ABREVIATIONS

AO Antiquités Orientales, Louvre

BM British Museum

CBS Catalog of the Babylonian Section, Philadelphia

CDLI Cuneiform Digital Library Initiative

HS Hilprecht Sammlung (collection de l'Université de Iéna)

Ist Ni voir Ni

MCT Mathematical Cuneiform texts (Neugebauer et Sachs 1945)

MKT Mathematische Keilschrifttexte (Neugebauer 1935-1937)

Ni Collection de Nippur, Musée d'Istanbul

TMB Textes mathématiques babyloniens (Thureau-Dangin, 1938)

TMN Texte mathématiques de Nippur

VAT Vorderasiatische Abteilung Tontafeln, Berlin

YBC Yale Babylonian Collection

Directrice de publication : Christine Kazantsev

LES MATHEMATIQUES EN MESOPOTAMIE

- Niveaux 6ème et 5ème -

Par le groupe d'Histoire des Mathématiques de l'IREM de Grenoble

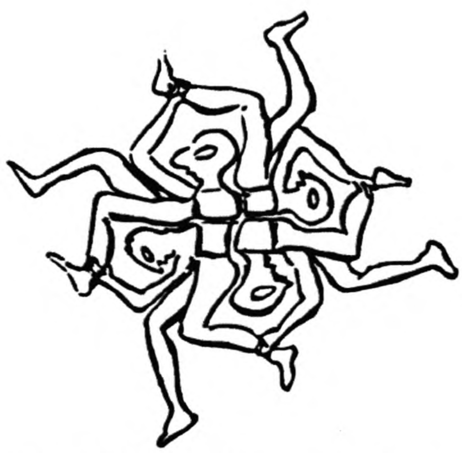


Fig. A6.18.[1] Enlarge detail of UE 3 (1936), 518, a seal imprint from Early Dynastic period (c. 2500 BC).

[1] J. Friberg, [8], A remarkable collection of Babylonian mathematical texts, Manuscripts in the Schøyen Collection: Cuneiform Texts, New York : Springer, 2007. Fig. A6.18 p. 416.

REMERCIEMENTS

Christine Proust pour ses nombreux conseils éclairés qui nous ont permis de comprendre les textes anciens, sa patience et son soutien permanent à notre équipe.

Marcel Morales pour tous ses conseils, les programmes de calcul en séxagésimal et sa participation artistique.

Roland Bacher, Geneviève Ferraton, Bernard Genevès, Marc Troudet pour leur participation au groupe d'Histoire des Mathématiques en 2011 et 2012.

Gérard Gonzalez-Sprinberg à l'initiative du groupe d'Histoire des Mathématiques.

Inès Philippe, professeur d'Histoire-Géographie, pour les expérimentations en classe.

Les élèves de $6^{\text{èmes}}$ et $5^{\text{èmes}}$ des collèges :

- Fernand Léger, Saint Martin d'Hères, Isère ;
- L'Isle, Vienne, Isère ;
- Le Beaufortain, Beaufort sur Doron, Savoie ;
- François Truffaut, L'Isle d'Abeau, Isère.

SOMMAIRE

PREFACE

Je suis très honorée par la demande de mes collègues de l'IREM de Grenoble de préfacer la présente brochure, qui résulte d'un travail que j'ai vu progresser au fil des années lors de mes interventions au collège de Saint Martin d'Hères dans le cadre des Promenades Mathématiques (Animath) et du projet SAW[2]. Ce travail est exceptionnel non seulement par sa très grande qualité historique et pédagogique, mais surtout par les conditions dans lesquelles il a été réalisé : il résulte d'une collaboration étroite entre des enseignants de mathématiques et des enseignants d'histoire. La brochure que le lecteur a entre les mains reflète ainsi plusieurs années de patient travail interdisciplinaire dans des classes de collège. On y trouve une introduction très développée, livrant une information complète et bien documentée sur l'histoire du Proche Orient Ancien, l'histoire des mathématiques mésopotamiennes, ainsi qu'une bibliographie qui permettra au lecteur intéressé, qu'il soit historien ou mathématicien, élève ou professeur, d'aller plus loin. Mais surtout, la brochure offre aux enseignants des activités clé en main qui les aideront à se lancer dans l'inconnu et à découvrir avec leurs élèves le monde des mathématiques qui étaient enseignées au début du deuxième millénaire avant notre ère dans les écoles de scribes.

La longue expérience interdisciplinaire, menée en parallèle avec une réflexion collective dans le groupe IREM d'histoire des mathématiques, a conduit les auteurs à adopter une méthode d'approche des « Mathématiques en Mésopotamie » tout à fait originale. En effet, les activités proposées ne ressemblent en rien aux longues et fastidieuses listes d'exercices de conversion des nombres de la base dix à la base soixante, et vice versa, qui constituent l'essentiel du matériel pédagogique qu'on trouve habituellement dans les manuels,

---

[2] SAW est un projet européen sur les mathématiques anciennes (FP7/2007-2013, ERC n. 269804). Un des programmes de ce projet porte sur l'enseignement et a été confié à Charlotte de Varent, qui a assisté aux derniers épisodes de l'aventure de cette brochure. Je remercie le collège de Saint Martin d'Hères pour son accueil chaleureux et son investissement qui m'ont permis ces rencontres annuelles avec le jeune public de 6e, ainsi qu'Animath et le projet SAW pour leur aide.

brochures ou pages web consacrées aux mathématiques en Mésopotamie. Ici, les élèves sont considérés comme des archéologues en herbe. Ils sont invités à se lancer dans le déchiffrement des tablettes d'argile originales, contenant des exercices de mathématiques écrit par des écoliers 4000 ans avant eux.

Proposer une telle approche directe des documents anciens par de jeunes élèves (et leur professeurs), ne connaissant rien à l'écriture et la langue originales utilisées dans ces écrits, peut paraître un pari risqué. Pourtant, je suis témoin du fait que les enseignants des collèges de Saint Martin d'Hères à Grenoble et de l'Isle à Vienne que j'ai visités ont magnifiquement relevé ce pari. Il faut dire que la documentation mésopotamienne est unique en son genre, puisqu'elle a livré aux historiens modernes une énorme quantité d'exercices de mathématiques écrits pour (ou par) des écoliers. Or, les exercices d'écoliers sont faits pour apprendre les bases d'une discipline, ici les mathématiques. Nos écoliers modernes n'ont donc plus qu'à suivre la progression pédagogique qui avait été mise au point par les maîtres des anciennes écoles de scribes ! Par ailleurs, l'épigraphie des nombres dans ces exercices est particulièrement simple : deux signes seulement suffisent à exprimer tous les nombres : le clou vertical (1) et le chevron (10).

Ainsi, la brochure propose des activités aux élèves de 6^{e} et de 5^{e} qui les invitent à découvrir par eux-mêmes la notation sexagésimale ancienne en s'attaquant directement à des tables de multiplication. Les documents leurs sont soumis sans traduction ni interprétation préalable. Quelques questions simples conduisent nos jeunes apprentis archéologues à identifier la valeur des signes, le principe d'écriture des nombres de 1 à 59, puis le principe de position à base 60.

Ce faisant, les élèves sont naturellement confrontés aux problèmes d'interprétation qui se posent aussi aux historiens professionnels. Par exemple, dans la table de 2 présentée dans l'activité 1 (p. 41), le même signe, un clou vertical, peut représenter à la fois 1 unité et 1 soixantaine. En effet, dans la tablette que l'élève doit déchiffrer, la ligne *a* correspondant à 2 fois 1 font 2 (unités), et la ligne *u* correspondant à 2 fois 30 font 1 (soixantaine). Comment expliquer le fait qu'un nombre est défini à un facteur 60^n (n entier relatif quelconque) près, autrement dit, que la notation des nombres est flottante ? Comment, en pratique, utiliser cette propriété dans les calculs ? Comment en rendre compte dans les traductions ? Ces questions soulèvent des problèmes d'interprétation qui divisent les historiens eux-mêmes. Dans les activités pour les élèves, les auteurs de la brochure ont choisi de ne pas imposer une interprétation a priori, en évitant de donner d'avance une leçon générale sur la notation sexagésimale positionnelle. A l'inverse, ils ont préféré laisser les élèves découvrir les sources originales et, d'une certaine manière, construire eux-mêmes leur propre interprétation. De façon peut-être révélatrice, la démarche est beaucoup plus directive dans les parties destinées au professeur, où une grille d'interprétation est proposée d'emblée. Mais le plus important est que les auteurs de la brochure incitent avec insistance les élèves et les professeurs à évoluer dans le système sexagésimal sans recourir à des conversions en base dix pour effectuer des calculs, ou pour reconstituer des tables de multiplication. Les annexes de la brochure fournissent toutes les tables nécessaires pour effectuer les opérations qui sont ensuite proposées au fils des activités avec les outils des scribes anciens, et sans avoir besoin du calcul décimal moderne.

C'est donc une aventure très excitante qui est offerte aux élèves de 6^{e} et de 5^{e} : entrer dans un monde inconnu, découvrir ses objets et ses lois étranges, et évoluer avec aisance dans ce monde. Et c'est une belle leçon d'interdisciplinarité, émancipée de la barrière entre sciences dures et humanités.

Christine Proust, Juin 2014.
CNRS – Université Paris Diderot,
Laboratoire SPHERE (UMR 7219).

BREVE PRESENTATION DE LA NUMERATION MESOPOTAMIENNE

L'histoire de la Mésopotamie s'étend sur une durée d'environ 4000 ans

La période la plus riche en documents mathématiques connus à ce jour est la période dite paléo-babylonienne, de 2000 à 1600 av. J.-C.. Les plus anciennes traces d'écriture apparaissent vers 3300 av. J.-C. sur des tablettes d'argile provenant du Sud de la Mésopotamie (Uruk) et de l'Ouest de l'Iran actuel (Elam).

La plupart des spécialistes pensent que l'écriture dans son état le plus ancien a un caractère purement comptable. Il s'agit de garder en mémoire divers mouvements de biens : céréales, bétail et industrie dérivée (pain, étoffes de laine, etc.).

Pour compter, il faut d'abord mémoriser ces échanges à l'aide de jetons[3] de formes et de tailles diverses. En s'inspirant de la pratique des bergers qui enfermaient des cailloux dans des sacs, les Mésopotamiens comptent les objets grâce à des boules et cônes d'argile, le tout bien enfermé dans une petite sphère creuse en argile scellée. C'était un moyen de garder en mémoire les transactions. Pour vérifier le contenu, il fallait briser ces « bulles enveloppes ». L'utilisation de deux objets différents, boules et cônes, est une première tentative d'uniformisation du comptage.

Dans un deuxième temps, apparaissent les empreintes des boules et des cônes sur la « bulle enveloppe » ainsi qu'une signature imprimée à l'aide d'un sceau cylindrique. Suite à une longue tradition d'art plastique (peinture des vases et gravure des sceaux), les Mésopotamiens ont réalisé qu'il était plus facile de remplacer les jetons par de simples croquis, accompagnés de chiffres, sur des plaquettes d'argile : l'écriture est née.

Les archéologues ont retrouvé, à ce jour, environ un demi-million de tablettes dont un tout petit nombre (quelques milliers) dédié intégralement ou partiellement aux mathématiques.

Dans les textes mathématiques, les calculs étaient exécutés grâce à un système de numération **sexagésimal de position à valeur flottante.** En cunéiforme, les nombres sont écrits à l'aide de deux signes :

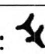
- 𒁹 : le clou de valeurs 60^n, $n \in \mathbb{Z}$;
- 𒌋 : le chevron de valeurs 10×60^n, $n \in \mathbb{Z}$.

La lecture se fait à partir de la droite comme dans le système décimal. L'ordre de grandeur du nombre n'est pas indiqué. Cependant, les historiens ont l'habitude de le reconstituer grâce au contexte (voir plus loin).

[3] D. Schmandt-Besserat, [20].

Voici les 59 chiffres cunéiformes des tablettes à l'époque paléo babylonienne.

	𒁹	𒈫	𒐈	𒐉	𒐊	𒐋	𒐌	𒐍	𒐎
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
𒌋	𒌋𒁹	𒌋𒈫	𒌋𒐈	𒌋𒐉	𒌋𒐊	𒌋𒐋	𒌋𒐌	𒌋𒐍	𒌋𒐎
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
𒎙	𒎙𒁹	𒎙𒈫	𒎙𒐈	𒎙𒐉	𒎙𒐊	𒎙𒐋	𒎙𒐌	𒎙𒐍	𒎙𒐎
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
𒌍	𒌍𒁹	𒌍𒈫	𒌍𒐈	𒌍𒐉	𒌍𒐊	𒌍𒐋	𒌍𒐌	𒌍𒐍	𒌍𒐎
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
𒐏	𒐏𒁹	𒐏𒈫	𒐏𒐈	𒐏𒐉	𒐏𒐊	𒐏𒐋	𒐏𒐌	𒐏𒐍	𒐏𒐎
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
𒐐	𒐐𒁹	𒐐𒈫	𒐐𒐈	𒐐𒐉	𒐐𒐊	𒐐𒐋	𒐐𒐌	𒐐𒐍	𒐐𒐎
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59

Le zéro n'apparait qu'au 3ème siècle av. J.-C. sous forme d'un double chevron : .

Les Mésopotamiens écrivaient les nombres avec ces 59 chiffres, accolés la plupart du temps. Quand deux signes identiques appartiennent à des classes différentes, un petit espace permet de distinguer les classes.

Les Assyriologues, quand ils étudient une nouvelle tablette, en font dans un premier temps une copie la plus fidèle possible, puis sa **translittération**. La translittération des nombres consiste à les écrire avec les chiffres arabes, en séparant les différentes classes par un point, tout en restant en système sexagésimal.

Exemple : 𒌋𒈫 se lit 12 mais 𒌋 𒈫 se lit 10.2

Le système de numération mésopotamienne étant un système positionnel à **valeur flottante**, la même écriture peut donc représenter des valeurs différentes.

Exemple : la translittération de  est 3.20, mais sa valeur peut être différente.

...	$60 \times 60 \times 60$	60×60	60	$Unités$	$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{60 \times 60}$	$\frac{1}{60 \times 60 \times 60}$	...
	3	20						
ou		3	20					
ou			3	20				
ou				3	20			
ou					3	20		
ou						3	20	

C'est ce système positionnel à valeur flottante qui est utilisé pour effectuer les calculs.

Dans les énoncés des problèmes, pour exprimer des quantités (longueurs, surfaces, volumes, dénombrements, etc.), les scribes utilisaient un autre système de numération sexagésimale positionnel, comprenant un signe différent par classe.

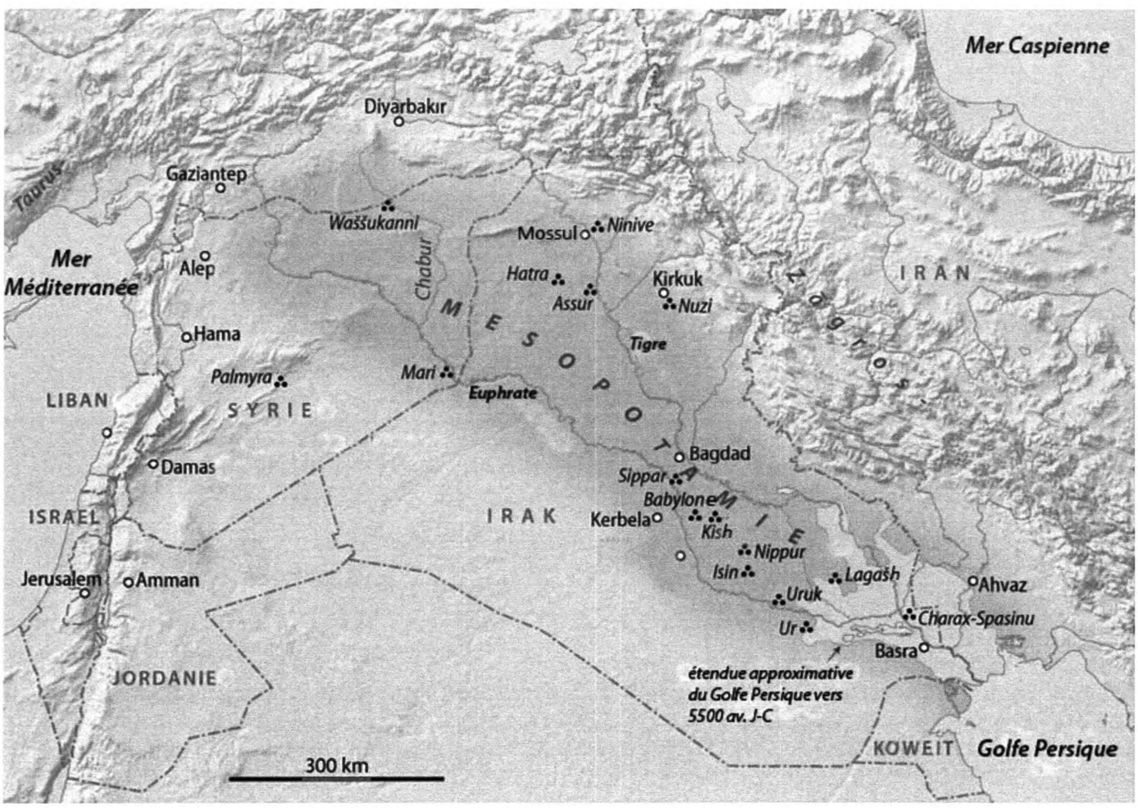
ELEMENTS D'INTRODUCTION A L'HISTOIRE DE LA MESOPOTAMIE

INTRODUCTION[4]

Le propos de cet aperçu général n'est pas de se substituer aux ouvrages encyclopédiques et moins encore aux monographies et études spécialisées dans le domaine de l'histoire, l'archéologie et la philologie. Il s'agit plus modestement de présenter les caractéristiques générales des civilisations de la Mésopotamie méridionale (sumérienne en particulier) afin de pouvoir contextualiser l'étude des mathématiques, leur apparition et leur développement dans cette région du monde. Le dessein est donc double dans cet article. Il vise à la fois à apporter au lecteur des notions d'histoire et de civilisation lui permettant de disposer de suffisamment d'outils pour appréhender personnellement le monde sumérien, mais aussi de délivrer les informations nécessaires à une introduction à l'histoire de la Mésopotamie à destination des élèves, prélude à l'étude des mathématiques de cette région du monde.

DEFINITION DU CADRE D'ETUDE

La Mésopotamie est le nom donné à une région du Proche-Orient, elle-même subdivision du Croissant fertile et qui couvre les terres comprises entre les fleuves Tigre et Euphrate. C'est tout le sens du terme « Mésopotamie », à l'étymologie grecque puisque *potamos* (potamój) signifie « fleuve » et *mesos* (me&soj) « au milieu ».



[4] Cette introduction doit beaucoup à l'ouvrage intitulé ***le Proche-Orient asiatique*** sous la direction de Paul Garelli aux éditions Nouvelle Clio, [4].

La Mésopotamie est donc une large bande de terre limitée au sud-est par le Golfe Persique, au nord-est par les montagnes du Zagros, au nord par celles du Taurus et à l'ouest et au sud par les déserts de Syrie et du Nefud. Son étendue a quelque peu varié au cours des millénaires du fait des dépôts alluvionnaires accumulés ou de l'eustatisme. Ainsi au $4^{ème}$ millénaire av. J.-C., la ligne du rivage se trouvait 200 km plus au nord que la ligne actuelle. De surcroit, le cours des fleuves a aussi subi de notables modifications, leur lit s'étant déplacé, laissant la place à des bras morts puis au désert. Cela explique la découverte de certains sites archéologiques à des kilomètres de l'écoulement actuel des fleuves Tigre et Euphrate. Ces précisions étant posées, le cadre général conserve une assez grande pérennité, jusqu'à aujourd'hui.

Sur le plan climatique, la région d'étude est un espace aride, même si les deux fleuves représentent une oasis naturelle, particulièrement dans la partie sud où règnent lacs et marais.

Nonobstant cette singularité, à savoir de constituer une oasis au milieu de zones arides, la Mésopotamie ne pousse pas à un tropisme particulier. Elle ne dispose en effet d'aucune ressource notable, tout au moins pour des économies antiques. La région est pauvre en bois, en pierres, en métaux. Tout doit être importé. Les ressources halieutiques ne paraissent pas essentielles et les Mésopotamiens ne constituèrent jamais de thalassocraties. La mer facilite certes les échanges, mais la seule région intéressante et développée accessible par la mer est la région de l'Indus, berceau de la civilisation harappéenne avec laquelle les Sumériens eurent des relations commerciales. Mais elles ne sont pourtant que secondaires. La mer ne fut donc pas un facteur de fixations pour les populations de cette partie du Croissant fertile.

	Période	**Développement des mathématiques**	**Société et technologie**	**Le reste du monde**
1 ap. J-C	Parthe (-126 à 227)	Les dernières tablettes cunéiformes connues sont des tables astronomiques.		Destruction de Carthage (146 av. J.-C.)
	Séleucide (-330 à -127)	Astronomie : éphémérides, almanachs, horoscopes, apparition des 12 signes du zodiaque. Peu de textes mathématiques (surtout du calcul numérique).	Culture traditionnelle mésopotamienne mourante sous l'influence de souverains étrangers.	Invention du papier en Chine. Grande muraille en Chine (214 av. J.-C.) Les Eléments d'Euclide Les Neuf Chapitres
	Empire Achéménide (-538 à -331)		Coton	Alexandre le Grand (356 à 323 av. J.-C.) Invention de la démocratie à Athènes (~ 500 av. J.-C.)
	Empire Néo-babylonien (-625 à -539)	La tradition mathématique se poursuit apparemment, bien que les indices soient très minces.	Monnaie Cuivre	Naissance de Bouddha (570 av. J.-C.)
	Empire Néo-assyrien (-883 à -612)		Ecriture akkadienne cunéiforme remplacée par l'alphabet araméen.	Fondation de Rome (750 av. J.-C.). Homère Mathématiques Indiennes
1000 av. J-C	Période Babylonienne (-1150 à -626)	Peu de tablettes mathématiques (en périphérie de la Mésopotamie Constellation de la charrue : le plus important traité d'observations astronomiques). Réapparition des textes mathématiques. Astronomie.	Fer Poterie en verre Vitrification	Dynastie Zhou en Chine
	Période Kassite (-1600 à -1150)			
	Paléo-babylonienne (- 2000 à -1600)	Période la mieux documentée pour les mathématiques dans les écoles de scribes.	Technologie d'attelage et de la roue améliorés. L'akkadien devient la langue parlée dans toute la Mésopotamie. Le sumérien est une langue scolaire et d'érudition. Textes savants : littérature, mathématiques, listes de prescriptions médicales, listes de formules juridiques, etc. Ecoles de scribes dans toute la Mésopotamie et en Elam.	Guerre de Troie ? (~ 1200 av. J.-C.) Ramsès II (13ème siècle av. J.-C.) Civilisation mycénienne en Grèce Dynastie Shang en Chine Papyrus Rhind Hammurabi, roi de Babylone (18ème siècle av. J.-C.) Première éclipse enregistrée en Chine (1876 av. J.-C.)
2000 av. J-C	Ur III (-2100 à -2150)	Comptabilité, cadastres, calculs de surfaces. Apparition de la numération sexagésimale positionnelle (tables d'inverses).	Premiers grands empires, ziggourats, développement des écoles de scribes. Planification du travail à grande échelle.	Civilisation minoenne en Crète
	Dynastie d'Akkad (-2350 à -2150)	Réforme de la métrologie.	Premier Etat unifié. Palais. Ecriture cunéiforme de l'akkadien. Réformes des codes de lois, de l'écriture, de la comptabilité, du calendrier. Cadastres.	Civilisation de la vallée de l'Indus Effondrement de l'Ancien Empire égyptien
	Dynasties archaïques (-3000 à -2350)	Premières tablettes mathématiques (tables de surfaces), comptabilité. Système métrologique complexe.	Civilisation sumérienne. Développement des cités-Etats. Commerce des métaux sur de longues distances. Ecriture cunéiforme du sumérien. Listes lexicales, textes scolaires	Grandes pyramides (~ 2500 av. J.-C.) Premiers temples de l'Amérique du sud
3000 av. J-C	Uruk (-4000 à -3000)	Comptabilité. Développement du système de comptabilité avec des jetons d'argile, avec des bulles scellées.	Naissance de l'écriture. Sceaux cylindres, premières villes (Uruk et Suse). Invention de la roue. Travail de l'or, de l'argent et du bronze.	Mégalithes de l'Europe de l'ouest Unification de la Haute et Basse Egypte (~3100 av. J.-C.)
4000 av. J-C	Obeid (-6500 à -3700)	Jetons pour compter.	Sédentarisation, premiers villages, irrigation et fermes. Construction avec des briques, temples. Cuivre et poteries	L'agriculture commence à atteindre l'Europe en provenance du Proche-Orient

I. La naissance de l'histoire en Mesopotamie

A. La proto-histoire mésopotamienne

Sans remonter au début du Néolithique, époque à laquelle on retrouve déjà des communautés humaines dans la région, il est nécessaire d'introduire l'époque qui précède l'éclosion de ce que l'on appelle la civilisation, à savoir la culture d'Obeid (6500-3700 av. J.-C.). Il est établi que l'originalité de la Mésopotamie repose moins sur des inventions techniques inconnues en d'autres lieux, que sur la constitution de villages assez tôt à l'époque néolithique. Ce sont ces premiers villages qui donneront naissance à la civilisation sumérienne.

Si l'origine des Sumériens demeure encore mystérieuse, on ne saurait rendre compte de l'irruption d'une civilisation *ex-nihilo*. Les Sumériens sont encore d'origine indéterminée et semblent n'appartenir à aucune des deux branches qui constituent habituellement les groupes peuplant le Proche-Orient, c'est-à-dire les Indo-Européens (Hittites, Perses…) et les Sémites (Akkadiens, Babyloniens, Phéniciens…). Le problème n'est à ce jour pas résolu. Quoi qu'il en soit, leur civilisation est précédée par cette culture d'Obeid, qui ne connaît pas encore l'urbanisation au sens historique du terme, mais déjà l'irrigation, la céramique et pratique des échanges qui dépassent le cadre régional. En effet, les populations locales importent de l'obsidienne d'Asie Mineure ou du lapis-lazuli d'Afghanistan. C'est de cette culture d'Obeid, que vont naître les premiers centres urbains, les premières chefferies[5], les premiers rudiments d'écriture et, partant, la première civilisation sumérienne.

B. La révolution urbaine

L'époque dite d'Uruk (3700-3100 av. J.-C.) est marquée par ce que l'on a appelé la « révolution urbaine ». Les premières villes naissent en Mésopotamie, en Susiane, mais aussi en Egypte, en Syrie selon des modalités diverses. Les nouveaux modes de gestion liés à ces regroupements démographiques donnent naissance aux premières écritures.

Cette révolution urbaine se caractérise par une démographie sans rapport avec les effectifs des villages précédents, y compris des plus importants comme Çatal Höyük[6], mais aussi par la création d'ensembles architecturaux gigantesques, voire ostentatoires à l'instar du complexe palatial d'Uruk[7]. Le palais d'Uruk s'étendait ainsi sur une surface

[5] L'apparition de ces premières chefferies semble être confirmées par l'apparition de grands bâtiments en briques crues, probables lieux de réunions, construits à la demande de chefs locaux dont le pouvoir devait être suffisant pour imposer travaux et tenues d'assemblées.

[6] Pour davantage d'informations sur le site anatolien de Çatal Höyük, consulter le site : http://www.catalhoyuk.com/index.html

[7] Pour se rendre compte des dimensions de ces bâtiments, voir par exemple le *Stone cone building* d'Uruk : http://vimeo.com/63745323

d'approximativement 15 500 m^2 et mesurait 142 mètres de longueur[8]. A la tête de ce palais, un « roi-prêtre » dirigeait la cité.

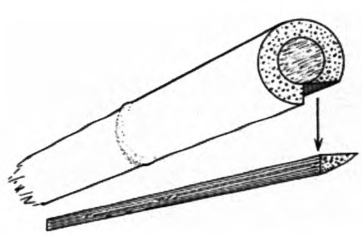
C. La naissance de l'écriture

C'est dans ce contexte de construction des premières unités urbaines que naquit l'écriture en Basse Mésopotamie et à Suse. Les premiers systèmes d'écriture (de notation) procèdent des besoins de mémorisation comptables. Le système ancestral de jetons déposés dans un sac fut complété au 4ème millénaire avant notre ère par l'invention de nouveaux jetons[9] (les calculis) déposés dans des bulles d'argile. La surface de ces bulles était parfois gravée de marques ou symboles rappelant le contenu de l'enveloppe d'argile. Dans un second temps, les hommes eurent l'idée de noter directement sur tablette d'argile les quantités, sans passer par les calculis. Ces différents systèmes coexistèrent d'ailleurs pendant longtemps.

L'évolution vers une écriture complète, apte à transcrire des textes littéraires et abstraits, reste un objet de débat. Il y a un monde entre des tablettes comptables qui constituent l'immense majorité des premiers écrits parvenus jusqu'à nous et l'utilisation d'une écriture complète. L'illustration en est faite par la civilisation inca qui utilisait des quipus pour noter des comptes, mais ne connaissait pas l'écriture proprement dite, preuve que la transition vers une écriture classique n'est pas un schéma évident.

Les Sumériens écrivaient sur des tablettes d'argile, matériaux commode dans une région qui se caractérise par une certaine pauvreté en supports (papyrus, pierre, bois), mais une grande richesse en terre argileuse, disponible à profusion le long des fleuves. Cette nécessité technique conditionne les formes de l'écriture, dite cunéiforme, c'est à dire en forme de coins puisque le scribe écrivait en percutant l'argile fraîche de son calame[10] pour lui imprimer les formes en clous si caractéristiques.

Copie d'une stèle du 8ème siècle av. J.-C.[11]



Calame[12]

[8] *Uruk 5000 Jahre Megacity*, collectif, Deutsche Orient gesellschaft E.V., Michael Imhof Verlag, Petersburg, 2103, [7], pp. 244-245.
[9] D. Schandt-Besserat, [20].
[10] Le calame est un instrument en roseau, destiné à laisser une marque sur l'argile fraîche. Il avait la dimension et la taille de nos stylos actuels.
[11] *Image extraite de : Uruk 5000 Jahre Megacity*, Ibid, p. 181.
[12] *Image extraite de : Uruk 5000 Jahre Megacity*, Ibid, p. 181.

Pourtant, les premiers signes étaient plus figuratifs. Lorsque les premiers sont gravés sur des tablettes dans la cité d'Uruk vers 3300-3200 av. J.-C., les scribes dessinaient les objets qu'ils voulaient immortaliser, raison pour laquelle on nomme pictogrammes, ces dessins[13]. Ils représentent en effet ce qu'ils désignent, ce qui explique pourquoi ces pictogrammes ne correspondaient pas nécessairement à la prononciation d'un mot.

Dès lors que l'écriture s'est complexifiée, il a fallu inventer des signes abstraits, des idéogrammes. Ces idéogrammes étaient généralement une combinaison de pictogrammes. Dans un deuxième temps – quelques siècles après l'invention de la première écriture sumérienne – les formes cursives furent abandonnées au profit de séries de « clous » superposés ou juxtaposés, que l'on nomme écriture cunéiforme (du latin *cuneus* qui signifie « en forme de coins »).

II. ECONOMIE ET SOCIETE MESOPOTAMIENNES

A. L'organisation sociale des cités-Etats

Les cités-Etats sumériennes étaient dirigées par des « souverains », qui ne sont pas des monarques tels que nous les concevons. Pendant des siècles, ils ont portés le titre de *en*, « seigneur » ou *ensi* et non celui de *lugal*, « roi ». Ils étaient des rois-prêtres, dirons-nous à défaut de vocabulaire plus adapté, mais étaient surtout les administrateurs des biens d'un dieu, responsables de l'ordre universel et non des monarques absolus à l'orientale, comme on les retrouvera plus tard dans l'histoire, chez les Perses par exemple. Ils n'ont rien non plus des pharaons égyptiens, considérés comme des demi-dieux, garants de l'ordre universel et à ce titre bien davantage sacralisés que les *ensi* sumériens. Même le grand Gilgamesh n'est pas qualifié de *lugal* dans les textes, bien que son aura soit considérable dans le monde mésopotamien. Le « souverain » sumérien est donc plus proche d'un administrateur que d'un roi. Il rend les devoirs religieux à la divinité tutélaire et régente la cité-Etat, mais au nom du dieu protecteur.

Les *ensis* tenaient par conséquent leur légitimité de leur rôle de vicaire du dieu, mais leur puissance leur venait avant tout de leur richesse. Ils possédaient ou du moins bénéficiaient de l'usufruit d'une large partie des terres. En effet, dans ce monde sumérien, la propriété privée n'existait que comme exception. L'essentiel des terres appartenait aux monarques ou aux temples[14].

---

[13] J. Bottéro, [2], chapitre : De l'aide-mémoire à l'écriture, pp. 132 à 166. Voir la bibliographie proposée en fin de brochure pour des compléments.

[14] Un texte permet de se faire une idée de la répartition agraire, celui qui concerne la déesse Bau à Lagash. On y apprend que les 4465 ha du domaine étaient découpés de la manière suivante :

- 25% des terres étaient réservées au seigneur, servant notamment aux besoins du culte ;
- 75% servaient au fonctionnement du temple, mais pouvaient aussi être affermées à des paysans qui devaient une redevance égale au septième ou au huitième de la récolte.

P. Garelli, [4], p. 32.

Les *ensis* étaient aussi les responsables du bon fonctionnement de la cité. Ils veillaient à l'irrigation, sujet essentiel dans un pays aride, ainsi qu'à la défense du royaume, tâche régalienne s'il en est, importante dans ce monde sumérien où la guerre était endémique. Non seulement, les Sumériens craignaient les envahisseurs venus des montagnes mais aussi les tribus sémites plus ou moins nomades et stabilisées qui pourraient s'en prendre aux richesses agricoles ou urbaines des cités-Etats.

Hiérarchiquement parlant, en-dessous de l'*ensi*, on retrouvait les prêtres, ainsi que toute une hiérarchie d'administrateurs civils au service du roi, dont l'influence et la richesse étaient indéniables. Leur aisance s'expliquait par la possession des vastes domaines consubstantiels au service du dieu, mais aussi souvent par nombre d'abus dont ils se rendaient responsables en spoliant régulièrement le peuple sous forme d'appropriations de récoltes ou de droits exagérés demandés à l'occasion des divorces et enterrements[15].

Les travailleurs libres constituaient une autre catégorie. Ils exerçaient des métiers divers dans l'agriculture bien sûr, mais aussi l'artisanat, le commerce, la pêche.

Enfin, les esclaves se retrouvaient en bas de l'échelle sociale. S'ils n'étaient apparemment pas nombreux, ils n'en constituaient pas moins un groupe soumis aux autres et en cela, inférieur socialement.

B. L'économie sumérienne

L'économie sumérienne est connue par les textes cunéiformes, ainsi que par les découvertes archéologiques. Elle ne se résumait pas à la seule agriculture, mais comme pour toutes les civilisations pré-industrielles, celle-ci jouait un rôle primordial. En effet, les Sumériens pratiquaient une agriculture d'autosubsistance et avaient une économie d'autoconsommation. Cela s'explique par l'absence de monnaie, et surtout par le niveau de vie très modeste. Cependant, un système très sophistiqué de valeur d'échange, basé sur des équivalents en capacité de grain ou en poids d'argent, est développé dès la fin du 3 millénaire. L'activité agraire se concentrait autour de la culture de l'orge et du blé nécessaires à la fabrication du pain et de la bière, mais aussi des dattes et plus sporadiquement, de la vigne. L'élevage était aussi fort développé et concernait une gamme variée d'animaux, bovidés, porcs, chèvres et moutons.

Néanmoins, si l'agriculture représentait une part essentielle de l'activité économique, elle n'était pas la seule. L'artisanat s'est diversifié : poterie, métallurgie, boulangerie, boucherie, tissage, parfumerie, fabrication de bière se développent. Ainsi, l'irruption des cités est favorisée.

[15] Le roi Urukagina réforma les usages au vingt-quatrième siècle avant Jésus-Christ afin d'abolir ces pratiques douteuses. Mais cela montre surtout qu'elles avaient cours depuis des siècles. P. Garelli, [4], pp. 34-35.
Voir aussi S.N. KRAMER, [6], chapitre7.

La pêche occupait aussi une place notable dans ces régions traversées par des grands fleuves. Elle apportait un complément appréciable à des populations qui ignoraient pratiquement l'alimentation carnée mise à part la consommation de porc.

Le commerce complète ce tableau. Le grand commerce utilisait sans doute les ressources du troc, mais plus certainement les copeaux métalliques, monnaie facile pour des transactions importantes, interdites donc *de facto* aux particuliers. Les circuits commerciaux étaient larges et diversifiés comme le montre la présence de comptoirs en Syrie, Egypte ou dans le golfe Persique. Les objets retrouvés dans les cités sumériennes démontrent l'existence de relations commerciales avec des régions comme l'Egypte, l'Asie Mineure, la vallée de l'Indus ou Bahrein[16]. Ainsi, les célèbres statues de Gudéa, présentes au Musée du Louvre ou au Metropolitan Museum de New York, ont été fabriquées en diorite venue du golfe Persique.

III. ECOLES ET LITTERATURE

A. Les écoles de scribes

Les écoles de scribes[17] ou *edubba* (littéralement « maison des tablettes » en sumérien), étaient répandues à travers toute la Mésopotamie et pas seulement à Sumer. Si l'école est toujours restée l'apanage d'une minorité pendant toute l'histoire mésopotamienne, elle n'en était pas moins largement répandue géographiquement et répondait essentiellement à des besoins administratifs et comptables. Nippur jouait un rôle éminent dans le domaine de l'enseignement. Les écoles étaient en effet particulièrement nombreuses dans cette cité. Les archéologues ont ainsi retrouvé des milliers de tablettes datées de l'époque paléo-babylonienne. Cette cité semblait concentrer les écoles les plus prestigieuses, en particulier celles qui préparaient à des fonctions prestigieuses, comme celle de juge ou de gouverneur. En effet, les études n'étaient peut-être pas les mêmes pour tous les étudiants. Dès la plus haute Antiquité, il semble que les spécialisations existaient déjà, ainsi que des filières plus ou moins longues.

En dépit de cette probable diversité des études avancées, la formation initiale était assez uniforme. Il en allait ainsi de la journée de classe, qui se présentait de manière relativement semblable d'une école à l'autre (voir texte « Edubba 1 » pp. 28-29).

Les contenus de l'enseignement sont connus par les recherches des épigraphistes et mathématiciens. Les nombreux travaux scolaires trouvés sur site nous apprennent que l'enseignement comptait deux sections principales. L'une était orientée sur les domaines « scientifiques » et mnémotechniques et l'autre spécifique au domaine littéraire. Les élèves devaient apprendre de nombreuses tables métrologiques puis numériques (multiplication, inverses, carrés, cubes), ainsi que de longues listes lexicales.

---

[16] Uruk 5000 Jahre Megacity, collectif, Deutsche Orient gesellschaft E.V., Michael Imhof Verlag, Petersburg, 2103, pp.256-258.
[17] C. Proust, [18] et S.N. Kramer, [6], pp. 23-30.

La langue sumérienne s'écrit au moyen de signes qui se comptent par centaines, à la fois pictogrammes, phonogrammes et déterminatifs. L'apprentissage devait donc être bien plus long que pour un système de transcription par lettres comme le notre dans lequel une vingtaine de signes permet de tout écrire. Lorsque le sumérien s'effaça en tant que langue vernaculaire, parallèlement au déclin de la puissance sumérienne à partir de 2000 av. J.-C., il demeura la langue de la science, de la culture et donc des études. Les écoliers akkadiens ou babyloniens apprenaient le sumérien à l'école, même s'il était à l'époque ce que l'on pourrait qualifier de langue morte. Le sumérien était à ce moment de l'histoire, ce que la latin était dans l'Europe du 16ème ou 17ème siècle par exemple, une langue de culture.

Ainsi les apprentis scribes n'apprenaient pas seulement le système d'écriture, à savoir les signes cunéiformes (ce qui devait déjà en soi représenter un long travail de mémorisation), mais aussi leur prononciation en sumérien, et leur équivalent en langue akkadienne.

L'apprentissage était donc long et douloureux puisque les châtiments corporels faisaient partie intégrante de la pédagogie de l'époque. Les études étant payantes, elles représentaient un investissement pour les familles. C'est une des raisons pour lesquelles l'enseignement n'était réservé qu'à une infime minorité de citadins, parmi les plus riches. En outre, la plupart des scribes se trouvaient être des gouverneurs, des ambassadeurs, des administrateurs des temples et palais qui se recrutaient dans les mêmes familles.

B. La littérature mésopotamienne

La littérature mésopotamienne est assez riche et joue le rôle de précurseur. Elle mêle mythes cosmiques, légendes et héros sous forme de poèmes narratifs dans lesquels les dieux jouent un rôle primordial et normatif. Le plus connu est sans doute Gilgamesh, roi d'Uruk, mythifié par le récit dans lequel on retrouve un héros humain marqué par la destinée et la finitude. L'épopée de Gilgamesh existe sous plusieurs formes, puisque si le personnage et le mythe furent créés par les Sumériens, les Babyloniens en ont écrit leur propre version aux 18ème et 17ème siècles av. J.-C., inspirée des textes de leurs prédécesseurs de Sumer, mais non dénuée de caractère et d'innovations propres.

Mais la littérature mésopotamienne ne s'arrête pas à Gilgamesh. D'autres personnages emblématiques ont connu un large succès. Ainsi Utanapishti, le Noé « sumérien », qui fut confronté au même déluge que le personnage biblique. On retrouve ainsi dans la littérature mésopotamienne des personnages ou des mythes qui furent repris par les rédacteurs de la Bible et qui furent largement connus et adoptés par les Mésopotamiens de toutes origines, preuve supplémentaire que si les Sumériens ont été évincés en tant que puissance politique indépendante, leur aura culturelle demeura intacte.

La lamentation est un autre genre littéraire introduit par les Sumériens qui fit long feu puisqu'on le retrouve chez les Hébreux. Le Cantique des Cantiques, dont la singularité au sein de la Bible a fait couler beaucoup d'encre, présente ainsi bien des similitudes avec les chants d'amour sumériens qui l'ont probablement inspiré selon Samuel Noah Kramer[18].

Enfin, un grand nombre d'œuvres littéraires comme le Poème du Supersage (Atrahaŝis en akkadien) et l'Epopée de la Création ont trait à l'anthropogonie et la cosmogonie. Ils témoignent à la fois du goût et des capacités des penseurs religieux pour des vastes synthèses lumineuses, touchant des questions philosophiques de la création et de la raison d'être de l'homme.

IV. Elements d'histoire politique

Nous nous proposons ici de tracer les grandes lignes d'une histoire politique de la Mésopotamie jusqu'à l'époque paléo-babylonienne, afin d'aider le lecteur à se repérer dans cette très riche et très complexe histoire.

A. La période sumérienne

La civilisation sumérienne s'épanouie entre les années 3300 av. J.-C. et les alentours de 2000 av. J.-C.. Elle s'étendit sur une période de plus d'un millénaire et son influence s'exprima encore longtemps après, puisque, si les Sumériens furent éclipsés par d'autres populations d'origine sémitique - au sens politique du terme s'entend - c'est-à-dire que leurs cités et leurs royaumes tombèrent sous la coupe de populations étrangères, en revanche, leur influence culturelle se poursuivit encore longtemps. Rappelons que leur langue demeura le vecteur de la culture et que leur panthéon, leurs formes architecturales, leurs techniques restèrent à l'ordre du jour pendant des siècles, pour le moins.

Au début du 24ème siècle av. J.-C., un nouveau personnage fit son apparition, un Sémite du nom de Sargon d'Akkad (ou d'Agadé). D'origine obscure, il était le fils d'un père inconnu et d'une prêtresse. Abandonné au fil de l'eau dans un panier, comme Moïse, il fut reccueilli par un jardinier de palmeraie. Malgré ces débuts modestes, le personnage devient échanson du roi de Kish. Se révoltant contre le roi, il fonda Agadé, et à partir de 2370 av. J.-C. se lança dans une série de campagnes victorieuses qui l'amenèrent à dominer non seulement le pays de Sumer, mais toute la Mésopotamie jusqu'aux montagnes du Taurus et l'Elam.

Sargon (connu aussi sous le nom de Šarru-kīnu, littéralement « roi légitime » en akkadien) devint un personnage central dans l'histoire de la région. Il fut le premier grand unificateur et rompit avec le modèle des cités-Etats sumériennes.

Ces succès ne doivent pas occulter les difficultés qui survinrent pour les successeurs de Sargon, ses propres fils, qui durent affronter des coalitions de cités ou des royaumes sumériens ou des élamites désireux de retrouver leur indépendance. La mainmise akkadienne sur Sumer s'étiola donc rapidement.

[18] Samuel Noah Kramer, [6], p. 229.

Les invasions des Gutis – peuple originaire des montagnes – mirent fin à la domination des Akkadiens en plein déclin et en proie à des révoltes.

Néanmoins, le domination guti ne dura pas. Vers 2120 av.J.-C., le roi d'Uruk Utu-hegal parvint même à vaincre le chef guti Tiriqan et à se débarrasser ainsi de leur pouvoir – au demeurant assez faible – et à assimiler les Guti au sein du "*melting pot*" mésopotamien.

Dès lors, la renaissance sumérienne fut brillante, même si elle marqua le crépuscule de la civilisation susnommée. C'est la période de la fameuse 3ème dynastie d'Ur ou du célèbre prince Gudéa[19] de Lagash. Une des grandes réalisations attribuée à la dynastie de Sargon et à la 3ème dynastie d'Ur est la mise au point d'un système des poids et mesure unifié et cohérent. Cette innovation devait avoir un impact considérable sur le développement des mathématiques.

La fin des cités-Etats sumériennes indépendantes intervient du fait de l'action combinée des Amorites, des Elamites et du royaume de Shimashki dans le Zagros. Les guerres successives menèrent à la fin de la dynastie d'Ur, puis des autres cités sumériennes, submergées par les belligérants.

B. La période Paléo-Babylonienne

Les Amorites, ou Sémites de l'Ouest, s'installèrent à Babylone dont ils firent leur capitale. Ils firent main basse sur la Mésopotamie. L'empire amorite était alors à son apogée et s'étendait du Golfe Persique à l'Assyrie. La dynastie d'Isin, nom que l'on donne aux souverains amorites, prend fin avec l'arrivée au trône d'Hammurabi (1792-1750 av. J.-C). La renommée d'Hammurabi à l'époque contemporaine ne doit néanmoins pas tant à sa puissance et ses conquêtes qu'à son œuvre en tant qu'administrateur. On lui attribue en effet un texte juridique capital, nommé « code d'Hammurabi ». Il se présente sous la forme d'un monolithe de diorite de 2,25 m retrouvé à Suse en 1902 et il distille une série de jurisprudences devant constituer sinon un canon, du moins une aide précieuse pour les juges de tout l'empire et surtout, une démonstration de l'immense sagesse du roi. Même si les codes juridiques d'Ur-Namma (21ème siècle av. J.-C.) et de Lipit-Ishtar (1930 av. J.-C.) précèdent le « code d'Hammurabi », la portée de celui du roi amorite, dont plusieurs copies existaient dans différentes villes, ne fait pas débat. Cette œuvre se trouve aujourd'hui au musée du Louvre[20] et en constitue une des pièces les plus emblématiques. Il demeure l'un des plus anciens textes juridiques et systématiques connus, bien avant les lois bibliques.

---

[19] Voir les célèbres statues du musée du Louvre :
http://www.louvre.fr/oeuvre-notices/gudea-prince-de-lagash-statue-assise-dediee-au-dieu-ningishzida
ou celle du Metropolitan de New York :
http://www.metmuseum.org/collection/the-collection-online/search/329072

[20] Voir la page consacrée à cette œuvre sur le site du Louvre :
http://www.louvre.fr/oeuvre-notices/code-de-hammurabi-roi-de-babylone

Conclusion

Ce tour d'horizon de l'ère mésopotamienne permet de dégager quelques notions essentielles. Le rôle précurseur des Sumériens dans l'histoire de l'humanité (conjointement avec les Egyptiens) puisqu'ils inventèrent l'écriture et créèrent les premières cités. On leur doit un système de numération élaboré et très fonctionnel puisqu'il fut utilisé pendant trois mille ans. Dans le domaine des mathématiques et de l'astronomie, leur héritage, complété par les Babyloniens, est indéniable et ce n'est qu'avec la Grèce classique que l'on connaîtra, sinon un changement complet de paradigme, du moins un changement des perspectives mésopotamiennes.

En outre, insistons sur la persistance dans un temps long des structures mises en place par les Sumériens, notamment leur panthéon, leur littérature, les formes artistiques qu'ils initièrent, ainsi que certaines structures économiques qui se perpétuèrent pendant des millénaires et furent reprises notamment par les Akkadiens et les Amorites.

Les grands héritiers des mathématiques mésopotamiennes furent en définitive les Arabes à partir du 8ème siècle de notre ère.

UNE JOURNEE DANS UNE ECOLE DE SCRIBES

« Que pensaient les étudiants eux-mêmes du système d'éducation auquel ils étaient soumis ? C'est ce que va nous apprendre l'étude d'un texte fort curieux, vieux de quatre mille ans et dont les fragments n'ont été rassemblés et traduits qu'en 1949. Ce document, [...], est un essai sumérien consacré à la vie quotidienne d'un écolier. Composé par un maître d'école anonyme qui vivait environ deux mille ans avant l'ère chrétienne, il révèle en mots simples à quel point la nature humaine a peu changé depuis des millénaires. »

Extrait de S.N. Kramer, [6], Le premier exemple de « lèche », pp. 31-35.

EDUBBA 1[21]

Ecolier, dépêche-toi, où es-tu (donc) allé ?
Je suis allé à l'école.
Qu'as-tu fait à l'école ?
J'ai récité ma tablette et j'ai mangé mon casse-croûte.
J'ai formé ma tablette, je l'ai écrite et je l'ai achevée.
On m'a attribué mes lignes.
Le soir, j'ai reçu ma tablette lenticulaire.
Comme le temps à l'école touchait à sa fin, je suis retourné chez moi.
Je suis entré à la maison, mon père (y) était.
Je lui ai lu ma tablette lenticulaire,
Je lui ai récité ma tablette, et il a été content de moi.
Me plantant devant lui, je lui ai dit :
« J'ai soif, donnez-moi de l'eau à boire !
J'ai faim, donnez-moi du pain !
Lavez-moi les pieds, installez (mon) lit, que je puisse dormir !
Réveillez-moi au matin,
je ne dois pas arriver en retard, (car) mon maître me frapperait ! »
Lorsque je me suis levé le matin, je me suis tourné vers ma mère et lui ai dit:
« Donne-moi mon casse-croûte, je dois aller à l'école ! »
Elle me donna deux pains à manger, je les ... loin de ses yeux.
Elle me donna deux (autres) pains, et je partis pour l'école.
(Arrivé) à l'école, l'homme de service me dit: « Pourquoi es-tu en retard ? » Je fus pris de peur, j'en eu le cœur tout retourné.
J'entrai devant mon maître et me prosternai.
Le responsable de l'école me fit réciter ma tablette.
« (Voilà) pour avoir sauté une ligne ! », dit-il, et il me frappa.
Lorsque les surveillants déclarèrent que c'était l'heure de prendre une collation, le responsable des pains me ... le casse-croûte.
Comme le maître s'enquérait des règles de l'école,
le responsable de la discipline (me) dit: « Tu as lorgné dans la rue et tu n'as pas ... le vêtement contre ta poitrine ! », et il me frappa.
Le responsable de l'école m'attribua ma tablette.
Le responsable de la cour ayant dit: « Ecrivez-la ! », je m'assieds à ma place.
J'avais pris ma tablette, le modèle était dessiné à mes pieds.
J'écris ma tablette et je réponds comme il faut.
Je n'ouvre pas la bouche pour parler tant qu'on n'a pas posé de questions.
L'homme (chargé de faire régner) le silence (me) dit: « Pourquoi parles-tu sans ma permission ? », et il me frappa.
L'homme aux plumes d'oiseaux (me) dit: « Pourquoi ne te tiens-tu pas droit ? », et il me frappa.
Le responsable des modèles (me) dit: « Pourquoi t'es-tu levé sans ma permission ? », et il me frappa.
Le responsable de la porte (me) dit: « Pourquoi est-on sorti sans ma permission ? », et il me frappa.

[21] Traduction Pascal Attinger, 2002, actualisée en 2013.
http://www.iaw.unibe.ch/unibe/philhist/ifaw/content/e246526/e255000/e274658/e274665/e379923/e380013/5_1_1.pdf

L'homme chargé du pithos (me) dit: « Pourquoi as-tu pris de l'eau sans ma permission ? », et il me frappa.
Le responsable du sumérien (me) dit: « On a parlé en akkadien ! », et il me frappa.
Mon maître (me) dit: « Ta main est épouvantable ! », et il me frappa.
Je pris en haine l'art du scribe, je le ...
« (Toi,) le maître ne t'a pas laissé tomber !
Dans l'art du scribe, il m'a ... sa force.
Personne ne m'a poussé à atteindre (le niveau où l'on maîtrise) les petits vocabulaires, (sans parler de) celui où l'on est un grand frère de l'école.
« Donne (au maître) un cadeau, et qu'il te livre (en échange) les tables de multiplications !
Qu'il renonce aux calculs et aux bilans !
Les vocabulaires qui sont en usage à l'école,
chacun des écoliers les récite, moi aussi, je veux pouvoir en faire de même ! »
L'écolier ayant parlé de cela, son père prit lui-même l'affaire en mains.
Il fit venir le maître de l'école,
le fit entrer dans la maison et s'asseoir à la place d'honneur.
L'écolier se prosterna et se mit face à lui.
Tout ce qu'il a appris concernant l'art du scribe,
il en fit la démonstration à son père.
Rempli de joie, son père
parla de manière flatteuse de son responsable de l'école :
« Mon petit, (le maître) ayant délivré (son savoir), il a fait de toi un savant.
C'est à toi qu'il a décidé de montrer les dernières finesses de l'art du scribe.
Le contenu des tablettes, les calculs et les bilans : (c'est) parce que (le maître) lui a mis les cas clairs sous les yeux
qu'il a pu (ensuite) lui rendre intelligibles les points les plus obscurs de l'écriture.
(Vous,) versez-lui de la bonne bière, (toi,) dresse pour lui la table !
On va asperger son dos et son ventre d'huile parfumée comme si c'était de l'eau !
Je vais le couvrir d'un vêtement, lui offrir un cadeau et lui passer un bracelet au poignet ! »
On lui versa de la bonne bière et (l'élève) dressa la table pour lui.
On aspergea son dos et son ventre d'huile parfumée comme si c'était de l'eau.
(Le père) le couvrit d'un vêtement, lui offrit un cadeau et lui passa un bracelet au poignet.
Rempli de joie, le maître adressa une prière pour lui :
« Petit, toi qui n'as pas méprisé mes mots et en as tenu compte,
toi qui, encore au tout début (de l'apprentissage) de l'art du scribe, en a acquis la maîtrise parfaite,
toi qui as remis entre mes mains tes efforts arrêtés par aucun obstacle,
— et lui qui y a déposé un cadeau dépassant (largement mes) peines ! ... Te voilà devenu quelqu'un d'important.
Que Nisaba, la maîtresse des divinités protectrices — Puisse-t-elle être ta divinité protectrice ! —
te fasse avoir une belle écriture
et te fasse repérer les fautes des tablettes lenticulaires qui t'ont été attribuées !
Puisses-tu être le leader de tes frères
et le plus estimé parmi tes camarades !
Puisses-tu l'emporter sur tous les (autres) élèves !
Aspire à fréquenter assidûment le palais du roi !
Petit, un père sait cela : Après lui, c'est moi qui suis (pour toi) le plus important.
La prière que j'ai adressée pour toi, le destin que je t'ai promis,
puissent ton dieu et ton père les réaliser de concert pour toi !
Avec des prières et des sacrifices, (ton père) suppliera ta maîtresse Nisaba comme s'il s'agissait d'une affaire touchant ton dieu personnel,
et le maître priera certainement pour toi comme s'il s'agissait d'une affaire touchant ton père !
Ainsi, la main bienfaisante que tu as posée sur le ... du maître et le front du grand frère, puissent tes subordonnés la mettre à jamais à ton crédit !
Tu as mis en lumière les règles de l'école, petit, tu t'es instruit ».
Le maître proclama la grandeur de Nisaba, la maîtresse du lieu (de) l'instruction.
Louée soit Nisaba !

SIXIEME

DOCUMENTS POUR LE PROFESSEUR

Objectif :
L'objectif du travail en 6ème est de faire découvrir une autre base de numération afin d'améliorer la compréhension du système décimal. Le parallèle avec les durées s'impose naturellement et permet de consolider ce système complexe. Un travail interdisciplinaire avec un professeur d'Histoire-Géographie est vivement encouragé !

Progression proposée (en 5h) :
- Introduction générale sur la Mésopotamie (lieux, époques, naissance de l'écriture et des nombres) par le(s) professeur(s);
- Activité 1 et exercice 1 ;
- Activité 2 et exercice 2 ;
- Exercices 3, 4 et 5 ;
- Exercice 6.

Une tâche complexe est proposée. Elle peut être traitée à tout moment dans l'année.

Il nous paraît indispensable, à chaque fin de séance, de dresser un bilan écrit des résultats trouvés. Il conviendrait également, à chaque début de séance, de faire le point sur l'écriture des nombres dans le système sexagésimal.

Activité 1 : étude d'une tablette scolaire de Nippur / découverte de la table de 2.

Objectif : découverte et signification des deux signes : le clou et le chevron.

I. Le recto

1. Questions 1, 2 et 3 traitées par les élèves puis correction et bilan écrit :

On demande de traduire la tablette et d'en déduire la signification du clou.
Trois types de difficultés sont attendues :
- L'absence du signe « = ».
  A dire éventuellement : « L'espace entre les 2 colonnes joue le rôle de = ».
- La graphie et le déplacement légèrement modifiés du signe « multiplier » après la ligne **a**. Le mot « fois » est préféré au mot « multiplié par » parce que cette activité s'adresse à des 6èmes. Le mot  (prononcé a-ra) doit être convenablement entouré par les élèves. Cependant, certains peuvent buter sur une légère différence de calligraphie du mot entre la 1ère et la 2ème ligne du recto de la tablette. Nous vous conseillons de vidéo-projeter la tablette avant de distribuer l'activité puis d'entourer au tableau le premier …
- le nombre  est omis à chaque ligne après la 1ère.

A la fin de ces trois questions, l'enseignant en fait le bilan avec la classe.

Bilan : le signe , appelé clou, représente une unité.

2. **Questions 4 et 5 traitées par les élèves puis correction et bilan écrit**

Compte tenu de ce qui précède, il semble raisonnable d'attendre que les élèves :

- reconnaissent ici la table de multiplication de 2 ;
- s'appuient sur leur connaissance de cette table pour en déduire que le chevron représente une dizaine d'unités.

A la fin de ces deux questions, l'enseignant en fait le bilan avec la classe.

Bilan : Le signe , appelé chevron, représente dix unités.

3. **Question 6 :**

Cette question a deux objectifs. Elle devrait permettre de nous assurer :

- de la bonne compréhension des deux signes précédemment découverts ;
- de la capacité de chacun à lire les nombres. Par exemple, à la dernière ligne de la tablette, les élèves sont amenés à considérer deux chevrons et deux clous comme 20 et 2 donc 22.

II. Le verso

Questions 1 et 2 :

Ces questions doivent permettre à l'élève de remarquer que le clou prend différentes valeurs selon sa position dans le nombre. Ainsi à la ligne **u**, le clou représente une soixantaine, alors qu'à la ligne **a**, il représente une unité simple.

Remarque : à la ligne **s** du verso, l'écriture , désignant le nombre 19 (soit 20 – 1), peut perturber quelques élèves et leur faire penser à une erreur.

Bilan : Un clou  représente aussi bien une unité qu'une soixantaine.

Activité 2 : étude de la tablette HS 217a.

Cette seconde activité permet d'asseoir les connaissances établies précédemment. L'absence du mot « a-ra » peut perturber les élèves. Pour le scribe, c'est implicite. Le gros éclat au milieu de la tablette est une injure du temps sans conséquence.

1. **<u>Question 1 :</u>**

Nous attendons ici une simple translittération de la tablette sans aucune interprétation.

2. **<u>Question 2 :</u>**

Compte tenu du travail mené lors de la 1ère activité, certains élèves devraient pouvoir assez vite envisager que cette tablette est une simple écriture de la table de multiplication de 9.

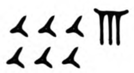
Si l'enseignant doit à un moment ou l'autre valider la deuxième question, il ne doit en aucun cas émettre un quelconque jugement sur la troisième sous peine de la rendre caduque.

3. **<u>Question 3 :</u>**

Dans cette question nous abordons avec les élèves la classe des <u>soixantaines supérieures</u>. Les élèves doivent ici donner les résultats de 7×9 et 8×9 en écriture cunéiforme. Pour cette dernière, nous attendons les réponses suivantes :

 : une soixantaine et 3 unités et  : une soixantaine et 12 unités.

Mais il est possible que les élèves répondent :

 pour 63 et  pour 72.

Ces deux dernières réponses ne doivent pas être acceptées.
L'utilisation de 6 chevrons pour représenter 60 est une erreur fréquente et naturelle.
On pourra rappeler que dans le système décimal la valeur d'un chiffre dépend de sa position.
Les élèves doivent rester dans le système sexagésimal. L'expérimentation en classe a prouvé que le mélange entre les deux systèmes de numération est préjudiciable aux objectifs visés.
Il faut éviter le plus possible les confusions entre les deux bases de numération.

<u>Le fait qu'un clou peut aussi représenter le 60×60 sera donné par le professeur</u> (cette interprétation est loin d'être évidente pour les élèves).

Le passage par un tableau des différentes classes peut être envisagé.

Soixantaines de soixantaines	Soixantaines	Unités

4. **<u>Question 4 :</u>**

Les élèves doivent compléter en cunéiforme la suite de la tablette, en procédant par addition de 9 clous. Elle permettra de consolider les écritures en base 60 et sera l'occasion de travailler les retenues dans un autre système de numération.

<u>Bilan :</u> Le signe  représente une unité dans la classe correspondante.

Le signe  représente une dizaine dans la classe correspondante.

Exercice 1 :

1. Question 1 :

Cette question a pour objectif de s'assurer de la bonne compréhension des deux signes précédemment découverts et de leurs valeurs respectives.

Il faut s'attendre à des remarques sur l'ambiguïté des valeurs présentes. On peut expliquer que les scribes n'avaient pas besoin de connaitre l'ordre de grandeur des nombres dans leurs calculs puisqu'ils utilisaient les nombres principalement pour les multiplications. La question se posera avec plus d'acuité dès l'exercice 2.

2. Question 2 :

Les élèves doivent compléter en cunéiforme la suite de la tablette, en procédant par addition de 6 clous. Elle permettra de consolider les écritures en base 60 et sera l'occasion de travailler les retenues dans un autre système de numération.

Exercice 2 :

Dans cet exercice, nous abordons avec les élèves la classe des soixantaines supérieures. **Le fait qu'un clou peut aussi représenter le $60 \times 60 \times 60$ sera donné par le professeur** (il n'y a aucune évidence attendue par les élèves). Le fait qu'un même chiffre ait des valeurs différentes n'est pas forcement acquis par tous. On pourra citer un exemple en système décimal comme le nombre 111. Le passage par un tableau des différentes classes peut être envisagé ainsi que le parallèle avec le tableau de numération décimale.

Soixantaines de soixantaines	Soixantaines	Unités

1. Question 1 :

Cette addition permettra de découvrir les soixantaines de soixantaines de soixantaines.
Le plus simple est de faire cette addition dans un tableau de numération sexagésimale.

2. Question 2 :

Cette question a pour objectif de consolider la compréhension des deux signes précédemment découverts et de leurs valeurs respectives. Les justifications demandées nécessitent en effet la décomposition des différents nombres en base 60. On privilégiera les explications orales des unités, soixantaines, etc.

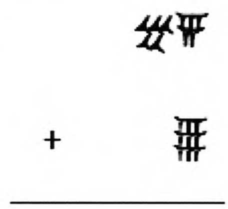
Bilan : Le signe 𒁹, appelé clou, représente une unité dans la classe correspondante.

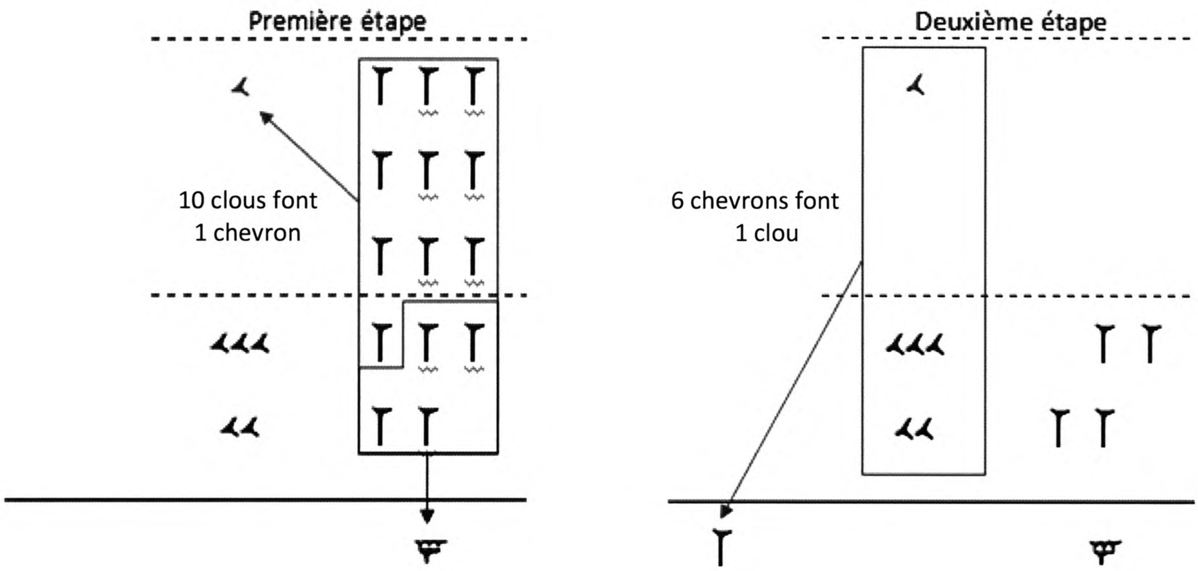
Exercice 3 :

Les 5 additions proposées ont comme objectif de consolider la compréhension du système sexagésimal et la notion de la retenue dans n'importe quelle base de numération.

L'élève peut se retrouver confronté aux problèmes liés à la base 60. L'erreur la plus fréquente est de traiter ces nombres comme des nombres décimaux. Pour éviter ce type d'erreur, on rappellera qu'il s'agit d'un exercice en base sexagésimale et donc que les retenues ne sont pas de même nature que dans le système décimal. Il faut absolument éviter de convertir en système décimal.

Exemple : calcul de





Le résultat est : 1 soixantaine et 4 unités.

Exercice 4 et 5:

L'objectif de ces deux exercices est de faire le lien entre le système sexagésimal étudié jusque là et la mesure du temps usuelle que les élèves ont l'habitude de manipuler. Le professeur profitera de cette occasion pour expliquer que notre façon de mesurer le temps est un héritage de cette civilisation.

Exercice 6 :

L'objectif de cet exercice d'approfondissement est de manipuler les nombres sexagésimaux en écriture cunéiforme pour construire une table de multiplication inhabituelle.

Tâche complexe : Etude de la tablette BM 15285.

L'objectif de cette tâche complexe est de revisiter les aires et les fractions au sens du partage.

Mise en œuvre :

- Appropriation individuelle (5 minutes) puis travail en binôme.
- Restitution – Mise en commun.

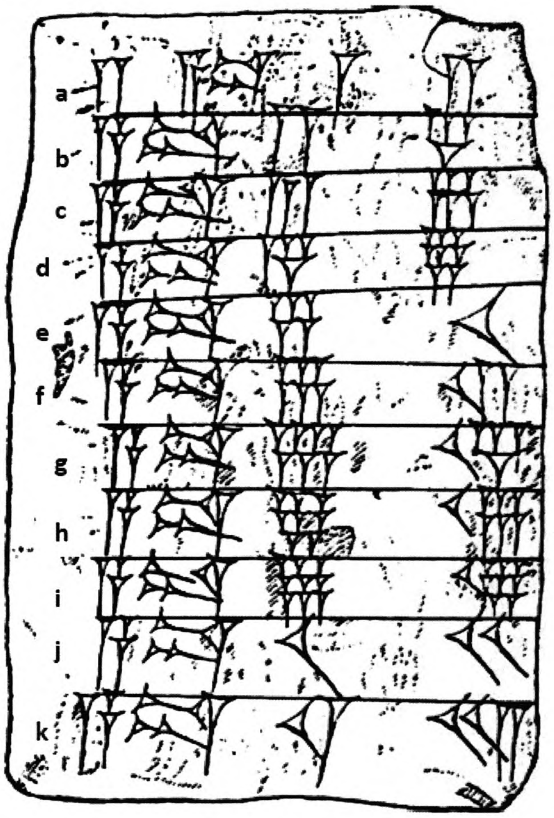
Aide possible :
Les textes de construction des figures (Voir annexes).

Prolongement possible :
Exercice de reproduction de figures dans un carré de 16 cm de côté (Voir annexes).

ACTIVITES

ACTIVITE 1 : ETUDE DE LA TABLETTE HS 222a[22] DE NIPPUR

Voici une tablette scolaire provenant de Nippur et conservée à Iéna. Cette tablette est une suite de calculs répétitifs.



I. Le recto

Le mot signifie « fois ».

1. Entourer le mot sur toutes les lignes de cette tablette.
2. Essayer de déchiffrer les lignes **a**, **b**, **c**.
3. Que semble représenter le signe ?
4. Quel semble être le rôle de cette tablette ?
5. Traduire les lignes d à f.
   Que semble représenter le signe ?
6. Terminer la traduction du recto de la tablette avec nos chiffres.

II. Le verso

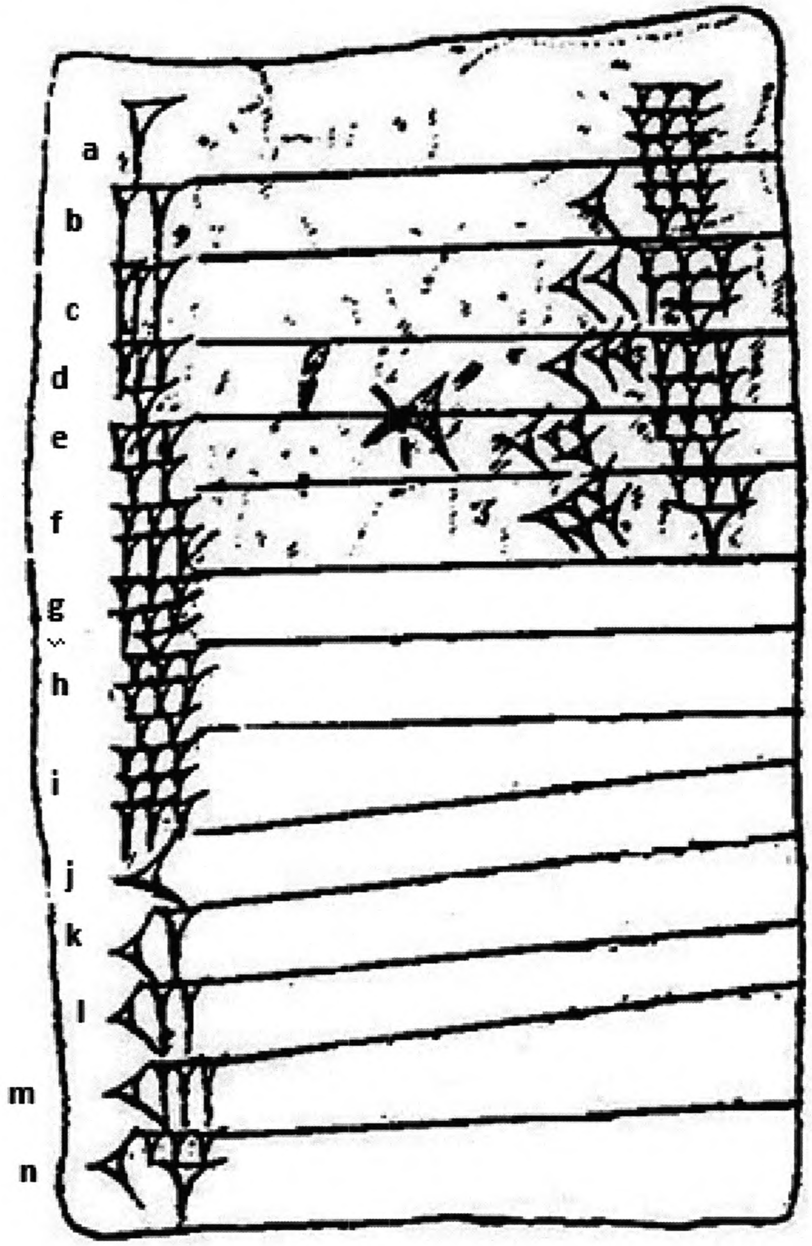
1. Ecrire avec nos chiffres les lignes **l** à **w**.
2. Que semble représenter le clou à la ligne **u** ?

Que peut-on conclure sur la valeur de ce signe ?

[22] Copie de H. Hilprecht, [9], pl. 1, n°1. Numérotation des lignes : IREM de Grenoble.
Consultable sur le site du cdli : http://www.cdli.ucla.edu/dl/photo/P254588.jpg

Activite 2 : Etude de la tablette HS 217a[23].

Voici le début d'une deuxième tablette scolaire provenant de la bibliothèque d'un temple de Nippur. C'est également une suite de calculs répétitifs.



1. Ecrire les lignes **a** à **f** de la tablette avec nos chiffres.
2. Quel semble être le rôle de cette tablette ?
3. Que doit-on trouver sur les deux lignes suivantes (**g** et **h**) de la tablette ?

   Ecrire ces résultats comme les Mésopotamiens.
4. Compléter la suite de cette tablette.

[23] Copie de H. Hilprecht, [9], pl. 2, n°3. Numérotation des lignes et modifications : IREM de Grenoble. Consultable sur le site du cdli : http://www.cdli.ucla.edu/dl/photo/P254585.jpg

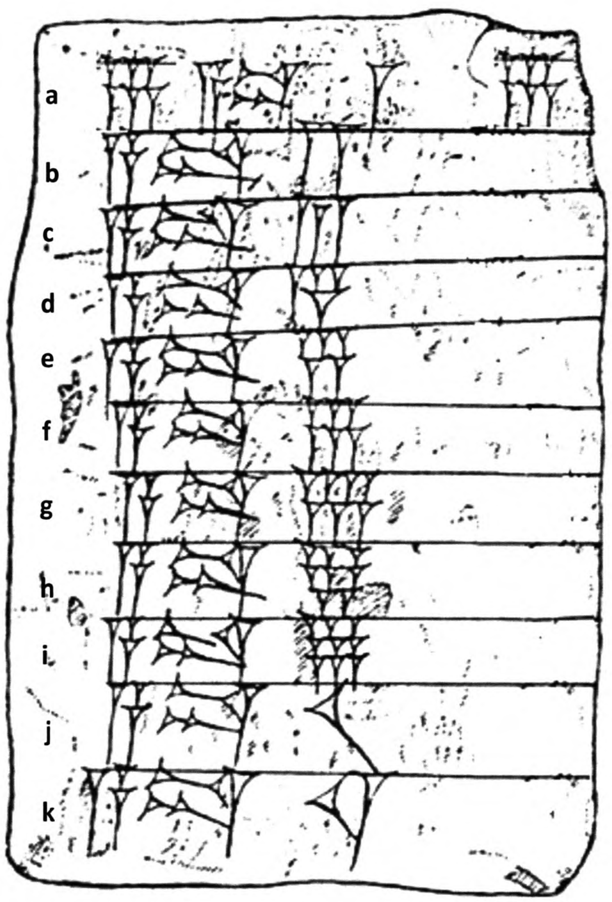
EXERCICES

EXERCICE 1 :

1. Ecrire avec nos chiffres les nombres suivants :

a.  b.  c.  d.  e. 

2. Sur la tablette ci-dessous[24], écrire comme le scribe la table de multiplication de 6.



EXERCICE 2 :

1. Calculer la somme suivante :

\+ 

2. Ecrire avec nos chiffres les nombres suivants :

a.  b.  c. 

[24] Copie de H. Hilprecht, [9], pl. 1, n°2. Modifications : IREM de Grenoble.
Consultable sur le site du cdli : http://cdli.ucla.edu/dl/photo/P259709.jpg

EXERCICE 3 :

Calculer les sommes suivantes en écriture cunéiforme puis donner le résultat sous la forme translittérée :

a.	b.	c.	d.	e.
				

EXERCICE 4 :

Nous retrouvons ce système de numération aujourd'hui encore lorsque l'on parle des durées.

Ecrire à la manière du scribe les durées suivantes :

a. 1 **h** 3 **min** 44 **s** b. 2 **h** 2 **min** 5 **s** c. 23 **h** 5 **min** 32 **s**

EXERCICE 5 :

1. Un messager est parti de la ville d'Uruk à 6 h 17 min et a marché pendant 8 h 40 min pour arriver à la ville d'Ur.
   a. A quelle heure est-il arrivé à Ur ?
   b. Un second messager est parti en bateau à la même heure.
   Sachant qu'il s'est déplacé deux fois plus vite, à quelle heure est-il arrivé ?

2. La procession pour la fête d'Ishtar a commencé à 7 h 45 min et a duré 8 h 35 min.
   A quelle heure s'est-elle terminée ?

3. Un scribe écrit sa poésie sur une tablette en 25 minutes. Son élève met trois fois plus de temps pour la recopier.
   En combien de temps, en heures et minutes, l'élève scribe aura-t-il fini son exercice ?

EXERCICE 6 :

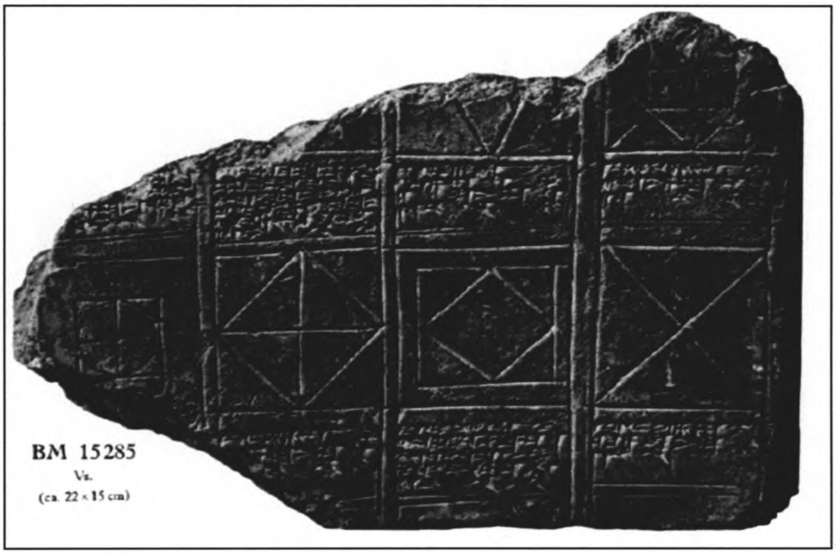
Ecrire la table de multiplication de  en écriture cunéiforme.

TACHE COMPLEXE

TACHE COMPLEXE : ETUDE DE LA TABLETTE BM 15285[25].

Il y a 4000 ans, de jeunes scribes apprenaient à lire, à écrire et à calculer dans les écoles de Mésopotamie. Parmi les restes de ces anciennes écoles, de très nombreuses tablettes d'argiles écrites par ces écoliers ont été retrouvées. Ces tablettes contiennent en particulier des exercices d'écriture, de calcul et aussi de géométrie.

Voici une partie de l'une de ces tablettes, sur laquelle plusieurs figures géométriques sont dessinées : il s'agit de problèmes mathématiques concernant des aires de figures liées à des carrés.



Parmi ces figures, six ont été représentées ci-dessous :

Figure A

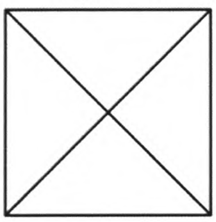


Figure B

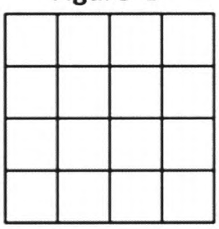


Figure C

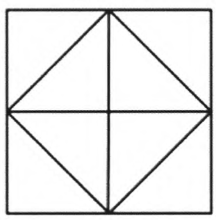


Figure D

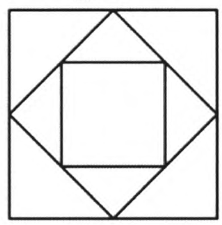


Figure E

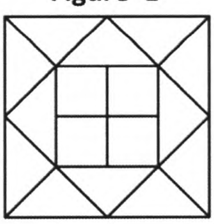
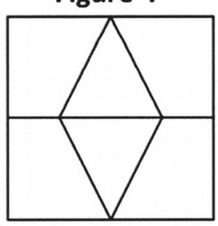


Figure F



Répondre à la question suivante :

Dans lesquelles de ces figures, la surface du triangle est-elle égale à $\frac{1}{16}$ de la surface du carré ?
Explique tes réponses.

[25] F. Thureau-Dangin, [22], p. 53-56.
Consultable sur le site du cdli : http://www.cdli.ucla.edu/search/archival_view.php?ObjectID=P254407

CORRECTIONS

ACTIVITE 1 : ETUDE DE LA TABLETTE HS 222a DE NIPPUR

I. Le recto

1.

Ligne a :	2	fois 1	2
Ligne b :	fois 2		4
Ligne c :	fois 3		6

2. Le signe 𒁹 représente 1.

Bilan : Le signe 𒁹, appelé clou, représente une unité.

3. Cette tablette semble être la table de multiplication de deux.

4.

Ligne d :	fois 4	8
Ligne e :	fois 5	10
Ligne f :	fois 6	12

Le signe 𒌋 représente 10.

Bilan : Le signe 𒌋, appelé chevron, représente dix unités.

5.

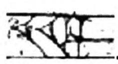
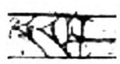
Ligne g :	fois 7	14
Ligne h :	fois 8	16
Ligne i :	fois 9	18
Ligne j :	fois 10	20
Ligne k :	fois 11	22

II. Le verso

1.

Ligne l :	fois 12	24
Ligne m :	fois 13	26
Ligne n :	fois 14	28
Ligne o :	fois 15	30
Ligne p :	fois 16	32
Ligne q :	fois 17	34

Ligne r :	fois 18	36
Ligne s :	fois 19	38
Ligne t :	fois 20	40
Ligne u :	fois 30	1
Ligne v :	fois 40	1.20
Ligne w :	fois 50	

Remarque : 19 est noté . En effet,  signifie 20 – 1 soit 19.

2. A la ligne **u**, le clou représente 60.

Bilan : Un clou représente aussi bien une unité qu'une soixantaine.

Activite 2 : Etude de la tablette HS 217a de Nippur

1.

Ligne a	1	9
Ligne b	2	18
Ligne c	3	27

Ligne d	4	36
Ligne e	5	45
Ligne f	6	54

2. Cette tablette semble être la table de multiplication de 9.

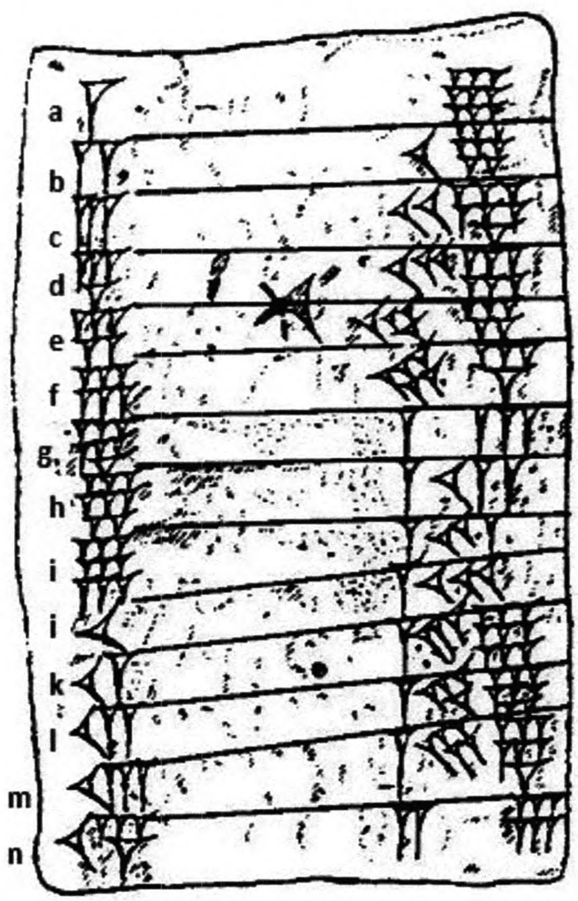
3. Sur la ligne g, on doit trouver :

   En effet, la somme de et de est égale à .

   Sur la ligne h, on doit trouver : .

   En effet, la somme de et de est égale à .

4.



EXERCICE 1 :

1.

a.  c'est 48

b.  c'est 23

c.  c'est 2.45

2 soixantaines 45 unités

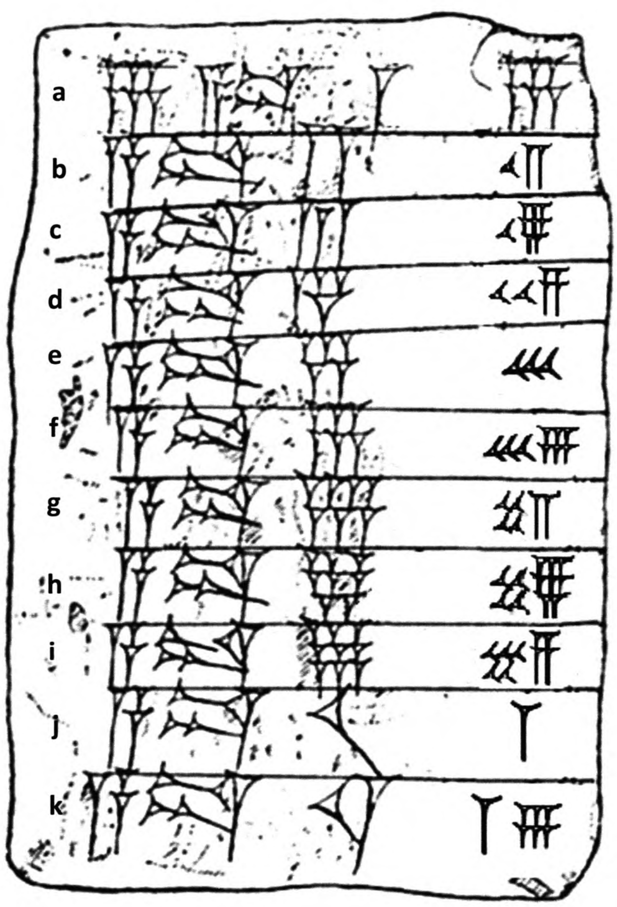
d.  c'est 1.1

une soixantaine une unité

e.  c'est 10.10

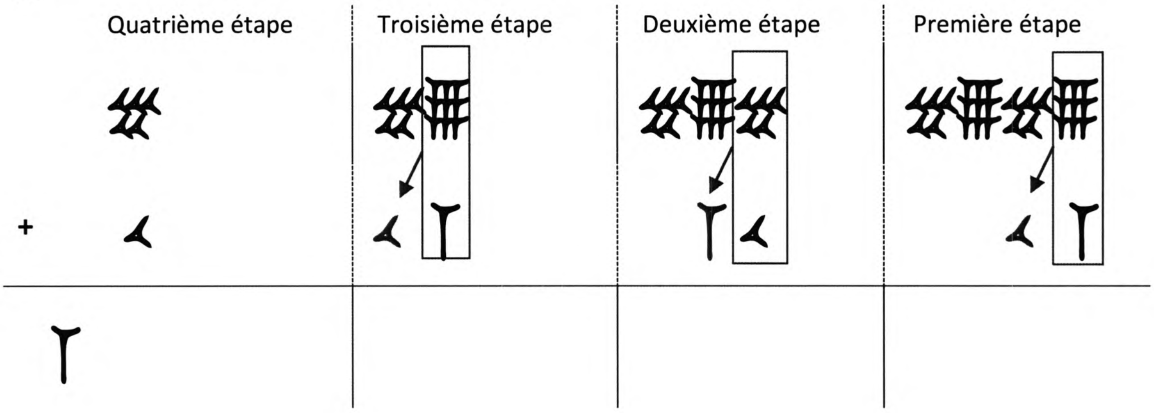
10 soixantaines 10 unités

2.

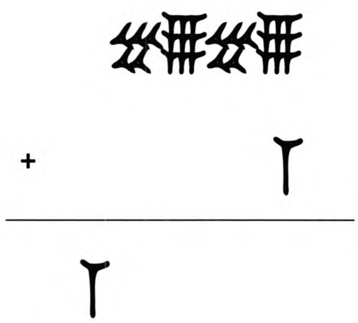


EXERCICE 2 :

1.



Donc



2.

a.  c'est 2.33.31

2 soixantaines de soixantaines 33 soixantaines 31 unités

b.  c'est 10.10.10

10 soixantaines de soixantaines 10 soixantaines 10 unités

c.  c'est 1.1.1

1 soixantaine de soixantaines 1 soixantaine 1 unité

EXERCICE 3 :

a.	b.	c.	d.	e.
				
38	44	1.21	2.18	1.9

EXERCICE 4 :

a. 1 h 3 min 44 s c'est 

b. 2 h 2 min 5 s c'est 

c. 23 h 5 min 32 s c'est 

EXERCICE 5 :

1.

a. 6 h 17 min + 8 h 40 min = **14 h 57 min**

Le messager parti à pieds de la ville d'Uruk est arrivé à la ville d'Ur à 14 h 57min.

b. (8 h 40 min) ÷ 2 = 4 h 20 min et 6 h 17 min + 4 h 20 min = **10 h 37 min**

Le second messager est arrivé à 10 h 37 min.

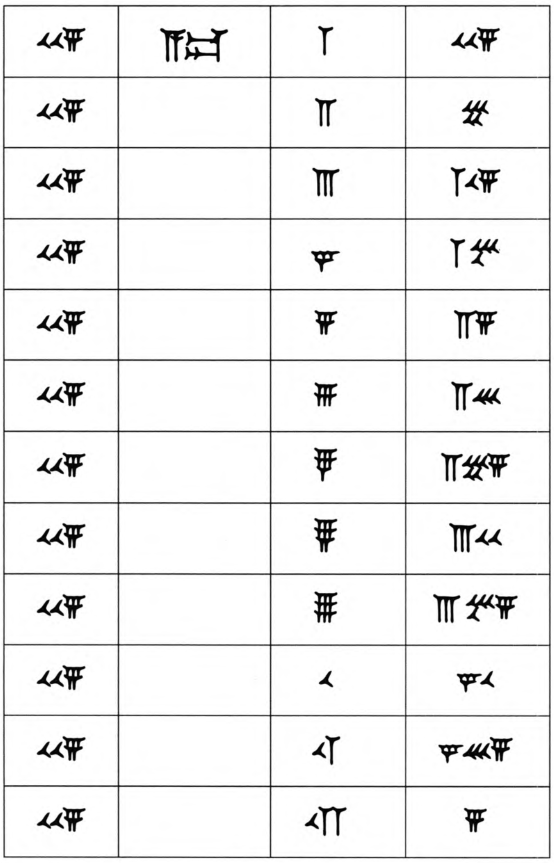
2. 7 h 45 min + 8 h 35 min = 15 h 80 min = **16 h 20 min**

La procession s'est terminée à 16 h 20 min.

3. 25 min × 3 = [(20 × 3) + (5 × 3)] min = 60 min + 15 min = **1 h 15 min**

L'élève scribe aura fini son exercice en 1 h 15 min.

EXERCICE 6 :



<u>Tâche complexe :</u> Etude de la tablette BM 15285

Figure A

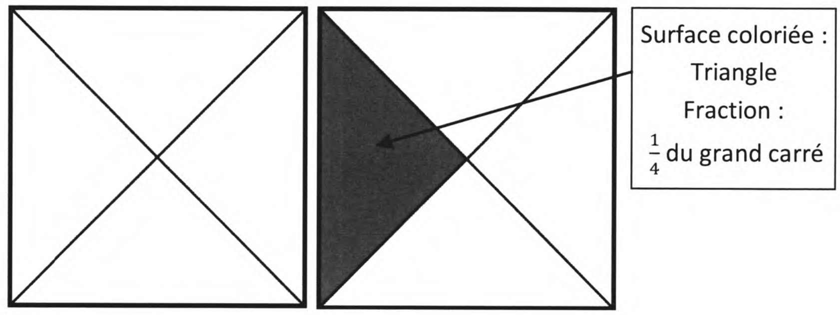


Figure B

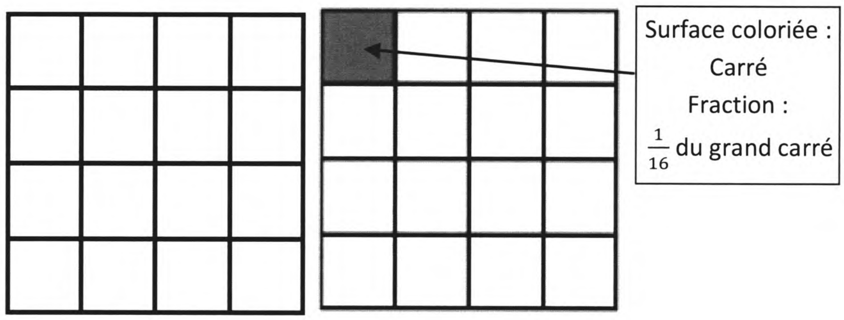


Figure C

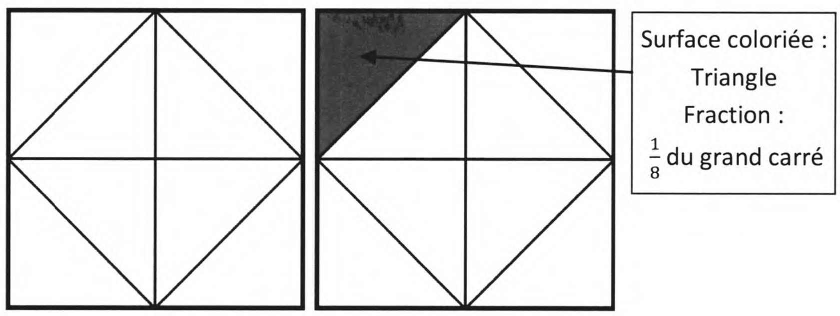


Figure D

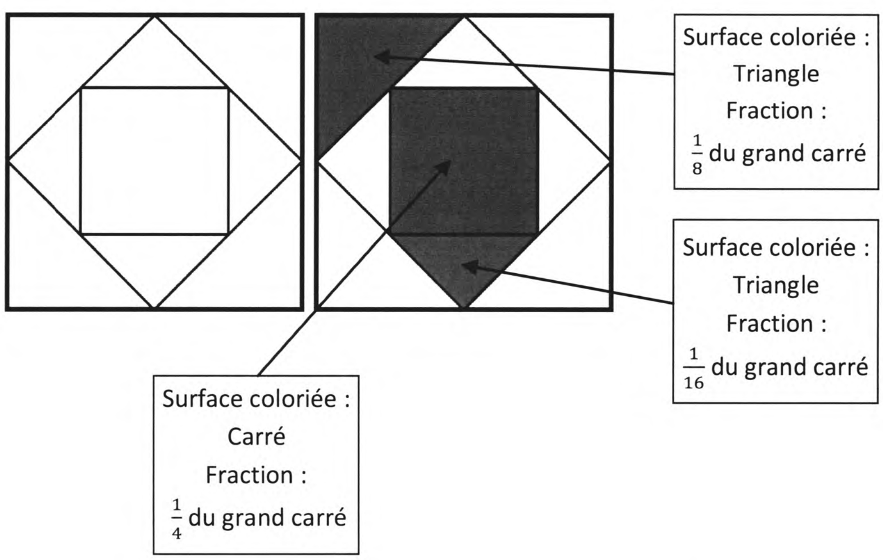


Figure E

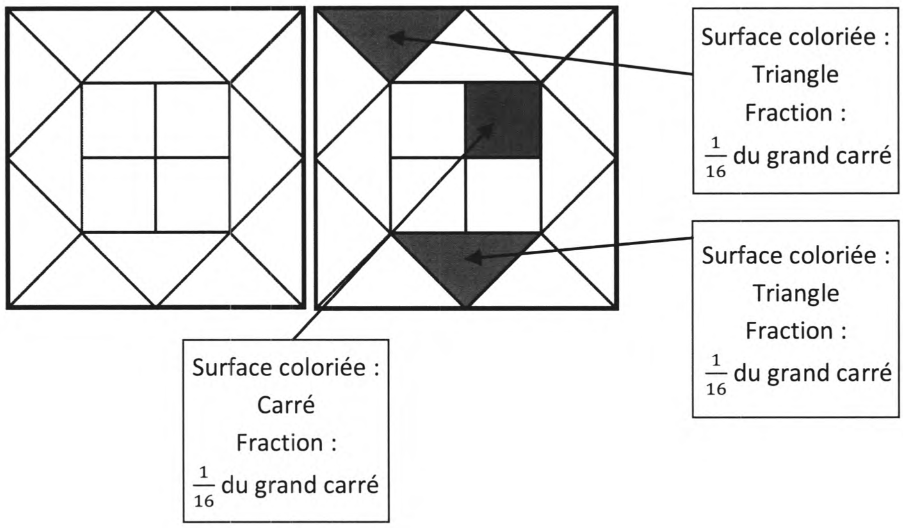
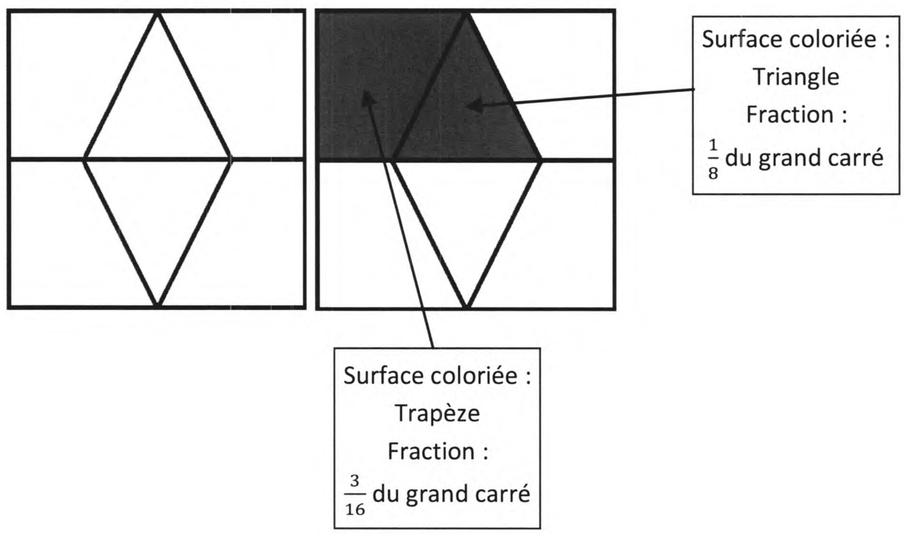


Figure F



CINQUIEME

DOCUMENTS POUR LE PROFESSEUR

Objectif:

Les mathématiques mésopotamiennes sont souvent inspirées des problèmes concrets liés à l'arpentage. Pour cette raison, nous proposons deux exercices de calcul d'aire précédés de la multiplication en numération sexagésimale. Cette dernière permettra de consolider la méthode de calcul en système décimal. Un travail interdisciplinaire avec un professeur d'Histoire-Géographie est vivement encouragé !

Progression proposée (en 5h) :

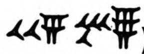
- Introduction générale sur la Mésopotamie et la naissance des nombres (se référer à l'introduction générale et à la brève présentation de la numération sexagésimale p. 7 à 27) ;
- Exercices 1 à 3 d'introduction à la numération sexagésimale ;
- Activité ;
- Exercice 4, exercice 5 : Aire du triangle ;
- Exercice 6 : Aire du trapèze.

Exercice 1 : Comment écrire les nombres de 1 à 59 en numération sexagésimale ?

L'objectif de l'exercice 1 est de se familiariser avec l'écriture cunéiforme en étudiant les nombres de 1 à 59.

Exercice 2 : Comment écrire les nombres supérieurs à 59 unités en numération sexagésimale ?

Cet exercice a pour objectif de lire et comprendre les nombres supérieurs à 59.
On peut souligner quelques spécificités pour la lecture des nombres :

- Dans une même classe, le(s) chevron(s) précèdent toujours le(s) clou(s) ce qui permet de distinguer les différentes classes (par exemple : ).
- En cas de risque de confusion, lorsque deux signes identiques de classes différentes se succèdent, un espace est matérialisé (par exemple : ).

Le parallèle avec les "heures, minutes, secondes" peut être fait à ce moment là.
Il est souhaitable de bien faire oraliser par les élèves le nombre de soixantaines et le nombre d'unités.

Exercice 3 : Ecrire une table de multiplication

Question 1 : Consolidation de la lecture et de la translittération de l'écriture cunéiforme.

Question 2 : Construction d'une partie de la table de multiplication de 9 par additions successives, ce qui permet aux élèves de se familiariser avec l'addition des nombres sexagésimaux.

Une attention particulière sera nécessaire sur le passage de la ligne 9×26 à la ligne 9×27.

ACTIVITE :

L'objectif de cette activité est de consolider la multiplication en utilisant la technique « experte » en détail.

Mise en œuvre :

Les six tables de multiplication données en annexe doivent être distribuées dès le début de l'activité.

Durant les premières années de leur scolarité, les jeunes scribes apprenaient un grand nombre de tables de multiplication. Sur une même tablette, on trouve en général plusieurs tables de multiplication. Mais il existe aussi des tablettes contenant une seule table très bien écrite, œuvre d'un scribe accompli, comme par exemple la tablette HS 217[26], contenant la table de multiplication du 9.

La méthode de multiplication « experte » est expliquée dans l'exemple que le professeur devra faire avec les élèves. Ils doivent travailler dans le système sexagésimal en s'aidant des tables mises à disposition. Corriger les trois calculs suivants pour s'assurer de leur compréhension.

Remarque : contrairement au système décimal que l'on utilise aujourd'hui, le changement de classe n'est pas indiqué par des zéros. On laissera des espaces vides pour éviter tout anachronisme (le zéro n'apparaît de façon stable qu'au IIIème siècle av. J.-C. dans cette civilisation).

Exercice 4 :

La base 60 étant grande, les scribes étaient obligés de construire un grand nombre de tables en plus des tables standards données en annexe. La table de multiplication du 30 permet de consolider la numération sexagésimale et sera également utile dans l'**exercice 6** sur l'aire du trapèze.

Exercice 5 :

Question 1

Un échange peut s'effectuer sur le statut de la figure. C'est ici une représentation schématique d'une situation géométrique.

Question 2

Les élèves doivent, comme des assyriologues, translittérer les trois nombres de la tablette.

[26] http://www.cdli.ucla.edu/dl/photo/P254585.jpg

Question 3

a. L'interprétation de ces trois nombres n'est pas aisée.
   - Première interprétation : les trois nombres sont les trois longueurs des trois côtés.
   - Deuxième interprétation : les deux nombres extérieurs sont les longueurs des deux côtés et le nombre à l'intérieur est le périmètre du triangle.
   - Troisième interprétation : les deux nombres extérieurs sont les longueurs des deux côtés et le nombre à l'intérieur est l'aire du triangle.

b. Les élèves vérifient les conjectures :
   - Première interprétation : si les nombres sont les longueurs des trois côtés, cette figure n'a que peut d'intérêt et peut être considérée au mieux que comme un schéma.
   - Deuxième interprétation : si le nombre intérieur est le périmètre, en calculant la longueur du troisième côté, ils constateront que ce triangle n'existe pas. En conclusion, cette conjecture est fausse.
   - Troisième interprétation : si le nombre intérieur est l'aire du triangle, deux hypothèses sont possibles :
     - Soit il est rectangle et dans ce cas les nombres extérieurs sont les longueurs des côtés de l'angle droit.
     - Soit il n'est pas rectangle et l'un des deux nombres extérieurs est la hauteur du triangle.

   Le calcul du demi-produit des deux nombres extérieurs permet de confirmer que le nombre intérieur représente l'aire du triangle. L'angle entre ces deux côtés n'est pas vraiment droit et le triangle peut être aussi bien isocèle que rectangle ! Il est indispensable d'expliquer aux élèves après discussion que cette figure joue le rôle d'une figure à main levée non codée et que le scribe a en tête la nature du triangle et des valeurs inscrites. Il nous semble indispensable de faire le parallèle avec le calcul d'aires de triangles de même hauteur.

En absence d'autres indications, des historiens pensent que l'unité de mesure est le ninda qui correspond à environ 6 m. Il s'agit probablement d'un exercice d'arpentage. Au niveau des unités d'aire on écrira « ua ». Le système métrologique mésopotamien étant très complexe, nous avons fait le choix de ne pas en parler. Cet exercice, comme l'exercice suivant, peut être vu comme l'application de formule pour le calcul d'aire indépendamment des unités métriques en jeu.

Exercice 6 :

Question 1

Sur ce schéma, la nature de la figure n'est pas évidente pour tous. Certains élèves ont du mal à identifier la petite base et la grande base du trapèze.

Question 2

Les élèves doivent comme des assyriologues translittérer les quatre nombres de la tablette.

Question 3

a. L'interprétation de ces quatre nombres n'est pas aisée mais les élèves ont déjà l'expérience de la tablette précédente.
   - 30 est la longueur de la grande base et le 15 est la longueur de la petite base.
   - 3.30 sur l'autre côté du trapèze peut être vu aussi comme une longueur de côté. Toutefois cette interprétation est fausse et il représente la hauteur du trapèze. Il est indispensable d'expliquer aux élèves après discussion que cette figure joue le rôle d'une figure à main levée non codée et que le scribe a en tête la nature de trapèze et des valeurs inscrites.
   - 1.18.45 à l'intérieur du trapèze correspond à son aire. Il est encore plus difficile de l'imaginer d'autant plus qu'il pourrait représenter sa hauteur. Compte tenu de l'**exercice 5**, on peut s'attendre à ce que les élèves proposent naturellement cette interprétation.

   En définitive, la conjecture attendue qui sera testée dans la question b. est la suivante :

   La petite base mesure 15 ul[27], la grande base mesure 30 ul, la hauteur du trapèze est 3.30 ul et, en appliquant la formule, son aire est 1.18.45 ua.

   Il s'agit donc aussi d'un exercice d'arpentage.

b. Les mésopotamiens connaissaient la formule de calcul d'aire d'un trapèze. L'enseignant donnera la formule si elle n'a pas encore été vue en classe.

   Il est préférable d'effectuer la division par 2 dés le début pour faciliter les calculs.

   Il est recommandé d'effectuer la multiplication de 22.30 par 3.30 par la méthode experte dans un tableau. Les élèves disposent de la table de 30 établie à l'**exercice 4**.

De façon générale, le codage des figures des tablettes mathématiques est le suivant :

- Les longueurs sont reportées à l'extérieur ;
- Les aires sont reportées à l'intérieur ;
- Pas de notion d'angle ;
- Pas de conservation de la forme.

[27] ul : unité de longueur et ua : unité d'aire.

EXERCICES D'INTRODUCTION

EXERCICE 1 : COMMENT ECRIRE LES NOMBRES DE 1 A 59 EN NUMERATION SEXAGESIMALE ?

Pour écrire les nombres de 1 à 59, on dispose de clous et de chevrons.

Exemple :  c'est 30 et 4 donc 34. Le principe est additif.

Ecrire, comme dans l'exemple, les nombres suivants :

a.    b. 

EXERCICE 2 : COMMENT ECRIRE LES NOMBRES SUPERIEURS A 59 UNITES EN NUMERATION SEXAGESIMALE ?

1. Compléter :

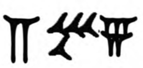
 c'est 1 soixantaine et 12 unités. On écrit avec nos chiffres : . . . .

 c'est 12 soixantaines et 1 unités. On écrit avec nos chiffres : . . . .

Pour écrire avec nos chiffres, on place **un point** pour séparer deux classes consécutives.

Cette **écriture** s'appelle : . . . .

2. Ecrire avec nos chiffres les nombres suivants (un tableau peut être utile) :

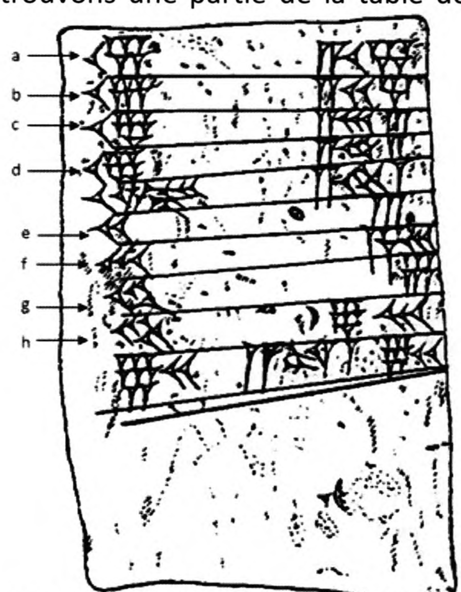
a.    b.    c. 

d.    e. 

EXERCICE 3 :

Au verso de la tablette HS 217a[28] (ci-contre), nous trouvons une partie de la table de multiplication du 9.

Par exemple, on lit à la ligne **a** : 15 2.15



1. Donner la **translittération** des lignes **b** à **h**.
   On sautera la **ligne illisible** entre les lignes **d** et **e**.
2. Ecrire sous la forme **translittérée** la partie de la table manquante entre 21 et 29.

[28] Copie de H. Hilprecht, [9], pl. 2, n°3. Numérotation des lignes : IREM de Grenoble. Consultable sur le site du cdli : http://www.cdli.ucla.edu/dl/photo/P254585.jpg

ACTIVITE

ACTIVITE : MULTIPLICATION EN SYSTEME SEXAGESIMAL

1. Le produit de **30.2** par **1.2** en système sexagésimal est égal **31.2.4**.
   Vérifier ce résultat en complétant la multiplication posée ci-dessous :

	Soixantaines de soixantaines 60 x 60	Soixantaines 60	Unités
		30	2
×		1	2
+			

2. Utiliser cette méthode pour calculer les produits suivants en s'aidant des tables à disposition :

a. 2.1 × 1.1

	Soixantaines de soixantaines 60 x 60	Soixantaines 60	Unités
×			
+			

b. 1.15 × 2.5

	Soixantaines de soixantaines 60 x 60	Soixantaines 60	Unités
×			
+			

c. 15.2 × 4.1

	Soixantaines de soixantaines de soixantaines 60 x 60 x 60	Soixantaines de soixantaines 60 x 60	Soixantaines 60	Unités
×				
+				

EXERCICES

EXERCICE 4 :

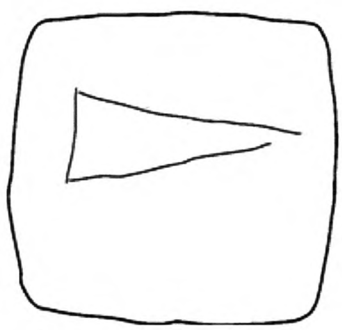
Compléter la table de multiplication de 30 ci-dessous :

30	**fois**	1	
30		2	
30		3	
30		4	
30		5	
30		6	
30		7	
30		8	
30		9	
30		10	
30		11	
30		12	

30	**fois**	13	
30		14	
30		15	
30		16	
30		17	
30		18	
30		19	
30		20	
30		30	
30		40	
30		50	
30		30	

EXERCICE 5 : ETUDE DE LA TABLETTE MS 3042[29]

1. Quelle semble être la nature de la figure dessinée sur cette tablette ?
2. Compléter la tablette « vide » par la **translittération** correspondante :



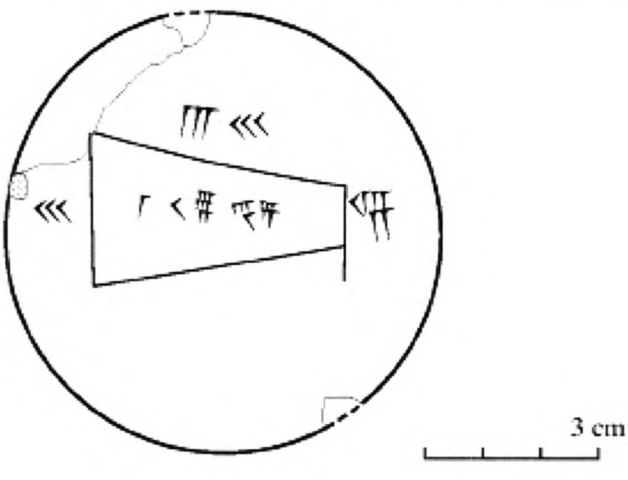
Translittération élève

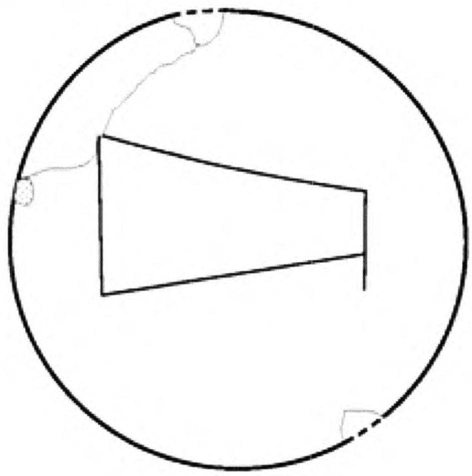
3.
   a. Que semblent représenter les trois nombres dans le triangle dessiné ?
   b. Prouver cette conjecture en effectuant les calculs nécessaires en numération sexagésimale.

[29] J. Friberg, [8], p. 189-190. Consultable sur le site du cdli : http://www.cdli.ucla.edu/dl/photo/P252052.jpg

EXERCICE 6 : ETUDE DE LA TABLETTE MS 2017[30]

1. Quelle semble être la nature de la figure géométrique dessinée sur cette tablette lenticulaire ?
2. Compléter la tablette « vide » par la **translittération** correspondante :





Translittération élève

3. Comme sur la tablette de l'**exercice 5**, il semblerait que le nombre inscrit à l'intérieur de la figure soit son aire. Prouver cette conjecture en effectuant les calculs nécessaires en numération sexagésimale.

[30] J. Friberg, [8], p. 191. Consultable sur le site du cdli : http://www.cdli.ucla.edu/dl/photo/P250831.jpg

CORRECTIONS

<u>EXERCICE 1 : COMMENT ECRIRE LES NOMBRES DE 1 A 59 EN NUMERATION SEXAGESIMALE ?</u>

a. : c'est 40 et 8 donc 48.

b. : c'est 10 et 3 donc 13.

<u>EXERCICE 2 : COMMENT ECRIRE LES NOMBRES SUPERIEURS A 59 UNITES EN NUMERATION SEXAGESIMALE ?</u>

1.

c'est 1 soixantaine et 12 unités. On écrit avec nos chiffres : **1.12**

c'est 12 soixantaines et 1 unités. On écrit avec nos chiffres : **12.1**

Pour écrire avec nos chiffres, on place **un point** pour séparer deux classes consécutives.
Cette **écriture** s'appelle : **une translittération**

2.

a. : c'est 2 soixantaines et 45 unités donc : 2.45

b. : c'est 25 soixantaines et 47 unités donc : 25.47

c. : c'est 5 soixantaines et 20 unités donc : 5.20

d. : c'est 1 soixantaine de soixantaines et 23 soixantaines et 30 unités donc : 1.23.30

e. : c'est 1 soixantaine de soixantaines et 1 soixantaine et 1 unité donc : 1.1.1

<u>EXERCICE 3 :</u>

1.

Ligne b	16	2.24
Ligne c	17	2.33
Ligne d	18	2.42
Ligne e	20	3
Ligne f	30	4.30
Ligne g	40	6
Ligne h	50	7.30

2.

21	3.09
22	3.18
23	3.27
24	3.36
25	3.45
26	3.54
27	4.03
28	4.12
29	4.21

ACTIVITE : LA MULTIPLICATION EN SYSTEME SEXAGESIMAL

1.

	Soixantaines de soixantaines 60 x 60	Soixantaines 60	Unités	
		30	2	
×		1	2	
			4	*2 unités fois 2 unités*
	1			*2 unités fois 30 soixantaines*
		2		*1 soixantaine fois 2 unités*
+	*30*			*1 soixantaine fois 30 soixantaines*
	31	*2*	*4*	

Donc **30.2** × **1.2** est égal à **31.2.4**.

2.

a. 2.1 × 1.1

	Soixantaines de soixantaines 60 x 60	Soixantaines 60	Unités	
		2	1	
×		1	1	
			1	*1 unité fois 1 unité*
		2		*1 unité fois 2 soixantaines*
		1		*1 soixantaine fois 1 unité*
+	*2*			*1 soixantaine fois 2 soixantaines*
	2	*3*	*1*	

Donc, **2.1** × **1.1** est égal à **2.3.1**.

b. 1.15 × 2.5

	Soixantaines de soixantaines 60 x 60	Soixantaines 60	Unités	
		1	15	
×		2	5	
		1	*15*	*5 unités fois 15 unités*
		5		*5 unités fois 1 soixantaine*
		30		*2 soixantaines fois 15 unités*
+	*2*			*2 soixantaines fois 1 soixantaine*
	2	*36*	*15*	

Donc, **1.15** × **2.5** est égal à **2.36.15**.

c. 15.2×4.1

	Soixantaines de soixantaines de soixantaines **60 x 60 x 60**	Soixantaines de soixantaines **60 x 60**	Soixantaines **60**	Unités	
			15	2	
×			4	1	
				2	*1 unité fois 2 unités*
			15		*1 unité fois 15 soixantaines*
			8		*4 soixantaines fois 2 unités*
+	*1*				*4 soixantaines fois 15 soixantaines*
	1		*23*	*2*	

Donc, **15.2** × **4.1** est égal à **1.0.23.2**

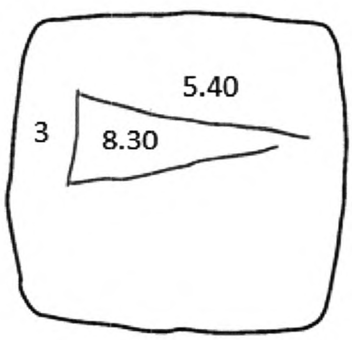
EXERCICE 4 :

30	**fois**	1	30
30		2	1
30		3	1.30
30		4	2
30		5	2.30
30		6	3
30		7	3.30
30		8	4
30		9	4.30
30		10	5
30		11	5.30
30		12	6

30	**fois**	13	6.30
30		14	7
30		15	7.30
30		16	8
30		17	8.30
30		18	9
30		19	9.30
30		20	10
30		30	15
30		40	20
30		50	25
30		30	15

EXERCICE 5 : ETUDE DE LA TABLETTE MS 3042

1. La figure dessinée semble être le schéma d'un triangle.
2.



3.

   a.

   - Première interprétation : Les nombres sont les longueurs des trois côtés.
   - Deuxième interprétation : Le nombre intérieur est le périmètre du triangle et les deux autres sont les longueurs des côtés.
   - Troisième interprétation : Le nombre intérieur est l'aire du triangle et les deux autres sont les longueurs des côtés.

b.

- Première interprétation : Les nombres sont les longueurs des trois côtés.
  Cette interprétation est possible et ne présente que peut d'intérêt.

- Deuxième interprétation : Le nombre intérieur est le périmètre du triangle et les deux autres sont les longueurs des côtés.

  Soit
  $$\begin{array}{r} 3 \\ +\ 5.40 \\ \hline 8.40 \end{array}$$
  Or, le périmètre serait de 8.30, ce qui invalide le résultat 8.40.

  Soit
  $$\begin{array}{r} 3 \\ +\ 5.40 \\ \hline 5.43 \end{array}$$

  Or, le périmètre serait de 8.30, le troisième côté mesurerait donc 2.17.
  Cependant, 5.40 > 2.17 + 3. Ceci contredit l'inégalité triangulaire.
  Donc cette interprétation est erronée.

- Troisième interprétation : Le nombre intérieur est l'aire du triangle et les deux autres sont les longueurs des côtés.
  L'unité de longueur est le ninda.
  Il semblerait que 3 soit la longueur de la base du triangle, 5.40 sa hauteur et 8.30 son aire.

$$A = \frac{base \times hauteur}{2} = \frac{3 \times 5.40}{2}$$

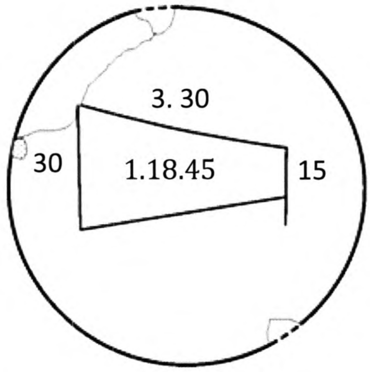
	Soixantaines 60	**Unités**	
	5	40	
×		3	
	2		3 unités par 40 unités
+	15		3 unités par 5 soixantaines
	17		

Ou : $3 \times 5.40 = 3 \times 5 + 3 \times 40 = 15 + 2 = 17$
Et la moitié de 17 est 8.30.

L'aire du triangle est donc bien égale à 8.30 ua.

EXERCICE 7 : ETUDE DE LA TABLETTE MS 2107

1.



2. L'unité de longueur est le ninda.

$A = \frac{grande\ base+petite\ base}{2} \times hauteur = \frac{30+15}{2} \times 3.30 = \frac{45}{2} \times 3.30$

Comme la moitié de 45 est 22.30, on effectue la multiplication de 22.30 par 3.30 :

	Soixantaines de soixantaines de soixantaines	**Soixantaines de soixantaines**	**Soixantaines**	**Unités**	
	60 x 60 x 60	**60 x 60**	**60**		
			22	30	
×			3	30	
			15		30 unités par 30 unités
		11			30 unités par 22 soixantaines
		1	30		3 soixantaines par 30 unités
+	1	6			3 soixantaines par 22 soixantaines
	1	18	45		

L'aire du trapèze est bien égale à 1.18.45 ua.

ANNEXES

<u>QUELQUES TABLES DE MULTIPLICATION UTILES (VERSION ELEVE) :</u>

Table de 2		
2 × 1		2
× 2		4
× 3		6
× 4		8
× 5		10
× 6		12
× 7		14
× 8		16
× 9		18
× 10		20
× 11		22
× 12		24
× 13		26
× 14		28
× 15		30
× 16		32
× 17		34
× 18		36
× 19		38
× 20		40
× 30		1
× 40		1.20
× 50		1.40
2 × 2		4

Table de 3		
3 × 1		3
× 2		6
× 3		9
× 4		12
× 5		15
× 6		18
× 7		21
× 8		24
× 9		27
× 10		30
× 11		33
× 12		36
× 13		39
× 14		42
× 15		45
× 16		48
× 17		51
× 18		54
× 19		57
× 20		1
× 30		1.30
× 40		2
× 50		2.30
3 × 3		9

Table de 4		
4 × 1		4
× 2		8
× 3		12
× 4		16
× 5		20
× 6		24
× 7		28
× 8		32
× 9		36
× 10		40
× 11		44
× 12		48
× 13		52
× 14		56
× 15		1
× 16		1.4
× 17		1.8
× 18		1. 12
× 19		1.16
× 20		1.20
× 30		2
× 40		2.40
× 50		3.20
4 × 4		16

Table de 9		
9 × 1		9
× 2		18
× 3		27
× 4		36
× 5		45
× 6		54
× 7		1.3
× 8		1.12
× 9		1.21
× 10		1.30
× 11		1.39
× 12		1.48
× 13		1.57
× 14		2.6
× 15		2.15
× 16		2.24
× 17		2.33
× 18		2.42
× 19		2.51
× 20		3
× 30		4.30
× 40		6
× 50		7.30
9 × 9		1.21

Table de 12		
12 × 1		12
× 2		24
× 3		36
× 4		48
× 5		1
× 6		1.12
× 7		1.24
× 8		1.36
× 9		1.48
× 10		2
× 11		2.12
× 12		2.24
× 13		2.36
× 14		2.48
× 15		3
× 16		3.12
× 17		3.24
× 18		3.36
× 19		3.48
× 20		4
× 30		6
× 40		8
× 50		10
12 × 12		2.24

Table de 15		
15 × 1		15
× 2		30
× 3		45
× 4		1
× 5		1.15
× 6		1.30
× 7		1.45
× 8		2
× 9		2.15
× 10		2.30
× 11		2.45
× 12		3
× 13		3.15
× 14		3.30
× 15		3.45
× 16		4
× 17		4.15
× 18		4.30
× 19		4.45
× 20		5
× 30		7.30
× 40		10
× 50		12.30
15 × 15		3.45

TABLES DE MULTIPLICATION (1) :

Table de 2		
2 × 1		2
× 2		4
× 3		6
× 4		8
× 5		10
× 6		12
× 7		14
× 8		16
× 9		18
× 10		20
× 11		22
× 12		24
× 13		26
× 14		28
× 15		30
× 16		32
× 17		34
× 18		36
× 19		38
× 20		40
× 30		1
× 40		1.20
× 50		1.40
2 × 2		4

Table de 3		
3 × 1		3
× 2		6
× 3		9
× 4		12
× 5		15
× 6		18
× 7		21
× 8		24
× 9		27
× 10		30
× 11		33
× 12		36
× 13		39
× 14		42
× 15		45
× 16		48
× 17		51
× 18		54
× 19		57
× 20		1
× 30		1.30
× 40		2
× 50		2.30
3 × 3		9

Table de 4		
4 × 1		4
× 2		8
× 3		12
× 4		16
× 5		20
× 6		24
× 7		28
× 8		32
× 9		36
× 10		40
× 11		44
× 12		48
× 13		52
× 14		56
× 15		1
× 16		1.4
× 17		1.8
× 18		1. 12
× 19		1.16
× 20		1.20
× 30		2
× 40		2.40
× 50		3.20
4 × 4		16

Table de5		
5 × 1		5
× 2		10
× 3		15
× 4		20
× 5		25
× 6		30
× 7		35
× 8		40
× 9		45
× 10		50
× 11		55
× 12		1
× 13		1.5
× 14		1.10
× 15		1.15
× 16		1.20
× 17		1.25
× 18		1.30
× 19		1.35
× 20		1.40
× 30		2.30
× 40		3.20
× 50		4.10
5 × 5		25

Table de 6		
6 × 1		6
× 2		12
× 3		18
× 4		24
× 5		30
× 6		36
× 7		42
× 8		48
× 9		54
× 10		1
× 11		1.6
× 12		1.12
× 13		1.18
× 14		1.24
× 15		1.30
× 16		1.36
× 17		1.42
× 18		1.48
× 19		1.54
× 20		2
× 30		3
× 40		4
× 50		5
6 × 6		36

Table de 7		
7 × 1		7
× 2		14
× 3		21
× 4		28
× 5		35
× 6		42
× 7		49
× 8		56
× 9		1.3
× 10		1.10
× 11		1.17
× 12		1.24
× 13		1.31
× 14		1.38
× 15		1.45
× 16		1.52
× 17		1.59
× 18		2.6
× 19		2.13
× 20		2.20
× 30		3.30
× 40		4.40
× 50		5.50
7 × 7		49

TABLES DE MULTIPLICATION (2) :

Table de 8		
8 × 1		8
× 2		16
× 3		24
× 4		32
× 5		40
× 6		48
× 7		56
× 8		1.4
× 9		1.12
× 10		1.20
× 11		1.28
× 12		1.36
× 13		1.44
× 14		1.52
× 15		2
× 16		2.8
× 17		2.16
× 18		2.24
× 19		2.32
× 20		2.40
× 30		4
× 40		5.20
× 50		6.40
8 × 8		1.4

Table de 9		
9 × 1		9
× 2		18
× 3		27
× 4		36
× 5		45
× 6		54
× 7		1.3
× 8		1.12
× 9		1.21
× 10		1.30
× 11		1.39
× 12		1.48
× 13		1.57
× 14		2.6
× 15		2.15
× 16		2.24
× 17		2.33
× 18		2.42
× 19		2.51
× 20		3
× 30		4.30
× 40		6
× 50		7.30
9 × 9		1.21

Table de 10		
10 × 1		10
× 2		20
× 3		30
× 4		40
× 5		50
× 6		1
× 7		1.10
× 8		1.20
× 9		1.30
× 10		1.40
× 11		1.50
× 12		2
× 13		2.10
× 14		2.20
× 15		2.30
× 16		2.40
× 17		2.50
× 18		3
× 19		3.10
× 20		3.20
× 30		5
× 40		6.40
× 50		8.20
10 × 10		1.40

Table de 11		
11 × 1		11
× 2		22
× 3		33
× 4		44
× 5		55
× 6		1.6
× 7		1.17
× 8		1.28
× 9		1.39
× 10		1.50
× 11		2.1
× 12		2.12
× 13		2.23
× 14		2.34
× 15		2.45
× 16		2.56
× 17		3.7
× 18		3.18
× 19		3.29
× 20		3.40
× 30		5.30
× 40		7.20
× 50		9.10
11 × 11		2.1

Table de 12		
12 × 1		12
× 2		24
× 3		36
× 4		48
× 5		1
× 6		1.12
× 7		1.24
× 8		1.36
× 9		1.48
× 10		2
× 11		2.12
× 12		2.24
× 13		2.36
× 14		2.48
× 15		3
× 16		3.12
× 17		3.24
× 18		3.36
× 19		3.48
× 20		4
× 30		6
× 40		8
× 50		10
12 × 12		2.24

Table de 13		
13 × 1		13
× 2		26
× 3		39
× 4		52
× 5		1.5
× 6		1.18
× 7		1.31
× 8		1.44
× 9		1.57
× 10		2.10
× 11		2.23
× 12		2.36
× 13		2.49
× 14		3.2
× 15		3.15
× 16		3.28
× 17		3.41
× 18		3.54
× 19		4.7
× 20		4.20
× 30		6.30
× 40		8.40
× 50		10.50
13 × 13		2.49

TABLES DE MULTIPLICATION (3) :

Table de 14		
14 × 1		14
× 2		28
× 3		42
× 4		56
× 5		1.10
× 6		1.24
× 7		1.38
× 8		1.52
× 9		2.6
× 10		2.20
× 11		2.34
× 12		2.48
× 13		3.2
× 14		3.16
× 15		3.30
× 16		3.44
× 17		3.58
× 18		4.12
× 19		4.26
× 20		4.40
× 30		7
× 40		9.20
× 50		11.40
14 × 14		3.16

Table de 15		
15 × 1		15
× 2		30
× 3		45
× 4		1
× 5		1.15
× 6		1.30
× 7		1.45
× 8		2
× 9		2.15
× 10		2.30
× 11		2.45
× 12		3
× 13		3.15
× 14		3.30
× 15		3.45
× 16		4
× 17		4.15
× 18		4.30
× 19		4.45
× 20		5
× 30		7.30
× 40		10
× 50		12.30
15 × 15		3.45

Table de 16		
16 × 1		16
× 2		32
× 3		48
× 4		1.4
× 5		1.20
× 6		1.36
× 7		1.52
× 8		2.8
× 9		2.24
× 10		2.40
× 11		2.56
× 12		3.12
× 13		3.28
× 14		3.44
× 15		4
× 16		4.16
× 17		4.32
× 18		4.48
× 19		5.4
× 20		5.20
× 30		8
× 40		10.40
× 50		13.20
16 × 16		4.16

Table de 17		
17 × 1		17
× 2		34
× 3		51
× 4		1.8
× 5		1.25
× 6		1.42
× 7		1.59
× 8		2.16
× 9		2.33
× 10		2.50
× 11		3.7
× 12		3.24
× 13		3.41
× 14		3.58
× 15		4.15
× 16		4.32
× 17		4.49
× 18		5.6
× 19		5.23
× 20		5.40
× 30		8.30
× 40		11.20
× 50		14.10
17 × 17		4.49

Table de 18		
18 × 1		18
× 2		36
× 3		54
× 4		1.12
× 5		1.30
× 6		1.48
× 7		2.06
× 8		2.24
× 9		2.42
× 10		3
× 11		3.18
× 12		3.36
× 13		3.54
× 14		4.12
× 15		4.30
× 16		4.48
× 17		5.6
× 18		5.24
× 19		5.42
× 20		6
× 30		9
× 40		12
× 50		15
18 × 18		5.24

Table de 19		
19 × 1		19
× 2		38
× 3		57
× 4		1.16
× 5		1.35
× 6		1.54
× 7		2.13
× 8		2.32
× 9		2.51
× 10		3.10
× 11		3.29
× 12		3.48
× 13		4.7
× 14		4.26
× 15		4.45
× 16		5.4
× 17		5.23
× 18		5.42
× 19		6.1
× 20		6.20
× 30		9.30
× 40		12.40
× 50		15.50
19 × 19		6.1

TABLES DE MULTIPLICATION (4) :

Table de 20		
20 × 1		20
× 2		40
× 3		1
× 4		1.20
× 5		1.40
× 6		2
× 7		2.20
× 8		2.40
× 9		3
× 10		3.20
× 11		3.40
× 12		4
× 13		4.20
× 14		4.40
× 15		5
× 16		5.20
× 17		5.40
× 18		6
× 19		6.20
× 20		6.40
× 30		10
× 40		13.20
× 50		16.40
20 × 20		6.40

Table de 30		
30 × 1		30
× 2		1
× 3		1.30
× 4		2
× 5		2.30
× 6		3
× 7		3.30
× 8		4
× 9		4.30
× 10		5
× 11		5.30
× 12		6
× 13		6.30
× 14		7
× 15		7.30
× 16		8
× 17		8.30
× 18		9
× 19		9.30
× 20		10
× 30		15
× 40		20
× 50		25
30 × 30		15

Table de 40		
40 × 1		40
× 2		1.20
× 3		2
× 4		2.40
× 5		3.20
× 6		4
× 7		4.40
× 8		5.20
× 9		6
× 10		6.40
× 11		7.20
× 12		8
× 13		8.40
× 14		9.20
× 15		10
× 16		10.40
× 17		11.20
× 18		12
× 19		12.40
× 20		13.20
× 30		20
× 40		26.40
× 50		33.20
40 × 40		26.40

Table de 50		
50 × 1		50
× 2		1.40
× 3		2.30
× 4		3.20
× 5		4.10
× 6		5
× 7		5.50
× 8		6.40
× 9		7.30
× 10		8.20
× 11		9.10
× 12		10
× 13		10.50
× 14		11.40
× 15		12.30
× 16		13.20
× 17		14.10
× 18		15
× 19		15.50
× 20		16.40
× 30		25
× 40		33.20
× 50		41.40
50 × 50		41.40

Table des carrés		
1		1
2		4
3		9
4		16
5		25
6		36
7		49
8		1.4
9		1.21
10		1.40
11		2.1
12		2.24
13		2.49
14		3.16
15		3.45
16		4.16
17		4.49
18		5.24
19		6.1
20		6.40
30		15
40		26.40
50		41.40

TABLEAU D'AIDE A LA MULTIPLICATION SEXAGESIMALE :

	Soixantaines de soixantaines de soixantaines	Soixantaines de soixantaines	Soixantaines	unités
	60 x 60 x 60	60 x 60	60	
×				
+				

TABLE DE MULTIPLICATION DE 30 EN SYSTEME SEXAGESIMAL :

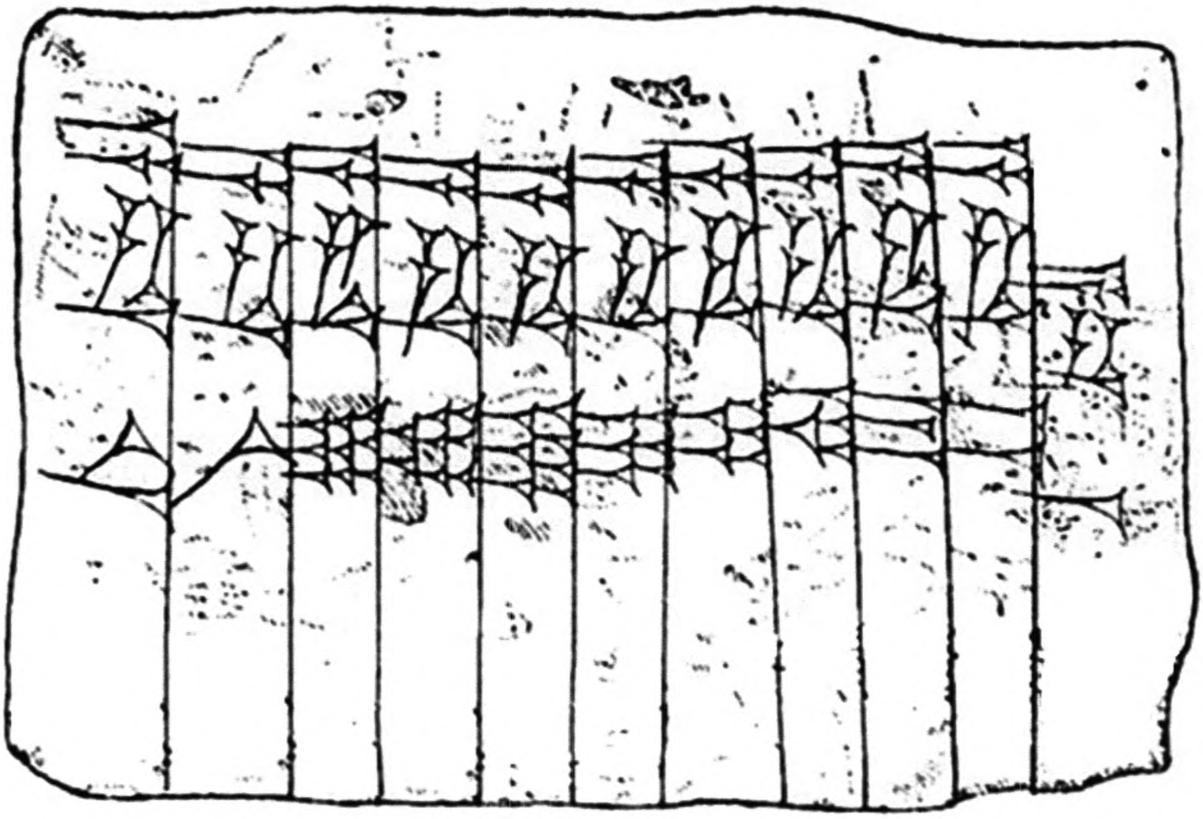
30	fois	1	30
30		2	1
30		3	1.30
30		4	2
30		5	2.30
30		6	3
30		7	3.30
30		8	4
30		9	4.30
30		10	5
30		11	5.30
30		12	6

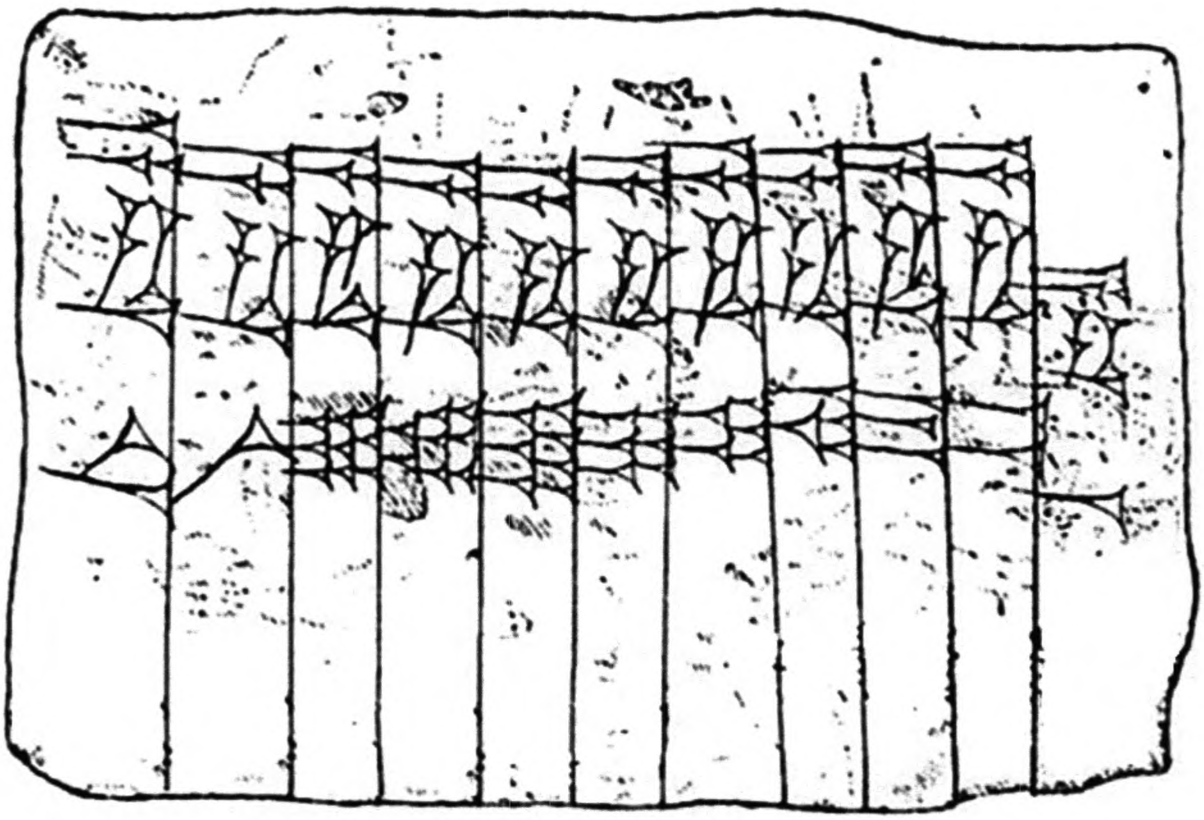
30	fois	13	6.30
30		14	7
30		15	7.30
30		16	8
30		17	8.30
30		18	9
30		19	9.30
30		20	10
30		30	15
30		40	20
30		50	25
30		30	15

ECRITURE CUNEIFORME DES NOMBRES DE 1 A 59 EN SYSTEME SEXAGESIMAL :

	𒐕	𒐖	𒐗	𒐘	𒐙	𒐚	𒐛	𒐜	𒐝
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
𒌋	𒌋𒐕	𒌋𒐖	𒌋𒐗	𒌋𒐘	𒌋𒐙	𒌋𒐚	𒌋𒐛	𒌋𒐜	𒌋𒐝
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
𒎙	𒎙𒐕	𒎙𒐖	𒎙𒐗	𒎙𒐘	𒎙𒐙	𒎙𒐚	𒎙𒐛	𒎙𒐜	𒎙𒐝
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
𒌍	𒌍𒐕	𒌍𒐖	𒌍𒐗	𒌍𒐘	𒌍𒐙	𒌍𒐚	𒌍𒐛	𒌍𒐜	𒌍𒐝
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
𒐏	𒐏𒐕	𒐏𒐖	𒐏𒐗	𒐏𒐘	𒐏𒐙	𒐏𒐚	𒐏𒐛	𒐏𒐜	𒐏𒐝
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
𒐐	𒐐𒐕	𒐐𒐖	𒐐𒐗	𒐐𒐘	𒐐𒐙	𒐐𒐚	𒐐𒐛	𒐐𒐜	𒐐𒐝
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59

<u>TABLETTE VIERGE A PHOTOCOPIER POUR TABLE DE MULTIPLICATION EN CUNEIFORME :</u>





TACHE COMPLEXE : TRADUCTION DES TEXTES ASSOCIES A CHAQUE FIGURE.

A « Un carré : la longueur du côté est 1. J'y ai dessiné 4 triangles.
Qu'en est la surface ? »

B « Un carré : la longueur du côté est 1. J'y ai dessiné 16 carrés.
Qu'en est la surface ? »

C « Un carré : la longueur du côté est 1. J'y ai dessiné 8 triangles.
Qu'en est la surface ? »

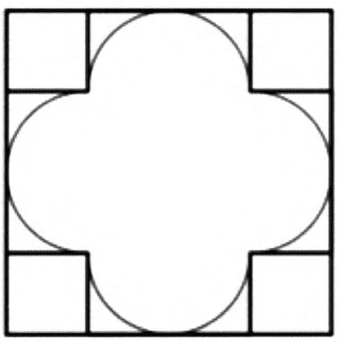
D « Un carré : la longueur du côté est 1. J'y ai dessiné un carré. Le carré que j'ai dessiné touche le (premier) carré. A l'intérieur du deuxième carré, j'ai dessiné un troisième carré. Le (carré) que j'ai dessiné touche l'(autre) carré.
Qu'en est la surface ? »

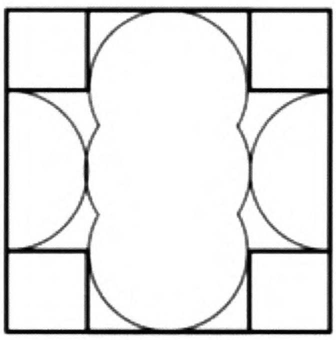
E « Un carré : la longueur du côté est 1. J'y ai dessiné 12 triangles et 4 carrés.
Qu'en est la surface ? »

F « Un carré : la longueur du côté est 1. J'y ai dessiné 4 trapèzes et 2 triangles.
Qu'en est la surface ? »

TACHE COMPLEXE : EXERCICE COMPLEMENTAIRE.

Reproduire une des figures ci-dessous dans un carré de 16 cm de côté.





Bibliographie

Pour decouvrir le sujet

[1] J. Bottéro, Babylone, A l'aube de notre culture, Paris: Gallimard, coll. Découvertes, 1994.

Ouvrages generaux

[2] J. Bottéro, Mésopotamie, l'écriture, la raison et les dieux, Paris: Gallimard, coll.Folio Histoire, 1987.

[3] D. Charpin, Lire et écrire à Babylone, PUF, 2008.

[4] P. Garelli, Le Proche-Orient asiatique, Tome 1, des origines aux invasions des peuples de la mer, Paris: Nouvelle Clio, Presses Universitaires de France, 1997 (3ème édition refondue).

[5] J. Glassner, La Mésopotamie, Guide des civilisations, Belles Lettres, 2002.

[6] S. N. Kramer, L'histoire commence à Sumer, Paris: Flammarion, coll. Champs Histoire, 1986.

[7] Uruk 5000 jahre Megacity, Petersburg: Deutsche Orient gesellschaft E.V., Michael Imhof Verlag, 2003.

Ouvrages et articles specialises

[8] J. Friberg, A remarkable collection of Babylonian mathematical texts, Manuscripts in the Schøyen Collection: Cuneiform Texts, New York : Springer, 2007.

[9] H. Hilprecht, Mathematical, Metrological and Chronological Tablets from the Temple Library of Nippur, 1906.

[10] J. Høyrup, L'algèbre au temps de Babylone., Vuibert ADAPT-SNES, 2010.

[11] O. Neugebauer, Les sciences exactes dans l'antiquité, Editions Actes Sud, 1990.

[12] O. Neugebauer et A. J. Sachs, Mathematical Cuneiform Texts (MCT), vol. 29., New Haven: American Oriental Series & American Schools of Oriental Research, 1945.

[13] C. Proust, «Brève chronologie de l'histoire des mathématiques en Mésopotamie.,» [En ligne] : http://culturemath.ens.fr/content/breve-chronologie-de-lhistoire-des-mathematiques-en-mesopotamie-2095.

[14] C. Proust, «Le calcul sexagésimal en Mésopotamie,» [En ligne] : http://culturemath.ens.fr/content/le-calcul-sexagesimal-en-mesopotamie-2461.

[15] C. Proust, «Problèmes de partage : des cadastres à l'arithmétique,» 2012. [En ligne] : http://culturemath.ens.fr/content/problèmes-de-partage-des-cadastres-à-larithmétique.

[16] C. Proust, Tablettes mathématiques de Nippur, Istanbul: IFEA, De Boccard, 2007.

[17] C. Proust, «Tablettes mathématiques paléo-babyloniennes de la collection Hilprecht,» chez *Texte und Materialen der Frau Professor Hilprecht Collection vol. 8*, Harrassowitz Verlag, Leipzig, 2008.

[18] C. Proust, «Du calcul flottant en Mésopotamie,» *SMF – Gazette – 138,* octobre 2013.

[19] E. Robson, Mathematical cuneiform tablets in Philadelphia. Part 1 : problems and calculations, SCIAMVS 1, 2000.

[20] D. Schmandt-Besserat, «Les plus anciens précurseurs de l'écriture,» [En ligne] : http://fr.finaly.org/index.php/Les_plus_anciens_précurseurs_de_l'écriture.

[21] F. Thureau-Dangin, Esquisse d'une Histoire du Système Sexagésimal, Paris: Librairie Orientaliste Paul Gautner, 1932.

[22] F. Thureau-Dangin, Textes mathématiques babyloniens (TMB), E. J. Brill, 1938.

[23] *LES DOSSIERS D'ARCHÉOLOGIE - HORS SÉRIE N°14,* Mars 2008.

QUELQUES LIENS INTERNET:

Brette, Jean. 2013. "Promenade mathématique en Mésopotamie. La mesure du cercle et l'approximation π=3+1/8." *Images des Maths* : http://images.math.cnrs.fr/Promenade-mathematique-en.html

Culture*MATH* : http://culturemath.ens.fr/

Cuneiform Digital Library Initiative : http://cdli.ucla.edu/

Morales, Marcel. Logiciel de calcul séxagésimal "Calculator Mesopotamia" : http://www-fourier.ujf-grenoble.fr/~morales/Calculator-Mesopotamia-Marcel-Morales.html

Musée du Louvre, Département des Antiquités Orientales : http://www.louvre.fr/departments/antiquités-orientales

Proust, Christine. 2014. "Mathématiques en Mésopotamie." *Images des Maths* : http://images.math.cnrs.fr/Mathematiques-en-Mesopotamie.html