IREM

des Pays de la Loire

LES MATHÉMATIQUES NE SE SONT PAS FAITES EN UN JOUR ...

Promenades historiques

Première promenade : Sumer, Babylone, le nombre comptable et les débuts de la pensée algorithmique.

Mai 1994

INSTITUT DE RECHERCHE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHÉMATIQUES DES PAYS DE LA LOIRE

2, rue de la Houssinière • BP 92208
44322 NANTES CEDEX 03
Tel. 02 51 12 59 41
Site : www.irem.sciences.univ-nantes.fr/

LES MATHEMATIQUES NE SE SONT PAS FAITES EN UN JOUR...

PROMENADES HISTORIQUES

Première promenade: Sumer, Babylone, le nombre comptable et les débuts de la pensée algorithmique

Mai 94
prix 40 F

Le philosophe grec Aristippe et ses compagnons naufragés abordent la côte de Rhodes et découvrent des figures géométriques dessinées sur le sable : *"Nous sommes sauvés, voici des traces laissées par des êtres humains".*

PREAMBULE

Nous vous proposons au travers d'une série de petits cahiers quelques promenades historiques au fil des mathématiques.

Nous nous adressons autant aux élèves qu'aux professeurs ; chacun, nous l'espérons, pourra y trouver son compte.

Pour cela, nous avons choisi un langage simple et vous trouverez au long des pages des activités expérimentées avec nos élèves. Ces activités permettent soit d'introduire une notion du programme, soit de la prolonger, soit aussi d'acquérir une "culture mathématique".

Les mathématiques ne se sont pas faites en un jour ; elles ont une histoire pleine de bonds et de rebonds ; en lisant cette histoire, l'élève comprendra que ses difficultés furent peut-être aussi celles des plus grands mathématiciens ; il découvrira comment certaines notions ont évolué et pourquoi ; il fera des mathématiques autrement.

Nous appuierons ces promenades sur la lecture de textes originaux en proposant, lorsque cela semble nécessaire pour la compréhension, des traductions en termes plus modernes.

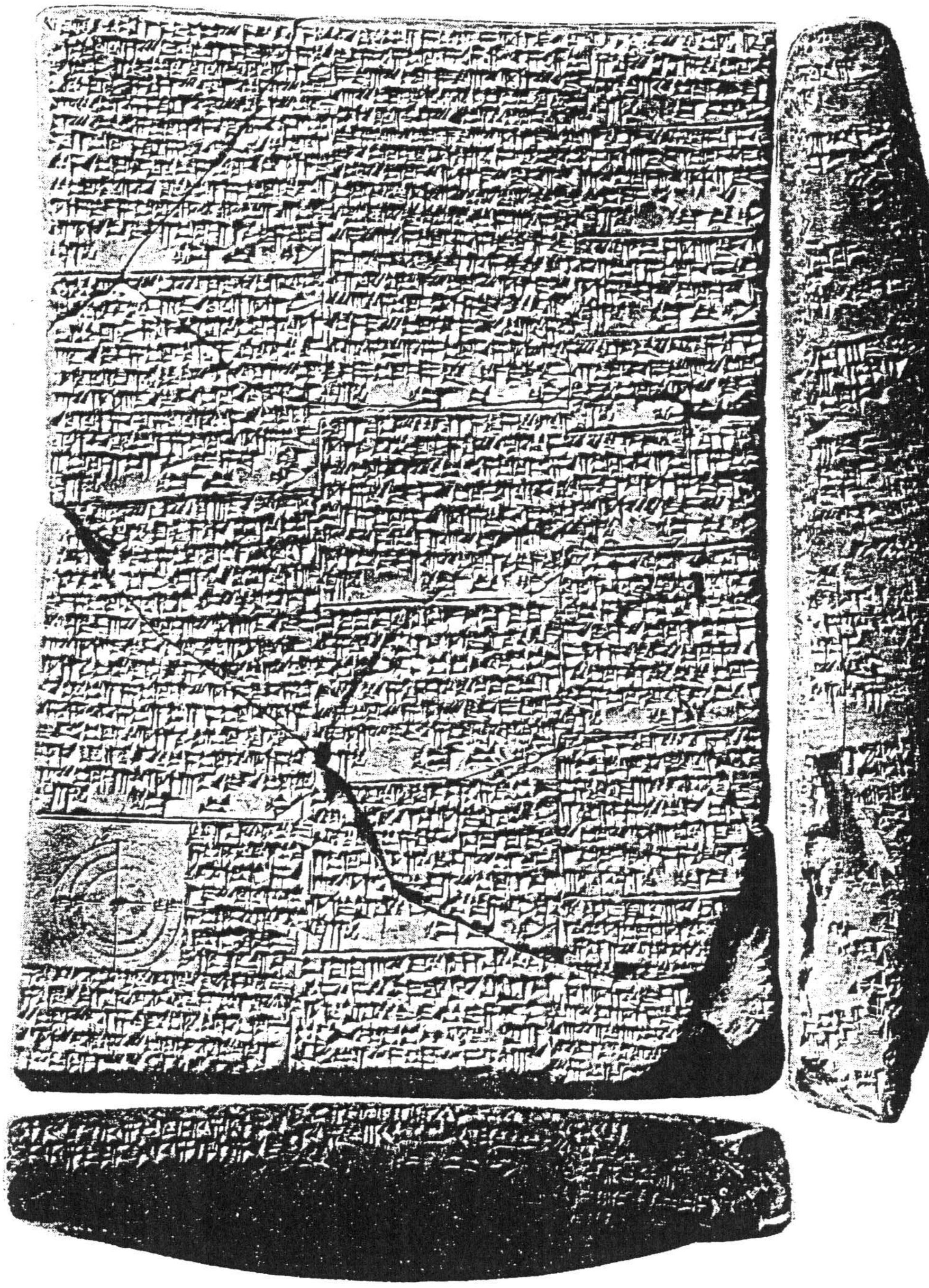
Nous indiquerons le ou les niveaux d'accessibilité, et les prérequis, le cas échéant. Mais nous avons pris le parti de ne privilégier aucun niveau, du collège au lycée, en passant par le lycée professionnel.

Nous vous souhaitons d'agréables promenades mathématiques. Le rêve est peut-être au bout du chemin.

Anne BOYE - Marie COMAIRAS - Jean CROUZET - Madeleine HERBET - Xavier LEFORT - Pascal MIR - Nicole MOREL - Marc PEANO.

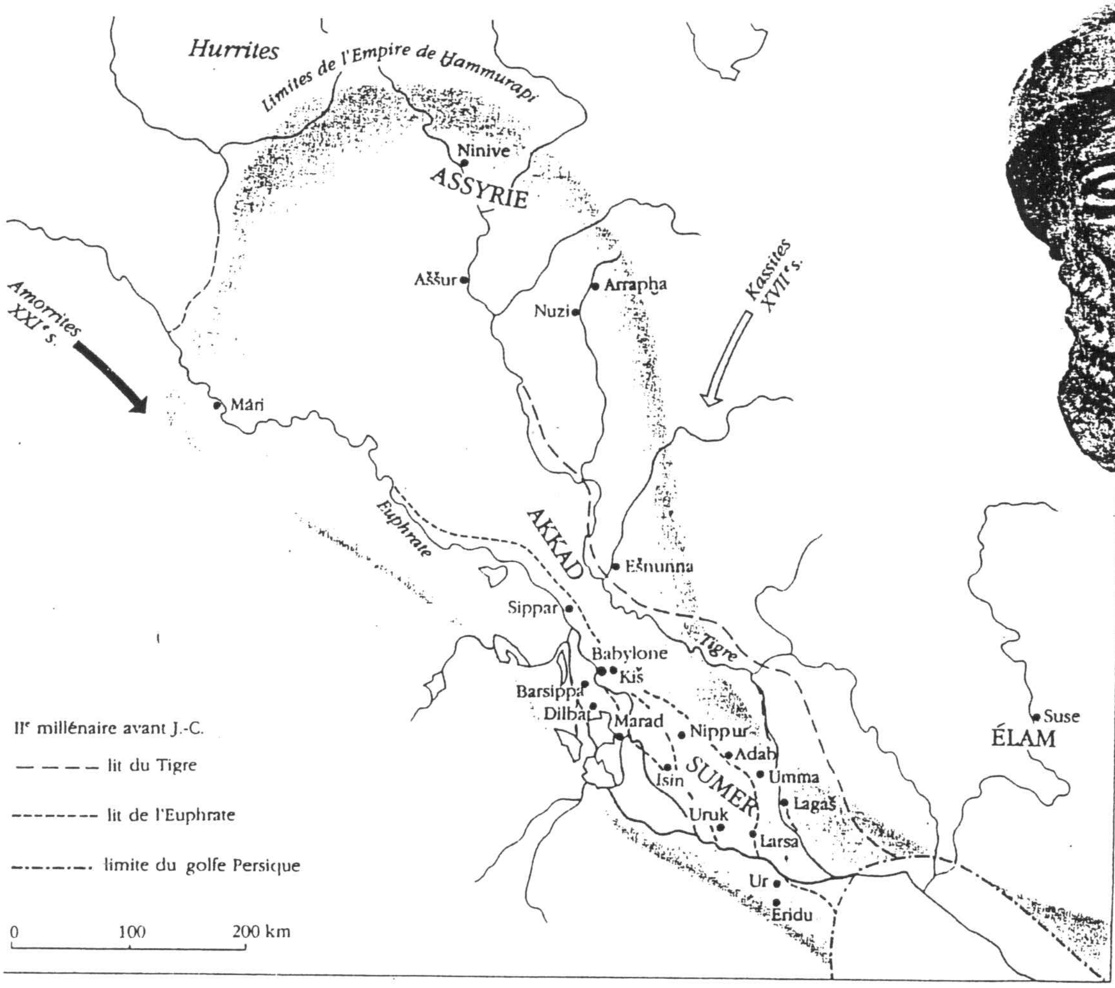
note : Dans ce premier volume, les niveaux d'accessibilité ne sont pas indiqués, ces activités peuvent trouver leur place dans toutes les classes.

Première promenade	**SUMER, BABYLONE** LE NOMBRE "COMPTABLE" LES DEBUTS DE LA PENSEE ALGORITHMIQUE



Tablette BM 85194 (British Museum)
Tablette contenant 16 problèmes et leur solution
Epoque paléo-babylonienne.

1 - L'ESPACE ET LE TEMPS : BABYLONE 1800 av. JC



PORTRAIT PRESUME d'HAMMURABI (Musée du Louvre)

CARTE EXTRAITE DE : ELEMENTS D'HISTOIRE DES SCIENCES

La plupart des textes que nous étudierons proviennent de l'époque dite paléo-babylonienne, celle en particulier du roi Hammurabi (1792-1750) av. JC , "auteur" d'un des premiers codes de lois de l'humanité.

A cette époque, les mathématiques en Mésopotamie ont connu un développement très rapide, atteignant, du point de vue du calcul, le plus haut niveau parmi toutes les civilisations antiques.

Ces progrès étonnants sont les fruits de la lente maturation d'un système de numération (le système sexagésimal de position) qui s'est développé en même temps que l'écriture en pays de Sumer.

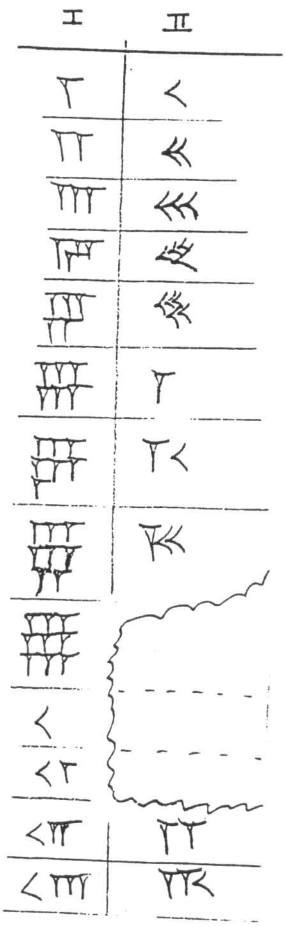
Peu de progrès significatifs seront faits par la suite, et l'écriture et la pensée des peuples de la Mésopotamie antique, comme celles de l'Egypte, disparaîtront dans l'oubli, depuis les premiers siècles de notre ère, jusqu'à l'aube du XIXè siècle. Alors les premières fouilles et les premières tentatives pour déchiffrer les écritures cunéiformes mettront à jour cette fabuleuse civilisation.

Mais, heureusement pour nous, ils écrivaient sur l'argile..

2 - LA NUMERATION

TABLETTE VAT 7858

argile
hauteur : 8 cm
largeur : 5 cm
épaisseur : 2 cm



I	II

1) Reconstituer la colonne I
Que signifie le signe 𒁹 ?
Que signifie le signe 𒌋 ?

2) Reconstituer les cinq premières lignes de la colonne II.
Quelle est la fonction de cette tablette ?

3) Reconstituer entièrement la tablette, y compris les nombres manquants du fait de la cassure.

4) Relève-t-on une ambiguïté dans la manière dont les babyloniens écrivent les nombres ?

A côté, probablement, d'un système décimal, il y avait à Babylone, un système de numération sexagésimal (base 60), un système "savant" qui était utilisé par les scribes.

De plus, c'était un système de position, et  peut signifier 1 ou 60 ou 60^2 ou même $\frac{1}{60}, \frac{1}{60^2}$, ... tout comme dans 1071,81, le 1 signifie suivant sa position 1 ou 10^3 ou $\frac{1}{10^2}$

Ce système babylonien nous est resté dans la numération des temps et des angles.

Ainsi lorsque le scribe écrit 

c'est comme si l'on écrivait	3°	12'	6"
ou encore	3 h	12 mn	6 s

ce qui signifie $\left(3 + \frac{12}{60} + \frac{6}{60^2}\right)$ h

ou encore $(3 \times 60^2 + 12 \times 60 + 6)$ s

Mais ! et cela complique singulièrement le déchiffrement des tablettes, le scribe babylonien ne connaissait
- ni la virgule, pour indiquer le rang des unités,
- ni le zéro, pour marquer les rangs manquants ; (même si à l'époque séleucide (IIIèS - Ier S av. JC) on rencontre parfois un espacement, voire un signe spécifique qui pourrait être l'équivalent d'un zéro).

Aussi, lorsque le scribe écrit 3 12 6
cela peut signifier $3 \times 60^2 + 12 \times 60 + 6 = 11526$
ou $3 \times 60^3 + 12 \times 60^2 + 6 \times 60 = 691560$
ou $3 \times 60 + 12 + \frac{6}{60} = 192,1$
ou $3 + \frac{12}{60} + \frac{12}{60^2} =$
ou ...

Heureusement l'importance de la base, fait que les ordres de grandeur étaient nettement différents, aussi le scribe babylonien se passait fort bien des virgules.

Toutefois, pour plus de facilité, nous indiquerons le rang des unités par un point virgule et séparerons les autres rangs par une virgule ainsi 3, 12 ; 6 signifiera $3 \times 60 + 12 + \frac{6}{60}$.

Mais, rappelons nous que le scribe babylonien n'utilisait que deux signes pour noter tous les nombres :

le clou 𒁹 et le chevron 𒌋
et méditons cette réflexion d'Otto Neugebauer.

> "Cette numération de position est certainement l'une des inventions les plus fécondes de l'humanité.
> Dans la mesure où elle permet d'éviter l'utilisation de milliers de hiéroglyphes dans la représentation d'un concept, on peut la comparer à l'invention de l'alphabet".

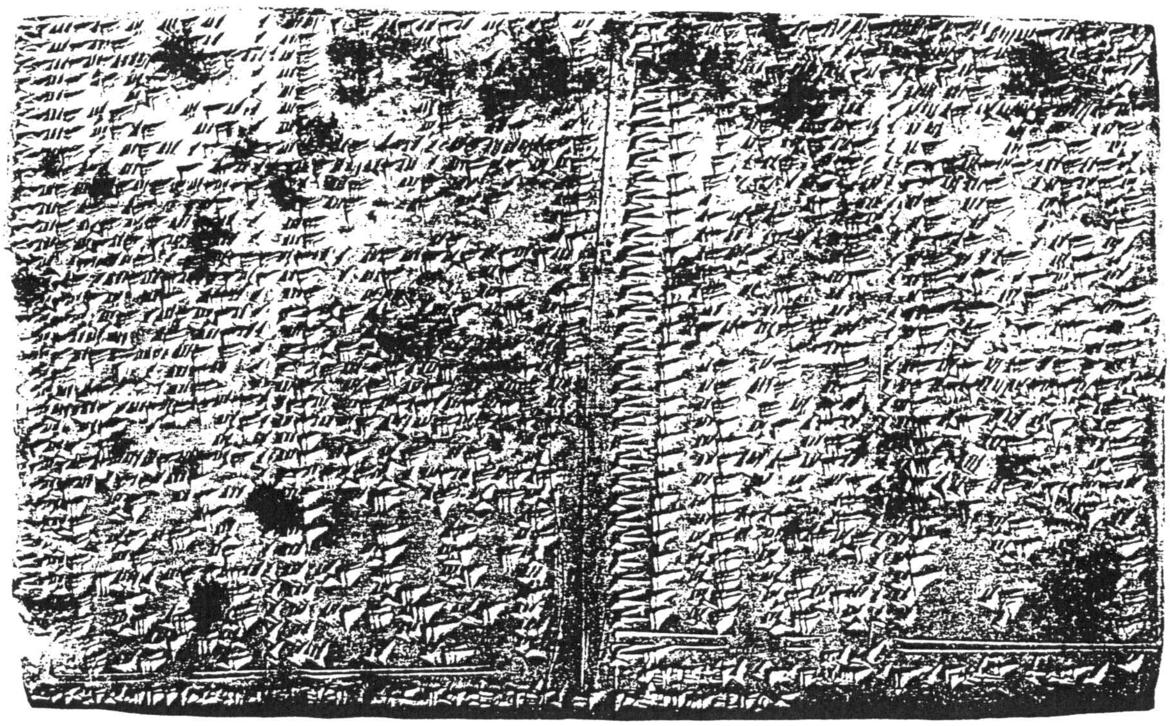
Nous allons essayer de voir maintenant :

- de quelle manière ce système de numération a amené le scribe babylonien au plus haut niveau opératoire parmi toutes les civilisations antiques, (nous l'illustrerons par des calculs d'inverses et de racines carrées).

- et comment il a permis le développement, sinon d'une "algèbre", au moins d'une pensée algorithmique. (Nous verrons, par exemple, comment il pouvait résoudre des problèmes du deuxième degré).

3 - 60 A BEAUCOUP DE DIVISEURS

On a retrouvé de très nombreuses tablettes semblables à celle-ci



Tablette AO 6456 (musée du Louvre)
Argile cuite
Longueur : 12,7 cm ; largeur : 20,7 cm ; épaisseur : 2,1 cm
Uruk (actuellement Warka en Basse-Mésopotamie)
Epoque séleucide (IIIè-1er siècles av. J.-C.), Copie d'un original plus ancien.

EXTRAIT : NAISSANCE DE L'ECRITURE

r	$\frac{60}{r}$	r	$\frac{60}{r}$	r	$\frac{60}{r}$
2	30	16		45	
3	20	18		48	
4	15	20		50	
5	12	24		54	
6	10	25		60	
8	7;30	27	2;13,20	64	
9		30		72	
10		32		75	
12		36		80	
15		40		81	

La compléter, en écrivant les nombres dans le système sexagésimal.

On pourra utiliser la touche $\boxed{{}^\circ\ '\ ''}$ de la calculatrice.

Observer les nombres des colonnes : r

De quels nombres s'agit-il ?

Décomposer 60 en nombres premiers.

Ecrire la liste des nombres $r = 2^\alpha \times 3^\beta \times 5^\gamma$

Il s'agit d'une table d'inverse $\frac{1}{r}$ ou $\frac{60}{r}$ ou $\frac{60^2}{r}$ ...

puisque dans la numération babylonienne, il n'y a pas de virgule.

Ainsi $\frac{60}{2}$ et $\frac{1}{2}$ seront tous deux écrits 30.

Convenons, pour la facilité du calcul que ce soit $\frac{60}{r}$

Un exemple, pour aider à compléter cette table : 60 $\boxed{\div}$ 27 $\boxed{=}$ $\boxed{\text{inv}}$ $\boxed{\circ\ '\ ''}$

Pour le dernier on pourra utiliser $\frac{60^2}{81}$

r	$\frac{60}{r}$				
2	30	16	3;45	45	1;20
3	20	18	3;20	48	1;15
4	15	20	3	50	1;12
5	12	24	2;30	54	1;6,40
6	10	25	2;24	60	1
8	7;30	27	2;13,20	64	0;56,15
9	6;40	30	2	72	0;50
10	6	32	1;52,30	75	0;48
12	5	36	1;40	80	0;45
15	4	40	1;30	81	0;44,26,40

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$

Les nombres des premières colonnes sont les nombres réguliers dans le système sexagésimal : les nombres $2^\alpha \times 3^\beta \times 5^\gamma$ ne contenant que 2, 3 ou 5 comme facteurs premiers.

Ce sont les nombres dont les inverses admettent une partie sexagésimale finie.

Cette table est donc une table d'inverses de nombres réguliers.

Ce genre de table, d'usage très fréquent, était particulièrement utile au scribe voulant effectuer une division.

Les nombres réguliers

DANS LE SYSTEME DECIMAL

DANS LE SYSTEME DECIMAL

$10 = 2 \times 5$ nombre régulier $n = 2^{\alpha} \times 5^{\beta}$

1,2,4,5,8,10,16,20,25,32,40,50,64,...

64 est régulier $\frac{1}{64} = 0{,}015625$ a une partie décimale finie

7 n'est pas régulier

```
1         | 7
10        |--------------
 30       | 0,142857 142857 ...
  20      |
   60     | sa partie décimale est
    40    |
     50   |          périodique.
      1   |
```

DANS LE SYSTEME SEXAGESIMAL

DANS LE SYSTEME SEXAGESIMAL

$60 = 2^{2} \times 3 \times 5$ nombre régulier $n = 2^{\alpha} \times 3^{\beta} \times 5^{\gamma}$

1,2,3,4,5,6,8,9,10,12,15,16,18,20,24,25,27,...

27 est régulier $\frac{1}{27} = 0;2,13,20$ a une partie sexagésimale finie

7 n'est pas régulier

```
  1           | 7
- 0           |---------------
  1X60        | 0;8,34,17 ,8,34,17, ...
    60        |
  - 56        | sa partie sexagésimale est
  ----        |
     4X60     |           périodique .
       240    |
     - 238    |
     -----    |
         2X60 |
          120 |
        - 119 |
        ----- |
            1 |
```

Il semble bien, du reste, que les scribes aient été confrontés au calcul des inverses des nombres non réguliers. On a trouvé, par exemple, une tablette dont les deux premières lignes semblent exprimer :

8,34,16,59 plus petit que $\frac{1}{7}$

8,34,18 plus grand que $\frac{1}{7}$

bien sûr, les babyloniens ne disposaient pas de nos techniques de division, aussi arrivaient-ils à ces résultats par tâtonnements successifs.

Mais nous, nous pouvons faire, comme plus haut, une division dans le système sexagésimal pour déterminer la période de la partie sexagésimale de l'inverse de 1;25 $\rightarrow$ $1 + \frac{25}{60}$

$$1 + \frac{25}{60} = 1 + \frac{5}{12} = \frac{17}{12}$$

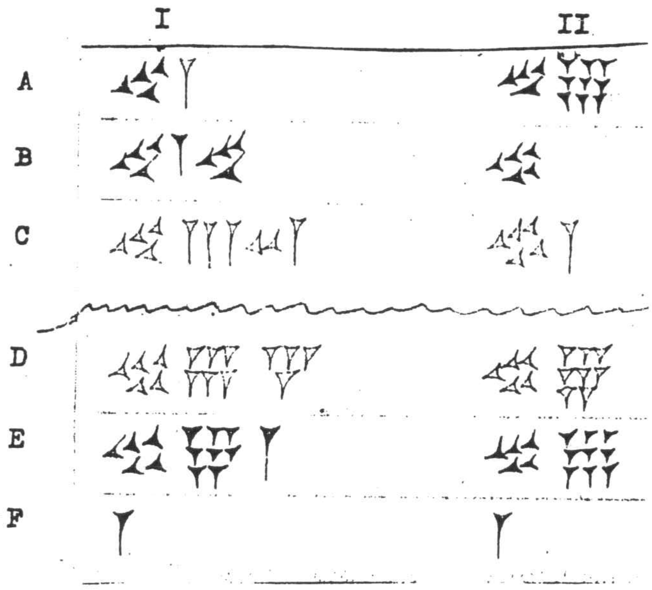
d'où son inverse : $\frac{12}{17}$

12	17
− 0	
12X60	$0;\underbrace{42,21,10,35,17,38,49,24,}\ 42,21,10,\ \ldots$
720	
− 714	
6X60	
360	
− 357	
3X60	
180	
− 170	
10X60	
600	
− 595	
5X60	
300	
−289	
11X60	
660	
− 646	
14X60	
840	
− 833	
7X60	
420	
− 408	
12	

Nous utiliserons dans la suite la valeur approchée 0;42,21,10, valeur certainement à la portée du calculateur babylonien.

4 - UNE TABLE A DECHIFFRER

RECONSTITUTION D'UNE TABLETTE TROUVEE A LARSA



EXTRAIT : LE MATIN DES MATHEMATICIENS

Ecrire dans le système décimal les nombres de la colonne II.

Quel est le nombre indiqué dans la case I E ?
59
ou 58 x 60 + 1 = 3481 ? Expliquer son choix.

Que représente 3481 pour 59 ?

Reconstituer alors la colonne I. Quelle est la fonction de cette table ?

I	II
A	49
B	
C	
D	
E	
F	

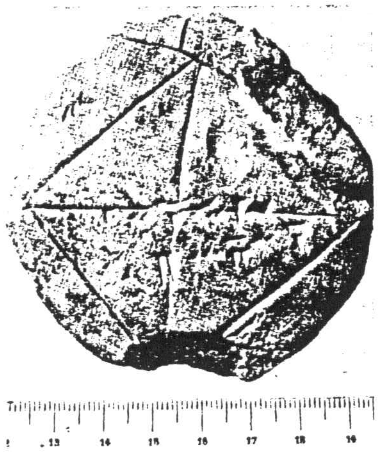
Eléments de réponses

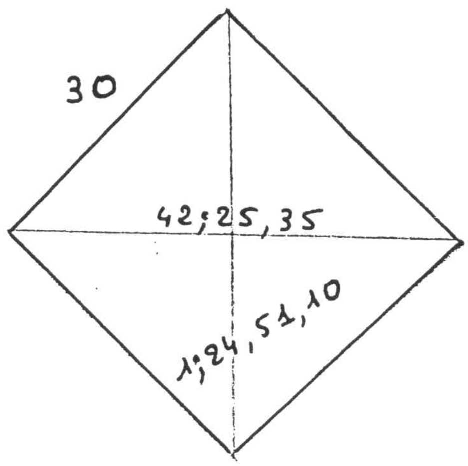
I	II
40x60+1	49
41x60+40	50
43x60+21	51
56x60+1	58
58x60+1	59
$1x60^2$	60

Il s'agit d'une table de carrés.

5 - UNE BELLE APPROXIMATION

TABLETTE YBC 7289 (EPOQUE PALEO-BABYLONIENNE 1800-1600 av JC)
(université de Yale - NEW HAVEN)





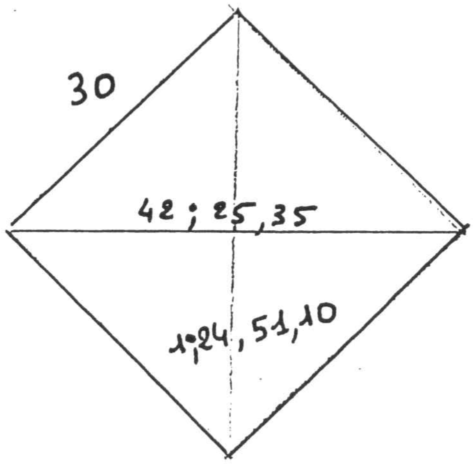
EXTRAIT : OTTO NEUGEBAUER
LES SCIENCES EXACTES DANS L'ANTIQUITE

1) Traduire les trois nombres donnés dans le système décimal.

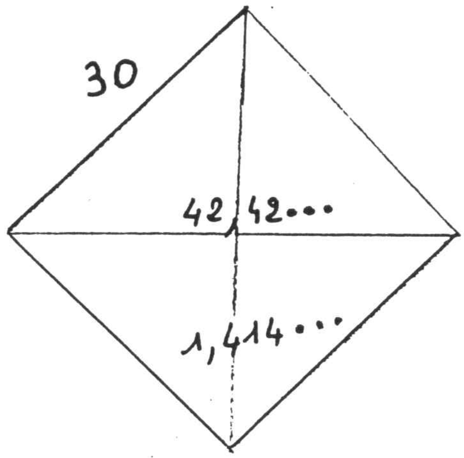
2) De quelle propriété cette tablette est-elle l'illustration ?

3) De quel nombre 1;24,51,10 est-il une approximation ?
Semble-t-elle une bonne approximation ?

SYSTEME SEXAGESIMAL



SYSTEME DECIMAL



$$42;25,35 \quad \rightarrow \quad 42 + \frac{25}{60} + \frac{35}{60^2} \cong 42{,}42...$$

$$1;24,51,10 \quad \rightarrow \quad 1 + \frac{24}{60} + \frac{51}{60^2} + \frac{10}{60^3} \cong 1{,}414...$$

<u>Cette tablette est l'illustration du calcul de la diagonale d'un carré, obtenue en multipliant le côté par $\sqrt{2}$</u>

$42{,}42... = 30 \times 1{,}414...$ ou diagonale = côté x $\sqrt{2}$

On pourra montrer que $30\text{x}\ (1 + \frac{24}{60} + \frac{51}{60^2} + \frac{10}{60^3}) = 42 + \frac{25}{60} + \frac{35}{60}$ en opérant sur les fractions

ou plus simplement que $$\frac{(42 + \frac{25}{60} + \frac{35}{60^2})}{(1 + \frac{24}{60} + \frac{51}{60^2} + \frac{10}{60^3})} = 30$$

en utilisant la calculatrice

$$1;24,51,10 \rightarrow 1 + \frac{24}{60} + \frac{51}{60^2} + \frac{10}{60^3} = 1{,}414\ 21\ 295\ 295\ ...$$

une calculatrice donnerait $\sqrt{2} \cong 1{,}4142136$

l'approximation babylonienne est donc une approximation par défaut à 10^{-6} près.

On a trouvé à Constantinople, vers 1900, un manuscrit d'un traité de Héron d'Alexandrie, mathématicien grec, vivant vers la fin du 1er siècle après JC. Il y décrit notamment un procédé pour calculer une racine carrée : $\sqrt{720}$. Ce procédé peut nous éclairer sur la manière dont les scribes babyloniens auraient obtenu cette approximation de $\sqrt{2}$.

HERON D'ALEXANDRIE - LES METRIQUES (I SIECLE après JC)

Comme 720 n'a pas son côté rationnel, nous pouvons obtenir son côté avec une très petite différence comme il suit. Le carré immédiatement supérieur est 729 qui a 27 pour côté.

Divisons 720 par 27. Cela donne $26\,\frac{2}{3}$.

Ajoutons 27 faisant $53\,\frac{2}{3}$ dont nous prenons la moitié ou $26\,\frac{1}{2}\,\frac{1}{3}$.

Le côté de 720 est donc très approximativement $26\,\frac{1}{2}\,\frac{1}{3}$.

En effet, si nous multiplions $26\,\frac{1}{2}\,\frac{1}{3}$ par lui-même, le produit est $720\,\frac{1}{36}$, si bien que la différence est $\frac{1}{36}$.

Si nous voulons avoir une différence encore plus petite que $\frac{1}{36}$, nous prendrons $720\,\frac{1}{36}$ au lieu de 729, et en procédant de même, nous trouverons que la différence est beaucoup plus petite que $\frac{1}{36}$.

EXTRAIT P. DEDRON et J. ITARD
MATHEMATIQUES ET MATHEMATICIENS

1) Montrer en opérant sur les fractions que :

$$\frac{720}{27} = 26 + \frac{2}{3} \qquad \frac{1}{2}\left[(26 + \frac{2}{3}) + 27\right] = 26 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \qquad (26 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3})^2 = 720 + \frac{1}{36}$$

2) Calculer à l'aide de la calculatrice :

$\sqrt{720}$ et $\frac{1}{2}(\frac{720}{27} + 27)$

3) Soit a_1 une approximation par excès de $\sqrt{A}$: $\sqrt{A} < a_1$

a) montrer que $\frac{A}{a_1} < \sqrt{A} < a_1$

b) en posant $a_2 = \frac{1}{2}(\frac{A}{a_1} + a_1)$ montrer que : $\sqrt{A} < a_2 < a_1$ et qu'ainsi a_2 est une meilleure approximation par excès de $\sqrt{A}$.

Eléments de réponses

3) a) si $\sqrt{A} < a_1$

alors $\dfrac{A}{a_1} < \dfrac{A}{\sqrt{A}}$ soit $\dfrac{A}{a_1} < \sqrt{A}$

donc $\dfrac{A}{a_1} < \sqrt{A} < a_1$ (on peut remarquer aussi que $\sqrt{A}$ est la moyenne géométrique de $\dfrac{A}{a_1}$ et a_1)

3) b) $a_2 = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{A}{a_1} + a_1\right)$ est la moyenne arithmétique de $\dfrac{A}{a_1}$ et a_1

donc $\dfrac{A}{a_1} < a_2 < a_1$

d'autre part $a_2 - \sqrt{A} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{A}{a_1} + a_1\right) - \sqrt{A}$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{A}{a_1} + a_1 - 2\sqrt{A}\right)$$

$$= \frac{1}{2a_1}\left(A + a_1^2 - 2a_1\sqrt{A}\right)$$

$$= \frac{1}{2a_1}\left(\sqrt{A}^2 + a_1^2 - 2a_1\sqrt{A}\right)$$

$$= \frac{1}{2a_1}(a_1 - \sqrt{A})^2 \quad \text{qui est positif}$$

donc $a_2 > \sqrt{A}$

et par conséquent $\sqrt{A} < a_2 < a_1$

a_2 est donc une meilleure approximation par excès de $\sqrt{A}$.

L'algorithme de HERON : pour calculer $\sqrt{A}$.	
A partir d'une approximation par excès : $\sqrt{A} < a_1$ il déduit un encadrement $\frac{A}{a_1} < \sqrt{A} < a_1$ et en prenant la moyenne arithmétique	a_1
$$a_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{A}{a_1} + a_1\right)$$ il obtient une meilleure approximation par excès	$a_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{A}{a_1} + a_1\right)$
$$\sqrt{A} < a_2 < a_1$$ et il réitère le procédé	$a_3 = \frac{1}{2}\left(\frac{A}{a_2} + a_2\right)$ ....

Déterminer une approximation de $\sqrt{2}$ par la méthode de Héron.

On prendra $a_1 = 2$

et calculer successivement a_2, a_3, a_4, a_5

Utiliser la mémoire de la calculatrice.

Eléments de réponses

$$a_1 = 2$$

$$a_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{2} + 2\right) = 1{,}5$$

$$a_3 = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{1{,}5} + 1{,}5\right) = 1{,}4166...$$

$$a_4 = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{1{,}4166...} + 1{,}4166...\right) = 1{,}4142157...$$

$$a_5 = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{1{,}4142157...} + 1{,}4142157...\right) = 1{,}4142136...)$$

ESSAI DE RECONSTRUCTION DE L'APPROXIMATION BABYLONIENNE

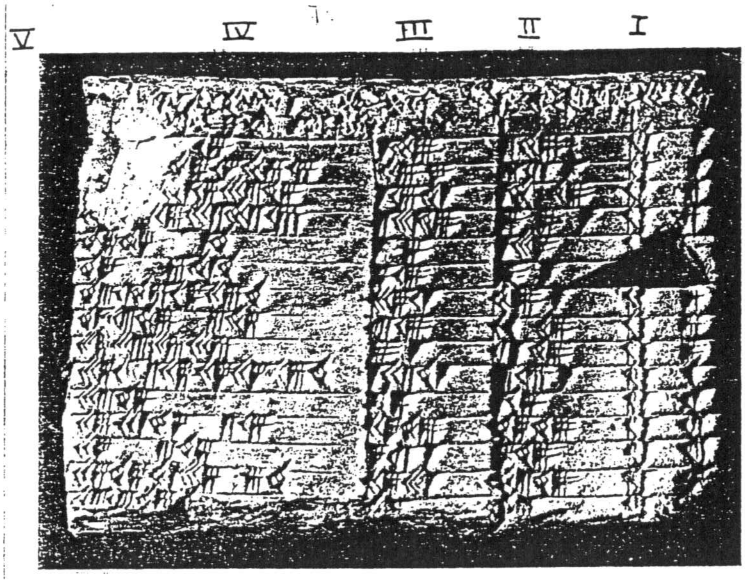
Dans le cas où A = 2

$$a_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{a_1} + a_1\right) = \frac{1}{a_1} + \frac{a_1}{2} \quad = \text{Inverse + moitié}$$

Les scribes babyloniens auraient alors pu procéder de la manière suivante

Inverse (qu'il pouvait lire dans une table) (voir p. 10)	+ Moitié	approximations $a_1 = 2$
↓ 0 ; 30	+ ↓ 1	a_2 = 1 ; 30 = 0 ; 90
↓ 0 ; 40	+ ↓ 0 ; 45	une approximation très souvent rencontrée dans les tablettes a_3 = 1 ; 25 = 0 ; 84,60
↓ 0 ; 42,21,10 (valeur approchée) (voir p. 12)	+ ↓ 0 ; 42,30	= 0 ; 84,51,10 a_4 = 1 ; 24,51,10
mais là s'arrêtaient les possibilités du calculateur babylonien		

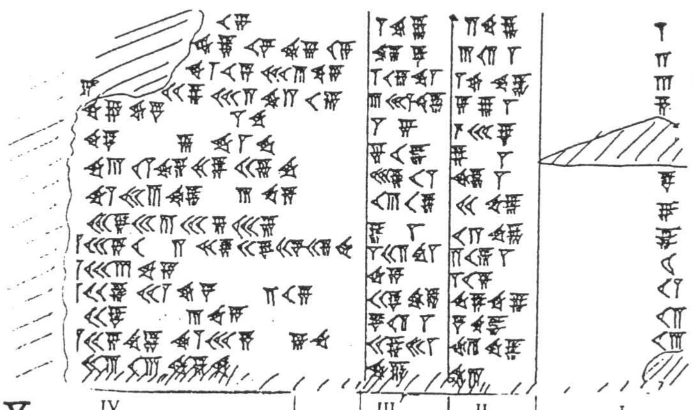
6 - LA TABLETTE PLIMPTON 322 (UNIVERSITE DE COLUMBIA - NEW-YORK)



époque paléo-babylonienne
(1800-1600 av JC)

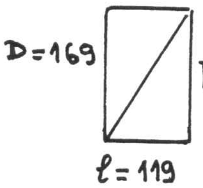
Cette tablette a été cassée en plusieurs endroits, en particulier sur le côté gauche où elle devait comporter une cinquième colonne.
D'autre part, les inscriptions au-dessus des colonnes II et III semblent signifier respectivement : diagonale et largeur.

Extrait : OTTO NEUGEBAUER
Les Sciences Exactes dans
l'Antiquité



V	IV	III	II	I
	[1.59.0]15	1.59	2.49	1
	[1.56.56]58.14.50.6.15	56.7	3.12.1	2
	[1.55.7]41.15.33.45	1.16.41	1.50.49	3
	[1.]5[3.1]0.29.32.52.16	3.31.49	5.9.1	4
	[1.]48.54.1.40	1.5	1.37	[5]
	[1.]47.6.41.40	5.19	8.1	[6]
	[1.]43.11.56.28.26.40	38.11	59.1	7
	[1.]41.33.59.3.45	13.19	20.49	8
	[1.]38.33.36.36	9.1	12.49	9
	1.35.10.2.28.27.24.26.40	1.22.41	2.16.1	10
	1.33.45	45	1.15	11
	1.29.21.54.2.15	27.59	48.49	12
	[1.]27.0.3.45	7.12.1	4.49	13
	1.25.48.51.35.6.40	29.31	53.49	14
	[1.]23.13.46.40	56	53	15

VI α°	V	IV	III largeur ℓ	II Diagonale D	I
	120	1,9834028	119	169	1
		1,9491586	3367	~~11521~~ *	2
	4800	1,9188021	4601	6649	3
					4
					5
					6
					7
					8
					9
					10
					11
					12
		1,4500174	~~25921~~ *	289	13
					14
			56	~~53~~ *	15

1) 

Traduire les nombres de la première ligne dans le système décimal.

De quels nombres s'agit-il dans la colonne V ?

Calculer $\frac{D^2}{L^2}$ et donner la signification de la colonne IV

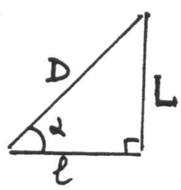
2) Compléter les lignes 3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,14 dans le système décimal.

3) Dans les autres lignes le scribe étourdi a commis des erreurs indiqués par des *

Pour la ligne 13 : connaissant D et $\frac{D^2}{L^2}$, calculer L puis ℓ .

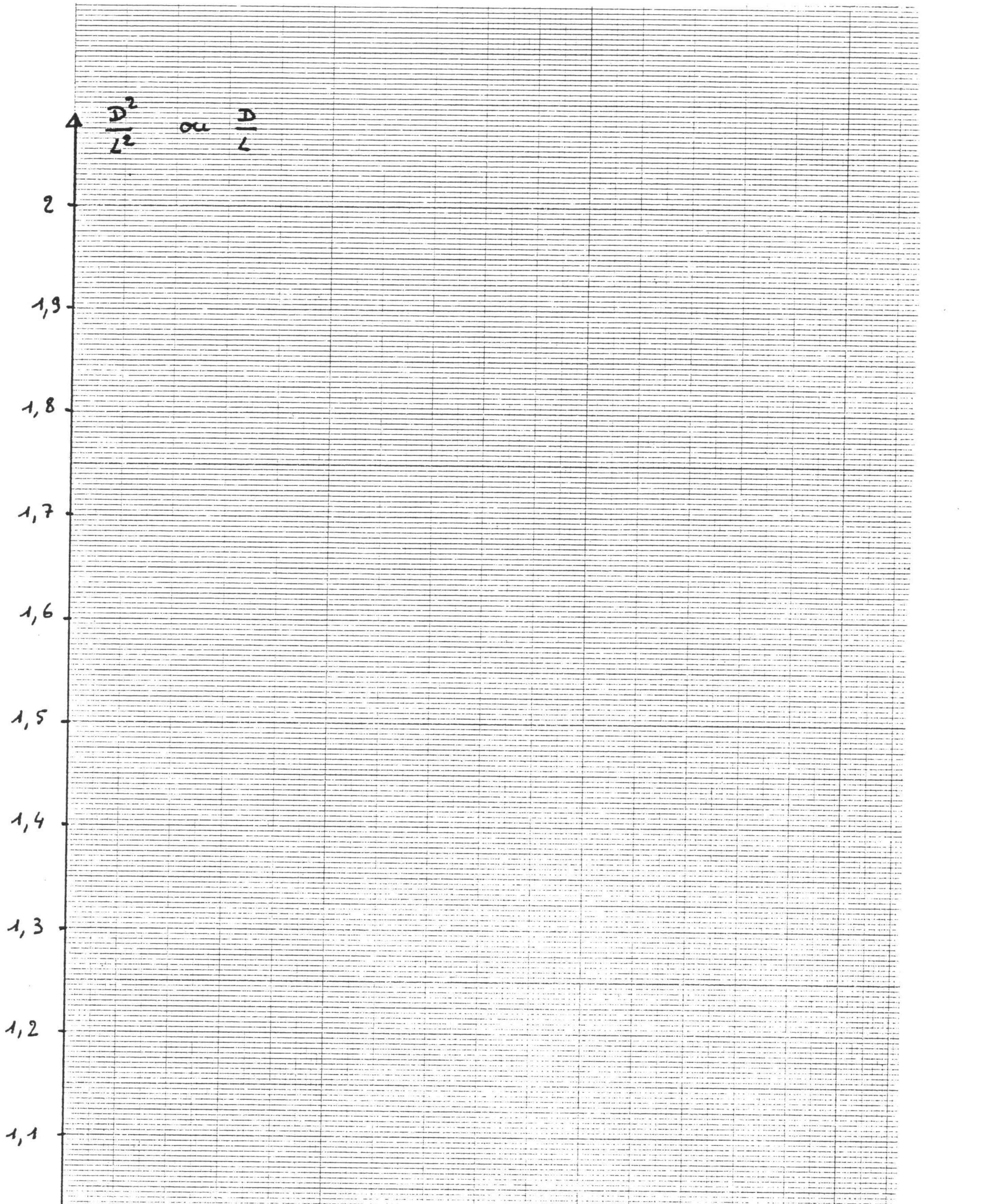
Pour les lignes 2 et 15 : connaissant ℓ et $\frac{D^2}{L^2}$, calculer D puis L.

Quelles étourderies le scribe a-t-il pu commettre ?

4) 

Comment sont classés les triangles dans cette table ? Dans une sixième colonne que l'on pourrait rajouter, calculer l'angle α en degrés, à l'aide de $\sin \alpha = \frac{L}{D}$

5) Sur le graphique joint, porter pour chaque triangle les valeurs de $\frac{D^2}{L^2}$ et de $\frac{D}{L}$.



D²/L² ou D/L
2
1,9
1,8
1,7
1,6
1,5
1,4
1,3
1,2
1,1
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15
TRIANGLES

VI $\alpha°$	V Longueur L	IV $\frac{D^2}{L^2}$	III largeur ℓ	II diagonale D	I
45,24°	120	1,9834028	119	169	1
45,75°	3456	1,9491586	3367	4825 ~~11521~~	2
46,21°	4800	1,9188021	4601	6649	3
46,73°	13500	1,8862479	12709	18541	4
47,92°	72	1,8150077	65	97	5
48,46°	360	1,7851929	319	481	6
49,68°	2700	1,7199837	2291	3541	7
50,23°	960	1,6927...	799	1249	8
51,28°	600	1,6426694	481	769	9
52,56°	6480	1,5861226	4961	8161	10
53,13°	60	1,5625	45	75	11
55,02°	2400	1,4894168	1679	2929	12
56,14°	240	1,4500174	161 ~~25921~~	289	13
56,73°	2700	1,4302388	1771	3229	14
58,11°	90	1,3871605	56	106 ~~53~~	15

Pour la ligne 13, le scribe a écrit le carré à la place du nombre.

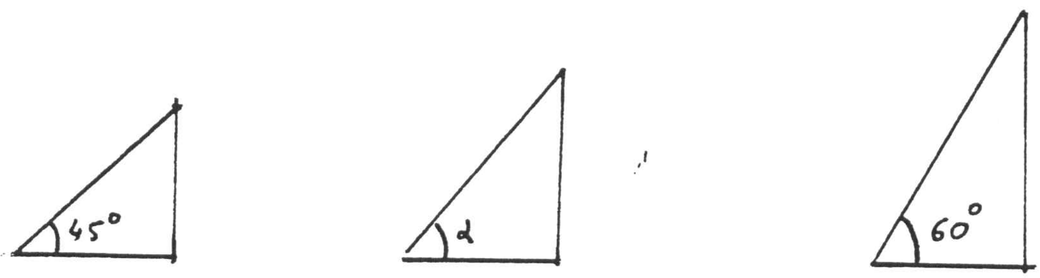
Pour la ligne 15, le scribe a écrit la moitié à la place du nombre.

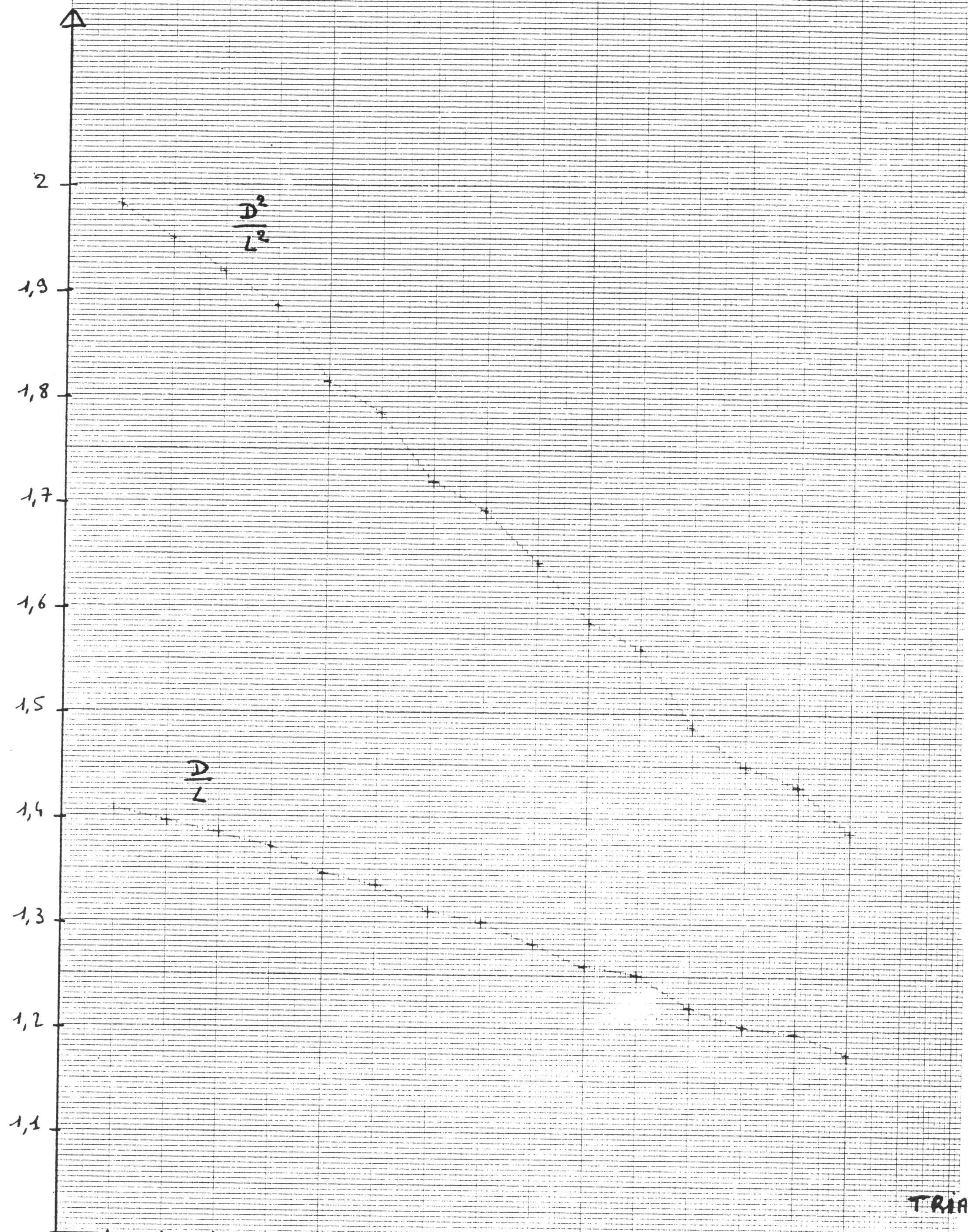
L'erreur de la ligne 2 est plus incompréhensible.

Il s'agit d'une table de triangles pythagoriciens ; triangles dont les côtés sont des nombres entiers.

Les triangles sont classés de manière quasiment régulière (linéaire suivant $\frac{D^2}{L^2}$) entre deux triangles rectangles remarquables :

LE DEMI-CARRE ET LE DEMI-TRIANGLE EQUILATERAL





2
1,9
1,8
1,7
1,6
1,5
1,4
1,3
1,2
1,1
D²/L²
D/L
TRIANGLE
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15

Cette tablette est remarquable ; on peut en tirer un certain nombre de conséquences sur l'état des mathématiques babyloniennes.

Ils connaissaient manifestement la propriété de Pythagore. Il savaient caractériser un angle avec le rapport de deux côtés

ici $\frac{D}{L}$ (plus exactement $\frac{D^2}{L^2}$ qui est rationnel)

Ils distinguaient parmi les triangles rectangles, le demi-carré et le demi-équilatéral. Mais on peut se demander comment ils ont pu réaliser une telle liste de triangles pythagoriciens (triangles rectangles en nombres entiers) ; certains textes ultérieurs peuvent nous aider à nous en faire une idée).

Faisons un petit saut d'un millénaire dans l'Inde ancienne, vers le VI Siècle av. JC, c'est-à-dire, à peu près à l'époque de Pythagore.

Les "sulvasutras" ou "règles des cordes" sont des recueils en vers donnant des règles concernant des cordes utilisées pour effectuer des mesures, en vue de la construction d'autels ou d'emplacements de feux, destinés aux sacrifices religieux dans le rituel védique.

On peut y lire :

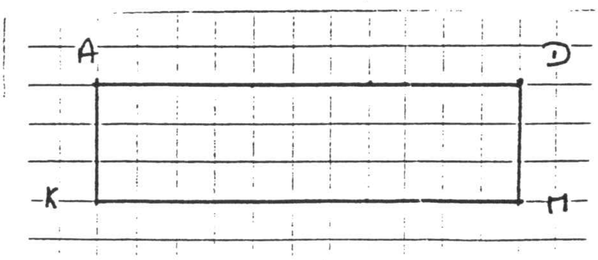
- des listes de triangles pythagoriciens

3	4	5
12	16	20
15	20	25
5	12	13
15	36	39
8	15	17
12	35	37

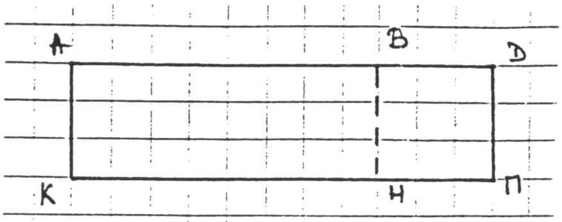
- l'énoncé de la propriété de pythagore,

- et aussi, <u>un procédé pour transformer un rectangle en carré de même surface (quadrature du rectangle) , que nous allons décrire dans les pages suivantes</u> :

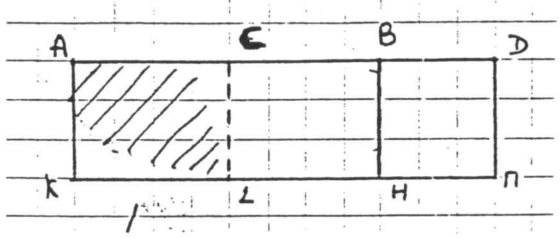
7 - UNE EGALITE TRES REMARQUABLE



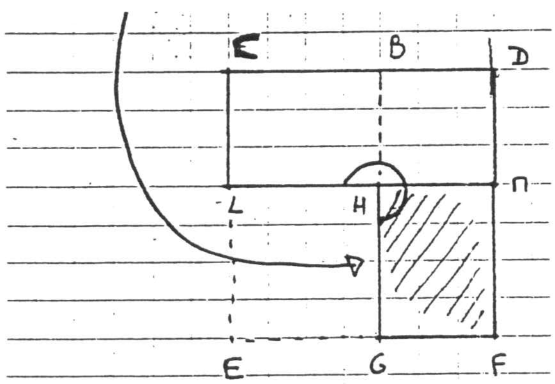
soit le rectangle DK (on désigne ainsi le rectangle de diagonale [DK])
qu'il faut transformer en carré



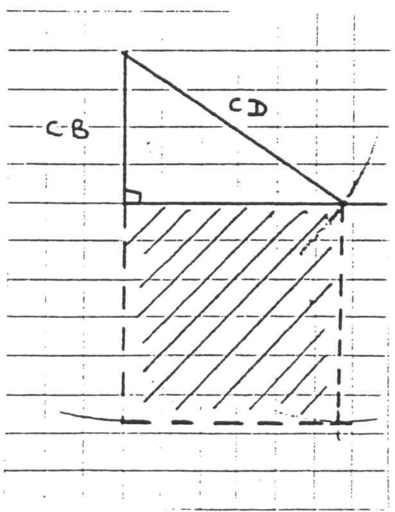
en prenant BD = DM
on fait apparaître un premier carré



en prenant C milieu de AB
on partage en deux le rectangle restant



en déplaçant une des moitiés, comme ci-contre, on obtient un GNOMON (ou EQUERRE) qui est la DIFFERENCE DE DEUX CARRES
rectangle DK = carré DE - carré HE
$= CD^2 - CB^2$



<u>le rectangle DK est donc égal à un carré sur le troisième côté d'un triangle rectangle d'hypoténuse CD et de côté CB</u>

> En appelant AD = x et DM = y
> montrer que cette construction revient à l'égalité remarquable :
> $$xy = \left(\frac{x+y}{2}\right)^2 - \left(\frac{x-y}{2}\right)^2$$

En effet : rectangle DK = xy

$$CB = \frac{AB}{2} = \frac{x - y}{2}$$

$$CD = CB + BD = \frac{x - y}{2} + y = \frac{x + y}{2}$$

d'où $xy = \left(\frac{x + y}{2}\right)^2 - \left(\frac{x - y}{2}\right)^2$

on peut écrire cette égalité :
$4xy = (x + y)^2 - (x - y)^2$

ou $\quad 4xy + (x - y)^2 = (x + y)^2$

L'idée est donc pour obtenir un triangle pythagoricien de prendre x et y carrés

en posant $x = p^2$ et $y = q^2$ on obtient $4\,p^2\,q^2 + (p^2 - q^2)^2 = (p^2 + q^2)^2$

$$\boxed{\text{ou} \qquad (2\,p\,q)^2 + (p^2 - q^2)^2 = (p^2 + q^2)^2}$$

On obtient par cette formule des triangles pythagoriciens

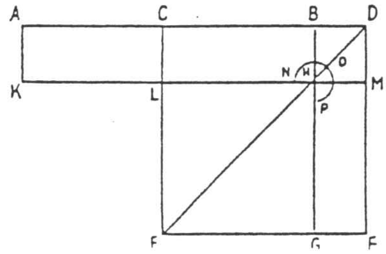
Il est possible que le scribe babylonien ait utilisé cette propriété pour établir sa liste;

par exemple pour le premier triangle

$D = p^2 + q^2 = 169 \qquad \ell = p^2 - q^2 = 119 \qquad L = 2\,p\,q = 120$

il a pu prendre $p = 12$ et $q = 5$.

On retrouve cette égalité, quelques siècles plus tard, chez Euclide (III siècle av. JC) dans ses éléments : livre II, proposition 6 (traduction Peyrard)



Proposition 6 - Si une ligne droite est coupée en deux parties égales, et si on lui ajoute une droite, le rectangle compris sous la droite entière avec la droite ajoutée, et sous la droite ajoutée, avec le carré de la moitié de la droite entière, est égal au carré décrit avec la droite composée de la moitié de la droite entière et de la droite ajoutée.

En appelant AB = x et BD = y montrer que la proposition 6 revient à

$$xy + \left(\frac{x-y}{2}\right)^2 = \left(\frac{x+y}{2}\right)^2$$

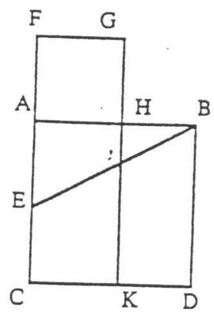
Il est en outre remarquable que Euclide utilise cette égalité pour effectuer la construction appelée par la suite : section d'or ou section dorée ou encore partage en moyenne ou extrême raison. Construction liée à celle du pentagone régulier.

Les éléments - livre II, proposition 11 (traduction Bernard Vitrac)

Couper une droite donnée de telle sorte que le rectangle contenu par la droite entière et l'un des segments soit égal au carré sur le segment restant.

Soit la droite donnée AB. Il faut alors couper la droite AB de telle sorte que le rectangle contenu par la droite entière et l'un des segments soit égal au carré sur le segment restant.

En effet, que le carré ABCD soit décrit sur AB, et que AC soit coupée en deux parties égales au point E. Que BE soit jointe, et que CA soit conduite jusqu'en F ; et que soit placée EF égale à BE, et que le carré FH soit décrit sur AF ; et que GH soit conduite jusqu'en K. Je dis que AB a été coupée en H de façon à rendre le rectangle contenu par AB, BH égal au carré sur AH.

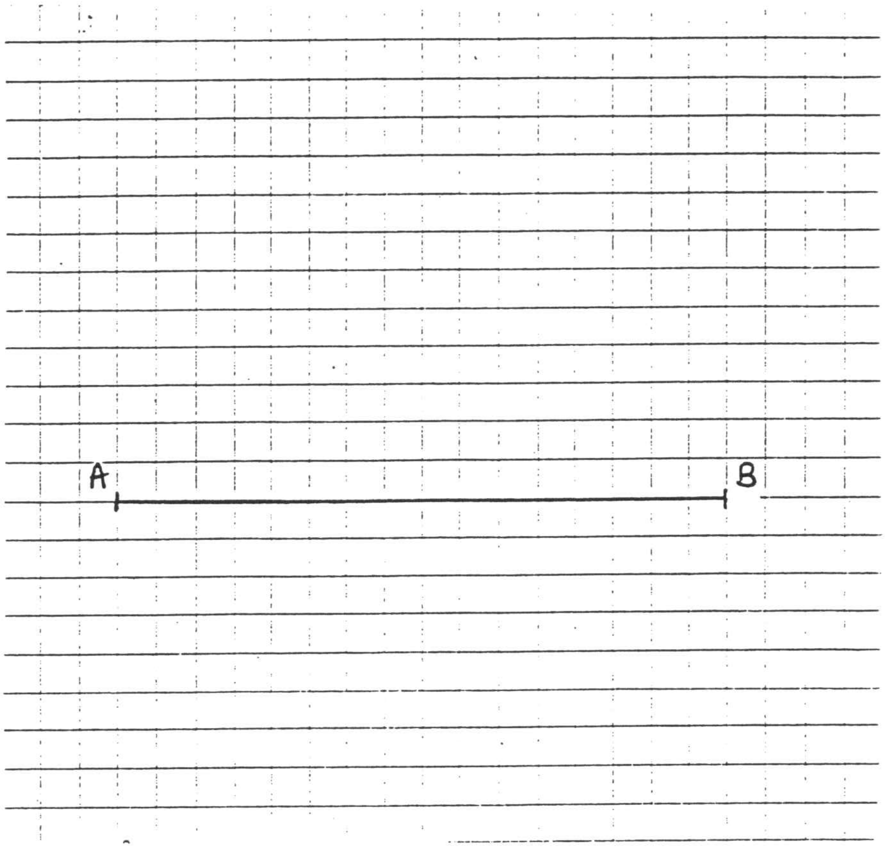


En effet, puisque la droite AC a été coupée en deux parties égales au point E et, puisque FA lui a été ajoutée, le rectangle contenu par CF, FA, pris avec le carré sur AE, est donc égal au carré sur EF (II.6). Or EF est égale à EB. Donc le rectangle contenu par CF, FA avec le carré sur AE est égal au carré sur EB. Mais à celui sur EB sont égaux ceux sur BA, AE , car l'angle enA est droit. Donc le rectangle contenu par CF,FA, avec le carré sur AE est égal à ceux sur BA,AE. Que le carré sur AE soit retranché de part et d'autre. Donc ce qui reste, le rectangle contenu par CF, FA, est égal au carré sur AB.

Et, d'une part le rectangle contenu par CF, FA est FK— car AF est égale à FG—, d'autre part, le carré décrit sur AB est AD. Donc FK est égal à AD. Que AK soit retranché de part et d'autre ; le reste FH est donc égal à HD. Et, d'une part HD est le rectangle contenu par AB, BH —car AB est égale à BD —, d'autre part FH est le carré décrit sur AH. Donc le rectangle contenu par AB, BH est égal au carré sur AH.

Donc la droite donnée AB a été coupée en H, de façon à rendre le rectangle contenu par AB, BH égal au carré sur AH. Ce qu'il fallait faire.

1) Réaliser à l'aide de la règle et du compas la construction décrite par Euclide

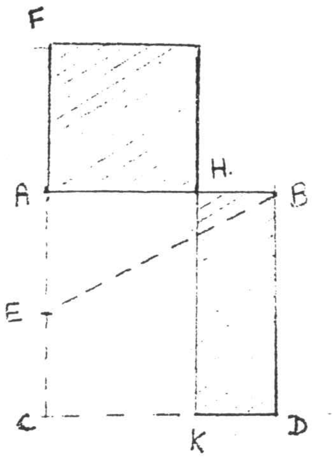


2) En prenant AB = 1 et AH = x
Montrer que x est solution de l'équation du deuxième degré
$x^2 + x - 1 = 0$

Déterminer la valeur de x

Calculer le rapport $\varphi = \dfrac{AH}{BH} = \dfrac{x}{1-x}$

La démarche d'Euclide a pu être la suivante



Si nous cherchons H tel que

rectangle HD = carré sur AH

alors rectangle FK = carré sur AB.

Or d'après la proposition 6, en prenant E milieu de AC,

rectangle FK + carré sur AE = carré sur EF

on doit donc avoir

carré sur AB + carré sur AE = carré sur EF

ou $AB^2 + AE^2 = EF^2$

il suffira donc de prendre EF = EB

Donc AH = AB x HB

ou $\frac{AB}{AH} = \frac{AH}{BH}$ ce qui lui vaudra le nom de partage en moyenne et extrême raison

ou en prenant AB = 1 et AH = x

$x^2 = 1\,x(1-x)$ soit $x^2 + x - 1 = 0$

on obtient $x = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ pour la racine positive

$$\text{et } \varphi = \frac{AB}{AH} = \frac{AH}{BH} = \frac{x}{1-x} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

φ est le "nombre d'or" noté ainsi en l'honneur de l'architecte PHIDIAS et qui jouera un rôle important dans le développement des mathématiques.

Cette construction est le premier exemple, dans les éléments d'Euclide d'une résolution d'un problème du deuxième degré.

8 - EQUATIONS DU DEUXIEME DEGRE : L'ALGORITHME BABYLONIEN

Pour résoudre des problèmes du deuxième degré, un millier d'années auparavant, le scribe babylonien utilisait la même égalité remarquable, que nous pouvons écrire sous la forme

$$P = \left(\frac{S}{2}\right)^2 - \left(\frac{D}{2}\right)^2$$

ou $\left(\frac{D}{2}\right)^2 = \left(\frac{S}{2}\right)^2 - P$ ou $\left(\frac{S}{2}\right)^2 = \left(\frac{D}{2}\right)^2 + P$

en appelant P,S, D respectivement le produit, la somme, et la différence de x et y.

Ainsi pour résoudre le problème :

$$\begin{cases} x + y = S \\ xy = P \end{cases}$$

il calcule $\frac{D}{2} = \sqrt{\left(\frac{S}{2}\right)^2 - P}$

et il se ramène à un système linéaire

$$\frac{x+y}{2} = \frac{S}{2}$$
$$\frac{x-y}{2} = \frac{D}{2}$$ d'où

$$\boxed{x \text{ ou } y = \frac{S}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{S}{2}\right)^2 - P}}$$

le scribe ne considèrent que les solutions positives

Pour résoudre le système $\begin{cases} x - y = D \\ x\,y = P \end{cases}$

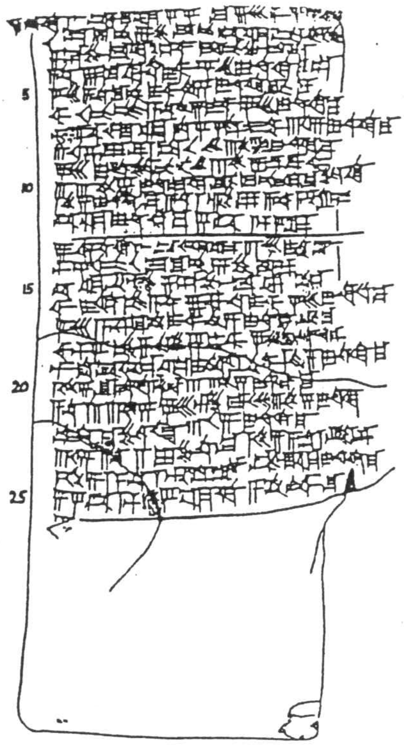
Le scribe, à l'aide de l'égalité remarquable calcule

$$\frac{S}{2} = \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + P}$$

Il se ramène au même système linéaire. Et il en déduit :

$$\boxed{x \text{ ou } y = \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + P} \pm \frac{D}{2}}$$

Suivons quelques exemples



Extrait : DAVIS-HERSH
L'Univers Mathématiques

Premier problème, lignes 1 à 12

1 - 9 se est le total des dépenses en argent d'un kila
j'ai ajouté la longueur et la largeur, et le résultat est : 6,30 gar
6 gar est sa profondeur.
2 - 10 gin l'allocation, 2 se les gages.
quelles sont la longueur et la largeur ?
3 - Quand vous exécutez, prenez les inverses des gages.
4 - Multipliez par 9 se le total des dépenses en argent, vous obtenez : 4;30
5 - Multipliez 4;30 par l'allocation, vous obtenez : 45
6 - Prenez l'inverse de sa profondeur, multipliez par 45, vous obtenez : 7;30
7 - Divisez en deux la longueur et la largeur que j'ajoute ensemble.
vous obtenez : 3;15
8 - Elevez au carré 3;15 et vous obtenez : 10;33,45
9 - Soustrayez 7;30 de 10;33,45
10 - Vous obtenez 3;3,45, prenez sa racine carrée.
11 - Vous obtenez 1; 45, ajoutez ce nombre à l'un, soustrayez-le de l'autre
12 - Vous obtenez la longueur et la largeur
5 gar est la longueur, $1\frac{1}{2}$ gar est la largeur.

LES DIFFERENTS ELEMENTS (allocation, gages, argent par kila...) nous sont incompréhensibles. Mais en supposant la formule :

argent par kila $\times$ allocation = gages $\times$ volume
on peut s'en faire une meilleure idée
Nous noterons x et y la longueur et la largeur.

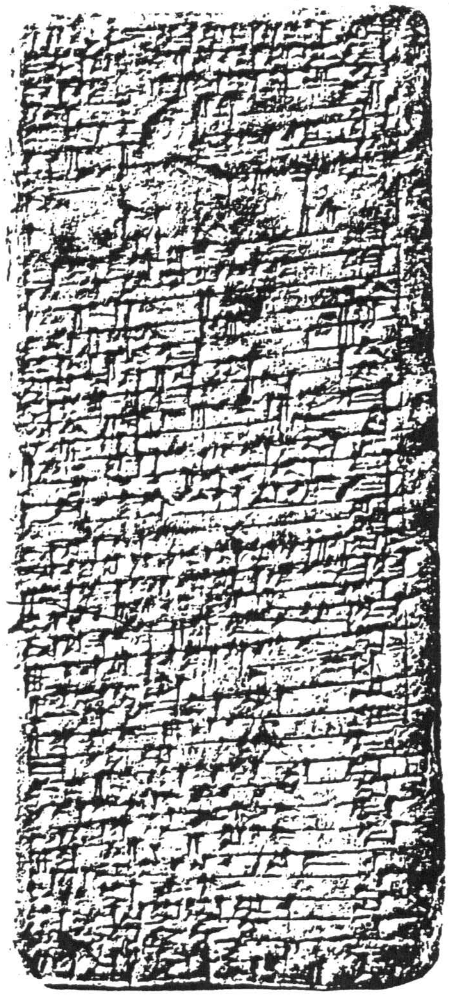
1 - J'ai ajouté la longueur et la largeur : 6;30 9 : argent par kila 6 : la profondeur 2 - 10 : l'allocation 2 : les gages	$x + y = 6{,}5$ $9 \times 10 = 2 \times$ volume $9 \times 10 = 2 \times xy \times$ profondeur $9 \times 10 = 2 \times xy \times 6$ soit $xy = ((9 \times \frac{1}{2}) \times 10) \times \frac{1}{6} = 7{,}5$ tel est le calcul effectué aux lignes 3, 4, 5, 6
3 - inverse des gages :	$\frac{1}{2}$
4 - multipliez par 9 : 4;30	$9 \times \frac{1}{2} = 4{,}5$
5 - multipliez par l'allocation 45	$10 \times 4{,}5 = 45$
6 - multipliez par l'inverse de la profondeur : 7;30	$45 \times \frac{1}{6} = 7{,}5$
	donc $xy = 7{,}5$

la suite à partir de la ligne 7 est plus intéressante
on doit donc résoudre le système $\begin{cases} x + y = 6{,}5 \\ xy = 7{,}5 \end{cases}$

LIGNES	OPERATIONS (système décimal)	ALGORITHME GENERAL
7-divisez en deux la longueur et la largeur ajoutées ensemble : 3;15	$\frac{6{,}5}{2} = 3{,}25$	$\frac{S}{2}$
8-élevez au carré : 10;33,45	$3{,}25^2 = 10{,}5625$	$(\frac{S}{2})^2$
9-soustrayez 7;30 10-vous obtenez : 3;3,45 prenez sa racine carrée	$10{,}5625 - 7{,}5 = 3{,}0625$	$(\frac{S}{2})^2 - P$
11-vous obtenez : 1;45	$\sqrt{3{,}0625} = 1{,}75$	$\sqrt{(\frac{S}{2})^2 - P}$
ajoutez	$3{,}25 + 1{,}75 = 5$	$\frac{S}{2} + \sqrt{(\frac{S}{2})^2 - P}$
soustrayez	$3{,}25 - 1{,}75 = 1{,}5$	$\frac{S}{2} - \sqrt{(\frac{S}{2})^2 - P}$
12-la longueur : 5 la largeur : $1\frac{1}{2}$		

De manière très habile, le scribe babylonien réussit à ramener des problèmes assez divers à l'une ou l'autre de ces deux formes standard, et à les résoudre à l'aide d'inconnues auxiliaires. C'est ce qu'illustrent les quatre problèmes suivants.

TABLETTE A0 8862 (époque paléo-babylonienne XVIII siècle av. JC)
Larsa - Musée du Louvre



Au-dessus de la première face, sur la tranche, mention de la déesse Nisaba, patronne de l'écriture et de la science des nombres.
Le prisme comprend plusieurs problèmes.
Les quatre premiers concernent des calculs sur une surface de rectangle, les trois autres sont des comptes de salaires d'ouvriers en fonction de leur travail.

Extrait : Béatrice André-Leicknam
Naissance de l'écriture

Argile
hauteur : 16,7 cm ; largeur : 7 cm

1er problème de cette tablette

Soit à résoudre le système : $\begin{cases} xy + (x-y) = 183 \\ x + y = 27 \end{cases}$

1) en sommant les deux égalités, montrer que ce système est équivalent à

$$\begin{cases} x\,(y+2) = 210 \\ x + (y+2) = 29 \end{cases}$$

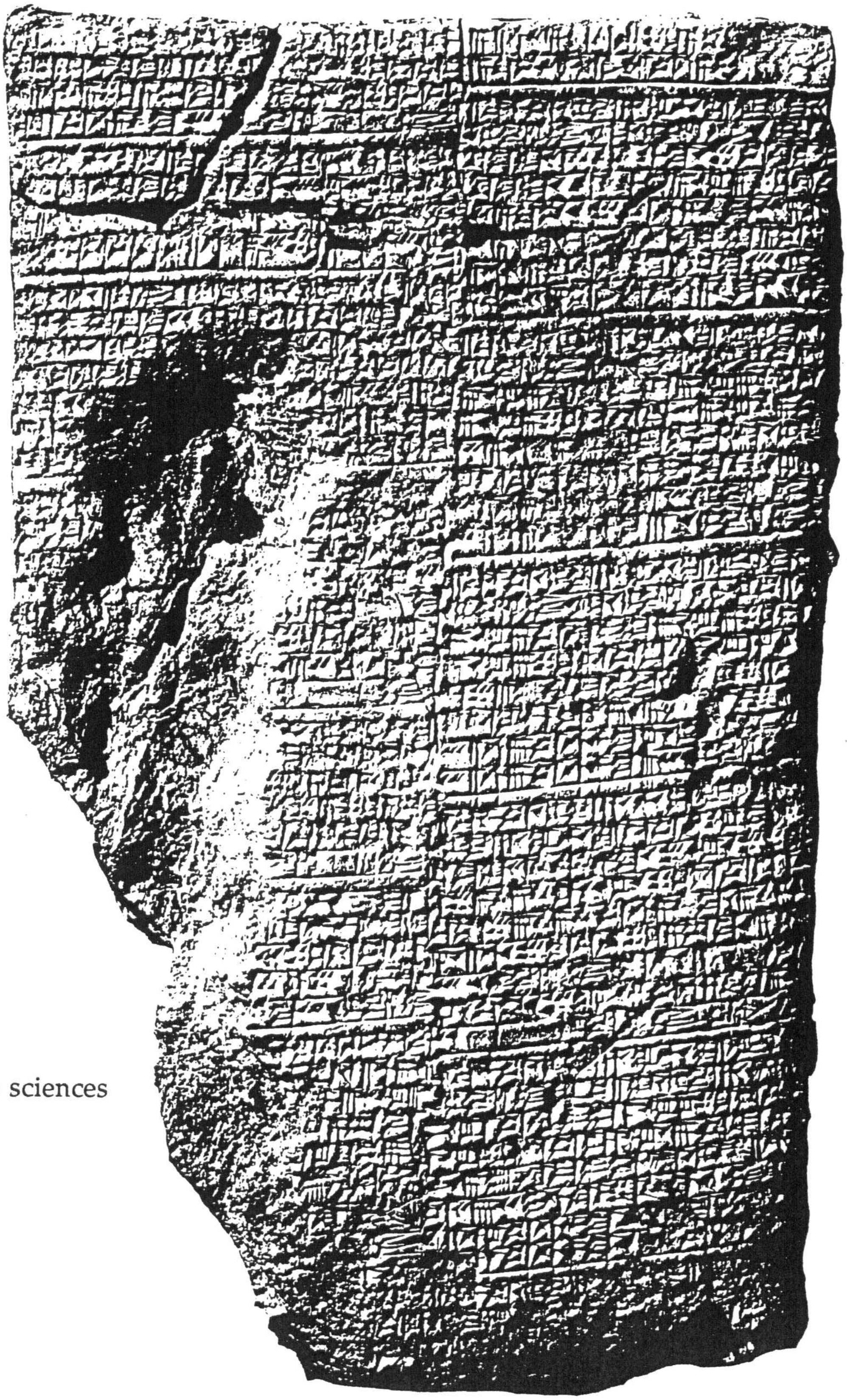
en posant $X = x$ et $Y = y + 2$, calculer X et Y selon la méthode babylonienne ; en déduire la valeur de x et y.

2) retrouver cette démarche, en transposant le texte dans le système décimal.

texte	système décimal
un rectangle, longueur et largeur, j'ai multiplié et ainsi j'ai construit une surface.	
Puis, j'ai ajouté à la surface ce dont la longueur excède la largeur : (cela donne) 3,3	
Puis j'ai additionné la longueur et la largeur : (cela donne) 27. Que sont la longueur, la largeur et la surface ?	
Toi, en opérant, ajoute 27, la somme de la longueur et de la largeur, à (3,3) : (cela donne) : 3,30.	
Ajoute 2 à 27 (cela donne) : 29	
Tu diviseras en deux 29 (cela donne 14,30)	
14;30 fois 14;30 (font) 3,30;15.	
De 3,30;15, tu soustraieras 3,30 : il reste 15	
15 est le carré de 30	
Ajoute 30 au premier 14; 30 : (cela donne) 15 la longueur.	
Tu retrancheras 30 du deuxième 14;30 : (cela donne) 14	
2, que tu as ajouté à 27, tu soustraieras de 14, (cela donne) 12, la largeur.	

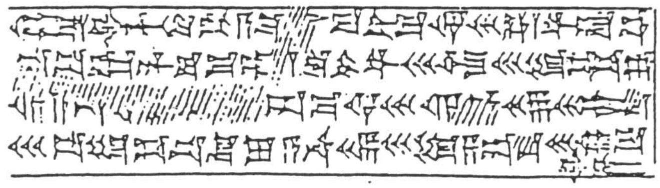
TABLETTE BM 13901 (British Museum - Londres)
Epoque Paléo-Babylonienne - Larsa ?

Cette tablette est gravée des deux côtés, chacun sur deux colonnes, et contient 24 problèmes du deuxième degré, séparés par des traits horizontaux.



Extrait : James Ritter
Eléments d'histoire des sciences

2ème problème de cette tablette



Mitḫartī ina libbi eqlim assuḫma 14.30/ 1 wāṣītam tašakkan bāmat 1 teḫeppe 30 u 30 tuštakkal 15 ana 14.30 tuṣṣabma 14.30.15/ 29.30 basûm 30 ša tuštākilu ana 29.30 tussabma 30 mitḫartum

Soit à résoudre l'équation : $x^2 - x = 870$

montrer que cette équation est équivalente au système : $\begin{cases} x\,(x - 1) = 870 \\ x - (x - 1) = 1 \end{cases}$

et calculer x selon la méthode babylonienne.

Retrouver cette démarche, en transposant le texte dans le système décimal.

texte	système décimal
J'ai soustrait mon côté de carré de la surface : 14,30	
Tu poseras 1, le wasitum	
Tu fractionneras la moitié de 1 (: 30).	
Tu multiplieras 30 et 30 (: 15).	
Tu ajouteras 15 à 14,30 : 14,30;15.	
29,30 (en) est la racine carrée	
Tu ajouteras le 30, que tu as multiplié, à 29;30 (: 30). est le côté de carré.	

Extrait : Eléments d'histoire des sciences James Ritter
ou mathématiques au fil des âges.

1er problème de la tablette

Soit à résoudre l'équation : $x^2 + x = 0,75$

1- Montrer que cette équation est équivalente au système : $\begin{cases} (x+1)\,x = 0,75 \\ (x+1) - x = 1 \end{cases}$

et calculer x selon la méthode babylonienne.

2) Retrouver cette démarche, en transposant le texte dans le système décimal.

texte	système décimal
J'ai additionné la surface et mon côté de carré : 45	
Tu poseras 1, la *wasitum*	
Tu fractionneras la moitié de 1 (: 30).	
Tu multiplieras 30 et 30 (: 15) .	
Tu ajouteras 15 à 45 : 1	
1 (en) est la racine carrée.	
Tu soustrairas le 30, que tu as multiplié, de 1 (: 30). "30 est le côté de carré."	

Extrait : Eléments d'histoire des Sciences
James Ritter
ou Equations du second degré
IREM de TOULOUSE

7ème problème de la tablette

Soit à résoudre l'équation : $11x^2 + 7x = 6{,}25$

1) Montrer que cette équation est équivalente au système :

$$\begin{cases} (11x + 7)\,11x = 68{,}75 \\ (11x + 7) - 11x = 7 \end{cases}$$

et calculer 11 x selon la méthode babylonienne.
En déduire la valeur de x.

2) Retrouver cette démarche, en transposant le texte dans le système décimal.

texte	système décimal
J'ai ajouté 7 fois le côté de mon carré et 11 fois la surface : 6;15	
Multiplie 11 par 6;15 : 1,8;45	
Prends la moitié de 7 : 3;30	
Multiplie 3;30 par lui-même : 12;15	
Ajoute 12;15 à 1,8;45 : 1,21	
La racine de 1,21 est 9	
ôte 3;30 de 9 : 5;30	
Par quoi faut-il multiplier 11 pour avoir 5;30 ? : par 30 30 est le côté de mon carré	

Extrait : Histoire générale des Sciences
Evert M. Bruins

9 - LE SCRIBE, L'ECOLIER ET LE ROI

J'ai additionné la surface et mon côté : 45

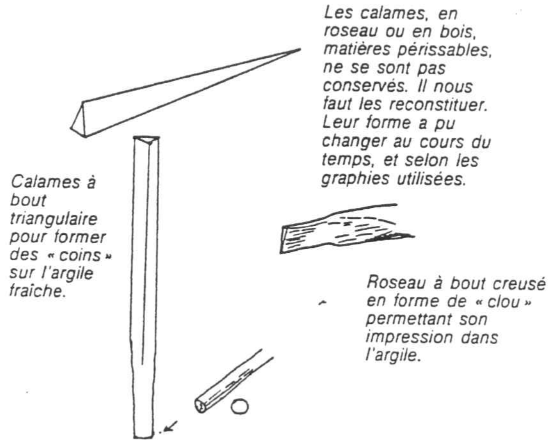
Ajouter une surface et une longueur peut surprendre.

Il ne faut donc pas voir dans ces textes des problèmes concrets d'arpentage ou de comptabilité. S'ils portent sur des grandeurs concrètes c'est un peu à la manière de nos exercices à la fin des manuels scolaires. ils ont pour fonction d'exercer l'apprenti scribe à utiliser des algorithmes de plus en plus compliqués.

Ainsi, comme la tablette précédente, certaines tablettes contiennent ainsi un grand nombre de problèmes, simplement séparés par un trait, tous du même genre, et pouvant être résolus par le même type d'algorithme (l'une de ces tables n'en contient pas moins de 247 !)

On peut en fait rassembler les textes mathématiques babyloniens en deux grandes catégories : les tables (d'inverses, de carrés...) et les problèmes qui sont essentiellement des textes scolaires.

Reconstitution de calames pour l'écriture cunéiforme



UN EXERCICE D'ECOLIER

Tablette lenticulaire scolaire

Argile
Diamètre : 8,6 cm ; épaisseur : 3,4 cm
Mésopotamie
Epoque paléo-babylonienne (début du IIe millénaire av. J.-C.)

Louvre : AO 26350

Les sites mésopotamiens de toutes époques ont livré un grand nombre de tablettes d'écoliers. Ce sont, pour la plupart, de petits disques lenticulaires de formes irrégulières, car façonnés par l'apprenti scribe, sur lesquels le maître a écrit de sa main, sur une face, un signe, un mot ou une brève phrase, que l'élève s'efforçait de copier au verso ou sur la ligne en dessous. Le petit scribe commençait par copier des textes simples, il lui fallait ensuite apprendre par cœur la prononciation des signes ; quand il était plus adroit, il s'exerçait à copier des œuvres littéraires.

cette tablette de forme fruste comporte quatre lignes, deux écrites de la main du maître, deux de la main de l'apprenti scribe.
« Na ^{d}en-lil-na-na. »
Il s'agit du nom du dieu Enlil, dieu principal du panthéon sumérien, dieu des destinées, organisateur de l'Univers

EXTRAIT :BEATRICE ANDRE-LEICKNAM

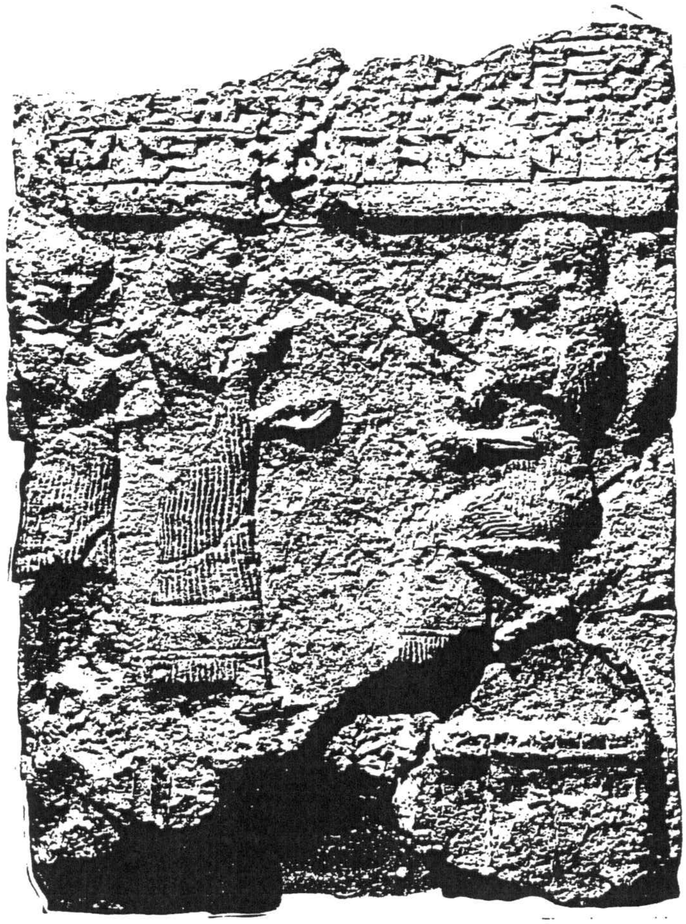
NAISSANCE DE L'ECRITURE

Contrairement à l'Egypte, il y a très peu de représentation du scribe en Mésopotamie.

Relief des scribes du pillage de Muṣaṣir et ssin original

;aire
teur : 64 cm; largeur : 46.5 cm; épaisseur : 17 cm
rsabad (ancienne Dūr-Sharrukin), Mésopotamie du Nord
que néo-assyrienne, fin du règne de Sargon II (vers 706 av. J.-C.)

vre : AO 19892



Fragment de bas-relief conservé du pillage de la ville de Muṣaṣir, en Urartu, par Sargon II au cours de sa huitième campagne (714 av. J.-C.) , et dessin du relief complet tel que le vit Botta lors de la découverte du palais de Sargon à Khorsabad en Assyrie, en 1843.
Le relief représente un fonctionnaire assis, et, devant lui, deux scribes comptant et inscrivant le butin. Le scribe assyrien, qui écrit en écriture cunéiforme sur tablette d'argile, est suivi du scribe araméen, déroulant son papyrus.

EXTRAIT :BEATRICE ANDRE-LEICKNAM

NAISSANCE DE L'ECRITURE

Les scribes étaient des personnages importants, au service du roi, et versés non seulement dans l'écriture cunéiforme, et dans l'art du calcul, mais aussi, comme l'illustre cet autopanégyrique du roi ASSURBANIPAL lui-même, dans les écritures anciennes, dans l'astrologie, et l'aruspicine (divination par l'examen des entrailles des animaux sacrifiés).

"Marduk, sage parmi les dieux, m'a dispensé une vaste intelligence et une compréhension sage ;
"Nabû, le scribe de l'Univers, m'a donné en présent les préceptes de sa sagesse ;
"Ninutra et Nergal ont muni mon corps d'une force héroïque et d'une puissance inégalée ;
"Les exploits du sage Adapa, je les ai appris, la sagesse cachée, l'art du scribe tout entier ;
"Je sais interpréter les présages du Ciel et de la Terre, je participe au conseil des Sages ;
"Je sais discuter "Si le foie est le miroir du ciel" avec d'habiles devins ;
"Je sais trouver les inverses difficiles et les produits qui ne sont pas d'accès aisé (?) ;
"Je sais lire les textes compliqués, où le sumérien est obscur, l'akkadien difficile à interpréter ;
"Je sais déchiffrer les inscriptions sur pierre qui datent d'avant le Déluge..."

Extrait : James Ritter
Eléments d'Histoire des sciences

Stèle néo-hittite du scribe de Marash

salte
uteur : 74 cm ; largeur : 28,5 cm ; épaisseur : 15,5 cm
ıs doute Marash (ancienne Gurnum), Anatolie (Turquie)
du VIII[e] siècle av. J.-C.

ıvre : AO 19222

LE SCRIBE TARHUNPIYAS

avec son écritoire,

sur les genoux de sa mère.

Dialogue d'un scribe avec son fils

Texte sumérien, fin du III[e] millénaire av. J.-C.

« Où es tu allé ?
— Je n'ai été nulle part.
— Si tu n'as été nulle part, pourquoi muser comme un fainéant ? va à l'école, présente-toi au « père de l'école », récite ta leçon, ouvre ta sacoche, grave ta tablette, laisse ton « grand frère » calligraphier ta nouvelle tablette. Quand tu auras terminé ta tâche et l'auras montrée à ton surveillant, reviens vers moi sans flâner dans les rues...
Sois un homme, voyons. Ne hante pas le jardin et ne traîne pas dans les avenues et sur les boulevards... De ma vie, je ne t'ai ordonné de porter les roseaux à la jonchaie... Je ne t'ai jamais dit : « suis mes caravanes ». Je ne t'ai jamais fait besogner, fait labourer mon champ. Je ne t'ai jamais contraint à des tâches manuelles. De ma vie, je ne t'ai dit : « va travailler pour m'entretenir »... Entêté contre qui je suis en colère... quel homme peut-il être réellement en colère contre son fils ?... De tous les métiers humains qui existent sur terre et dont Enlil a nommé les noms, il n'a nommé le nom d'aucune profession plus difficile que l'art du scribe. Car s'il n'y avait la poésie... semblable à la rive de la mer, la rive des lointains canaux,... tu ne prêterais l'oreille à mes conseils et je ne te répéterais pas la sagesse de mon père... »

Traduction S. N. Kramer

Extrait : Naissance de l'Ecriture

TABLE DES MATIERES

Chronologie

30 000	Entailles sur os		
15 000	Grottes de Lascaux et Altamira		
8 000	Néolithique		
	MESOPOTAMIE	ECRITURES ET MATHEMATIQUES	EGYPTE
3 300	Sumer : Epoque d'Uruk Civilisation proto-urbaine →	Tablettes comptables écriture pictographique	
			Ecriture hiéroglyphique
2 800	Sumer : les cités-états →	écritures cunéiformes	
		Développement de la numération sexagesimale	Les grandes pyramides (chéops...)
	Akkad : l'empire acadien		
	Epoque néo-sumérienne les ziggurats		
1 800	Babylone : 1ère dynastie Hammurabi →	Apogée des mathématiques babyloniennes	Moyen empire
		mathématiques en Egypte (papyrus "Rhind")	←
	Kassites et élamites		Nouvel empire
		alphabet cunéiforme d'ugarit	
	Empire Assyrien	alphabet linéaire phénicien | alphabet grec	
	Domination perse	THALES de Milet PYTHAGORE PLATON	Domination perse
	331 : prise de Babylone par Alexandre	Euclide ←	331 : fondation d'ALEXANDRIE
	époque séleucide →	deuxième période de textes mathématiques babyloniens	époque ptolémaïque
0	Empire romain "Fin de la civilisationBabylonienne"	Heron d'Alexandrie ← PTOLEMEE ← DIOPHANTE ←	Empire romain "Fin de la civilisation égyptienne"
600	Conquête arabe		Conquête arabe
800	→	AL KHWARISMI	
		ABU KAMIL ←	

POUR EN SAVOIR PLUS

- NAISSANCE DE L'ECRITURE, cunéiformes et hiéroglyphes
Editions des musées nationaux - PARIS.
Catalogue de l'exposition 1982, en particulier la présentation de Béatrice ANDRE-LEICKNAM et Pierre AMIET.

- LES SCIENCES EXACTES DANS L'ANTIQUITE
Otto NEUGEBAUER
Rééditions Actes Sud 1990.

-ELEMENTS D'HISTOIRE DES SCIENCES
Sous la direction de Michel SERRES - Bordas 1989, en particulier le chapitre Babylone 1800 de James RITTER.

- HISTOIRE GENERALE DES SCIENCES
Sous la direction de René TATON - PUF, 2ème édition 1966.
Le tome I : la science antique et médiévale.
Le chapitre sur les mathématiques babyloniennes par Evert M. BRUINS.

- LES CHIFFRES OU L'HISTOIRE D'UNE GRANDE INVENTION
Georges IFRAH - Robert Laffont, 2ème EDITION 1985.

- MATHEMATIQUES ET MATHEMATICIENS
P. DEBRON et J. ITARD - Magnard 1959.

- LE MATIN DES MATHEMATICIENS
(entretiens sur France culture) - Belin 1985
Egypte et Babylone par Maurice CAVEING.

- L'HOMME ET SON NOMBRE
Michèle ROUX - IREM/CRDP Besançon 1988.

- LES ELEMENTS D'EUCLIDE
Traduction Bernard VITRAC - PUF 1990.

- "L'UNIVERS DES FORMES" : SUMER
André PARROT - Gallimard.

- HISTOIRES DE PROBLEMES - HISTOIRES DE MATHEMATIQUES
Commission Inter-IREM d'Histoire et Epistémologie - ELLIPSES.