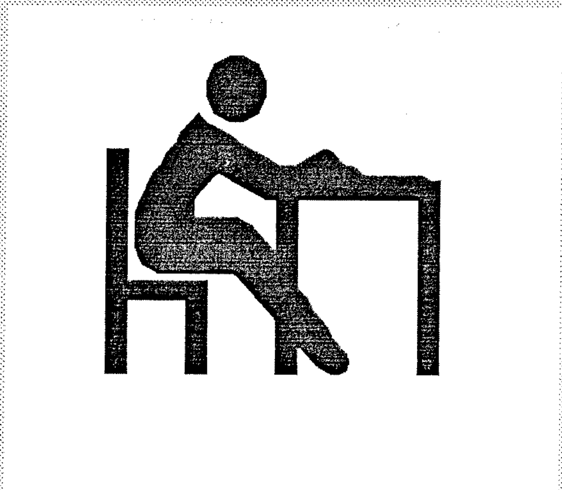
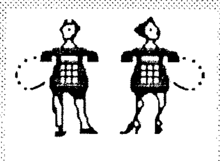
Université Louis Pasteur
I.R.E.M. de Strasbourg
10, rue du Général Zimmer — 67084 STRASBOURG Cedex
☎ 88 41 63 07 - Telex ULP 870260 F - Télécopieur 88 60 75 50

LES MATHÉMATIQUES EN SIXIEME APRES L'ÉVALUATION NATIONALE :
Comparaison entre début et fin d'année

Rapport rédigé par F. PLUVINAGE





OCTOBRE 1990

SOMMAIRE.

Octobre 1990

LES MATHEMATIQUES EN SIXIEME APRES L'EVALUATION NATIONALE : Comparaison entre début et fin d'année

Rapport rédigé par
F. PLUVINAGE

1. Le questionnaire de fin d'année : son élaboration et sa mise en œuvre.

Afin d'apprécier une évolution des élèves de la classe de Sixième, entre le début et la fin de l'année scolaire, nous avions retenu un échantillon d'un peu plus de 500 élèves. Ces élèves, comme tous ceux de Sixième, ont répondu aux questions de l'évaluation nationale de 1989, mais nous avions prévu de leur proposer un questionnaire en fin d'année scolaire Rappelons que, pour les élèves de cet échantillon, l'évaluation initiale avait donné lieu à des analyses statistiques plus complètes que les seuls relevés de fréquences de réponses effectués à l'échelon national. Un rapport à ce sujet, complété par des entretiens avec les professeurs (menés par J.C. Rauscher) et une observation des résultats scolaires en fin du premier trimestre, a déjà été élaboré. Nous nous y référerons selon les besoins de l'exposé, mais l'objet du présent rapport est en premier chef l'examen des apports fournis par le questionnaire terminal.

Le questionnaire terminal a été élaboré dans le respect d'un certain nombre de contraintes, dont les principales sont les suivantes :

– reprise de certaines des questions de l'évaluation initiale, quelques unes sans aucun changement, d'autres avec introduction de modifications, sur lesquelles nous reviendrons,

– introduction de questions propres à l'enseignement de la classe de Sixième, si possible en continuité avec des aspects abordés lors de l'évaluation initiale,

– questionnaire complet amenant une passation limitée à deux séquences scolaires, afin de rester en deça d'un seuil de bonne acceptabilité par les professeurs,

– participation des professeurs sous la forme de propositions de questions, mais choix définitif des questions retenues résultant d'une décision unilatérale,

– conditions de passation et consignes de codages fournies aux professeurs de manière identique à celles de l'évaluation initiale.

Le caractère limitatif de certaines des contraintes ci-dessus a évidemment obligé à ne pas retenir toutes les questions qu'il aurait été intéressant de poser dans l'absolu. On peut parler d' un échantillonnage sévère des questions, conduisant à ne pas explorer certains secteurs pour se consacrer à d'autres. Nous avons tenu à ce que ces limitations n'empêchent cependant pas d'éclairer les phénomènes que laissait entrevoir l'évaluation initiale. Nous espérons que les résultats présentés à la suite convaincront le lecteur que ce but a effectivement été atteint.

Toutes les observations qui ont pu être effectuées demandaient, outre le support du Département de l'Evaluation et de la Prospective, le concours actif d'un certain nombre de collègues. La mise au point du questionnaire final a, en particulier, grandement profité des suggestions faites au préalable par les professeurs des collèges de l'observation, que la règle d'anonymat des résultats ne nous permet pas de citer nominalement. Le rôle de Jean-Claude RAUSCHER dans toutes les phases de conception et de mise au point du questionnaire et des opérations de passation et de codage n'a, lui, aucune raison d'être couvert par le même anonymat. Il convient également de souligner la contribution logistique du secrétariat de l'IREM (Mesdames Flach et Rohfritsch) et l'utilisation du logiciel CHADOC VS pour toutes les analyses de données.

A la suite, nous avons reproduit le questionnaire des élèves, suivi des consignes et indications pour les professeurs. Dans le texte et les tableaux de résultats, nous utiliserons, pour désigner les questions, des expressions qui rendent suffisamment bien compte des contenus des questions, pour que le lecteur ne soit pas constamment obligé de se reporter au questionnaire. Nous ne faisons d'ailleurs ainsi que viser à nous aligner sur la brochure de présentation des résultats nationaux, dont la lisibilité est pour nous un modèle.

2. Le questionnaire de fin d'année présenté aux élèves.

TEST 6ème - Travaux géométriques

B D

A C

La figure codée ci-dessus est construite avec trois segments de même longueur et deux quarts de cercle.

Question 1. **Reproduis cette figure** (Pour t'aider une partie de la figure a déjà été dessinée).

Question 2. **Ecris le programme de ta construction**, c'est à dire indique les tracés successifs que tu as ajoutés à la partie de la figure qui était déjà dessinée.

....
....
....
....
....
....
....
....
....
....

Voilà une reproduction de la figure déjà rencontrée:

B

D

A

C

Question 3. Parmi les segments représentés sur la figure, **indique** :
-deux segments situés sur des ***droites parallèles :*** ....
-deux segments situés sur des ***droites perpendiculaires :*** ....

Question 4. **Complète la figure** ci-dessus en **traçant les segments AC, BD, et AD.**

Question 5. Pour chacun des **triangles** suivants, indique s'il est **particulier** et si oui, donne son nom :
-Le ***triangle ABC*** *est-il un triangle particulier ? :* ....
*-****Si oui****, complète alors : Le* ***triangle ABC*** *est un triangle* ....
-Le ***triangle ABD*** *est-il un triangle particulier ? :* ....
*-****Si oui,*** *complète alors : Le* ***triangle ABD*** *est un triangle* ....
-Le ***triangle BCD*** *est-il un triangle particulier ? :* ....
*-****Si oui,*** *complète alors : Le* ***triangle BCD*** *est un triangle* ....

Question 6. **Complète les phrases** suivantes qui décrivent toujours la figure ci-dessus:
-Le ***quadrilatère ABDC*** *a pour* ***diagonales*** *les* ***segments*** ....
-Le ***segment AB*** *est* ....*du* ***quadrilatère ABDC***
-Le ***point A*** *est* ....*du* ***quadrilatère ABDC***

5) Sur cette feuille, **réalise la construction** indiquée par le programme suivant:

-1 Tracer un segment AB ayant une longueur égale à 4 cm.
-2 Tracer la perpendiculaire à la droite AB passant par le point B.
-3 Sur la perpendiculaire tracée, placer un point C tel que BC = 5 cm.
-4 Joindre A à C.
-5 Placer le point D aligné avec A et B tel que :
    a) les segments BD et AC aient même longueur
    b) le point B soit situé entre A et D.
-6 Tracer le cercle de diamètre CD

TEST 6ème - Travaux numériques

Exercice 1. Ecris en chiffres les nombres dictés

a) ....

b) ....

c) ....

Exercice 2. Effectuer les deux multiplications suivantes.

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times\ 19 \\ \hline \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 523 \\ \times\ 305 \\ \hline \end{array}$$

Exercice 3. Indiquer les résultats des divisions :

a) **258,3 : 100** = ...

b) **7050 : 100** = ...

c) **732 : 1000** = ...

Exercice 4.

a) Trouver deux nombres dont la **somme** est **49,5**.

.... + ... = **49,5.**

b) Trouver deux nombres dont la **différence** est **49,5**.

.... - .... = **49,5.**

c) Indiquer le nombre dont le **produit par 4** est égal à **5**.

Réponse : ....

Exercice 5. Ranger les nombres suivants dans l'ordre croissant (du plus petit au plus grand).

5,13 **5,013** **5,103** **0,531**

Réponse : ....

Exercice 6. Compléter chacune des égalités ci-dessous.

a)	**786** – $\boxed{}$ = **714**	d) $\boxed{}$: **36** = **5**
b)	**24** + $\boxed{}$ = **567**	e) **2,6** × $\boxed{}$ = **15,6**
c)	**23,7** + $\boxed{}$ = **42,25**	f) **0,1** × $\boxed{}$ = **0,025**

Exercice 7. Au restaurant, il y a à faire l'addition pour une table de quatre personnes. A la table, on a pris **4** menus, **2** bières et **4** cafés. Toutes taxes et service compris, le prix d'un menu est F **49,50**, celui d'une bière est F **5,80** et celui d'un café est F **3,80**.

Grâce à ces indications, **remplis l'addition** ci-dessous pour cette table.

Restaurant s'Rhinstuewele, spécialités alsaciennes
Total F ______________________________

Exercice 3A

Donner les résultats des opérations suivantes.

a) $0,2 \times 1,2 =$ ....

b) $0,33 \times 4 =$ ....

c) $23,1 - 2,23 =$ ....

d) $22,3 - 3,55 =$ ....

Exercice 7A

Une rencontre réunit **300** participants. Les organisateurs ont prévu une excursion en autobus de tous ces participants. Pour cela, ils peuvent louer des autobus de **45** places.

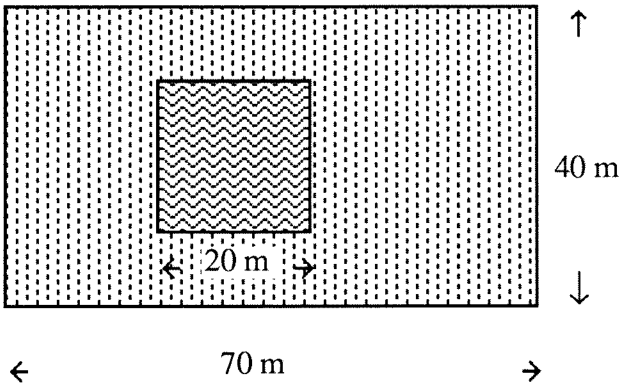
Combien d'autobus faudra-t-il commander pour que tous les participants puissent prendre part à l'excursion ?

Calculs

Réponse

Le transport de tous les participants nécessite .... autobus.

Exercice 8. La figure représente un bassin carré situé au milieu d'un terrain rectangulaire. Autour du bassin, le terrain est planté d'une pelouse. Sur la figure, les dimensions sont indiquées.



a) Quel est le périmètre du terrain ?

Case réponse.

Le périmètre du terrain est :

b) Quelle est l'aire de la surface occupée par le bassin ?

Case réponse.

Le bassin occupe une surface de :

c) Quelle est l'aire de la surface plantée en pelouse ?

Case réponse.

La pelouse occupe une surface de :

3. Les consignes de passation et de codage fournies aux professeurs.

Avant la passation.

Prévenez vos élèves de la passation d'un test constitué d'un questionnaire de géométrie et d'un questionnaire numérique. Selon l'option retenue pour la classe, indiquez que le test n'entre pas en ligne de compte pour le bulletin, ou au contraire donnera lieu à une note qui “compte” (dans ce cas, ce sera à vous d'associer un barème aux codes de la correction). De toute façon, signalez à vos élèves que le test est un test de récapitulation, qui ne demande *pas de révision spécifique*.

Pour le matériel, les instruments de géométrie usuels (crayon, règle, compas) seront nécessaires au questionnaire de géométrie, la calculatrice pourra être utilisée dans la seconde partie du questionnaire numérique.

Passation.

Les questionnaires ont été prévus pour une durée d'environ 30 minutes chacun. Ainsi, deux heures différentes sont nécessaires pour l'ensemble du test. Sans donner à la chose une importance exagérée, veiller à ne pas encourir à l'intérieur de l'établissement de risque de diffusion de tout ou partie des questionnaires entre classes qui composeraient à des moments différents.

D'une manière générale, si un élève pose une question, lui donner des indications lorsqu'il s'agit d'un problème de forme (exemple : place de tracés ou de calculs auxiliaires –ceux-ci peuvent figurer sur les questionnaires à côté des zones prévues pour placer les réponses), lui renvoyer sa question s'il s'agit d'un problème de fond ou de sens.

a) *Questionnaire géométrique.*

Les trois feuilles sont à distribuer séparément.

Distribuer la page 1. La ramasser après une dizaine de minutes de travail.

Distribuer la page 2. La ramasser après une dizaine de minutes de travail.

Distribuer la page 3. La ramasser lorsque les élèves terminent (une douzaine de minutes).

b) *Questionnaire numérique.*

Les quatre feuilles sont à distribuer en deux paquets de deux : d'abord la page des exercices 1 à 4 et la page des exercices 3A et 7A, puis la page des exercices 5 à 7 et la page de l'exercice 8.

Annoncer aux élèves *"Vous allez commencer par travailler sans les calculatrices"*. Distribuer la page des exercices 1 à 4 et la page des exercices 3A et 7A. Dictez alors les trois nombres suivants, pour l'exercice 1 :

a) Six mille douze

b) Quatre millions

c) Quatre vingt virgule zéro cinq.

Laisser ensuite une quinzaine de minutes avant de ramasser les deux feuilles.

Annoncer aux élèves *"Vous pouvez maintenant, si vous le souhaitez, utiliser vos calculatrices"*. Distribuer les deux dernières pages. Ramasser lorsque les élèves terminent (une quinzaine de minutes).

Codage.

Le travail spécifique exigé par le codage sera rétribué, grâce à des fonds de la D.E.P. Pour coder, il s'agit de remplir les grilles de codage jointes. Ceci peut être fait directement, sans qu'il soit nécessaire d'avoir porté au préalable les codes sur les copies.

Le principe général d'attribution des codes est celui des évaluations nationales : code 1 pour la réussite, code 9 pour l'erreur, code 0 pour l'absence de réponse. Parfois, il y a en plus l'un ou l'autre code intermédiaire. Dans un cas, la réussite n'est pas codée 9 mais 6 (pour l'exercice de la page 3 du questionnaire de géométrie).

Les feuilles de codes remplies, ou leur photocopie, sont à transmettre à l'IREM (10 rue du général Zimmer, 67084 STRASBOURG CEDEX) dans les meilleurs délais, et autant que possible avant la fin du mois de mai. Elle peuvent être collectées au niveau de l'établissement pour faciliter leur transmission.

TRAVAUX GEOMETRIQUES CODAGE

Principe général:
1 si réussite
0 si non-réponse
9 si erreur sauf en cas de catégories intermédiaires répertoriées dans le tableau

Pour l'application précise du codage, utiliser le tableau.

f1:1 R	Reproduction: -9 si écart supérieur à 1 mm (ne pas tenir compte de segments ou d'arcs de cercles qui dépassent)
f1:2 I	Instructions : -1 si présence des 3 instructions (indépendamment de la correction d'expression et de la précision de chacune) -9 si une des instruction (au moins)fait défaut
f1:2 A1	Correction de la description de l'Arc de cercle (C; BD): -1 si indication du centre **et** du rayon,ou bien du centre **et** des extrémités de l'arc,ou bien rayon AB **et** extrémités de l'arc. -9 s'il manque une indication, ou si une indication est fausse
f1:2 A2	voir f1:2 A1
f1:2 S	Correction de la description du segment BA: -9 s'il manque une indication sur direction ou sur position d'une extrémité du segment, ou si une telle indication est fausse ("tracer un segment AB de 5cm et perpendiculaire à BC": admis)
f1:2 V	Pour tout le texte produit , vocabulaire utilisé, <u>indépendamment des indications données</u> : -9 incorrections nettes (c'est à dire qui induiraient un lecteur en erreur) de vocabulaire ou de désignation (exemple: "le point BD") -2: emploi de termes non mathématiques, cet emploi étant néanmoins conforme au tracé à effectuer (exemples : "piquer le compas, tirer un trait, arc de cercle qui part de"ou bien confusion entre "droite" et "segment") -1 : uniquement vocabulaire d'usage mathématique .
f2:3 par	Segments parallèles : -9 si deux segments non parallèles sont donnés

f2:3 per	Segments perpendiculaires : 9 si deux segments non perpendiculaires sont donnés
f2:4 trac	Tracé : 2 si les trois segments ne sont pas tous tracés (tracé de 1 ou 2 segments)
f2:4 abc	Triangle ABC : -9 si première réponse "non" suivie de non-réponse -1 si le triangle est signalé isocèle et rectangle -2 si le triangle est donné seulement comme isocèle ou seulement comme rectangle
f2:4 abd	Triangle ABD : 1 si "non" suivi de non-réponse ou "oui " suivi de "quelconque" (9 si "oui" suivi de non réponse)
f2:4 bcd	Triangle BCD : -9 si première réponse "non" suivie de non-réponse -1 si le triangle est signalé isocèle et rectangle -2 si le triangle est donné seulement comme isocèle ou seulement comme rectangle
f2:4 diag	Diagonales : -9 si un au moins des segments donnés ne convient pas -8 si problème de désignation ne conduisant pas à 9 -2 pour un et un seul segment correct
f2:4 côté	Côté : -8 si "droite" ou "segment" remplace "côté"
f2:4 som	sommet : -8 si "point" ou "origine" ou "départ" ou extrémité" remplace "sommet" Ne pas tenir compte de l'orthographe ("somet")
f3: cons	Construction : NE PAS SUIVRE LE PRINCIPE DE CODAGE GENERAL POUR CETTE FEUILLE 3 NOTER LE NUMERO DE LA DERNIERE INSTRUCTION REALISEE CORRECTEMENT (la suivante est donc fausse) NOTER 9 EN L'ABSENCE DE TOUTE FIGURE

TRAVAUX NUMERIQUES CODAGE

Principe général: 1 si réussite
0 si non-réponse
9 si erreur sauf en cas de catégories intermédiaires répertoriées ci-dessous

	Deux premières feuilles (sans calculatrice)
Ex1 a	Principe général : 1 pour 6012
Ex1 b	Principe général : 1 pour 4 000 000
Ex1 c	Principe général : 1 pour 80,05
Ex2 m1	-1 pour 855 -8 pour disposition correcte mais erreur de calcul -9 pour erreur de disposition
Ex2 m2	-1 pour 159 515 -8 pour disposition correcte mais erreur de calcul -9 pour erreur de disposition
Ex3 a	Principe général : 1 pour 2,583
Ex3 b	Principe général : 1 pour 70,5 ou 70,50
Ex3 c	Principe général : 1 pour 0,732
Ex4 a	Principe général : 1 pour toute somme correcte
Ex4 b	Principe général : 1 pour toute différence correcte
Ex4 c	-1 pour 1,25 -8 pour 20 -9 pour autres erreurs

Ex3A a	-1 pour 0,24 -8 pour chiffres exacts mais virgule mal placée -9 pour autres erreurs
Ex3A b	-1 pour 1,32 -8 pour chiffres exacts mais virgule mal placée -9 pour autres erreurs
Ex3A c	Principe général : 1 pour 20,87
Ex3A d	Principe général : 1 pour 18,75

Ex7A	-1 pour 7 -2 pour 6 -9 pour autres résultats

TRAVAUX NUMERIQUES CODAGE

Principe général: 1 si réussite
0 si non-réponse
9 si erreur sauf en cas de catégories intermédiaires répertoriées ci-dessous

	Deux dernières feuilles (calculatrice permise)
Ex5	-1 pour suite correcte -8 pour suites commençant par 0,531 **et** finissant par 5,103 -9 pour autres suites
Ex6 a	Principe général : 1 pour 72
Ex6 b	Principe général : 1 pour 543
Ex6 c	Principe général : 1 pour 18,55
Ex6 d	Principe général : 1 pour 180
Ex6 e	Principe général : 1 pour 6
Ex6 f	Principe général : 1 pour 0,25
Ex7 R	Résultat : -0 pour absence de résultat -1 pour 224,80 -9 pour autres résultats
Ex7 M	Méthode (indépendamment du résultat): -1 pour utilisation à la fois de sommes et de produits -2 pour absence de tout produit (5,80+5,80+......) -3 pour méthode non identifiable (ex : résultat seul) -0 pour absence de tout traitement

Ex8 a	-1 pour 220 m -2 pour 220 sans unité ou unité fausse -3 pour 110 (avec ou sans unité correcte) -4 pour 80 (avec ou sans unité correcte) -8 pour 2800 (avec ou sans unité correcte) -9 pour autres erreurs
Ex8 b	-1 pour 400 m2 -2 pour 400 sans unité ou unité fausse -8 pour 80 (avec ou sans unité correcte) -9 pour autres erreurs
Ex8 c	-1 pour 2400 m2 -2 pour 2400 sans unité ou unité fausse -8 pour 140 (avec ou sans unité correcte) -9 pour autres erreurs

4. Sous-population retenue pour les analyses.

Afin que les observations portent bien sur des évolutions, nous avons uniquement retenus ici les individus qui ont passé l'ensemble des questionnaires, c'est à dire les quatre cahiers initiaux et les deux cahiers terminaux. Ceci nous a conduit a retenir les résultats de 512 élèves. Toutes les analyses rapportées ici concernent ces 512 élèves, même lorsqu'il s'agit d'analyses séparées des questionnaires du début ou de la fin d'année.

Nous nous sommes contentés pour ce rapport d'une présentation ne mettant en œuvre que des outils très simples d'analyse de données, fournissant principalement des histogrammes et des croisements de variables. Les résultats observés ainsi sont déjà intéressants, du moins tel a été notre avis et nous espérons que tel sera aussi l'avis du lecteur, mais nous comptons prolonger les présentes analyses par des études ultérieures. Les mesures multi-critères globales d'évolution des individus dans une population posent des problèmes théoriques actuellement non complètement résolus. Autrement dit, on ne dispose pas, pour avoir une image d'ensemble des changements dans une population, des outils d'analyse de données analogues à ceux qui sont bien au point pour fournir des “photographies” précises de l'état d'une population à un moment donné. Une réflexion est précisément en cours à ce sujet.

5. Résultats du questionnaire terminal : questions de géométrie.

Codes des questions	Descriptifs des questions	Réussite (code **1**) %	Autres codes %
G1	Reproduire une figure géométrique	88,48	(**9**)11,33 ; (**0**)0,20
G2I	Donner les étapes de la construction	76,17	(**9**)21,68 ; (**0**)2,15
G21	Décrire le 1er arc de cercle tracé	44,92	(**9**)52,54 ; (**0**)2,54
G22	Décrire le 2e arc de cercle tracé	40,04	(**9**)55,86 ; (**0**)4,10
G2S	Décrire le segment tracé	34,18	(**9**)60,74 ; (**0**)5,08
G2V	Adéquation du vocabulaire utilisé	(*)72,07	(**9**)25,39 ; (**0**)2,54
G3P	Indiquer des droites parallèles	77,34	(**9**)14,26 ; (**0**)8,40
G3O	Indiquer des droites perpendiculaires	53,52	(**9**)34,57 ; (**0**)11,91
G4T	Compléter une figure par 3 segments	92,58	(**2&9**)4,88 ; (**0**)2,54
G51	Identifier un triangle rectangle isocèle	22,27	(**2**)59,18; (**9**)17,77; (**0**)0,78
G52	Identifier un triangle quelconque	73,24	(**9**)24,22 ; (**0**)2,54
G53	Identifier un triangle rectangle isocèle	25,78	(**2**)55,86; (**9**)16,60; (**0**)1,76
G6D	Identifier les diagonales d'un quadrilatère	73,05	(**2&8**)6,64 ; (**9**)12,89 ; (**0**)7,42
G6C	Employer le mot «côté»	52,54	(**8**)12,50 ; (**9**)20,51 ; (**0**)14,45
G6S	Employer le mot «sommet»	45,41	(**8**)16,99 ; (**9**)16,41 ; (**0**)21,09
G7	Exécuter un programme de construction	(6 étapes correctes) 26,76	(5 ét.)23,44 ; (4 ét.)38,28 ; (2 ou 3 ét.)2,93 ; (1 ét.)7,81; (0 ét.)0,78 ; (non rép.)0,00

(*) Pour le vocabulaire utilisé (item G2V), nous avons pris en compte comme réussite à la fois le code **1**, qui désigne l'emploi exclusif du vocabulaire mathématique correct, et le code **3**, qui indique l'emploi d'un vocabulaire approprié mais pas toujours mathématique : En effet, il est apparu que le choix entre ces deux codes pouvait fluctuer dans certains cas d'un correcteur à l'autre.

6. Résultats du questionnaire terminal : travaux numériques.

Codes des questions	Descriptifs des questions	Réussite (code **1**) %	Autres codes %
N1A	Nombre dicté : 6012	90,63	(**9**)9,18 ; (**0**)0,19
N1B	Nombre dicté : 4 000 000	83,59	(**9**)16,21 ; (**0**)0,39
N1C	Nombre dicté : 80,05	88,09	(**9**)11,52 ; (**0**)0,39
N21	Effectuer l'opération 45 × 19 posée	85,59	(**9**)14,45 ; (**0**)0,00
N22	Effectuer l'opération 523 × 305 posée	82,62	(**9**)17,38 ; (**0**)0,00
N3A	Diviser 258,3 par 100	78,13	(**9**)20,70 ; (**0**)1,17
N3B	Diviser 7050 par 100	77,54	(**9**)20,70 ; (**0**)1,76
N3C	Diviser 732 par 1000	85,74	(**9**)11,91 ; (**0**)2,34
N4A	Trouver 2 nombres de somme 49,5	95,51	(**9**)3,13 ; (**0**)1,37
N4B	Trouver 2 nombres de différence 49,5	72,85	(**9**)17,58 ; (**0**)9,57
N4C	Trouver le nombre dont le produit par 4 est égal à 5	24,22	(**8**)18,95 ; (**9**)23,63 ; (**0**)33,20
NTA	Effectuer 0,2 × 1,2 (écrit en ligne)	67,58	(**9**)29,69 ; (**0**)2,73
NTB	Effectuer 0,33 × 4 (écrit en ligne)	76,95	(**9**)19,92 ; (**0**)3,13
NTC	Effectuer 23,1 – 2,23 (écrit en ligne)	61,33	(**9**)34,18 ; (**0**)4,49
NTD	Effectuer 22,3 – 3,55 (écrit en ligne)	62,50	(**9**)30,47 ; (**0**)7,03
N7A	Problème de division (transport de 300 personnes à 45 par bus)	58,40	(**2**)12,70 ; (**9**)19,73 ; (**0**)9,18
N5	Ranger 5,13 ; 5,013 ; 5,103 ; 0,531	70,31	(**8**)18,95; (**9**)10,16; (**0**)0,59
N6A	Résoudre : 786 – □ = 714	94,14	(**9**)4,69 ; (**0**)1,17
N6B	Résoudre : 24 + □ = 567	95,90	(**9**)2,93 ; (**0**)1,17
N6C	Résoudre : 23,7 + □ = 42,25	90,04	(**9**)6,64 ; (**0**)3,32
N6D	Résoudre : □ : 36 = 5	84,38	(**9**)8,79 ; (**0**)6,84
N6E	Résoudre : 2,6 × □ = 15,6	88,48	(**9**)5,08 ; (**0**)6,45
N6F	Résoudre : 0,1 × □ = 0,025	82,42	(**9**)7,23 ; (**0**)10,35
N7R	Addition de restaurant : résultat	78,32	(**9**)18,75 ; (**0**)2,93
N7M	Addition de restaurant : méthode	77,73	(**2**)7,23 ; (**3**)11,33 ; (**0**)3,71
N8A	Calculer un périmètre de rectangle	49,61	(**2**)16,02; (**9**)31,45; (**0**)2,93
N8B	Calculer une aire de carré	38,87	(**2**)12,30; (**9**)40,63; (**0**)8,20
N8C	Calculer une aire par différence	30,66	(**2**)7,62; (**9**)49,02; (**0**)12,70

7. Comparaisons des résultats bruts de début et de fin d'année.

Dans le tableau qui suit, nous avons mis en regard les questions identiques ou similaires, en plaçant à gauche celles posées en fin d'année et à droite celles posées en début d'année. Dans les colonnes centrales sont inscrits les pourcentages obtenus pour les différents codes indiqués.

Question du questionnaire final	Codes avec les % obtenus	Codes avec les % obtenus	Rappel des % nationaux	Question du questionnaire initial
		(**1**)88,87	86,7	Exercice 32 : Reproduire une figure : — angle droit
G1 : Reproduire une figure	(**1**)88,48	(**1**)78,13	74,4	— longueurs
		(**1**)66,02	57,6	— demi-cercle
Indiquer des droites… G3P : parallèles	(**1**)77,34	(**1**)86,13	80,2	Ex. 1 : Mot à trouver… A-a : parallèles
G3O : perpendiculaires	(**1**)53,52	(**1**)66,02	60,8	A-b : perpendiculaires
Identifier un triangle rectangle isocèle : G51	(**1**)22,27 (**2**)59,18	(**1**)58,98	53,8	Ex. 1 : Mot à trouver… A-c : isocèle
G53	(**1**)25,78 (**2**)55,86	(**1**)72,66	63,6	B : trouver un triangle rectangle
N1A : dictée de 6012	(**1**)90,63	(**1**)92,38	91,9	Ex.17-c : dictée de 7002
N1B : dictée de 4 000 000	(**1**)83,59	(**1**)87,30	86,1	Ex.17-b : dictée de 4 000 000
N21: Effectuer 45 × 19	(**1**)85,59	(**1**)86,52	83,4	Ex. 20-a Effectuer 45 × 19
N22 : Effectuer 523 × 305	(**1**)82,62	(**1**)84,18	80,9	Ex.20-b Effectuer 523×305
N3A : 258,3 ÷ 100	(**1**)78,13	(**1**)62,89	56,1	Ex.25-b 258,3 ÷100
N3C : 732 ÷ 1000	(**1**)85,74	(**1**)73,05	67,3	Ex.25-c 732 ÷ 1000
N7A : Problème de division réponse correcte : 7 réponse fausse : 6	(**1**) 58,40 (**2**)12,70	(**1** et **2**) 52,54 (**3**)17,38	41,2 24,0	Ex.7 Problème de division réponse correcte : 7 réponse fausse : 6
N5 : Ranger 4 décimaux	(**1**)70,31	(**1**)71,68	68,5	Ex.15-b Ranger 3 décimaux
N6E : 2,6 × ☐ = 15,6	(**1**)88,48	(**1**)90,43	86,5	Ex.22-a : 32 × ☐= 192
N7R : Addition de restaur.	(**1**)78,32	(**1**)77,15	72,5	Ex.6 Le goûter de Julie

N8A : Périmètre (rectangle) résultat exact et unité exacte résultat exact et pb. d'unité	 (1)49,61 (2)16,02	 (1)59,96 (2)3,91	 56,7 4,3	Ex.26-a Périmètre (rect.) résultat exact et unité exacte résultat exact et pb. d'unité
N8B : Aire (carré) résultat exact et unité exacte résultat exact et pb. d'unité	 (1)38,87 (2)12,30	 (1)33,98 (2)33,59	 32,6 23,8	Ex.26-b Aire (carré) résultat exact et unité exacte résultat exact et pb. d'unité

Comme déjà indiqué, les résultats de début d'année qui ont été donnés ici sont ceux qui concernent la population des 512 élèves ayant passé tous les cahiers. Par suite, il y a de légères différences entre les pourcentages relatifs aux résultats initiaux donnés dans ce rapport et ceux qui figurent dans les analyses des mêmes résultats initiaux présentées dans des rapports antérieurs, puisque la population considérée n'est pas tout à fait la même dans les deux cas. Ces différences vont en faveur de la population prise en compte ici, ce qui s'explique facilement : Il était nécessaire que les élèves pris en compte ici aient été présents à toutes les passations de cahiers ; on trouve donc parmi eux tous les élèves présents très régulièrement. Les résultats de cette sous-population sont évidemment un peu supérieur aux résultats d'ensemble, mais les différences obtenues restent légères et ne mettent par exemple pas en cause la hiérarchie des réussites, ce qui autorise à dire que les évolutions observées sont représentatives de celles de la population complète.

8. Commentaires sur les résultats bruts.

Les tableaux précédemment présentés sont certes déjà éloquents par eux-mêmes si on se donne la peine de les examiner avec quelque peu d'attention. Nous ne croyons cependant pas inutile de les accompagner, ci-dessous, de quelques commentaires, qui suivent l'ordre de présentation des tableaux, afin de faire partager la vision d'ensemble que nous-même en retirons à la lumière non seulement de cette investigation, mais aussi d'autres observations.

8.1. Commentaires sur les résultats du questionnaire terminal.

En fin d'année, les réussites sur les **questions de géométrie** s'échelonnent entre 92,58% pour la question la mieux réussie (compléter une figure par le tracé de trois segments) et 22,27% pour la question la moins bien réussie (reconnaître un triangle comme étant rectangle isocèle). Certes pour cette question, beaucoup d'élèves obtiennent une partie de la réponse, puisque 59,18% signalent l'une des deux propriétés mais pas la seconde. Il y a cependant d'autres questions très simples a priori qui ne donnent lieu qu'à des pourcentages de réussite assez bas. Ainsi seuls 34,18% décrivent correctement, en indiquant les éléments caractéristiques nécessaires, un segment qu'ils ont tracé (en général de manière exacte). Et moins de la moitié sait employer à bon escient le mot “côté” ou le mot “sommet”.

L'impression générale qui se dégage pour la géométrie est donc celle d'un enseignement qui n'atteint pas les résultats que l'on pourrait espérer. Pour notre part, nous ne sommes pas vraiment surpris de ce phénomène : Dans d'autres études, nous avons eu l'occasion de dire qu'en fin de classe de Sixième, il est possible d'atteindre des techniques de tracé qui sont pratiquement celles des adultes, mais que les techniques d'expression atteintes restent perfectibles. Nous sommes même persuadés qu'une exigence de perfection dans l'expression est intempestive à ce niveau, parce que prématurée ; en gros, il convient d'admettre que le « je pique le compas à tel endroit...» est sans doute un intermédiaire indispensable à beaucoup d'élèves entre le « je fais comme ça » accompagné d'un geste (donc quelque chose de non transmissible par le texte) et l'expression mathématique du type « on considère le cercle de centre...», de laquelle toute référence instrumentale est absente. C'est donc probablement en géométrie, à ce niveau scolaire, que l'enseignement selon la maxime “j'explique, tu appliques” fonctionne le plus mal. Et ceci recouvre un sérieux problème de formation des professeurs.

Dans la partie intitulée **“travaux numériques”**, les résultats sur les questions proprement numériques sont bien meilleurs qu'en géométrie ; beaucoup de pourcentages de réussites dépassent les 80% (précisément, c'est le cas pour 13 items) et très peu (3 items) sont en dessous de 66%. Mais les questions mettant en jeu des éléments autres que les seuls nombres apparaissent difficiles. Ainsi en est il des questions sur périmètre et aire (réussites entre 49,61 et 30,66%), où des grandeurs sont en jeu, ou bien de la question «Indiquer le nombre dont le produit par 4 est égal à 5 » (réussite : 24,22%, réponse fausse “20” : 18,95%), qui demande pour être correctement traitée une vision bien complète de la phrase de l'énoncé, parce qu'il n'y a pas “congruence”(pour reprendre le terme utilisé par R. Duval) entre l'énoncé verbal et une égalité de la forme «4x = 5» conduisant au traitement à effectuer.

L'impression générale que donnent les résultats des travaux numériques est donc très satisfaisante pour ce qui concerne les nombres eux-mêmes, mais plus mitigée lorsqu'il s'agit de faire usage des nombres. L'effort d'enseignement de ce côté sera donc à poursuivre dans les classes ultérieures, ce qui n'a rien que de normal puisque, après tout, l'usage des nombres est un cas particulier d'un vaste secteur fort complexe : celui de la modélisation.

8.2. Commentaires sur l'évolution des résultats entre début et fin d'année.

Les **comparaisons** entre début et fin d'année ne peuvent se faire de la même façon si elles concernent des questions identiques ou si elles portent sur des questions similaires mais néanmoins différentes. Dans le second cas en effet, il convient d'essayer de faire pour les différences la part de l'évolution et celle des variations dans la nature des questions ; ceci n'est pas toujours facile. De toute façon, les comparaisons possibles au vu du tableau restent limitées car elles ne peuvent être que globales : sans étude des croisements, il n'est pas possible de repérer les déplacements d'élèves d'un type de réponse à un autre. Plus loin sont présentés les enrichissements qu'apporte une telle étude à la première approche entreprise à présent. Celle-ci permet déjà de dire que les évolutions observées ne sont pas à sens unique : Si l'on observe de sensibles augmentations du taux de réussite sur le calcul avec les nombres décimaux (exemple : de 62,9% en début d'année à 78,1% en fin d'année pour la division de 258,3 par 100), on observe en revanche une régression légère sur les questions numériques les plus simples (exemples de la dictée de nombres ou des multiplications d'entiers présentées en colonnes) ou même une régression apparemment forte sur la détermination d'un périmètre (de 59,96% de réussites en début d'année à 49,61% en fin d'année).

Nos impressions générales sur les évolutions, qui résultent de la consultations des résultats bruts sont les suivantes :

— On note une *consolidation des techniques de tracé géométrique*, pour atteindre en fin d'année une maîtrise dans le domaine des tracés de base. Ainsi, on voit que la reproduction demandée en fin d'année, qui exigeait tracé d'angle droit, report de longueurs, tracé d'arcs de cercle, obtient un pourcentage de réussites qui est à très peu près celui de la seule reproduction la plus simple du début d'année.

— On constate une mise en place d'*acquisitions au service des traitements mettant en jeu les nombres décimaux*. Une augmentation des pourcentages de réussite se situant entre 12 et 16 s'observe sur les questions identiques, et l'obtention de pourcentages sensiblement égaux s'observe sur les questions ayant un cran de difficulté supplémentaire : par exemple, ranger en fin d'année quatre nombres décimaux est à peu près au même niveau que ranger trois nombres en début d'année, ou bien résoudre une “équation à trou” n'est qu'à peine plus difficile en fin d'année avec des décimaux qu'en début d'année avec des entiers.

Une comparaison avec des résultats antérieurs mérite d'être signalée à ce propos. Lors de l'année scolaire 1984-85, à l'occasion d'une expérience de pédagogie différenciée dans un collège, nous avions posé exactement la même question utilisée ici, à savoir :

$$2{,}6 \times \square = 15{,}6.$$

Dans le collège de l'expérience, qui comportait 80 élèves de Sixième, une réussite de 99% avait été observée, mais, dans une population témoin de 158 élèves choisie pour être assez représentative de l'ensemble des élèves de ce niveau, la réussite observée était seulement de 63%. Les 88,48% observés ici sont donc nettement plus proches de la réussite des classes expérimentales d'alors, avec leur bénéfice de quelques moyens supplémentaires pour l'expérience, que de la réussite atteinte à cette époque dans les classes témoins. On peut donc parler dans ce cas d'un *progrès d'ensemble sensible*, ce qui mérite d'être relevé. Les explications de ce progrès sont elles à rechercher dans les contenus des programmes introduits en 1985, ou dans le travail entrepris dans le cadre de l'opération intitulée “Suivi scientifique des collèges” et diffusé auprès des professeurs ? Nous ne saurions répondre. Mais le fait est là, qui mérite d'être signalé le cas échéant à ceux qui exprimeraient un scepticisme de principe, sur la qualité des résultats d'expériences pédagogiques ou du moins sur leur reproductibilité.

— Les questions numériques les plus simples donnent lieu à des réussites qui baissent très légèrement en fin d'année, mais nous aurions plutôt tendance à parler de *stagnation*, à un niveau élevé de réussite. Nous verrons que sur ces questions, les croisements conduisent à des précisions intéressantes.

— La résolution de “problèmes” donne lieu pour sa part à des augmentations à peine perceptibles. On passe pour deux problèmes de division très semblables, et donnant en tout cas lieu à la même réponse 7, de 52,5% de réussite en début d'année à 58,4% en fin d'année ; de même deux “problèmes” (en fait de simples enchaînements d'opérations arithmétiques), de structures semblables, donnent respectivement lieu pour celui du début de l'année (“le goûter de Julie”) à 77,2% de réussite et pour celui de la fin de l'année (une addition de restaurant) à 78,3% de réussite. Dans ce dernier cas le niveau de réussite est certes élevé, mais on aurait pu attendre malgré tout une progression plus forte que celle observée. C'est surtout la faible progression sur le sens la division qui est quelque peu décevante, car on aurait pu espérer que le travail fait en classe de Sixième sur les quotients se traduise par une amélioration sensible dans la résolution de questions mettant en jeu la division ... Il y a donc encore un apprentissage perfectible de ce côté.

— Le tableau de comparaison des résultats pourrait faire croire à une très sensible régression en ce qui concerne l'expression en géométrie, mais il ne s'agit que d'une apparence si l'on y regarde de près : pour le parallélisme et l'orthogonalité, les questions du début et de la fin de l'année sont inverses les unes des autres (en début d'année indiquer la position relative de deux droites que l'on donne, en fin d'année indiquer des droites qui soient parallèles ou perpendiculaires), pour les particularités de triangle, les questions de fin d'année demandent deux caractéristiques (rectangle **et** isocèle). Regardons de plus près ces différences.

Dans le cas du parallélisme et de l'orthogonalité, il convient de remarquer que les questions de fin d'année demandent de *superposer* la désignation des droites à leur repérage, puisque la désignation d'une droite doit se faire ici par recours à deux points situés sur cette droite. En allant plus loin que les seuls codes, c'est à dire en regardant directement quelques copies d'élèves, nous avons observé des difficultés spécifiques de désignation, comme de citer seulement 2 points au lieu de 4 pour 2 droites, ou des ajouts de désignations telles que d_1 et d_2 pour contourner la difficulté. Les questions finales se trouvent ainsi être d'un niveau de difficulté très sensiblement supérieur aux questions initiales et, de ce fait, on n'est pas en mesure de tirer, des résultats obtenus, des indications d'évolution. A posteriori, nous pouvons penser à des questions qui auraient permis d'éviter ce phénomène ; par exemple, on peut demander aux élèves de colorier les droites qui conviennent et non pas de les désigner.

Dans le cas des questions de reconnaissance de triangles rectangles isocèles, plus de 80% des élèves citent au moins une des deux propriétés, mais environ le quart seulement cite les deux propriétés à la fois : ces pourcentages encadrent celui du début d'année, à savoir 59%, pour la reconnaissance d'un triangle rectangle isocèle. La grosse difficulté réside donc dans la citation des deux propriétés et la brève analyse qui vient d'être faite montre que ceci n'empêche pas d'avancer que certains progrès ont été faits.

Les deux cas nous conduisent à conjecturer que, pour beaucoup d'élèves de Sixième ayant à entreprendre le traitement de questions mathématiques, il y a bien une *barrière* très difficile à franchir : *celle-ci n'est pas la nécessité d'enchaîner des traitements, mais c'est le fait de devoir, pour réaliser un traitement,* ***combiner*** *des informations dispersées.* Certes, il arrive que des enchaînements demandent de telles combinaisons, mais ce n'est pas automatique. On voit d'ailleurs que des situations typiques d'enchaînements, comme l'addition de restaurant, peuvent être bien traitées puisque des niveaux de réussite voisins de 80% sont atteints. Après vérification détaillée, que nous n'explicitons pas ici, il apparaît que tous les résultats sont effectivement en accord avec une telle hypothèse sur la localisation de la plus importante difficulté que peuvent provoquer les tâches proposées.

Si l'hypothèse est confirmée par d'autres observations, auprès d'élèves de niveaux scolaires différents, éventuellement nettement supérieurs à celui de la classe de Sixième, elle pourrait être avancée pour expliquer certaines progressions importantes et rapides dans les apprentissages : Lorsque l'apprentissage a pour effet une *réduction de la nécessité de combiner*, il se traduit par des améliorations qui peuvent être spectaculaires. L'enseignement mathématique peut-il se contenter de telles améliorations ? Ceci est une autre question.

— Les propriétés de figures considérées précédemment nous ont conduit à écarter à leur sujet l'idée d'une régression, mais, en revanche, nous pensons pouvoir avancer ce terme de *régression* à propos des questions de *périmètre* et d'*aire*. Pour ces thèmes mathématiques, on ne peut guère invoquer de différences entre les questions du début et de la fin de l'année : seuls l'habillage (un bassin au lieu d'une maison sur le terrain ...!) et les données numériques diffèrent quelque peu, suffisamment peu pour qu'il soit impossible d'imaginer que ces modifications aient un quelconque effet sur la nature des traitements effectués et des réponses fournies. Pour le périmètre, la valeur numérique correcte est obtenue en fin d'année par 65,6% des élèves contre 63,9% en début d'année, mais cette augmentation à peine perceptible s'accompagne d'une forte diminution de l'accompagnement de cette valeur par l'unité de référence (ici des mètres) qui l'accompagne : de 60% en début d'année, on tombe à 49,6% en fin d'année. Pour l'aire du carré, le phénomène inverse se produit : il y a un peu plus d'élèves en fin d'année qui donnent le bon résultat avec son unité (le m^2) mais les valeurs numériques correctes chutent des 2/3 à très légèrement plus de la moitié (exactement : 51,2%). Il est indispensable dans ce cas d'examiner les croisements, pour voir si les élèves qui, en début d'année, savaient que le mot “aire” est associé pour les rectangles à un produit mais n'avaient pas de la notion d'aire une vision complète avec les problèmes d'unités, ne sont pas préférentiellement ceux qui échouent en fin d'année. La réponse n'est pas sans importance pour l'enseignement des mathématiques.

9. Croisement entre réponses du début et de la fin de l'année scolaire.

L'étude de croisements de réponses que nous présentons ici ne prétend pas être exhaustive. Nous la limitons aux cas pour lesquels les analyses précédentes ont fait apparaître un intérêt à chercher des compléments dans l'examen des croisements entre réponses de début et de fin d'année. Une étude plus complète des croisements s'inscrit dans la réflexion évoquée précédemment (voir le § **4**).

9.1 Existence d'un seuil de mobilisation.

La stagnation observée sur les réussites aux questions numériques les plus simples peut donner lieu à des interprétations très différentes selon que les élèves qui échouent en début d'année et ceux qui échouent en fin d'année sont les mêmes ou non. Les tableaux qui suivent permettent de trancher et, par là même, de proposer une conclusion. Le premier tableau concerne les nombres dictés, le second les multiplications de deux entiers disposés en colonnes.

Nombres dictés : 7002 (initial, sigle dans le tableau : D7c), **6012** (final : N1A), **4 000 000** (initial : D7b, final : N1B), **80,05** (final : N1C).

Init.\Final	N1A**1**	N1A**9**	N1A**0**	N1B**1**	N1B**9**	N1B**0**	N1C**1**	N1C**9**	N1C**0**
D7c**1**	430	42	1	399	73	1	418	53	2
D7c**9**	34	5	0	29	10	0	33	6	0
D7c**0**	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D7b**1**	408	38	1	391	55	1	398	47	2
D7b**9**	56	9	0	37	28	0	53	12	0
D7b**0**	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Produits 45 × 19 (initial : V01, final : N21) **et 523 × 305** (initial : V02, final : N22).

Init.\Final	N21**1**	N21**9**	N21**0**	N22**1**	N22**9**	N22**0**
V01**1**	379	64	0	368	75	0
V01**9**	59	9	0	55	13	0
V01**0**	0	1	0	0	1	0
V02**1**	374	57	0	369	62	0
V02**9**	63	17	0	54	26	0
V02**0**	1	0	0	0	1	0

Dans chacune des cases des tableaux ci-dessus, on voit apparaître un nombre : Celui-ci indique combien, parmi les 512 élèves pris en compte, ont donné en début et en fin d'année les réponses correspondant aux codes que l'on trouve sur la ligne et la colonne de la case considérée, en caractère gras à la fin du sigle des questions. Par exemple la case supérieure gauche du premier tableau comporte le nombre 430 ; cela signifie que 430 parmi nos 512 élèves ont correctement (code **1**) écrit sous la dictée d'une part 7002 en début d'année et d'autre part 6012 en fin d'année.

Nous avons encadré d'un trait un peu plus gras deux zones dans chacun des tableaux ci-dessus, de manière à ce que ressortent les comparaisons concernant les questions tout à fait identiques ou presque identiques (cas des nombres dictés 7002 et 6012). Ce qui est tout à fait frappant, c'est que dans les deux tableaux, on voit apparaître le même phénomène : la zone qui se rapporte à la comparaison des questions les plus simples, en haut à gauche, comporte des nombres qui pourraient résulter d'une épreuve parfaitement aléatoire, ce qui n'est pas le cas de la zone qui se rapporte à la comparaisons des questions un peu plus difficiles.

A l'intention des lecteurs pour qui les tests statistiques ne seraient pas familiers, précisons cette constatation. Considérons par exemple la comparaison des résultats observés sur la dictée des nombres 7002 et 6012, en nous limitant à la population des élèves qui ont fourni une réponse dans les deux cas, c'est à dire 511 élèves. Parmi eux, 472 ont correctement écrit 7002 et 39 n'ont pas répondu correctement ; de même, 464 ont réussi pour 6012 et 47 ont échoué. Supposons à présent que nous placions dans une première urne 472 boules blanches et 39 noires, et dans une deuxième urne 464 blanches et 47 noires. Répétons 511 fois l'épreuve consistant à tirer une boule dans chaque urne, à relever la couleur de la boule issue de la première urne et celle de la boule issue de la seconde, puis à replacer chaque boule dans son urne pour recommencer. Les valeurs espérées au terme des 511 épreuves seront, en désignant par b une boule blanche, par n une boule noire et en arrondissant les calculs à l'entier le plus proche (les nombres issus d'une expérience de 511 doubles tirages sont tous entiers) :

$$\text{b-b} : \frac{472 \times 464}{511} \approx 429 \text{ ; b-n} : \frac{472 \times 47}{511} \approx 43 \text{ ; n-b} : \frac{39 \times 464}{511} \approx 35 \text{ ; n-n} : \frac{39 \times 47}{511} \approx 4.$$

En les disposant en tableau de deux lignes et deux colonnes, on voit que ces résultats ne diffèrent que de 1 des nombres qui figurent dans la zone considérée du premier tableau :

Observation

Init.\ Fin	N1A**1**	N1A**9**
D7c**1**	430	42
D7c**9**	34	5

Expérience aléatoire
(tableau théorique estimé)

urne 1\ urne 2	blanche	noire
blanche	429	43
noire	35	4

Les connaisseurs auront reconnu, dans le tableau de droite ci-dessus, le tableau dit “théorique estimé” de l'observation effectuée. De la même manière, nous obtiendrions pour le cas de la multiplication 45 × 19 les deux tableaux suivants.

Observation

Init.\ Fin	N21**1**	N21**9**
V01**1**	379	64
V01**9**	59	9

Expérience aléatoire
(tableau théorique estimé)

urne 1\ urne 2	blanche	noire
blanche	380	63
noire	58	10

Par contraste, montrons que les résultats pour la multiplication 523 × 305 se comportent de manière nettement différente quand on les utilise dans la même procédure :

Observation

Init.\ Fin	N22**1**	N22**9**
V02**1**	369	62
V02**9**	54	26

Expérience aléatoire
(tableau théorique estimé)

urne 1\ urne 2	blanche	noire
blanche	357	74
noire	66	14

Dans ce dernier cas, il y a un écart de 12 entre les valeurs correspondantes des deux tableaux. Un test statistique, appelé test de chi-2 (dire «ki-deux»), montre qu'un écart aussi important avec les valeurs attendues ne se présentera quasiment jamais au terme d'une expérience de 511 doubles tirages. Pour notre observation, on est amené à constater surtout que l'effectif des échecs répétés est nettement plus important que celui que le hasard seul conduirait à admettre : Il est donc permis d'affirmer ici qu'il y a bel et bien une petite sous-population des élèves de sixième qui ne surmonte pas pendant l'année des difficultés à effectuer une multiplication écrite, dès que celle-ci présente le moindre élément de complexité, par exemple la présence d'un 0 dans le multiplicateur. Une analyse tout à fait semblable à celle-ci peut être faite pour la dictée du nombre 4 000 000 , qui conduit à relever que là aussi il y a très probablement dans les erreurs de véritables indices de difficulté (pour éviter une répétition qui risquerait d'être fastidieuse, nous ne donnons pas les tableaux pour ce cas, mais le lecteur dispose de toutes les informations pour les construire lui-même et aboutir ainsi au constat que nous avons fait). Il s'agit ici des erreurs que l'analyse publiée dans un premier rapport, sur les résultats de l'évaluation initiale complétée par les résultats scolaires du premier trimestre, nous avait conduit à qualifier de dysfonctionnements.

Alors que le titre de ce § **9.1.**, proposé avant la présentation des tableaux, indiquait “seuil de mobilisation”, il n'a pas été question de cela jusqu'à maintenant. Mais le lecteur perspicace aura sans doute déjà compris la raison de ce titre, au vu des analyses qui viennent d'être présentées. En effet, celles-ci nous permettent de supposer qu'il existe un *niveau minimum de difficulté*, en-dessous duquel les erreurs se réduisent à des étourderies sans signification et au dessus duquel les erreurs deviennent significatives. Le seuil de mobilisation , évoqué dans le titre, se situerait donc au dessus du niveau de difficulté présenté par la dictée de 7002 ou de 6012, mais au dessous du niveau présenté par la dictée d'un nombre plus grand tel 4 000 000 ; de même à propos du produit, on peut situer le seuil entre la difficulté présentée par 45 × 19 et celle présentée par 523 × 305. Des professeurs disent parfois (et en particulier cela a pu être le cas de ci de là à propos de l'évaluation nationale de 1989) qu'il ne faut pas poser des questions trop faciles ; la présente observation tendrait à leur donner raison, si toutefois le *seuil de mobilisation de l'attention*, qu'elle permet de soupçonner, ne se situait pas à un niveau considérablement moindre que celui des questions souvent présentées comme “juste assez difficiles”.

L'opération 45 × 19, qui apparaît comme une question trop simple pour permettre de repérer des difficultés, donc peu intéressante par rapport à l'objectif de l'opération d'évaluation, n'est pas pour autant une question dépourvue de tout intérêt. Cette multiplication posée par écrit conduit à trois opérations élémentaires présentant quelque risque d'erreur : le produit de 5 par 9, c'est à dire 45 avec le fait d'écrire 5 et de retenir 4, le produit de 4 par 9, c'est à dire 36, et l'ajout de la retenue 4 pour obtenir alors 40. Les autres opérations, telle la recopie de 45 en dessous de 405 avec un décalage d'une place, conduisent toutes à un risque d'erreur pratiquement nul. Supposons, pour fixer les idées, que les trois opérations élémentaires qui nous intéressent conduisent aux mêmes risques d'erreur et qu'il y ait indépendance de ces risques. On obtient alors, à l'issue d'un calcul simple prenant en compte le taux que nous avons observé pour les erreurs (entre 0,13 et 0,14), le fait qu'une opération élémentaire pour une multiplication écrite aurait une *fiabilité de l'ordre de 19/20* ou, si l'on préfère, conduirait à un risque d'erreur de l'ordre de 1/20. En effet, $(19/20)^3 \approx 0{,}86$. Ceci n'est évidemment qu'indicatif, mais néanmoins intéressant du point de vue pédagogique : Le risque d'erreur, qui est rapidement d'une certaine importance quand la complexité d'un calcul s'accroît, et la stagnation observée, qui conduit à penser que l'on a atteint avec les élèves de Sixième une valeur quasi définitive de la fiabilité, fournissent des arguments en faveur de l'utilisation des calculatrices s'il en était besoin. En tout cas, on ne peut guère espérer trouver une réponse pédagogique à des difficultés d'élèves dans une pratique en soi de calculs simples faits sur feuille. Nous ne parlons pas ici du calcul mental, qui relèverait d'autres observations.

9.2. La liaison entre grandeurs relatives aux figures géométriques.

Le tableau qui suit montre, à propos de questions de périmètres et d'aires, une corrélation certaine des traitements de ces deux types de grandeurs et, même plus, une liaison avec la perception des figures géométriques. En effet, les croisements, même dans des zones du tableau correspondant à des questions différentes, font apparaître des nombres bien différents de ceux qui pourraient résulter du hasard, contrairement à des cas que nous avons précédemment rencontrés.

Périmètres (initial : V61, final : 8A) **et aires** (initial : V62 et V63, final : 8B et 8C).
Note : Le code 2 désigne ici les résultats numériques corrects mais sans l'unité ou avec une unité fausse.

Ini.\Fin	8A**1**	8A**2**	8A**9**	8A**0**	8B**1**	8B**2**	8B**9**	8B**0**	8C**1**	8C**2**	8C**9**	8C**0**
V61**1**	194	44	69	0	160	41	93	13	132	29	124	22
V61**2**	4	3	12	1	4	2	13	1	2	1	15	2
V61**9**	48	29	66	11	31	16	86	21	21	9	94	30
V61**0**	8	6	14	3	4	4	16	7	2	0	18	11
V62**1**	119	21	32	2	109	14	43	8	92	13	54	15
V62**2**	77	31	61	3	48	29	84	11	36	15	102	19
V62**9**	49	26	58	7	36	16	70	18	26	10	82	22
V62**0**	9	4	10	3	6	4	11	5	3	1	13	9
V63**1**	126	26	37	2	117	19	48	7	97	16	63	15
V63**2**	70	27	60	4	49	30	70	12	39	13	93	16
V63**9**	48	20	53	3	25	11	76	12	17	9	80	18
V63**0**	10	9	11	6	8	3	14	11	4	1	15	16

Dans le tableau ci-dessus, les traits de séparation entre les questions sont plus larges que les traits de séparation entre les diverses modalités de réponse à une même question. Pour l'examen de ce tableau, il convient de remarquer que les questions de début d'année codées V62 et V63 sont analogues : l'aire d'un carré pour la première, d'un rectangle pour la seconde ; au contraire, les questions de fin d'année codées 8B et 8C donnent lieu à un saut : aire d'un carré pour la première, aire à calculer par différence entre l'aire d'un rectangle et celle du carré. On ne sera donc pas étonné de ne relever que de faibles différences entre les effectifs des lignes horizontales qui se correspondent, comme par exemple V62**1** et V63**1**, alors que les effectifs dans les colonnes correspondantes relatives à 8B et 8C donnent lieu à des écarts parfois importants ; par exemple, on relève au croisement de V61**1** avec 8B**9** un effectif de 93 et avec 8C**9** un effectif de 124, soit un écart de 31.

Outre la cohérence d'ensemble annoncée, ce qui frappe le plus peut-être dans le tableau, ce sont les résultats de fin d'année de la sous-population ayant en début d'année donné les bonnes valeurs numériques des aires demandées, mais sans les accompagner de l'unité de référence correcte. On aurait pu s'attendre à ce que cette sous-population soit proche de celle qui obtient une réussite complète, résultat numérique et unité, à ce que l'absence ou la mauvaise indication d'unité relève le plus souvent d'une distraction sans grande signification, le travail sur les nombres ayant mobilisé l'attention. Or ce n'est pas le cas : *La sous-population des élèves qui, en début d'année, ont fourni des valeurs numériques correctes non accompagnées de l'unité correcte est une sous-population globalement très semblable à celle des élèves qui se sont complètement trompés.* Pour s'en assurer, le lecteur comparera dans le tableau les deux lignes V62**2** et V62**9** ou les deux lignes V63**2** et V63**9** ; il se trouve que les effectifs globaux ne sont pas trop différents, de telle sorte que cette comparaison de lignes peut se voir directement sur les effectifs, alors qu'elle devrait en principe se faire sur les profils.

Nous ne pouvons qu'avancer des hypothèses sur ce phénomène : On peut parler, à propos de l'apprentissage de concepts géométriques tels ceux de périmètre et d'aire, soit de concepts en cours d'acquisition, soit d'acquisitions de type algorithmique (recours à la somme ou au produit) constituant de véritables obstacles pour une maîtrise complète ultérieure. Des travaux didactiques, tels ceux de Régine Douady, ont eu pour objet l'acquisition de ces concepts, mais ils ne nous permettent pas de trancher entre les deux hypothèses avancées ici sur les résultats observés. En particulier, il nous manque des informations sur le nombre des exercices concernant ces concepts qui ont été proposés en cours d'année de Sixième, pour savoir si l'on a plutôt affaire à des oublis ou à des blocages en fin d'année. En tout cas, un problème d'enseignement se trouve posé, qui mériterait d'autres observations pour être précisé.

9.3. Traitements de “problèmes”.

Enchaînements : le goûter de Julie (initial : U61),
l'addition de restaurant (final : N7R)

Initial\Final	N7R**1**	N7R**9**	N7R**0**
U61**1**	319	69	7
U61**9**	80	22	7
U61**0**	2	5	1

Problèmes de division (initial : U7D, final : N7A)

Initial\Final	N7A**1**	N7A**2**	N7A**9**	N7A**0**
(*)U7D**1**	202	16	42	9
U7D**3**	43	20	19	7
U7D**9**	47	21	26	14
U7D**0**	7	8	14	17

(*) U7D**1** correspond en fait aux deux codes **1** et **2**.

Le premier des tableaux ci-dessus ne diffère pas beaucoup du tableau théorique estimé (voir § **9.1**) qui lui correspond ; l'écart des effectifs est en effet de 3 seulement pour chaque case. Avec la stagnation globale des réussites entre début et fin d'année, ceci confirme ce que nous avions entrevu : les exercices d'enchaînement pur ne sont sans doute pas de bons instruments de diagnostic. Cela a, il faut le reconnaître, constitué pour nous une surprise. Mais ce sont bien les situations de combinaisons qui donnent lieu à des questions révélatrices et non celles d'enchaînement ne nécessitant pas de combiner ou restructurer des informations dispersées.

Dans le deuxième tableau, sur les problèmes de division, on trouve une situation analogue à celle rencontrée pour aires et périmètres : Dans les deux problèmes de division, la réponse correcte était 7 et le fait d'effectuer la division des entiers en jeu correctement conduisait au quotient entier 6 avec évidemment un reste (c'est ce qui conduisait à la réponse 7) ; les réponses fausses 6 avaient été relevées, avec le code **3** en début d'année, car le code **2** repérait les réponses 7 non accompagnées de justification, et avec le code **2** en fin d'année. On voit le peu de différence en fin d'année des sous-populations des lignes U7D**3** et U7D**9**, alors que les lignes U7D**1** et U7D**0** donnent lieu à des profils bien différents. S'agissant de la division, on connaît l'écart entre la connaissance de l'algorithme et le sens de cette opération : Une bonne exécution de la division en début d'année de Sixième est pour le professeur un indicateur de peu d'intérêt si elle n'est pas accompagnée du sens de cette opération.

Terminons ces propos par une petite remarque méthodologique : Le tableau obtenu pour les problèmes de division a été d'une aide certaine pour la lecture des tableaux concernant les périmètres et les aires.