# PROBABILITES - STATISTIQUES

## CINQ

## SCENARIOS

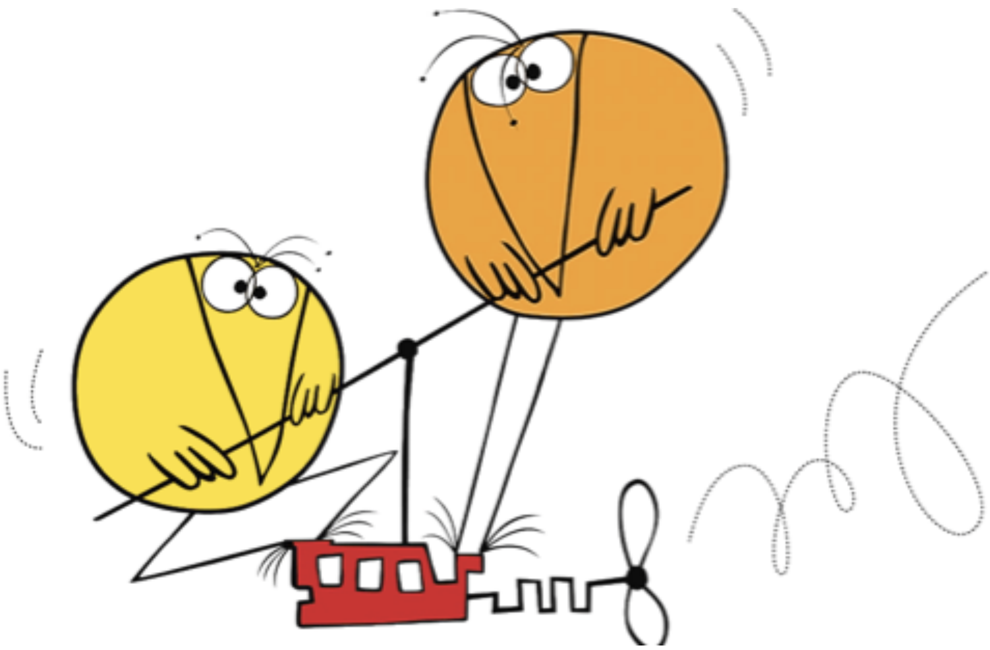
## (3EME/2NDE)


Blandine MASSELIN et Fabrice MONDRAGON

Institut de Recherche sur l'Enseignement de Mathématiques de Rouen,
UFR Sciences et Techniques, Bâtiment de Mathématiques, Rez-de-chaussée,
Avenue de l'Université, 76801 Saint-Etienne-du-Rouvray. Tél: 02 32 95 50 44
http://irem.univ-rouen.fr/

UNIVERSITÉ DE ROUEN

IREM de Rouen



# SOMMAIRE

# Introduction

Cette brochure est le fruit d'une réflexion collective d'animateurs de l'IREM de Rouen, menée depuis plusieurs années et initiée dès l'introduction de la notion de probabilité au collège en 2008. Fabrice Mondragon (désormais dans l'académie de Grenoble) et Blandine Masselin (académie de Rouen) ont recherché ensemble des supports adaptés aux collégiens, mais aussi transférables en classe de $2^{nde}$ en probabilités-statistiques, qu'ils ont proposés en stage de formation continue pendant cinq ans. D'autres scénarios, intitulés « Les deux chèvres », « Dés et fractions » ou encore « Jetons », marqués dans la proposition de progression ou dévoilés en stage, sont décrits dans la brochure « Une initiation aux probabilités par le jeu ».

**Présentation des scénarios dans une progression**

Ce recueil propose cinq scénarios possibles, non seulement en classe de $3^{ème}$ mais aussi adaptables pour certains en $2^{nde}$, avec une approche fréquentiste initiée par des lancers de dés ou punaises, en traitant aussi les intervalles de fluctuations et de confiance (en $2^{nde}$). Si nous suggérons d'aborder la notion de hasard en amont de ces scénarios, nous ne reprendrons pas ici les supports déjà proposés dans la brochure précédente.

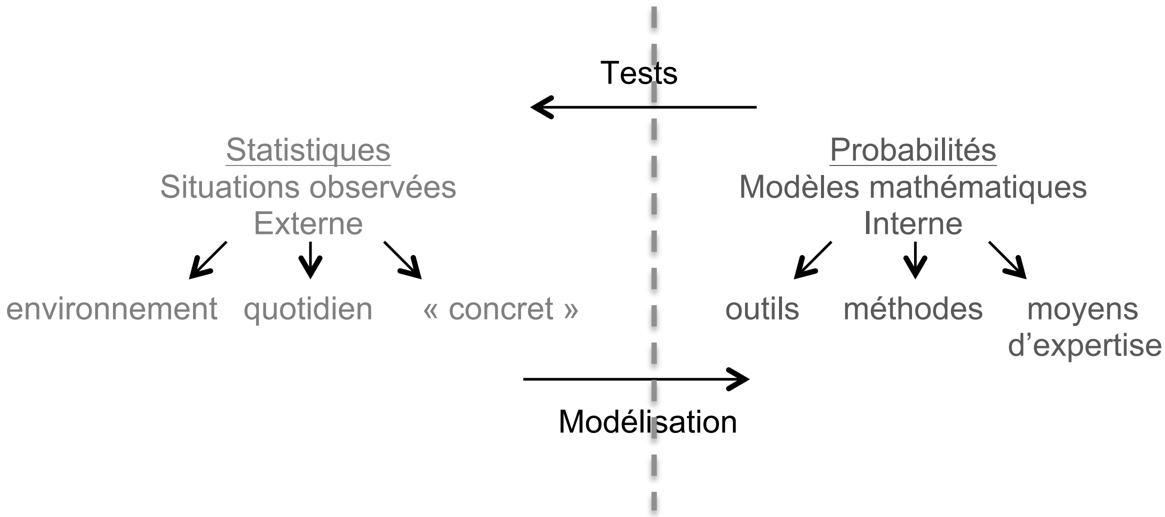
Ces scénarios se sont enrichis en partie grâce aux rencontres avec des chercheurs aux journées nationales de l'APMEP, à la lecture d'articles, ou encore lors de nos actions de formation, et en particulier par des retours d'expérimentations d'enseignants stagiaires dans leurs classes.

Ils s'inscrivent dans une double progression (TICE et mathématique), avec le choix fait ici de présenter cinq moments forts espacés dans le temps sur un an autour de cette notion. En sondant nos stagiaires, il est un fait récurrent observé : les probabilités-statistiques semblent traitées :

- souvent uniquement les deux dernières semaines de l'année scolaire
- parfois en occultant l'approche fréquentiste
- souvent un cloisonnement temporel entre l'enseignement des statistiques et celui des probabilités

Or, cette organisation peut-elle permettre aux élèves d'accéder au sens de la notion de probabilité ?

Nous en doutons et pensons essentiel que les probabilités et statistiques soient travaillées conjointement dans une même situation. Cette orientation peut aisément être illustrée par le document suivant :




**Le rôle des TICE**

Cette organisation retrouvée chez beaucoup d'enseignants est-elle réellement efficace en terme de genèse instrumentale si elle n'est pas inscrite dans le temps didactique long au niveau du tableur (simulations, tests) ?

Si les instructions officielles de 3ème restent floues en terme de préconisations d'usage du tableur (aucun indice sur quelles fonctionnalités faire travailler), il est ici d'abord question de formation du futur lycéen qui, s'il a déjà rencontré au collège ALEA.ENTRE.BORNES( ) ,NB.SI( ) , ou encore des tests SI( ) , sera sans doute plus à l'aise lors de son apprentissage en programmation.

Un autre aspect, lié à la visualisation permise par des logiciels de géométrie dynamique, sera aussi souligné dans sa faculté à enrôler les élèves vers une preuve (voir Scénario de Franc-carreau).

Enfin, cet enseignement nous semble aussi important dans la construction du futur citoyen, amené à décrypter un monde où les informations statistiques sont omniprésentes.

**Les modalités de travail**

Ici, nous avons pour but de proposer aux enseignants de 3ème et 2nde une façon d'exploiter les potentialités offertes par le groupe classe. Un des leviers repris dans certains scenarios sera d'effectuer des comparaisons de fréquences à différents niveaux. En effet, beaucoup d'expériences faites en classe (individuellement, ou par groupe), pourront illustrer la loi des grands nombres, grâce à la comparaison de fréquences de peu d'expériences (entre élèves voisins par exemple), puis des fréquences de toute la classe (par recueil de toutes les données obtenues) et enfin de fréquences obtenues par simulations.

Le travail de groupe faisant partie de nos pratiques, il sera souvent au cœur de l'organisation de certaines phases de déroulement dans ces actions. Il tiendra ici une place centrale.

Si une des difficultés souvent avancée par les enseignants pour adopter de telles démarches tient au temps demandé par ce type de tâche, nous pensons, comme Aline Robert et Marc Rogalski l'affirment, que cela peut « amener un changement dans le style de travail des élèves » et que

« l'institutionnalisé d'un travail régulier en petits groupes sur des problèmes d'introduction ou de recherche  est très efficace »[1]  et le domaine des probabilités s'y prête bien.

**Le petit matériel**

Nous espérons montrer l'intérêt de faire travailler des situations aléatoires familières pour développer les intuitions et la perception du hasard, au travers de débats collectifs. Nous reprenons ici l'idée de Michel Henry partant du fait que *« les enfants côtoient quasi quotidiennement des manifestations de hasard…leur pratique des jeux les habituent à comparer  les chances  dans des situations aléatoires simples, sans que celles-ci soient nécessairement exprimées par des rapports ou pourcentages.* »[2] Aussi, les scénarios intègreront une progression partant du dé, objet familier aux élèves, et s'appuyant sur des expériences à réaliser en classe.

L'investissement sera d'un coût limité, quelques punaises, des dés et des rondelles suffiront à permettre d'expérimenter ces scénarios. Les TICE offrant ensuite une possibilité de décupler les simulations, elles s'inscrivent naturellement comme prolongement des expériences manuelles, exception faite des lancers de punaise où il nous semble artificiel de faire lancer des punaises via une simulation  informatique.

**Ressources complémentaires en ligne**

Cette brochure ne se limite pas à sa partie écrite. Des productions d'élèves, certains de leurs fichiers, des extraits vidéos de moments clé dans nos classes, viennent compléter la  présentation et l'étude de ces scénarios. Nous plaçant dans le cadre de la théorie de la double approche d'Aline Robert et Jeanine Rogalski, nous tenterons de rapprocher l'activité de l'élève de celle de l'enseignant en croisant parfois une analyse à priori d'un déroulement effectif afin d'éclairer au mieux les lecteurs. Divers documents présentés ou complémentaires sont à télécharger. Ils prennent différents formes : extraits de vidéos de classe, fichiers accompagnant ces scénarios proposés, fichiers d'exercices, productions d'élèves ou de groupes, fichiers TICE par exemple pour l'enseignant.

Ils sont accessibles et téléchargeables sur le site de l'IREM de Rouen. Pour cela, il suffit  de suivre, dans la rubrique « publications », le lien « accès aux ressources » situé sous la première de couverture de la brochure, puis d'entrer le login « scenarios » et le mot de passe correspondant au 6ème mot de la 9ème page.

L'influence européenne est aussi présente dans ce recueil où figurent des tâches traduites et adaptées d'origines italienne ou  anglaise ;  les deux pays ayant introduit avant la  France les probabilités dans un cycle équivalent collège.

Nous espérons convaincre et outiller, par ces ressources, des enseignants parfois frileux de faire manipuler, expérimenter en classe avec leurs élèves. Nous y voyons ici une belle occasion de mettre tous nos élèves en activité, y compris ceux qui décrochent sur des notions plus abstraites comme les fonctions ou le calcul littéral, et ainsi de faire des mathématiques pour tous, dans un contrat didactique différent.

---

[1] ROBERT A. ROGALSKI M., Repères IREM n°54, 2004, « *Problèmes d'introduction et autres problèmes de recherche au lycée* »

[2] HENRY M. JAQUET ARMT F., Repères IREM n°. 94, 2014, « *Approche de la notion  de probabilité chez les enfants de 10-15 ans* »

# Avec un dé

① Quelques éléments historiques et d'étymologie

② Inscription dans une progression en 3ème

③ Avec un dé : les différentes phases du scénario

④ Avec un dé : premier temps du scénario

- a) Les deux premières phases
- b) La gestion du recueil des données de la classe
- c) Pistes de bilan et institutionnalisation

⑤ Avec un dé : deuxième temps du scénario

⑥ Le lancer d'un dé électronique : quatrième temps du scénario

## ① Quelques éléments historiques et d'étymologie

La gravure ci-contre, qui date de 1642, présente des hommes en train de jouer aux cartes, aux osselets mais aussi aux dés, de même que le tableau de Georges de la Tour intitulé « *Les joueurs de dés* » peint en 1650.


En réalité, les dés sont des objets beaucoup plus anciens. Leur origine remonterait aux temps préhistoriques et certaines traces de leur présence dans des tombes anciennes de la vallée de l'Indus signent une origine asiatique. Ils ont sans doute été inventés à partir d'os de chevilles d'animaux (l'astragale). Les écrivains antiques semblent confondre les jeux de dés et d'osselets, aussi, il est difficile de déterminer précisément l'apparition des dés et leur distinction des osselets. Des ouvrages indiens intitulés le *Rig-Veda* et l'*Atharvaveda* mentionnent le jeu de dé.

Tournons-nous dès lors, vers l'étymologie de mots qui sont couramment employés dans nos classes, à savoir « aléatoire » et « chance ».

Le mot **aléatoire** vient du mot aléa qui signifie **coup de dé.** Une déclaration célèbre de Jules César s'en remettant au hasard, est d'ailleurs « Alea jacta est », pour dire que « les dés sont jetés » ou « le sort en est jeté ».

Le mot **chance**, lui, est un vocable très employé de façon spontanée par nos élèves et il vient du latin **cadere**, qui signifie **choir**, **tomber**.

Si nous nous intéressons à nos voisins anglais, le mot **chance** signifie pour eux « hasard » ou « risque ».

## ② Inscription dans une progression en 3ème

Nous avons positionné ce scénario en introduction de la notion de probabilités-statistiques pour réactiver la notion de fréquence travaillée les années précédentes. Ce choix est discutable, car le lancer de punaises pourrait aussi être placé en premier. Ces deux scénarios sont espacés dans le temps par le travail d'autres notions. Un mois sépare donc ce scénario de celui concernant les punaises. Ce temps long nous semble important car, avec cette nouvelle notion de probabilité s'imbrique une progression TICE.

Aussi, pour resituer notre action, voici une progression élaborée dont les cases correspondent globalement à 5 ou 6 heures d'enseignement. Se retrouve en bleu tout ce qui concerne les probabilités et les statistiques, notions intimement liées et travaillées ensemble. En rouge apparait l'apport des TICE où les élèves agissent en lien direct (ou indirect) avec les probabilités-statistiques. En écriture jaune figurent des exercices reliés au scénario.

Idée de programmation des probabilités en 3ème :

| Période 1<br>7 semaines | Période 2<br>6 semaines | Période 3<br>7 semaines | Période 4<br>6 semaines | Période 8<br>8 semaines |
|---|---|---|---|---|
| Arithmétique 1<br>*Info: tableur (algorithme d'Euclide)* | Probas-Stats 2<br>Lancer de punaises<br>*Fluctuation des fréquences*<br>Probas anglaises F1 | Arithmétique 2 | Calcul Littéral 3 | Calcul littéral 5 |
| Fonctions 1 | Espace 1: | Probas-Stats 4<br>Dés et fractions, événement contraire<br>*Info: simulation tableur*<br>Probabilités italiennes F2 | Fonctions 2 | Probas-Stats 7<br>Quartiles /Médiane<br>*Info: Contrôles radar* |
| Probas Stats 1<br>*Notion de hasard,*<br>Avec un dé<br>Probabilités italiennes F1<br>*Info: Pense [illegible]* | Probas Stats 3<br>Urne inconnue<br>Probas anglaises F2 | Géométrie plane 3 | Probas-Stats 6<br>Franc carreau ou Chèvre<br>*Probabilités géométriques*<br>*Info: geogebra*<br>Cible | Fonctions 4 |
| Géométrie plane 1 | Géométrie plane 2 | Espace 2 | Géométrie plane 4 | Géométrie plane 5 |
| Calcul Littéral 1 | Calcul Littéral 2 | Probas-Stats 5<br>Avec deux dés : somme<br>*(non équiprobabilité)* | Calcul littéral 4 | Calcul littéral 6 |
| | | *Stage en entreprise* | | |

Le scénario « Avec deux dés » présenté page 63 apparaîtra bien après, comme 5ème passage sur la notion de probabilités-statistiques dans l'année.

## ③ Avec un dé : les différentes phases du scénario

### a) Le matériel

Chaque élève sera muni d'un dé à jouer, apporté par l'enseignant pour la première phase. Ce matériel sera ensuite récupéré dès la fin de la phase 1, pour permettre aux élèves de se consacrer au traitement mathématiques lié aux expériences réalisées.
Dans l'idéal, et pour le scénario « avec deux dés », nous préconisons l'achat de l'équivalent de deux dés par élève soit une soixantaine de dés. C'est certes un peu élevé au niveau du coût, mais cet achat peut être fait pour l'ensemble de l'équipe des enseignants.

### b) Objectifs et phases du scénario

Ce scénario présente plusieurs objectifs.

Le premier est d'interroger les élèves sur le hasard avec un objet familier (le dé), et de faire un état des lieux des conceptions initiales souvent rattachées au vécu des élèves face aux différents jeux faisant intervenir un (ou plusieurs) lancers de dé(s).
Il permet aussi de définir ce qu'est une expérience aléatoire.
Enfin, les consignes 2 et 3 permettent de réactiver une connaissance ancienne, la notion de fréquence, qui est disponible en début de 3ème.

Ce scénario peut se décomposer en trois phases. Le temps proposé ici est indicatif, mais peut dépendre de l'avancée de la classe.

**La première phase :** le temps des expériences. Elle dure 5 à 10 minutes et peut s'effectuer en fin d'une séance (Consigne 1).

**La deuxième phase** : celle de recueil et de traitement des données de la classe (Consigne 2). Sa durée est d'une heure.

**La troisième phase** : celle de comparaison de données avec celles d'autres classes (Consigne 3). Elle dure 1 h, à laquelle nous ajoutons 1/2 h de bilan des groupes

## ④ Avec un dé : premier temps du scénario

### a) Les deux premières phases

La première phase dure environ 10 minutes, elle peut être envisagée séparée dans le temps des deux autres phases. Chaque élève reçoit le document ci-dessous ainsi qu'un dé à 6 faces (fichier avec1déConsigne1).

**Consigne 1 :**

**Lancer un dé six fois de suite en notant dans le tableau les résultats obtenus.**

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|

La deuxième phase consiste à recueillir les données de la classe.

Les élèves ont alors la fiche suivante (fichier avec1déConsigne2) :

**Consigne 2 :**

**Voici les résultats obtenus par tous les élèves de la classe.**

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| élève 1 | | | | | | |
| élève 2 | | | | | | |
| élève 3 | | | | | | |
| élève 4 | | | | | | |
| élève 5 | | | | | | |
| élève 6 | | | | | | |
| élève 7 | | | | | | |
| élève 8 | | | | | | |
| élève 9 | | | | | | |
| élève 10 | | | | | | |
| élève 11 | | | | | | |
| élève 12 | | | | | | |
| élève 13 | | | | | | |
| élève 14 | | | | | | |
| élève 15 | | | | | | |
| élève 16 | | | | | | |
| élève 17 | | | | | | |
| élève 18 | | | | | | |

**1- Observez et formulez le plus de remarques possible.**

**2- Organisez ces données pour l'ensemble de la classe. Qu'observez-vous ?**
Cette consigne (au niveau du tableau) est à adapter à l'effectif de la classe.

### b) La gestion du recueil des données de la classe

L'enseignant peut ouvrir et montrer en vidéo-projection une feuille de calcul (sous open-office par exemple) préparée en amont, et reprenant la structure du document de la consigne 2.

Chaque élève donne ses résultats obtenus et nous proposons ici de procéder méthodiquement par ordre de placement dans la classe (comme pour le recueil des données des punaises) afin de n'oublier personne.

Chaque résultat dicté est noté par l'enseignant dans la feuille de calcul du tableur au fur et à mesure, afin que certains élèves retardataires puissent rattraper leur décalage en observant le fichier projeté sans gêner le déroulement du recueil par des questions, le support visuel suffisant alors.

Voici un extrait de projection dans une classe de 3$^{ème}$ où ils n'étaient que 21 ce jour-là:

| | A | B | C | D | E | F | G | H |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | lancé1 | lancé2 | lancé3 | lancé4 | lancé5 | lancé6 | |
| 2 | eleve 1 | 2 | 1 | 6 | 3 | 3 | 3 | |
| 3 | eleve 2 | 1 | 5 | 5 | 5 | 4 | 3 | |
| 4 | eleve 3 | 3 | 6 | 4 | 2 | 6 | 3 | |
| 5 | eleve 4 | 5 | 4 | 3 | 4 | 3 | 4 | |
| 6 | eleve 5 | 4 | 2 | 2 | 1 | 3 | 6 | |
| 7 | eleve 6 | 1 | 1 | 3 | 4 | 5 | 6 | |
| 8 | eleve 7 | 6 | 6 | 5 | 4 | 6 | 4 | |
| 9 | eleve 8 | 6 | 3 | 2 | 5 | 5 | 4 | |
| 10 | eleve 9 | 5 | 6 | 4 | 3 | 6 | 5 | |
| 11 | eleve 10 | 6 | 1 | 4 | 5 | 3 | 4 | |
| 12 | eleve 11 | 3 | 6 | 1 | 5 | 3 | 6 | |
| 13 | eleve 12 | 6 | 6 | 2 | 5 | 4 | 5 | |
| 14 | eleve 13 | 4 | 4 | 5 | 3 | 4 | 3 | |
| 15 | eleve 14 | 6 | 1 | 2 | 2 | 4 | 2 | |
| 16 | eleve 15 | 1 | 3 | 3 | 3 | 4 | 5 | |
| 17 | eleve 16 | 6 | 6 | 4 | 6 | 3 | 3 | |
| 18 | eleve 17 | 6 | 3 | 1 | 4 | 4 | 1 | |
| 19 | eleve 18 | 2 | 1 | 6 | 4 | 3 | 3 | |
| 20 | eleve 19 | 5 | 6 | 5 | 4 | 6 | 6 | |
| 21 | eleve 20 | 5 | 1 | 3 | 1 | 1 | 2 | |
| 22 | eleve 21 | 5 | 2 | 2 | 5 | 3 | 6 | |

Ensuite, les élèves mis en groupe par quatre ont 45 minutes pour répondre aux questions de la consigne 2. L'enseignant doit insister pour que la question 1 soit traitée avant de se lancer dans des calculs éventuels.

**Analyse de productions sur la question 1 :**

**1- Observez et formulez le plus de remarques possible.**

Voici des productions de groupes assez représentatives de ce que l'on peut obtenir :

* Aucun élève n'a obtenue les mêmes résultats
* Aucun élève n'a obtenue les six chiffres.
* Il y a six chances sur trente-six d'avoir six fois le même nombre
* tout le monde a eu trois chiffres différents.

Florent

chaque élève a deux ou plus le même chiffre.
Personne n'a la même série de chiffre, parce-que tout le monde lance le dé différament. Le resultat de tout ces chiffres est pairs.

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|
| 20 | 21 | 23 | 12 | 30 | 20 |

Total=126

2) - A chaque lancer il y a toujours au moin une paire de chiffre.
- Il n'y a pas de suite. C'est du hasard.

Personnes a les 6 chiffres differents.
Personnes a le même résultat.
Tous les élèves on au moin 2 fois le même chiffre.
le nombre ou il y en a le moin c'est : 4
le nombre ou il y en a le plus c'est : 5

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 20 | 21 | 23 | 12 | 29 | 21 | 126 |

Des remarques récurrentes apparaissent en 3ème, elles portent entre autre sur le fait que :

- personne n'a eu les six faces du dé.
- personne n'a eu six fois la même face.
- les élèves ont tous des répétitions d'au moins une face.

Lors de la mise en commun des réponses apportées à cette question 1, nous abordons alors les notions d'événement certain, impossible, probable, peu probable, fort probable. L'effectif est la notion réactivée ici par l'ensemble des élèves pour comparer les apparitions de chaque face.

Nous proposons à nos élèves des fiches d'exercices inspirés de sources italiennes ou anglaises et travaillées espacées dans le temps (voir progression).
Vous trouverez en annexe 1 2 2bis 3 et 3bis les fiches Probabilités Italiennes (1) et (2) et celles intitulées « Probability »(1) et (2) où les élèves doivent placer des événements proposés sur une échelle de probabilités (fichiers intitulés probabilités-italiennes et lesprobabilitésanglaises...pdf ) dont voici un extrait :

Classe de 3ème :

**Probability**

**Example :**

Mark these events on the probability line.

impossible — poor chance — even chance — good chance — certain

a) It will get dark tonight.
b) When I toss a coin it will be heads.
c) William the Conqueror will come to tea.

I- Mark these events on the probability line.

impossible — poor chance — even chance — good chance — certain

a) It will snow in August.
b) The sun will come up tomorrow.
c) A new baby will be a boy.
d) A dog will talk.
e) I will watch some television tonight.


**Analyse des productions sur la question 2**

**2- Organisez ces données pour l'ensemble de la classe.**
**Qu'observez-vous ?**

Voici la synthèse d'un groupe au bout d'1 heure de travail. Les élèves se sont partagés au sein du groupe les calculs d'effectifs de sortie de chaque face et ont construit le tableau présenté ci-après.

L'élève qui à tiré le plus de mêmes chiffres est l'élève 21

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| L'effectif | 27 | 29 | 30 | 18 | 23 | 35 |

Total=162

Le chiffre qui revient le plus souvent est le 6
Le chiffre qui revient le moins souvent est le 4

Ce document est relatif au fichier de recueil des données ci-après :

| | A | B | C | D | E | F | G | H |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | Lancer 1 | Lancer 2 | Lancer 3 | Lancer 4 | Lancer 5 | Lancer 6 | |
| 2 | élève1 | 6 | 6 | 2 | 5 | 4 | 5 | |
| 3 | élève2 | 1 | 1 | 3 | 5 | 6 | 5 | |
| 4 | élève3 | 4 | 2 | 3 | 2 | 1 | 6 | |
| 5 | élève4 | 6 | 6 | 5 | 2 | 1 | 5 | |
| 6 | élève5 | 6 | 3 | 6 | 5 | 2 | 6 | |
| 7 | élève6 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 5 | |
| 8 | élève7 | 2 | 4 | 3 | 3 | 2 | 1 | |
| 9 | élève8 | 2 | 5 | 4 | 1 | 1 | 1 | |
| 10 | élève9 | 1 | 1 | 6 | 6 | 1 | 4 | |
| 11 | élève10 | 2 | 5 | 3 | 5 | 3 | 4 | |
| 12 | élève11 | 6 | 2 | 6 | 6 | 6 | 4 | |
| 13 | élève12 | 3 | 6 | 1 | 4 | 6 | 2 | |
| 14 | élève13 | 2 | 3 | 6 | 3 | 5 | 4 | |
| 15 | élève14 | 3 | 2 | 1 | 4 | 6 | 4 | |
| 16 | élève15 | 5 | 3 | 6 | 3 | 3 | 1 | |
| 17 | élève16 | 3 | 4 | 4 | 1 | 4 | 2 | |
| 18 | élève17 | 3 | 6 | 5 | 5 | 5 | 2 | |
| 19 | élève18 | 2 | 3 | 6 | 4 | 2 | 4 | |
| 20 | élève19 | 3 | 1 | 6 | 5 | 4 | 4 | |
| 21 | élève20 | 5 | 5 | 2 | 2 | 6 | 2 | |
| 22 | élève21 | 6 | 6 | 6 | 3 | 6 | 6 | |
| 23 | élève22 | 1 | 1 | 5 | 2 | 1 | 3 | |
| 24 | élève23 | 3 | 3 | 3 | 3 | 2 | 6 | |
| 25 | élève24 | 3 | 3 | 1 | 1 | 1 | 6 | |
| 26 | élève25 | 6 | 5 | 1 | 3 | 5 | 1 | |
| 27 | élève26 | 6 | 1 | 3 | 6 | 3 | 1 | |
| 28 | élève27 | 6 | 5 | 3 | 5 | 2 | 2 | |

Dans d'autres groupes peuvent apparaître des calculs de fréquences, mais aussi des calculs de sommes par colonnes ou par lignes. Nous préciserons aux élèves que ces sommes ne retiendront pas notre attention ici afin de les réorienter sans le dire vers le calcul des effectifs et des fréquences. Les élèves ont besoin de temps par groupe (environ 35 à 40 minutes).

Voici une synthèse de groupe faite sur transparent dans une autre classe :

Nous avons commencé par conter le nombre de ... Bryan
chiffres qu'il y avait dans ce tableau :

| nombres | effectifs | fréquence (en %) |
|---|---|---|
| 1 | 20 | ≈ 15,87 % |
| 2 | 21 | ≈ 16,66 % |
| 3 | 23 | ≈ 18,25 % |
| 4 | 12 | ≈ 9,52 % |
| 5 | 29 | ≈ 23,01 % |
| 6 | 21 | ≈ 16,66 % |
| total | 126 | 100 % |

ex pour la fréquence du nombre 1 :

$1 = \frac{20 \times 100}{126}$

$1 = \frac{2000}{126}$

$1 \approx 15,87\ \%$

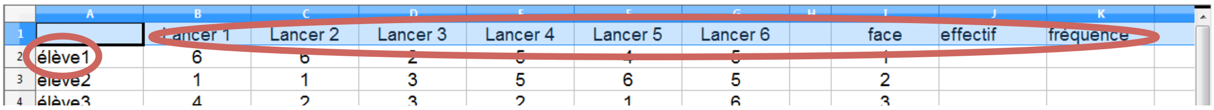
Nous proposons, ensuite, en guise de bilan, de remplir ensemble le tableau suivant :

| Face obtenue | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| effectif | | | | | | |
| fréquence | | | | | | |

Les groupes d'élèves sont parfois en désaccord sur les effectifs obtenus, ce qui sera un point d'appui pour revenir au fichier tableur lors de ce bilan. En effet, des oublis vont s'opérer et, pour départager les groupes, la feuille de calcul sera un moyen redoutable. Une fois leurs propositions faites, (parfois plusieurs seront notées et en attente dans une même case), nous projetons à nouveau la feuille de calcul précédente afin d'y faire calculer automatiquement les effectifs, via NB.SI et les fréquences.

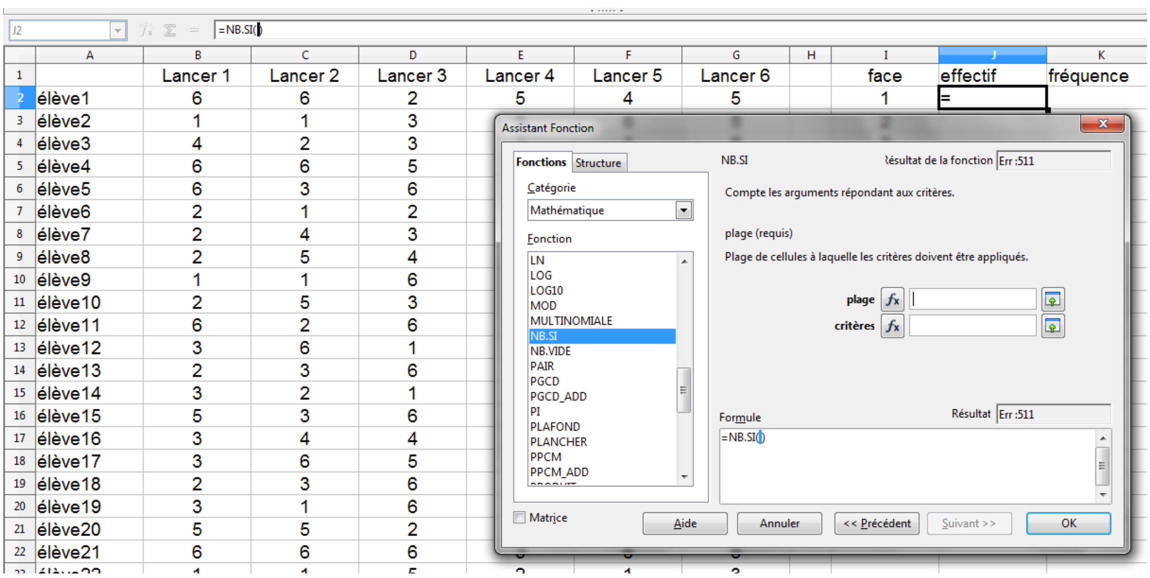
A ce moment, nous spécifions :

- l'importance de mettre des étiquettes




Ce point est crucial car de bonnes habitudes sont à installer très tôt afin de faciliter la tâche de l'enseignant en salle informatique. En effet, passant d'ordinateurs en ordinateurs, il est amené à s'adapter et à rentrer dans chaque logique de construction de feuille de calcul (liée à une stratégie mathématique). Aussi, l'éclairage par un mot clef ou une expression en haut de chaque colonne est primordial pour permettre une réactivité plus forte. De plus, ces étiquettes aident à la communication d'un groupe à la classe, sur l'organisation choisie d'une feuille de calcul lors d'un retour de séance informatique.

- l'accès à l'assistant de fonctions, le choix de la fonction NB.SI et ce à quoi sert cette dernière.

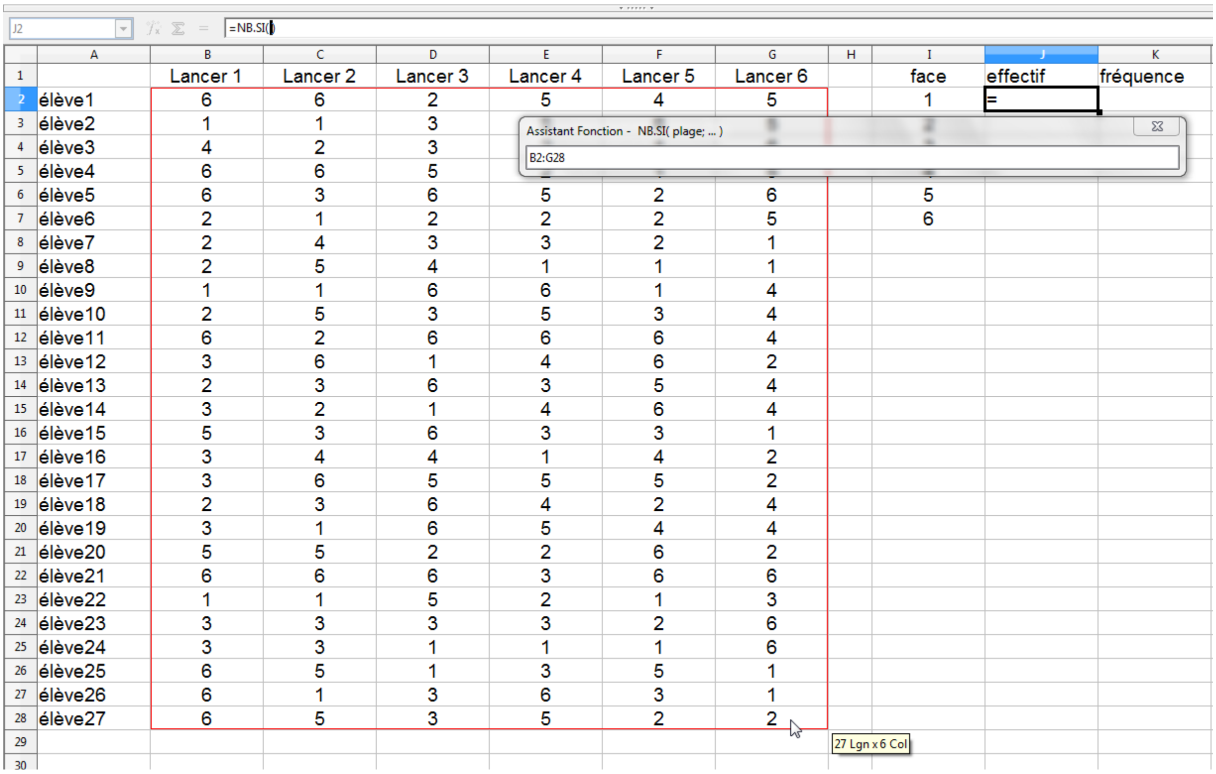


- la description et la sélection d'une plage de données en précisant la distinction entre :

B2:G28 où toutes les cellules de B2 jusqu'à G28 sont sélectionnées

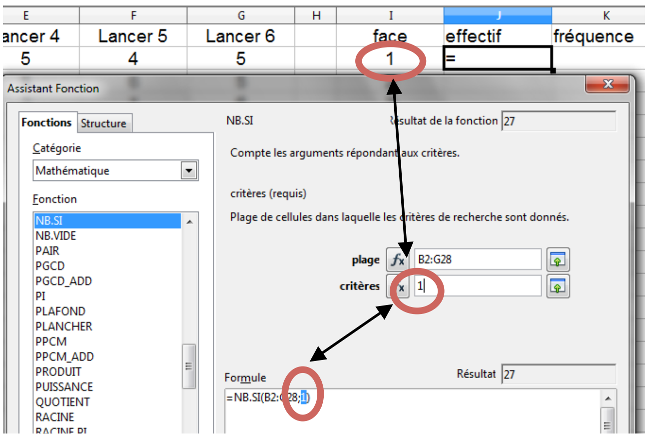
et

B2;G28 où seules les deux cellules B2 et G28 sont prises en compte.




| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | Lancer 1 | Lancer 2 | Lancer 3 | Lancer 4 | Lancer 5 | Lancer 6 | | face | effectif | fréquence |
| 2 | élève1 | 6 | 6 | 2 | 5 | 4 | 5 | | 1 | = | |
| 3 | élève2 | 1 | 1 | 3 | | | | | | | |
| 4 | élève3 | 4 | 2 | 3 | | | | | | | |
| 5 | élève4 | 6 | 6 | 5 | | | | | | | |
| 6 | élève5 | 6 | 3 | 6 | 5 | 2 | 6 | | 5 | | |
| 7 | élève6 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 5 | | 6 | | |
| 8 | élève7 | 2 | 4 | 3 | 3 | 2 | 1 | | | | |
| 9 | élève8 | 2 | 5 | 4 | 1 | 1 | 1 | | | | |
| 10 | élève9 | 1 | 1 | 6 | 6 | 1 | 4 | | | | |
| 11 | élève10 | 2 | 5 | 3 | 5 | 3 | 4 | | | | |
| 12 | élève11 | 6 | 2 | 6 | 6 | 6 | 4 | | | | |
| 13 | élève12 | 3 | 6 | 1 | 4 | 6 | 2 | | | | |
| 14 | élève13 | 2 | 3 | 6 | 3 | 5 | 4 | | | | |
| 15 | élève14 | 3 | 2 | 1 | 4 | 6 | 4 | | | | |
| 16 | élève15 | 5 | 3 | 6 | 3 | 3 | 1 | | | | |
| 17 | élève16 | 3 | 4 | 4 | 1 | 4 | 2 | | | | |
| 18 | élève17 | 3 | 6 | 5 | 5 | 5 | 2 | | | | |
| 19 | élève18 | 2 | 3 | 6 | 4 | 2 | 4 | | | | |
| 20 | élève19 | 3 | 1 | 6 | 5 | 4 | 4 | | | | |
| 21 | élève20 | 5 | 5 | 2 | 2 | 6 | 2 | | | | |
| 22 | élève21 | 6 | 6 | 6 | 3 | 6 | 6 | | | | |
| 23 | élève22 | 1 | 1 | 5 | 2 | 1 | 3 | | | | |
| 24 | élève23 | 3 | 3 | 3 | 3 | 2 | 6 | | | | |
| 25 | élève24 | 3 | 3 | 1 | 1 | 1 | 6 | | | | |
| 26 | élève25 | 6 | 5 | 1 | 3 | 5 | 1 | | | | |
| 27 | élève26 | 6 | 1 | 3 | 6 | 3 | 1 | | | | |
| 28 | élève27 | 6 | 5 | 3 | 5 | 2 | 2 | | | | |
| 29 | | | | | | | | | | | |
| 30 | | | | | | | | | | | |

- la précision du critère demandé avec NB.SI :




- ceci sera refait par l'enseignant au vidéoprojecteur devant la classe pour les faces 2, 3, 4; 5 et 6.

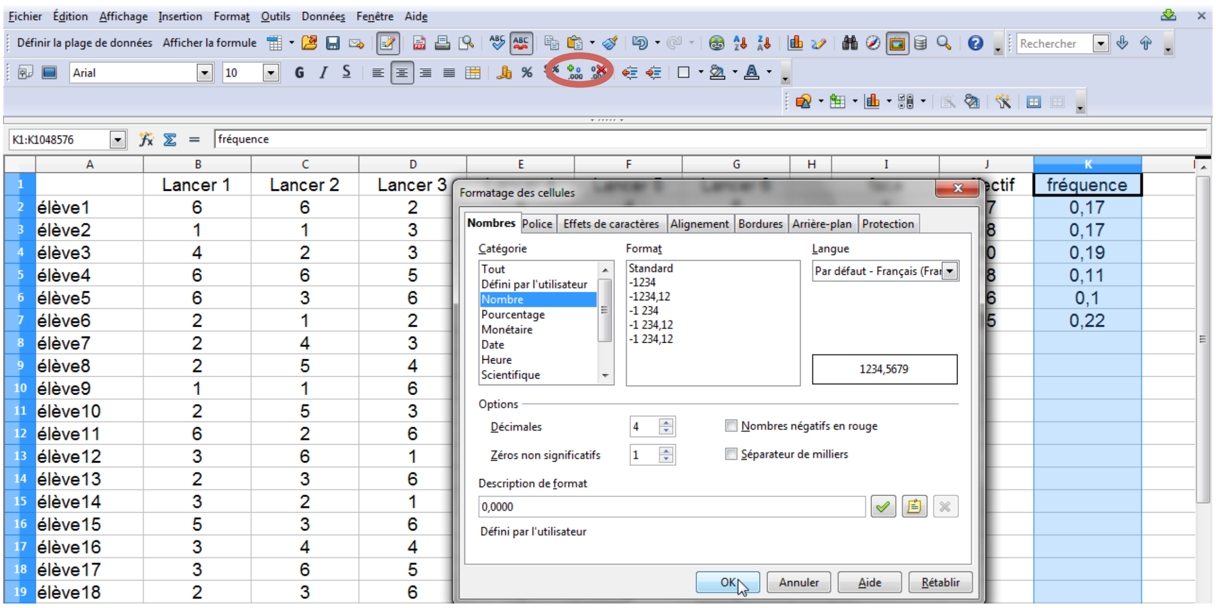
Nous pouvons alors directement rentrer les formules dans la barre de saisie pour 3, 4, 5 et 6. Nous faisons le choix de ne pas introduire de formule ayant des références absolues ici ($). Cependant, si un élève propose de recopier la formule vers le bas, nous nous saisissons de cette suggestion et le faisons à sa demande. Nous observons collectivement les effets de recopie : décalage de plage considérée entre autre.

Ensuite, les effectifs obtenus (cette fois fiables) sont croisés avec ceux envisagés par les groupes de la classe. Le tableur se révèle aux yeux de la classe fort efficace et rapide pour ce traitement de données. C'est l'occasion d'illustrer son efficacité par rapport à la calculatrice majoritairement choisie dans les groupes.
Les fréquences sont alors calculées par les élèves en classe et des valeurs arrondies seront demandées au centième près. Puis nous complétons la colonne « fréquence » de notre feuille de calcul en ne passant pas cette fois, par l'assistant de fonctions, et sans passer par une fonction « fréquence ». Notez que pour ces calculs de fréquences, la formule rentrée pour la face 1 peut être recopiée vers le bas pour les autres faces. Les élèves pourront observer cette possibilité ou la suggérer suivant leur niveau d'instrumentation.

| I | J | K |
|---|---|---|
| face | effectif | fréquence |
| 1 | 27 | =J2/162 |
| 2 | 28 | =J3/162 |
| 3 | 30 | =J4/162 |
| 4 | 18 | =J5/162 |
| 5 | 16 | =J6/162 |
| 6 | 35 | =J7/162 |

| I | J | K |
|---|---|---|
| face | effectif | fréquence |
| 1 | 27 | 0,17 |
| 2 | 28 | 0,17 |
| 3 | 30 | 0,19 |
| 4 | 18 | 0,11 |
| 5 | 16 | 0,1 |
| 6 | 35 | 0,22 |

- le format de cellule sera alors à mettre en avant, il est par défaut réglé à 2 décimales. L'enseignant pourra, devant ses élèves, le changer soit en allant dans « Format » et « cellules » ou en cliquant sur l'une des deux icônes ci-après.




Après un autre réglage, il pourra obtenir par exemple ceci.

| K |
|---|
| fréquence |
| 0,1667 |
| 0,1728 |
| 0,1852 |
| 0,1111 |
| 0,0988 |
| 0,2160 |

Utiliser un format de cellules présentant un nombre de décimales supérieur à ce que produit la calculatrice peut permettre aux élèves de prendre un peu de recul face aux possibilités de choix d'affichage de cet outil TICE. Cette action est très importante pour la suite, notamment lorsque l'élève sera amené à faire des simulations de lancers de dés (voir fichier intitulé Pense-bête.pdf) car c'est par un réglage adéquat qu'il se rendra compte de la fluctuation des fréquences avec ses relances.

### c) Pistes de bilan et institutionnalisation

Se posent les questions suivantes :
Quelle trace écrite laisser aux élèves de ces expériences ?
Que fixer par écrit de cette manipulation par l'enseignant du tableur afin que les élèves le réinvestissent lors d'un nouveau scénario espacé temporellement ?
Comment faire évoluer la genèse instrumentale de nos élèves ?

Voici un exemple de bilan de groupes proposé dans une classe de 3ème suivi d'une institutionnalisation.

**Bilan de groupes 3ème 4** **Avec un dé**

J2 =27/162

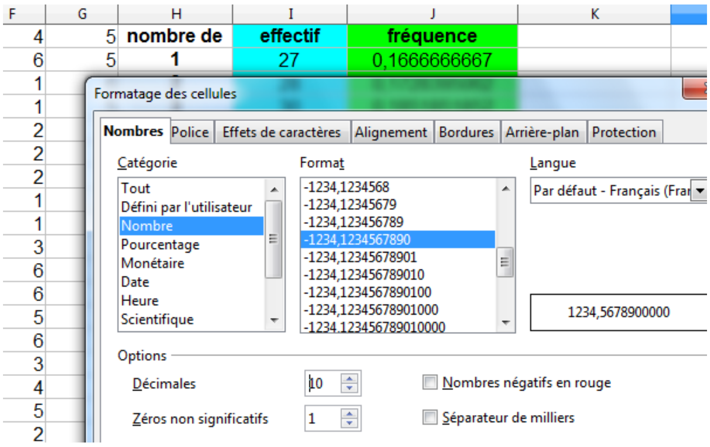
| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | élève1 | 6 | 6 | 2 | 5 | 4 | 5 | nombre de | effectif | fréquence | fréquence en % |
| 2 | élève2 | 1 | 1 | 3 | 5 | 6 | 5 | 1 | 27 | 0,17 | 16,67 |
| 3 | élève3 | 4 | 2 | 3 | 2 | 1 | 6 | 2 | 28 | 0,17 | 17,28 |
| 4 | élève4 | 6 | 6 | 5 | 2 | 1 | 5 | 3 | 30 | 0,19 | 18,52 |
| 5 | élève5 | 6 | 3 | 6 | 5 | 2 | 6 | 4 | 18 | 0,11 | 11,11 |
| 6 | élève6 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 5 | 5 | 24 | 0,15 | 14,81 |
| 7 | élève7 | 2 | 4 | 3 | 3 | 2 | 1 | 6 | 35 | 0,22 | 21,6 |
| 8 | élève8 | 2 | 5 | 4 | 1 | 1 | 1 | total | 162 | 1,00 | 100 |
| 9 | élève9 | 1 | 1 | 6 | 6 | 1 | 4 | | | | |
| 10 | élève10 | 2 | 5 | 3 | 5 | 3 | 4 | | | | |

Sur la calculette, il est affiché :

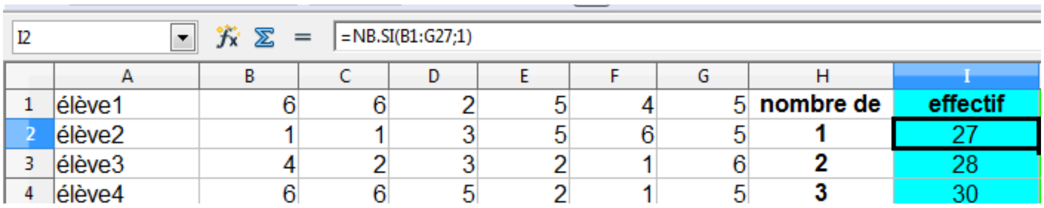
$$27 \div 162 \times 100 = \frac{27}{162} \times 100 = \frac{2700 \div 54}{162 \div 54}$$
$$= \frac{50}{3}$$

En appuyant sur S⇒D, ça nous donne 16,66666667.
Sur tableur, ça nous donne 17.


- Sur une feuille de calcul, on peut changer le **format** de cellule afin de faire afficher plus de décimales d'un nombre.




- La fonction **NB.SI( )** compte ici le nombre de « 1 » obtenus dans la plage des données B1:G27 c'est-à-dire des cellules B1 jusqu'à G27.




Ensuite, une institutionnalisation a été proposée en 3ème après le bilan des groupes.

**Probabilité 1:** **Avec un dé**

Une expérience est dite aléatoire si:

- elle a plusieurs résultats possibles ou issues possibles.
- on ne peut pas prévoir avec certitude quel résultat se produira.

*Ex:* **Lancer un dé à 6 faces**

| | A | B | C | D | E | F | G |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | | | |
| 2 | élève1 | 1 | 4 | 3 | 6 | 2 | 4 |
| 3 | élève2 | 6 | 1 | 3 | 6 | 4 | 6 |
| 4 | élève3 | 2 | 1 | 3 | 6 | 6 | 4 |
| 5 | élève4 | 1 | 3 | 4 | 1 | 4 | 1 |
| 6 | élève5 | 2 | 6 | 1 | 3 | 4 | 3 |
| 7 | élève6 | 1 | 5 | 6 | 5 | 6 | 1 |
| 8 | élève7 | 5 | 2 | 1 | 2 | 1 | 4 |
| 9 | élève8 | 5 | 4 | 2 | 6 | 1 | 3 |
| 10 | élève9 | 2 | 6 | 5 | 1 | 4 | 5 |
| 18 | élève17 | 6 | 2 | 5 | 3 | 1 | 4 |
| 19 | élève18 | 3 | 4 | 1 | 4 | 1 | 6 |
| 20 | élève19 | 6 | 4 | 4 | 5 | 6 | 5 |
| 21 | élève20 | 3 | 5 | 6 | 4 | 3 | 3 |
| 22 | élève21 | 6 | 4 | 4 | 5 | 1 | 1 |
| 23 | élève22 | 5 | 4 | 1 | 5 | 3 | 3 |
| 24 | élève23 | 5 | 6 | 5 | 6 | 3 | 5 |
| 25 | élève24 | 3 | 4 | 3 | 6 | 6 | 1 |
| 26 | élève25 | 2 | 2 | 4 | 1 | 4 | 6 |
| 27 | élève26 | 4 | 2 | 6 | 2 | 4 | 1 |
| 28 | élève27 | 4 | 5 | 6 | 6 | 6 | 2 |
| 29 | | | | | | | |

**L'élève 1** a obtenu deux fois une face 4: on dit que **l'événement**

**" obtenir 4"**

a été réalisé deux fois par l'élève 1.

**Le tableur** peut compter le nombre de 1 obtenus dans une **plage de données** avec la fonction **NB.SI()**

(NombreSimilaire)

| H | I | J | K |
|---|---|---|---|
| | effectif | fréquence | fréquence en % |
| nombre de 1 | 27 | 0,1667 | 16,67 |
| nombre de 2 | 21 | 0,1296 | 12,96 |
| nombre de 3 | 24 | 0,1481 | 14,81 |
| nombre de 4 | 34 | 0,2099 | 20,99 |
| nombre de 5 | 27 | 0,1667 | 16,67 |
| nombre de 6 | 29 | 0,1790 | 17,9 |
| TOTAL | 162 | 1,0000 | 100 |

Pour toute la classe, "obtenir 1" a été réalisé 27 fois sur 162 lancers

**La fréquence** de l'événement "obtenir 1" **est de** $\frac{27}{162}$ **soit** $\approx$**0,1667.**

**Remarques:** Une **fréquence** est un nombre **compris entre 0 et 1.**

## ⑥ Avec un dé : deuxième temps du scénario

Cette phase, qui dure 1 h en groupe, est un prolongement naturel aux deux phases précédentes et permettra de montrer l'utilité de la fréquence en comparant des séries d'effectifs différents.

**<u>Consigne 3 :</u>**

**Voici les résultats obtenus dans deux autres classes de troisième.**

**Dans la classe 1, où il y a 20 élèves :**

| Face 1 | Face 2 | Face 3 | Face 4 | Face 5 | Face 6 | Nombre total de lancers |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 16 | 20 | 18 | 25 | 24 | 17 | **120** |

**Dans la classe 2, où il y a 25 élèves :**

| Face 1 | Face 2 | Face 3 | Face 4 | Face 5 | Face 6 | Nombre total de lancers |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 23 | 28 | 28 | 21 | 29 | 21 | **150** |

**<u>Dans toute la suite, on s'intéresse uniquement aux lancers ayant donnés le 4 et le 6.</u>**

**1- Comparer les résultats des classes 1 et 2.**

**2- Comparer les résultats de votre classe de troisième avec ceux des deux autres classes.**

Analyse de la consigne 3 :

Cette tâche a pour but de comparer deux séries d'effectifs différents, afin de réactiver la connaissance de la fréquence vue en classe antérieure.
En effet, voici les valeurs des différentes fréquences pour ces deux classes :

| face | 4 | 6 |
|---|---|---|
| Classe 1 | $f = \frac{25}{120}$<br>$f \approx 0{,}2083$ | $f = \frac{17}{120}$<br>$f \approx 0{,}1416$ |
| Classe 2 | $f = \frac{21}{150}$<br>$f = 0{,}14$ | $f = \frac{21}{150}$<br>$f = 0{,}14$ |

A la suite du traitement de cette consigne 3, en trace écrite, nous préciserons la notion de fréquence, comme elle est indiquée dans le dictionnaire des mathématiques d'André Deledicq :

**8. 6 Calcul de fréquences**

Les effectifs n'ont pas une grande signification en eux-mêmes, vu qu'ils dépendent de l'effectif total de la population.
Ce qui est intéressant, c'est le rapport entre l'effectif de la classe et l'effectif total.
Cela permet de mieux pouvoir comparer des caractères sur des populations d'effectifs différents.

**On appelle *fréquence* d'une classe, le quotient de l'effectif de cette classe par l'effectif total.**

Des productions de groupes d'élèves relatives à cette troisième phase (mais aussi parfois à la consigne 2) sont mises à disposition. Elles figurent sur les fichiers intitulés :
T1_C3.jpg T2_C2_C3.jpg T3_C2_C3.jpg T4_C2_C3.jpg T5_C2_C3.jpg.

En voici des extraits illustrant

C3 1

Comme dans la classe 2 il y a 5 élèves de plus que dans la classe 1, c'est normal que la classe 2 est fait plus de 6 que la classe 1.

Comme il y a plus d'élèves il y a plus de chance.

La dernière remarque exprime le fait que le nombre moyen de 6 est proportionnel au nombre de lancers, l'idée d'espérance mathématique de la loi binomiale est sous-jacente dans cet écrit. Notons aussi le vocabulaire « naturel » employé ici avec le mot « chance ».

L'extrait suivant interroge le protocole et le matériel (poids du dé, forme de ce dernier).
La dernière phrase exprime une remise en cause par le groupe du raisonnement choisi pour la face 6, celle-ci étant attendue étant données les valeurs choisies pour le 4 et le 6 dans la consigne 3.

c3.

Dans la classe 2, il y a plus de chiffres 6 que dans la classe 1, car il y a plus d'élèves dans la classe 2.
Le résultat de la classe 1 est supérieur au résultat de la classe 2. Serais-ce à cause du poids ou de la forme du dé ?
Ce qui nous gêne, c'est que dans une classe de 20 élèves le résultat de 4 est supérieur que dans la classe de 25 élèves.

Ou encore dans un autre groupe :

Plus il y a d'élèves, plus le chiffre 6 apparait.
Mais pour le 4 on voit que se n'est lié au nombre d'élève !
Le nombre de 6 apparait par hasard.
On veut ramener le total de la classe 2 à 120, on enlève 30 lancer, donc 5 à chaque valeur.

| 6 | C1 |
|---|---|
| 17 | 120 |

Il y a + de 6 dans C1

| 6 | C2 |
|---|---|
| 21 - 5 | 120 |

On enlève 5 à chaque face

Les tableaux ci-dessus traduisent une volonté de ramener ces deux séries à un même effectif 120. Pour cela, de 150 à 120, le groupe décide d'ôter 30 et de répartir uniformément ce retrait de 30 aux 6 faces, soit il enlève 5 à chaque effectif observé.

Consigne 3:

Remarque : Dans la classe n°1 le total d'élèves est de 120 c'est à dire 6 fois le nombre (20 élèves) d'élèves et dans la classe 2 150 c'est 6 fois le nombre d'élèves (25 élèves)

1)

Pour pouvoir comparer on ramène le résultat à 100.

La classe 1 : $17 \times 100 \div 120 = 14,16\,\%$

La classe 2 : $21 \times 100 \div 150 = 14\,\%$.

La classe n°1 a fait plus de 6 que la classe n°2.

Notre classe : $21 \times 100 \div 126 = 16,66\,\%$

Par rapport à la classe n°1 et n°2 c'est notre classe qui a fait le plus de 6 car la classe n°1 a fait 14,6 % de 6, la n°2 a fait 14 % de 6 et la notre a fait 16 %

Ce dernier groupe a réactivé les fréquences écrites en pourcentages. Son écrit permet lors d'un débat de classe de revenir sur les différentes écritures d'un nombre et sur la notion de fréquence.

| | nombre d'élèves | total de 6 lancés | total de lancés | fréquence | Fréquence (en %) |
|---|---|---|---|---|---|
| C1 | 20 | 17 | 120 | ≈ 0,14 | ≈ 14,16 % |
| C2 | 25 | 21 | 150 | = 0,14 | = 14 % |

$C1 = \frac{17 \times 100}{120}$

$C1 = \frac{1700}{120}$

$C1 = \frac{85}{6}$

$C1 \approx 14,16\,\%$

$C2 = \frac{21 \times 100}{150}$

$C2 = \frac{2100}{150}$

$C2 = 14\,\%$

Fréquence $C1 = 17 \div 120$

Fréquence $C1 \approx 0,14$

Fréquence $C2 = 21 \div 150$

Fréquence $C2 = 0,14$

Le pourcentage est proportionnel au nombre de lancés et au nombre du chiffre choisi.

La classe C1 a obtenu une plus grande fréquence (en %) de 6 lancés alors qu'ils ont fait moins de lancés

Notons que certains groupes peuvent considérer que les fréquences du 6 sont identiques en confondant les valeurs exactes et approchées. Ce sera alors l'occasion de retravailler ce point.

Enfin pour conclure sur ce scénario, les expérimentations en classe nous ont montré que la face 6 tenait souvent un statut particulier auprès de nos élèves car le « 6 » est celui qu'on attend pour par exemple commencer à jouer aux petits chevaux, ou encore pour sortir de prison au Monopoly. Il revêt une certaine particularité que n'ont pas les autres faces, celle de renvoyer à la propre expérience de jeu des élèves. Aussi le lecteur pourra choisir d'adapter cette ressource en choisissant le 6 ou pas comme face d'étude.

## ⑦ Le lancer d'un dé électronique : quatrième temps du scénario

Une heure est nécessaire à la réalisation de cette poursuite de scénario où les élèves sont amenés à effectuer leur premier lancer d'un dé électronique. L'activité a été baptisée « Pense-bête » car elle servira de référence pour toute autre simulation où des lancers de dés, de pièces interviendront avec les TICE.

**3**- Choisir une simulation dans chacune des deux feuilles de calcul et compléter ces deux tableaux :

1000 lancers :

| **Face** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **Total** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Effectif** | | | | | | | |
| **Fréquence** | | | | | | | |

10000 lancers :

| **Face** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **Total** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Effectif** | | | | | | | |
| **Fréquence** | | | | | | | |

**4**- Comparer les résultats obtenus lors de ces deux simulations.

...........................................................................................................................

...........................................................................................................................

...........................................................................................................................

**III**- **Si Platon lançait les dés...**

Il existe cinq polyèdres réguliers (convexes) nommés solides de Platon. On peut utiliser leurs propriétés de symétrie pour en faire des dés à jouer.

Donner une instruction de tableur permettant de simuler un dé en forme de :

**1**- tétraèdre, avec 4 faces numérotées de 1 à 4 : ...........................................................

**2**- octaèdre, avec 8 faces numérotées de 1 à 8 : ...........................................................

**3**- dodécaèdre, avec 12 faces numérotées de 1 à 12 : ...................................................

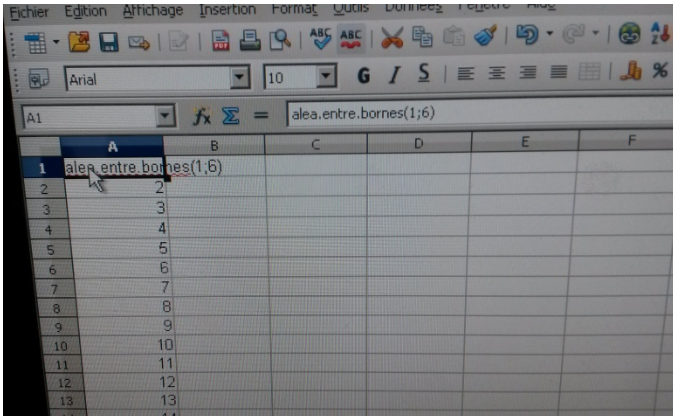
**4**- icosaèdre, avec 20 faces numérotées de 1 à 20 : ......................................................

### Analyse de déroulement en classe de 3ème :

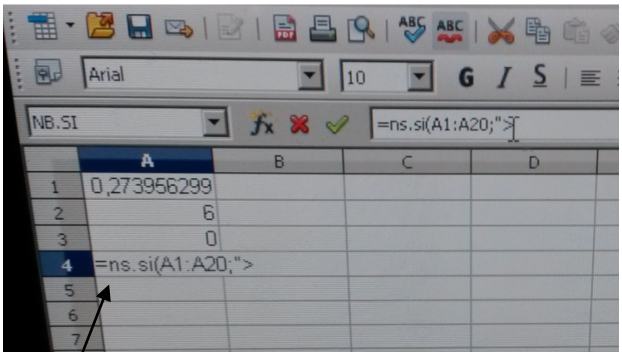
La classe dont vous verrez des photos d'écrans d'ordinateurs est une classe hétérogène. Les élèves (25) ont été mis en binôme en salle informatique pendant 1 h. Leur seule expérience antérieure sur tableur était une expérience malheureuse car des problèmes de réseau ont empêché ceux-ci de travailler sur l'algorithme d'Euclide. Leur genèse instrumentale côté tableur est quasiment au point initial.

Voici des écrans initiaux sur « Pense-bête », assez représentatifs des récurrences observées sur cette tâche en 3ème.

Un binôme a saisi dans la colonne A les nombres 1 en A1, 2 en A2, puis par recopie vers le bas, a obtenu des entiers consécutifs au lieu de nombres entiers aléatoires entre 1 et 6. Une rétroaction s'est effectuée et les élèves, sans doute peu habitués à rentrer des formules, ont tenté d'utiliser alea.entre.bornes sans le signe =.




Plusieurs binômes, pour remplir la cellule A1, ont sélectionné alea() au lieu de alea.entre.bornes() dans l'assistant de fonctions, d'où un affichage tel ci-dessous 0,273956299. Ceci a été rectifié par rétroaction dans les cellules A2 et A3.

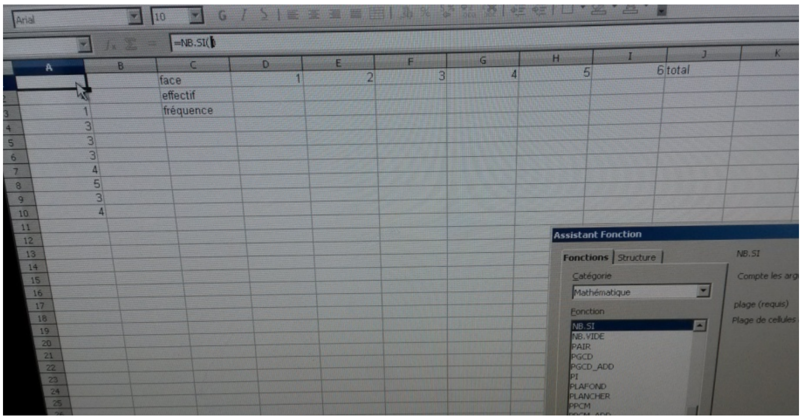



Ensuite, ce même binôme en A4 tente sans doute de s'approprier la fonction NB.SI() en recopiant un des exemples, mais la plage de données n'est pas clairement identifiée et la formule est transformée en ns.si au lieu de nb.si.

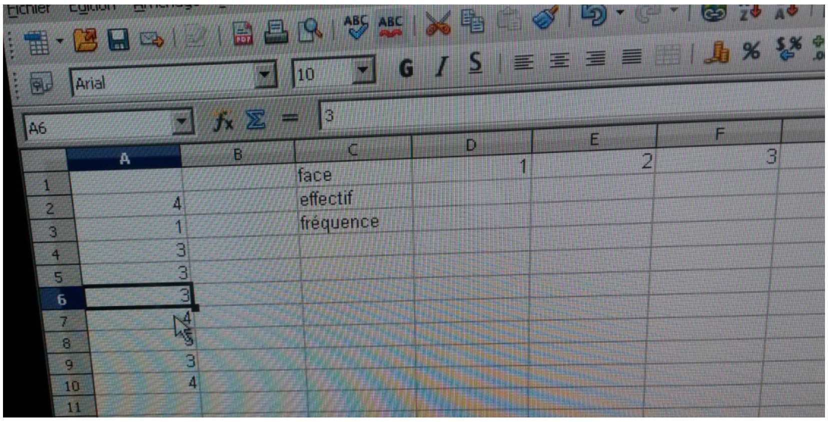
*<u>Exemples :</u>* **=NB.SI(A1:A20;3)** *retourne le nombre de cellules contenant 3 dans les vingt premières cellules de la colonne A.*

**=NB.SI(A1:A20;">4")** *retourne le nombre de cellules contenant un nombre supérieur à 4 dans les vingt premières cellules de la colonne A.*

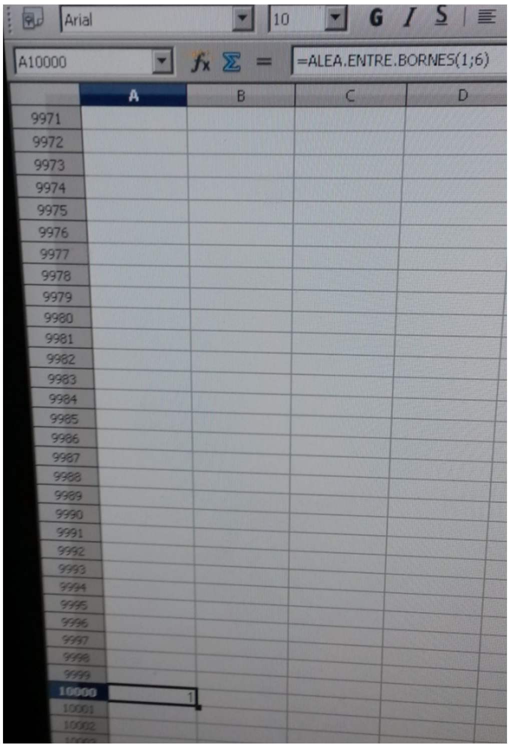
D'autres binômes ont eu des problèmes pour le choix géographique d'une cellule appropriée à la formule liée à NB.SI(). Ici, ils ont saisi cette formule dans A1 comme pour le lancer du premier dé.

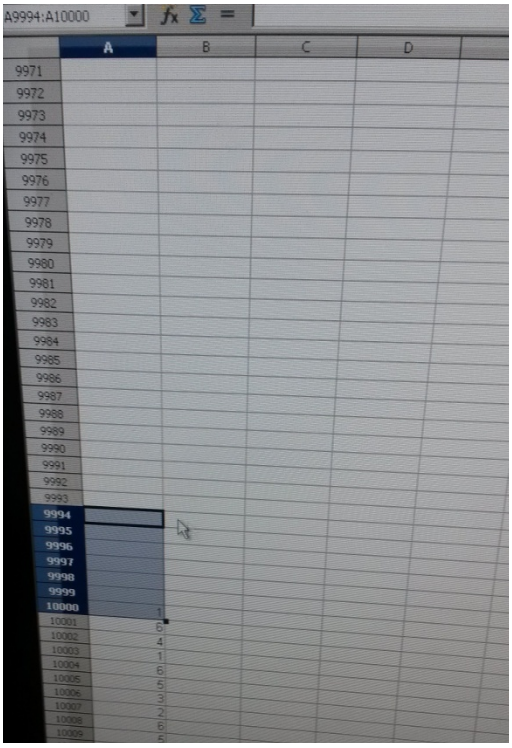



Un autre binôme prend la feuille de calcul comme un simple tableau et recopie donc les valeurs de lancers de dés figurant sur la capture d'écran dans les premières cellules sans utiliser de fonction ALEA.ENTRE.BORNES.

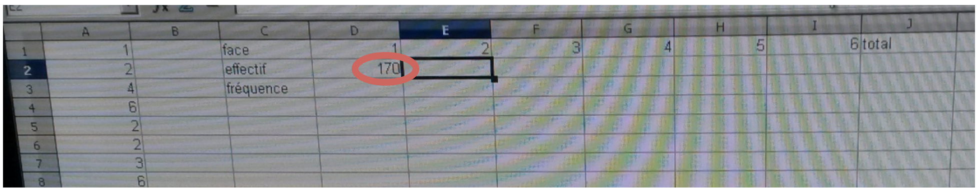



Pour simuler 10 000 lancers, beaucoup de groupes ont commencé par faire un nombre de lancers ne dépassant pas la partie visible à l'écran de la feuille de calcul, puis ils recopient vers le bas cette formule. Un groupe souhaitant « s'arrêter pile à 10 000 » a tenté de remonter la formule mais une élève n'a pas réussi à attraper la poignée de recopie pour l'entrainer vers le haut. La rétroaction de l'ordinateur leur a montré qu'ils ne pouvaient pas commencer par rentrer une formule en A10 000.

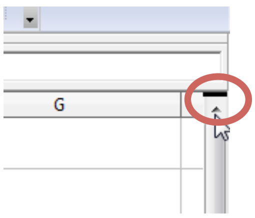


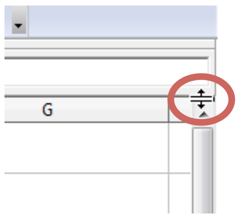




Un binôme, pour déterminer les effectifs de 1, a été surpris en train de calculer le nombre de 1 visibles à l'écran « à la main ». Le 170 ci-dessous n'émane d'aucune automatisation de calcul. Une intervention de demande de relance des dés permet de réguler ce type de comportement face aux effectifs et de faire sentir la nécessité d'utiliser une fonction comme NB.SI().

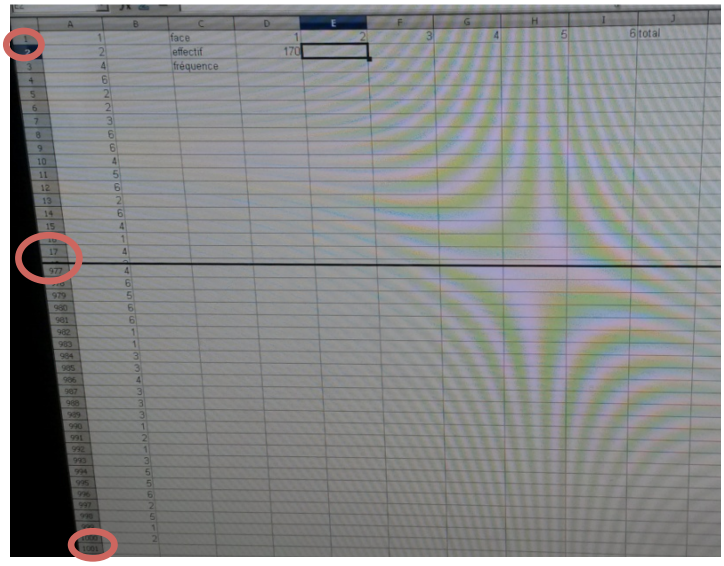


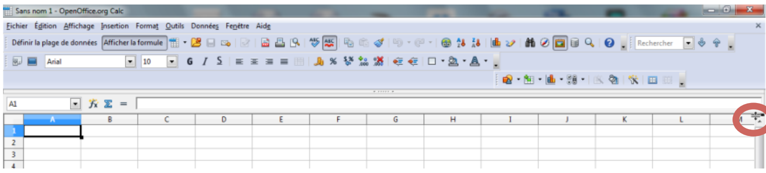

Afin de mieux visualiser les simulations et les calculs y attenant, il est aussi utile que les élèves sachent couper leur feuille comme ci-après. Cela leur permet à la fois de voir les calculs en cours en haut de leur feuille et les cellules du bas. Ceci s'effectue avec le séparateur en haut à droite sur la ligne des noms des colonnes.

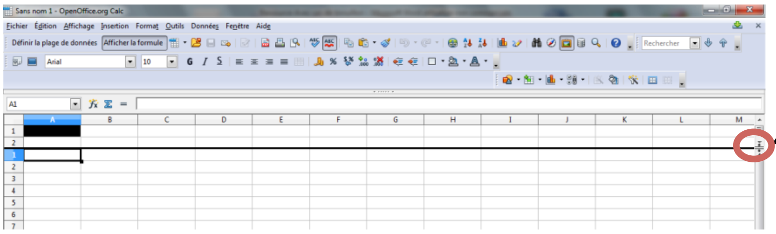


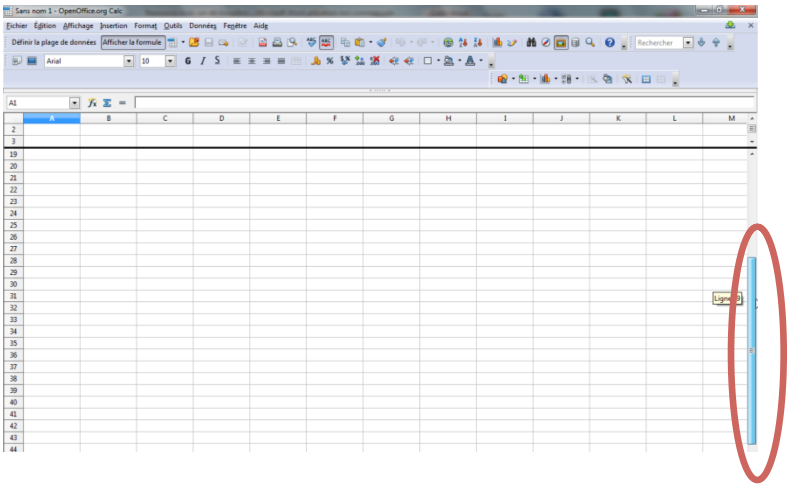
Visualisation sur l'écran des cellules du haut et des cellules du bas en même temps.





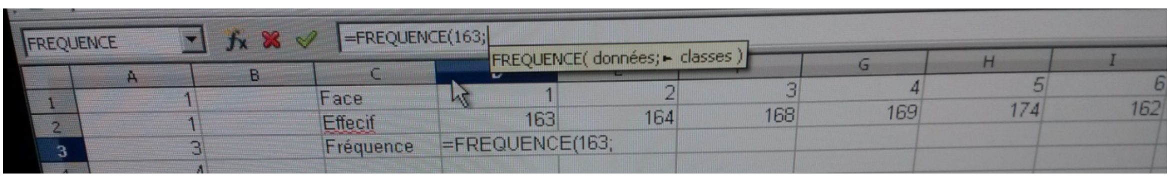


Un clic gauche permet d'abaisser la double flèche, vers le bas. La feuille de calcul semble se dédoubler. Une barre



On peut alors faire coulisser la barre verticale à droite afin de faire défiler vers le bas la partie inférieure de la feuille de calcul.

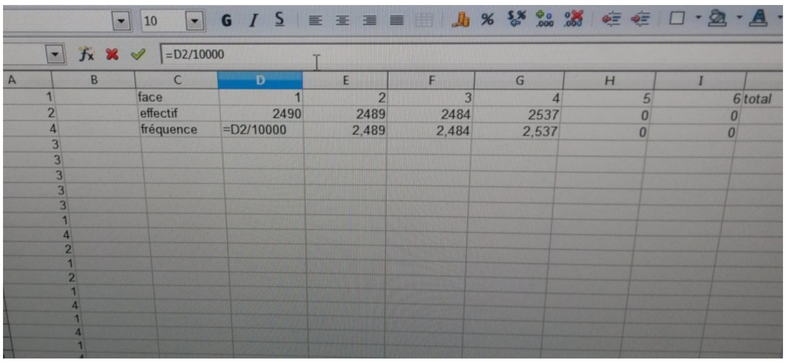
Pour les calculs de fréquences, aucune indication n'est donnée volontairement dans la consigne. Cependant, certains binômes tentent de trouver des pistes dans l'assistant de fonctions, comme suit :



Nous faisons le choix, en 3ème de bloquer l'usage de cette fonctionnalité et d'inciter les élèves à trouver des formules de type =D2/1000 ou encore =D2/J2 afin de réactiver la notion de fréquence. Certains groupes tenteront un calcul comme le quotient du nombre affiché dans la cellule de l'effectif divisé par 1000. Une aide constructive consiste alors à demander à ce groupe d'effectuer plusieurs relances des dés (en appuyant sur F9) de façon à rendre caduque la valeur statique indiquée dans la case fréquence.
Par exemple, un binôme ayant rentré la formule =163/1000 constatera que 0,163 n'est plus d'actualité avec l'effectif marqué en D2 qui aura changé après relance.

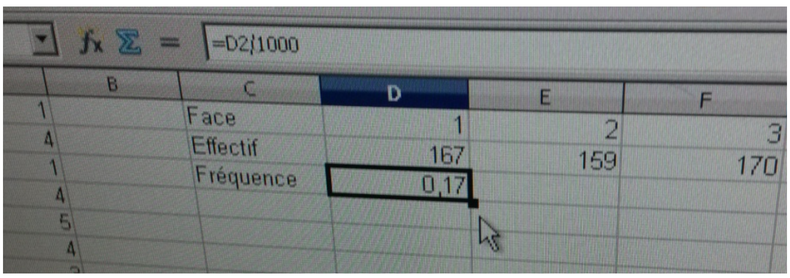
Enfin pour le passage de 1 000 lancers à 10 000 lancers, certains commencent à reproduire à l'identique la feuille de calcul précédente, mais leur annoncer qu'ils n'ont que 10 minutes doit leur faire changer de stratégie. L'enseignant peut alors conseiller de reprendre la feuille de calcul établie pour 1 000 lancers, d'étendre la recopie du lancer de dé jusqu'à 10 000 en colonne A, puis ensuite de faire les adaptations nécessaires dans la partie « Face, Effectif, Fréquence ».

Certaines de ces adaptations ne sont pas bien négociées et donnent par exemple ceci (pour un dé à 4 faces) :

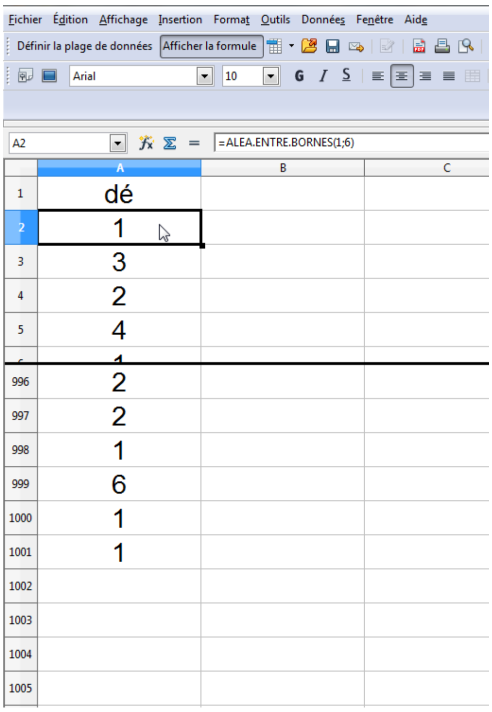



Nous demandons alors si une fréquence peut valoir ce qui est affiché. Cela peut s'avérer suffisant pour réguler les calculs de fréquences ou de plages mal modifiés à cause par exemple du nombre total de lancer non réévalué.

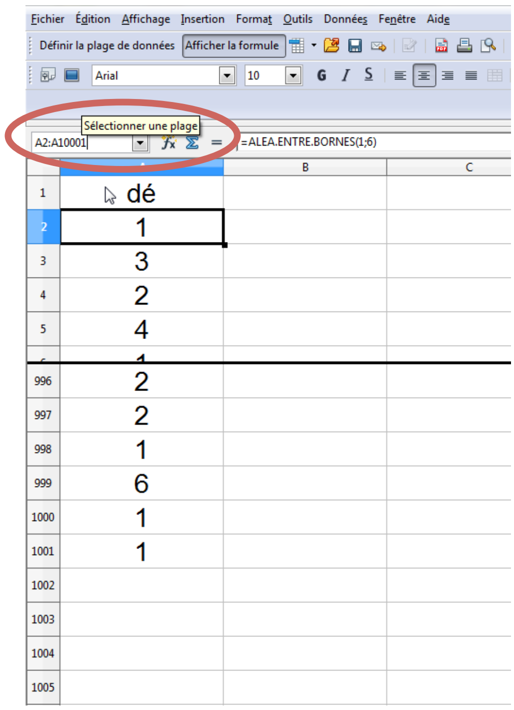
Enfin, le format de cellule sera nécessairement interrogé face à des écrans de ce type afin de revenir sur les différentes écritures d'un nombre, la notion de valeur arrondie, valeur exacte… ici c'est l'occasion de revenir sur $0{,}167 \approx \frac{1}{6}$ et de rapprocher ainsi la fréquence de la probabilité de l'événement considéré.



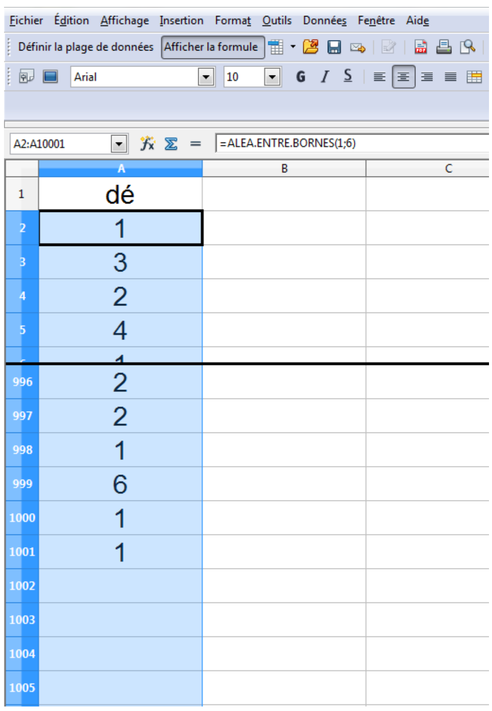
## Comment passer de 1 000 à 10 000 simulations plus rapidement ?



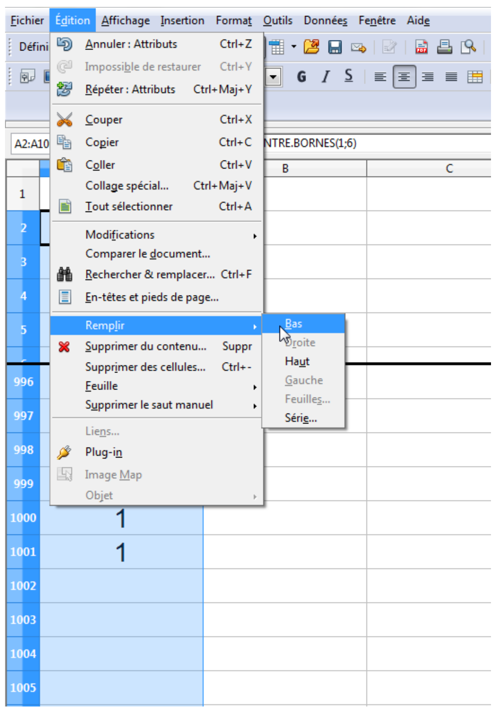

1 000 simulations



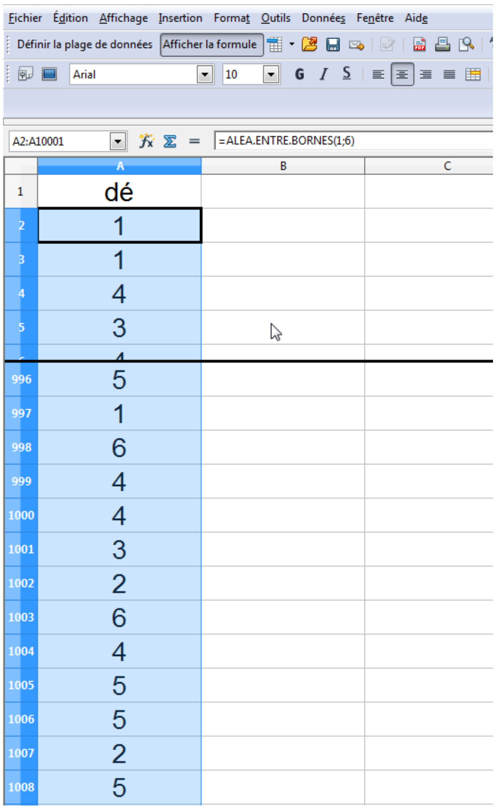

Sélection de la plage A2:A10001



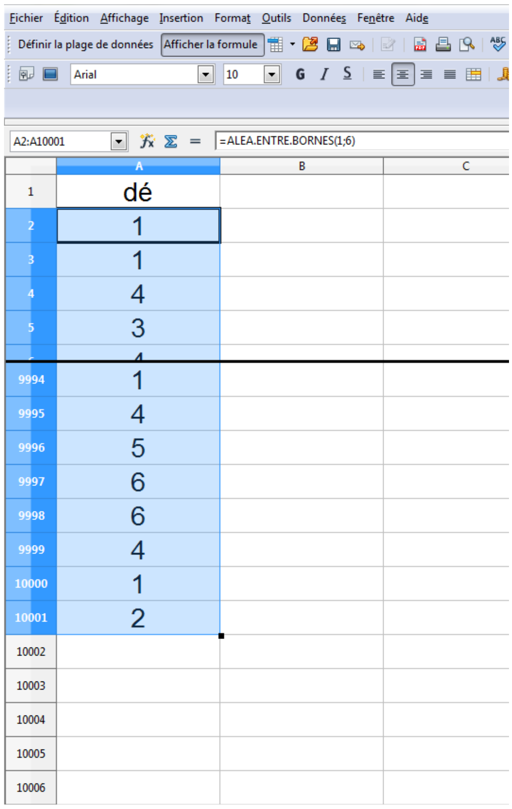

Elle apparaît en bleu




Recopie vers le bas de la formule



Les cellules sont remplies…



… jusqu'à A10001

# Lancers de punaises

① **Inscription dans une progression**

② **Un premier scénario**

**a) Le matériel**

**b) Les différentes phases du scénario**

③ **Productions d'élèves**

④ **Fluctuation des fréquences**

⑤ **Un lancer de bouchon en $2^{nde}$**

## ① Inscription dans une progression

Nous avons positionné ce scénario comme deuxième temps important après le lancer d'un dé. En effet, nous faisons le choix de faire faire des probabilités tout au long de l'année, avec en amont « Avec un dé » suivi du « Lancer de punaises » qui permettent de travailler l'approche fréquentiste de la notion de probabilité.

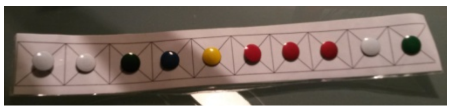
| **Période 1**<br>**7 semaines** | **Période 2**<br>**6 semaines** | **Période 3**<br>**7 semaines** | **Période 4**<br>**6 semaines** | **Période 8**<br>**8 semaines** |
|---|---|---|---|---|
| **Arithmétique 1**<br>*Info: tableur (algorithme d'Euclide)* | **Probas-Stats 2**<br>**Lancer de punaises**<br>*Fluctuation des fréquences*<br>Probas anglaises F1 | **Arithmétique 2** | **Calcul Littéral 3** | **Calcul littéral 5** |
| **Fonctions 1** | **Espace 1:** | **Probas-Stats 4**<br>**Dés et fractions, événement contraire**<br>*Info: simulation tableur*<br>Probabilités italiennes F2 | **Fonctions 2** | **Probas-Stats 7**<br>**Quartiles /Médiane**<br>*Info: Contrôles radar* |
| **Probas Stats 1**<br>***Notion de hasard,***<br>**Avec un dé**<br>Probabilités italiennes F1<br>*Info: Pense bête* | **Probas Stats 3**<br>**Urne inconnue**<br>Probas anglaises F2 | **Géométrie plane 3** | **Probas-Stats 6**<br>**Franc carreau ou Chèvre**<br>*Probabilités géométriques*<br>*Info: geogebra*<br>Cible | **Fonctions 4** |
| **Géométrie plane 1** | **Géométrie plane 2** | **Espace 2** | **Géométrie plane 4** | **Géométrie plane 5** |
| **Calcul Littéral 1** | **Calcul Littéral 2** | **Probas-Stats 5**<br>**Avec deux dés : somme**<br>***(non équiprobabilité)*** | **Calcul littéral 4** | **Calcul littéral 6** |
| | | *Stage en entreprise* | | |

## ② Un premier scénario

### a) Le matériel

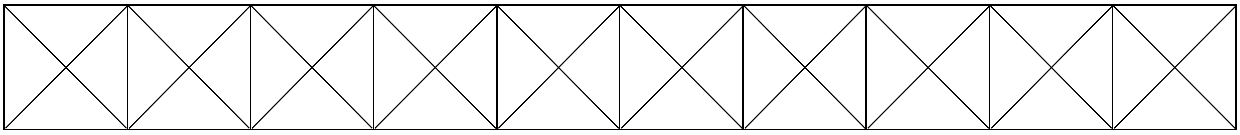
L'enseignant aura besoin de se munir de 10 punaises par élèves, soit environ trois à quatre boites de 100. Nous lui conseillons d'avoir des punaises d'une seule sorte, afin de pouvoir recueillir les données de toute la classe, sans que soit remis en question, par les élèves, le type de punaises qui aurait servi lors des expériences. Ou bien le choix se porte sur des punaises avec une tête plastique colorée, ou bien sur celles sans ce petit capuchon, mais pas un mélange des deux.

ou



Si les enseignants nous rétorquent être frileux à l'idée de faire lancer des punaises, c'est sans doute parce que cet objet peut facilement être dispersé dans la classe. Nous avons, sur une idée ingénieuse de Michel Chevallier, animateur de l'IREM de Rouen, proposé un support aux punaises à distribuer. En effet, gain de temps, et facilitateur de récupération de punaises, un « range-punaises » est distribué, portant 10 punaises. Il pourra être récupéré par l'enseignant qui, d'un geste, non seulement distribue 10 punaises à chaque élève, mais aussi récupère en un geste ces dernières.

Un « range punaises » :



Voici un modèle de « range-punaises » pour un élève, à coller sur un carton, à plastifier des deux côtés pour le solidifier. On y punaise les 10 objets à l'intersection des diagonales des carrés comme sur la photo suivante.

Une fois ce petit matériel fait, il pourra servir pour l'ensemble des collègues d'un établissement durant des années. Son coût est limité.

Les expériences réitérées nous ont montré qu'il n'y avait ni débordement, ni perte conséquente de matériel pendant le déroulement, au contraire, les élèves surpris de cette action dans un cours de mathématiques, sont tous acteurs, même ceux en décrochage scolaire.

Un autre matériel possible est une collection de bouchons de bouteilles plastiques tous identiques. Il nécessite :

- une certaine quantité de bouchons, qui doivent être stockés (prise de place plus importante que les punaises)
- une gestion plus coûteuse en temps lors de la remise ou récupération du matériel en classe car c'est l'enseignant qui gère celle-ci (alors que pour la punaise, chaque élève remet son range-punaise équipé dans la boite).

### b) Les différentes phases du scénario

**Première phase :** le temps des expériences. Elle dure 15 minutes environ.

L'enseignant fait la distribution du matériel (un « range-punaises » équipé des 10 punaises par élève) et de la consigne.

Les élèves effectuent alors 10 lancers de 10 punaises en même temps. Il est parfois nécessaire de reformuler la consigne pour quelques élèves qui pensent qu'on demande de lancer seulement 10 punaises en tout par personne.

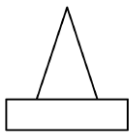
Il est demandé de marquer les effectifs de punaises tombées sur la pointe (P ou « Pointe »), puis ensuite, chaque élève doit calculer sa fréquence de P obtenue. Pendant qu'ils effectuent ce calcul, l'enseignant peut récupérer les « range-punaises » rééquipés de 10 punaises

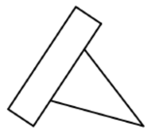
Une fois que chacun a terminé son calcul, nous demandons :
« Qui a une fréquence en dessous de 0.30 et qui a plus de 0.60 ? ».Ensuite nous écrivons au tableau une dizaine de fréquences différentes obtenues. Nous souhaitons souligner ici des écarts de fréquences obtenues sur ces expériences aléatoires. Aussi, nous identifions la plus petite fréquence et la plus grande obtenues dans la classe.

Classe de 3ème :

**Le lancer de punaises**

On jette au hasard dix punaises.
On peut obtenir, pour chaque punaise, deux positions possibles :

G 

P 

1- Effectuer 10 lancers de 10 punaises et, à chaque lancer, noter le nombre de P obtenu.
Calculer la fréquence de P que vous avez obtenu.

Comparer les fréquences obtenues par les autres élèves de la classe.

**Deuxième phase :** elle dure environ 25 minutes

C'est le temps du recueil des données de chaque élève, et de faire le cumul des expériences de la classe. L'enseignant pratique méthodiquement l'interrogatoire d'un premier élève, puis de son voisin en verbalisant comme suit :

Pour l'élève 1 : « *A toi tout seul tu as lancé combien de punaises ? (100) et tu as obtenu combien de punaises retombées sur la pointe ? ($n_1$)* »

Pour son voisin immédiat, l'élève 2 : « *Avec ton voisin, à vous deux, combien avez-vous lancé de punaises au total ? (200). Tu as eu combien de punaises retombées sur la pointe ? ($n_2$). Donc avec ton voisin, au total, combien sur 200 punaises lancées avez-vous eu de P ? (calcul mental ou instrumenté de $n_1+n_2$)* »

Et ainsi de suite pour tous les élèves pris dans l'ordre de l'organisation spatiale de la classe. La notion d'effectif cumulé se construit petit à petit avec une oralisation des expériences prises en compte ensemble.

Simultanément, l'enseignant note dans un fichier vidéo-projeté les données recueillies (les 2ème et 3ème lignes du tableau ci-dessous). Il renvoie ensuite les élèves aux calculs des fréquences (4ème ligne). Le tableau projeté permet aux élèves de ne pas se perdre ou éviter tout décalage lors de ce recueil.

**2-** Compléter ce tableau, où l'on cumule, élève après élève, le nombre de punaises jetées et le nombre d'évènements P obtenus.

| **Numéro de l'élève** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Cumul du nombre de punaises lancées** | | | | | | | | | | |
| **Cumul du nombre de P** | | | | | | | | | | |
| **Fréquence de P en écriture décimale** | | | | | | | | | | |

| **Numéro de l'élève** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** | **16** | **17** | **18** | **19** | **20** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Cumul du nombre de punaises lancées** | | | | | | | | | | |
| **Cumul du nombre de P** | | | | | | | | | | |
| **Fréquence de P en écriture décimale** | | | | | | | | | | |

| **Numéro de l'élève** | **21** | **22** | **23** | **24** | **25** | **26** | **27** | **28** | **29** | **30** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Cumul du nombre de punaises lancées** | | | | | | | | | | |
| **Cumul du nombre de P** | | | | | | | | | | |
| **Fréquence de P en écriture décimale** | | | | | | | | | | |

La précision demandée sera le centième pour la fréquence de P. Certains élèves se rendent compte que les valeurs se rapprochent de plus en plus. La loi des grands nombres apparaît ici dans ses effets.

**Troisième phase :** construction point par point papier-crayon des fréquences de P en fonction du nombre de lancers. Phase d'environ 10 minutes.

Cette phase, qui nécessite de placer des points dans un repère, permet de retravailler la représentation graphique déjà vue lors d'un travail en amont sur la notion de fonction.

**3-** Graphiquement, placer les points :
* d'abscisse : le nombre cumulé de punaises lancées ;
* d'ordonnée : la fréquence de P pour ce nombre cumulé.

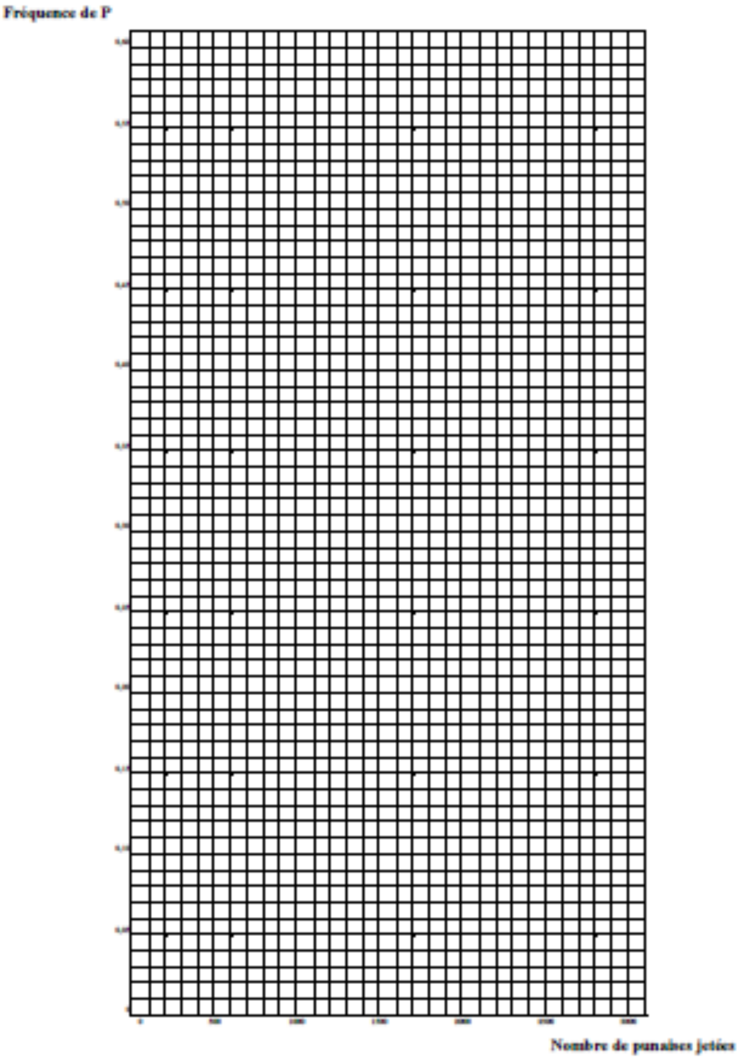
**4-** Que constate-t-on ?

………………………………………………………………………………………………………………

Quelle semble être la probabilité de P ?

………………………………………………………………………………………………………………

Une fois ce graphique fait, certains élèves spontanément relient les points entre eux. Une relance possible est de demander comment ils font pour trouver la fréquence de P obtenues pour la classe. Nous soulignerons alors qu'entre 100 et 200 lancers, le recueil des données ne permet pas d'avoir exactement le nombre de P obtenus pour 130 lancers.



Fréquence de P
Nombre de punaises jetées

## ③ Productions d'élèves

Voici les résultats obtenus dans deux classes de 3ème différentes.

Classe de 3ème : E

Activité :

**Le lancer de punaises**

On jette au hasard dix punaises.
On peut obtenir, pour chaque punaise, deux positions possibles :

A 

B 

**1-** Effectuer 10 lancers de 10 punaises et, à chaque lancer, noter le nombre de B obtenu.

5, 4, 6, 3, 5, 4, 4, 2, 3, 3

Calculer la fréquence de B que vous avez obtenu.

39 : 100 = 0,39

Comparer les fréquences obtenues par les autres élèves de la classe. Que constate-t-on ?

les fréquences sont différentes mais proches entre elles

**2-** Compléter ce tableau, où l'on cumule, élève après élève, le nombre de punaises jetées et le nombre d'évènements P obtenus.

| **Numéro de l'élève** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Cumul du nombre de punaises lancées** | 100 | 200 | 300 | 400 | 500 | 600 | 700 | 800 | 900 | 1000 |
| **Cumul du nombre de B** | 42 | 85 | 119 | 165 | 202 | 239 | 273 | 306 | 345 | 392 |
| **Fréquence de B en écriture décimale** | 0,42 | 0,43 | 0,40 | 0,41 | 0,40 | 0,40 | 0,39 | 0,38 | 0,38 | 0,39 |

| **Numéro de l'élève** | **11** | **12** | **13** | **14** | **15** | **16** | **17** | **18** | **19** | **20** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Cumul du nombre de punaises lancées** | 1100 | 1200 | 1300 | 1400 | 1500 | 1600 | 1700 | 1800 | 1900 | 2000 |
| **Cumul du nombre de B** | 436 | 479 | 506 | 554 | 598 | 643 | 687 | 732 | 780 | 823 |
| **Fréquence de B en écriture décimale** | 0,40 | 0,39 | 0,39 | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,40 | 0,41 | 0,41 | 0,41 |

| **Numéro de l'élève** | **21** | **22** | **23** | **24** | **25** | **26** | **27** | **28** | **29** | **30** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Cumul du nombre de punaises lancées** | 2100 | 2200 | 2300 | 2400 | 2500 | 2600 | 2700 | 2800 | 2900 | 3000 |
| **Cumul du nombre de B** | 869 | 915 | 974 | 1018 | 1053 | | | | | |
| **Fréquence de B en écriture décimale** | 0,41 | 0,42 | 0,42 | 0,42 | 0,42 | | | | | |

**3-** Graphiquement, placer les points :

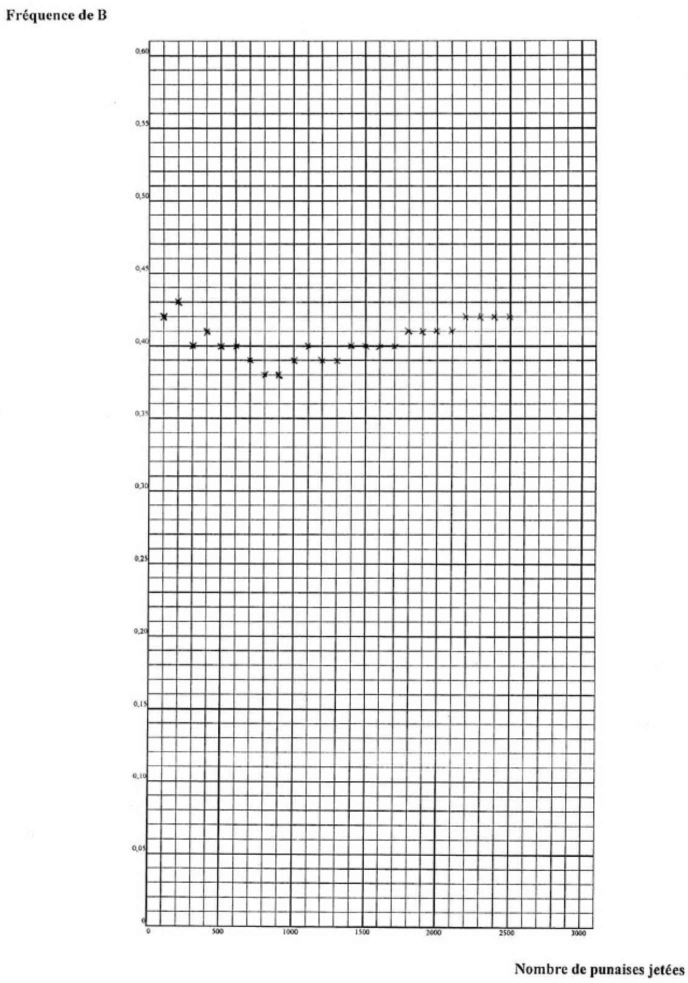
* d'abscisse : le nombre cumulé de punaises lancées ;
* d'ordonnée : la fréquence de B pour ce nombre cumulé.

**4-** Que constate-t-on ?

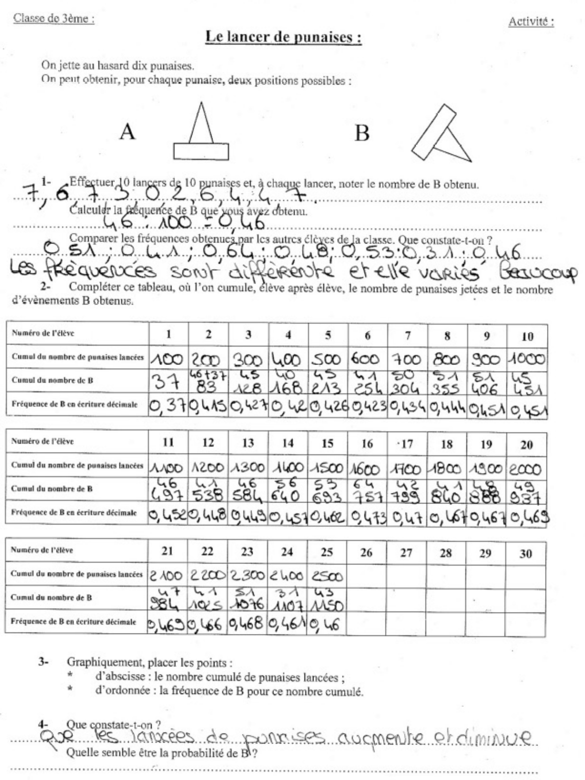
Le graphique est irrégulier même quand on en fait beaucoup

Quelle semble être la probabilité de B ?

$\simeq$ 40%




Ci-après une production d'élève d'une autre classe où les points sont reliés.



Classe de 3ème : Activité :

**Le lancer de punaises :**

On jette au hasard dix punaises.
On peut obtenir, pour chaque punaise, deux positions possibles :

A B

1- Effectuer 10 lancers de 10 punaises et, à chaque lancer, noter le nombre de B obtenu.
7, 6, 7, 3, 0, 2, 6, 4, 4, 7,
Calculer la fréquence de B que vous avez obtenu.
46 : 100 = 0,46
Comparer les fréquences obtenues par les autres élèves de la classe. Que constate-t-on ?
0,51 ; 0,41 ; 0,64 ; 0,48 ; 0,53 ; 0,31 ; 0,46
Les fréquences sont différente et elle variés Beaucoup

2- Compléter ce tableau, où l'on cumule, élève après élève, le nombre de punaises jetées et le nombre d'évènements B obtenus.

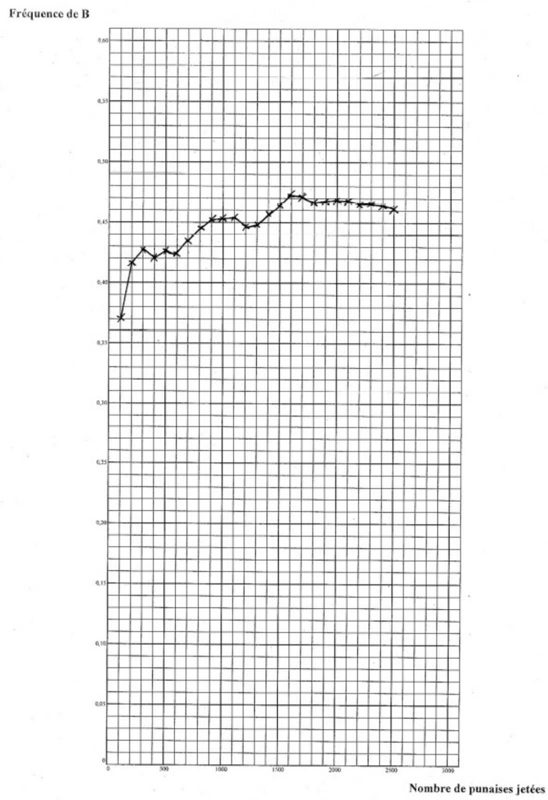
| Numéro de l'élève | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Cumul du nombre de punaises lancées | 100 | 200 | 300 | 400 | 500 | 600 | 700 | 800 | 900 | 1000 |
| Cumul du nombre de B | 37 | 46+37 83 | 45 128 | 40 168 | 45 213 | 41 254 | 50 304 | 51 355 | 51 406 | 45 451 |
| Fréquence de B en écriture décimale | 0,37 | 0,415 | 0,427 | 0,42 | 0,426 | 0,423 | 0,434 | 0,444 | 0,451 | 0,451 |

| Numéro de l'élève | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Cumul du nombre de punaises lancées | 1100 | 1200 | 1300 | 1400 | 1500 | 1600 | 1700 | 1800 | 1900 | 2000 |
| Cumul du nombre de B | 46 497 | 41 538 | 46 584 | 56 640 | 53 693 | 64 757 | 42 799 | 41 840 | 48 888 | 49 937 |
| Fréquence de B en écriture décimale | 0,452 | 0,448 | 0,449 | 0,457 | 0,462 | 0,473 | 0,47 | 0,467 | 0,467 | 0,469 |

| Numéro de l'élève | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Cumul du nombre de punaises lancées | 2100 | 2200 | 2300 | 2400 | 2500 | | | | | |
| Cumul du nombre de B | 47 984 | 41 1025 | 51 1076 | 31 1107 | 43 1150 | | | | | |
| Fréquence de B en écriture décimale | 0,469 | 0,466 | 0,468 | 0,461 | 0,46 | | | | | |

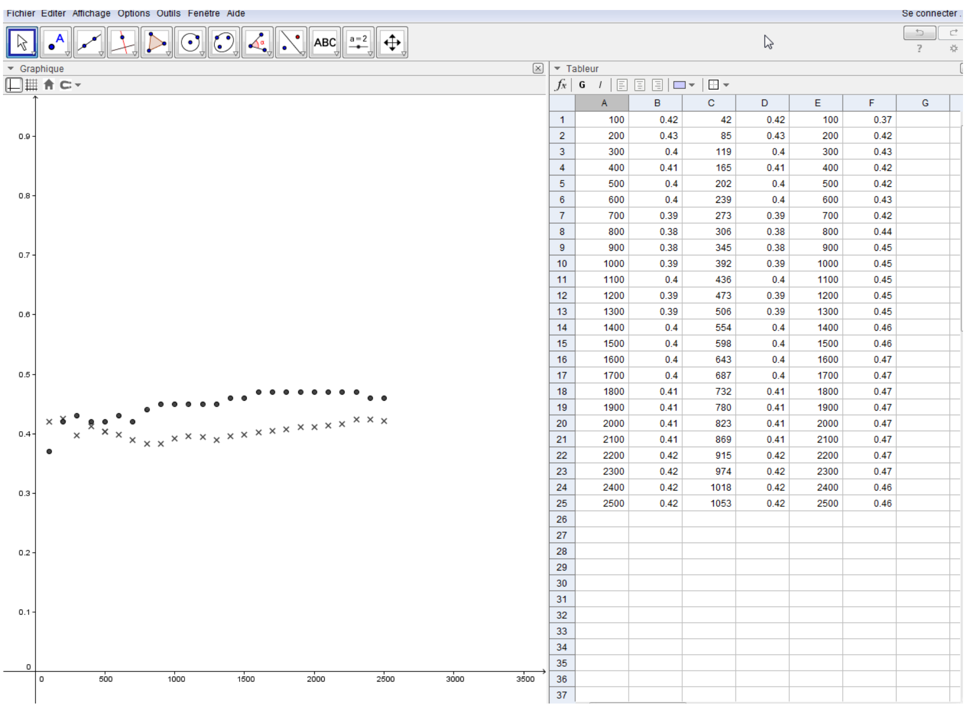
3- Graphiquement, placer les points :
* d'abscisse : le nombre cumulé de punaises lancées ;
* d'ordonnée : la fréquence de B pour ce nombre cumulé.

4- Que constate-t-on ?
Que les lancées de punaises augmente et diminue
Quelle semble être la probabilité de B ?



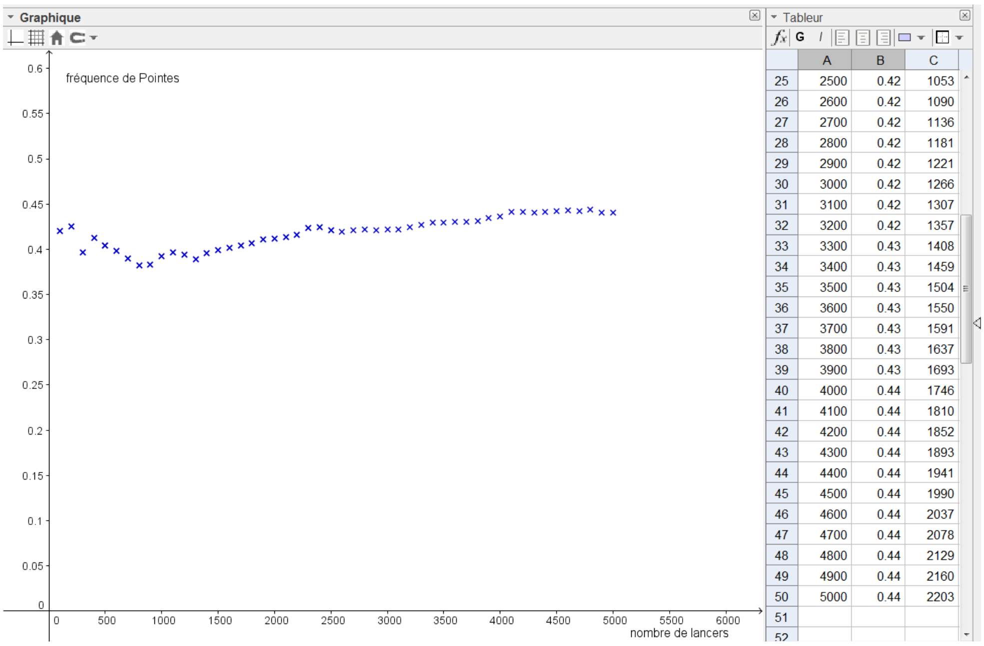

Il est intéressant de mentionner que finalement, la position des premiers points dépend des premiers élèves choisis. Si le relevé des données de la classe s'effectue en partant d'une autre colonne d'élèves, le graphique n'aura pas la même configuration sur les premiers lancers.

Voici les deux résultats des classes de 3ème comparés visuellement sur une même fenêtre graphique avec GeoGebra.




| | A | B | C | D | E | F | G |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 100 | 0.42 | 42 | 0.42 | 100 | 0.37 | |
| 2 | 200 | 0.43 | 85 | 0.43 | 200 | 0.42 | |
| 3 | 300 | 0.4 | 119 | 0.4 | 300 | 0.43 | |
| 4 | 400 | 0.41 | 165 | 0.41 | 400 | 0.42 | |
| 5 | 500 | 0.4 | 202 | 0.4 | 500 | 0.42 | |
| 6 | 600 | 0.4 | 239 | 0.4 | 600 | 0.43 | |
| 7 | 700 | 0.39 | 273 | 0.39 | 700 | 0.42 | |
| 8 | 800 | 0.38 | 306 | 0.38 | 800 | 0.44 | |
| 9 | 900 | 0.38 | 345 | 0.38 | 900 | 0.45 | |
| 10 | 1000 | 0.39 | 392 | 0.39 | 1000 | 0.45 | |
| 11 | 1100 | 0.4 | 436 | 0.4 | 1100 | 0.45 | |
| 12 | 1200 | 0.39 | 473 | 0.39 | 1200 | 0.45 | |
| 13 | 1300 | 0.39 | 506 | 0.39 | 1300 | 0.45 | |
| 14 | 1400 | 0.4 | 554 | 0.4 | 1400 | 0.46 | |
| 15 | 1500 | 0.4 | 598 | 0.4 | 1500 | 0.46 | |
| 16 | 1600 | 0.4 | 643 | 0.4 | 1600 | 0.47 | |
| 17 | 1700 | 0.4 | 687 | 0.4 | 1700 | 0.47 | |
| 18 | 1800 | 0.41 | 732 | 0.41 | 1800 | 0.47 | |
| 19 | 1900 | 0.41 | 780 | 0.41 | 1900 | 0.47 | |
| 20 | 2000 | 0.41 | 823 | 0.41 | 2000 | 0.47 | |
| 21 | 2100 | 0.41 | 869 | 0.41 | 2100 | 0.47 | |
| 22 | 2200 | 0.42 | 915 | 0.42 | 2200 | 0.47 | |
| 23 | 2300 | 0.42 | 974 | 0.42 | 2300 | 0.47 | |
| 24 | 2400 | 0.42 | 1018 | 0.42 | 2400 | 0.46 | |
| 25 | 2500 | 0.42 | 1053 | 0.42 | 2500 | 0.46 | |

Nous pouvons aussi cumuler les expériences de ces classes en entrant les données dans le tableur puis en créant la liste des points de coordonnées (nombre de lancers, fréquence). Nous obtenons ainsi :




| | A | B | C |
|---|---|---|---|
| 25 | 2500 | 0.42 | 1053 |
| 26 | 2600 | 0.42 | 1090 |
| 27 | 2700 | 0.42 | 1136 |
| 28 | 2800 | 0.42 | 1181 |
| 29 | 2900 | 0.42 | 1221 |
| 30 | 3000 | 0.42 | 1266 |
| 31 | 3100 | 0.42 | 1307 |
| 32 | 3200 | 0.42 | 1357 |
| 33 | 3300 | 0.43 | 1408 |
| 34 | 3400 | 0.43 | 1459 |
| 35 | 3500 | 0.43 | 1504 |
| 36 | 3600 | 0.43 | 1550 |
| 37 | 3700 | 0.43 | 1591 |
| 38 | 3800 | 0.43 | 1637 |
| 39 | 3900 | 0.43 | 1693 |
| 40 | 4000 | 0.44 | 1746 |
| 41 | 4100 | 0.44 | 1810 |
| 42 | 4200 | 0.44 | 1852 |
| 43 | 4300 | 0.44 | 1893 |
| 44 | 4400 | 0.44 | 1941 |
| 45 | 4500 | 0.44 | 1990 |
| 46 | 4600 | 0.44 | 2037 |
| 47 | 4700 | 0.44 | 2078 |
| 48 | 4800 | 0.44 | 2129 |
| 49 | 4900 | 0.44 | 2160 |
| 50 | 5000 | 0.44 | 2203 |
| 51 | | | |

## ④ Fluctuation des fréquences

Entre 2000 et 3000 lancers, les fréquences resteront proches d'une même valeur. Celle-ci permettra de donner une estimation de la probabilité qu'une punaise tombe sur la pointe.

Comme nous sommes en début d'année, nous noterons la probabilité que la punaise tombe sur la pointe : p(« pointe ») en nommant de façon raccourcie l'événement considéré, sans chercher à rentrer dans un formalisme élevé.

Les cinq scénarios et occasions de travailler les probabilités-statistiques permettront d'évoluer sur cette question de notation sur un temps long.

p(« pointe ») ≈ 0,46 ici avec les punaises utilisées.

Comme trace écrite, nous proposons ceci :

**Plus nous faisons de lancers, plus les valeurs des fréquences observées de « pointe » se stabilisent autour d'une valeur théorique appelée la probabilité de « pointe ».**

Un timbre où nous apercevons Jacques Bernoulli (1654-1705), mathématicien suisse, à qui l'on doit la preuve de la loi des grands nombres, nous semble intéressant à mettre en perspective avec nos élèves :


Timbre suisse[3], émission 1994

Il illustre un graphique et une formule liés à la loi des grands nombres de J. Bernoulli. Dans Ars Conjectandi (publication à titre posthume en 1713), il y décrit l'évaluation de la proportion de boules blanches dans une urne remplie d'un nombre inconnu de boules noires et blanches. En effectuant des tirages avec remise, il déduit la proportion de boules blanches d'après la proportion de boules blanches tirées. En réitérant les tirages un nombre de fois suffisant, il obtient la précision souhaitée pour l'estimation.

## ⑤ Un lancer de bouchon en 2nde

Une variante de ce scénario est le lancer de bouchons.

Voici un retour d'expériences faites en classe de 2nde avant le scénario de l'urne inconnue.

[3] Le $\beta$eau Livre des Maths, Dunod, 2010, p.165

### Lancers de bouchons de bouteilles

Cette activité s'effectue par groupe de deux élèves ; lettre du groupe : ……………………

- Nom / Prénom du 1er élève : ……………………………………………………
- Nom / Prénom du 2ème élève : ……………………………………………………

Matériel :

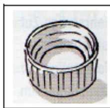
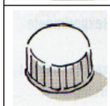
- Cette feuille pour le groupe.
- Un bouchon de bouteille ; précise la couleur du bouchon : ……………………………

Commencer par se répartir les rôles :

- Un élève lance le bouchon de bouteille.
- Un élève effectue les relevés statistique sur cette feuille

Ces rôles peuvent être inversés à tout moment.
Chaque groupe doit réaliser 200 lancers (pas plus afin de faciliter les calculs postérieurs).

Conseil : les relevés statistiques seront réalisés à l'aide de petits bâtons que tu regrouperas au fur et à mesure par paquets de 5 selon ce modèle :

| | **Relevés statistiques** | **TOTAL** |
|---|---|---|
|  | | |
|  | | |
|  | | |
| | **Nombre total de lancers :** | **200** |

L'enseignant a recueilli dans un tableur les résultats de sa classe. L'activité a été réalisée en binômes : il y avait une fiche de relevés par groupe, puis une synthèse a été faite en classe entière le cours suivant. Tous les élèves avaient alors la fiche avec la synthèse pré-complétée : les élèves ont terminé les calculs de cumuls puis ont tracé la courbe d'évolution des fréquences.

**Lancers de bouchons de bouteille : synthèse des résultats en 2$^{nde}$5**

**Effectifs groupe par groupe**

| Groupe | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | O |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|  | 125 | 100 | 110 | 114 | 119 | 100 | 128 | 121 | 100 | 125 | 110 | 127 | 130 | 135 | 114 |
|  | 65 | 89 | 70 | 78 | 68 | 87 | 67 | 54 | 80 | 66 | 85 | 66 | 64 | 54 | 67 |
|  | 10 | 11 | 20 | 8 | 13 | 13 | 5 | 25 | 20 | 9 | 5 | 7 | 6 | 11 | 19 |
| Nombre total de lancers | **200** | **200** | **200** | **200** | **200** | **200** | **200** | **200** | **200** | **200** | **200** | **200** | **200** | **200** | **200** |

**Cumul successif des effectifs**

| Groupe | A→A | A→B | A→C | A→D | A→E | A→F | A→G | A→H | A→I | A→J | A→K | A→L | A→M | A→N | A→O |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|  | 125 | 225 | 335 | | | | | | | | | | | | |
|  | 65 | 154 | 224 | | | | | | | | | | | | |
|  | 10 | 21 | 41 | | | | | | | | | | | | |
| Nombre total de lancers | **200** | **400** | **600** | **800** | **1000** | **1200** | **1400** | **1600** | **1800** | **2000** | **2200** | **2400** | **2600** | **2800** | **3000** |

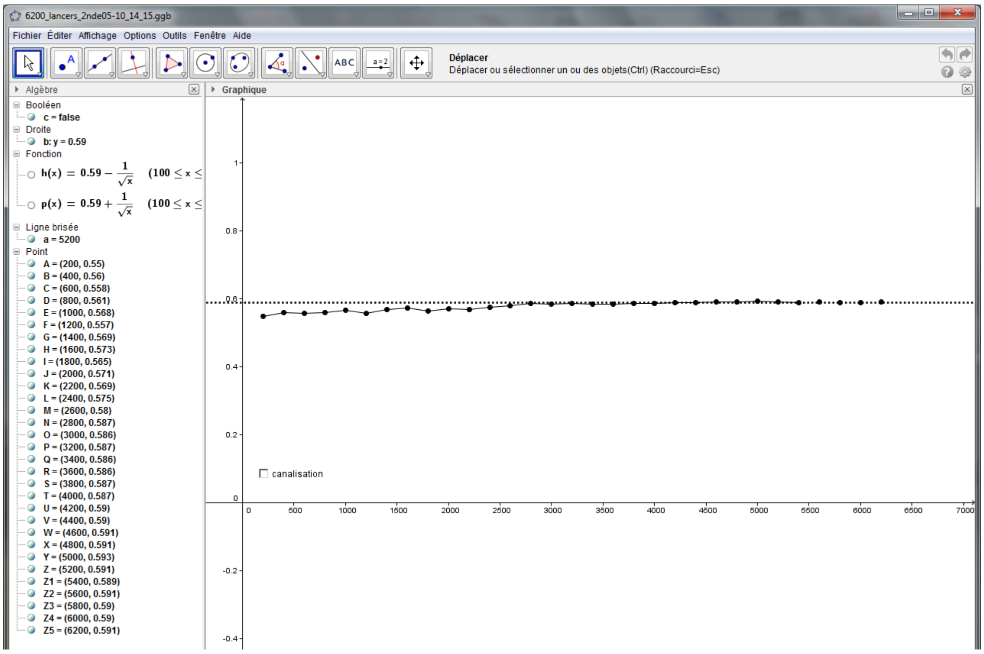
**Cumul successif des fréquences**

| Groupe | A→A | A→B | A→C | A→D | A→E | A→F | A→G | A→H | A→I | A→J | A→K | A→L | A→M | A→N | A→O |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
|  | 0,63 | 0,56 | 0,56 | | | | | | | | | | | | |
|  | 0,33 | 0,39 | 0,37 | | | | | | | | | | | | |
|  | 0,05 | 0,05 | 0,07 | | | | | | | | | | | | |

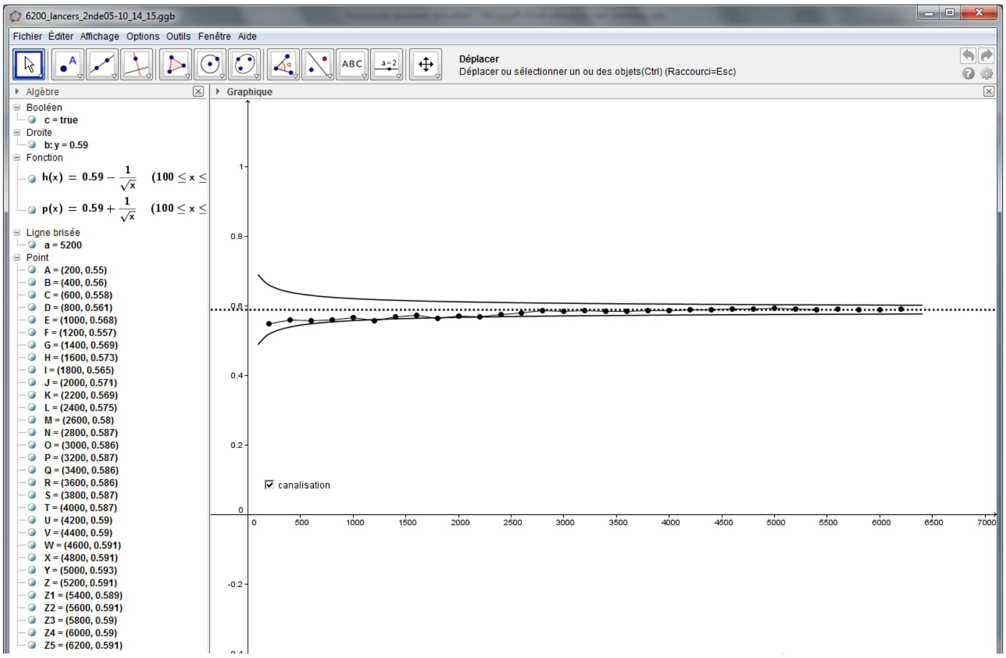
Ensuite, l'enseignant ayant fait cette même activité dans une autre classe de 2$^{nde}$, il a montré la même chose mais étendue cette fois aux deux classes à l'aide du tableur. Avec GeoGebra, grâce à la boite de sélection « canalisation », il a présenté un entonnoir de fluctuation des fréquences (fichiers 6200_lancers_2$^{nde}$05-10_14_15.ggb) autour de la valeur p de stabilisation de ces dernières. Ce fichier a été préparé et montré par l'enseignant au regard des résultats obtenus lors des séances en demi-groupe où ont eu lieu les expériences de lancers de bouchons.

Des supports papiers viennent en appui, permettant une visualisation progressive de la « canalisation du hasard ».

Voir fichiers intitulés 6200_lancers_2$^{nde}$0510_14_15_graphiques(2)(3).pdf




Puis en cochant la case « canalisation ».



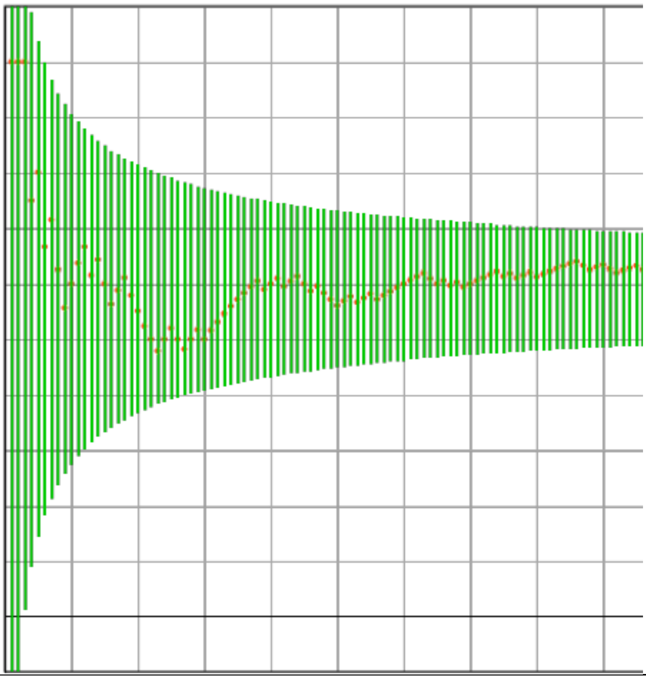
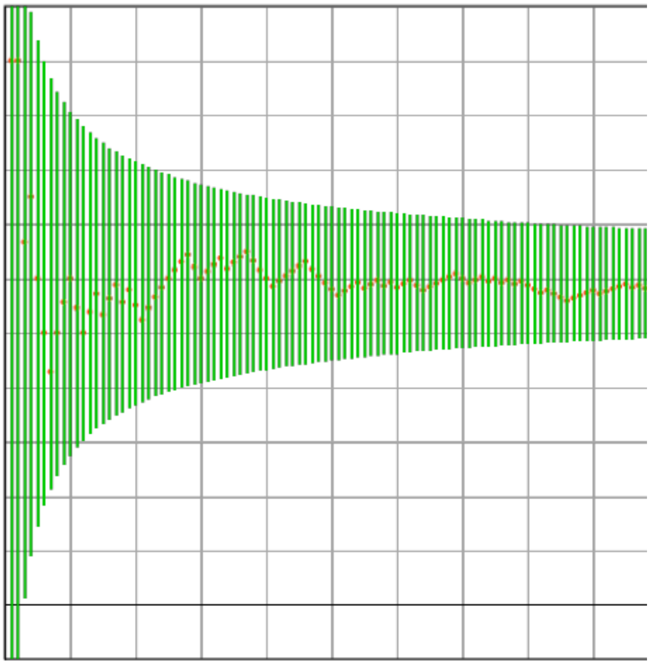

La fluctuation des fréquences est ainsi visualisée, et un possible prolongement consiste à travailler sur les intervalles $\left[p-\frac{1}{\sqrt{n}} ; p+\frac{1}{\sqrt{n}}\right]$ ; $p$ est ici égal à 0,59 et correspond à la valeur de stabilisation des fréquences.

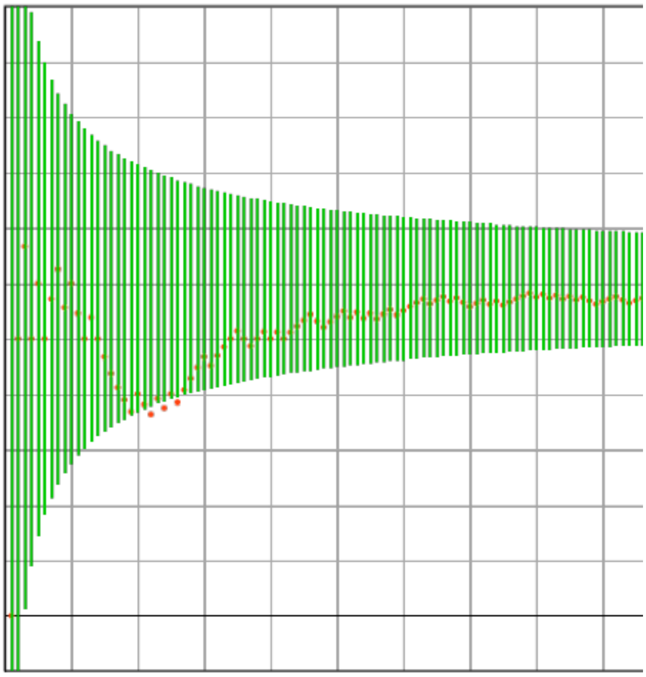
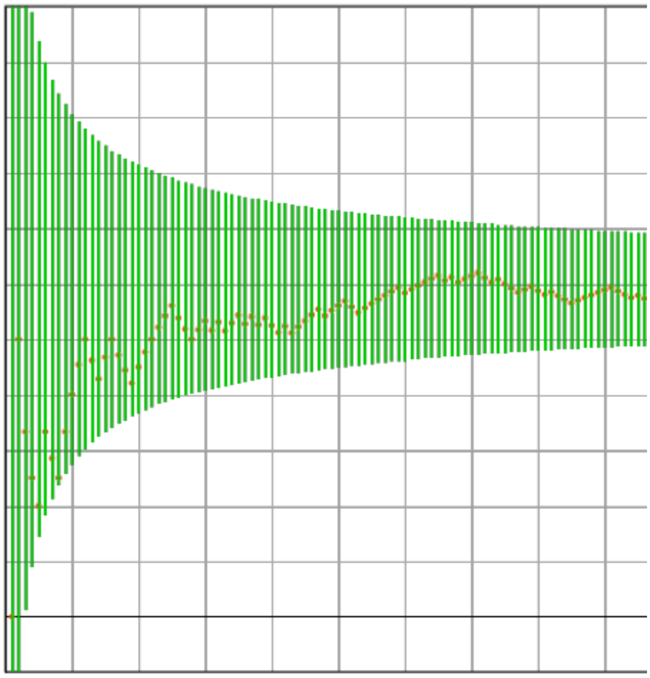
Les fluctuations liées à l'échantillonnage peuvent être également mises en évidence dans un « entonnoir » par simulation, à l'aide du programme ci-dessous :

```
Code de l'algorithme
VARIABLES
  nbr EST_DU_TYPE NOMBRE
  k EST_DU_TYPE NOMBRE
  S EST_DU_TYPE NOMBRE
  f EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
  LIRE nbr
  p PREND_LA_VALEUR 0
  POUR k ALLANT_DE 1 A nbr
    DEBUT_POUR
    SI (random()<0.59) ALORS
      DEBUT_SI
      S PREND_LA_VALEUR S+1
      FIN_SI
    f PREND_LA_VALEUR S/k
    TRACER_POINT (k,f)
    TRACER_SEGMENT (k,0.59-1/sqrt(k))->(k,0.59+1/sqrt(k))
    FIN_POUR
FIN_ALGORITHME
```

Avec quelques exemples selon l'échelle suivante pour les axes :

Xmin : 0 ; Xmax : 100 ; Ymin : -0.1 ; Ymax : 1.1 ; GradX : 10 ; GradY : 0.1

| 1er échantillon de 100 lancers simulés d'un bouchon | 2e échantillon de 100 lancers simulés d'un bouchon |
|---|---|
|  |  |

| 3e échantillon de 100 lancers simulés d'un bouchon | 4e échantillon de 100 lancers simulés d'un bouchon |
| --- | --- |
|  |  |

# L'urne inconnue

① **Sources d'inspiration**

② **Inscription dans une progression**

③ **Un premier scénario**

- **a) Le matériel**
- **b) Les différentes phases du scénario**
- **c) La phase d'expérimentation**

④ **Le regroupement des données**

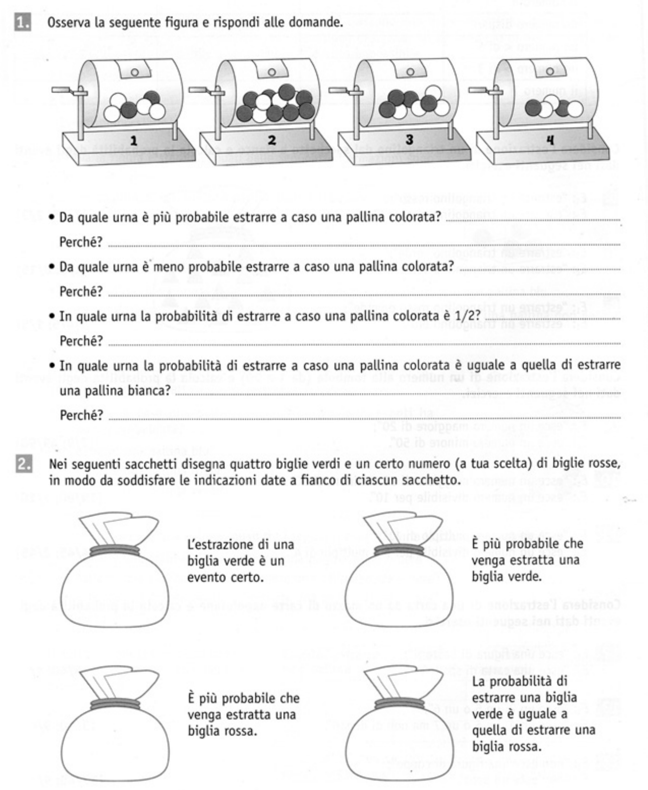
⑤ **L'urne numérique**

⑥ **Scénario testé en 3ème**

⑦ **Echantillonnage et intervalles en 2nde**

## ① Sources d'inspiration

Pour la construction de ce scénario, nous avons trouvé notre inspiration dans deux ressources. Tout d'abord, nous avons découvert un manuel italien intitulé *Matematica attiva* de la collection *Pitagora* édité par Fabbri Editori. Ce livre présentait des exercices où les élèves étaient amenés à remplir des urnes respectant des contraintes d'abord rattachées à des événements sans calcul de probabilités, puis dans un deuxième temps, apparaissait alors la mesure. Ceci nous a semblé fort intéressant et pas du tout usuel dans les manuels français, d'autant qu'ils favorisaient dans leur ensemble, nous semble-t-il, une dialectique outil-objet au sens de Régine Douady.



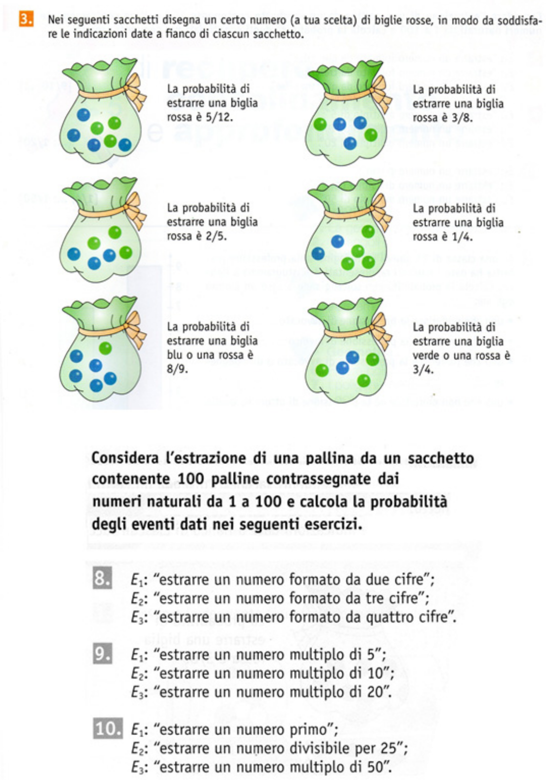
**1.** Osserva la seguente figura e rispondi alle domande.



- Da quale urna è più probabile estrarre a caso una pallina colorata? ..........
  Perché? ..........
- Da quale urna è meno probabile estrarre a caso una pallina colorata? ..........
  Perché? ..........
- In quale urna la probabilità di estrarre a caso una pallina colorata è 1/2? ..........
  Perché? ..........
- In quale urna la probabilità di estrarre a caso una pallina colorata è uguale a quella di estrarre una pallina bianca? ..........
  Perché? ..........

**2.** Nei seguenti sacchetti disegna quattro biglie verdi e un certo numero (a tua scelta) di biglie rosse, in modo da soddisfare le indicazioni date a fianco di ciascun sacchetto.





**3.** Nei seguenti sacchetti disegna un certo numero (a tua scelta) di biglie rosse, in modo da soddisfare le indicazioni date a fianco di ciascun sacchetto.



**Considera l'estrazione di una pallina da un sacchetto contenente 100 palline contrassegnate dai numeri naturali da 1 a 100 e calcola la probabilità degli eventi dati nei seguenti esercizi.**

**8.** $E_1$: "estrarre un numero formato da due cifre";
$E_2$: "estrarre un numero formato da tre cifre";
$E_3$: "estrarre un numero formato da quattro cifre".

**9.** $E_1$: "estrarre un numero multiplo di 5";
$E_2$: "estrarre un numero multiplo di 10";
$E_3$: "estrarre un numero multiplo di 20".

**10.** $E_1$: "estrarre un numero primo";
$E_2$: "estrarre un numero divisibile per 25";
$E_3$: "estrarre un numero multiplo di 50".

Ensuite, la lecture de l'article d'Yves Ducel et Bruno Saussereau, paru en 2008, et intitulé *« Quelle problématique pour un enseignement des probabilités en troisième ? »* nous a renseigné sur une situation inspirée de « la bouteille », aménagement de celle de Guy Brousseau.

## ② Inscription dans une progression

Nous avons positionné ce scénario à la suite de plusieurs autres concernant les probabilités-statistiques, avec en amont « Avec un dé » puis « le lancer de punaises ».

| Période 1<br>7 semaines | Période 2<br>6 semaines | Période 3<br>7 semaines | Période 4<br>6 semaines | Période 8<br>8 semaines |
|---|---|---|---|---|
| Arithmétique 1<br>*Info: tableur (algorithme d'Euclide)* | Probas-Stats 2<br>Lancer de punaises<br>*Fluctuation des fréquences*<br>Probas anglaises F1 | Arithmétique 2 | Calcul Littéral 3 | Calcul littéral 5 |
| Fonctions 1 | Espace 1: | Probas-Stats 4<br>Dés et fractions, événement contraire<br>*Info: simulation tableur*<br>Probabilités italiennes F2 | Fonctions 2 | Probas-Stats 7<br>Quartiles /Médiane<br>*Info: Contrôles radar* |
| Probas Stats 1<br>*Notion de hasard,*<br>Avec un dé<br>Probabilités italiennes F1<br>*Info: Pense bête* | Probas Stats 3<br>Urne inconnue<br>Probas anglaises F2 | Géométrie plane 3 | Probas-Stats 6<br>Franc carreau ou Chèvre<br>*Probabilités géométriques*<br>*Info: geogebra*<br>Cible | Fonctions 4 |
| Géométrie plane 1 | Géométrie plane 2 | Espace 2 | Géométrie plane 4 | Géométrie plane 5 |
| Calcul Littéral 1 | Calcul Littéral 2 | Probas-Stats 5<br>Avec deux dés : somme<br>*(non équiprobabilité)* | Calcul littéral 4 | Calcul littéral 6 |
| | | *Stage en entreprise* | | |

## ③ Un premier scénario :

### a) Le matériel :

Des sacs opaques sont refermés par un élastique permettant le passage d'une main, mais pas une vision du contenu. Ces sacs, appelés urnes, sont numérotés afin de pouvoir les redistribuer en fin de 2ème séance au groupe initial. Ces urnes sont remplies identiquement de boules de cotillons (mais ceci n'est pas indiqué au départ).
Elles comportent :

- ✓ 14 boules blanches,
- ✓ 16 oranges,
- ✓ 1 verte.

Cette composition a été fixée pour les raisons suivantes :

14 et 16 étant proches, ils permettent de recueillir des fréquences des fois plus grandes pour les boules blanches, d'autres fois plus grandes pour les vertes, pour un nombre total de tirages avec remise raisonnablement faisable en 1h d'activité en classe. Ainsi, certains groupes pourront conjecturer que les boules blanches sont majoritaires tandis que d'autres prétendront le contraire. Les départager nécessitera beaucoup plus d'expériences (regroupement des données de la classe, puis simulation).

1 seule boule verte permet aussi de créer un débat autour de son effectif dans l'urne. Les conjectures sont de l'ordre de 0 à 2 boules vertes selon les expériences réalisées.

Il est nécessaire de prévoir une urne par groupe de 4 élèves, soit entre 7 et 9 urnes suivant l'effectif de la classe.

Cette question du matériel est importante. Elle fait partie de nos choix. Nous avons testé initialement une boîte à chaussures et des balles de ping-pong, comme seule urne collective de classe, mais elle ne permettait pas de faire du travail en groupe et donc ne permettait pas une liberté de choix de tirages.

Une suggestion peut être de mettre ces boules dans une bouteille de lait opaque avec un bouchon tétine. Ceci bloque alors une stratégie de « triche » illustrée par l'extrait vidéo Urne-stratégieMain

### b) Les différentes phases du scénario

Ce scénario nécessite au moins 2h, qui peuvent être découpées en deux fois 1h.

- La phase d'expérimentation : environ 35 à 40 min
- La phase de traitement des données par chaque groupe (jusqu'à 10 min à 20 min supplémentaires)
- Recueil des données de chaque groupe (10 dernières minutes)
- L'analyse des données de la classe (15 min sur 2e heure)
- Urne numérique (45 min)

### c) La phase d'expérimentation :

La consigne suivante est projetée au vidéoprojecteur et donnée en version papier.

Comment pourrait-on faire pour trouver la composition

d'une urne mystérieuse ?


Les urnes ne sont pas encore distribuées mais l'une d'entre elles est montrée. Les élèves poseront peut-être alors la question de l'unicité de contenu, question à laquelle l'enseignant ne répondra pas par une affirmation.

Les élèves sont dès le départ mis ensemble par 4 et recevront par groupe une urne numérotée qui sera clairement identifiée (cela sert quand ils ouvrent au bout des deux heures l'urne pour vérifier le contenu réel). Cette numérotation permet à l'enseignant de rendre à chaque groupe son urne de départ, même si les deux séances sont espacées dans le temps.

Dans un premier temps, un débat naît sur « comment s'y prendre ? », puis nous précisons ce que les élèves ont le droit de faire en agissant.

Un complément de consigne émane alors du débat collectif :

- ✓ Il est interdit de regarder à l'intérieur.
- ✓ Tout tirage d'une boule doit se faire avec remise immédiate.

Expliquez votre démarche.

Une fois cette mise au point faite, et laissée visuellement au tableau, les urnes sont distribuées et les élèves commencent alors leur phase d'expérimentation. Cette phase se déroule sous observation de l'enseignant qui a plusieurs choix :

- Indiquer par écrit (pour qu'il n'y ait pas d'effet de contagion de groupes) et à la demande (ou lorsqu'on voit les élèves tenter au toucher de dénombrer) l'effectif total de boules dans l'urne.
- Ne pas indiquer cet effectif total volontairement (choix possible pour aller vers l'échantillonnage en 2$^{nde}$)

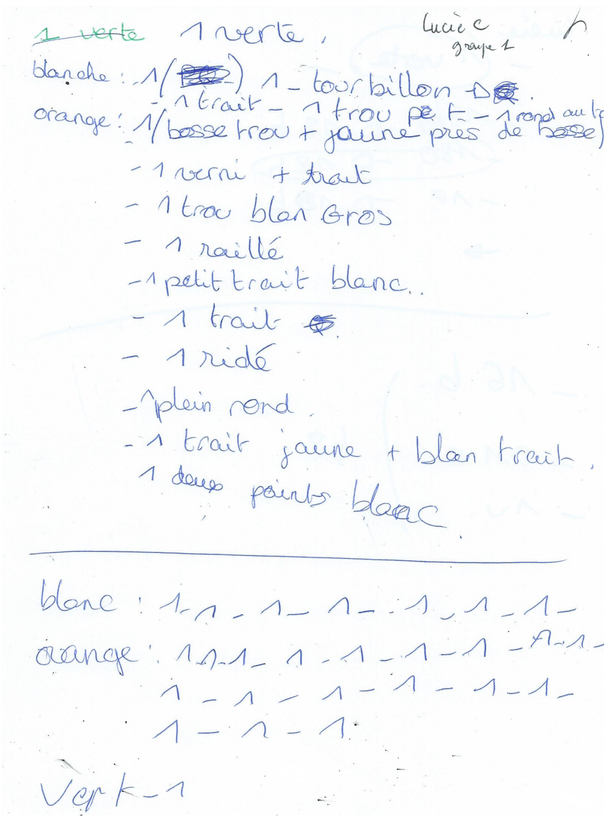
Il est ici important de ne pas dévoiler par oral le fait que 31 boules se trouvent dans chaque urne car les stratégies des élèves s'en trouveraient appauvries.

Voici un échantillon non exhaustif de plusieurs comportements rencontrés lors de cette première phase en classe de 3$^{ème}$ et en 2$^{nde}$ :

- Certains groupes se cantonnent à extraire avec remise 31 boules (s'ils ont demandé l'effectif total) et pensent que le contenu de l'urne est strictement ce qu'ils ont observé lors des 31 tirages.

- Pour ces groupes, il faudra trouver une relance adaptée afin de faire augmenter le nombre de tirages de boules. (extrait vidéoUrne-17et%). Nous suggérons de demander à ces élèves si lorsqu'ils lancent seulement 6 fois un dé à 6 faces, ils obtiendront toutes les faces, afin qu'ils étendent d'eux-mêmes leur nombre de tirages.

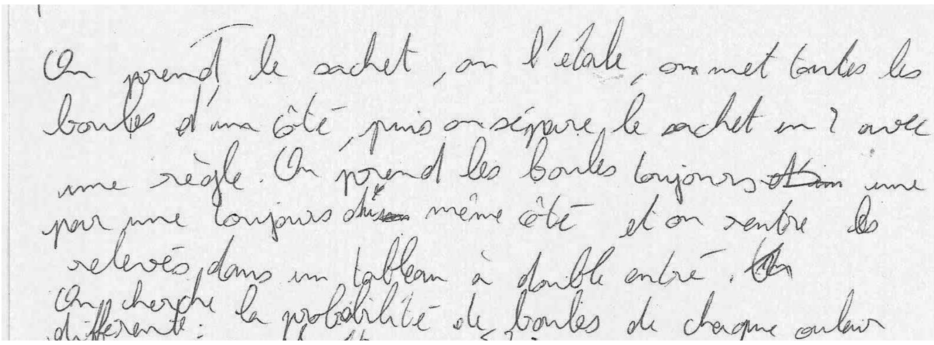
- D'autres groupes, par stratégie de contournement, tentent d'apprécier les caractéristiques qui distinguent chaque boule de cotillon.


~~1 verte~~ 1 verte,
Lucie
groupe 1
blanche : 1 - 1 - tourbillon
orange : 1/ - 1 trait - 1 trou pet - 1 rond au ... 1/ basse trou + jaune près de basse)
- 1 verni + trait
- 1 trou blan Gros
- 1 raillé
- 1 petit trait blanc.
- 1 trait
- 1 ridé
- 1 plein rond.
- 1 trait jaune + blan trait.
1 deux points blanc

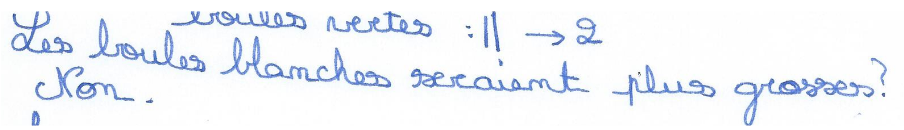
blanc : 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 -
orange : 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 -
1 - 1 - 1 - 1 - 1 - 1 -
1 - 1 - 1.
Vert - 1

Ce groupe a mis beaucoup de temps à se détacher des caractéristiques physiques des boules (environ 20 minutes). Une intervention de l'enseignant a été nécessaire pour passer ce cap.

- D'autres tentent de cloisonner l'urne physiquement, soit avec les mains (extrait vidéo Urne-stratégieMain), soit avec une règle. Une boule extraite est remise dans une partie isolée du sac et ce pour chaque boule. L'enseignant doit alors réguler ce type d'action et demander de mélanger les boules à chaque fois après remise entre chaque tirage. Ce comportement s'observe en classe de 3ème et de 2nde.


On prend le sachet, on l'étale, on met toutes les boules d'un côté, puis on sépare le sachet en 2 avec une règle. On prend les boules toujours ~~d'un~~ une par une toujours ~~du~~ même côté et on rentre les relevés dans un tableau à double entrée. ~~On~~
On cherche la probabilité de boules de chaque couleur différente :

- Certains, parce qu'ils sont en train de faire une expérience, qui leur rappelle les Sciences Physiques, tenteront de travailler dans un premier temps sur les caractéristiques d'une boule.


boules vertes : || → 2
Les boules blanches seraient plus grosses ?
Non.

Ici, les élèves tentent de distinguer par leur diamètre certaines boules. Ils vont même évoquer à l'oral le calcul du volume d'une boule extraite au début de leur expérimentation.

Un choix pour l'enseignant est de préciser les compléments de consigne en ayant dès le départ une réflexion avec le groupe classe sur la notion de hasard. Cette réflexion conduite en amont donne des comportements différents selon que les élèves ont déjà conduit une expérience aléatoire avec recueil des données de la classe (tel que le lancer de punaises) ou non. La répétition de plusieurs scénarios liés au hasard tout au long de l'année rendra les élèves moins frileux à l'idée de faire beaucoup d'expériences dans un tel cas.

## ④ Le regroupement des données

Les contenus des urnes ont été choisis afin qu'un doute puisse apparaître lors du recueil de données de la classe. Il est à noter que parfois le hasard ne fait pas bien les choses surtout si les groupes font peu de tirages.

L'enseignant projette au tableau ceci :

Tableau 1

| | Groupe 1 | Groupe 2 | Groupe 3 | Groupe 4 | Groupe 5 | Groupe 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Nombre total de tirages | | | | | | |
| Nombre de boules Oranges | | | | | | |
| Nombre de boules Blanches | | | | | | |
| Nombre de boules vertes | | | | | | |

Tableau 2

| | Groupe 1 | Groupe 2 | Groupe 3 | Groupe 4 | Groupe 5 | Groupe 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Contenu proposé | | | | | | |

Les élèves ont aussi ce document et le complètent.

Un représentant de chaque groupe marque au tableau les résultats du groupe ainsi que leur pronostic en ce qui concerne le contenu de l'urne.

Remarque : nous pouvons ici envisager que le recueil des données de chaque groupe se fasse dans un fichier tableur afin d'avoir un support dynamique pour la suite (calculs de sommes, de fréquences par formules rentrées en monstration ou dictée par des élèves).

L'enseignant doit alors faire expliciter chaque groupe sur le passage du premier tableau au deuxième tableau. Comment les élèves font-ils pour passer des fréquences observées aux effectifs possibles ? Nous affirmons alors que toutes les urnes sont en réalité identiques en contenu. Des divergences sont très vite observables quant aux pronostics des contenus sur :

- l'évaluation du nombre de boules vertes (1 ou 2 ou 0)
- la couleur dominante entre « blanche » et « orange »

Nous demandons aux élèves comment se mettre d'accord, espérant qu'ils réalisent que plus il y a de tirages considérés, plus ils s'approcheront de la réalité du contenu. Il est alors utile d'avoir recours oralement à un autre scénario de classe fait en amont comme le lancer de punaises, afin que la loi des grands nombres ressurgisse. L'idée est d'amener les élèves à réaliser que considérer toutes les expériences de la classe réunies permettraient sans doute de préciser le contenu de l'urne. Les élèves sont donc amenés à ajouter une colonne "total" et à compléter celle-ci.

| | Groupe 1 | Groupe 2 | Groupe 3 | Groupe 4 | Groupe 5 | Groupe 6 | total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Nombre total de tirages | | | | | | | |
| Nombre de boules Oranges | | | | | | | |
| Nombre de boules Blanches | | | | | | | |
| Nombre de boules vertes | | | | | | | |

Nous demandons ensuite aux élèves s'ils ne connaîtraient pas un moyen de faire beaucoup plus d'expériences et introduisons ensuite l'urne numérique.

## ⑤ L'urne numérique

Une urne numérique, le fichier geoplan URNE.g2w (urne version geogebra en cours) est montrée aux élèves et est déclarée identique en contenu (les élèves doivent à ce moment nous faire confiance).

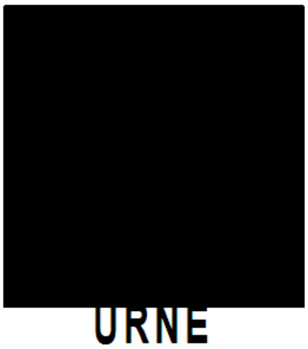
Nous lançons en pas à pas quelques tirages de boules, puis demandons aux élèves combien ils veulent que nous effectuions de tirages. En faire autant que le nombre total effectué dans la classe permet de réaliser que les fréquences observées ne sont pas identiques.

Ensuite, 1 000 tirages sont effectués, voir 10 000. Quand nous amorçons les 10 000 tirages

( qui durent un certain temps), il est alors opportun de ne pas laisser à l'écran cette longue simulation, mais d'occuper nos élèves à calculer des fréquences à partir de captures d'écran comme ci-dessous :

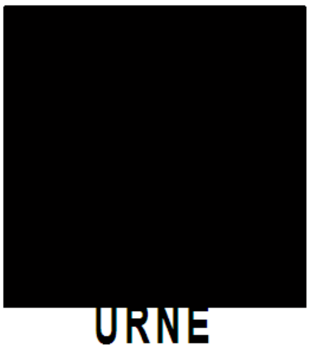
***Captures d' écran de simulations de tirage dans l' urne mystérieuse.***

***Fréquences :***




- Nombre de tirages = 10
- Nombre de tirées = 3 ..............................
- Nombre de tirées = 7 ..............................

***Fréquences :***




- Nombre de tirages = 100
- Nombre de tirées = 40 ..............................
- Nombre de tirées = 55 ..............................
- Nombre de tirées = 5 ..............................

*Fréquences :*


……………………

……………………

……………………

Après correction de ce travail individuel, l'urne numérique est remontrée, finissant ses 10 000 tirages, avec les fréquences se stabilisant.

Ces fréquences stabilisées permettent de cerner le contenu de l'urne. Les élèves complètent alors les effectifs observés et les fréquences pour 10 000 tirages.

*Fréquences :*


……………………

……………………

……………………

Observez. Qu'en pensez-vous?

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

Enfin, la touche $\boxed{\text{U}}$ permet de dévoiler l'urne numérique et les sacs numérotés sont redonnés aux groupes (comme en 1ère heure) afin qu'ils ouvrent leur sac et vérifient son contenu.

Ensuite l'heure qui suit peut être en partie consacrée à un temps d'institutionnalisation, qui dépendra des éléments abordés en amont.

## ⑥ Scénario testé en 3e

Ce scénario a été testé dans une classe de 3e comme toute première approche de la notion de probabilité. Il a été testé sur 2h consécutives. Toutes les urnes étaient identiques au sac pris en photo sauf celle du groupe 6 avec un contenu double de chaque couleur (car deux élèves du groupe avaient déjà travaillé en 4e en statistiques avec une urne).

**Analyse à priori :**

Connaissances anciennes : Effectif et fréquence. Fonctionnement de type disponible
La proportionnalité Fonctionnement de type disponible
Connaissances en cours d'acquisition : Notions d'expérience aléatoire
Connaissances visées : Notions d'événement, d'issues
Notion de probabilité, avec son approche fréquentiste (loi des grands nombres)
Ce n'est pas une tâche simple et isolée : elle nécessite des adaptations

**Introduction d'un intermédiaire :**

✓ L'effectif total de boules.
Il est rendu disponible à la demande (ou par action de dénombrement au toucher mais dans ce cas peu fiable*)*
✓ Le calcul de fréquence
Un mélange des cadres statistique et probabiliste :
L'urne contient des boules de trois couleurs, la loi binomiale est présente sur chaque couleur.
Les fréquences observées donnent une valeur approchée des probabilités avec une précision liée au nombre de tirages. On peut s'intéresser au succès d'obtenir une couleur particulière.
On utilise la loi des grands nombres : plus on fait de tirages, plus la fréquence est proche de la probabilité.

**Les changements de cadre :**

- Difficulté de passage de la fréquence observée à une estimation de l'effectif de chaque couleur. (cadres expérimental et statistique)
- Travail sur l'imprécision de la mesure induite par le peu de tirages. Différence entre fréquences observée/théorique. (probabilité sous-jacente)
- Comparaison des tirages avec contenus contradictoires proposés. Une piste, pour tenter de départager ces différentes conjectures est de considérer cette fois les valeurs de toutes les expériences des groupes réunis.
- Existence de choix : Quel nombre de tirages faire? S'appuyer sur l'effectif total ou pas

- Manque de connaissances adaptées : notion d'expérience aléatoire, de probabilité, d'estimation, la loi des grands nombres.

Voici des synthèses de cinq groupes obtenues au bout de 50 minutes dans la classe.

Groupe 2 : Dans un premier temps, ils s'attachent à la boule, le mot "expérience" renvoie certainement à la physique. Idée de peser, mesurer le diamètre, voir de calculer le volume.(mais connaissance non disponible)

Puis après connaissance de l'effectif, 31 tirages puis 10 de plus.
Calcul de pourcentages pour 31, puis 10, puis sur le cumul des expériences.

Il faut peser l'urne sans les boules puis peser une boule pour ~~f~~ ~~so~~ connaître le nb de boules par rapport au poids.

Il y a 31 boules. de cotillon (sarbacane) de 1,5 cm de diamètre.

1) 1,5 × 31 = 46,5 cm
sur 31 tirages Boules :

| V | B | O |
|---|---|---|
| II | 卌 卌 I | 卌 卌 卌 III |

B = 100 × 11 : 31 = 35,4 = 35,5 %
O = 100 × 18 : 31 = 58 = 58 %
V = 100 × 2 : 31 = 8,5 = 8,5 %

2) Tirage sur 10 boules.

| V | B | O |
|---|---|---|
| | IIII | 卌 I |

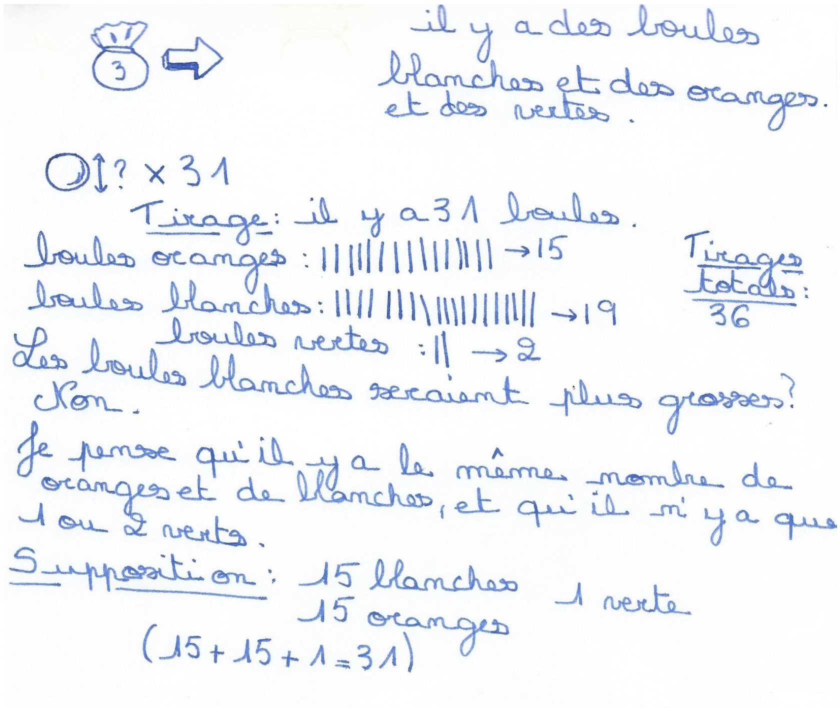
100 × 4 ÷ 10 = 40 % Blanc
100 × 6 : 10 = 60 % Orange
0 % vert

Sur 41 tirages
B = 11 + 4 = 15   100 × 15 : 41 = 1500 : 41 = 36,5~~85~~ %
O = 18 + 6 = 24   100 × 24 : 41 = 2400 : 41 = 58,5~~36~~ %
V = 2   100 × 2 ÷ 41 = 200 : 41 = 4,8~~78~~ %

Pourcentage :
Orange : 100 × 146 : 299 ≃ ~~48~~ 49 %
Blanc : 100 × 141 : 299 ≃ 47 %
vert : 100 × 12 : 299 = 4,01 %

Groupe 3 : Idée du diamètre peut être utile, ils mesurent une boule sortie.

Après donnée de 31, tirage de 31 boules, puis 36 après relance.
Etude de la blanche plus grosse? (mesure preignante)
Equilibre supposé entre blanche et orange, pas de calcul



3

il y a des boules blanches et des oranges.
et des vertes.

? × 31

Tirage: il y a 31 boules.
boules oranges : ||||||||||||||| → 15
boules blanches : ||||||||||||||||||| → 19
boules vertes : || → 2

Tirages totals : 36

Les boules blanches seraient plus grosses?
Non.

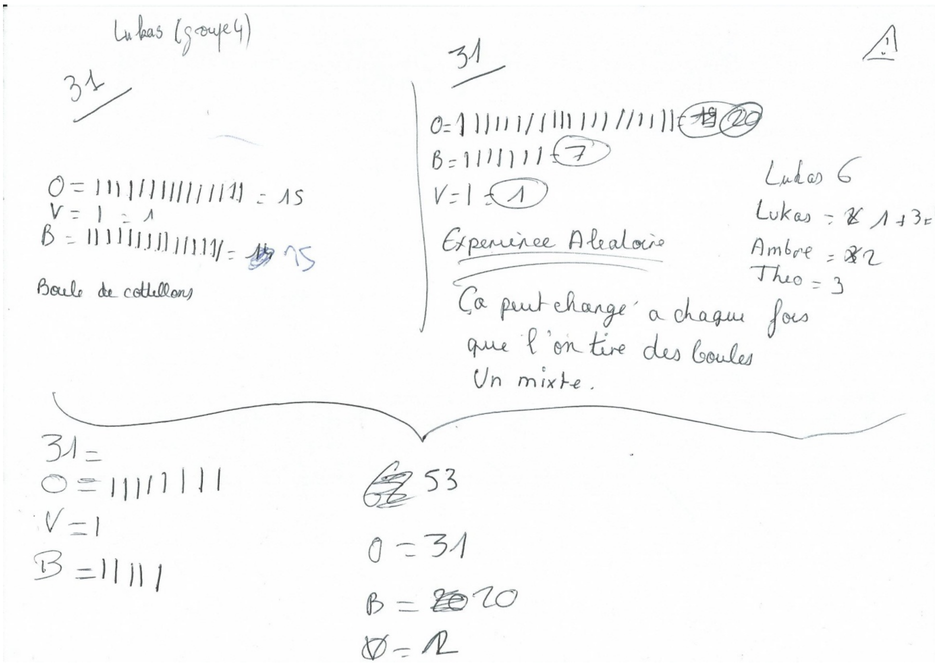
Je pense qu'il y a le même nombre de oranges et de blanches, et qu'il n'y a que 1 ou 2 verts.

Supposition : 15 blanches
15 oranges
1 verte
(15 + 15 + 1 = 31)

Groupe 4 : Le nombre total de boules (31) est très vite demandé, et ce nombre donné induit 31 tirages d'abord avec mise de côté (dans le sac), puis après régulation, 31 tirages deux autres fois.

Les élèves qualifient naturellement leurs expériences de « chance », de « hasard », et même d'expérience "hasardeuse". Puis finalement ils font 53 tirages avant retrait des sacs.

Théo fait partie de ce groupe et s'en ira en cours de route (réunion de délégués), ne pouvant expliquer sa démarche et donc Lukas au tableau est incapable de retrouver le passage de la fréquence à l'effectif proposé.


Lukas (groupe4)

31

O = 111111111111111 = 15
V = 1 = 1
B = 1111111111111111 = ~~15~~ 15

Boule de cotillons

31

O = 1111111111111111111 = ~~19~~ 20
B = 1111111 = 7
V = 1 = 1

Expérience Aléatoire

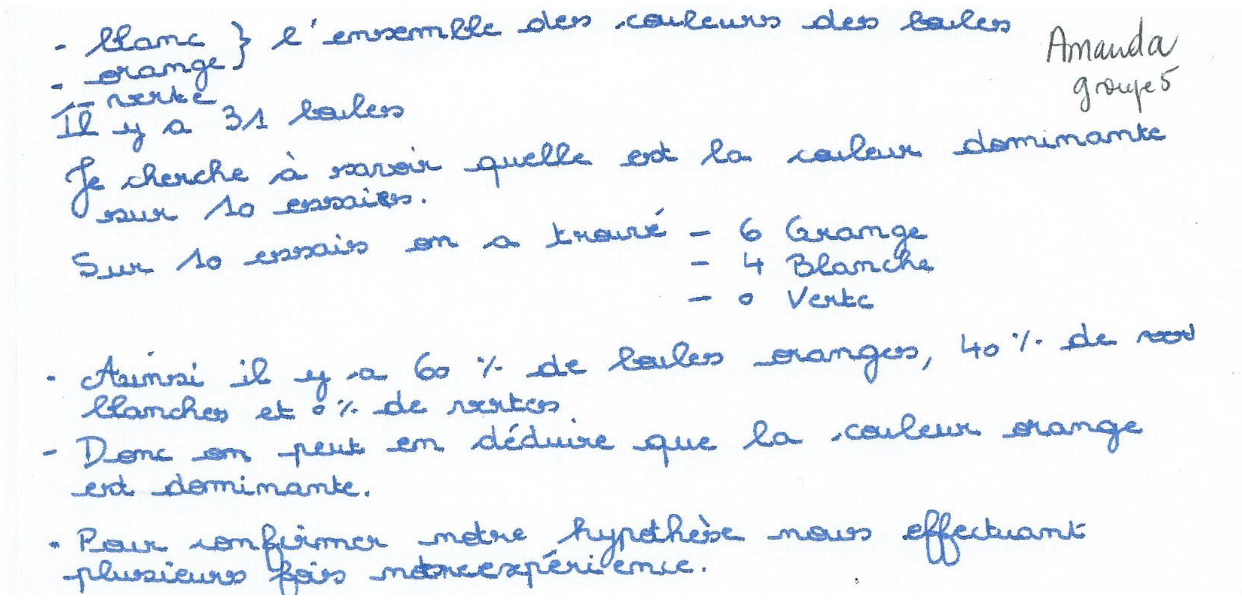
Ça peut changé à chaque fois que l'on tire des boules
Un mixte.

Lukas 6
Lukas = ~~8~~ 1 + 3 = 4
Ambre = ~~8~~ 2
Theo = 3

31 =
O = 11111111
V = 1
B = 11111

~~53~~ 53
O = 31
B = ~~20~~ 20
V = 2

Groupe 5 : (en gros plan sur les extraits vidéos, car situé devant la caméra) :
Dans un premier temps, mise de côté dans le sac, cloisonnement pour séparer celles tirées et remises.
Voir extrait Urne-stratégieMain
Après régulation : 10 tirages, calcul de pourcentages (idée très rapidement venue avec Maxence)
Mais calcul qui reste au niveau de l'expérience. Réponse intuitive finalement.


Amanda
groupe5

- blanc } l'ensemble des couleurs des boules
- orange }
- verte
Il y a 31 boules
Je cherche à savoir quelle est la couleur dominante sur 10 essaies.
Sur 10 essais on a trouvé – 6 Orange
– 4 Blanche
– 0 Verte

- Ainsi il y a 60 % de boules oranges, 40 % de blanches et 0 % de vertes.
- Donc on peut en déduire que la couleur orange est dominante.
- Pour confirmer notre hypothèse nous effectuant plusieurs fois notre expérience.

- Voici nos résultats ci-dessous :
- Orange 6
- Blanche 4
- Verte 0

On retrouve les mêmes résultats :

- Orange 4
- Blanche 5
- Verte 1

Les résultats sont différents.

- Orange 1

Sur 31 pioches on a trouvé

- Orange 17
- Blanche 13
- Vert 1

Il y a donc 17 boules oranges, 13 boules blanche et 1 verte. (= supposition).

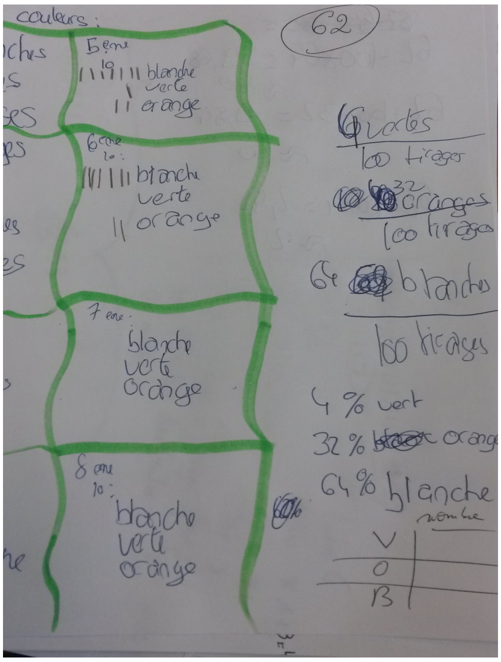
On les a convertit en pourcentage

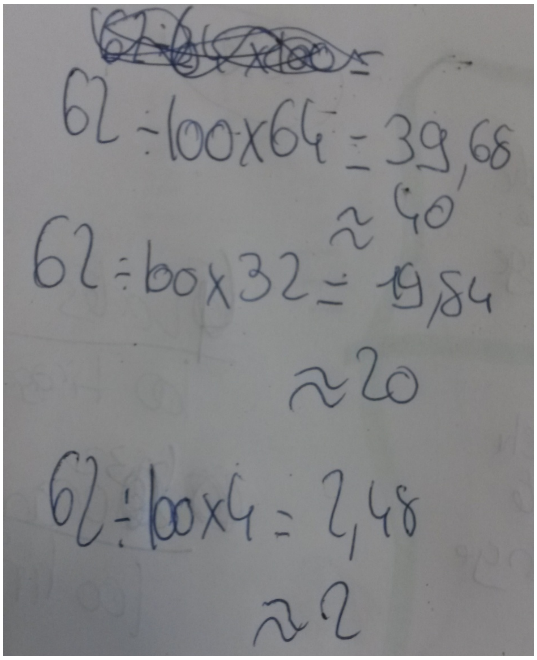
- Orange $\frac{17 \times 100}{31} = 54,8\%$.
- Blanche $\frac{13 \times 100}{31} = 41,9\%$.
- Vert $\frac{1 \times 100}{31} = 3,22\%$.

Conclusion :

Dans l'urne la majorité des boules sont oranges (⊕ de la moitié), puis blanches et la minorité sont vertes. après on a trouvé une grande quantité.

Groupe 6 : Ces élèves ont une urne avec le double de chaque couleur (32/28/2), car ils ont déjà fait pour deux d'entre eux l'activité l'année passée en 4e pour travailler sur la notion de fréquence. Le groupe choisit d'effectuer 100 tirages ce "qui facilite les calculs" pour la prévision des effectifs.



Voici le recueil des données de cette classe de 3e.

| | Groupe 1 | Groupe 2 | Groupe 3 | Groupe 4 | Groupe 5 | Groupe 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Nombre total de tirages | 48 | 31 | 36 | 53 | 31 | 100 |
| Nombre de boules Oranges | 31 | 18 | 15 | 31 | 17 | 34 |
| Nombre de boules Blanches | 16 | 11 | 19 | 20 | 13 | 62 |
| Nombre de boules vertes | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | 4 |

tableau 1

| | Groupe 1 | Groupe 2 | Groupe 3 | Groupe 4 | Groupe 5 | Groupe 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Contenu proposé | O 18<br>B 12<br>V 1 | O 18<br>B 11<br>V 2 | O 15<br>B 15<br>V 1 | O 15<br>B 15<br>V 1 | O 17<br>B 13<br>V 1 | O 20<br>B 40<br>V 2 |

tableau 2

**Analyse du déroulement et analyse à posteriori de cette première phase :**

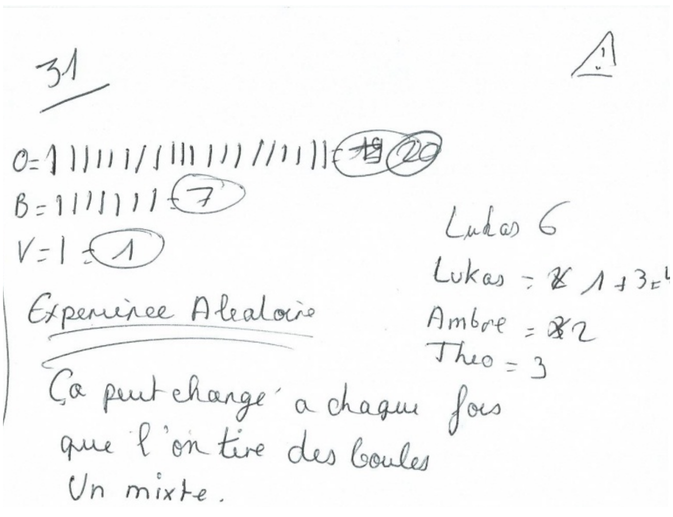
Les groupes 2 et 5 ont fait 31 tirages et en ont déduit le contenu.

Une alternative aurait été de commencer par faire lancer un dé 6 fois à chaque élève et de constater dans les recueils de données de la classe qu'il est extrêmement rare d'obtenir les 6 faces du dé.

Le groupe 3 qui a dépassé les 31 tirages spécule sur un équilibre du nombre de boules Orange et Blanche (15 /15). L'équiprobabilité ici est prépondérante aux yeux des élèves, et nous retrouverons ce raisonnement lors de la somme de deux dés. Ce dernier exemple sera traité ultérieurement comme exemple de non équiprobabilité pour contre carrer ce type de récurrence observé chez nos élèves.

Le groupe 5 en reste au même stade que le groupe 2, en passant par des tentatives de calculs de pourcentages.

Le groupe 4 questionné à l'oral, parlera d'expérience de "chance", de "hasard", puis d'expérience "hasardeuse".


31

O = 20

B = 7

V = 1

Lukas 6

Lukas = 1 + 3

Ambre = 2

Theo = 3

Experience Aleatoire

Ca peut changé a chaque fois que l'on tire des boules

Un mixte.

Si chaque groupe a un rapporteur qui tente d'expliquer à la classe son choix d'estimation de l'urne, seul le groupe 6 montrera une phase de calculs (voir photos).

Les notions de fréquence et d'effectifs étaient peu disponibles dans cette classe.

Les propositions n'ont que peu soulevé le débat de l'incertitude face au contenu réel de l'urne. L'enseignant s'est appuyé sur le nombre de boules vertes proposé (1 ou 2) pour créer un débat contradictoire et tenter de susciter le regroupement des données de la classe.

Voici ce qui a été proposé ensuite dans cette classe de 3e qui a fait, pour des raisons exceptionnelles, ce scénario comme première approche en période 1.

Comme institutionnalisation, sont définies les notions d'expérience aléatoire, d'issue, d'événement, de fréquence, de probabilité.

Statistiques ( ):

Une **expérience** est dite **aléatoire** si:

- elle a plusieurs résultats possibles.
- on ne peut pas prévoir avec certitude quel résultat se produira.

**Première expérience : On s'intéresse au tirage au hasard d'une boule dans une urne.**

**Définitions** :

La liste des **issues** est : orange/blanche/verte.

Un **événement** est représenté par une phrase concernant les issues de cette expérience dont on peut dire seulement après avoir réalisé l'expérience si elle est vraie ou faux.

Exemple : " Obtenir une boule de couleur claire" est un événement. Il est vrai pour les issues orange et blanche

La **fréquence** d'une catégorie est le quotient de l'effectif de cette catégorie par l'effectif total.

**La fréquence est un nombre compris entre 0 et 1.**

Elle peut s'exprimer en pourcentage, sous forme décimale ou sous forme fractionnaire.

L'ordinateur permet de réaliser un grand nombre de tirages.

Si on observe la fréquence de boules oranges

Avec 10 tirages, cette fréquence varie beaucoup.

Avec 100 tirages, cette fréquence varie moins.

Avec 1 000 tirages, cette fréquence semble se stabiliser autour d'environ ……

On a observé que plus on fait de tirages, plus la fréquence d'obtenir une boule orange se stabilise autour d'environ ...... et $\frac{16}{31} \approx 0,516$

**Définition :** Cette valeur "théorique" autour de laquelle la fréquence semble se stabiliser s'appelle la **probabilité de l'événement considéré**.

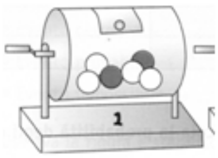
Ici la probabilité de l'événement " Obtenir une boule orange" est de $\frac{16}{31}$. On peut noter p(Orange)= $\frac{16}{31}$

Comme entrée d'exercices sur la notion de probabilité, l'annexe 1 propose des exercices tirés du manuel Italien *Matematica attiva* de la collection *Pitagora* édité par Fabbri Editori.

Il est alors possible d'institutionnaliser ceci :

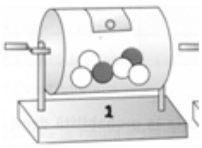
**Autre expérience :**

**On s'intéresse à une urne ne contenant que des boules grises et blanches.**



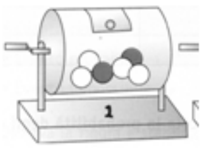

"obtenir une boule rouge" est un **événement "impossible"** car il ne peut pas se produire.

La probabilité de cet événement est **0.**




"obtenir une boule grise ou blanche" est un **événement certain** (il se produit nécessairement).

La probabilité de cet événement est **1.**




La probabilité d'obtenir une boule grise est ici de $\frac{2}{6}$ soit $\frac{1}{3}$. On peut noter p(Grise)= $\frac{1}{3}$

**La probabilité d'un événement est comprise entre 0 et 1.**

Ce scénario de l'urne inconnue proposé aussi en 3ème, mais cette fois avec des élèves ayant déjà rencontré la loi des grands nombres (lors du « lancer de punaises » mais aussi en faisant « Avec un dé » et « pense-bête ») a donné ceci :

Nous avons fait 50 tirages:
Nous avons tiré 26 boules blanches
21 boules oranges
3 boules vertes

$\frac{26}{50} = 0,52$ ou 52 %

$\frac{21}{50} = 0,42$ ou 42%

$\frac{3}{50} = 0,06$ ou 6%

$0,52 \times 31 = 16,12$
$0,42 \times 31 = 13,02$
$0,06 \times 31 = 1,86$

Pour 31 tirages:
Il y a environ 16 boules blanches
13 boules oranges
2 boules vertes.

200 tirages

Oranges = 96
blanches = 95
vertes = 9

O $\frac{96}{200} = \frac{14,88}{31} \approx 15$ $\qquad \frac{96}{200} = 0,48$

b $\frac{95}{200} = \frac{14,71}{31} \approx 15$ $\qquad \frac{95}{200} = 0,475$

v $\frac{9}{200} = \frac{1,3}{31} \approx 1$ $\qquad \frac{9}{200} = 0,045$

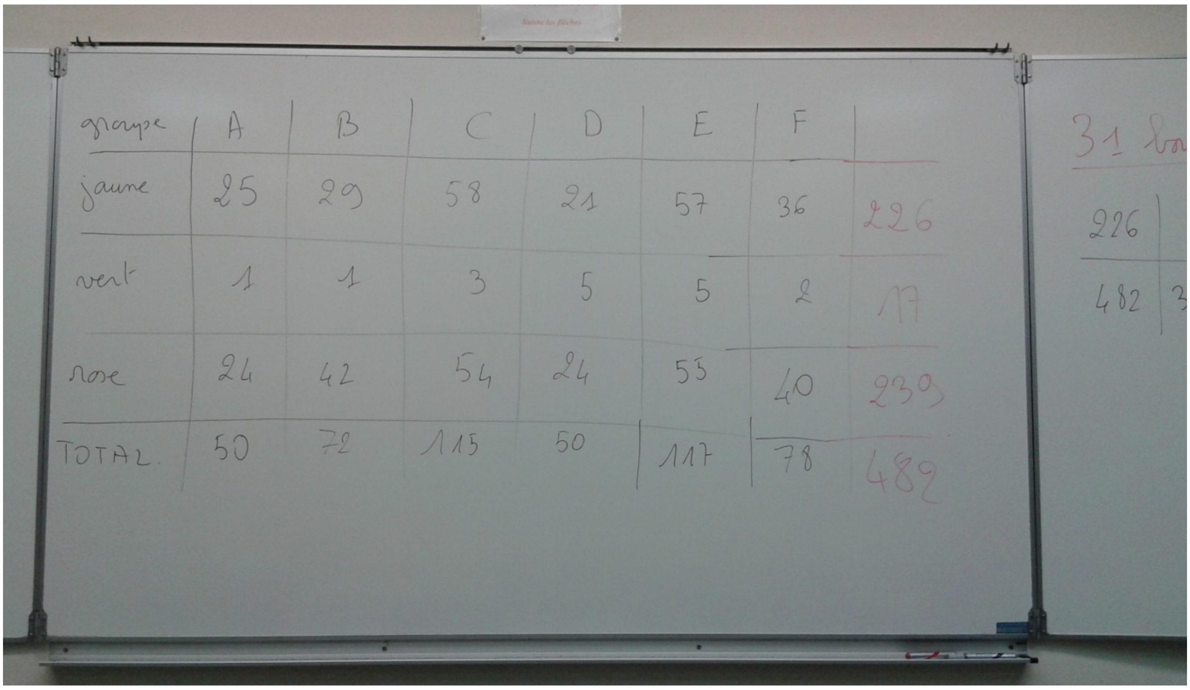
La plupart des groupes d'élèves ont pris l'initiative de faire beaucoup plus de tirages, car sans doute étaient-ils plus familiers avec la loi des grands nombres et la stabilisation des fréquences.

Dans une autre classe de 3e, voici un autre recueil de données où nous voyons apparaître des contenus contradictoires proposés. Il permet un débat et une recherche de stratégie pour départager les groupes.

| Groupe | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Contenu proposé | B 15<br>O 15<br>V 1 | B 16<br>O 13<br>V 2 | B 11<br>O 19<br>V 1 | B 9<br>O 21<br>V 0 | B ~~17~~<br>O ~~13~~<br>V 1 | B 16<br>O 14<br>V 1 | $\frac{22}{49} \approx 0,44$<br>$\frac{22}{49} \times 31 \approx 13,9$ |

| Groupe | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Nombre total de tirages | 200 | 50 | 100 | 22 | 69 | 49 | | 490 |
| Nombre de boules Oranges | 96 | 21 | 60 | 15 | 36 | 29 | | 243 |
| Nombre de boules Blanches | 95 | 26 | 38 | 7 | 29 | 25 | | 227 |
| Nombre de boules Vertes | 9 | 3 | 2 | 0 | 4 | 2 | | 20 |

En classe de 2nde, voici au tableau le recueil de données des six groupes :




## ⑦ Echantillonnage et intervalles en 2nde

Voici un scénario tout à fait réalisable en classe de 2nde pour travailler l'échantillonnage. Il a été testé dans deux classes de 2nde par Nicolas Gendreau suite à notre action de formation qui soutenait une liaison 3e -2nde autour des probabilités-statistiques en décembre 2014.

Au préalable, quelques semaines avant, les élèves avaient effectué une activité de lancers de bouchons, dans le même esprit que le scénario du "Le lancer de punaises".

Revenons à la description du scénario de l'urne effectué en classe de 2nde.

Son déroulement a été démarré sur deux heures en demi-classe puis poursuivi ensuite en classe entière.

Pour comprendre les productions qui suivent, notons que chaque urne était composée d'une boule verte, de 14 boules jaunes et 16 boules rouges.

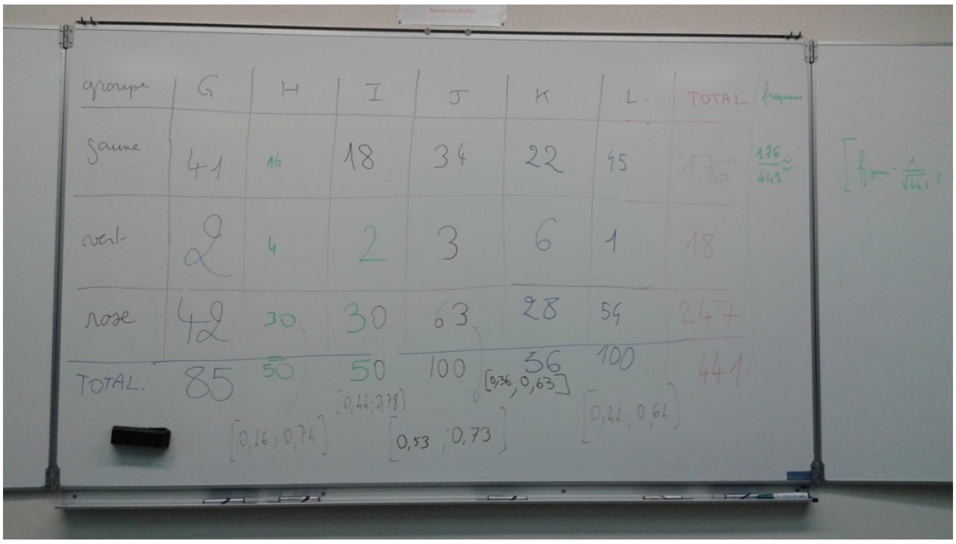
Les élèves ont effectué plus ou moins d'expériences : pour certains groupes 85 tirages, d'autres 50, 100 ou encore 56.

Nous pouvons observer l'importance du choix de ne pas donner ici l'effectif total 31 qui influence l'action des élèves s'il est donné. (voir p. 58 à 61 des synthèses de groupes en 3e).

Une fois les expériences faites, les urnes ont été ouvertes pour calculer la proportion $p = \frac{16}{31}$ de boules rouges.

Les différentes fréquences obtenues évoquent pour certains élèves l'intervalle de fluctuation vu plus tôt dans l'année… L'enseignant invite alors ses élèves à calculer les intervalles de la forme

$\left[f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$, centrés en $f$ au lieu de $p$, lors du regroupement des données des différents groupes.



| groupe | G | H | I | J | K | L | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Jaune | 41 | 16 | 18 | 34 | 22 | 45 | 176 |
| Vert | 2 | 4 | 2 | 3 | 6 | 1 | 18 |
| rose | 42 | 30 | 30 | 63 | 28 | 54 | 247 |
| total | 85 | 50 | 50 | 100 | 56 | 100 | 441 |

[0,46;0,74] [0,44;0,78] [0,44;0,64]

[0,53;0,73] [0,36;0,6

$\frac{176}{441} = 0,40$

$\frac{18}{441} = 0,04$

$\frac{247}{441} = 0,56$

$\left[0,40 - \frac{1}{\sqrt{441}} ; 0,40 + \frac{1}{\sqrt{441}}\right]$ $\left[0,56 - \frac{1}{\sqrt{441}} ; 0,56 + \frac{1}{\sqrt{441}}\right]$

[0,35 ; 0,45] [0,51;0,61]

Ces intervalles sont rapprochés de $\frac{16}{31}$, et la classe constate alors que $\frac{16}{31}$ est situé dans tous ces intervalles à l'exception de celui du groupe J. $\frac{16}{31} \not\subset [0,53 ; 0,73]$.
L'enseignant peut alors poser la question de la "rareté" de cette situation, ou si les intervalles centrés en $f$ obtenus contiennent tous $\frac{16}{31}$, demander si les élèves pensent que c'est toujours ainsi.

Il peut alors s'appuyer en monstration sur le fichier peignes-inter-conf.alg , algorithme fait ici sous Algobox, qui renvoie des « peignes » dont les dents sont des intervalles centrés en $f$.

Il vient en appui pour faire visualiser, qu'en moyenne, sur 20 intervalles centrés en $f$ calculés (pour 20 échantillons de 100 tirages par exemple), 1 intervalle ne contient pas $\frac{16}{31}$ et donc ne permet pas d'estimer la proportion de boules rouges inconnue.

$\frac{1}{20}$ = 5%, mais 20 permet une bonne visualisation de la fenêtre des "peignes"

Vous trouverez le fichier Peignes-urne.alg suivant qui devra être adapté à la situation de l'urne.

```
Code de l'algorithme
▼ VARIABLES
  ├k EST_DU_TYPE NOMBRE
  ├borne_inf EST_DU_TYPE NOMBRE
  ├borne_sup EST_DU_TYPE NOMBRE
  ├f EST_DU_TYPE NOMBRE
  ├S EST_DU_TYPE NOMBRE
  ├ech EST_DU_TYPE NOMBRE
  ├taille EST_DU_TYPE NOMBRE
  └nbr EST_DU_TYPE NOMBRE
▼ DEBUT_ALGORITHME
  ├LIRE nbr
  ├LIRE taille
  ▼ POUR ech ALLANT_DE 1 A nbr
    ├DEBUT_POUR
    ├S PREND_LA_VALEUR 0
    ▼ POUR k ALLANT_DE 1 A taille
      ├DEBUT_POUR
      ▼ SI (random()<0.5) ALORS
        ├DEBUT_SI
        ├S PREND_LA_VALEUR S+1
        └FIN_SI
      └FIN_POUR
    ├f PREND_LA_VALEUR S/taille
    ├borne_inf PREND_LA_VALEUR f-1/sqrt(taille)
    ├borne_sup PREND_LA_VALEUR f+1/sqrt(taille)
    ├TRACER_SEGMENT (borne_inf,ech)->(borne_sup,ech)
    ├TRACER_POINT (f,ech)
    └FIN_POUR
  └TRACER_SEGMENT (0.5,0)->(0.5,nbr)
FIN_ALGORITHME
```

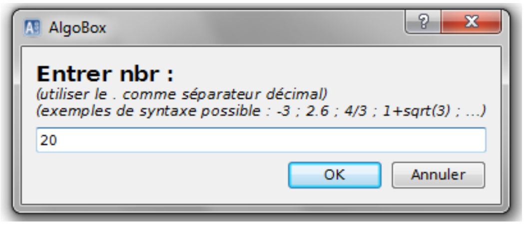
L'algorithme aura le test suivant modifié par l'enseignant comme suit :

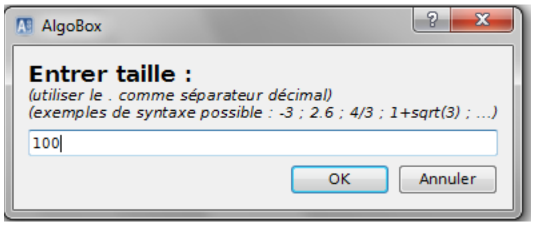
```
SI (random()<0.5) ALORS
  ├DEBUT_SI
  ├S PREND_LA_VALEUR S+1
  └FIN_SI
```

Si (random( )<0.5) alors … deviendra Si (random( )<$\frac{16}{31}$) alors …

```
DEBUT_ALGORITHME
  ├LIRE nbr
  ├LIRE taille
  ▼ POUR ech ALLANT_DE 1 A nbr
    ├DEBUT_POUR
    ├S PREND_LA_VALEUR 0
    ▼ POUR k ALLANT_DE 1 A taille
      ├DEBUT_POUR
      ▼ SI (random()<16/31) ALORS
        ├DEBUT_SI
        ├S PREND_LA_VALEUR S+1
        └FIN_SI
      └FIN_POUR
    ├f PREND_LA_VALEUR S/taille
    ├borne_inf PREND_LA_VALEUR f-1/sqrt(taille)
    ├borne_sup PREND_LA_VALEUR f+1/sqrt(taille)
    ├TRACER_SEGMENT (borne_inf,ech)->(borne_sup,ech)
    ├TRACER_POINT (f,ech)
    └FIN_POUR
  └TRACER_SEGMENT (16/31,0)->(16/31,nbr)
FIN_ALGORITHME
```

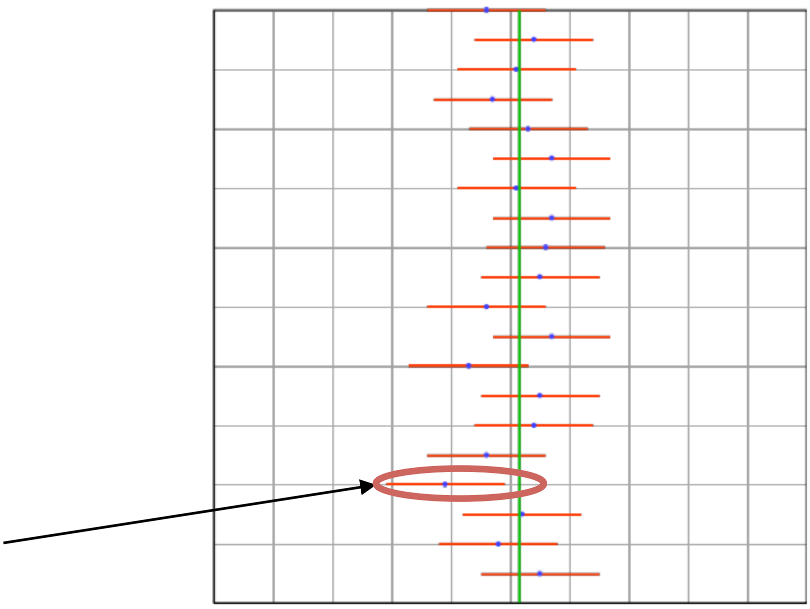
Nous préconisons de choisir nbr= 20 (nombre d'échantillons) et taille=100 (taille des échantillons) pour la visualisation de plusieurs peignes en entier.




L'axe vert correspond à $p = \frac{16}{31}$ et un échantillon présente un intervalle de confiance ne contenant pas cette proportion.

Voici un peigne obtenu : il comporte une « dent » n'atteignant pas $\frac{16}{31}$ (valeur indiquée par le trait vertical vert)



Intervalle ne contenant pas $\frac{16}{31}$

Xmin: 0 ; Xmax: 1 ; Ymin: 0 ; Ymax: 20 ; GradX: 0.1 ; GradY: 2

Chaque point bleu correspond à la fréquence $f$ de boules Rouges obtenues ici, et l'intervalle $\left[f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$ est le segment rouge centré sur ce point.

Après plusieurs relances de cet algorithme (un multiple de 4 par exemple), nous demandons à chaque fois de noter le nombre d'intervalles ne contenant pas p.

Il peut être établi, par la suite, grâce aux différents peignes observés, qu'au moins 95% de tous les intervalles centrés en $f$ contiennent la proportion $p$.

Une alternative est ici de faire manipuler après monstration cet algorithme par les élèves (en fixant pour anticiper le regroupement, nbr à 20 et ech à 100) afin d'avoir un grand recueil du nombre d'intervalles ne contenant pas $p$ au bout d'un grand nombre de relances.

Le test pratiqué lors de cet algorithme ci-dessous peut être explicité, en soulignant la modélisation posée.
Voici une institutionnalisation possible, qui a été faite à la suite du scénario de l'urne inconnue dans cette classe de 2nde (Source Nicolas Gendreau, Lycée François 1er Le Havre).

# Principe de l'estimation

Pour des raisons de coût ou de faisabilité, on ne peut pas étudier toute la population.

| Population |
| --- |
| Proportion inconnue $p$ d'individus ayant un certain caractère. |

| Échantillon |
| --- |
| On calcule la fréquence $f$ des individus ayant ce caractère. |

On sélectionne un échantillon de taille $n$ de cette population.

Remarques :

- On estime la proportion inconnue $p$ à partir de la fréquence $f$ observée dans l'échantillon prélevé.

- On a simulé ci-dessus 20 échantillons de taille 100 au sujet d'un caractère présent avec une probabilité égale à $\frac{16}{31}$ dans la population. Les barrettes (ou peignes) positionnent par rapport à la proportion idéale $p = \frac{\mathbf{16}}{\mathbf{31}}$ les différents intervalles associés centrés sur la fréquence observée.

La fréquence $f$ observée varie d'un échantillon à l'autre du fait de la fluctuation d'échantillonnage. Il est donc nécessaire d'apprécier l'incertitude en fournissant une estimation par intervalle, selon le théorème suivant :

**Théorème de l'intervalle de confiance**

On considère une population présentant un caractère selon une proportion $p$ inconnue.
Parmi tous les échantillons de taille $n$ ($n$ supérieur à 25) ayant $f$ comme fréquence observée (comprise entre 0,2 et 0,8) pour le caractère étudié, au moins 95% des intervalles associés $\left[f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$ contiennent la proportion $p$ (inconnue).

**Définition :** Un intervalle $\left[f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}}\right]$ est appelé intervalle de confiance au niveau (de confiance) 95 % ou 0,95.

# Avec deux dés

① **Inscription dans une progression en 3e**

② **Un scénario préalable: avec un dé**

③ **Avec deux dés : les différentes phases du scénario**

  a) **Les différentes phases**

  b) **Des productions d'élèves**

c) **Supports de bilan**

④ **Un choix dans l'intervention des TICE**

⑤ **Le problème du duc de Toscane, un prolongement possible**

⑥ **Intervalle de fluctuation en classe de 2de**

## ① Inscription dans une progression en 3e

Nous avons positionné ce scénario à la suite de quatre autres concernant les probabilités-statistiques. Cependant, ces scénarios sont séparés dans le temps par le travail d'autres notions de géométrie, algèbre ou analyse. Plusieurs mois séparent donc ce scénario de celui concernant les punaises.

Idée de programmation des probabilités en 3ème :

| Période 1<br>7 semaines | Période 2<br>6 semaines | Période 3<br>7 semaines | Période 4<br>6 semaines | Période 8<br>8 semaines |
|---|---|---|---|---|
| Arithmétique 1<br>*Info: tableur (algorithme d'Euclide)* | Probas-Stats 2<br>Lancer de punaises<br>*Fluctuation des fréquences*<br>Probas anglaises F1 | Arithmétique 2 | Calcul Littéral 3 | Calcul littéral 5 |
| Fonctions 1 | Espace 1: | Probas-Stats 4<br>Dés et fractions, événement contraire<br>*Info: simulation tableur*<br>Probabilités italiennes F2 | Fonctions 2 | Probas-Stats 7<br>Quartiles /Médiane<br>*Info: Contrôles radar* |
| Probas Stats 1<br>*Notion de hasard,*<br>Avec un dé<br>Probabilités italiennes F1<br>*Info: Pense bête* | Probas Stats 3<br>Urne inconnue<br>Probas anglaises F2 | Géométrie plane 3 | Probas-Stats 6<br>Franc carreau ou Chèvre<br>*Probabilités géométriques*<br>*Info: geogebra*<br>Cible | Fonctions 4 |
| Géométrie plane 1 | Géométrie plane 2 | Espace 2 | Géométrie plane 4 | Géométrie plane 5 |
| Calcul Littéral 1 | Calcul Littéral 2 | Probas-Stats 5<br>Avec deux dés : somme<br>*(non équiprobabilité)* | Calcul littéral 4 | Calcul littéral 6 |
| | | *Stage en entreprise* | | |

## ② Un scénario préalable: avec un dé

Il nous semble réellement opportun de ne pas directement faire travailler nos élèves sur la « somme de deux dés » mais d'avoir en amont fait lancer un dé. En effet, le scénario « avec un dé » permet non seulement de se familiariser avec la notion de probabilité, mais aussi de réaliser que ce dé utilisé est en fait modélisé. Si les élèves en grande majorité pensent qu'il y a une chance sur 6 d'obtenir chaque face lors d'un lancer, inconsciemment, le modèle de la loi uniforme est posé. Un dé est déjà un objet modélisé.

Aussi, vous trouverez le descriptif de ce scénario dans cette brochure en page 6.

Le scénario qui va suivre est important pour cette fois contrecarrer un effet observé chez nos élèves : ils ont tendance à étendre l'équiprobabilité à toute situation. C'est ici l'occasion de rencontrer une situation où les événements considérés ne sont pas équiprobables. De même, nous pourrions nous intéresser à la différence de deux dés ou au produit de deux dés.

## ③ Avec deux dés : les différentes phases du scénario

### a) Les différentes phases

**La première phase** : c'est un débat rapide (pas plus de 5 minutes) et collectif (sans distribution de dé) sur le sujet suivant :

*Pierre et Adrien jouent au jeu suivant : ils lancent chacun deux dés à 6 faces et calculent à chaque fois la somme des deux faces obtenues.*

*Sur quelle somme Pierre doit-il parier pour gagner ?*

**La deuxième phase** : c'est celle de l'expérimentation.
La fiche 1 Lancer de deux dés est distribuée. Cette phase nécessite un jeu de deux dés par élève.

On jette au hasard deux dés et on ajoute les deux nombres obtenus..

Quelles sommes peut-on obtenir ?

Les élèves ont tout d'abord à mener une réflexion individuelle sur les sommes possibles, et une rapide mise en commun sur cette première question est réalisée au bout de quelques minutes. Certains élèves pensent que les sommes possibles vont de 1 à 12, oubliant que la somme minimale est 2. C'est aussi pour cela que la consigne de la fiche n°1 qui suit ne contient pas les valeurs de 2 à 12. La classe validera ou invalidera les propositions données pour Quelles sommes peut-on obtenir ?

Nous complétons alors ensemble la première ligne du tableau de recueil des futures expériences.

| N° lancer \ Somme | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | | | | |

Chaque élève reçoit ensuite deux dés qui peuvent être identiques ou de couleurs différentes. Ce choix est laissé à l'enseignant, mais il aura sans doute plus ou moins un rôle d'aide dans les calculs des probabilités au moment de la preuve.
Effectuer 50 lancers de deux dés et à compléter la fiche prend du temps, environ 20 minutes.

Fiche n°1 **Le lancer de deux dés** Classe de 3ème

On jette au hasard deux dés et on ajoute les deux nombres obtenus.

Quelles sommes peut-on obtenir ? ……………………………………………………………………………………

**1-** Effectuer 50 lancers des deux dés et, à chaque lancer, noter la somme obtenue.

| N° lancer \ Somme | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | | | |
| 3 | | | | | | | | | | | |
| 4 | | | | | | | | | | | |
| 5 | | | | | | | | | | | |
| 6 | | | | | | | | | | | |
| 7 | | | | | | | | | | | |
| 8 | | | | | | | | | | | |
| 9 | | | | | | | | | | | |
| 10 | | | | | | | | | | | |
| 11 | | | | | | | | | | | |
| 12 | | | | | | | | | | | |
| 13 | | | | | | | | | | | |
| 14 | | | | | | | | | | | |
| 15 | | | | | | | | | | | |
| 16 | | | | | | | | | | | |
| 17 | | | | | | | | | | | |
| 18 | | | | | | | | | | | |
| 19 | | | | | | | | | | | |
| 20 | | | | | | | | | | | |
| 21 | | | | | | | | | | | |
| 22 | | | | | | | | | | | |
| 23 | | | | | | | | | | | |
| 24 | | | | | | | | | | | |
| 25 | | | | | | | | | | | |
| 26 | | | | | | | | | | | |
| 27 | | | | | | | | | | | |
| 28 | | | | | | | | | | | |
| 29 | | | | | | | | | | | |
| 30 | | | | | | | | | | | |
| 31 | | | | | | | | | | | |
| 32 | | | | | | | | | | | |
| 33 | | | | | | | | | | | |
| 34 | | | | | | | | | | | |
| 35 | | | | | | | | | | | |
| 36 | | | | | | | | | | | |
| 37 | | | | | | | | | | | |
| 38 | | | | | | | | | | | |
| 39 | | | | | | | | | | | |
| 40 | | | | | | | | | | | |
| 41 | | | | | | | | | | | |
| 42 | | | | | | | | | | | |
| 43 | | | | | | | | | | | |
| 44 | | | | | | | | | | | |
| 45 | | | | | | | | | | | |
| 46 | | | | | | | | | | | |
| 47 | | | | | | | | | | | |
| 48 | | | | | | | | | | | |
| 49 | | | | | | | | | | | |
| 50 | | | | | | | | | | | |
| TOTAL | | | | | | | | | | | |

**2-** Compléter le tableau suivant avec vos résultats :

| Somme | | | | | | | | | | | | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | | | | | | | | | | | | |
| Fréquence | | | | | | | | | | | | |

Dans cette phase, les élèves ont à compléter le tableau de leurs fréquences obtenues. ( 2.) Ils auront aussi à réaliser un diagramme en bâton conforme aux valeurs des fréquences qu'ils ont calculées, et fruit de leurs 50 lancers de deux dés. (Fiche 2).

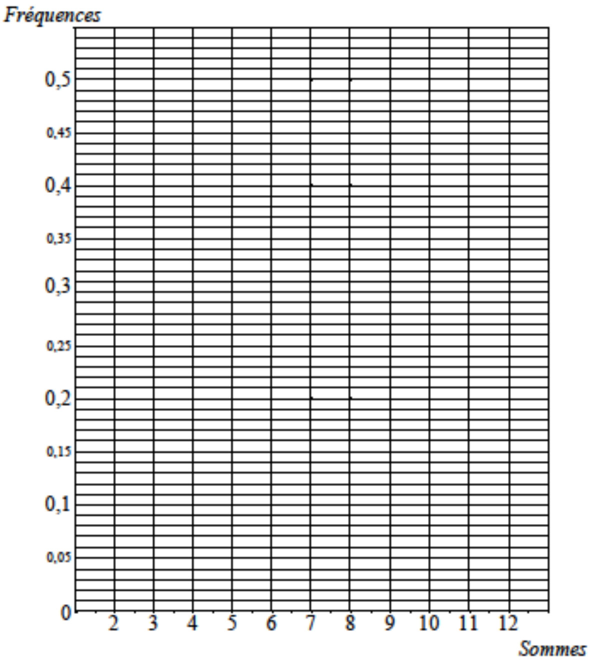
Nous avons volontairement demandé de faire ( de façon juxtaposée ) une deuxième réalisation de diagramme en bâton , celle d'un voisin de l'élève, afin qu'il se rende compte que les deux diagrammes sont différents pour 50 lancers de deux dés. Nous visons ici une visualisation de la non-stabilisation des fréquences liée au nombre de lancers.

A ce stade du scénario, les élèves vont à des rythmes différents, et donc pour les plus lents, le diagramme en bâton (et le tableau) pourra(ont) être terminé(s) à la maison si l'élève a manqué de temps. Le fichier accompagnant cette tâche est le lancer de deux dés 02.pdf (première partie avec les deux premiers diagrammes).

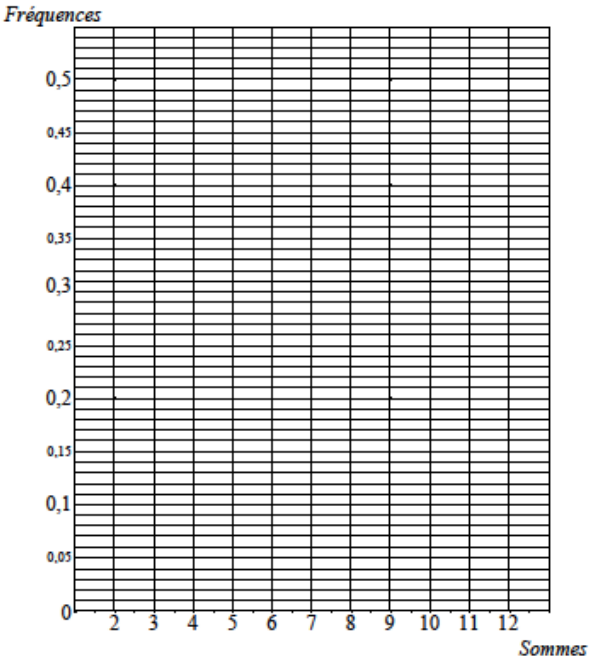
Classe de 3ème : Fiche n° 2 :

**4- Construire les trois premiers diagrammes en bâtons suivants :**

**a)** Mes fréquences :




**b)** Les fréquences de mon voisin :




**Comparer ces deux diagrammes :**

..............................................................................................................................................

..............................................................................................................................................

**La troisième phase :** c'est le recueil des données de la classe.
Elle commence en 2e heure, et se fait à l'identique du recueil réalisé pour le scénario « Avec un dé ». L'enseignant met en vidéo-projection une feuille de calcul avec les mêmes étiquettes que le document ci-dessous distribué aux élèves. Puis il remplit au fur et à mesure sous la dictée de chacun, et en même temps que les élèves le font sur leur feuille, les valeurs obtenues individuellement.

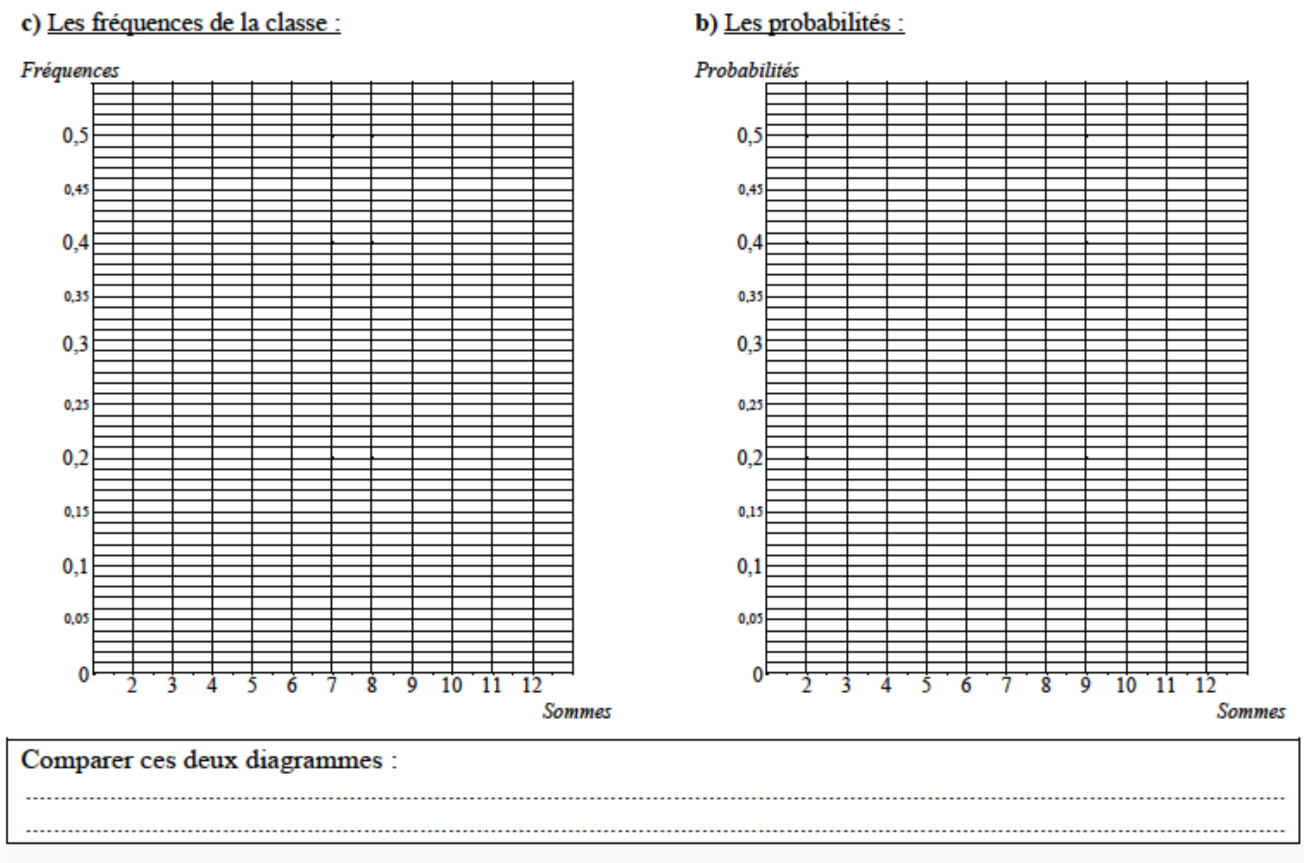
Voici les résultats obtenus par tous les élèves de la classe.

| Somme | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **élève 1** | | | | | | | | | | | |
| **élève 2** | | | | | | | | | | | |
| **élève 3** | | | | | | | | | | | |
| **élève 4** | | | | | | | | | | | |
| **élève 5** | | | | | | | | | | | |
| **élève 6** | | | | | | | | | | | |
| **élève 7** | | | | | | | | | | | |
| **élève 8** | | | | | | | | | | | |
| **élève 9** | | | | | | | | | | | |
| **élève 10** | | | | | | | | | | | |
| **élève 11** | | | | | | | | | | | |
| **élève 12** | | | | | | | | | | | |
| **élève 13** | | | | | | | | | | | |
| **élève 14** | | | | | | | | | | | |
| **élève 15** | | | | | | | | | | | |
| **élève 16** | | | | | | | | | | | |
| **élève 17** | | | | | | | | | | | |
| **élève 18** | | | | | | | | | | | |
| **élève 19** | | | | | | | | | | | |
| **élève 20** | | | | | | | | | | | |
| **élève 21** | | | | | | | | | | | |
| **élève 22** | | | | | | | | | | | |
| **élève 23** | | | | | | | | | | | |
| **élève 24** | | | | | | | | | | | |
| **élève 25** | | | | | | | | | | | |

**3-** Compléter le tableau suivant pour l'ensemble des élèves de la classe :

| Somme | | | | | | | | | | | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | | | | | | | | | | | |
| Fréquence | | | | | | | | | | | |

Les élèves sont alors amenés à réitérer des calculs pour remplir le 3. cette fois pour les résultats de la classe. De même s'en suit une réalisation d'un diagramme en bâton pour ces résultats de la classe. Nous faisons alors verbaliser les élèves en partant des observations des trois diagrammes en bâtons a), b) et c).



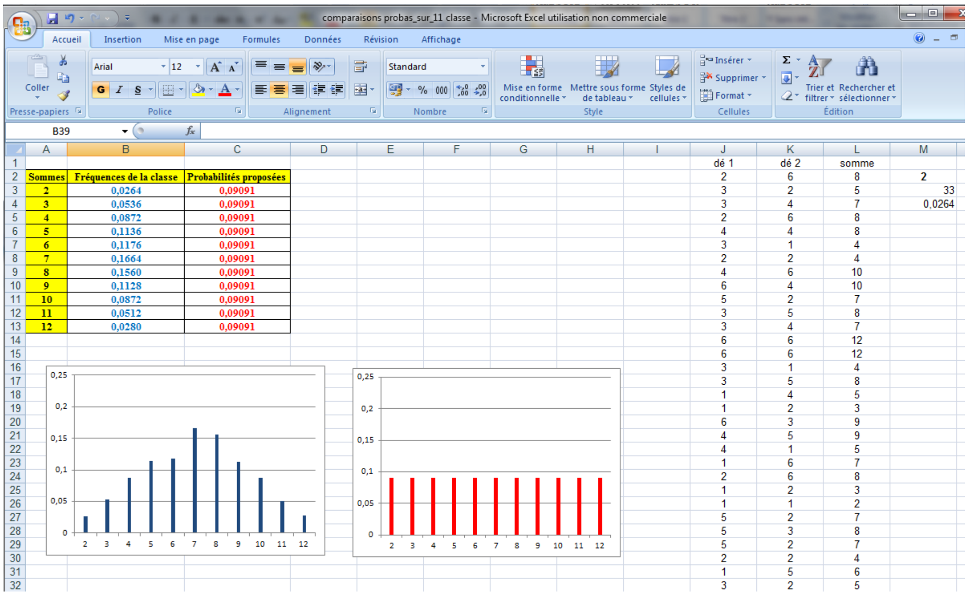

Les premiers diagrammes permettent de visualiser des variations fortes de valeurs de fréquences en comparant les expériences entre deux élèves. Les deux suivants permettent de visualiser le fait expérimental que la fréquence est d'autant plus proche de la probabilité que le nombre d'expériences est grand. Ici, l'idée est qu'ils verbalisent des observations liées à la loi des grands nombres.

### b) Des productions d'élèves ou de groupes.

Voici quelques commentaires faits à partir de l'observation de déroulement effectif dans une classe de 3e.

Certains élèves vont prendre $\frac{1}{11}$ pour chaque probabilité, car il y a 11 issues.

Ce modèle est mathématiquement correct, mais non-conforme à la réalité observée, c'est la loi uniforme choisie mais non appropriée ici. L'enseignant a en charge alors de faire apparaitre une contradiction soit en faisant un calcul des fréquences de chaque issue sur une centaine de lancers et construire un diagramme en bâtons des fréquences, soit en montrant un diagramme en bâtons préparé d'avance (expérimentalement ou à partir d'une simulation par ordinateur).

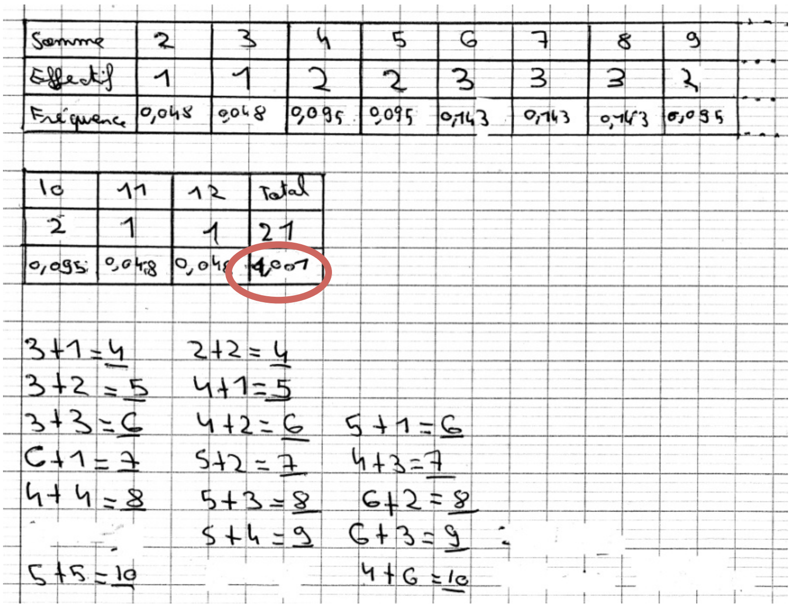


| Sommes | Fréquences de la classe | Probabilités proposées |
|---|---|---|
| 2 | 0,0264 | 0,09091 |
| 3 | 0,0536 | 0,09091 |
| 4 | 0,0872 | 0,09091 |
| 5 | 0,1136 | 0,09091 |
| 6 | 0,1176 | 0,09091 |
| 7 | 0,1664 | 0,09091 |
| 8 | 0,1560 | 0,09091 |
| 9 | 0,1128 | 0,09091 |
| 10 | 0,0872 | 0,09091 |
| 11 | 0,0512 | 0,09091 |
| 12 | 0,0280 | 0,09091 |

| dé 1 | dé 2 | somme | |
|---|---|---|---|
| 2 | 6 | 8 | 2 |
| 3 | 2 | 5 | 33 |
| 3 | 4 | 7 | 0,0264 |
| 2 | 6 | 8 | |
| 4 | 4 | 8 | |
| 3 | 1 | 4 | |
| 2 | 2 | 4 | |
| 4 | 6 | 10 | |
| 6 | 4 | 10 | |
| 5 | 2 | 7 | |
| 3 | 5 | 8 | |
| 3 | 4 | 7 | |
| 6 | 6 | 12 | |
| 6 | 6 | 12 | |
| 3 | 1 | 4 | |
| 3 | 5 | 8 | |
| 1 | 4 | 5 | |
| 1 | 2 | 3 | |
| 6 | 3 | 9 | |
| 4 | 5 | 9 | |
| 4 | 1 | 5 | |
| 1 | 6 | 7 | |
| 2 | 6 | 8 | |
| 1 | 2 | 3 | |
| 1 | 1 | 2 | |
| 5 | 2 | 7 | |
| 5 | 3 | 8 | |
| 5 | 2 | 7 | |
| 2 | 2 | 4 | |
| 1 | 5 | 6 | |
| 3 | 2 | 5 | |

Dans ce cas, les élèves remarquent que les bâtons n'ont pas la même longueur. D'où la nécessité d'en rechercher la raison, et de remarquer que par exemple l'issue 2 ne peut être obtenue que si chaque dé affiche 1 alors que l'issue 4 peut être obtenue par les affichages des nombres 1 et 3, ou 2 et 2, sur les dés.

Des élèves peuvent faire le décompte des possibilités des couples des nombres dont la somme donne successivement 2, 3, 4, … , 11, 12. Mais en général ils ne distinguent pas nécessairement le cas (1,2) du cas (2,1), où on a noté dans l'ordre le nombre affiché par le dé vert et celui affiché par le dé rouge. Dans ce cas on dénombre seulement 21 couples.



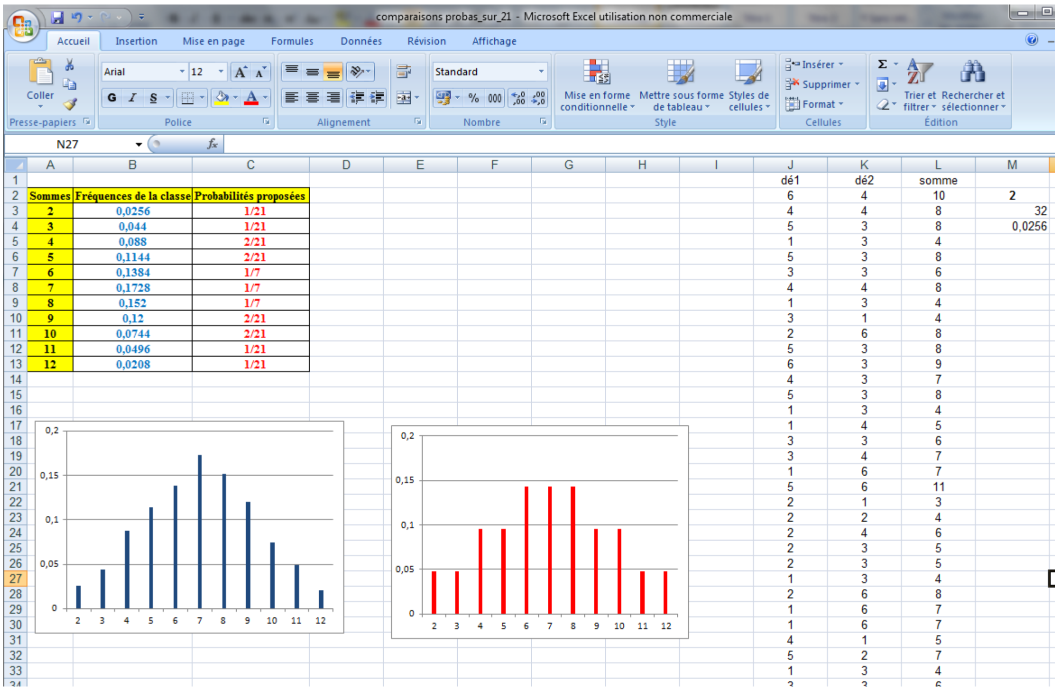
| Somme | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 2 |
| Fréquence | 0,048 | 0,048 | 0,095 | 0,095 | 0,143 | 0,143 | 0,143 | 0,095 |

| 10 | 11 | 12 | Total |
|---|---|---|---|
| 2 | 1 | 1 | 21 |
| 0,095 | 0,048 | 0,048 | 1,001 |

3+1=4 2+2=4
3+2=5 4+1=5
3+3=6 4+2=6 5+1=6
6+1=7 5+2=7 4+3=7
4+4=8 5+3=8 6+2=8
5+4=9 6+3=9
5+5=10 4+6=10

Les élèves peuvent attribuer la même valeur $\frac{1}{21}$ à chaque événement élémentaire, mais il y a contradiction avec le fait que de la somme des probabilités des événements élémentaires qui doit être égale à 1.

Certains attribuent les probabilités $\frac{1}{21}, \frac{1}{21}, \frac{2}{21}, \frac{2}{21}, \frac{3}{21}$, … aux événements élémentaires relatifs aux issues 2, 3, 4, 5, 6, … Dans ce cas le modèle ne correspond pas à celui du diagramme en bâtons car la probabilité d'obtenir 3 semble être double de celle d'obtenir 2 sur le diagramme, ce qui n'est pas le cas ici. La simulation permet de prendre conscience qu'un autre choix de modèle est à faire.



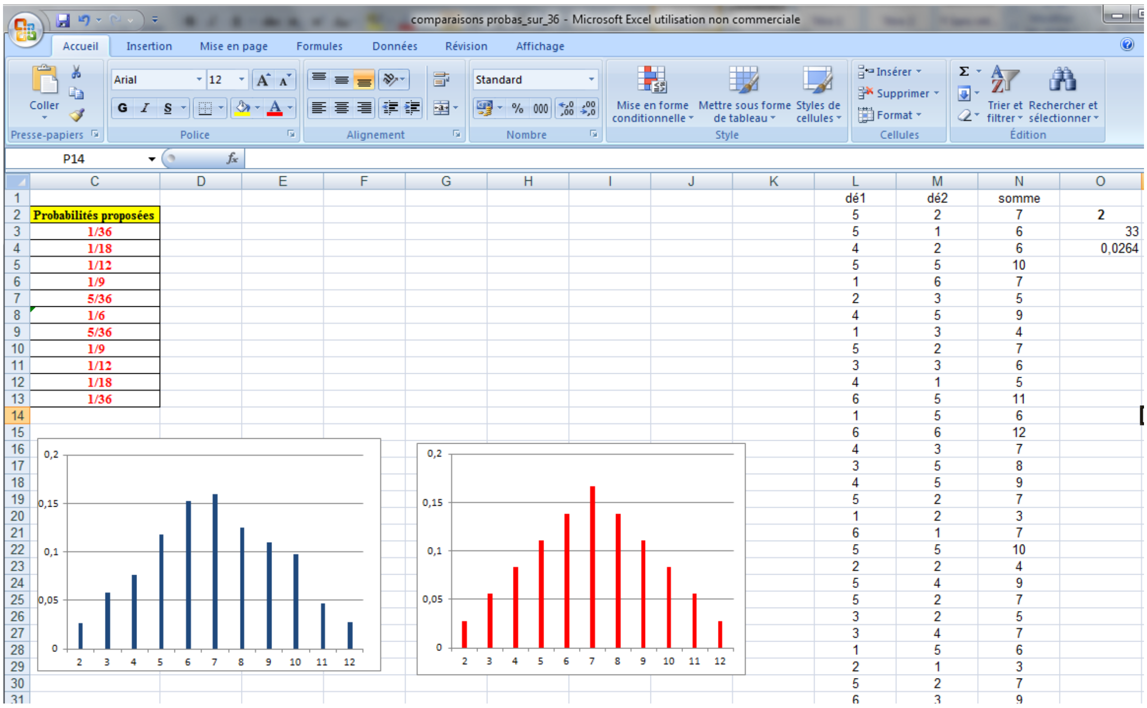

| Sommes | Fréquences de la classe | Probabilités proposées |
|---|---|---|
| 2 | 0,0256 | 1/21 |
| 3 | 0,044 | 1/21 |
| 4 | 0,088 | 2/21 |
| 5 | 0,1144 | 2/21 |
| 6 | 0,1384 | 1/7 |
| 7 | 0,1728 | 1/7 |
| 8 | 0,152 | 1/7 |
| 9 | 0,12 | 2/21 |
| 10 | 0,0744 | 2/21 |
| 11 | 0,0496 | 1/21 |
| 12 | 0,0208 | 1/21 |

| dé1 | dé2 | somme | |
|---|---|---|---|
| 6 | 4 | 10 | 2 |
| 4 | 4 | 8 | 32 |
| 5 | 3 | 8 | 0,0256 |
| 1 | 3 | 4 | |
| 5 | 3 | 8 | |
| 3 | 3 | 6 | |
| 4 | 4 | 8 | |
| 1 | 3 | 4 | |
| 3 | 1 | 4 | |
| 2 | 6 | 8 | |
| 5 | 3 | 8 | |
| 6 | 3 | 9 | |
| 4 | 3 | 7 | |
| 5 | 3 | 8 | |
| 1 | 3 | 4 | |
| 1 | 4 | 5 | |
| 3 | 3 | 6 | |
| 3 | 4 | 7 | |
| 1 | 6 | 7 | |
| 5 | 6 | 11 | |
| 2 | 1 | 3 | |
| 2 | 2 | 4 | |
| 2 | 4 | 6 | |
| 2 | 3 | 5 | |
| 2 | 3 | 5 | |
| 1 | 3 | 4 | |
| 2 | 6 | 8 | |
| 1 | 6 | 7 | |
| 1 | 6 | 7 | |
| 4 | 1 | 5 | |
| 5 | 2 | 7 | |
| 1 | 3 | 4 | |

Dans une autre tentative, des élèves prennent conscience de la nécessité de compter séparément les couples de type (1,2) et (2,1). Ce qui donne après dénombrement en utilisant un arbre de dénombrement, 36 couples.

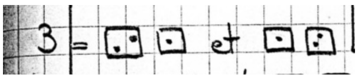
En revenant à ce qui a été fait précédemment, on attribue les probabilités $\frac{1}{36}, \frac{2}{36}, \frac{3}{36}, \frac{4}{36}, \frac{5}{36}$, … aux événements élémentaires relatifs aux issues 2, 3, 4, 5, 6, …

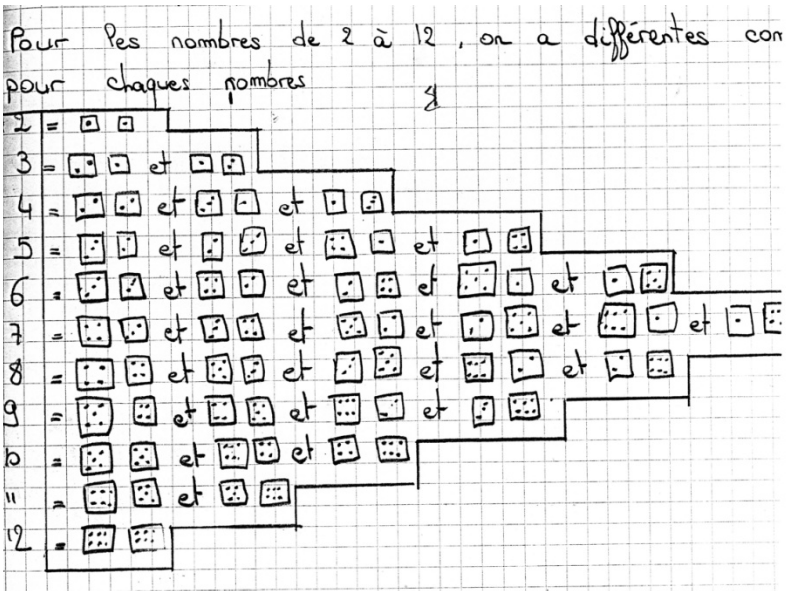
Dessiner le diagramme en bâtons de ces probabilités. Dans ce cas le modèle correspond à celui du diagramme en bâtons des fréquences.




Plusieurs relances effectuées en monstration (avec la touche F9) du fichier permettent de conjecturer les bonnes valeurs des probabilités.

Voici ce qui a été réalisé spontanément par un élève, qui décrit méthodiquement toutes les possibilités de décomposition de chaque somme. L'enseignant ayant donné, dans la phase d'expérimentations un dé rouge et un dé bleu à chacun, nous trouvons dans cette production la distinction :



### c) Supports de bilan.

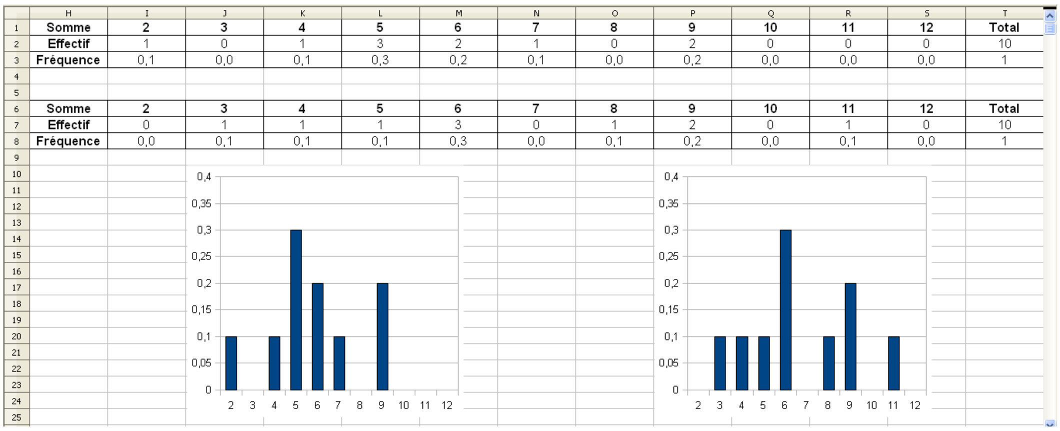
Pour un bilan, nous proposons les supports ci-après.

Pour l'invalidation de certains modèles, comme dans le déroulement décrit en partie b), nous utilisons en appui le fichier tableur comparaisons-vides.xls, et nous rentrons en direct les propositions faites par les groupes d'élèves quant aux probabilités. Les élèves observent alors la juxtaposition des deux diagrammes simultanément, dont l'un, issu des fréquences est dynamique, et le deuxième, issu de leurs propositions est statique.

Notre choix ici a été de ne pas fusionner ces deux diagrammes, car c'est l'effet contrasté des allures globales différentes qui joue son rôle de régulation par rapport au choix de modèle.

Enfin, nous distribuons les deux documents qui suivent pour le bilan.
Le premier vient en complément des premiers diagrammes de fréquences construits à la main par les élèves lors de la deuxième phase. Le tableau à double entrée est un support de preuve. Nous pourrions aussi ici proposer un arbre à ce moment.

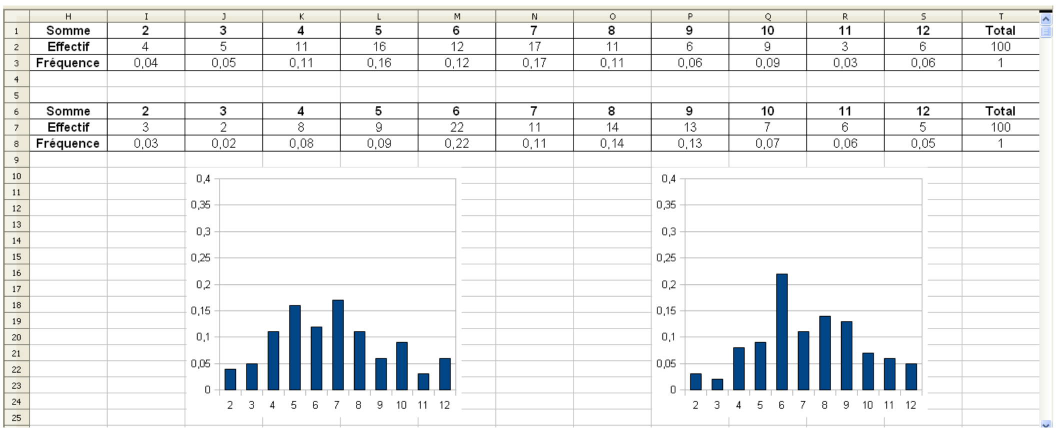
**Deux séries de 10 lancers de deux dés :**



| Somme | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 1 | 0 | 1 | 3 | 2 | 1 | 0 | 2 | 0 | 0 | 0 | 10 |
| Fréquence | 0,1 | 0,0 | 0,1 | 0,3 | 0,2 | 0,1 | 0,0 | 0,2 | 0,0 | 0,0 | 0,0 | 1 |

| Somme | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 0 | 1 | 1 | 1 | 3 | 0 | 1 | 2 | 0 | 1 | 0 | 10 |
| Fréquence | 0,0 | 0,1 | 0,1 | 0,1 | 0,3 | 0,0 | 0,1 | 0,2 | 0,0 | 0,1 | 0,0 | 1 |

**Deux séries de 100 lancers de deux dés :**



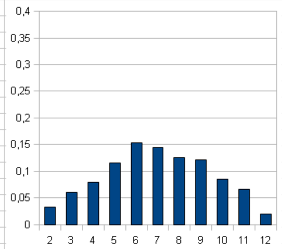
| Somme | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 4 | 5 | 11 | 16 | 12 | 17 | 11 | 6 | 9 | 3 | 6 | 100 |
| Fréquence | 0,04 | 0,05 | 0,11 | 0,16 | 0,12 | 0,17 | 0,11 | 0,06 | 0,09 | 0,03 | 0,06 | 1 |

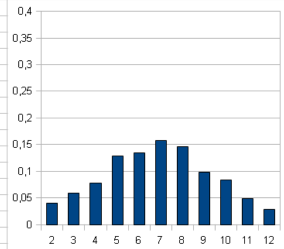
| Somme | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 3 | 2 | 8 | 9 | 22 | 11 | 14 | 13 | 7 | 6 | 5 | 100 |
| Fréquence | 0,03 | 0,02 | 0,08 | 0,09 | 0,22 | 0,11 | 0,14 | 0,13 | 0,07 | 0,06 | 0,05 | 1 |

**<u>Deux séries de 1000 lancers de deux dés :</u>**

| Somme | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 32 | 60 | 79 | 115 | 153 | 144 | 125 | 121 | 85 | 66 | 20 | 1000 |
| Fréquence | 0,032 | 0,060 | 0,079 | 0,115 | 0,153 | 0,144 | 0,125 | 0,121 | 0,085 | 0,066 | 0,020 | 1 |

| Somme | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 40 | 59 | 78 | 128 | 134 | 157 | 146 | 98 | 83 | 49 | 28 | 1000 |
| Fréquence | 0,040 | 0,059 | 0,078 | 0,128 | 0,134 | 0,157 | 0,146 | 0,098 | 0,083 | 0,049 | 0,028 | 1 |

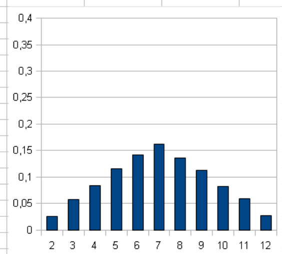


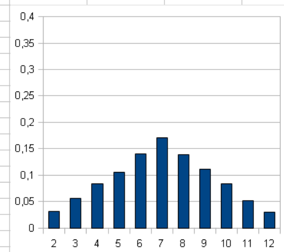




**<u>Deux séries de 10000 lancers de deux dés :</u>**

| Somme | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 248 | 568 | 837 | 1158 | 1420 | 1614 | 1353 | 1131 | 820 | 584 | 267 | 10000 |
| Fréquence | 0,0248 | 0,0568 | 0,0837 | 0,1158 | 0,1420 | 0,1614 | 0,1353 | 0,1131 | 0,0820 | 0,0584 | 0,0267 | 1 |

| Somme | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | Total |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 312 | 559 | 830 | 1052 | 1397 | 1701 | 1387 | 1118 | 834 | 511 | 299 | 10000 |
| Fréquence | 0,0312 | 0,0559 | 0,0830 | 0,1052 | 0,1397 | 0,1701 | 0,1387 | 0,1118 | 0,0834 | 0,0511 | 0,0299 | 1 |




Mais aussi ensuite:

# <u>Un tableau à double entrée :</u>

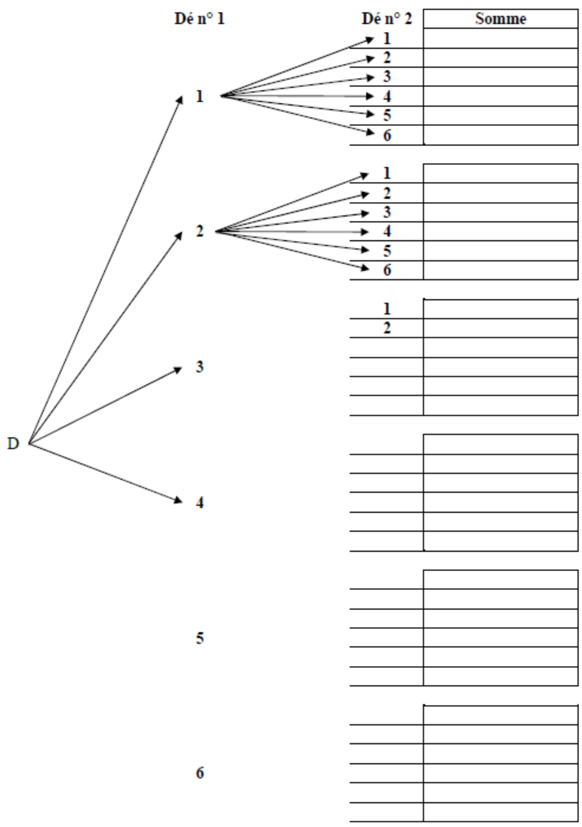
On peut représenter les différentes issues à l'aide d'un tableau à double entrée :

| | | Deuxième dé : | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| Premier dé : | **1** | | | | | | |
| | **2** | | | | | | |
| | **3** | | | | | | |
| | **4** | | | | | | |
| | **5** | | | | | | |
| | **6** | | | | | | |

On peut donner la distribution de probabilité à l'aide d'un tableau :

| Somme | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Probabilité **(valeur exacte)** | | | | | | | | | | | |
| Probabilité **(valeur arrondie au millième)** | | | | | | | | | | | |

ou encore un arbre :




| **Sommes** | 2 | 3 | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Probabilités** | | | | | | | | | | | |

## ④ Notre choix dans l'intervention des TICE

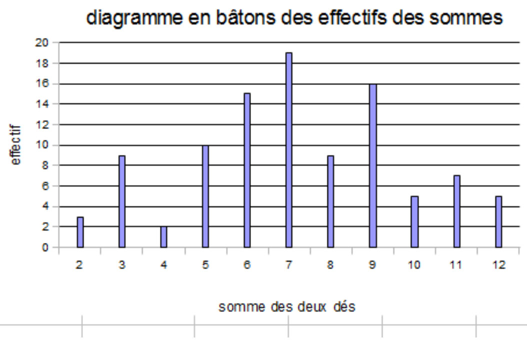
Nous aurions pu choisir de faire simuler la somme de deux dés avec un tableur, mais se posait alors pour nos élèves la question de la profusion des données à traiter. L'étude par les élèves des sommes de 2 à 12 nous semblait trop importante, en termes de coût d'entrées de formules, de prise en compte de références absolues, de gestion de feuille de calcul (même en termes d'espace et présentation), et de temps.

Voici quelques éléments éclairant nos propos: ce qui suit permet la visualisation des fréquences des sommes possibles ensuite.

| | A | B | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1er dé | 2ème dé | somme des deux dés | | sommes | effectifs |
| 2 | =ENT(ALEA()*6)+1 | =ENT(ALEA()*6)+1 | =SOMME(A2:B2) | | 2 | =NB.SI($C$2:$C$101;E2) |
| 3 | =ENT(ALEA()*6)+1 | =ENT(ALEA()*6)+1 | =SOMME(A3:B3) | | 3 | =NB.SI($C$2:$C$101;E3) |
| 4 | =ENT(ALEA()*6)+1 | =ENT(ALEA()*6)+1 | =SOMME(A4:B4) | | 4 | =NB.SI($C$2:$C$101;E4) |
| 5 | =ENT(ALEA()*6)+1 | =ENT(ALEA()*6)+1 | =SOMME(A5:B5) | | 5 | =NB.SI($C$2:$C$101;E5) |
| 6 | =ENT(ALEA()*6)+1 | =ENT(ALEA()*6)+1 | =SOMME(A6:B6) | | 6 | =NB.SI($C$2:$C$101;E6) |

Ces formules permettent la construction de la feuille de calcul suivante :

| | A | B | C | D | E | F | G | H | I | J |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1er dé | 2ème dé | somme des deux dés | | sommes | effectifs | | | | |
| 2 | 2 | 6 | 8 | | 2 | 3 | | | | |
| 3 | 4 | 2 | 6 | | 3 | 9 | | | | |
| 4 | 1 | 2 | 3 | | 4 | 2 | | | | |
| 5 | 4 | 2 | 6 | | 5 | 10 | | | | |
| 6 | 4 | 1 | 5 | | 6 | 15 | | | | |
| 7 | 1 | 1 | 2 | | 7 | 19 | | | | |
| 8 | 6 | 6 | 12 | | 8 | 9 | | | | |
| 9 | 5 | 3 | 8 | | 9 | 16 | | | | |
| 10 | 5 | 3 | 8 | | 10 | 5 | | | | |
| 11 | 2 | 3 | 5 | | 11 | 7 | | | | |
| 12 | 1 | 1 | 2 | | 12 | 5 | | | | |
| 13 | 2 | 5 | 7 | | | | | | | |
| 14 | 1 | 4 | 5 | | | | | | | |
| 15 | 6 | 6 | 12 | | | | | | | |
| 16 | 5 | 4 | 9 | | | | | | | |
| 17 | 3 | 3 | 6 | | | | | | | |
| 18 | 2 | 4 | 6 | | | | | | | |
| 19 | 1 | 5 | 6 | | | | | | | |
| 20 | 3 | 2 | 5 | | | | | | | |
| 21 | 1 | 2 | 3 | | | | | | | |
| 22 | 5 | 6 | 11 | | | | | | | |
| 23 | 4 | 6 | 10 | | | | | | | |
| 24 | 3 | 2 | 5 | | | | | | | |
| 25 | 6 | 3 | 9 | | | | | | | |
| 26 | 6 | 5 | 11 | | | | | | | |
| 27 | 5 | 2 | 7 | | | | | | | |
| 28 | 5 | 5 | 10 | | | | | | | |
| 29 | 5 | 6 | 11 | | | | | | | |
| 30 | 3 | 2 | 5 | | | | | | | |
| 31 | 5 | 1 | 6 | | | | | | | |
| 32 | 2 | 4 | 6 | | | | | | | |




Il nous est aussi arrivé de faire faire des simulations en salle informatique où des groupes s'intéressaient par exemple à la fréquence de somme égale à 7 tandis que d'autres groupes avaient en charge une autre somme. Cependant, dans ce cas de figure, les élèves ne sont pas prêts à rassembler leurs fréquences observées pour un très grand nombre de simulations, peut-être parce que ces simulations sont inscrites dans des feuilles de calcul distinctes ?

Aussi, nous avons donc choisi comme scénario une utilisation des TICE en monstration par l'enseignant du fichier comparaisons-vides.xls.

Nous clôturons ce scénario par une réponse à la problématique initiale :

*Sur quelle somme Pierre doit-il parier pour gagner ?*

| somme | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Probabilité (valeur exacte) | $\frac{1}{36}$ | $\frac{2}{36}$ | $\frac{3}{36}$ | $\frac{4}{36}$ | $\frac{5}{36}$ | $\frac{6}{36}$ | $\frac{5}{36}$ | $\frac{4}{36}$ | $\frac{3}{36}$ | $\frac{2}{36}$ | $\frac{1}{36}$ |

Au regard des calculs des probabilités, Pierre doit parier sur le 7.

## ⑤ Le problème du duc de Toscane.

Voici une possibilité pour faire travailler sur ce problème historique dans nos classes.
Cette proposition suppose un nombre suffisant de dés par groupes dans un premier temps, puis un accès rapide à l'utilisation d'un tableur. Nous avons choisi de proposer en 2e partie d'année ce problème en exposé, (comme Franc-Carreau) par groupe de 4 élèves, avec un encadrement de 5 séances conjointement menées au cdi par le professeur documentaliste et le professeur de mathématiques.

**Thème d' exposé :**

Le duc de Toscane, contemporain de Galilée au XVIIème siècle et grand joueur de dés, avait cru observer qu'en lançant trois dés, on obtenait plus souvent un total de 10 qu'un total de 9. Le résultat l'étonnait car les nombres 10 et 9 se décomposent tous les deux de six façons différentes (vérifiez-le).

Galilée élucida le problème.

**(1)** Faire l'expérience 10 fois avec trois dés, et calculer la fréquence d'apparition de 9 et celle de 10.

**(2)** Comment peut-on simuler le lancer de trois dés réguliers avec un tableur ? Faire 100 fois cette simulation, et calculer la fréquence d'apparition de 9 et celle de 10.

**(3)** Simuler 1000 puis 10000 jets de trois dés, à l'aide d'un tableur. Quelle conclusion peut-on en tirer ?

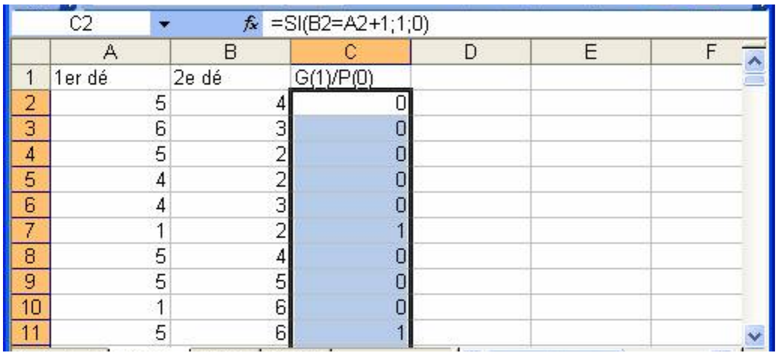
## ⑥ Intervalle de fluctuation en classe de $2^{nde}$

Un prolongement possible de l'utilisation de deux dés, est l'introduction des intervalles de fluctuation, comme suit. Notre choix, ici, pour gagner du temps sur la simulation, est de donner le test « Si » mais la formule peut tout à fait être laissée à la charge des élèves, selon leur genèse instrumentale. Nous visons surtout dans un temps limité, en séance TICE, un travail sur les parties II, III et IV, d'où la prise en charge en I.

## Vers l'intervalle de fluctuation

### I- Simulation avec un tableur :

On lance deux dés, l'un après l'autre, et l'on recherche la probabilité d'obtenir deux chiffres qui se suivent dans l'ordre croissant.



C2 =SI(B2=A2+1;1;0)

| | A | B | C | D | E | F |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1er dé | 2e dé | G(1)/P(0) | | | |
| 2 | 5 | 4 | 0 | | | |
| 3 | 6 | 3 | 0 | | | |
| 4 | 5 | 2 | 0 | | | |
| 5 | 4 | 2 | 0 | | | |
| 6 | 4 | 3 | 0 | | | |
| 7 | 1 | 2 | 1 | | | |
| 8 | 5 | 4 | 0 | | | |
| 9 | 5 | 5 | 0 | | | |
| 10 | 1 | 6 | 0 | | | |
| 11 | 5 | 6 | 1 | | | |

① Placer dans les colonnes A et B le résultat de 2000 lancers d'un dé.
Placer dans la case C2, la formule **=SI(B2=A2+1;1;0)**
Étendre cette formule à l'ensemble de la colonne C.

② Faire la somme des éléments de la colonne C.
Faire ensuite calculer la fréquence $f$ de l'événement « Gagné ».

### II- Obtention de plusieurs échantillons :

À l'aide de la touche F9, relancer 20 fois la simulation, et relever dans le tableau ci-dessous les différentes valeurs de la fréquence observée.

| N° d'échantillon | N°1 | N°2 | N°3 | N°4 | N°5 | N°6 | N°7 | N°8 | N°9 | N°10 | N°11 | N°12 | N°13 | N°14 | N°15 | N°16 | N°17 | N°18 | N°19 | N°20 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Valeur de f | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

### III- Recherche d'intervalle :

Réunir les fréquences de 10 tableaux comme celui produit ci-dessus pour obtenir une liste de 200 fréquences.

Déterminer, à partir des 200 fréquences réunies, l'intervalle minimal où se trouvent les fréquences lorsque l'on a enlevé les 2,5 % valeurs les plus basses et les 2,5 % valeurs les plus hautes.

### IV- Étude théorique :

① Remplir le tableau ci-dessous en mentionnant les cases gagnantes.

| \ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | | |
| 2 | | | | | | |
| 3 | | | | | | |
| 4 | | | | | | |
| 5 | | | | | | |
| 6 | | | | | | |

② En déduire la probabilité de l'événement « gagné » (G).

③ Comment se situe cette valeur par rapport à l'intervalle vu au III ?

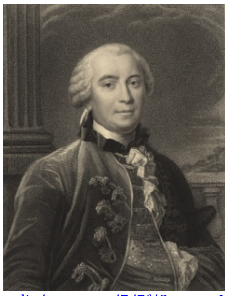
Bilan : Cet l'intervalle est appelé **l'intervalle de fluctuation au seuil de 95%.**

# Le Jeu de Franc-Carreau

## ① Historique

Ce jeu fait son apparition dès le Moyen-âge. A l'époque, un écu était jeté sur un sol carrelé et les joueurs pariaient sur la position de cet écu : si la pièce tombait entièrement à l'intérieur d'un carreau, on parlait de « Franc-Carreau ». Le comte de Buffon (1733), Georges Louis Leclerc a étudié ce jeu et écrivait à son propos :

*Voici un problème qui m'a occupé ces jours passés, et qui sera peut-être du goût de Mr de Moivre. Vous ne savez peut-être pas ce que nous appelons en français le jeu du franc-carreau. Dans une chambre pavée de carreaux, on jette en l'air un écu. S'il retombe sur un seul carreau, on dit qu'il tombe franc, et celui qui l'a jeté gagne. S'il tombe sur deux ou plusieurs carreaux, celui qui l'a jeté perd. C'est un problème à résoudre et qui n'a point de difficulté : trouver la probabilité de gagner ou de perdre, les carreaux et l'écu étant donnés.*



http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/7/7f/Georges-Louis_Leclerc,_Comte_de_Buffon.jpg

## ② Inscription dans une progression annuelle

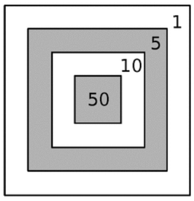
Nous avons positionné ce scénario à la suite de quatre autres. Ce dernier, qui peut être remplacé par « Les deux chèvres » si l'enseignant veut réactiver l'aire d'un disque (voir brochure *Une initiation aux probabilités par le jeu*, B. Masselin et F. Vivien), procède de la même façon en terme de déroulement.

| Période 1<br>7 semaines | Période 2<br>6 semaines | Période 3<br>7 semaines | Période 4<br>6 semaines | Période 8<br>8 semaines |
|---|---|---|---|---|
| Arithmétique 1<br>*Info: tableur (algorithme d'Euclide)* | Probas-Stats 2<br>Lancer de punaises<br>*Fluctuation des fréquences*<br>Probas anglaises F1 | Arithmétique 2 | Calcul Littéral 3 | Calcul littéral 5 |
| Fonctions 1 | Espace 1: | Probas-Stats 4<br>Dés et fractions, événement contraire<br>*Info: simulation tableur*<br>Probabilités italiennes F2 | Fonctions 2 | Probas-Stats 7<br>Quartiles /Médiane<br>*Info: Contrôles radar* |
| Probas Stats 1<br>*Notion de hasard,*<br>Avec un dé<br>Probabilités italiennes F1<br>*Info: Pense bête* | Probas Stats 3<br>Urne inconnue<br>Probas anglaises F2 | Géométrie plane 3 | Probas-Stats 6<br>Franc carreau ou Chèvre<br>*Probabilités géométriques*<br>*Info: geogebra*<br>Cible | Fonctions 4 |
| Géométrie plane 1 | Géométrie plane 2 | Espace 2 | Géométrie plane 4 | Géométrie plane 5 |
| Calcul Littéral 1 | Calcul Littéral 2 | Probas-Stats 5<br>Avec deux dés : somme<br>*(non équiprobabilité)* | Calcul littéral 4 | Calcul littéral 6 |

Ce travail sur les probabilités géométriques est essentiel car il permettra aux élèves de traiter des exercices de calculs de probabilités d'atteindre certaines zones de cibles (exemple 1) mais aussi de mieux appréhender la loi uniforme en terminale.

Exemple 1 :

**14** Un tireur tire parfaitement au hasard sur la cible ci-contre, sans jamais la rater.




Tous les carrés sont concentriques et leurs côtés ont pour mesure 5 cm, 10 cm, 15 cm et 20 cm.

La probabilité relative à une région est proportionnelle à son aire.

Quelle est la probabilité (exprimée sous la forme d'une fraction irréductible) pour qu'il gagne

**a.** 50 points ? **b.** 10 points ? **c.** 5 points ?

http://mep-outils.sesamath.net/manuel_numerique/diapo.php?atome=46329&ordre=1

Franc-carreau est une situation clé donnant du sens et permettant de comprendre l'enjeu de la phrase entourée ci-dessus.

Un problème de cible est d'ailleurs étudié par J. Bertrand dans le livre « *Calcul des probabilités* » dès 1889 où il souligne les problèmes de modélisation.

**27.** Problème XVI. — *On tire à la cible. L'arme, sans être parfaite, ne présente aucun défaut systématique; les déviations ont en tous sens même probabilité. L'hypothèse est-elle réalisable? On le suppose.*

*Quelle est la probabilité pour que le point frappé soit à une distance du but comprise entre $r$ et $r + dr$?*

J.C. Thenard reprend en particulier ce problème dans le Repères IREM n°67 (avril 2007)

## ③ Un premier scénario

Ce scénario est composé de plusieurs phases :

- Le temps de la découverte du jeu et recueil des données (20 min salle de classe)
- La recherche de la probabilité (salle info 1h ou classe mobile)
- La synthèse des groupes et institutionnalisation (30min à 1h en 3ème ou plus si fait en 2nde jusqu'aux intervalles de fluctuation)

### a) Le temps de la découverte du jeu

Phase de 20 minutes à positionner en 2ème partie de séance (si l'enseignant ne dispose pas de classe mobile). Cette phase est importante, elle permet aux élèves de s'approprier le jeu et ses règles, d'expérimenter avant de modéliser. Elle s'appuie sur l'approche fréquentiste de la notion de probabilité. Ultérieurement, les élèves auront accès à la preuve par calcul de la probabilité.

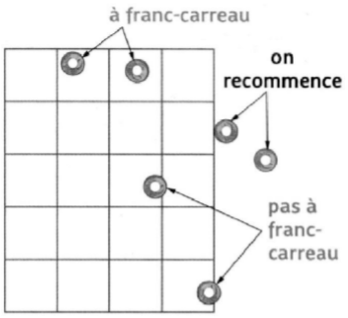
Les élèves sont regroupés par quatre dès le début de la première phase.

Les élèves disposent individuellement :

- de la consigne 1 (Annexe 4)
- d'un jeton qui est en réalité une rondelle trouée de rayon 1cm.

Les élèves prennent ensuite possession de la règle du jeu avec la consigne 1.

On dispose d'un damier constitué de carrés de côté 5 cm.
On lance au hasard un jeton métallique de rayon 1 cm.
On dit que le jeton est à franc-carreau s'il ne chevauche pas les lignes du quadrillage.
Si le centre du jeton est à l'extérieur du damier, alors le lancer ne compte pas et on recommence le lancer.

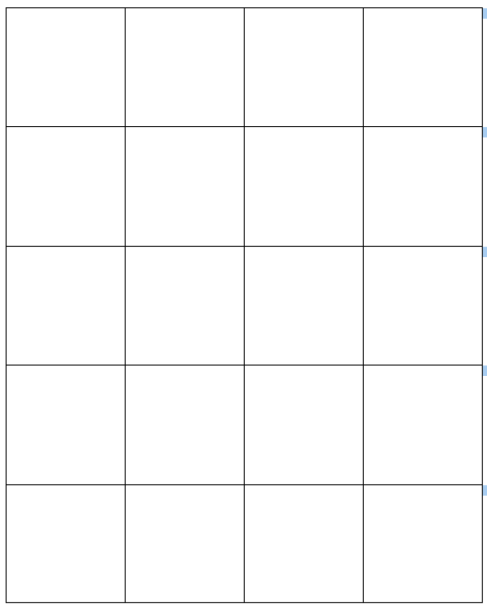



① Effectuer 10 lancers et, à chaque lancer :
marquer sur le damier la position du centre du jeton :

- en rouge si franc-carreau est réussi
- en bleu sinon ;

noter 1 si franc-carreau est réussi, et 0 sinon.

Chaque groupe reçoit alors un unique transparent sur lequel le damier du jeu de Franc-carreau est représenté ainsi que des feutres rouge et bleu pour transparent.



Ce damier comporte 20 carreaux de côté 5 cm chacun (Annexe 5).

10 lancers étant attendus par élève, il figurera donc 40 points correspondant au « centre du jeton » de couleur rouge ou bleu sur le transparent de chaque groupe.

Nous précisons dès les premières expériences que le marquage des centres doit se faire par un point rond occupant tout l'espace et non par une croix (comme les élèves ont l'habitude de représenter un point).

Accepté

A éviter

Ce détail aura par la suite son importance, ce choix est fait pour faciliter le passage des fréquences observées au calcul de probabilité. L'écu historique a été transformé en rondelle à gros trou afin de marquer de façon grossière l'emplacement du centre.

Pendant le recueil des expériences, les élèves doivent comparer des fréquences obtenues, pour constater un début de fluctuation, même s'ils ne le verbalisent pas comme cela.

<u>Extrait de Consigne 1 :</u>

Calculer la fréquence de francs-carreaux que vous avez obtenu.

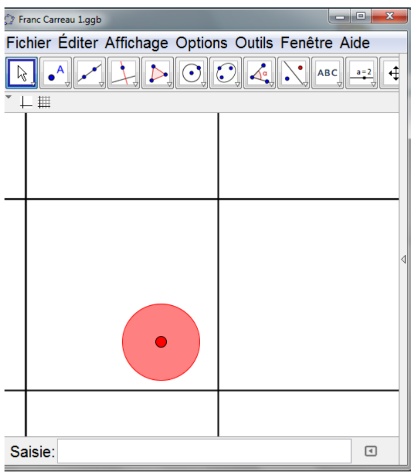
.......................................................................................................................

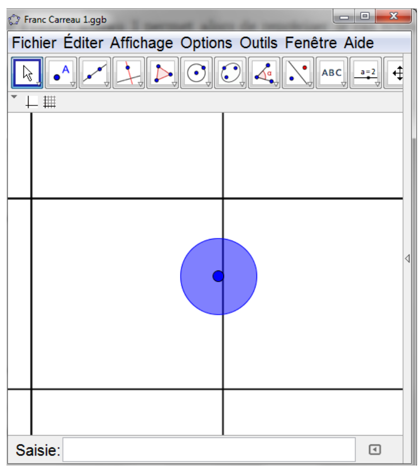
Comparer les fréquences obtenues par les autres élèves de la classe. Que constate-t-on ?

.......................................................................................................................

Cette phase peut prendre jusqu'à 20 minutes. On peut lors de cette phase, faire un point sur les règles du jeu. Il peut être intéressant de positionner le damier (donc le transparent) dans un couvercle de carton de feuilles A4 afin que le jeton reste sur le quadrillage.

Le fichier GeoGebra intitulé Franc Carreau1.ggb rétro-projeté est une aide pour l'ensemble de la classe, si nécessaire au départ et sera montré et manipulé par l'enseignant.



Grâce à une relance effectuée par la touche F9, en pas à pas, l'enseignant peut effectuer quelques expériences (3 ou 4) et s'assurer de la bonne compréhension de tous, ou est un support visuel pour repréciser les règles du jeu. Il sera alors opportun d'amener aussi les élèves à débattre sur ce que sous-entend la phrase suivante : « On lance au hasard un jeton métallique ». En effet, ici est fait le choix de l'équiprobabilité des points du damier : tous ces points du damier ont la même « chance » de devenir le centre du jeton lancé. Le choix d'un modèle sera alors soulevé.

### b) Le recueil par l'enseignant des données de la classe

Le recueil de toutes les données de la classe, qui pourrait s'avérer fastidieux est ici très simple. Il suffit à l'enseignant de récupérer les transparents de sa classe puis de les superposer soigneusement afin que les quadrillages ne fassent qu'un. Ainsi, visuellement, l'accumulation de tous les points peut permettre une prévisualisation d'aires concernées par le calcul de probabilité de « Franc-Carreau ».

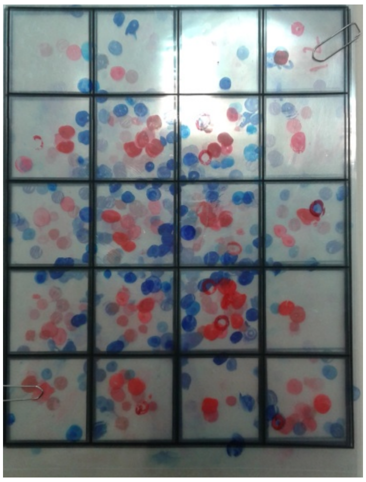
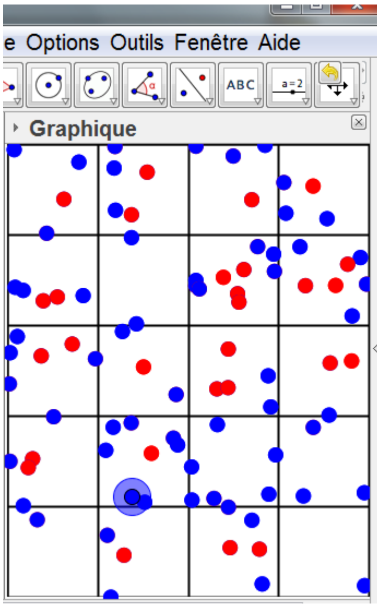
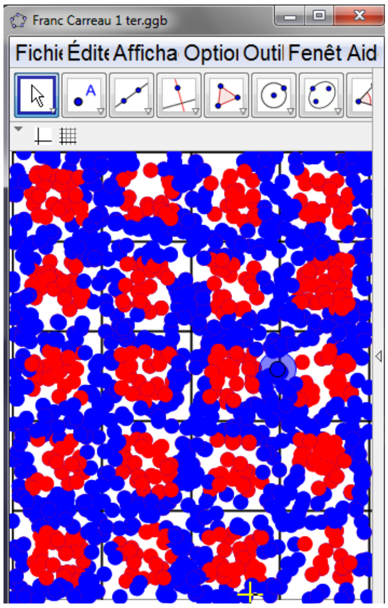


Photo de transparents superposés.

Le fichier Franc Carreau1bis.ggb permet de considérer ce jeu dans son ensemble, et de présenter plusieurs simulations de lancers sur un damier rappelant le damier du transparent. De même pour le fichier ter.ggb.




Les transparents superposés donneront une vision intermédiaire entre les deux captures d'écran ci-dessus.

### c) L'apport des TICE pour la recherche de la probabilité

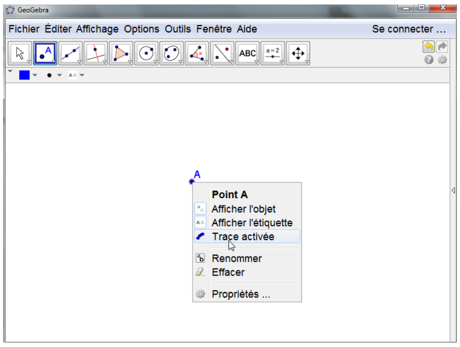
C'est la phase 2. Elle nécessite des ordinateurs pour les élèves. Nous proposons une heure de travail avec l'apport d'un logiciel de géométrie dynamique pour répondre à la question suivante.

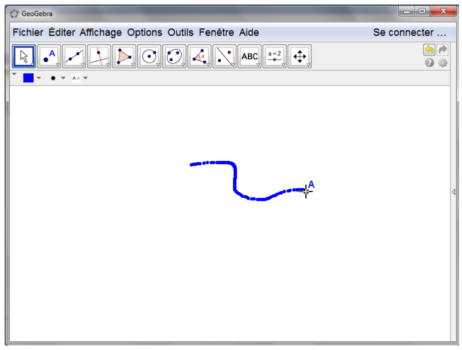
② Quelle est la probabilité de franc-carreau ?

Les élèves sont par binôme dans une salle informatique ou restent par groupe de quatre avec accès à un ordinateur dans le cas d'une classe mobile. Ils travailleront sous GeoGebra et construiront leur fichier sans autre indication supplémentaire.

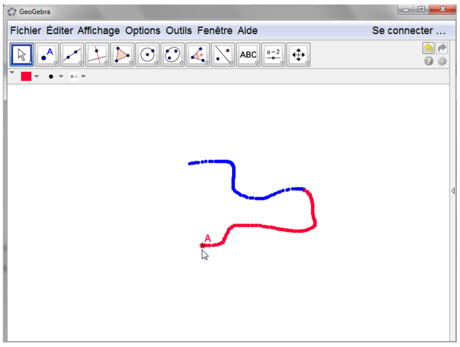
Pendant environ 1h, ils vont tenter de préciser les aires concernées par Franc-carreau, tout en se focalisant pour beaucoup sur un seul carré. Certains prendront appui sur le quadrillage, d'autres non et referont un réseau de parallèles et de perpendiculaires. Une entière liberté est laissée ici dans cette phase et aucune consigne autre que celle donnée initialement n'est ajoutée.

En amont de ce scénario concernant Franc-carreau, il est utile de montrer ce qu'est la *Trace d'un point*, comment l'activer et la possibilité de changer de couleur le point, ce qui modifie la couleur de la trace de ce dernier.

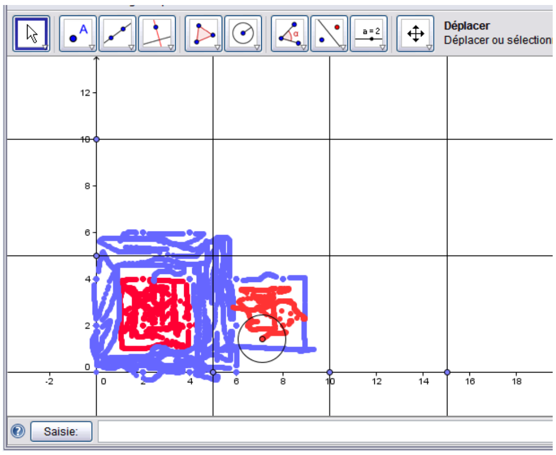



Avec un clic droit sur le point A, on obtient le menu qui permet d'activer sa Trace. En déplaçant alors le point A, on observe la Trace du point A, c'est-à-dire toutes les positions prises par A lors de ses déplacements. Dans Propriétés, on peut changer de couleur le point et la Trace changera aussi de couleur.




### d) Un exemple de production de groupe




Voici une capture d'écran de production d'un groupe après 1h de séance en salle informatique. Ce groupe a représenté en partie le damier en prenant appui sur le repère. D'autres groupes ont zoomé sur un seul carré. Certains sont passés progressivement de l'approche du carré intérieur par déplacement et coloriage à l'aide de la Trace à la reconnaissance d'une zone délimitée par un carré (zone correspondant aux positions du centre du jeton pour lesquels on a Franc-Carreau). Ils ont alors quitté le mode Trace pour faire apparaître ce carré. Le passage du cadre discret au continu s'opère alors.

Les élèves ont à rendre une synthèse de groupe en tentant de donner une réponse à la question ② par groupe.

Pour les groupes rapides, il peut être intéressant de demander comment évoluerait la probabilité d'avoir « Franc-Carreau » si le jeton était deux fois plus petit, ou encore si le damier était deux fois plus grand. Ce type de prolongement permet de gérer l'hétérogénéité des groupes en séance TICE.

### e) Synthèse des groupes

Voici la phase 3, elle sera faite en classe entière. Sa durée dépend du nombre de synthèses de groupes visualisé, et de ce que l'enseignant veut en montrer. Compter entre 30 minutes et 1h. Elle prend appui sur la fiche en Annexe 6. C'est alors le moment de regroupement pour comparer la probabilité obtenue par chaque groupe. Elle se fait au bout d'1h 30min de travail collectif.

Ici avec la taille du damier choisie (carrés de 5 cm de côté) et la taille de la rondelle (de rayon 1 cm) :

Si F est l'événement « obtenir Franc-Carreau », sa probabilité p(F) vaut :

$$p(F)=\frac{3^2}{5^2} \quad \text{donc} \quad p(F)=\frac{9}{25}.$$

## ④ Une variante possible dans le recueil et l'exploitation des données.

En classe de 3ème, il peut être envisagé de recueillir les données statistiques obtenues par chaque élève (Annexe 7). Comme pour le scénario des lancers de punaises, il s'agira de cumuler les expériences des élèves dans un tableau (mais cette fois sans transparents superposés) et de représenter la fluctuation des fréquences papier-crayon en plaçant les points de coordonnées (nombre de lancers ; fréquence de F).

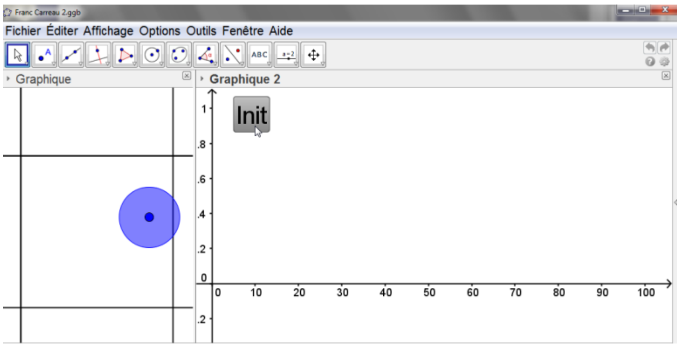
## ⑤ Fluctuation d'échantillonnage

Notons que cette phase est facilitée par le scénario de la punaise fait en amont.

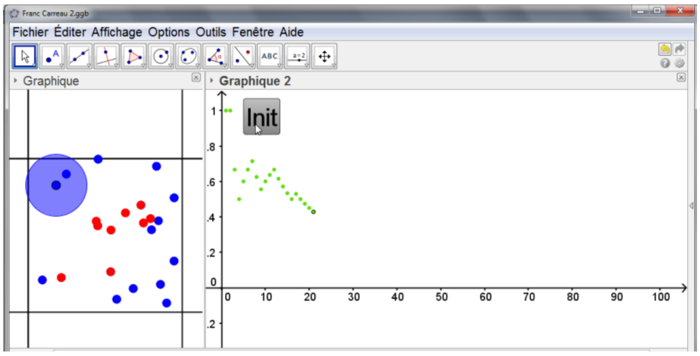
Dans un premier temps, les élèves construisent cette représentation graphique point par point, papier-crayon pour la punaise, et cela permettra sans doute de donner du sens à ce qui sera observé dans la fenêtre graphique 2 de fichiers comme Franc-Carreau2.ggb.

Pour Franc-Carreau, voici comment on peut exploiter le fichier Franc-Carreau2.ggb en monstration en classe entière ensuite.

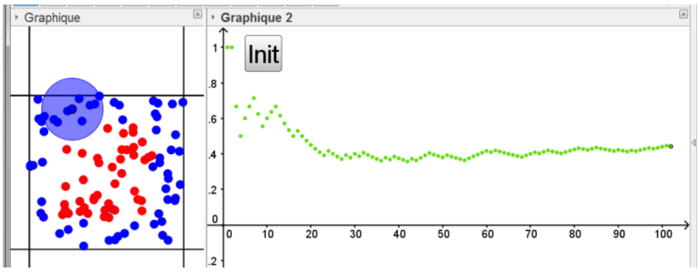
Tout d'abord une première simulation est obtenue en cliquant sur Init et $F9$




La fréquence est représentée en fonction du nombre de lancers.

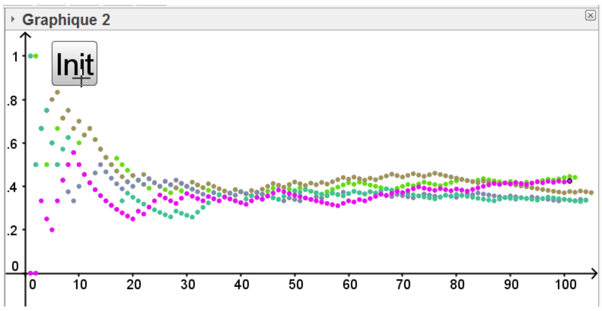



Plus le nombre de lancers est grand, plus cette fréquence semble se stabiliser.




Ceci permet d'illustrer par visualisation la loi des grands nombres. En cliquant sur Init, une nouvelle simulation peut être faite, puis ceci peut être recommencé à souhait.

Pour chaque nouvelle simulation, les points de la fenêtre graphique 2 changent de couleur.

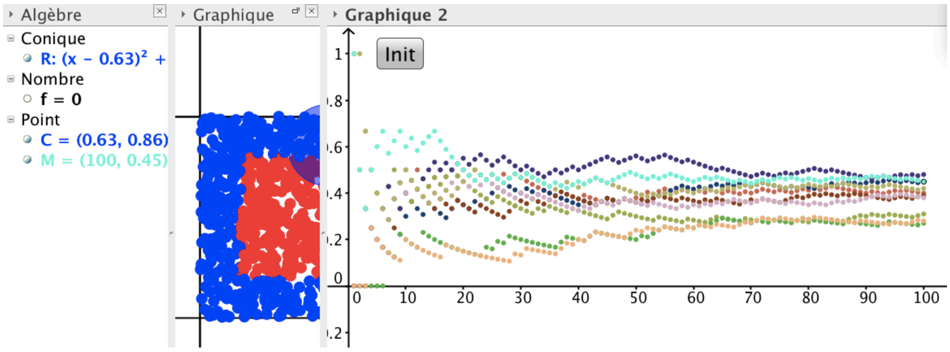


Les intervalles de fluctuation peuvent à cette occasion être introduits en classe de Seconde. Avec un damier de carreaux de 5 cm de côté et un jeton de 2 cm de diamètre, si F est l'événement « obtenir Franc-Carreau », sa probabilité p(F) vaut :

$$p(F)=\frac{3^2}{5^2} \quad \text{donc} \quad p(F)=\frac{9}{25}.$$

Avec l'appui du fichier précédent, il est possible de conjecturer que la fréquence d'apparition de « Franc-Carreau », pour des échantillons de taille 100, appartient à l'intervalle $[\frac{9}{25}-\frac{1}{\sqrt{100}}; \frac{9}{25}+\frac{1}{\sqrt{100}}]$, soit [0,26 ; 0,46] avec une probabilité d'au moins 95%.

Chaque élève sera amené à faire avec ce même fichier 10 simulations de 100 lancers : ils obtiendront alors 10 échantillons dont ils pourront lire la fréquence pour 100 lancers dans la fenêtre algèbre (ordonnée du point M).




Ensuite l'enseignant regroupera les valeurs obtenues par tous les élèves dans un tableau comme ci-dessous. Il obtiendra ainsi environ 350 fréquences.

| Echantillon De taille 100 | N°1 | N°2 | N°3 | N°4 | N°5 | N°6 | N°7 | N°8 | N°9 | N°10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Fréquences Elève1 | | | | | | | | | | |
| Fréquences Elève2 | | | | | | | | | | |
| Fréquences Elève3 | | | | | | | | | | |
| Fréquences Elève4 | | | | | | | | | | |
| … | | | | | | | | | | |

…

Ce recueil servira d'appui pour compter le nombre de fréquences n'appartenant pas à l'intervalle de fluctuation [0,26 ; 0,46] et d'en évaluer le pourcentage.

La fréquence d'apparition de « Franc-Carreau » appartient à [0,26 ; 0,46] avec une probabilité proche de 95%. C'est alors l'occasion d'institutionnaliser cette notion d'échantillonnage, de fluctuation d'échantillonnage et d'installer les intervalles de fluctuation.

### ⑥ Soutenance d'un exposé sur Franc-Carreau

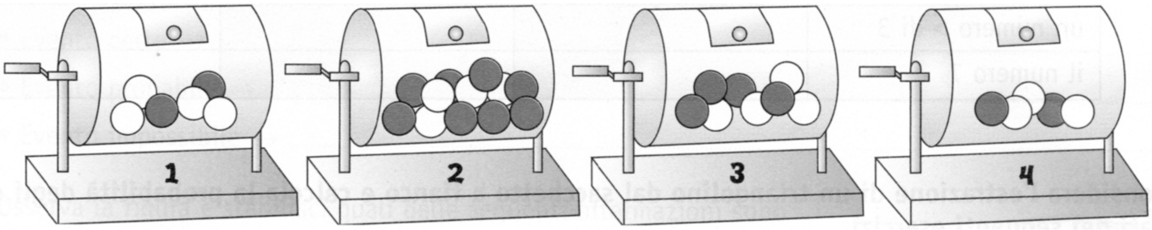
Au collège Camille Saint Saens de Rouen, le jeu du Franc-Carreau a fait l'objet d'une recherche d'un groupe d'élèves de 3ème en 2013. Les élèves avaient la consigne 1 et devaient soutenir un exposé à l'aide d'un diaporama en réponse à la problématique. Ils ont bénéficié de 5 séances d'une heure par semaine au CDI, séances animées par le professeur documentaliste et l'enseignant de mathématiques. Les élèves ont été amenés à soutenir devant un jury varié (personnel administratif, enseignants de mathématiques mais pas seulement) le fruit de leur recherche pendant 10 minutes puis ils ont été questionnés 10 minutes ensuite. Le fichier intitulé vidéoFranc-CarreauExposé2013 présente une reconstitution de cette soutenance.

# Annexes

Annexe 1 : 3ème : **Probabilités italiennes (1)**

**Exercice 1 :**

Observe le dessin suivant et répond aux questions.




**(1)** Dans quelle urne est-il le plus probable d'extraire au hasard une bille grise ?

..........................................................................................................................................

Pourquoi ?

..........................................................................................................................................

**(2)** Dans quelle urne est-il le moins probable d'extraire au hasard une bille grise ?

..........................................................................................................................................

Pourquoi ?

..........................................................................................................................................

**(3)** Dans quelle urne la probabilité d'extraire au hasard une bille grise est-elle de 1/2 ?

..........................................................................................................................................

Pourquoi ?

..........................................................................................................................................

**(4)** Dans quelle urne la probabilité d'extraire au hasard une bille grise est-elle égale à celle d'extraire une bille blanche ?

..........................................................................................................................................

Pourquoi ?

..........................................................................................................................................

**Exercice 2 :**

Dans les sachets suivants, dessine quatre billes vertes et un certain nombre (de ton choix) de billes rouges, de façon à satisfaire les indications données à côté de chaque sachet.

L'extraction d'une bille verte est un événement certain.

Il est plus probable d'extraire une bille verte.

Il est plus probable d'extraire une bille rouge.

La probabilité d'extraire une bille verte est égale à celle d'extraire une bille rouge.

**Exercice 3 :**

Dans les sachets suivants, dessine un certain nombre (de ton choix) de billes rouges, de façon à satisfaire les indications données à côté de chaque sachet.

La probabilité d'extraire une bille rouge est $\frac{5}{12}$.

La probabilité d'extraire une bille rouge est $\frac{3}{8}$.

La probabilité d'extraire une bille rouge est $\frac{2}{5}$.

La probabilité d'extraire une bille rouge et $\frac{1}{4}$.

La probabilité d'extraire une bille bleue ou une rouge est $\frac{8}{9}$.

La probabilité d'extraire une bille verte ou une rouge est $\frac{3}{4}$.

**Exercice 4 :**

On considère l'extraction d'une bille dans un sac contenant 100 billes marquées par les nombres entiers de 1 à 100. On souhaite calculer la probabilité des évènements suivants.

**(1)** « Extraire un nombre formé de deux chiffres. »

..........................................................................................................................................................

**(2)** « Extraire un nombre formé de trois chiffres. »

..........................................................................................................................................................

**(3)** « Extraire un nombre formé de quatre chiffres. »

..........................................................................................................................................................

**(4)** « Extraire un nombre multiple de 5. »

..........................................................................................................................................................

**(5)** « Extraire un nombre multiple de 10. »

..........................................................................................................................................................

**(6)** « Extraire un nombre multiple de 20. »

..........................................................................................................................................................

**(7)** « Extraire un nombre premier. »

..........................................................................................................................................................

**(8)** « Extraire un nombre divisible par 25. »

..........................................................................................................................................................

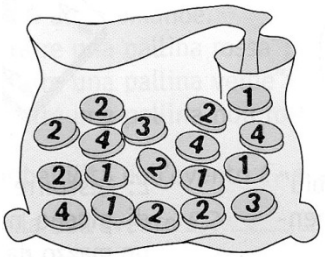
**(9)** « Extraire un nombre multiple de 50. »

..........................................................................................................................................................

**Annexe 2 :** 3ème

# Probabilités italiennes (2)

**I-** Pour chaque situation illustrée, calculer la probabilité des évènements indiqués.



E : « extraire un nombre inférieur à 4 »

F : « extraire un nombre supérieur à 3 »

G : « extraire un nombre supérieur à 5 »

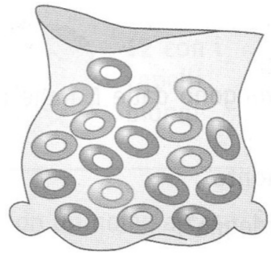
p(E) = p(F) = p(G) =

E : « extraire un jeton jaune »

F : « extraire un jeton rouge »

G : « extraire un jeton bleu ou jaune »

p(E) = p(F) = p(G) =

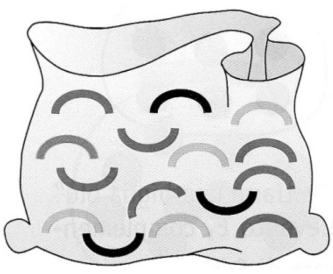


E : « extraire un anneau rouge »

F : « extraire un anneau bleu »

G : « extraire un anneau vert ou bleu »

p(E) = p(F) = p(G) =

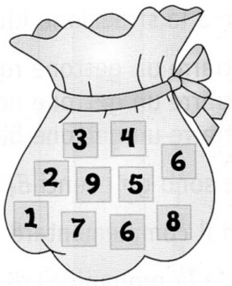


E : « extraire un arc jaune »

F : « extraire un arc noir »

G : « extraire un arc jaune ou vert »

p(E) = p(F) = p(G) =




E : « extraire un multiple de 2 »

F : « extraire un multiple de 3 »

G : « extraire un multiple de 5 »

p(E) = p(F) = p(G) =

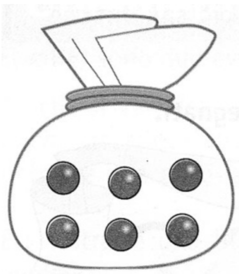

E : « extraire un nombre pair »

F : « extraire un nombre impair »

G : « extraire un nombre non nul »

p(E) = p(F) = p(G) =

**II-** Pour chaque situation illustrée, compléter la phrase et calculer les probabilités des évènements considérés.



E : « extraire une bille bleue »

L'évènement F contraire de E est :

F : .......................................................

...........................................................

p(E) = p(F) =

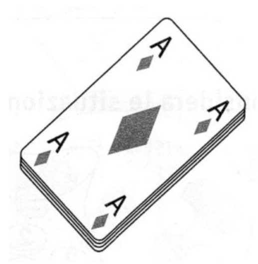
E : « extraire une bille bleue »

L'évènement F contraire de E est :

F : .......................................................

...........................................................

p(E) = p(F) =




E : « extraire une carte ni de pique ni de cœur dans un jeu de poker »

L'évènement F contraire de E est :

F :..............................................

....................................................

p(E) = p(F) =

**III-** On considère la situation illustrée et les évènements donnés :

E : « extraire un jeton rouge »

F : « extraire un jeton non rouge »

G : « extraire un jeton bleu ou jaune »

**1-** Comment sont les évènements E et F ?

.......................................................................................................................

**2-** Écrire l'évènement contraire de l'évènement G.

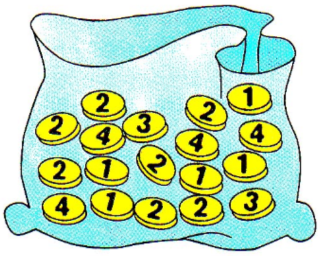
.......................................................................................................................

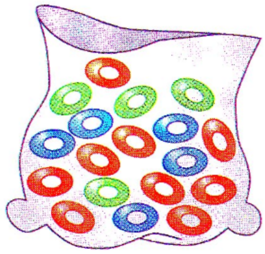
**3-** Calculer les probabilités des évènements E, F, G.

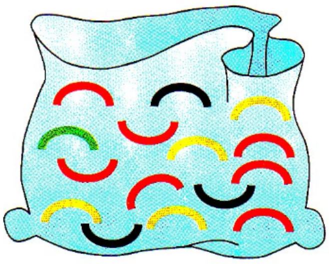
.......................................................................................................................

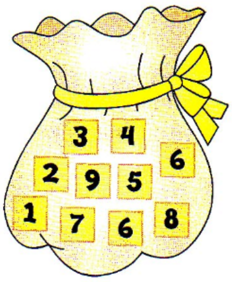
Annexe 2 bis : **Complément pour** **Probabilités italiennes (2)**

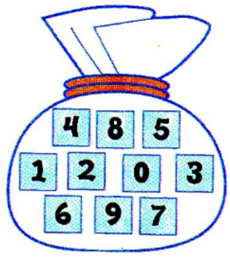
Pour les exercices de l'annexe 2 « Probabilités italiennes(2) », nous montrons au vidéo-projecteur les images suivantes afin que les élèves repèrent et indiquent rapidement sur leur énoncé les couleurs initiales des boules ou anneaux (rendus noir et blanc par la photocopieuse).

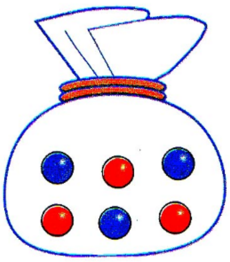


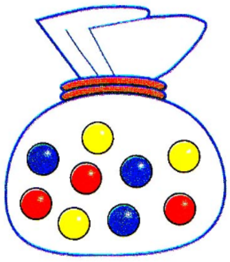



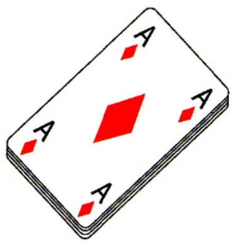


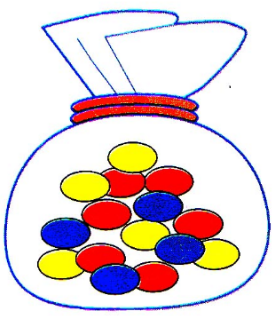






Annexe 3 :

# Probability (1)

**Example :**

Mark these events on the probability line.

impossible | poor chance | even chance | good chance | certain

**a)** It will get dark tonight.

**b)** When I toss a coin it will be heads.

**c)** William the Conqueror will come to tea.


**I-** Mark these events on the probability line.

impossible | poor chance | even chance | good chance | certain

**a)** It will snow in August.

**b)** The sun will come up tomorrow.

**c)** A new baby will be a boy.

**d)** A dog will talk.

**e)** I will watch some television tonight.

**II-** Mark these events on the probability line.

impossible | poor chance | even chance | good chance | certain

**a)** I will roll a six on a dice.

**b)** I will not roll a six on a dice.

**c)** I will roll a number between one and six on a dice.

**d)** I will roll a seven on a dice.

**e)** I will roll a one or a two or a three on a dice.

**III-** Mark these events on the probability line.

impossible | poor chance | even chance | good chance | certain

**a)** I will drink something today.

**b)** If I drop my book, it will fall face down.

**c)** The next book I read will have exactly 100 pages.

**d)** It will rain orange juice tomorrow.

**e)** I will see a white car today.

Annexe 3 bis : 3ème

# Probability (2) : Scale 0 to 1

Look at this probability line.

Impossible : $p = 0$

Poor chance : $0 < p < 0{,}5$

Fair : $p = 0{,}5$

Good chance : $0{,}5 < p < 1$

Certain : $p = 1$

Write each letter in the correct place on the probability line.

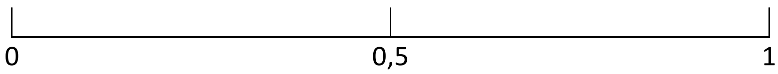

***a.*** It will be daylight in Southampton at midnight.

***b.*** The sun will come up tomorrow.

***c.*** If I toss a coin it will come down tails.

## I- Cuting a pack of cards :


Write each letter in the correct place on the probability line.




***a.*** If I cut a pack of cards I will get a red card.

***b.*** If I cut a pack of cards I will get a diamond.

***c.*** If I cut a pack of cards I will get a diamond, a spade or a club.

***d.*** If I cut a pack of cards I will get a diamond, a spade, a club or a heart.

***e.*** If I cut a pack of cards it will be a 15.

**II-** **<u>With the time :</u>**

Write each letter in the correct place on the probability line.


0 0,5 1

***a.*** Next week, Wednesday will be the day after Tuesday.

***b.*** There will be 33 days in February next year.

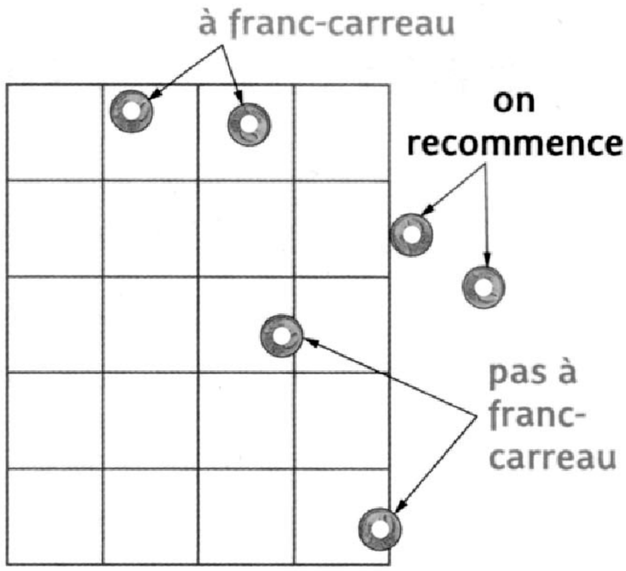
***c.*** It will snow in London in May.

***d.*** It will snow in London in January.

***e.*** The next person to knock on the door will be a woman.

Annexe 4 : **<u>Le jeu de franc-carreau :</u>**

On dispose d'un damier constitué de carrés de côté 5 cm.
On lance au hasard un jeton métallique de rayon 1 cm.
On dit que le jeton est à franc-carreau s'il ne chevauche pas les lignes du quadrillage.
Si le centre du jeton est à l'extérieur du damier, alors le lancer ne compte pas et on recommence le lancer.




**(1)** Effectuer 10 lancers et, à chaque lancer :

marquer sur le damier la position du centre du jeton :

- en rouge si franc-carreau est réussi,
- en bleu sinon ;

noter ci-dessous 1 si franc-carreau est réussi, et 0 sinon.

……………………………………………………………………………………………

Calculer la fréquence de francs-carreaux que vous avez obtenu.

……………………………………………………………………………………………

Comparer les fréquences obtenues par les autres élèves de la classe.
Que constate-t-on ?

……………………………………………………………………………………………

**(2)** Quelle est la probabilité de franc-carreau ?

……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

Annexe 5 : Damier pour Transparent (ici réduit de 20%)

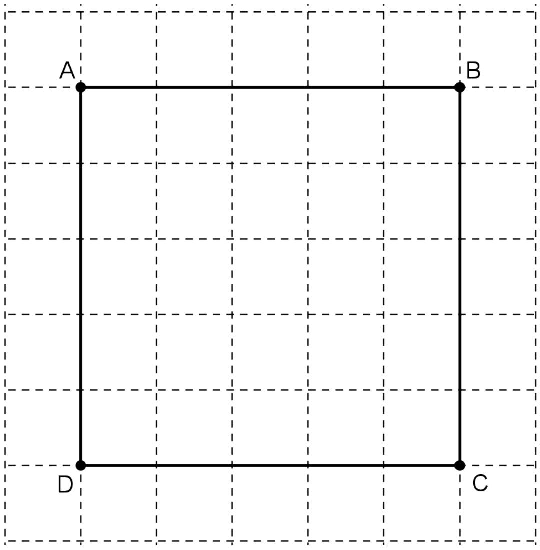
| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |

Annexe 6 :

## Le jeu de franc-carreau : Synthèse :

*Cette question fait suite à l'activité sur le jeu de franc-carreau.*

ABCD est un carré de côté 5 cm du damier.




**(a)** Colorier en rouge dans le carré ABCD la zone représentant les positions du centre du jeton pour lesquelles franc-carreau est réalisé.

**(b)** Quelle est la nature de cette zone ?

……………………………………………………………………………………………

**(c)** Calculer l'aire de cette zone.

……………………………………………………………………………………………

**(d)** Dans chaque carré du damier, on procède de la même façon.
On note A l'aire totale du damier. Calculer A.

……………………………………………………………………………………………

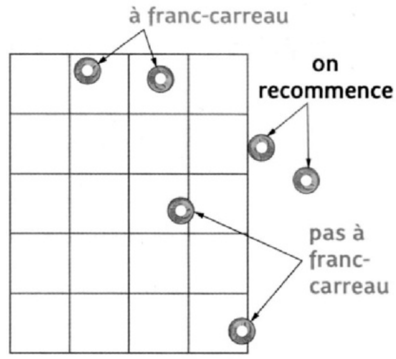
On note A' l'aire totale des zones coloriées en rouge. Calculer A'.

……………………………………………………………………………………………

**(e)** En déduire la probabilité de franc-carreau.

……………………………………………………………………………………………
………………………………………………………………………………………………
…………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………

Annexe 7 : 




## Le jeu de franc-carreau

On dispose d'un damier constitué de carrés de côté 5 cm.
On lance au hasard un jeton métallique de rayon 1 cm.
On dit que le jeton est à franc-carreau s'il ne chevauche pas les lignes du quadrillage.
Si le centre du jeton est à l'extérieur du damier, alors le lancer ne compte pas et on recommence le lancer.

**(1)** Effectuer 10 lancers et, à chaque lancer, noter 1 si franc-carreau est réussi, 0 sinon.
……………………………………………………………………………………………………………
Calculer la fréquence de francs-carreaux que vous avez obtenue.
……………………………………………………………………………………………………………
Comparer les fréquences obtenues par les autres élèves de la classe. Que constate-t-on ?
……………………………………………………………………………………………………………

**(2)** Compléter ce tableau, où l'on cumule, élève après élève, le nombre de lancers et le nombre de francs-carreaux.

| Numéro de l'élève | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Cumul du nombre de lancers | | | | | | | | | | |
| Cumul du nombre de francs-carreaux | | | | | | | | | | |
| Fréquence de francs-carreaux en écriture décimale | | | | | | | | | | |

| Numéro de l'élève | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Cumul du nombre de lancers | | | | | | | | | | |
| Cumul du nombre de francs-carreaux | | | | | | | | | | |
| Fréquence de francs-carreaux en écriture décimale | | | | | | | | | | |

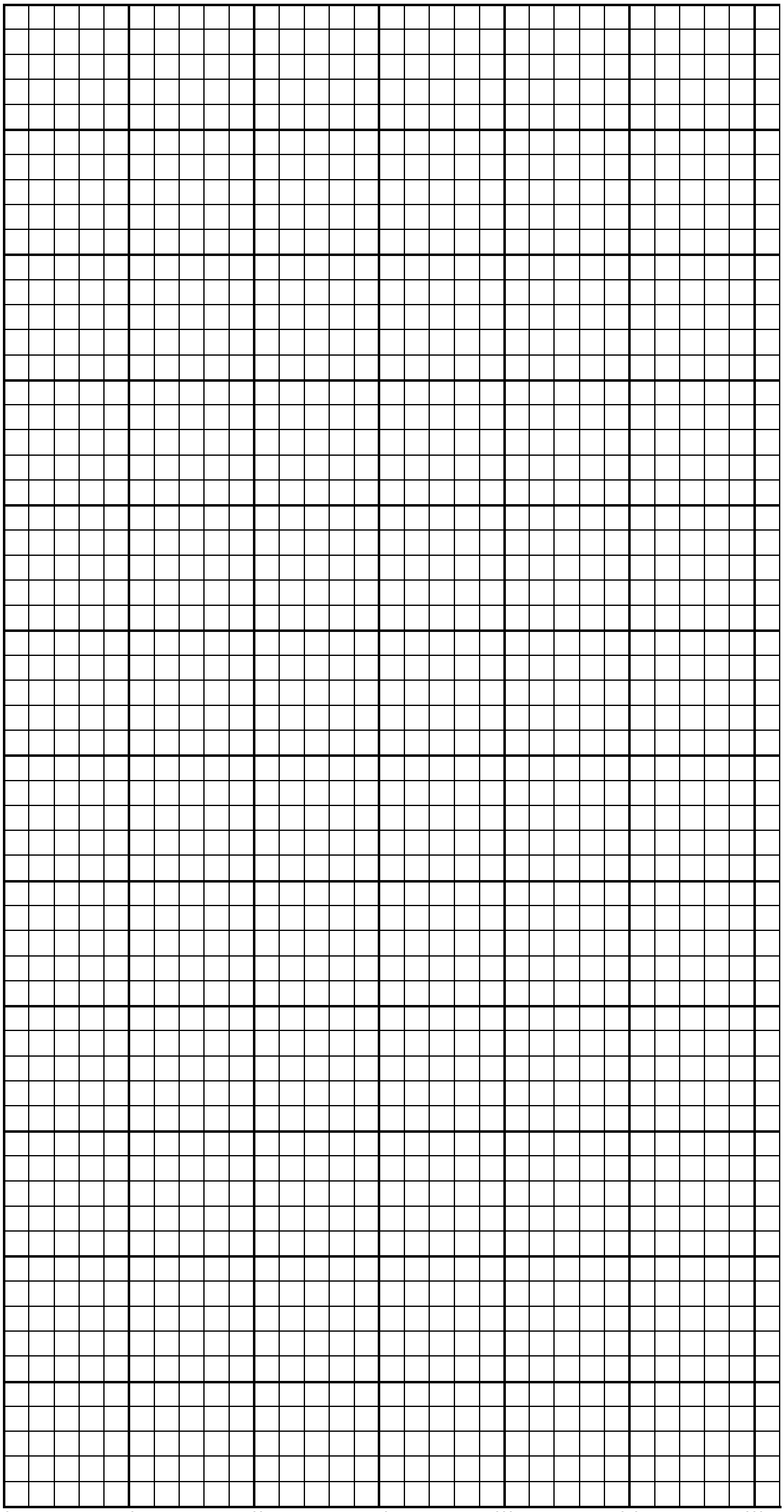
| Numéro de l'élève | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Cumul du nombre de lancers | | | | | | | | | | |
| Cumul du nombre de francs-carreaux | | | | | | | | | | |
| Fréquence de francs-carreaux en écriture décimale | | | | | | | | | | |

**(3)** Graphiquement, placer les points :
- * d'abscisse : le nombre cumulé de lancers ;
- * d'ordonnée : la fréquence de francs-carreaux pour ces lancers.

**(4)** Que constate-t-on ? Quelle semble être la probabilité de franc-carreau ?
……………………………………………………………………………………………………………

Fréquence de

Franc-carreaux




Nombre de lancers

# BIBLIOGRAPHIE


BADIZE M., JACQUES A., PETITPAS M. et PICHARD J.F., « *Le jeu de franc-carreau : une activité probabiliste au Collège »,* IREM de Rouen , 1996

BROUSSEAU G., BROUSSEAU N. , WARFIELD V., *«An experiment on the teaching of statistics and probability» Journal of Mathematical Behavior*, 20 p 363-444, 2002

DELEDICQ A., « *La petite encyclopédie du collège –Maths »* - Editions de la Cité, 1998

De QUEIROZ C., COUTINHO S., *Atelier : « Introduction aux Situations Aléatoires et à leur Modélisation ».*

DOUADY R., *« Des apports de la didactique des mathématiques à l'enseignement »,*Repères IREM, Num. 6, p.132-158, 1992

DUCEL Y., SAUSSEREAU B. , « *Activité de la bouteille à billes, Travail de l'aléatoire au collège en classe de troisième »,*Formation Collège : Statistiques et probabilités, IREM, Université de Franche-Comté., 2011

HENRY M. (1997). « *Notion de modèle et modélisation dans l'enseignement »*. In Chaput & Henry (coords.) *Enseigner les probabilités au Lycée*, pp. 77-84. Reims : IREM de Reims.

HENRY M., JAQUET ARMT F., « *Approche de la notion de probabilité chez les enfants de 10-15 ans »*, in Repères IREM, Num. 94, p. 5-20, 2014

HENRY M., SAUSSEREAU B., *« Quelle problématique pour un enseignement des probabilités en troisième ? »,* in Repères IREM, Num. 77, p.53-65, 2009

KUZNIAK A., « La théorie des situations didactiques de Brousseau », l'Ouvert Num.110, 2004

PICKOVER C. , *Le Beau Livre des Maths - De Pythagore à la 57e dimension* - Editions Dunod, p 164-165, 2010

PIAGET J., BARBEL I., « *La Genèse de l'idée de hasard chez l'enfant*»

ROBERT A., ROGALSKI M., *Problèmes d'introduction et autres problèmes de recherche au lycée*, in Repères IREM, Num. 54, p.77-92, 2004

VORDERMAN'S C. *Maths Made Easy*, DK

# SITOGRAPHIE


http://www.math.univmontp2.fr/sfodem/BibliothequeSfodem/sfodem_HTML/Chap1/th6r1_fi.html

http://www.apmep.fr/IMG/pdf/Caen_110406_DOCUMENT-SUPPORT_conference.pdf

http://www.univ-irem.fr/reperes/articles/77_article_526.pdf

# Remerciements


Nous remercions l'IREM de ROUEN, et particulièrement son directeur, Arnaud Lefebvre et sa documentaliste Isabelle Lamitte, sans lesquels cette brochure n'aurait pas vu le jour.

Nos remerciements vont aussi à Nicolas Gendreau, qui, impulsant une liaison 3ème-2nde sur les probabilités-statistiques au Havre en décembre 2015, nous a ensuite fait parvenir des productions de ses élèves de 2nde ainsi que des précisions de déroulements effectifs dans ses classes.

Nous remercions aussi Jean-Nicolas Peigney qui remplace Fabrice Mondragon dans la co-animation du stage PAF « D'une expérience à la modélisation », et qui a fait évoluer certains fichiers grâce à sa connaissance aiguisée du logiciel GeoGebra. Vous l'entendrez dans les trois vidéos. De même, un grand merci à Mathieu Blossier qui tente actuellement une évolution GeoGebra du fichier initial prévu pour « l'Urne Inconnue ».

Nous remercions aussi tous les enseignants ayant assisté aux stages pour leur curiosité, leur participation, leurs retours d'expériences, les regards croisés qu'ils nous ont apportés dans notre réflexion.

Merci aussi aux relecteurs de cette brochure Alain Kuzniak, Vincent Masselin, Micheline Verney pour leur aide précieuse et leur avis pertinent.

Un grand merci à Michel Chevallier, à l'initiative de notre rencontre et de notre réflexion autour des probabilités-statistiques mais aussi autour du travail de groupe.

Enfin, Blandine Masselin remercie l'équipe des enseignants-chercheurs du Master de Didactique des Mathématiques de Paris Diderot pour les éclairages apportés sur certains scénarios, ainsi que la réflexion menée sur l'analyse de pratique, les TICE ou encore la modélisation.

Réf : R 142

Titre : Probabilités-Statistiques : cinq scénarios ($3^{ème}$ /$2^{nde}$)

Auteurs : Blandine Masselin et Fabrice Mondragon
I.R.E.M. de Rouen

Public visé : Enseignants en collège et lycée, étudiants

Résumé : Cette brochure synthétise une réflexion des auteurs sur la construction du concept de probabilité en $3^{ème}$ et $2^{nde}$. Elle propose la mise en place de cinq scénarios inscrits dans une progression, et déclinés sur les deux niveaux de classe. Des analyses à priori rapprochées de déroulements effectifs, des extraits vidéos, ainsi que des fichiers viennent compléter cette étude. Le rôle des TICE étant central en ce qui concerne les simulations et l'approche de la loi des grands nombres, ce recueil propose des pistes en terme de genèse instrumentale pour nos élèves.

Mots clés : Probabilité, statistiques, hasard, aléatoire, simulation, modélisation, fréquentiste , collège, progression, scénarios, intervalles, fluctuation, confiance, urne, punaise, dé(s), TICE, expérience aléatoire.

Date : Avril 2015

Nombre de pages :

Prix : 15€

N° ISBN : 978-2-86239-100-7

Publication : IREM de Rouen, UFR Sciences et Techniques, Bâtiment de Mathématiques, Avenue de l'Université, 76801 Saint-Etienne-du-Rouvray.

---

Bon de commande à retourner à : IREM de Rouen, UFR Sciences et Techniques, Bâtiment de Mathématiques,
Avenue de l'Université, 76801 Saint-Etienne
Courriel: secretariat.irem@univ-rouen.fr

Mr, Mme ……………………………………………………………
Adresse ……………………………………………………………
……………………………………………………………
……………………………………………………………
Quantité ……………………………

Prix à payer : nombre d'exemplaires …… x 15€ + frais de port : 3.70€

Date …………………………… Signature :

Chèque libellé à l'ordre de l'Agent comptable de l'Université de ROUEN.