^{ème}$ pour les durées	Somme et différence	Calculer des durées	Calculer des durées
Compétences attendues en CM2 pour les durées	Non connues	A peu près comme en $6^{ème}$	Non connues
Méthode attendues pour calculer une durée	Méthode experte, (C'est une technique), Sinon il va décomposer (lignes de temps)	Opération posée Ligne de temps	Raisonnement, solutions personnelles même en tâtonnant, procédures expertes (méthode), conversions
Remédiation pour la soustraction erronée : $\begin{array}{r} 10\,h\ 17\ \text{min} \\ -\quad 8\,h\ 47\ \text{min} \\ \hline 1\,h\ 70\ \text{min} \end{array}$	On est en hexadécimal, ce sont des heures, on ne peut pas faire une différence. 1 h = 60 min. Ce n'est pas une soustraction normale, on ne peut pas faire la différence de 17 – 47. Il y a une différence entre l'opération différence des nombres entiers et des nombres décimaux et là, on est en hexadécimal, on est en heure...	Transforme les heures en minutes On additionne et soustraie ce qui se ressemble (ex : 1 stylo + 1 crayon = ?)	Montrer la soustraction (technique)
Méthode de soustraction du manuel anglais : $\begin{array}{r} 8\qquad 6\qquad\quad \\ \cancel{9}\,h\ 38\ \text{min} \\ -\quad 5\,h\ 52\ \text{min} \\ \hline 3\,h\ 46\ \text{min} \end{array}$	Pourquoi ne pas poser 38 – 52. La retenue. Pourquoi 8 à la place de 9. Je fais barrer et mettre 8 h 98 min carrément. Mais 8 h 98 min, cela les choquent, c'est impossible. 8 h 98 min, cela les choquent. Ca n'existe pas. Je leur dit que c'est une technique pour calculer. 24 h et 0 h posent problèmes. Cette année, beaucoup d'élèves laissent en résultat d'une addition 25 h 13 min. 60 min que l'on perd ou que l'on gagne, cela n'est pas évident pour eux.	Pourquoi le 6 ? A quoi correspondent le 6 et le 8 ? Qu'est-ce que tu as fait ? Fais la soustraction.	Pourquoi 6 et pas 60 ?
Durée consacrée et nécessité de cet apprentissage :	Fin du $2^{ème}$ trimestre, 4 séances au maximum. Après quatre séances, un devoir maison, et un contrôle, il y a encore 15% des élèves qui ne réussissent toujours pas ces calculs. Cette notion n'existe pas après dans le cursus scolaire. Par contre, les enseignants d'EPS nous demandent de faire calculer des durées aux élèves, car eux s'en servent et les élèves ont du mal. Il faut faire ce travail mais en cycle 3 plus qu'en $6^{ème}$.	Fin du $2^{ème}$ trimestre, cela dépend de la classe, je peux faire au premier trimestre, 5 à 4 séances. On y revient sous forme de résolution de problèmes. Cela permet de faire des changements d'unités, des transformations heures, minutes, secondes, parfois ils en ont besoin en physiques	Début d'année, retour avec des petits problèmes tout au long de l'année Pas obligatoire, mais ce serait bien qu'ils le fassent. Ils ne sont pas obligés de ... ils peuvent toujours trouver le résultat d'une autre manière, mais ce serait bien.
Vérification des calculs :	Je dis de faire la vérification mais je ne le fais pas automatiquement. Mais ils savent faire les vérifications, même pour a division. En contrôle ils ne vérifient pas les calculs, car ils laissent des erreurs.	Appris mais ils ne le font pas. Je ne vérifie pas mes calculs. Dans les résolutions de problèmes, oui.	De temps en temps avec la calculatrice, ils ne le font pas systématiquement. Je ne vérifie pas mes calculs au tableau.