UNIVERSITE DE LIMOGES

Institut de Recherche
sur l'Enseignement des Mathématiques

Jean décide, avec le billet de 200 F que vient de lui offrir son grand-père, de s'acheter 3 B.D., et 5 livres de la collection "Jeunesse". Les B.D. sont au même prix. Les livres sont au même prix.
Quelle somme le libraire rend-il à Jean ?

Résolution littérale de problèmes

Pour resoudre ce problème, il faut multiplier le prix d'une B.D, par trois et multiplier le prix d'un livre par 5, les aditionner et soustraire ce résultat à 200.

Jean-Guy SOUMY et Robert CATHALIFAUD

Publication de l'IREM de Limoges
avec le soutien de la DE.

Janvier 1999

Jean décide, avec le billet de 200 F que vient de lui offrir son grand-père, de s'acheter 3 B.D., et 5 livres de la collection "Jeunesse". Les B.D. sont au même prix. Les livres sont au même prix.
Quelle somme le libraire rend-il à Jean ?

Résolution littérale de problèmes

Pour résoudre ce problème, il faut multiplier le prix d'une B.D. par trois et multiplier le prix d'un livre par 5, les aditionner et soustraire ce résultat à 200.

Jean-Guy SOUMY et Robert CATHALIFAUD

Publication de l'IREM de Limoges
avec le soutien de la DE.

Janvier 1999

ANALYSE DE SITUATIONS PORTANT SUR L'UTILISATION DU CALCUL LITTÉRAL DANS LES ACTIVITÉS DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES.

Ce document rend essentiellement compte d'activités conduites en classe de CM_2 et de $6^{ème}$ dont l'objet était d'observer :

- la "spontanéité" du recours aux lettres, par les élèves, dans des situations de résolution de problèmes ;
- en quoi l'emploi d'expressions littérales peut aider les élèves dans la résolution des problèmes.

Les travaux ont eu lieu dans les classes suivantes :

- CM_2 :
  - école d'application Jean-Zay à LIMOGES, M^{lle} DEBORD (Chapitres 1, 3, 4 et 5)
  - école annexe de GUÉRET, M. GENDILLOUX (Chapitres 1, 2 et 6)
- $6^{ème}$:
  - collège Anatole France, M^{me} GRIMAUD (Chapitre 1)

Pour chaque intervention en classe, il sera fait état :

- d'un bref descriptif du dispositif pédagogique
- et de nos observations illustrées de travaux d'élèves.

Les différentes étapes de cette chronique sont les suivantes :

- jeu de communication mettant les élèves en situation de recourir éventuellement à un codage littéral pour transmettre un programme de résolution d'un problème ;
- après une analyse critique des messages produits précédemment, reprise de l'activité précédente ;
- rédaction d'un programme de résolution d'un problème sans donnée numérique, puis application de ce programme à des valeurs numériques ;
- reprise de l'activité précédente en commençant par la production d'une légende permettant de comprendre les formules ;
- mise en relation d'énoncés sans données numériques et de formules littérales correspondantes.

De nombreux travaux ont déjà été conduits sur le calcul littéral et sur le statut de la lettre (inconnue, indéterminée, variable...). Ce qui nous a plus particulièrement intéressés ici, c'est l'observation de la capacité des élèves à produire " spontanément " des messages littéraux pour résoudre des problèmes numériques.

JEU DE COMMUNICATION METTANT LES ÉLÈVES EN SITUATION DE RECOURIR ÉVENTUELLEMENT À UN CODAGE LITTÉRAL POUR TRANSMETTRE UN PROGRAMME DE RÉSOLUTION D'UN PROBLÈME

I. Fiche de préparation de la séance

Objectifs :

- Rendre les enfants capables de rédiger un programme de résolution d'un problème ;
- Rendre les enfants capables d'exécuter un programme de résolution d'un problème.

Situation :

- Dans un premier temps, les élèves disposent de l'énoncé d'un problème auquel il manque des données numériques et ils doivent, par écrit, expliquer comment le résoudre.
- Ils doivent ensuite, à partir d'un message du type précédent et d'informations numériques, terminer la résolution d'un autre problème.

Organisation :

La classe est partagée en deux moitiés (A et B).
Dans chaque demi-classe, les élèves sont répartis en groupes de 4 environ.

Dans un premier temps, le *problème 1* est soumis à chaque groupe de la demi-classe A alors que le *problème 2* est soumis à chaque groupe de la demi-classe B.
Les groupes disposent de feuilles individuelles d'essais et d'une feuille collective pour consigner la réponse.

Dans un second temps, après échanges des messages entre les deux demi-classes, les groupes reçoivent les informations numériques du problème qui les concernent.
Les groupes disposent de feuilles individuelles d'essais et d'une feuille collective pour consigner la réponse.

Un troisième temps, collectif, permet la confrontation des propositions des élèves.

Déroulement :

1/ Consigne 1

Vous allez rédiger un message qui doit permettre à un autre groupe de résoudre le problème. Cet autre groupe possède les données numériques qui vous manquent.

Groupes d'une moitié de la classe (A)	Groupes de l'autre moitié de la classe (B)
Problème 1	**Problème 2**
Sur un terrain rectangulaire dont on connaît les dimensions, Monsieur Martin fait construire une maison rectangulaire dont on connaît les dimensions. Quelle est la surface du terrain qui n'est pas occupé par la maison ?	Jean décide, avec le billet de 200 F que vient de lui offrir son grand-père, de s'acheter 3 B.D., et 5 livres de la collection "Jeunesse". Les B.D. sont au même prix. Les livres sont au même prix. Quelle somme le libraire rend-il à Jean ?
Chaque groupe indique, par écrit, comment résoudre le problème qui lui est posé.	

2/ Consigne 2

> Vous allez recevoir un message qui doit vous permettre de résoudre un problème dont vous n'avez pas le texte. Les nombres que vous devrez utiliser se trouvent dans la liste qui vous a été remise.

Les messages produits sont communiqués à un groupe de l'autre demi-classe.	
Les groupes de cette demi-classe (A) disposent, en plus, des informations suivantes : B.D. .... 28 F Bibliothèque verte .... 35 F Collection "Jeunesse"......... 17 F Bibliothèque rose .... 25 F Roman policier.................... 40 F	*Les groupes de cette demi-classe (B) disposent, en plus, des informations suivantes :* Longueur du terrain........... 58 m Largeur de l'allée................. 2 m Largeur de la maison........... 9 m Largeur du terrain............. 24 m Longueur de la maison...... 11 m

3/ Confrontation des réponses pour le problème 1, puis pour le problème 2

Cette confrontation doit permettre de déboucher sur l'idée qu'on peut dire comment résoudre un problème, sans en connaître forcément toutes les données numériques.

Pour cela, on indiquera les calculs à faire en ayant recours, non aux données numériques, mais à des expressions qui les désignent.

II. Les productions des émetteurs

Plusieurs critères de classement permettent d'analyser les productions des émetteurs :

- textes purement littéraires (Annexe 1, émetteurs A, N...) ou textes possédant déjà des notations symboliques (émetteurs C, F...) ainsi que des textes intermédiaires (émetteur I...) ;
- textes écrits sur le mode " injonctif " (émetteur B, E...) et textes à forte implication personnelle, sur le mode *je calcule, j'additionne...* (émetteurs I, J...) avec une classe de textes employant systématiquement une formule du type : *il faut* ;
- textes faisant apparaître dans leur construction une séquence algorithmique, un découpage en actions élémentaires :
  - par un jeu de paragraphes (émetteurs B, J...) ;
  - par l'utilisation de mots de liaison comme *puis, après, alors, ensuite...* (émetteurs F, M...) ;
- textes fortement contextualisés et personnalisés et textes qui se dégagent de l'habillage du problème.

Le texte du groupe C utilise un point d'interrogation (?), probablement en raison de l'usage en classe de la calculatrice T.I. ? est repris dans la seconde phrase avec le sens: *? représente l'aire du terrain. Il* y a là un usage remarquable. Dans le texte E, le ? est utilisé avec une autre signification : ? remplace les dimensions ignorées du terrain. Ce groupe utilise d'ailleurs les points de suspension pour indiquer la surface du terrain : *La surface du terrain est de....* Si, pour le terrain, la longueur et la largeur sont symbolisées par le même symbole (?), pour ce qui concerne la maison, la longueur et la largeur sont symbolisées par L et l. Finalement, après avoir, entre les grandes parenthèses, indiqué une sorte de formule avec l'emploi de S pour *surface,* le texte se présente sous la forme d'un texte " à trous ".

Pour ce qui concerne l'émetteur I, après avoir rendu compte succinctement de la trame de l'habillage du problème et de la question posée, les élèves utilisent l'accolade qui prend ici le sens d'un parenthésage. Là encore le texte présente des " trous " sous la forme de points de suspension, à compléter comme dans les fichiers.

III. Les productions des récepteurs

Remarque préliminaire : Le problème 2, dans sa forme donnée aux CM_2, présentait une ambiguïté. Il est question de *5 livres de la collection Jeunesse.* Certains émetteurs n'ont pas précisé dans leur message la collection, mettant ainsi en difficulté les récepteurs qui travaillaient sur la liste des prix de différentes collections. Les élèves de $6^{ème}$ se sont vus proposer un autre texte :

Problème 2 :

> Avec le billet de 200 F que vient de lui offrir son grand-père, Jean décide de s'acheter 3 B.D., un album et une revue. Les B.D. sont au même prix.
>
> Quelle somme le libraire rend-il à Jean ?

Les récepteurs disposaient du tableau suivant :

B.D	28 F
Roman	35 F
Revue	17 F
Album	25 F
Roman policier	40 F

Les productions des récepteurs permettent de distinguer:

- les résolutions qui suivent scrupuleusement le message reçu lorsque celui-ci ne présente pas de forte ambiguïté (émetteurs A, B...) ;
- celles qui dépassent les ambiguïtés et résolvent quand même le problème (récepteur L...). Parmi celles-ci, il est possible d'envisager qu'un échange oral a eu lieu entre les émetteurs qui n'étaient pas assez précis et les récepteurs qui constatent que, comme dans le cas du récepteur I, « *On ne sait pas quel livre Jean a acheté* » ;
- le cas où, ayant le choix entre une formule permettant de trouver la solution et des calculs pas à pas, les récepteurs ont opté pour la présentation correspondant à un parcours ascendant de l'arbre de résolution (récepteur I).

Certains récepteurs contextualisent les réponses.

IV. Les énoncés

Aux groupes qui avaient terminé avant les autres, il a été demandé de rédiger un texte de problème tel que celui qui avait pu être remis au groupe émetteur (groupes A, C, F, G, L). On observe des énoncés plus ou moins contextualisés, de forme canonique (énoncé C). Certains énoncés prennent en compte des données fournies dans le tableau numérique (énoncé F qui évoque *l'allée* dans le terrain).

PROBLÈME 1 - CM2

Émetteur A

Il faut pour trouver
l'air du terrain multiplié la
longueur par la largeur puis pour
trouver l'air de la maison multiplié
la longueur par la largeur
est soustraire l'air du terrain
moin l'air de la maison.

Récepteur A

$24 \times 58 = 1392\ m^2$
1392 est l'aire du terrain.

$9 \times 11 = 99\ m^2$
99 est l'aire de la maison.

$1392 - 99 = 1293\ m^2$

Énoncé A

Une personne décide de faire constaure une mais
son. ~~Pour cela~~ ~~Il~~ un maçon construit le terrain.

Émetteur B

- Calculex la surface du terrain en multipliant sa largeur par sa longeur.

- Calculex la superficie de la maison en multipliant la largeur par la longeur.

- Soustrais la superficie du terrain à la superficie de la maison.

Récepteur B

- Surface du terrain

$58 \times 24 = 1392$ ~~m²~~

Surface du terrain 1392 m²

- Superficie de la maison.

$11 \times 9 = 99$

Superficie de la maison 99 m².

- Superficie du teraain - surface de la maison.

$$\begin{array}{r} 1392 \\ - \quad 99 \\ \hline 1293 \end{array}$$

Émetteur C

Largeur × Longueur = ? ⇐ terrain

? – (Longueur + Largeur) = terrain non occupé par maison

la surface de la maison

Récepteur C

$58 \times 24 = 1384$ m
L'aire du terrain sans la maison est de 1384 m.
$1384 - (11 \times 9) = 1285$ m
L'aire du terrain sans la maison est de 1285 m.

Énoncé C

La longueur d'un terrain est de 58 m et la largeur est de 24 m.
La longeur de la maison est de 11 m et la largeur est de 9 m.
Quel est l'aire du terrain avec la maison?

Émetteur D

Pour trouver l'aire du terrain, il faut multiplier la longueur par la largueur du terrain.
Pour trouver l'aire de la maison, il faut multiplier la longueur par la largueur de la maison.
Pour trouver la surface du terrain qui n'est pas occupé par la maison, il faut soustraire l'aire de la maison ~~par~~ à l'aire du terrain

Récepteur D

Je cherche l'aire du terrain:

$58 \times 24 = 1392$

$$\begin{array}{r} 58 \\ \times\ 24 \\ \hline 232 \\ +1160 \\ \hline 1392 \end{array}$$

L'aire du terrain est de 1392 m².

Je cherche l'aire de la maison:
$9 \times 11 = 99$
L'aire de la maison est de 99 m².

Je cherche l'aire qui n'est pas occuper par la maison:
$1392 - 99 = 1293$

$$\begin{array}{r} 1392 \\ -\ 99 \\ \hline 1293 \end{array}$$

L'aire qui n'est pas occupé par la maisson est de 1293 m².

Émetteur E

Pour trouver la surface du terrain, tu multiplies la longueur par la largeur.
(? × ? = surface du terrain.)

La surface du terrain est de …

Tu cherches la surface de la maison, tu multiplies la longueur par la largeur.
(L × l = surface de la maison)

La surface de la maison est de …….

Tu cherches la longeur du terrain qui n'est pas occupé par la maison. (s. du terrain – s. de maison = s. qui n'est pas occupé par la maison.)

La surface qui n'est pas occupée par la maison est de …..

Récepteur E

je cherche la surface du terrain.

58×24 = 1392

La surface du terrain est de : 1392 m².

je cherche la surface ~~de terr~~ la maison.

11×9 = 99

La surface de la maison est de : 99 m².

je cherche la surface du terrain qui n'est pas occupé par la maison.

1392 – 99 = 1293

La surface qui n'est pas occupé par la maison est de : 1293 m².

Émetteur F

Dabod il faut calculer l'aire du terrain en multipliant $\boxed{L \times l}$.
Puis il faut soustraire l'aire de la maison (calculer en utilisant le même procéder que pour le terrain) à l'aire du terrain: on obtient la surface du terrain non occupé par la maison.

Attention!: pour calculer il faut les mêmes unités.

Récepteur F

$(58 \times 24) - (8 \times 11) = 1293$.

La surface du terrain occupé sans celle de la maison donne 1293 m

Énoncé F

L'énoncé

Mon voisin possède un terrain sur lequel il a fait construire sa maison qui est relié à une allée.
Quelle est la surface du terrain non occupé par la maison et l'allée?

PROBLÈME 2 - CM2

Émetteur G

Dabord, trouver le prix d'une B.D. et d'un livre. On multiplie le prix d'une B.D. par trois, et le prix d'un livre par cinq, (il y a 3B.D. et 5 livres), ce qui nous donne la somme que devra payer Jean. Après, on soustrait 200F, (la somme que lui a donné son grand-père), par la somme totale du prix des B.D. et des livres.

Récepteur G

3 × 28 = 84
Le prix des BD
5 × 17 = 85
Le prix des livres
85 + 84 = 169
Les BD + les livres
200 − 169 = 31
Il lui reste 31 francs

Énoncé G

Jean a 200 francs que son grand-père lui a donné. Il veut s'acheter 8 livre (3 BD et 5 livres)
Combien lui reste t-il ?

Émetteur H

Pour resoudre ce problème, il faut multiplier le prix d'une BD, par trois et multiplier le prix d'un livre par 5, les aditionner et soustraire ce résultat à 200.

Récepteur H

$28 \times 3 = 84$

$17 \times 5 = 85$

$200 - (84 + 85) = 31$

Émetteur I

Jean a 200 F est il veut acheter des livres et des B.D

Je cherche le prix total des B.D et des livres.

le prix d'un ~~livre~~ livre × 5 } Nombre de livre et de . B D que Jean
\+ le prix d'une B.D × 3 } veut acheter.

Le prix des B.D est.....

Le prix des livres est....

Je cherche quelle est la somme que libraire va lui rendre

La somme que Jean possède — Le prix total des B.B et des livres

= la somme que va lui rendre le libraire.

Le libraire va lui rendre......

Récepteur I

Je cherche le prix des B.D.

28 × 3 = 0 8 4

Le prix des B.D est de 84 F.

(On ne sais pas quel livre Jean a acheté.)

Je cherche le prix des livres.

17 × 5 = 0 8 5

Le prix des livres est de 85 F.

Je cherche combien Jean a dépensé.

84 + 85 = 169

Jean a dépensé 169 F

Je cherche combien le libraire va rendre à Jean.

200 - 169 = 0 31

Le libraire va lui rendre 31 F

Émetteur J

- Je cherche le prix des 3 B.D et des 5 livres. Je multiplie le prix d'une B.D par 3. Je multiplie le prix d'un livre par 5.
- Je cherche combien le libraire va rendre à Jean qui veut acheter les 3 B.D plus les cinq livres avec un billet de 200F. Je soustraie le prix des 3 B.D plus le prix des 5 livres par le billet de Jean (200F).

Récepteur J

Je cherche le prix des 3 B. D.

28×3=84

Le prix des 3 B. D. est de 84 F.

On ne peut pas savoir le prix des 5 ~~B~~ Livres car on ne connaît leurs collection.

Émetteur K

Je cherche le prix des 3 B.D X par le prix d'une B.D

Je cherche le prix des 5 livres * par le prix d'un livre.

Attention il ne faut pas dépasser 200 Frs

Combien le libraire rend à Jean.

200 Frs moins... prix des 3B.D et des 5 livres.

Récepteur K

On peut trouver le prix des bandes Dessinés :

28 × 3 = 84 F

On ne peut pas trouver le prix des livres parceque on ne connait pas la collection.

Émetteur L

3 B D x par le prix d'une.
5 livres x par le prix d'un.
Il a 200F.

Récepteur L

$3 \times 28 = 84$

Le prisc des 3 B.D et de 84F

$5 \times 17 = 85$

Le prix des5 livres Collection Jeunesse est de 85F

Il lui reste 31F dans son porte monaie.

Énoncé L

Un garçon à 200F dans son porte monaie. Il veut acheter des livres, il a déjà acheter 3B.D. Il veut acheter 5 livres d'une colection avec l'argent qu'il lui reste. Quel colection peut-il acheter sans deposé plus d'argents ?

PROBLÈME 1 - 6ème

Émetteur M

Tout d'abord, calcul l'aire du terrain rectangulaire et ensuite de la maison. Puis, après avoir calculé l'aire du terrain et de la maison, tu les soustrait.

Bonne chance !

Récepteur M

L'aire du terrain : 58x24 = 1392

L'aire de la maison 9x 11 = 99

Soustraction 1392 - 99 = 1293

L'aire du terrain et de la maison fait 1293 m²

Émetteur N

Pour connaitre la surface du terrain, il faut multiplié la largeur par la longueur. Pour trouver la surface de la maison, on multiplie la longueur par la largeur et pour trouver la surface du terrain qui reste il faut soustraire la surface du terrain par la surface de la maison.

Récepteur N

58 x 24 = 1392 m²
La surface du terrain est 1392 m².
11 x 9 = 99 m²
La surface de la maison est 99 m².
1392 - 99 = 1293 m²
Le reste de la surface du terrain est 1293 m².

Émetteur O

Sur un terrain rectangulaire, Monsieur Martin fait construire une maison
Trouvé la surface du Terrain qui reste ?
Je calcule la surface du terrain moins la surface de la maison

Récepteur O

$$58 \times 24 = 1392$$
$$9 \times 11 = \underline{\quad 99}$$
$$1293$$

le reste du terain qui reste et de 1293 metre carré

Émetteur P

on voudrait avoir les dimensions du terrain rectangulaire dont on ne connait pas les dimensions. Vous les connaissez. Pour savoir la surface il faut calculer tout le terrain et on le divise par la longueur et la largeur de la maison de Monsieur Martin.

Récepteur P

$$58 \times 2 = 116$$
$$24 \times 2 = 48$$
$$116 \times 48 = 164$$
$$163 = (\cancel{19}\ 40 \times 164) = 6\ 560$$
$$2 \times 9 = 18$$
$$2 \times 11 = 22$$
$$22 * 18 = 40$$

La surface du terrain est de 6 560

PROBLÈME 2 - 6ème

Émetteur Q

Le prix de 3 BD est de 45 F, l'album coûte 50F et la revue 20 F
Additioner les 3 BD, l'album et la revue le soustraire à 200F

Récepteur Q

$$\begin{array}{r} 28 \\ \times\ 3 \\ \hline 84 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 84 \\ +17 \\ +25 \\ \hline 126 \end{array} \qquad \begin{array}{r} -200 \\ 126 \\ \hline 74 \end{array}$$

On a additioné les 3 BD qui valent 84F au prix de l'album (25F) et au prix de la revue (17F), cela fait 126F. On la soustrait à 200F qui fait 74F

Émetteur R

Ajouté tout les articles que Jean veut acheter puis ~~diviser~~ soustraire le tout par 200. Puis vous obtiendré la somme que le libraire va lui rendre

Récepteur R

$$\begin{array}{r} 40 \\ +35 \\ +28 \\ +25 \\ +17 \\ \hline 145F \end{array} \qquad \begin{array}{r} 200 \\ -145 \\ \hline 055F \end{array}$$

Le libraire va lui rendre 55 F

Émetteur S

Pour repondre à la question. Quelle somme le libraire rendrat-il.
Il faut soustraire 200 − 3 BD un album revut et une revu. Mes nous ne savons pas le prix. des 3 BD un album et un revut

Récepteur S

Je fais $3 \times 28 + 17 + 25 = 126$ F

$200 - 126 = 74$

Le librairaire lui rendra 74F

CLASSEMENT, PAR LES ÉLÈVES, DES MESSAGES DE LA SÉANCE PRÉCÉDANTE ET REPRISE DE L'ACTIVITÉ DE COMMUNICATION

I. Descriptif de la séance

Objectifs :

- Rendre les élèves capables de faire évoluer les messages produits au cours de la séance 1 ;
- Rendre les élèves capables de produire des expressions utilisant des symboles (lettres...).

Situation :

- Classer les différents messages produits au cours de la séance 1 et faire apparaître deux types de messages : type " texte " et type " formule " ,
- À partir de nouveaux problèmes, produire des messages, dans une situation de jeu de communication, de deux types :
  - messages de type " texte " ;
  - messages de type " formule ".

Organisation :

- Étude collective (rétroprojecteur) des messages produits lors de la séance 1. Classement de ces messages sur des critères de forme ;
- Remise aux élèves de nouveaux problèmes sans données numériques. Travail individuel ou par deux. Les élèves rédigent des messages de type " texte " et de type " formule " ;
- Échange des messages. Reprise de l'activité de résolution telle que dans la séance 1.

Déroulement :

a) Consigne de la phase de classement : *Voilà les messages produits au cours de la séance dernière. Relisez-les. Comment pourrait-on regrouper ceux qui se ressemblent ?*

b) Nouveau jeu de communication à partir de problèmes sans données numériques. Consigne : *Je vous remets de nouveaux problèmes. Nous sommes dans la même situation de communication que lors de la séance précédente. Sur une même feuille, vous allez rédiger un message type " texte " et un message type " formule ".*

c) Échange des messages et résolution des problèmes. Le groupe récepteur possède les données numériques nécessaires et suffisantes à cette résolution (pas de données inutiles comme dans la séance 1).

d) Analyse collective des messages des deux types.

Problème 1. : *Je viens d'acheter un certain nombre de bouteilles du même jus de fruit et un certain nombre de pots de yaourt liquide, tous identiques. De retour à la maison, maman me demande le prix d'une bouteille de jus de fruit. J'ai perdu ma note. Je connais deux prix : le montant total de la dépense et le prix d'un pot de yaourt liquide. Mais je suis incapable de me souvenir du prix d'une bouteille de jus de fruit ! Par le calcul, je peux y arriver... Toi aussi.*

Données numériques : *nombre de yaourts : 8. Nombre de jus de fruits : 2. Total de la note : 34 F. Prix d'un pot de yaourt : 2,50 F*

Problème 2. : *Cet après-midi, l'école s'est rendue au cinéma. Dans la salle, nous occupons un certain nombre de rangées pleines et une rangée incomplète. Je connais le nombre total de spectateurs, le nombre d'élèves sur la dernière rangée incomplète, le nombre de rangées complètes.*
Mais je ne connais pas le nombre d'élèves sur une rangée totalement occupée. Par le calcul, je peux quand même trouver ce nombre. Toi aussi.
Données numériques : *Nombre total d'élèves : 140. Nombre de rangées : 12. Nombre d'élèves occupant la rangée incomplète : 8*

II. Analyse des messages émis

Problème 1 Émetteurs (Annexe 2.1)

Les messages de **type " texte "** sont beaucoup plus proches de textes au statut algorithmique que lors de la séance 1. Les rédacteurs se sont " décentrés " et énoncent des procédures générales en utilisant des expressions comme *: Il faut multiplier...* (émetteur A), *On multiplie* (émetteur C)... bien que certains interpellent le récepteur par des formules telles que « *Ça te donnera le prix d'une bouteille.* ».

L'expression « *un certain nombre* » est utilisée comme multiplicateur (émetteur A). Des parenthèses apparaissent (émetteur B).

Les messages de **type " formule "** reprennent généralement l'algorithme de résolution énoncé dans le message de type " texte ". Cependant on observe qu'un effort de réorganisation a souvent été nécessaire pour livrer une " formule " unique. C'est le cas de l'émetteur A. Dans le message de type " texte ", il commence par calculer le prix de tous les yaourts. Puis il soustrait ce prix au montant total. Dans la formule il commence par écrire : *Le montant total - (le prix d'un Y x par le nombre)...* De même pour l'émetteur E. Le message " formule " parait correspondre à la phase heuristique alors qu'il est presque toujours produit après le message de type " texte " qui, lui, rappelle davantage la présentation attendue d'une réponse rédigée.

Dans certains messages les émetteurs ont choisi d'introduire des abréviations (Y pour yaourt). L'émetteur F pousse l'usage des abréviations jusqu'à noter *T le total, N la note* et évoquer le *T de la N.*

À remarquer l'usage par le groupe émetteur B du symbole ? dont l'origine se trouve probablement dans l'utilisation par cette classe de calculatrices T.I. Dans le groupe émetteur E, et ceci est remarquable, un résultat intermédiaire est noté également par ?. Ce symbole est repris dans la phrase suivante : ? *: le nombre de bouteilles = le prix d'une bouteille.*

Problème 1 Récepteurs (Annexe 2.1)

Les récepteurs fournissent des réponses souvent contextualisées. Pour résoudre le problème, les récepteurs, qui ont reçu les deux messages, suivent soit le message de type " texte " (récepteurs A, C) soit le message de type formule (récepteur F). Ces trois messages A, C et F correspondent à une analyse ascendante du problème. Un seul récepteur (E) choisit le message de type " formule " qui regroupe en une ligne tous les calculs.

Problème 2 Émetteurs (Annexe 2.2)

Remarques :

- Le problème 2 présentait quelques difficultés de compréhension de la situation. Les élèves ont souvent dû passer par une schématisation.
- Deux approches de la résolution de ce problème sont observables : soustraire le reste et trouver le quotient entier ou bien diviser directement le nombre total d'élèves par le nom-

bre de rangées et trouver le quotient de la division euclidienne. Dans tous les cas, il est nécessaire de donner du sens à la division euclidienne et à la notion de division.

Les messages de **type " texte "** ont les mêmes caractéristiques algorithmiques que les messages pour le problème 1.

L'émetteur J traduit la division euclidienne $a = b \times q + r$ avec $r < b$ sans préciser ce qui est demandé ni même le moyen de résoudre le problème. On peut faire cependant l'hypothèse que ce groupe a reconnu la structure du problème. On observe d'ailleurs que le récepteur **J** trouve la solution et la contextualise.

Dans les messages de **type " formule "** l'expression « *il faut multiplier* » est souvent remplacée par le symbole ×. Ces messages sont calqués sur les messages de type " texte " ou bien regroupent en une seule ligne tous les calculs à effectuer. L'émetteur I a éprouvé le besoin d'introduire correctement des parenthèses. À noter, par contre, que le groupe émetteur K n'utilise pas les parenthèses et rédige une sorte d'énoncé simplifié du problème permettant de donner du sens à sa formule. Pour l'émetteur L, le ? a le sens de « *ce que l'on cherche* ».

Problème 2 Récepteurs (Annexe 2.2

Lorsque le groupe émetteur n'utilise pas les parenthèses dans le message " formule " (émetteur K) le groupe récepteur, alors que la formule est livrée en continuité, éprouve le besoin de scinder les calculs sur deux lignes et ainsi de retrouver le sens du parenthésage.

Certains groupes récepteurs ont eu à donner du sens à la division euclidienne alors que d'autres, après avoir soustrait le reste, arrivaient à un quotient entier qui ne leur posait pas de problème et ne faisait pas appel à des considérations liées au contexte.

PROBLÈME 1 - CM2

Émetteur A

message "texte"

Il faut multiplier le prix d'un de yaourt par le certain nombre de pot de yaourt tous identiques, puis le soustraire le montant total de la note au résultat si-dessus, diviser le résulat par le certain nombre de jus de même fruit et je trouve le prix d'un jus de fruit

message "formule"

Le montant total - (le prix d'un Y x par le nombre : par le nombre de J de F = le prix d'un jus de F

Récepteur A

8 X 2,50 = 20F

34 - 20 = 14 F

14 : 2 = 7

Le prix du jus de fruit est de 7 Francs

Émetteur B

message "texte"

Pour résoudre le problème il faut diviser le montant de la somme par le nombre de bouteilles (du même prix) et par le nombre de yaourts liquide.
les yaourt plus les bouteilles = le montant totale

message "formule"

Le montant divisé par les bouteilles x ? = ?
et par le yaourts x ? = ?
Le tout est égale au montant.

Récepteur B

$34 : 2 = 17 \quad 17 : 8 = 2,125$

Émetteur C

message "texte"

On multipli le nombre de yaourt par le prix d'un. On soustrait le prix total par le prix des yaourt. Cela donnera le prix des bouteilles. On divise le nombre de bouteilles par le prix des bouteilles

message "formule"

nombre de yaourt × le prix
prix total – prix des yaourt = prix des bouteilles
nombres de bouteilles : prix des bouteilles = le prix d'une bouteille

Récepteur C

8 x 2,50 = 20,00 F   34 F – 20 F = 14 F

14 : 2 = 7 F   Le prix d'une bouteille est de 7 F

Émetteur D

message "formule"

X le prix d'un yaourt par le nombre de yaourt

Le prix des yaourts – le total de la note.

Sela vous donnera le prix des bouteilles de jus de fruits.

Le prix des bouteille jus de fruits de fruits : par le nombre de bouteille

Émetteur E

message "texte"

Trouvez le prix de tout les yaourts, le soutraire au montant total, sa donnera le prix des bouteilles. Le prix des bouteilles divisé par le nombre de bouteilles, sa te donnera le prix d'une bouteilles.

message "formule"

motant total - (le nombre de yaourt x le prix d'un yaourt) = ? le prix des bouteilles
? : le nombre de bouteilles = le prix d'une bouteille

Récepteur E

$34-(8\times 2{,}50)=14$ F

$14:2=7$

Émetteur F

X = multiplié
: = divisés
Y = un yaourt
W = Le nombre de yaourts.
T = Total
N = la note
B = une bouteille
D = le nombre de bouteille

X un Y par le nombre de W
Le prix des W - le T de la N.
Le prix des B : par le nombre de D.

message "formule"

$8\times 2{,}50=20$ F
Le prix total des yaourts est de 20 F.
$34-20=14$ F
Le prix total des yaourts est de 14 F.
$14:2=7$ F
Le prix d'une bouteille est de 7 F.

PROBLÈME 2 - CM2

Émetteur G

message "texte"

Il faut soustraire au nombre total d'enfant le nombre d'enfant qui se trouve dans la dernière rangé. Ensuite il faut divisé le résultat par le nombre de rangé.

message "formule"

Nombre total d'enfant - nombre d'enfant dans la dernière rangé = nombre d'enfant dans les rangés complète. Nombre d'enfant dans les rangés complète : nombre de rangé = nombre d'enfant dans une rangé.

Récepteur G

140 - 8 = 132

132 : 12 = 11

Le nombre d'enfants dans une rangée est de 11 enfants

Émetteur H

message "formule"

Le nombre de spectateurs ÷ le nombre de rangées = le nombre de spectateurs sur une rangée.

message "texte"

Diviser le nombre de spectateurs par le nombre de rangées ce qui donne le nombre de spectateurs sur une rangée.

Récepteur H

140 : 12 = 11 (11 X 12) + 8 = 140

11 est le nombre de spectateur sur une rangée.

Émetteur I

message "formule"

(Nombre total d'élèves - nombre d'élève qui n'occupent pas une rangée pleine) : par le nombre rangées pleines = le nombre d'enfants sur une rangée pleine.

Récepteur I

(140-8) : 12 = 11 Il y a 11 élèves sur une rangé pleine.

Émetteur J

message "formule"

Enfants x Nombres de places dans une rangée + Nombres d'enfants dans une rangée incomplète

message "texte"

Il faut multiplier le nombres d'enfants par le nombres de places dans un rangée plus le nombres d'enfants dans une rangée incomplète.

Récepteur J

140 : 12 = 11 reste 8

Il y a 11 place dans une rangée

Émetteur K

message "formule"

Nombre d'eleves - camarades derriere lui : par le nombre de rangée.

Des enfants d'une école vont au cinema. Parmi eux un enfant veut savoir le nombre de place ~~des~~ d'une rangée. attention il a des élèves derriere lui qui n'occupe pas une rangé complete.

Récepteur K

$140 - 8 = 132$

$132 : 12 = 11$

Dans une rangée il y a 11 enfants

Émetteur L

message "formule"

Nombre de spectateurs÷par le nombre de rangée= Nombre de spectateurspar rangée.

Spectateurs÷ par nombre de rangée = ?

ÉCRIRE UN PROGRAMME DE RÉSOLUTION ET L'APPLIQUER

Au cours de cette activité, les élèves doivent indiquer, par écrit, comment résoudre un problème pour lequel les données numériques ne sont pas fournies puis ils doivent appliquer le "programme" de résolution à des valeurs numériques.

I. Écrire un programme de résolution.

L'énoncé ci-dessous est écrit au tableau :

> Une famille séjourne quelques jours à l'hôtel de la Plage.
> Le tarif journalier pour un adulte n'est pas le même que pour un enfant.
> Comment calculer le prix du séjour ?

Après lecture individuelle, les enfants s'interrogent sur ce problème ; ils relèvent en particulier l'absence d'information numérique. On convient qu'avec des phrases on peut évoquer ces données nécessaires et alors on peut tenter d'expliquer comment calculer le prix du séjour.

C'est ce que les élèves sont invités à faire individuellement, sur la partie gauche d'une feuille partagée en deux (la partie droite sera utilisée pour effectuer les calculs quand seront fournies les données numériques).

En mobilisant les données suggérées par l'énoncé (durée du séjour, tarifs adulte et enfant, composition de la famille : nombre d'adultes et nombre d'enfants), les élèves, pour une grande part d'entre eux, indiquent correctement comment résoudre le problème.

Ils utilisent des expressions complètes ("nombre de jours", "tarif journalier pour un adulte"...) ou, devant la longueur des formulations, des abréviations constituées essentiellement des initiales des mots ("tja" pour "tarif journalier adulte") et de certains codages devenus (?) conventionnels ("Nb" pour "nombre"). On peut y noter fréquemment la présence, après les lettres, d'un point ("t.j.a.") qui exprime un sigle ou qui joue le rôle de séparateur ("t.j.a" ou "Nb.a" pour "nombre d'adultes").

Ces données numériques sont intégrées dans des expressions qui comportent en plus parenthèses et signes opératoires.

Exemple :

On cherche le prix pour la famille
(Nb.a x t.j.a) + (Nb.e x t.j.e) = ...
Le prix pour la famille est de ....
On cherche le prix total du séjour.
(Nb.a x t.j.a + Nb.e x t.j.e) * Nb.j = ...
Le prisc total du séjour est de ...

La plupart des élèves détaillent davantage les étapes que l'élève ci-dessus.

Beaucoup ont des difficultés pour reprendre les résultats intermédiaires dans les autres calculs :

- ou bien, comme ci-dessus, ils reprennent la formule de calcul - et dans ce cas, une seule formule, finale, suffirait pour donner la réponse - ;

- ou alors, ils nomment ces résultats ("prix du séjour pour un adulte" ou "prix d'une journée pour la famille"...) - les formules, parfois imprécises, correspondent à l'annonce de ce qu'on va calculer (ou de ce qu'on a calculé) - ;
- Sandy[1] numérote les étapes de la résolution et "récupère" les résultats intermédiaires par ce numérotage ("résultat ⑤ + résultat ⑥" par exemple) ;
- Cécile utilise le mot "résultat" à plusieurs reprises.

On peut relever que les calculs, lorsqu'ils sont corrects, s'organisent de l'une des manières suivantes (à l'ordre près et de manière plus ou moins compacte) :

- calcul du prix journalier des adultes , du prix journalier des enfants, du prix journalier de la famille et enfin du prix du séjour *(Julien, par exemple)* ;
- calcul du prix journalier des adultes, du prix du séjour des adultes, du prix journalier des enfants, du prix du séjour des enfants, et enfin du prix du séjour de la famille *(Benjamin, par exemple)* ;
- calcul du prix du séjour pour un adulte, du prix du séjour pour tous les adultes, du prix du séjour pour un enfant, du prix du séjour pour tous les enfants et enfin du prix du séjour de la famille *(Sandy, par exemple)*.

Une élève commence par additionner le tarif journalier pour un adulte et le tarif journalier pour un enfant et se trouve alors en difficulté pour poursuivre.

D'autres sont bloqués dès le début ou après quelques tentatives d'explications qui n'aboutissent pas.

Arnaud, hésitant, finit par rayer tout ce qu'il a écrit alors qu'on peut supposer de sa part une certaine compréhension du problème (il saura d'ailleurs le résoudre avec les valeurs numériques).

II. Appliquer un programme de résolution.

Valeurs numériques :

nombre d'adultes : 2 ; nombre d'enfants : 3 ; durée du séjour : 7 jours ; tarif journalier adulte : 200 F ; tarif journalier enfant : 150 F.

La mise à disposition de valeurs numériques explicites simples donnent aux élèves l'occasion de mettre en œuvre leur programme de calcul. Ils y arrivent bien dans l'ensemble.

Certains, cependant, recommencent la résolution, en ne tenant quasiment pas compte du programme proposé.

D'autres ont besoin de réécrire l'énoncé pour qu'il devienne complètement classique :

Une famille de 2 adultes et 3 enfants séjourne 7 jours à l'hôtel de la Plage. Le tarif journalier pour un adulte est de 200 F ; le tarif journalier pour un enfant est de 150 F. Calcule le prix du séjour ?

Enfin, quelques élèves, bloqués dans l'écriture d'un programme, résolvent correctement le problème, dès lors qu'ils disposent des valeurs numériques.

---

[1] Les prénoms renvoient aux productions d'élèves de CM_2, en annexe 3.

III. Synthèse.

Au cours de cette activité a pu être dégagée l'idée qu'on peut, dans certains cas, dire comment résoudre un problème sans utiliser des valeurs numériques mais en indiquant les calculs à effectuer sur des expressions qui désignent des données numériques.

Pour être compris de celui qui lira et appliquera le message (le programme de résolution), il faudra, si on utilise des abréviations, en donner clairement la signification (certains ont alors parlé de "légende").

Arnaud

~~prix de l'hotel pour une personne pour un jour~~
~~un adulte × par prix d'un jour~~
~~un enfant × par prix d'un jour~~

~~Nba × tja~~
~~Nbe × tje~~ ~~= prix en tout~~

~~je cherche prix total séjour~~
~~je cherche prix du séjour total~~

~~(Nba 2 × tja 200F~~

je cherche prix séjour un adulte 1400F	200×7=1400
je cherche prix séjour un enfant 1050F	150×7=1050
je cherche prix séjour deux adulte 2800F	1400×2=2800
je cherche prix séjour trois enfants 3150F	1050×3=3150
je cherch prix total trois enfants deux adultes 5950F	~~3150+2800=~~ 3150+2800=5950

Benjamin

Tarif journalier pour un adulte × par le nombre d'adulte = ... × nombre de jours = ... prix pour le sejour adulte.	200×2×7=2800
Tarif journalier pour un enfant × par le nombre d'enfant = ... × nombre de jours = prix pour le séjour enfant.	150×3×7=3150
Prix pour le séjour adulte + prix du séjour enfant = prix du séjour.	2800+3150=
Le séjour coûtera ...	5950

Cécile

Je cherche le resultat une personne pour un jour.
Nb a x Nb.j. = resultat.
Le resultat de une personne pour un jour est •
Je cherche le prix de un plusieure jour par personne
resultat x Nb.Personne = prix
Le prix de plusieie jours pour plusieue personne est •
Je cherche le resultat pour un enfant pour un jours.
Nb e x Nb.j. = resultat
Le resultat de une enfant pour un jour est •
Je cherche le prix de plusieure jour pour plusieur ~~perso~~ enfants.
resultat x Nb enfants = prix
Le prix de plusieie jours pour plusieie enfants est •
J'adition le prix de plusieie en par plusieie personne
prix ~~pl~~ prix = le resultat.
Le resultat que une personne aura payé pour toute la famille est •

Julie

Prix pour 1 jour pour la famille * tarif pour la famille prix d'un adulte multiplié par ~~[illegible]~~ $(PJA \cancel{=} \underbrace{\quad}_{nbr.a} * \underbrace{\quad}_{T.J.A})$ (nbr.A)	$200 = 2 \times 200$
prix d'un enfant multiplié par $(PJE \cancel{=} \underbrace{\quad}_{nbr.E} * \underbrace{\quad}_{T.J.E})$ (Nbr.E)	$\cancel{450}\,450 = 3 \times 150$
~~Prix pour jours.~~ ~~prix~~ $(\underbrace{\quad}_{PJA} \underbrace{*}_{+} \underbrace{\quad}_{PJE} \underbrace{=}_{=} \underbrace{\quad}_{T.F*})$	$400 + 450 = 850$
Prix pour le séjour et pour la famille: $(\underbrace{\quad}_{T.F*} \times \underbrace{\quad}_{nbr.j} = \underbrace{\quad}_{\text{Tarif pour le séjour}})$	$850 \times 7 = 5950$ $\begin{array}{r} 8^{3}50 \\ \times \quad 7 \\ \hline 5950 \end{array}$ ~~*~~ La famille payera 5950 fr. pour le séjour.

Julien

T. j. a x Nb a = tarif adulte pour 1 jour.	200 x 2 = 400 pour 1 jour.
T. j. e x Nb e = tarif enfant pour 1 jour.	150 x 3 = 450 pour 1 jour.
tarif adulte + tarif enfant = tarif de toutes les personnes pour 1 jour.	400 + 450 = 850 pour 1 jour.
tarif de toutes les personnes x par le nombre de jours = prix du séjour	3 850 x 7 = 5950 Le prix du séjour est de 5950 F.

Lionel

prix pour 1 adulte : prix adulte x ~~nombre prix du séjour prix~~ par nombre de jours total d'un adulte.	200 x 7 = 1400
prix pour 1 enfant : prix enfant x ~~prix du séjour~~ par nombre de jours = prix total d'un enfant.	150 x 7 = 1050
prix pour des adultes. prix des adultes x par nombre de jours pour 1 adulte = prix total des adultes.	1400 x 2 = 2800
prix pour des enfant. prix des enfants x par nombre de jours pour 1 enfant = prix total des enfants	1050 x 3 = 3150
prix total des enfants + prix total des adultes = prix total du séjour pour toute la famille.	2800 + 3150 = 5950 Le séjour sera de 5950F.

Ludovic

① Il faut multiplier le tarif journalier d'un adulte par le nombre de jour qui il reste. (~~NB. a X PJ~~) X par le nombre adulte qui a	① 200 X 7 X 2 = 14 14 X 200 = ~~21~~ 2 800
② ~~NB e X Pour un J~~ multiplier un ~~on~~ tarif journalier d'un enfant ~~pour un jour~~ par par le nombre de jour qu'il reste. X par le nombre d'enfant qui a.	② 150 X 7 X 3 = ~~[illegible]~~ 450 x 7 = ~~[illegible]~~ 3150
③ après l'additionne, Prise du tarif journalier d'un adulte plus chair qu'un enfant.	③ 3 1 5 0 + 2 8 0 0 5 9 5 0
Le prix du sejour ~~est~~ coûte 5 950 F	

Lydie

– prise tous les enfants un jour : Nb. e. × prise 1 enfant	150 × 3 = 450
– prise tous les adultes un jour : Nb. a × prix pour un jour	200 × 2 = 400
– prise tous les enfants tous les jours : Nb. j. × prise tous les enfants	7 × 450 = 3150
– prise tous les adultes tous les jours : Nb. j. × prise tous les adultes.	7 × 400 = 2800
– prise du sejour : prise tous les enfants tous les jours + prise tous les adultes tous les jours	3150 + 2800 5950

Sandy

~~① Je cherche le prix d'un enfant pour un jour et d'un adulte~~	
② Je multiplie le prix d'un enfant par le nombre de jour = tarif pour séjour enfant	150 × 7 = 1050 F
③ Je multiplie le prix d'un adulte par le nombre de jour = tarif pour séjour adulte.	200 × 7 = 1400 F
~~④ J'additione le resultat du ② + resultat du ③ = prix du séjour pour un enfant et un adulte.~~	
⑤ Je mutiplie le nombre d'enfants par le prix d'un enfant.	3 × 1050 = 3150 F
⑥ Je multiplie le nombre d'adultes par le prix d'un adlte.	2 × 1400 = 2 800 F
⑦ J'additione résultat ⑤ ~~par~~ + résultat ⑥ = prix du séjour.	3150 + 2800 = 5950 F

Vincent

Le nombre de jours × le prix de l'hôtel un jour. Je multipli le tarif de l'hôtel pour le séjour par le nombre d'adultes Je multipli le tarif de l'hôtel pour le séjour par le nombre d'enfants. J'additionne le prix des enfants par le prix des adultes et j'ai le prix du séjour pour la famille.	200 × 2 = 400 400 × 7 = 2800 150 × 3 = 450 450 × 7 = 3150 3150 + 2800 = 5950

Xavier

- Je cherche le prix d'1 enfant pour les jours. t. j. e × N.b. j. = 150 × 7 = 1050	150 × 7 1050
- Je cherche le prix d'1 adulte pour les jours t. j. a × Nb. j. = 200 × 7 = 1400	200 × 7 1400
- Je cherche le prix des jours pour les enfants prix d'1 e. pour les j. × Nb. e = 1050 × 3 = 3150	1050 × 3 3150
- Je cherche le prix des jours pour les adultes prix d1 a. pour les j. × N.b. a = 1400 × ~~3~~ 2 = 2800	1400 × 2 2800
- Je cherche le prix total. les adultes pour les jours + les enfants pour les jours = 3150 + 2800 = 5950	3150 +2800 5950

NÉCESSITÉ D'ADJOINDRE UNE LÉGENDE AUX PROGRAMMES DE RÉSOLUTION

Cette séance s'est déroulée sur le modèle de la première, avec deux problèmes et deux séries de données :

> Pour l'anniversaire de Paul, sa maman achète un gâteau et des bougies qui sont toutes au même prix.
> Comment calculer la dépense de la maman de Paul ?

Prix du gâteau	93,75 F
Âge de Paul	9 ans
Prix d'une bougie	2,45 F

> Pour la rentrée des classes, un maître commande un livre de mathématiques et un livre d'orthographe par élève.
> Comment calculer la dépense pour la classe ?

Prix d'un livre de mathématiques	82,70 F
Prix d'un livre d'orthographe	63,25 F
Nombre d'élèves dans la classe	27

Les élèves sont invités individuellement, pour l'énoncé dont ils disposent, à indiquer comment résoudre le problème ; pour cela, ils désigneront les données numériques par des expressions courtes et, pour être compris de leurs camarades qui recevront leurs messages, il leur est demandé, au préalable, de fournir une légende qui donnera la signification des expressions abrégées utilisées.

Il apparaît que l'organisation - relativement simple, ici - des calculs ne posent pas, en général, de difficultés aux élèves.

La mise en place d'une légende a révélé un comportement très homogène des enfants : sur l'exemple de la séance précédente, pratiquement tous ont recours aux initiales des mots qu'ils composent pour exprimer les données ; par exemple :

- Une élève[1] écrit comme légende :

  g : gâteau — *d : dépense*
  b : bougies — *n : nombre*
  p : prix — *u : une*

  et exprime les données par *pg*, *nb*, et même *pub* (pour "*prix une bougie*" !)...
- Une autre code directement : (selon un principe semblable)

  n.e : nombre d'enfants
  p.l.o : prix du livre d'orthographe
  p.l.m : prix du livre de mathématique

L'application des programmes aux valeurs numériques fournies est exécutée convenablement par la majorité des élèves.

[1] On trouvera en annexe 4 des productions d'élèves de CM_2

Remarque : une ambiguïté a pu se manifester dans le premier problème : les émetteurs parlent du "nombre de bougies" et les récepteurs disposent de "l'âge de Paul", mais, dans l'ensemble ces derniers n'ont pas été perturbés (ils ont tout de suite fait le rapprochement entre l'une des formulations et l'autre : en effet, les émetteurs ne passent pas seulement commande de calculs, ils les contextualisent toujours).

Pour aller vers une plus grande abstraction, les enfants sont invités à réfléchir sur les symbolisations qu'ils ont choisies pour désigner les données.

Les expressions composées des initiales des mots et d'éventuels symboles numériques ("p1b", par exemple, pour "prix d'une bougie") sont en général comprises par les élèves (même en l'absence de légende !), elles ont du sens pour eux (ce sont des sortes d'écritures sténographiques, abrégées, des formules complètes).

À la question de savoir s'il était obligatoirement nécessaire de procéder ainsi, les élèves, pour une part importante d'entre eux, paraissent déroutés ; mais ils conviennent assez vite que, à condition de disposer d'une légende, on peut symboliser les données par des expressions qui n'évoquent pas, par leur écriture, ce qu'elles représentent. Cette "révélation" a alors été succinctement mis en œuvre sur les problèmes précédents, en désignant les données par une seule lettre et sera reprise lors de la séance suivante.

Anne-Laure

~~Je cherche le prix du gâteau~~

Je cherche le prix des bougies
(nb × pb) = pbs

Je cherche le prix totale pour l'an-
niversaire.
pbs + pg = pt

~~un gâteau = g~~
~~prix du gâteau~~
nombre de bougies = nbs
prix d'une bougie = pb
prix des bougies = pbs
prix du gâteau = pg
prix totale = pt

Aurélie

prisc des dépenses = PDD
Légende : prisc du gâteau → PG
~~prisc de un bougies~~ PB
prisc des bougie en tout = P B
prisc d'une bougie = P1B
nombre des bougies → NB
On cherche le prisc des bougies.
2,45 × 9 = 22,05
P1B × N B = P.B
Le prix des bougies sont de P.B
On cherche la dépense de la maman de Paul.
P B + P $\hat{G}$ = P.DD
Le prix de la dépense de maman est de P.DD

Cécile

Légende

Bougies = B   bougies = B.S   Dépence = D
gâteau = G   prise = P   Nombre = N

Je cherche le prise des bouges.
N.B x P B = P B.S
Le prise des bougies sont......

Je cherche combien maman a dépencé.
G + B.S = P.D.
Maman a dépencé..... francs.

---

9 x 2,45 = 22,05
Le prise des bougies ~~s~~ est 22,05.
93,75 + 22,05 = 115,80.
Maman à dépensé 115,80 francs.

Émilie

Légende.

G = gâteau   P.B = prix bougies
B = bougies.   P.G = prix gâteau
P = prix   P.t = prix total
N = nombre des bougies

- Je cherche le prix des bougies

(N x P = ?? p.b.

Le prix des bougies est de ?

- Je cherche le prix du gâteau plus le prix des bougies.

(P.G + P.B. = ?? p.t.

Le prix total est de ?

La mère de Paul dépense P.t.

Sabrina

Sabrina C. Je cherche le prix des bouges. et le prix des gâteau.

$B \times g =$

Je cherche combien elle a dépensé.

Légende

le gâteau. g

les bougies. BS

Nombre N

elle = maman.

$6 \times BS =$

$93,75 \times 2,45 = 1917,1875$

$$\begin{array}{r} 93,75 \\ \times \quad 2,45 \\ \hline 46875 \\ 375000 \\ 1875000 \\ \hline 1917,1875 \end{array}$$

$9 \times 2,45 = 22,05$

$$\begin{array}{r} 2,45 \\ \times \quad 9 \\ \hline 22,05 \end{array}$$

Grégory

légende: dépense par enfant = d.e
~~dé~~ prix totale = p.t
[redacted]
prix d'1 livre ortho = l.o
prix d'1 livre math = l.m
nombre d'élève = n. e

~~dit~~
Je cherche la dépense pour un enfant.
l.o + l.m = ~~dépense par enfant~~ d.e
La dépense pour un enfant est de ... F.

Je cherche la dépense totale.
dépense par enfant x n.e = prix total
La dépense totale est de ... F.

Ludovic

Il faut calculer le prix d'un livre d'orthographe par le nombre d'élève. D X Ne = ?

Calculer le prix d'un livre de math par le nombre d'élève. PM X Ne = ?

Légende
D: prix d'un livre d'orthographe
Ne: nombre d'élève. PM: prix d'un live de math.

Additionner (D x Ne) + (PM x Ne) = ? ça donnera le prix de la dépense.

Prix des livres d'orthographe. D X Ne = ?

Prix des livres de math. PM x Ne = ?

Depenses totale (D x Ne) + (Pm x Ne) = ?

Je cherche le prise des livres d'orthographe -

$63,25 \times 27 = 1697,75$

$$\begin{array}{r} 63,25 \\ \times \quad 27 \\ \hline 44275 \\ 126500 \\ \hline 1697,75 \end{array}$$

~~Il y a~~ Le prise des livres d'orthographe côute 1697,75 F.

Je cherche le prise des livres de Math.

$82,70 \times 27 = 2232,90$

$$\begin{array}{r} 82,70 \\ \times \quad 27 \\ \hline 57890 \\ 165400 \\ \hline 2232,90 \end{array}$$

Le prise des livres de Math côute 2232,90.

Je cherche la dépense totale.

$1697,75 + 2232,90 =$

$$\begin{array}{r} 1697,75 \\ + \; 2232,90 \\ \hline 3930,65 \end{array}$$

$(c \times m) + (c \times o) = p$ La dépense totale est 3930,65.

Lydie

légende

M : prix d'un livre de mathématiques

O : prix d'un livre d'orthographe

E : nombre d'élèves.

D.M. : dépense des livres de mathématiques

DO : dépense des livres d'orthographe

~~Calcule dépense livre mathe~~

Calcule la dépense des livres de mathématiques

$M \times E = D.M.$

~~Dépense livres mathe~~

Dépense des livres de mathématiques : ..... F

Calcule la dépense des livres d'orthographe.

$O \times E = DO.$

Dépense des livres d'orthographe : ..... F

Calcule la dépense totale.

$DO + DM = \ldots\ldots$

Dépense totale : ...... F

Au cours de cette activité, les élèves de CM_2 sont invités à résoudre successivement deux problèmes dont les données, inconnues, sont d'une part, manifestées dans les énoncés par □ et d'autre part, codées pour tous de manière identique par un symbolisme abstrait, dont le nom n'évoque pas, par son écriture, ce qu'il représente - la légende sera écrite, pour chacun des problèmes, au tableau -.

Ils appliqueront ensuite leur programme de résolution à des valeurs numériques alors fournies.

1er problème :

Dans une classe de □ élèves, la maîtresse distribue à chacun □ cahiers de 100 pages et □ cahiers de brouillon.
Combien a-t-elle distribué de cahiers ?

Légende :
nombre d'élèves : a
nombre de cahiers de 100 p : b
nombre de cahiers de brouillon : c

Les élèves, pour la plupart, proposent de calculer $(a \times b)+(a \times c)$, soit de manière globale, comme Anne-Laure[1], soit de manière "éclatée", comme Florent.

Quelques élèves proposent de calculer $(b+c) \times a$, comme Julie, Séverine ou Grégory.

Les enfants ont toujours des difficultés à nommer et à utiliser les résultats obtenus.

Anne-Laure désigne le résultat par "nombre total", mais elle ne reprend pas cette expression dans sa conclusion, elle recourt à des points de suspension. Grégory utilise un point d'interrogation souligné d'une parenthèse horizontale pour son résultat intermédiaire et laisse un blanc dans sa réponse finale. Julie utilise une parenthèse horizontale.

Les formules numériques ($(a \times b)$, $(b+c) \times a$...) ne sont jamais utilisées pour exprimer des nombres, elles sont considérées comme des injonctions à réaliser des calculs ; elles sont suivies de signe "=" et du "résultat".

2ème problème :

Maman a □ F dans son porte-monnaie. Elle achète □ paquets de chips à □ F l'un.
Combien lui reste-t-il ?

Légende :
somme dans le porte-monnaie : a
nombre de paquets de chips : b
prix d'un paquet de chips : c

Ce problème, bien réalisé dans l'ensemble, a conduit aux mêmes observations que le précédent.

[1] On trouvera en annexe 5 des productions d'élèves de CM_2

Anne-Laure

Je cherche le nombre de cahiers de 100p
et de cahiers de brouillon
$(a \times b) + (a \times c) =$ ~~prix total~~ nombre total
Le nombre de cahier est . . . .

$(30 \times 4) + (30 \times 2) = 180$
Il y a 180 cahiers en tout distribués
par la maîtresse

Florent

1. Je cherche le nombre de cahiers de 100 pages.

$a \times b =$ nombre cahier de 100 pages
Le nombre de cahiers de 100 pages est de nombre cahier 100p.

2. Je cherche le nombre de cahiers de brouillon.

$a \times c =$ nombre cahiers de brouillon.

Le nombre de cahiers de brouillon est de nombre de cahier de brouillon.

3. Je cherche le total.

cahier 100p + ~~cahier~~ ?

---

1. $30 \times 4 = 120$

2. $30 \times 2 = 60$

3. $120 + 60 = 180$

Grégory

- Je cherche combien un élève a de cahiers.

$b + c = \underbrace{?}$

$4 + 2 = 6$

Un élève a 6 cahiers.

- Je cherche combien la maîtresse a distribué.

$a \times \underbrace{?} = d$

$30 \times 6 = 180$

La maîtresse a distribué cahiers.

Je cherche combien la maîtresse a distribué de cahiers.

$(b + c) \times a = d$

$(4 + 2) \times 30 = 180$

La maîtresse a distribuée 180 cahiers.

Julie

Je cherche le nombre de cahiers distribués: ~~pour un élève~~:

~~$(b + c = \underline{\quad}) \times a =$~~

$(b + c) \times a = \underline{\quad}$

la maîtresse aura distribué ___ cahiers.

$(4 + 2) \times 30 = \cancel{30}\ 180$

La maîtresse aura distribué ~~30~~ 180 cahiers.

Séverine

Je cherche le nombre de cahiers distribués.

$(b * c) * a =$

~~$(4 * 2$~~ $(4+2) * 30 = 180$.

ASSOCIER ÉNONCÉS DE PROBLÈMES SANS DONNÉES NUMÉRIQUES ET FORMULES. LÉGENDER CES FORMULES

Le document en annexe 6 est soumis aux élèves d'une des classes de CM2 qui ont vécu les séances 1 et 2.

Leurs résultats sont les suivants :

	Réponses exactes			Réponses fausses
	légendées	non légendées	légende fausse	
(1) Un camion…	11	5	1	6
(2) Un cycliste…	7	2	0	4
(3) J'achète…	12	2	0	9
(4) Je calcule le volume…	6	1	0	16
(5) Un club de tir…	7	1	2	13
(6) Je veux calculer le périmètre…	12	6	3	2
(7) À la poste…	1	1	1	20

Remarques :

Il faut probablement attribuer l'origine de la réussite massive (21/23) au cas du terrain rectangulaire échancré par un demi-disque (6) à la présence, dans la formule, de la lettre π. Il aurait été intéressant de proposer deux problèmes où figuraient des cercles.

Toujours pour ce qui concerne le problème (6), on trouve souvent dans la légende : *D le diamètre et D/2 la moitié du diamètre*. Également, la valeur approchée de π est presque systématiquement indiquée. Dans un cas, on peut lire : *2 = le rectangle*.

Certains élèves cherchent à associer la lettre de la formule à la première lettre d'un mot. Exemples : *D le diamètre* (6), *T les timbres* (7)…

Dans le cas du problème (7), on trouve : *12 représente le nombre de douzaines de timbres*.

Le recours à d'autres lettres (qui ont acquis une signification conventionnelle ?) pour donner la sens de certaines des lettres des formules apparaît dans le problème (6) : *A : L du terrain, B : l du terrain.*

Certains élèves, après avoir recopié la formule qu'ils associent au texte, procèdent, pour la légender, à une réécriture où les lettres sont remplacées par des mots. Exemple :

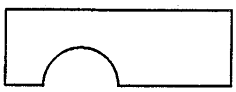
$2 \times (A + B) - D + \pi \times D / 2$ est expliquée par :
$2 \times (\textit{longueur} + \textit{largeur}) - \textit{diamètre} + \textit{pi} \times \textit{diamètre divisé par } 2$

Beaucoup d'élèves ont d'abord cherché à associer toutes les formules aux énoncés avant d'expliciter ces formules. La stratégie qui consiste à trouver la formule puis à la légender avant de passer à la suivante est très minoritaire.

D'une manière générale, les légendes évoquent très fortement le contexte de l'habillage du problème.

Annexe 6

Dans le tableau fais correspondre à chaque énoncé de problème la formule qui permet de le résoudre. Tu indiquera pour chaque formule le sens qu'il faut donner à chaque lettre.

Un camion a transporté un certain nombre de tonnes de remblais. On sait combien de tonnes contient sa benne. On cherche le nombre de voyage effectués.	
Un cycliste roule plusieurs heures en parcourant toujours le même nombre de kilomètres en une heure. On connaît le nombre d'heures qu'a duré sa promenade ainsi que le nombre de kilomètres parcourus en une heure. On cherche le nombre de kilomètres parcourus en tout.	
J'achète plusieurs mètres de tuyau d'arrosage. Je connais le prix du mètre. J'achète aussi un enrouleur pour le tuyau. Je vérifie la note que me remet le marchand.	
Je calcule le volume d'un pavé dont je connais la longueur des arêtes.	
Un club de tir à l'arc achète plusieurs douzaines de cibles. On connaît la prix d'une cible. Quelle est la dépense ?	
Je veux calculer le périmètre d'un terrain. Ce terrain a la forme d'un rectangle dont je connais les dimensions et qui serait échancré par un demi-disque dont je connais le diamètre. 	
À la poste j'achète deux carnets de timbres différents. Chaque carnet contient le même nombre de timbres. Les timbres des deux carnets sont de prix différents. Combien dois-je ?	

$12 \times c \times r$

$m : v$ $\quad$ $l \times (p + q)$ $\quad$ $2 \times (A + B) - D + \pi \times D / 2$

$(a \times b) + c$ $\quad$ $T \times U \times V$ $\quad$ $a \times b$

CONCLUSION

Les objectifs que s'était fixée cette étude étaient d'observer :

- la "spontanéité" du recours aux lettres, par les élèves, dans des situations de résolution de problèmes ;
- en quoi l'emploi d'expressions littérales peut aider les élèves dans la résolution des problèmes.

L'analyse des procédures mises en œuvre tend à montrer que les élèves éprouvent de grandes difficultés à recourir à des codes littéraux pour écrire des programmes de résolution.

Ces difficultés sont au moins de deux ordres :

- si le codage de type *abréviation* est plus facilement mis en œuvre et mieux géré, le codage abstrait, qui nécessite une légende pour être compris, constitue un obstacle important pour la majorité des enfants ;
- la représentation qu'ont les élèves du signe « = » et des écritures opératoires constitue également un obstacle dans l'utilisation des formules, en particulier pour noter avec un signe opératoire des résultats intermédiaires.

En définitive, si l'écriture préalable d'un programme de résolution est accessible à un certain nombre d'élèves de cet âge, ce passage par un codage abstrait des données semble constituer une difficulté supplémentaire pour les autres.

Au terme de cette étude, nous avons pensé mettre les élèves en situation d'écrire des programmes de résolution de problèmes après seulement qu'ils les aient traités avec des données numériques, dans une perspective de communication de leur démarche, mais nous n'avons pas pu mener à bien ce travail.

TABLE DES MATIÈRES

I. Auteurs

Robert CATHALIFAUD - Jean-Guy SOUMY

avec la collaboration de :

Annick DEBORD - Daniel GENDILLOU - Martine GRIMAUD

II. Titre

RÉSOLUTION LITTÉRALE DE PROBLÈMES

Analyse de situations portant sur l'utilisation du calcul littéral dans les activités de résolution de problèmes.

III. Caratéristique

Édité par l'IREM de Limoges.

Format : A4, 51 p.

IV. Type de documents et support

Brochure.

Papier.

V. Matériel utilisé dans l'ouvrage

VI. Public visé

Enseignants de l'École Primaire et du Collège.

VII. Contenus

Ce document rend compte de travaux conduits dans des classes de CM_2 et de $6^{ème}$ portant sur l'observation :

- d'une part du recours « spontané » aux lettres dans des situations de résolution de problèmes,
- d'autre part de l'effet, sur la réussite à la résolution de problèmes, de l'emploi, par les élèves, d'expressions littérales.

Il décrit des dispositifs permettant de conduire les observations précédentes, en particulier :

- un jeu de communication mettant les élèves en situation de recourir à un codage littéral,
- la mise en relation d'énoncés sans données numériques et de formules littérales.

MCL : CALCUL - ARITHMÉTIQUE - PROBLÈMES - INCONNUE - VARIABLE - INDÉTERMINÉE - EXPRESSION LITTÉRALE - RÉSOLUTION - TRAITEMENT DE L'INFORMATION - COMMUNICATION (Jeu de) - CODAGE.