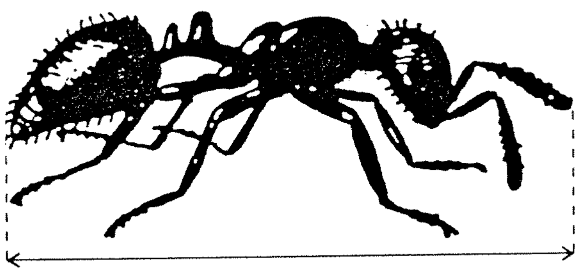
UNIVERSITE
LOUIS PASTEUR
STRASBOURG

I.R.E.M.
10, rue du Général Zimmer
67084 STRASBOURG
Tél. : 88-41-64-40
Fax : 88-41-64-49
E.mail : bibirem@math.u-strasbg-fr

# LA PROPORTIONNALITE au collège

GROUPE COLLEGE DE MULHOUSE



1996

# Préface

Cette brochure est le fruit de deux années d'âpres discussions au sein du groupe collège de Mulhouse, l'objectif étant de couvrir toutes les facettes de la proportionnalité au collège. Ce document a pour vocation première d'offrir aux un parcours individuel au travers d'activités de difficultés progressives. Le sujet étant classique et traité dans maints ouvrages, nous avons opté pour une approche différente. Les notions et les définitions sont dégagées à partir d'exemples concrets en évitant toutes les difficultés d'ordre calculatoire afin de ne pas détourner l'élève de l'objectif visé. On utilise ainsi souvent des nombres entiers.

L'introduction de la proportionnalité est faite à partir d'agrandissements de figures géométriques avec des coefficients très simples. Nous avons choisi délibérément de ne considérer au départ que des situations de proportionnalité afin de ne pas perturber l'élève. Celui-ci est invité à décrire les situations et à utiliser le vocabulaire qu'il souhaite. A partir d'un débat autour des différentes propositions, on dégage un vocabulaire définitif en écartant avec justification celles qui ne conviennent pas. Une présentation de données sous forme de tableau permet de mettre en place un vocabulaire conventionnel.

Cette brochure aborde, sous l'angle de la proportionnalité, les échelles, les pourcentages, les fonctions linéaires et le théorème de Thalès.

La brochure est composée de cinq unités divisées en plusieurs séances. Chaque séance est une occasion pour l'élève de travailler de manière autonome et à son rythme sur une suite d'exercices. Les différentes réponses nourrissent le débat avec l'ensemble de la classe et génèrent ainsi le contenu de la leçon. A titre indicatif, chaque séance correspond à une heure de travail avec les élèves. Ceci a fait l'objet d'expérimentation avec des élèves. Par souci d'économie de photocopies, nous vous suggérons de faire des réductions quand le document le permet (soyez attentifs dans les unités sur les échelles et le théorème de Thalès).

Cette brochure n'est pas répartie en niveaux afin de ne pas se scléroser dans le cadre des programmes changeant parfois. Le professeur averti saura trouver le niveau correspondant à chacune des séances. Celles qui ne rentrent pas dans une classification officielle peuvent être utilisées à titre de révision.

*Ont élaboré cette brochure*

Muriel BAUMGARTEN

Georges BIJAOUI

Eliane HUG

Marc LEVRECHON

Abdenacer MAKHLOUF

Anne SCHULTZ

Stelio TERZAKIS

Gérard WERNER

# Sommaire

# *Unité 1*

## Introduction à la proportionnalité

Cette unité présente la proportionnalité à travers des figures géométriques et des problèmes concrets. L'utilisation des tableaux permet de fixer le vocabulaire de base issu du débat avec les élèves.

*1ère séance : la proportionnalité à travers l'agrandissement de figures*

*2ème séance : la proportionnalité à travers la réduction de figures*

*3ème séance : les tableaux de proportionnalité*

*4ème séance : Résolution de problèmes*

# Document professeur

## *1ère séance : la proportionnalité à travers l'agrandissement de figures*

**Exercice 1 :** on laisse aux élèves la liberté de s'exprimer pour pouvoir corriger les confusions et laisser apparaître les a priori. Les élèves lisent leur phrase et le professeur note au tableau les différentes idées. C'est l'occasion de faire un peu de vocabulaire.

**Exercice 2 :** il s'agit de faire apparaître la multiplication et d'éliminer les phrases qui ne décrivent pas le procédé. Ce sont les phrases 2-4-7-8 qui devront être retenues. Cette sélection se fera à l'aide d'un débat en classe. A l'issue de ce débat, le professeur demandera aux élèves de faire barrer les phrases qui ne conviennent pas.

**Exercice 3 :** l'objectif de cet exercice est de faire apparaître le facteur. La phrase 4 ne convient plus ici.

**Exercice 4 :** cet exercice réinvestit les acquis précédents. Fin de la première séance.

## *2ème séance : la proportionnalité à travers la réduction de figures*

**Exercice 5 :** on laisse de nouveau aux élèves la possibilité de s'exprimer librement. Le professeur lance le débat pour relever les phrases des élèves et les trie par groupes ( diviser, réduire, diminuer, ...)

**Exercice 6 :** le débat se poursuivra à la suite de cet exercice. Celui-ci aboutit à une correction collective.

**Exercice 7 :** réinvestissement de ce qui précède. Apparition du diviseur.

**Exercice 8, 9 :** exploitation

**Exercice 10 :** amusement pour clore la séance et ce premier dossier d'introduction de la proportionnalité. On demandera aux élèves de rester dans le quadrillage.

## *3ème séance : les tableaux de proportionnalité*

**Exercice 11, 12 :** les élèves font les deux exercices seuls avant de faire une correction collective.

**Exercice 13 :** l'objectif de cet exercice est de faire apparaître le facteur permettant de passer de la ligne du haut à celle du bas. Au moment de la correction le professeur fera ajouter le multiplicateur en bout de tableau.

**Exercice 14 :** travail autonome des élèves pour remplir les quatre tableaux. Le corrigé sera fait aux pages suivantes. Afin de ne pas enfermer les élèves dans un shéma type, les tableaux sont présentés alternativement en lignes et en colonnes et sont à remplir dans les deux sens.

**Correction de l'exercice 14 :** l'objectif de la correction est la mise en place du vocabulaire. Le professeur fait compléter les tableaux avec un stylo de couleur et rajouter le coefficient de proportionnalité. On appellera coefficient de proportionnalité, le multiplicateur le plus simple qui permet de passer d'une ligne à l'autre. On fera remarquer aux élèves que pour aller dans l'autre sens il faut diviser par ce même nombre.

Oralement, le professeur demande aux élèves de reprendre les feuilles des séances précédentes pour réinvestir le vocabulaire et trouver dans chaque cas le coefficient de proportionnalité.

On recommande de se donner le temps de bien mettre le vocabulaire en place quitte à terminer ce travail en début d'heure suivante.

**Exercices 15 et 16** : applications et reinvestissement des tableaux de proportionnalité.

## *4ème séance : Résolution de problèmes*

Ce travail risque de nécessiter plus d'une heure; il conviendra alors de prévoir quelques exercices supplémentaires pour « compléter » l'éventuelle deuxième heure. Le professeur ne guidera pas les élèves dans un premier temps. Dans cette séance, les élèves s'entraîneront à reconnaître des problèmes de proportionnalité et à les résoudre en utilisant différents procédés en fonction des types de problèmes proposés. Les types de problèmes diffèrent par la nature des nombres utilisés. Dans les exercices de type 1 et 2, l'élève n'est pas tenté d'utiliser la linéarité car les nombres ne s'y prêtent pas. Si le professeur souhaite compléter la liste d'exercices, il veillera à bien choisir les nombres selon l'objectif à atteindre.

**Type 1 (exercices 17 ; 18 et 19):** ces exercices font apparaître un coefficient de proportionnalité "simple" pour que l'élève puisse faire un retour à l'unité sans difficulté.

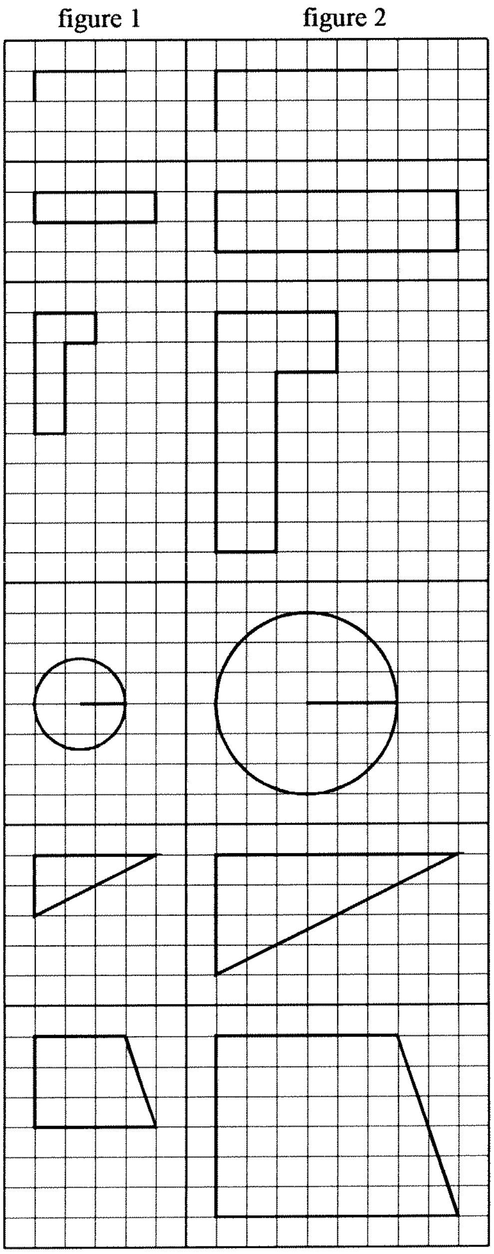
**Type 2 (exercices 20 ; 21 et 22):** les exercices de ce type sont conçus de sorte que le retour à l'unité mène les élèves à un coefficient de proportionnalité non décimal. C'est à cette occasion que le professeur demandera aux élèves de se servir des tableaux de la séance 3 afin de mettre en évidence le produit en croix.

**Type 3 (exercices 23 ; 24 et 25):** les exercices de ce type utilisent les propriété de la linéarité.

# 1ère séance

***Exercice 1***

Observe attentivement les deux séries de figures suivantes




Décris un procédé qui permet de passer de la figure 1 à la figure 2 dans chacun des cas.

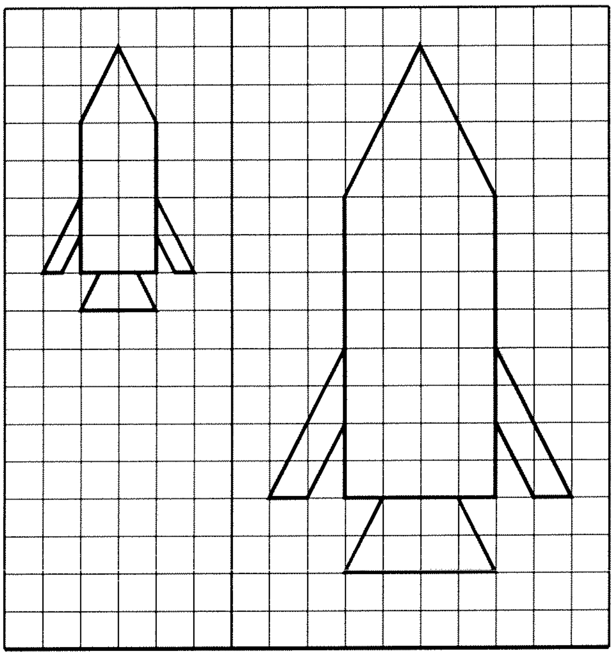
-----------------------------------------------------------------------------------------------------------

-----------------------------------------------------------------------------------------------------------

***Exercice 2***

Parmi les phrases proposées ci-dessous, met une croix devant celles qui décrivent bien le procédé qui permet de passer de la figure 1 à la figure 2.

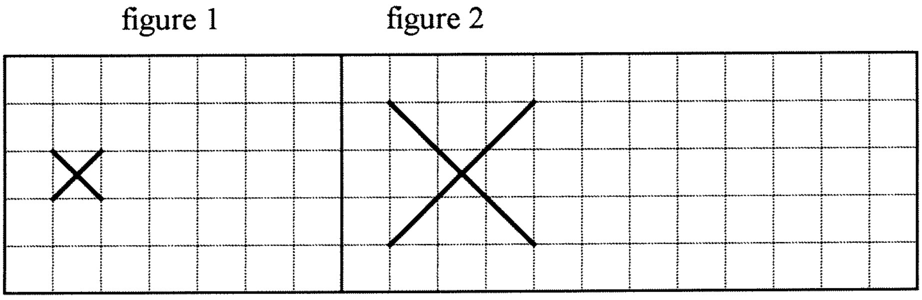
figure 1 figure 2



1. C'est une figure pareille mais plus grande
2. Je grossis les figures
3. Je fais des traits plus longs
4. Je double les dimensions
5. Je rajoute des carreaux
6. La première figure est plus petite que la deuxième
7. Je multiplie les mesures
8. J'agrandis les figures
9. J'ajoute le double

***Exercice 3***

Ecris les phrases choisies par la classe qui conviennent ici pour décrire le procédé qui permet de passer de la figure 1 à la figure 2




..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

Est-ce qu'il y a des phrases qui ne vont plus ici ? Dis pourquoi.

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

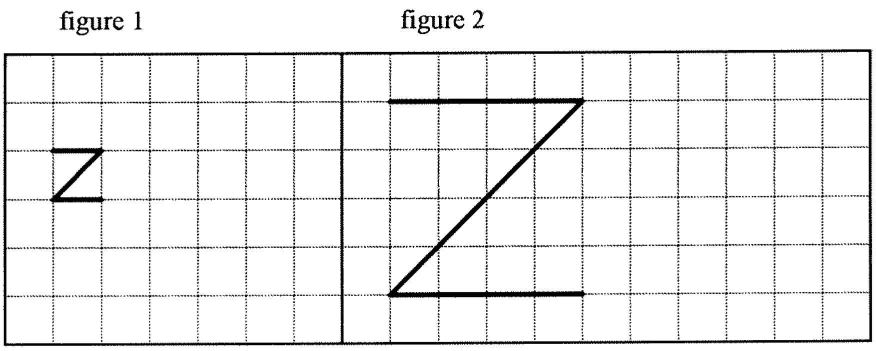
..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

***Exercice 4***

Observe attentivement les deux figures et décris un procédé qui permet de passer de la figure 1 à la figure 2.




..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

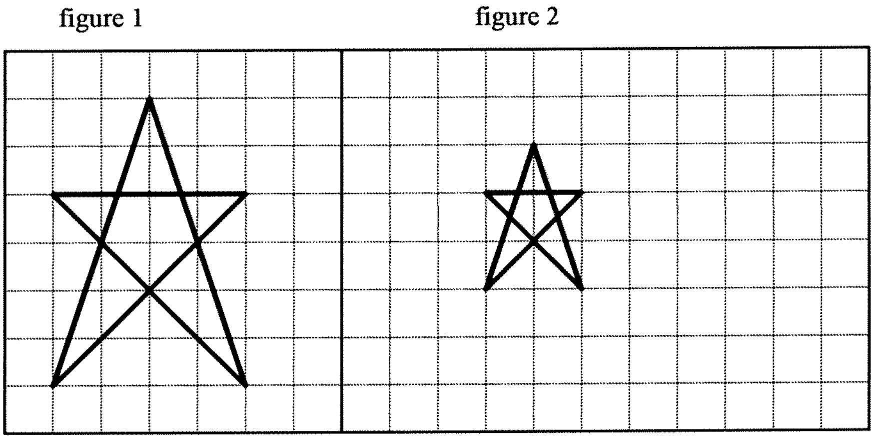
..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

# 2ème séance

***Exercice 5***

Tu vas encore devoir décrire un procédé qui te permet de passer de la figure 1 à la figure 2.




.....................................................................................................................................

.....................................................................................................................................

.....................................................................................................................................

.....................................................................................................................................

.....................................................................................................................................

.....................................................................................................................................

***Exercice 6***

Parmi les phrases sélectionnées par la classe, tu vas en retenir 3 et les classer de la plus précise à la moins précise.

1- .................................................................................................................................

2- .................................................................................................................................

3- .................................................................................................................................

***Correction***

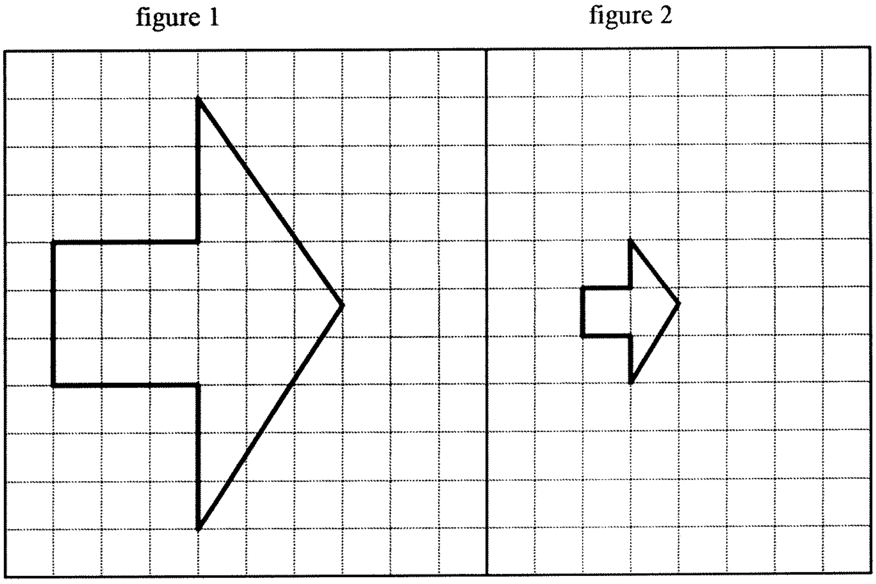
1- .................................................................................................................................

2- .................................................................................................................................

3- .................................................................................................................................

***Exercice 7***

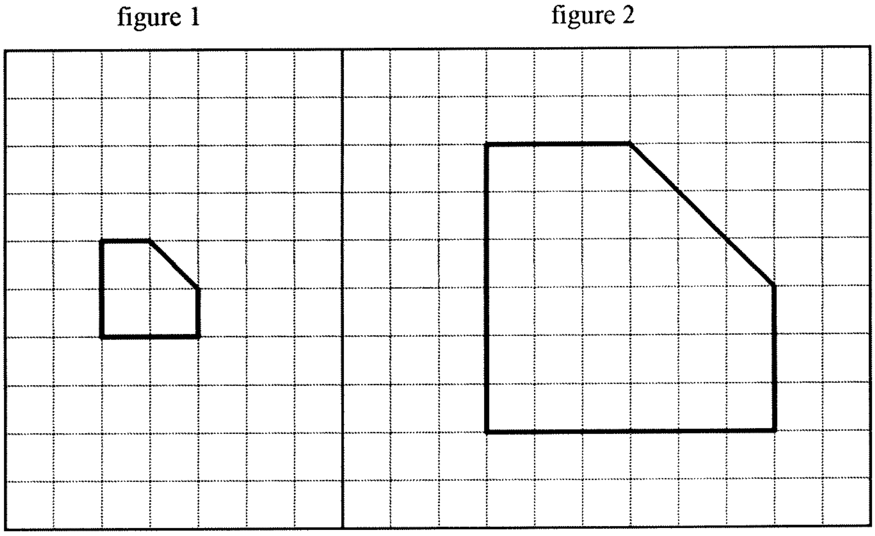
Tu disposes d'une seule ligne pour décrire le procédé qui permet de passer de la figure 1 à la figure 2

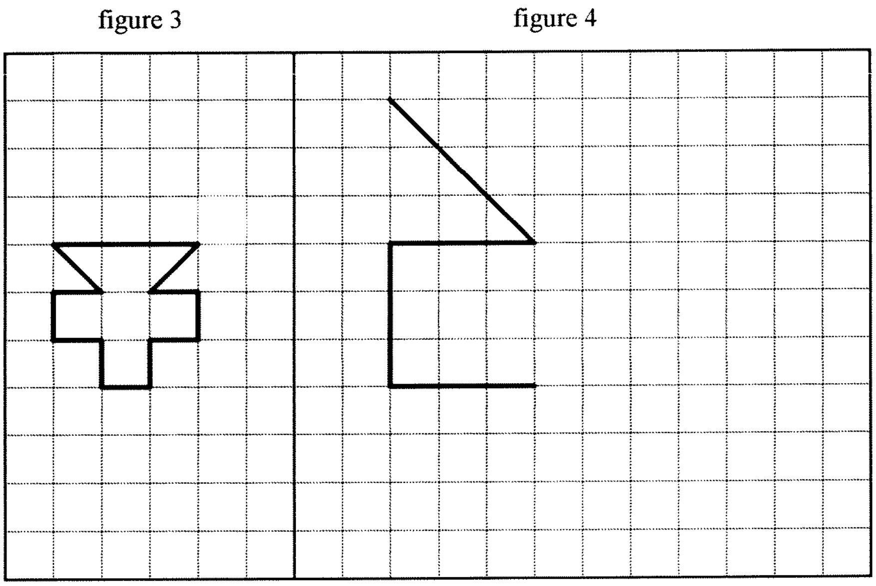



.............................................................................................................................................

***Exercice 8***

Observe l'exemple suivant (figure 1 et figure 2) et imagine un procédé qui permet de passer de la figure 1 à la figure 2. Tu utiliseras ce procédé pour compléter la figure 4.




Décris le procédé que tu as utilisé

........................................................................................................................................

........................................................................................................................................

***Exercice 9***

De même, observe l'exemple suivant (figure 1 et figure 2) et imagine un procédé qui permet de passer de la figure 1 à la figure 2. Tu utiliseras ce procédé pour compléter la figure 4.

figure 1 figure 2

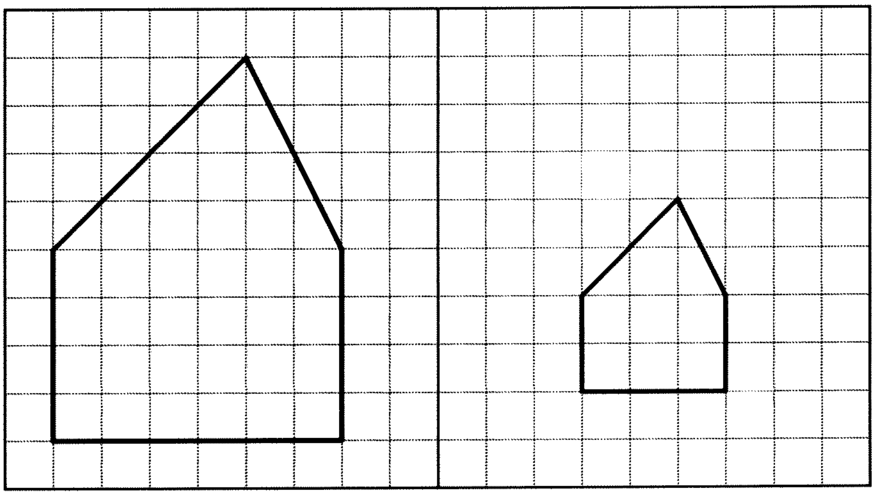
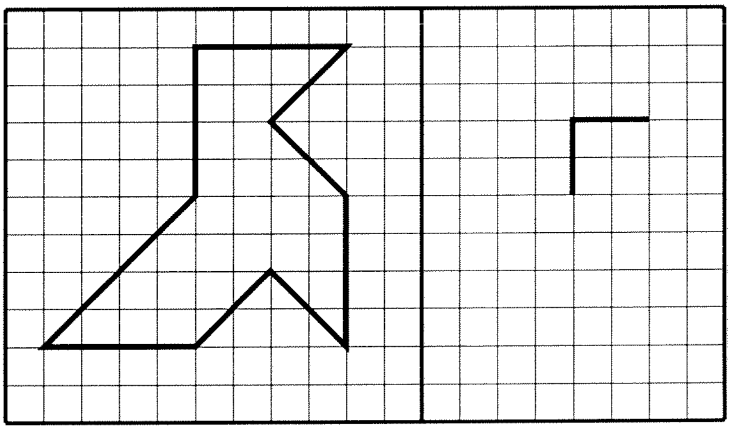


figure 3 figure 4



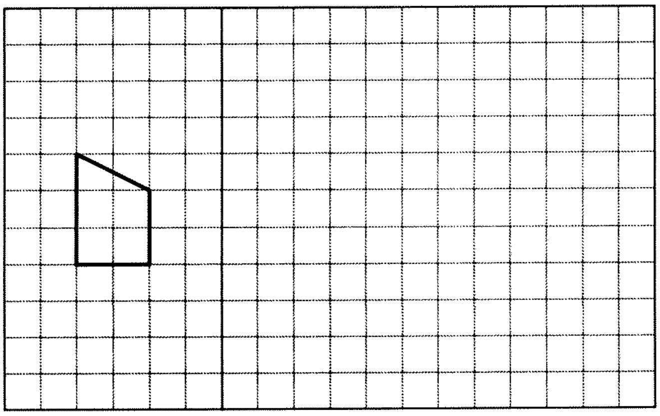
Décris le procédé que tu as utilisé

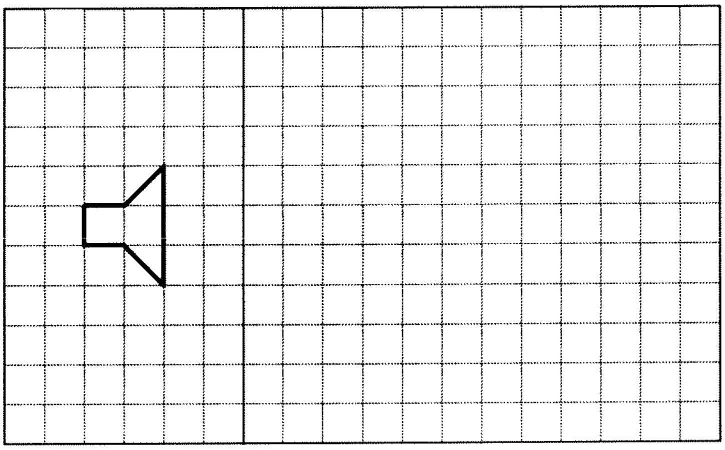
..........................................................................................................................................

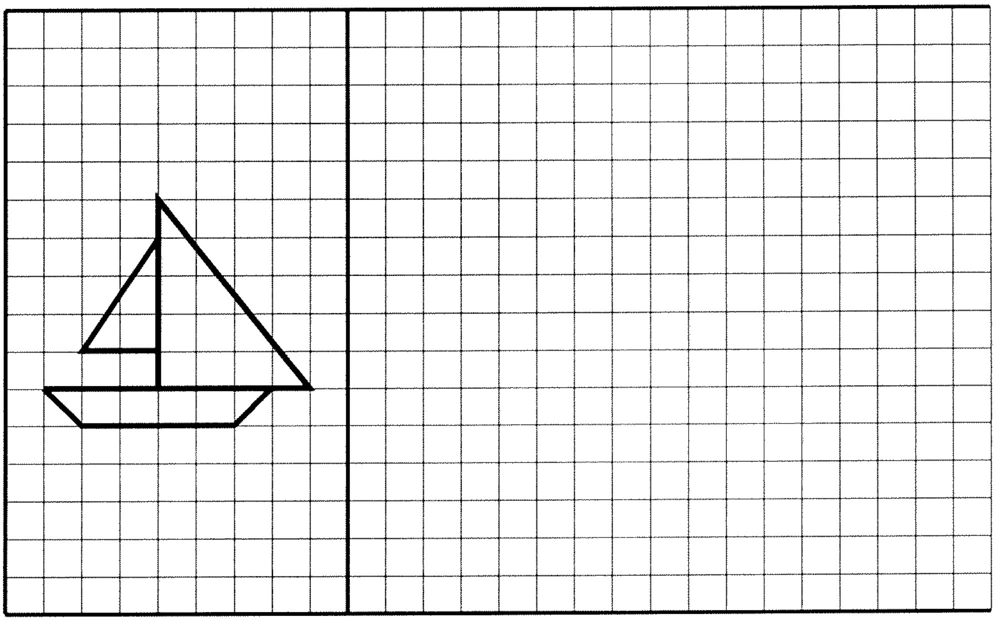
..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

***Exercice10***
Utilise ce même procédé pour construire les figures manquantes







# 3ème séance

***Exercice 11***

Muriel veut faire un gâteau pour 12 personnes à l'aide d'une recette prévue seulement pour 4 personnes. Calcule les quantités nécessaires et complète le tableau.

| Ingrédients | 4 personnes | 12 personnes |
|---|---|---|
| Farine | 125 g | |
| Lait | 50 cl | |
| Oeufs | 4 | |
| Sucre | 75 g | |
| Chocolat | 200 g | |
| Beurre | 100 g | |

***Exercice 12***

Pour la naissance de la petite Claire, Anne, sa jolie maman, confectionne des cornets de dragées.

Dans chaque cornet, il y a le même nombre de dragées.

Avec 36 dragées, Anne remplit 3 cornets.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| nombre de cornets | **3** | 7 | **2** | | | |
| nombre de dragées | **36** | **84** | **24** | | | |

Combien de dragées faut-il pour remplir 7 cornets ? .................

Combien de cornets peut-on remplir avec 24 dragées ? .............

Combien de dragées faut-il pour remplir un cornet ?

Calcul : ..............................................................................................

Combien de dragées faut-il pour remplir 23 cornets ?

Calcul : ..............................................................................................

Combien de dragées faut-il pour remplir 100 cornets ?

Calcul : ..............................................................................................

Reporte les réponses dans le tableau et décris le procédé qui permet de passer de la 1ère ligne à la 2ème ligne.

..........................................................................................................

..........................................................................................................

***Exercice 13***

Observe le tableau de nombres suivant:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 3 | 4 | 2 | 7 |
| 6 | 8 | 4 | 14 |

Tu as bien deviné le procédé qui permet de passer des cases du haut à celles du bas.

Utilise le même procédé pour compléter les cases vides du tableau suivant

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 4 | 2 | 7 | 5 | 8 | 6 |
| 6 | 8 | 4 | 14 | | | |

Ecris tes opérations pour montrer comment tu as rempli les cases vides

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

***Exercice 14***

Complète les cases vides des tableaux suivants.

tableau 1

| | | | |
|---|---|---|---|
| 4 | 5 | 2 | 3 |
| 20 | | | 15 |

tableau 2

| | |
|---|---|
| 2 | 20 |
| 1.5 | 15 |
| 0.2 | |
| 1.7 | |
| 11.3 | |
| 5.24 | |

tableau 3

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 2 | | 6 | | | |
| 0.5 | 2 | 1.5 | 6 | 7.5 | 9 |

tableau 4

| | |
|---|---|
| 7 | 21 |
| 3 | 9 |
| | 24 |
| 5 | |
| | 30 |
| 9 | |

***Correction de l'exercice 14***

tableau 1

| | | | |
|---|---|---|---|
| 4 | 5 | 2 | 3 |
| 20 | | | 15 |

Dans ce tableau, le procédé pour passer de la ligne du haut à la ligne du bas consiste à multiplier par 5

tableau 2

| | |
|---|---|
| 2 | 20 |
| 1.5 | 15 |
| 0.2 | |
| 1.7 | |
| 11.3 | |
| 5.24 | |

Dans ce tableau, le procédé pour passer de la colonne de gauche à la colonne de droite consiste à multiplier par 10.

**Vocabulaire**

On dit qu'on est dans une ***situation de proportionnalité.***

Dans le tableau 1, les deux lignes sont proportionnelles car on passe des nombres de la première ligne à ceux de la deuxième ligne en multipliant par 5.

Ici c'est le nombre 5 qui est appelé ***coefficient de proportionnalité.***

Dans le tableau 2, *les deux colonnes sont proportionnelles.*

Le coefficient de proportionnalité est maintenant .........

tableau 3

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ligne 1 | 2 | | 6 | | | |
| ligne 2 | 0.5 | 2 | 1.5 | 6 | 7.5 | 9 |

Dans ce tableau, on passe de la ligne 2 à la ligne 1 en multipliant par 4 ou de la ligne 1 vers la ligne 2 en divisant par 4.

On est aussi dans une *situation de proportionnalité*.

Voici ce qu'on peut dire :

Les deux lignes sont proportionnelles.

Le coefficient de proportionnalité de la ligne 2 vers la ligne 1 est **4**.

tableau 4

| colonne 1 | colonne 2 |
|---|---|
| 7 | 21 |
| 3 | 9 |
| | 24 |
| 5 | |
| | 30 |
| 9 | |

On est dans une situation de proportionnalité, car :

................................................................

................................................................

Le coefficient de proportionnalité de la colonne 1 à la colonne 2 est .......................

# *APPLICATIONS*

***Exercice 15***

Dans le tabeau suivant, les lignes sont proportionnelles.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ligne 1 | 5 | 7 | 3 | | | 15 |
| ligne 2 | | | 21 | 77 | 91 | |

Calcule le coefficient de proportionnalité :......................................................

Remplis les cases vides.

***Exercice 16***

Dans les tableaux suivants les colonnes sont-elles proportionnelles?

Justifie ta réponse.

| colonne 1 | colonne 2 |
|---|---|
| 9 | 54 |
| 7 | 42 |
| 3 | 18 |
| 5 | 35 |
| 12 | 72 |

| colonne 1 | colonne 2 |
|---|---|
| 200 | 4 |
| 1250 | 25 |
| 650 | 13 |
| 1600 | 32 |
| 350 | 7 |

.......................................................................................................................................

.......................................................................................................................................

# 4ème séance

***Exercice 17***
Une carte téléphonique de 50 unités coûte 40 francs.
Quel est le prix d'une communication qui utilise 12 unités ?

........................................................................................................................................

........................................................................................................................................

........................................................................................................................................

***Exercice 18***
Je paye 32 francs l'achat de 5 kg de pommes
a) Combien je paierai pour l'achat de 3 kg ?

........................................................................................................................................

........................................................................................................................................

b) Combien de kg de pommes je pourrai acheter avec 40 francs ?

........................................................................................................................................

........................................................................................................................................

***Exercice 19***
La location d'un garage coûte 450 francs pour 30 jours.
Calculer le prix de la location pour 21 jours.

........................................................................................................................................

........................................................................................................................................

........................................................................................................................................

***Exercice 20***
Une voiture consomme 75 litres d'essence pour parcourir 560 km.
Quelle quantité d'essence consomme-t-elle pour parcourir 100 km ?

........................................................................................................................................

........................................................................................................................................

........................................................................................................................................

***Exercice 21***
Un flacon de parfum qui revient à 126 francs est vendu 168 francs.
Calcule le prix de vente d'un flacon qui revient à 351 francs.

........................................................................................................................................

........................................................................................................................................

........................................................................................................................................

........................................................................................................................................

***Exercice 22***
Hector qui mesure 1,80 m est pris en photo au pied d'un baobab.
Sur la photo, Hector mesure 4,2 cm et le baobab 28 cm.
Calcule la hauteur réelle du baobab.

........................................................................................................................................

........................................................................................................................................

........................................................................................................................................

***Exercice 23***

Pour faire 12 kg de confiture, il faut 9 kg de fruits.
Combien faut-il de fruits pour faire :
a) 24 kg de confiture ?

...........................................................................................................................

b) 8 kg de confiture ?

...........................................................................................................................

c) 32 kg de confiture ?

...........................................................................................................................

***Exercice 24***

Un véhicule se déplace à vitesse constante.
En 3 secondes, il parcourt 70 mètres.
a) Quelle distance parcourt-il en 15 secondes ?

...........................................................................................................................

b) En combien de temps parcourt-il 490 mètres ?

...........................................................................................................................

***Exercice 25***

Un champ de 7 hectares produit 11 tonnes d'hyrème par an (l'hyrème : céréale rare mais très appréciée des mathivores).
a) Quelle quantité d'hyrème produira un champ de 35 ha ?

...........................................................................................................................

b) Combien d'hectares doit-on cultiver pour produire 66 tonnes d'hyrème ?

...........................................................................................................................

# *Unité 2*

## **Les échelles**

*On introduit les échelles à partir de situations concrètes, agrandissement ou réduction de timbres, pièces de monnaie... On fait le lien avec la proportionnalité en privilégiant le coefficient sous forme décimale avant de passer à l'écriture fractionnaire.*

*1ère séance : lien entre échelles et proportionnalité de longueur*

*2ème séance : recherche des dimensions réelles et de l'échelle.*

*3ème séance : passage aux échelles fractionnaires*

# Document professeur

Nous vous recommandons de ne pas réduire ce document afin de laisser aux modèles leur dimension réelle.

Etant donné que l'on demande aux élèves de prendre des mesures nous vous rendons attentif au risque de déformation dû à certaines photocopieuses.

## *1ère séance : lien entre échelles et proportionnalité de longueur*

**Exercice 1.** *Nous vous recommandons de couper cette première feuille* ***avant*** *le vocabulaire afin de ne pas guider les élèves dans leur travail. Elle sera donnée après le corrigé.*

1ère étape : l'élève donne une réponse individuelle.

2ème étape : on recense toutes les solutions au tableau et on détermine la meilleure solution dans un débat de classe.

L'approche de la proportionnalité à travers les échelles dans ce document est conçue de manière à permettre aux élèves d'éliminer les idées fausses par un débat avec les camarades (et non un cours magistral et des modèles imposés).

**Exercice 2.** Dans cet exercice on vérifie que la notion d'échelle simple est bien en place (elle permet le passage de la réalité au dessin).

Pour que les élèves comprennent bien que l'échelle est le facteur multiplicatif, nous avons évité volontairement la réduction dans ce premier temps.(car les élèves diront $\div 2$ au lieu de $\times \frac{1}{2}$).

**Exercices 3, 4, 5, 6 :** *trouver les dimensions du dessin à partir des dimensions réelles.*

**Exercice 3.** (agrandissement) Calcul de la dimension agrandie à partir de la dimension réelle.

**Exercice 4.** (agrandissement)Trouver les dimensions de l'agrandissement à partir de tracés réels.

Afin de rester proche de la réalité, nous avons pris une photo de coccinelle et non un dessin. La reproduction est donc plus difficile et nous vous suggérons d'inciter les élèves à commencer par agrandir le cadre.

**Exercice 5.** (réduction) Trouver la dimension du dessin par une réduction.

Le travail final de Pierre est faux car toutes les dimensions doivent être multipliées par le même nombre.

## *2ème séance : recherche des dimensions réelles et de l'échelle.*

**Exercice 6.** (réduction) Réinvestissement de la séance précédente. Il s'agit de trouver les dimensions lorsqu'on fait une réduction en corrigeant un tracé faux. Nous demandons à l'élève de travailler au crayon de papier pour permettre la correction.

**Exercice 7, 8 :** *Trouver les dimensions réelles à partir des dimensions du dessin.*

**Exercice 7.** Le dessin est un agrandissement.

**Exercice 8.** Le dessin est une réduction.

Pour le dernier calcul, nous avons choisi 2 comme largeur de la maison afin que l'élève voit que diviser par 0,2 revient à multiplier par 5.

**Exercice 9. Trouver l'échelle.**

Situation simple pour montrer le mécanisme.

**Exercice 10.** *Mise en place du vocabulaire.*

Mise en place de la notion d'agrandissement et de réduction avec comparaison de l'échelle à 1.

Travail avec débat de classe.

**Exercice 11.** Réinvestissement de l'apprentissage fait à l'exercice précédent en trouvant quel timbre correspond à quelle échelle.

## *3<sup>ème</sup> séance : passage aux échelles fractionnaires*

**Exercice 12, 13, 14 :** Exercices de synthèse qui font intervenir les 3 « savoir » :

→Trouver le réel

→Trouver le dessin

→Trouver l'échelle

**Exercice 12.** *Nous vous recommandons de couper cette feuille* ***avant*** *le vocabulaire afin de ne pas guider les élèves dans leur travail. Elle sera donnée après le corrigé.*

**Exercice 13.** Nous demandons à l'élève de travailler au crayon de papier pour permettre la correction.

**Exercice 14.** La mesure de distances sur un plan n'est pas toujours précise et pour fixer les idées nous avons trouvé:

* Pour le trajet d'Ahmed : 1,4+3+0,7+4,4+5=14,5

* Pour le trajet de Philippe : 1,4+1,4+1,7+3,2+2+4,7+1,3=15,7

# *1^ère^ séance*

***Exercice 1***


Fig. 1

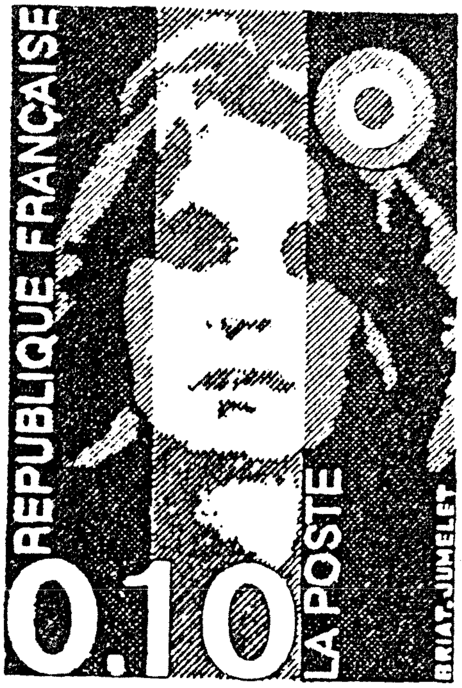



Fig.2

Quel procédé permet de passer de la figure 1 à la figure 2 ?

.................................................................................................................................

.................................................................................................................................

Solution de la classe :

.................................................................................................................................

.................................................................................................................................

---

**Vocabulaire :**

Dans ce chapitre, la proportionnalité n'est appliquée qu'aux longueurs.

Pour passer de la figure 1 à la figure 2, on multiplie les longueurs par 4.
Le coefficient de proportionnalité est 4.
Lorsqu'on multiplie les dimensions réelles pour obtenir les dimensions sur le dessin, le coefficient de proportionnalité s'appelle l'**échelle**.
***Dans l'exemple précédent, l'échelle est 4.***

***Exercice 2***

Dans les exemples suivants, l'une des deux figures représente une pièce en grandeur réelle.

Figure 1


Figure 2

Pour quelle figure la pièce est-elle en grandeur réelle ?

.......................................................................................................................................

Quelle est l'échelle ?

.......................................................................................................................................


Figure 2

Figure 1

Pour quelle figure la pièce est-elle en grandeur réelle ?

.......................................................................................................................................

Quelle est l'échelle ?

.......................................................................................................................................

Figure 1


Figure 2

Quelle est l'échelle ? Explique ta réponse.

.....................................................................................................................................

.....................................................................................................................................

.....................................................................................................................................

### *Exercice 3*

Afin de faire une affiche en dimension A3 pour le concours supermath, Eliane veut agrandir la feuille d'annonce qui est en dimension A4. Elle a mesuré la hauteur de certaines lettres et les a recopiées dans ce tableau. Elle souhaite les agrandir a l'échelle 1,4. Complète le tableau.

| Hauteur sur la feuille A4 (en cm) | 0,3 | 0,2 | 0,6 | 1 | 0,4 |
|---|---|---|---|---|---|
| Hauteur sur la feuille A3 (en cm) | | | | | |

Ecris ici tes calculs : ..........................................................................................................

.....................................................................................................................................

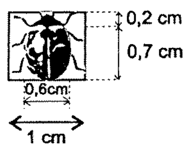
.....................................................................................................................................

.....................................................................................................................................

.....................................................................................................................................

*Exercice 4*

En sciences naturelles, Luc veut annoter les différentes parties d'une coccinelle mais son modèle est trop petit. Pour plus de clarté, il a décidé de la reproduire à l'échelle 4,5.
Effectue ce travail à partir du dessin donné.




*Exercice 5*

La longueur réelle de cette feuille est de 125 mm.
Pierre a fait le dessin à l'échelle 0,8.
Calcule la longueur qu'elle doit avoir sur le dessin.

.....................................................................................................................................

.....................................................................................................................................

Pierre a-t-il tracé la bonne longueur ?........................................................................................

Sachant que la largeur de la feuille est de 45 mm, Pierre a-t-il bien tracé la largeur de la feuille ?

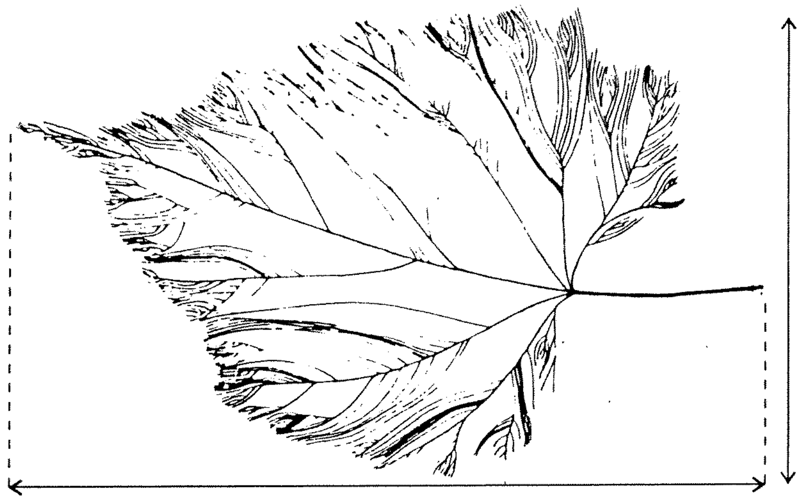
.....................................................................................................................................

.....................................................................................................................................

Que peux-tu dire du travail final de Pierre ?

.....................................................................................................................................

.....................................................................................................................................



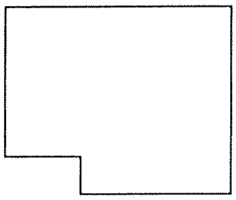
# $2^{ème}$ séance

***Exercice 6***

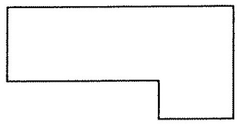
Paul a reproduit le dessin a) à l'échelle 0,5 mais il a commis un certain nombre d'erreurs en faisant son travail .

Recherche ces erreurs et barre au crayon de papier les traits qui n'ont pas été tracés à la bonne dimension.

a)

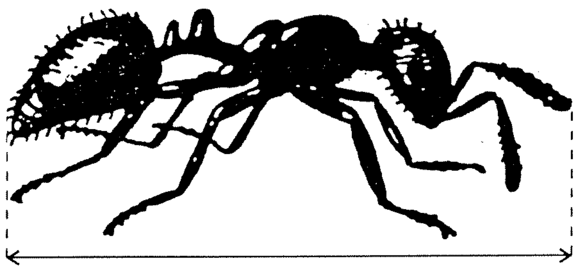


b)



***Exercice 7***

Cette petite fourmi noire est représentée à l'échelle 30. Calcule sa longueur réelle en mm.



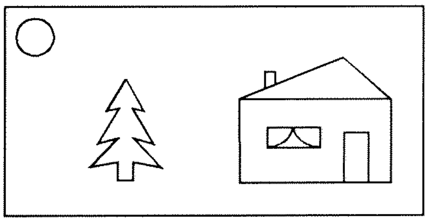
……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………

***Exercice 8***

Afin de présenter sa collection de cartes de voeux, Monsieur Bonheur les a toutes présentées sur une page après les avoir réduites à l'échelle 0,2.
Le dessin ci-dessous représente une de ces cartes réduites.



En prenant les mesures sur cette réduction, indique dans le tableau ci-dessous les dimensions réelles demandées.

| | hauteur de la maison | diamètre du soleil | hauteur du sapin | largeur de la maison |
|---|---|---|---|---|
| dimension réelle (en cm) | | | | |
| dimension dessin(en cm) | 1,7 | 0,5 | 1,4 | 2 |

***Exercice 9***

a) Sur un panneau publicitaire, une barre chocolatée de 10 cm de long est représentée par une photographie de 92 cm de long.

| | Longueur de la barre (en cm) |
|---|---|
| Dimension réelle | |
| Dimension dessin | |

Complète le tableau ci-dessus.
Trouve l'échelle.

Calcul : ..........................................................................................................................

b) Cette même barre chocolatée est aussi représentée sur un dépliant publicitaire par une longueur de 10 cm.

Quelle est l'échelle dans ce deuxième cas ?

..........................................................................................................................

..........................................................................................................................

***Exercice 10 (vocabulaire)***

Lorsque l'échelle est 1, que peut-on dire de l'objet et de sa représentation ?

.......................................................................................................................................

.......................................................................................................................................

Remplis maintenant le tableau ci-dessous.

| Exercice n° | L'objet réel a été agrandi | L'objet réel a été réduit | Echelle |
|---|---|---|---|
| 3 | oui | | 1,4 |
| 4 | | | |
| 5 | | | |
| 7 | | | |
| 8 | | | |

Lorsqu'on fait un agrandissement, que peut-on dire des dimensions du dessin par rapport aux dimensions réelles ?

Ma réponse : ..........................................................................................................

Celle de la classe : ..................................................................................................

Lorsqu'on fait une réduction, que peut-on dire des dimensions du dessin par rapport aux dimensions réelles ?

Ma réponse : ..........................................................................................................

Celle de la classe : ..................................................................................................

En regardant le tableau, que remarques-tu pour l'échelle lorsque l'objet est agrandi ?

Ma réponse : ..........................................................................................................

Celle de la classe : ..................................................................................................

Et lorsque l'objet est réduit ?

Ma réponse : ..........................................................................................................

Celle de la classe : ..................................................................................................

**Conclusion :**

Lorsque l'objet réel est à la même grandeur que le dessin, l'échelle est ..............................

Lorsque l'objet est agrandi, l'échelle est ..........................................

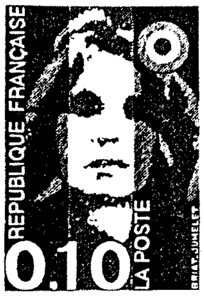
Lorsque l'objet est réduit, l'échelle est ............................................

***Exercice 11 « aidez-moi ! ... à retrouver les échelles»***

Je viens de photocopier le même timbre en réglant la machine successivement sur 1,2 ; 2 , 0,65 ; 3 ; 1 ; 1,7 et 1,4 , mais j'ai mélangé toutes les photocopies obtenues.

Retrouve les échelles rapidement sans faire de calcul.


Echelle ...........




Echelle ...........

Echelle ...........


Echelle ...........

Echelle ...........


Echelle ...........


Echelle ...........

# *3ème séance*

***Exercice 12***

Sur différents documents, on a retrouvé les indications suivantes, que signifient-elles ?

a) Un plan à l'échelle 0 — 1 km

Ma réponse : ..........................................................................................................

Celle de la classe : ..................................................................................................

b) Une maquette au vingt-quatrième.

Ma réponse : ..........................................................................................................

Celle de la classe : ..................................................................................................

c) Un schéma à l'échelle 3 :500.

Ma réponse : ..........................................................................................................

Celle de la classe : ..................................................................................................

d) Un dessin à l'échelle 4 :1.

Ma réponse : ..........................................................................................................

Celle de la classe : ..................................................................................................

e) Une carte à l'échelle $\frac{1}{250\,000}$

Ma réponse : ..........................................................................................................

Celle de la classe : ..................................................................................................

---

**Vocabulaire** : qu'est-ce qu'une échelle fractionnaire ?

Sur une carte touristique nous remarquons l'indication : 1 ÷ 200 000 c'est l'échelle de la carte.

Nous pouvons aussi l'écrire sous la forme d'une fraction : $\frac{1}{200\,000}$

ou parfois aussi 1/200 000.

L'écriture fractionnaire est généralement préférée à l'écriture décimale obtenue en divisant 1 par 200 000.

$\frac{1}{200\,000}$ = 0,................

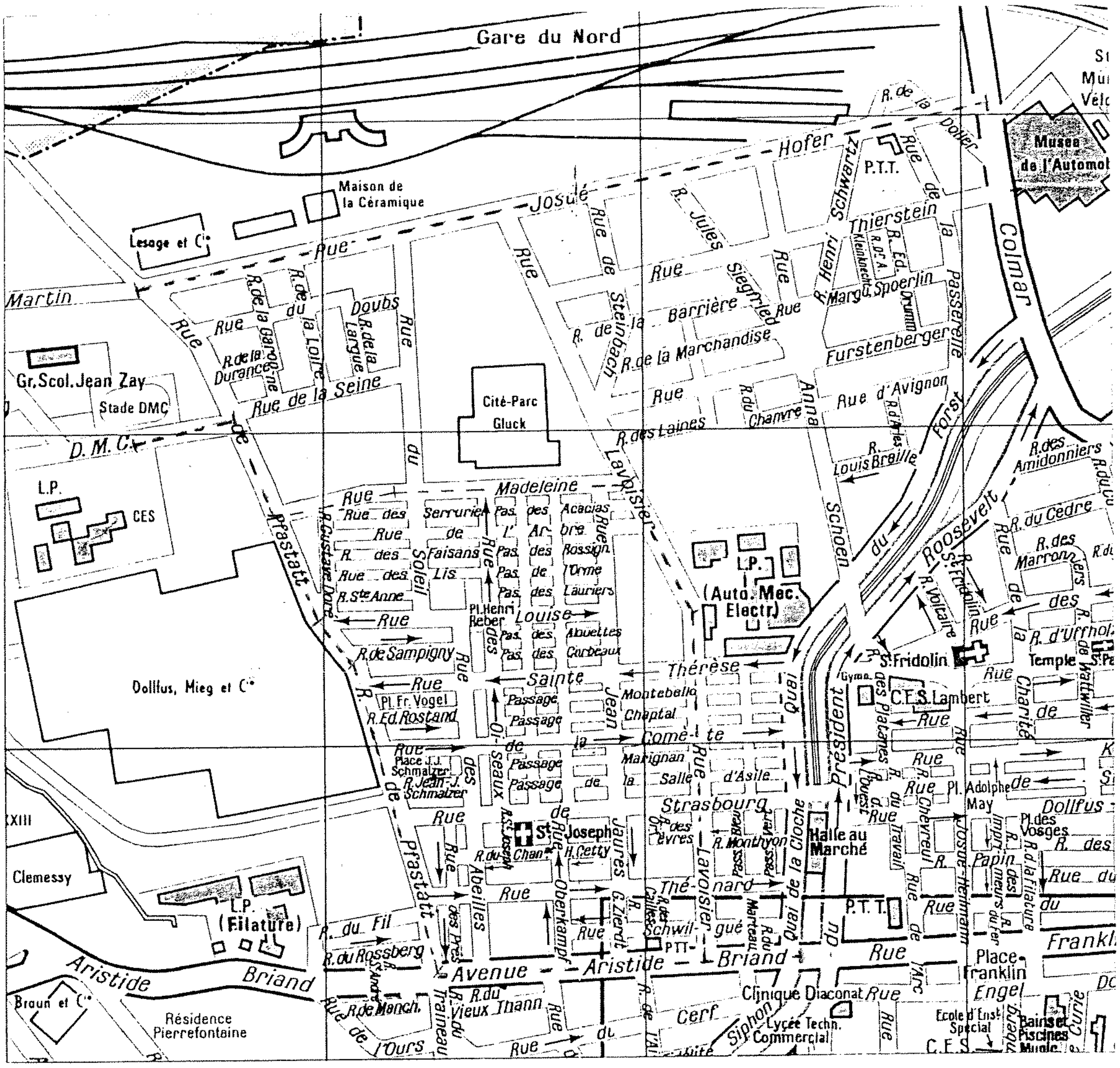
Que signifie l'indication « échelle 1/200 000 » sur une carte ?


***Exercice 13***

Associe à chaque échelle le renseignement convenable.
Ecris ta réponse au crayon de papier.

| | |
|---|---|
| échelle 1 :100 • | • 10 cm représentent 1 mm |
| échelle 1 : 5000 • | • 6 cm représentent 1 m |
| échelle 100 : 1 • | • 1 cm représente 1 cm |
| échelle 3 : 50 • | • 1 cm représente 1 m |
| échelle 1 : 1 • | • 0 —————— 200 m |

## Exercice 14




1) En reproduisant le plan de ma ville, j'ai oublié de recopier l'échelle. Heureusement je sais que la longueur de la rue Josué Hofer est de 1320 m . Quelle est alors l'échelle ?

.....................................................................................................................................

.....................................................................................................................................

2) Ahmed et Philippe veulent se rendre du collège F. Villon au marché.

Ahmed emprunte la rue de Pfastatt puis l'avenue Aristide Briand.

Philippe passe par la rue de Pfastatt puis la rue Madeleine pour rejoindre la rue Lavoisier jusqu'à l'avenue Aristide Briand (voir le tracé sur la carte).

Lequel a le plus court trajet ? De combien ?

.....................................................................................................................................

.....................................................................................................................................

.....................................................................................................................................

.....................................................................................................................................

# *Unité 3*

## **Les pourcentages**

Cette unité permet, dans un premier temps, de dégager la notion de pourcentage à partir d'une discussion autour d'une phrase d'actualité. Elle met ensuite en oeuvre les différents procédés de calcul utilisés pour résoudre les problèmes faisant intervenir les pourcentages.

*1ère séance : interprétation du pourcentage*

*2ème séance : pourcentage et fractions*

*3ème séance : procédés de calcul*

*4ème séance : applications*

*5ème séance : calcul d'un taux*

*6ème séance : calcul d'une valeur initiale*

# Document professeur

## *1ère séance : interprétation du pourcentage*

**Exercice 1.** La discussion des réponses faites par les élèves fera émerger la notion de pourcentage.
Voici différentes réponses recueillies lors d'une enquête. Elles pourront éventuellement étoffer les propositions de vos élèves.
a) Cela veut dire que le reste des Français a regardé une autre chaîne.
b) 85% des téléspectateurs ont regardé autre chose.
c) Il n'y a pas beaucoup de téléspectateurs qui ont regardé TF1.
d) Sur 100 téléspectateurs, 15 ont regardé TF1.
e) Alors 30% des téléspectateurs ont regardé France 2 et 55% France 3.
f) Sur 100% des téléspectateurs, 15% ont regardé TF1.
g) Un quart des Français a regardé TF1.
**Exercice 2.** Les exemples présentés et commentés par les élèves seront soumis à discussion et éventuellement, corrigés.

## *2ème séance : pourcentage et fractions*

**Exercice 3.** Le choix des exemples proposés permettra au professeur de faire le lien avec la simplification des fractions.

## *3ème séance : procédés de calcul*

**Exercice 4.** Les élèves, sans privilégier un procédé unique, pourront utiliser différentes méthodes de calcul (linéarité, coefficient, retour à l'unité, quatrième proportionnelle). Un débat rappellera ces différentes possibilités.

## *4ème séance :* applications

**Exercice 5.**

## *5ème séance : calcul d'un taux*

**Exercices 6, 7.** L'élève aura le libre choix du procédé de calcul.

## *6ème séance : calcul d'une valeur initiale*

**Exercices 8, 9.** L'élève aura le libre choix du procédé de calcul.

# *1$^{ere}$ séance*

***Exercice 1.***

| "Hier soir 15% des téléspectateurs ont regardé TF1" |
|---|

A) Que signifie cette phrase ?

..........................................................................................................................

..........................................................................................................................

..........................................................................................................................

B) Note ci-dessous les différentes réponses données par tes camarades :

..........................................................................................................................

..........................................................................................................................

..........................................................................................................................

..........................................................................................................................

..........................................................................................................................

..........................................................................................................................

..........................................................................................................................

C) Quelles sont les propositions qui expriment le mieux ce que signifie la phrase donnée ?

..........................................................................................................................

..........................................................................................................................

..........................................................................................................................

***Exercice 2.***

Cite maintenant un exemple de la vie courante parlant de pourcentage et explique ce qu'il signifie :

..........................................................................................................................

..........................................................................................................................

..........................................................................................................................

..........................................................................................................................

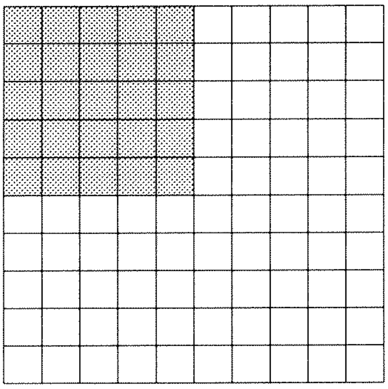
..........................................................................................................................

..........................................................................................................................

# $2^{ème}$ *séance*

***Exercice 3.***

A)



- Quel pourcentage du carré est représenté par la partie grise ?

…………………………………………………………………………

- Pourquoi peut-on dire aussi que la partie grise représente un quart du carré ?

…………………………………………………………………………

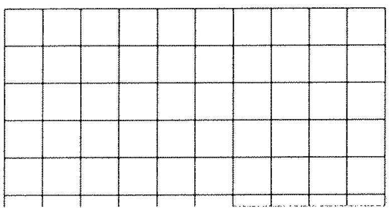
- Quel pourcentage du carré est représenté par la partie blanche ?

…………………………………………………………………………

- Quelle fraction simple représente ce pourcentage ?

…………………………………………………………………………

B)



- Colorie 20% de la grille.
- Quelle fraction simple représente ce pourcentage ?

…………………………………………………………………………

- Quel pourcentage du carré est représenté par la partie non coloriée ?

…………………………………………………………………………

- Quelle fraction simple représente ce pourcentage ?

…………………………………………………………………………

C) Calculer de tête :

100% de 26 élèves :

20% de 45m :

50% de 1200F :

10% de 100 billes :

25% de 4000 habitants :

1% de 300 bonbons :

3% de 100 étudiants :

90% de 1000 kg :

# *3ème séance*

***Exercice 4.***

A) La confiture de fraises contient 60% de fraises.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| « Poids » de fraises ( en g ) | | | | | | |
| « Poids » de confiture ( en g ) | | 50 | 175 | 200 | 375 | 432 |

- Quels nombres peux-tu mettre dans les deux cases vides de la première colonne ? Place-les.
- Complète maintenant les autres cases et explique le ou les procédé(s) que tu as utilisé(s).

.....................................................................................................................................

.....................................................................................................................................

.....................................................................................................................................

.....................................................................................................................................

.....................................................................................................................................

<u>Réponses de la classe</u> :

.....................................................................................................................................

.....................................................................................................................................

.....................................................................................................................................

.....................................................................................................................................

B) Sachant que les olives donnent 18% de leur « poids » en huile, complète maintenant ce tableau :

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| « Poids » des olives ( en kg ) | | 50 | | 150 | | 400,5 | |
| « Poids » de l'huile ( en kg ) | | | 36 | | 45 | | 184,5 |

- Explique le ou les procédé(s) que tu as utilisé(s) pour compléter les autres cases.

.....................................................................................................................................

.....................................................................................................................................

.....................................................................................................................................

.....................................................................................................................................

.....................................................................................................................................

<u>Réponses de la classe</u> :

.....................................................................................................................................

.....................................................................................................................................

.....................................................................................................................................

.....................................................................................................................................

# $4^{ème}$ *séance*

***Exercice 5.***

A) Dans un lycée de 1200 élèves, 50% des élèves étudient l'anglais, 32% l'allemand, 10% l'espagnol et les autres l'italien. Calcule le nombre d'élèves qui étudient l'anglais, l'allemand, l'espagnol, l'italien.

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

B) Un ouvrier gagne 6240F par mois. Son patron lui accorde une augmentation de 4,5%. Calcule le montant de l'augmentation puis son nouveau salaire.

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

C) Durant les soldes, un marchand fait une remise de 30% sur le prix d'un pantalon coûtant 450F. Calcule le montant de la remise puis le nouveau prix du pantalon.

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

D) Calcule le prix à payer pour une bicyclette valant 1420F hors-taxe, sachant que la T.V.A. s'élève à 20,6% du prix hors-taxe.

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

..........................................................................................................................................

# *5ème séance*

***Exercice 6.***

A) Dans un fromage de 800g il y a 320g de matières grasses. Calcule le pourcentage de matières grasses contenues dans ce fromage.

| | | |
|---|---|---|
| « Poids » du fromage ( en g ) | 800 | 100 |
| « Poids » de matières grasses ( en g ) | 320 | |

- Explique le procédé que tu as utilisé pour compléter ce tableau.

........................................................................................................................

........................................................................................................................

- Aurais-tu pu utiliser d'autres procédés ?

........................................................................................................................

........................................................................................................................

........................................................................................................................

***Exercice 7.***

A) Sur 25 élèves d'une classe, 20 ont réussi leur contrôle. Calcule le pourcentage d'élèves qui a réussi.

| | | |
|---|---|---|
| | | |
| | | |

........................................................

........................................................

........................................................

B) Sur 200 employés d'une usine il y a 40 femmes. Calcule le pourcentage de femmes dans cette usine.

| | | |
|---|---|---|
| | | |
| | | |

........................................................

........................................................

........................................................

C) Sur une chemise coûtant 184F le marchand fait une remise de 27,60F. Calcule le pourcentage de cette remise.

| | | |
|---|---|---|
| | | |
| | | |

........................................................

........................................................

........................................................

D) Jean a été élu délégué de classe avec 18 voix sur 24 votants. Calcule le pourcentage de voix qu'il a obtenu.

| | | |
|---|---|---|
| | | |
| | | |

........................................................

........................................................

........................................................

# $6^{ème}$ *séance*

***Exercice 8.***

A) Après avoir bénéficié d'une réduction de 20% un cahier coûte 12F. Calcule son prix avant la remise.

| | | |
|---|---|---|
| Prix après la remise ( en F ) | 12 | |
| Prix avant la remise ( en F ) | | 100 |

- Si la remise est de 20% du prix de départ, alors le prix final représente 100% - % = % du prix de départ.

- Complète maintenant le tableau.

B) Après avoir subi une augmentation de 6%, une télévision coûte 5088F. Calcule son prix initial.

| | | |
|---|---|---|
| Prix après l'augmentation ( en F ) | 5088 | |
| Prix initial ( en F ) | | 100 |

..................................................................
..................................................................
..................................................................
..................................................................

***Exercice 9.***

A) Après avoir subi une augmentation de 5%, une tablette de chocolat coûte 7,35F. Calcule son prix initial.

| | | |
|---|---|---|
| | | |
| | | |

..................................................................
..................................................................
..................................................................

B) Après avoir appliqué une remise de 15% sur le prix d'une cassette vidéo, son nouveau prix affiché est de 102F. Calcule son prix initial.

| | | |
|---|---|---|
| | | |
| | | |

..................................................................
..................................................................
..................................................................

C) Dans un village de campagne il reste aujourd'hui 264 habitants. Depuis le précédant recensement, 12% de ses habitants l'ont déserté. Calcule le nombre d'habitants qu'il y avait à ce moment-là.

| | | |
|---|---|---|
| | | |
| | | |

..................................................................
..................................................................
..................................................................

D) A la fin de l'année Claude dispose de 20700F sur son compte d'épargne qui rapporte 3,5% d'intérêt au bout d'un an. Calcule la somme placée par Claude au début de l'année.

| | | |
|---|---|---|
| | | |
| | | |

..................................................................
..................................................................
..................................................................

# *Unité 4*

## les fonctions linéaires

Cette unité permet de découvrir les propriétés caractéristiques de la représentation graphique d'un tableau de proportionnalité et d'établir le lien avec la notion de fonction linéaire.

*1ère séance : Représentations graphiques*

*2ème séance : Mise en place de la notion de fonction linéaire à l'aide de problèmes concrets*

# Document professeur

## *1ère séance : Représentations graphiques*

**Exercice 1 :** Une situation concrète de proportionnalité à représenter ( des points à coordonnées positives )

**Exercice 2 :** Un tableau de proportionnalité à reconnaître et à représenter ( des points à coordonnées relatives )

**Exercice 3** : A l'issue des deux exercices précédents, les élèves découvrent les propriétés caractéristiques de la représentation graphique d'un tableau de proportionnalité (points alignés sur une droite passant par l'origine).

**Exercice 4 :** Une situation affine (points alignés)

**Exercice 5 :** Une situation concrète non linéaire (« courbe » passant par l'origine).

**Exercice 6 :** Des situations abstraites sous forme de tableaux qui permettent de reconnaître graphiquement une situation de proportionnalité

## *2ème séance : Mise en place de la notion de fonction linéaire à l'aide de problèmes concrets*

**Problème 1 :** Faire apparaître une fonction linéaire à partir d'une situation concrète de proportionnalité, la représenter et en déduire des résultats par lecture graphique.

**Problème 2 :** La fonction linéaire est donnée. On en déduit une situation de proportionnalité qu'on représente, et de nouveau lecture graphique.

**Problème 3 :** Reprise d'un exercice rencontré lors de la 4ème séance de l'Unité 1. On en profite pour préciser le vocabulaire et l'écriture employés.

# $1^{ère}$ *séance - Représentations graphiques*

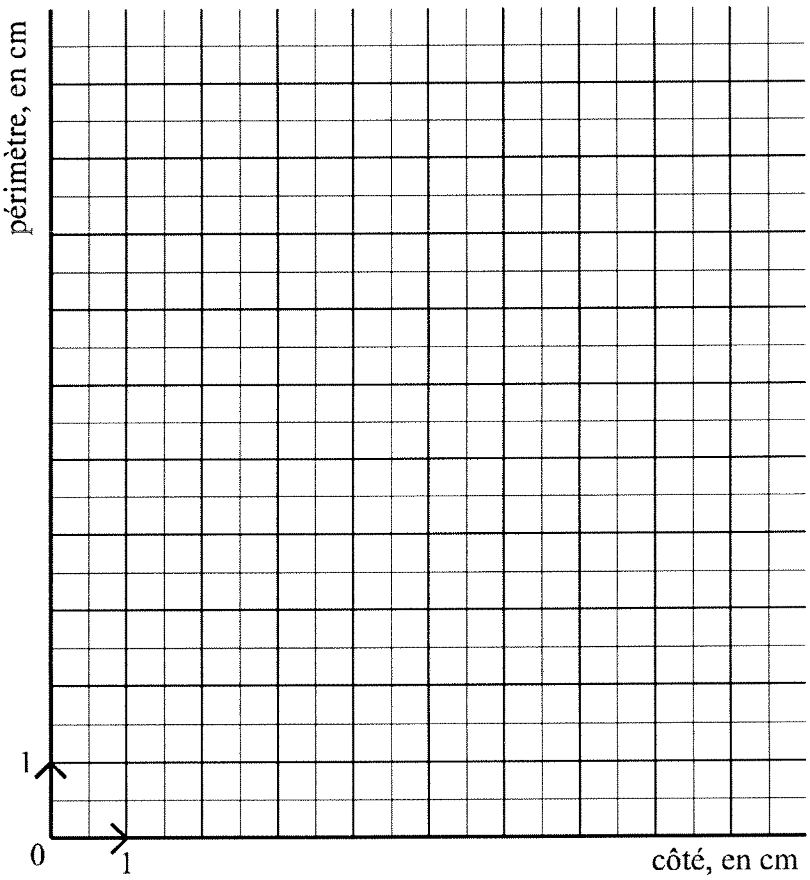
***Exercice 1***

Compléter le tableau suivant :

| Côté du carré (cm) | 0.5 | 2 | 1.5 | 2.5 |
|---|---|---|---|---|
| Périmètre du carré (cm ) | | | | |

S'agit-il d'un tableau de proportionnalité ? oui - non

Représente graphiquement le tableau, en plaçant les points correspondant à chaque colonne dans le repère ci-dessous.



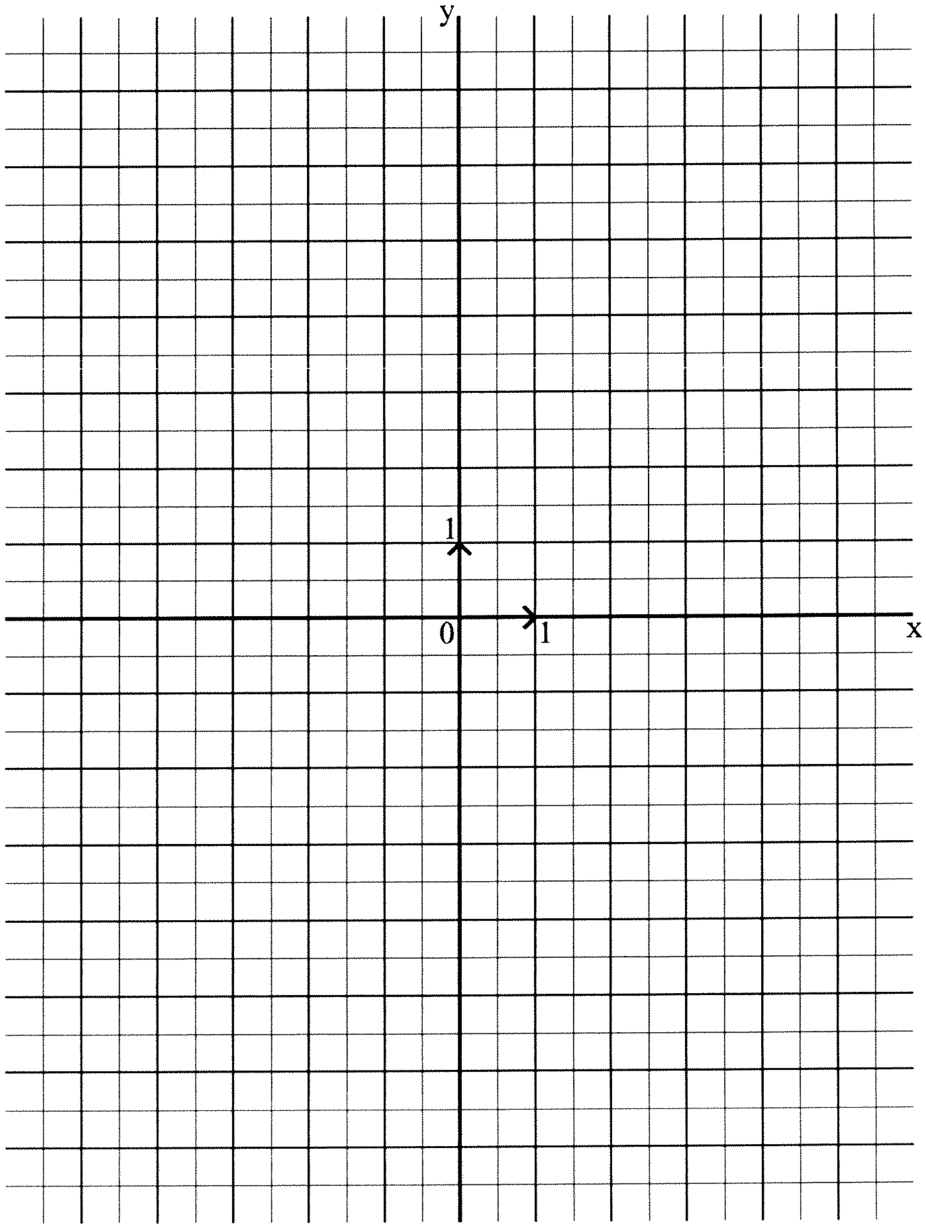
***Exercice 2***

Le tableau suivant est-il un tableau de proportionnalité ? oui - non

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| x | 3 | -2 | 2 | -1 | -3 |
| y | 7.5 | -5 | 5 | -2.5 | -7.5 |

Justifie ta réponse : ..........................................................................................................

Représente graphiquement le tableau, en plaçant les points de coordonnées (x , y).




**Vocabulaire :** x s'appelle l'abscisse ; y s'appelle l'ordonnée.

***Exercice 3***

Tu vas joindre les points des deux représentations graphiques précédentes et dire ce que tu observes

........................................................................................................................................

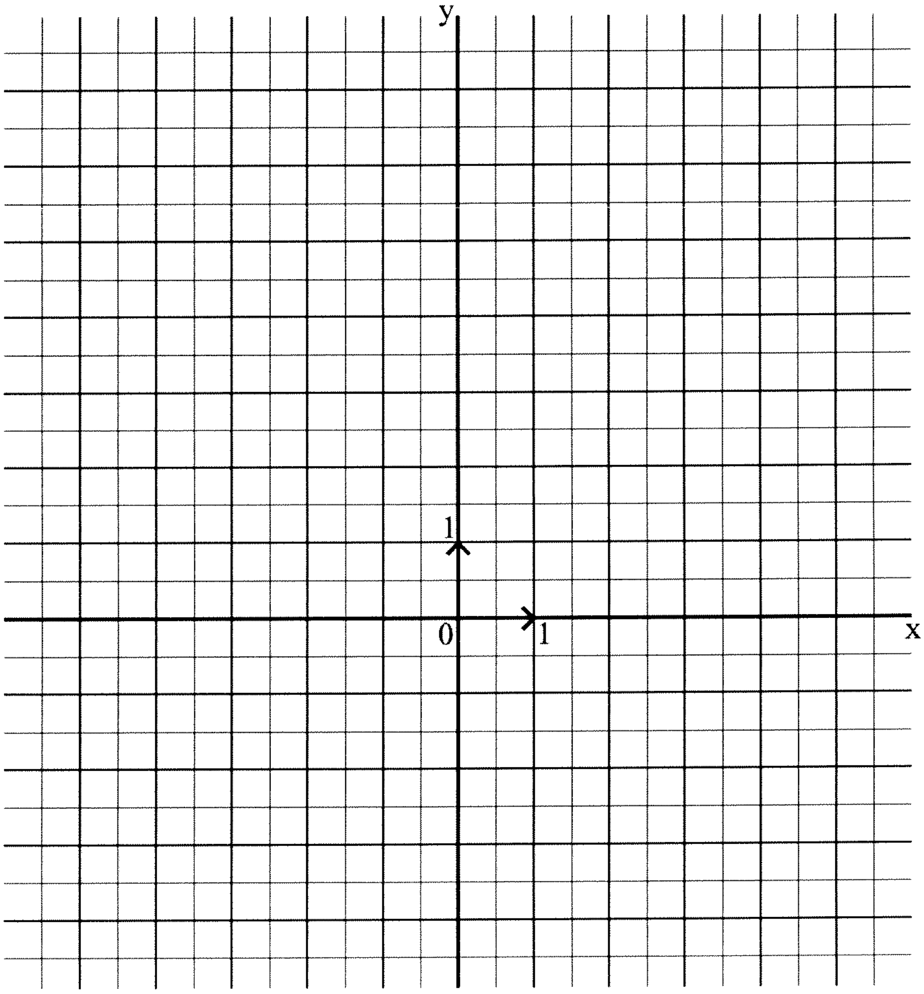
........................................................................................................................................

........................................................................................................................................

***Exercice 4***

Représente graphiquement le tableau suivant puis joins les points obtenus.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| x | 2 | -3 | 3 | -1 | 0 |
| y | 5 | -5 | 7 | -1 | 1 |




**Question 1 :** S'agit-il d'un tableau de proportionnalité ? ..................................................

**Question 2** : Les observations que tu as faites dans l'exercice 3 s'appliquent-t-elles à cette représentation graphique ? ..........................................................................................

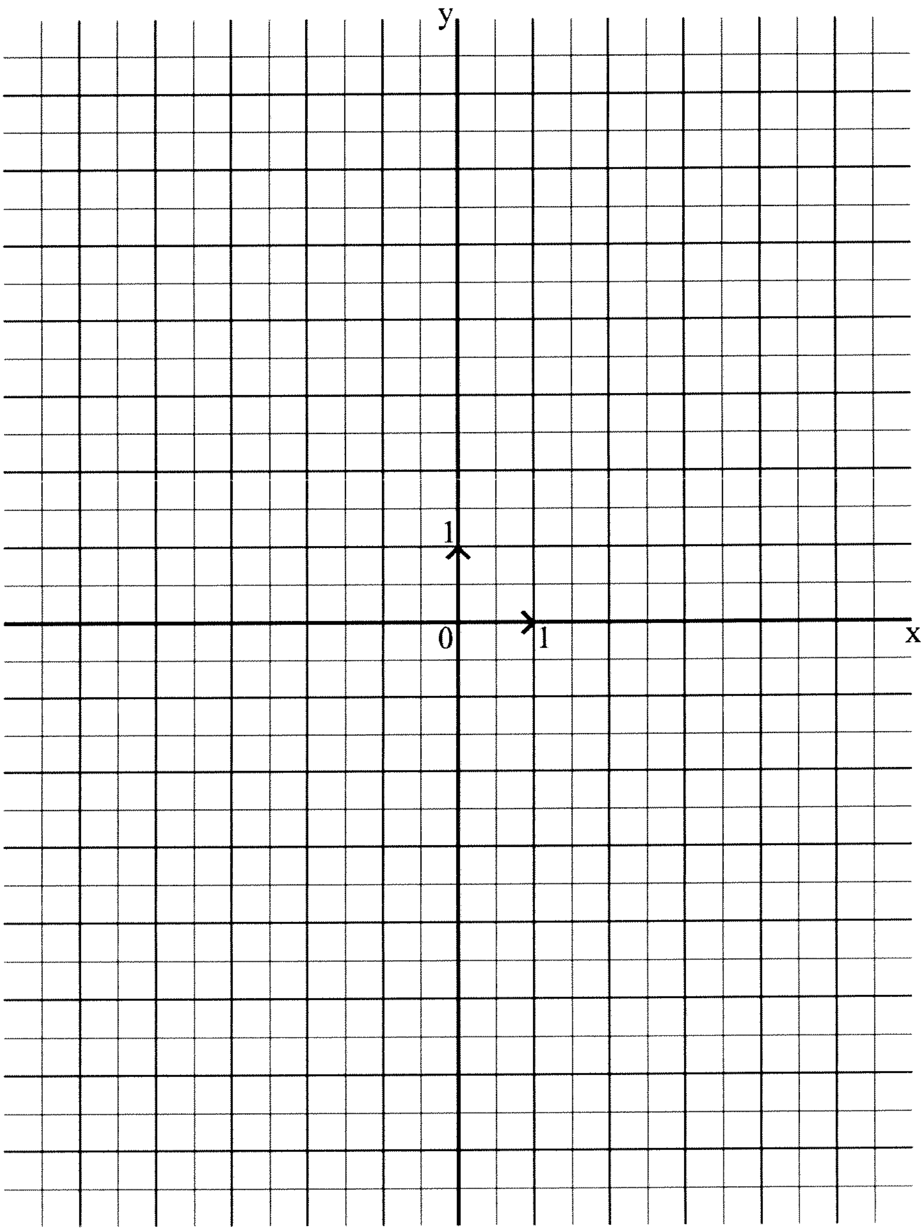
justifie ta réponse ..........................................................................................................

........................................................................................................................................

## *Exercice 5*

Complète le tableau suivant, représente-le graphiquement puis joins les points obtenus.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Un nombre : x | 0.5 | 1 | 2 | 1.5 | 0 | -1 | -2 |
| Son carré : $y = x^2$ | | | | | | | |




**Question 1 :** S'agit-il d'un tableau de proportionnalité ? ................................................

**Question 2** : Les observations que tu as faites dans l'exercice 3 s'appliquent-t-elles à cette représentation graphique ? ..........................................................................................

justifie ta réponse ..........................................................................................................

..................................................................................................................................

***Exercice 6***

Parmi les tableaux suivants, dire quels sont ceux qui auront pour représentation graphique des points situés sur une droite passant par l'origine.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| x | -2 | -1 | 0 | 0.5 | 1.5 |
| y | -1 | 1 | 3 | 4 | 6 |

Points alignés avec l'origine ? oui - non

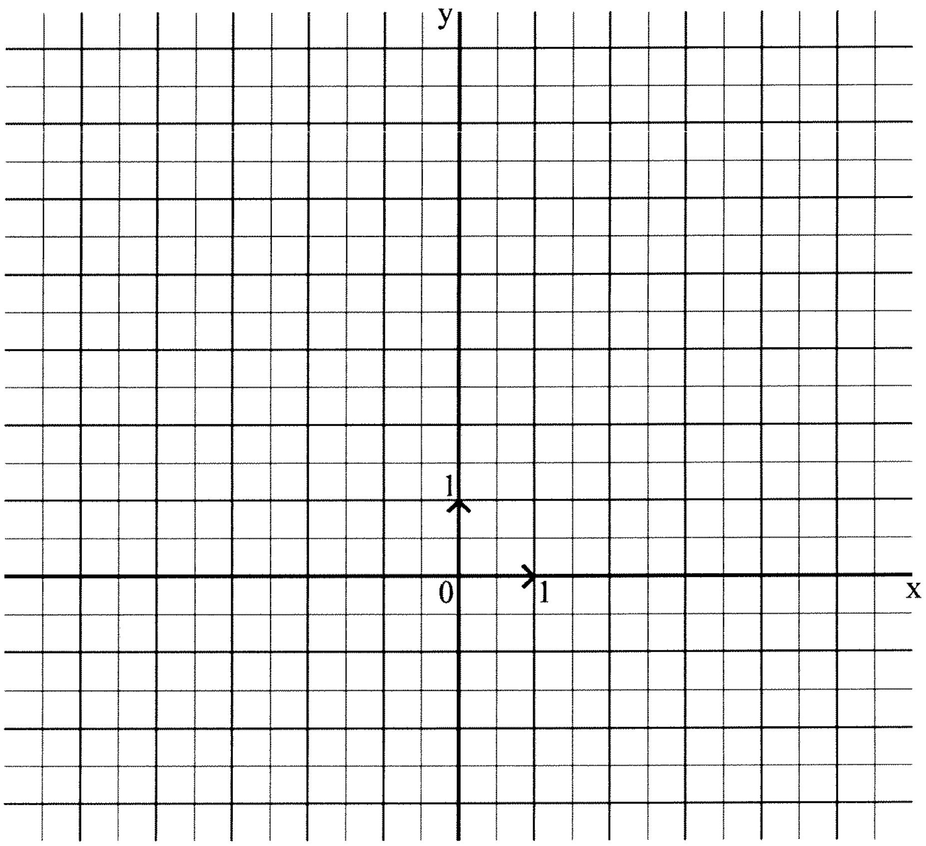
| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| x | -1 | 0 | 2 | 3 | 4 |
| y | -1.5 | 0 | 3 | 4.5 | 6 |

Points alignés avec l'origine ? oui - non

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| x | -2 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| y | -2 | 0 | 1 | 3 | 5 |

Points alignés avec l'origine ? oui - non

Trace les représentations graphiques de ces tableaux et **vérifier** les réponses précédentes.




**Question** : A quoi reconnaît-on la représentation graphique d'un tableau de proportionnalité ?

.................................................................................................................................

.................................................................................................................................

# $2^{ème}$ *séance - Problèmes concrets*

***Problème 1***

Un véhicule se déplace à la vitesse constante de 30 km/h.

Dans ce problème, le temps est exprimé dans le système décimal:

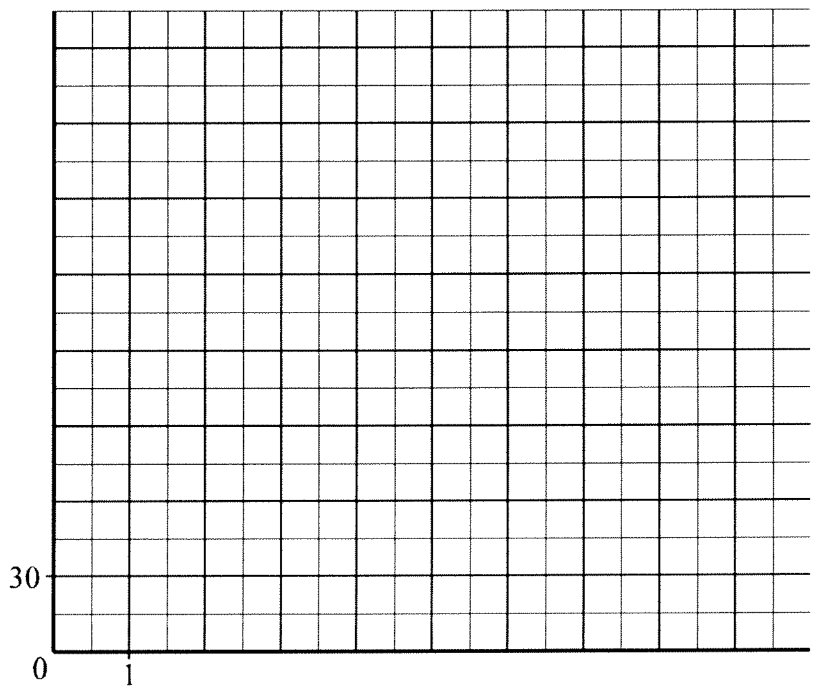
$$\frac{1}{4} \text{ heure} = 0{,}25 \text{ heures} = 15 \text{ minutes.}$$

$$\frac{1}{2} \text{ heure} = 0{,}50 \text{ heures} = 30 \text{ minutes.}$$

1. Complète le tableau ci-dessous qui représente la distance *d* parcourue par ce véhicule en un temps t.

| Temps *t* en heures | 0.5 | 2 | 2.5 | 3 | 7 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Distance *d* en km | | | | | | |

2. Vérifier qu'il s'agit d'un tableau de proportionnalité.
3. Que vaut son coefficient de proportionnalité ? ............................................................
4. Que représente ce coefficient pour le véhicule ? ........................................................
5. Peut-on en déduire une formule générale qui mette en relation la distance *d* et le temps *t* ?
6. Quelle sera la représentation graphique de ce tableau ? ..............................................
7. Représente graphiquement ce tableau : Place les points et joins-les.




Réponds aux questions suivantes à l'aide d'un tracé sur le graphique.

Quelle distance est parcourue en 3.25 heures ? ................................................................

Combien de temps met le véhicule pour parcourir 82.5 km ? ..............................................

***Problème 2*** Quelques connaissances d'éléctricité

On rappelle que l'effet Joule est la transformation de l'énergie électrique en chaleur ou en lumière.

La puissance P reçue par un appareil électrique fonctionnant en courant continu, sous une tension U et traversé par une intensité I, est donnée par la relation :

$$P = U \times I$$ ( P s'exprime en Watts, U en Volts et I en Ampères )

L'énergie électrique E consommée par un appareil de puissance P pendant la durée t est donnée par la relation :

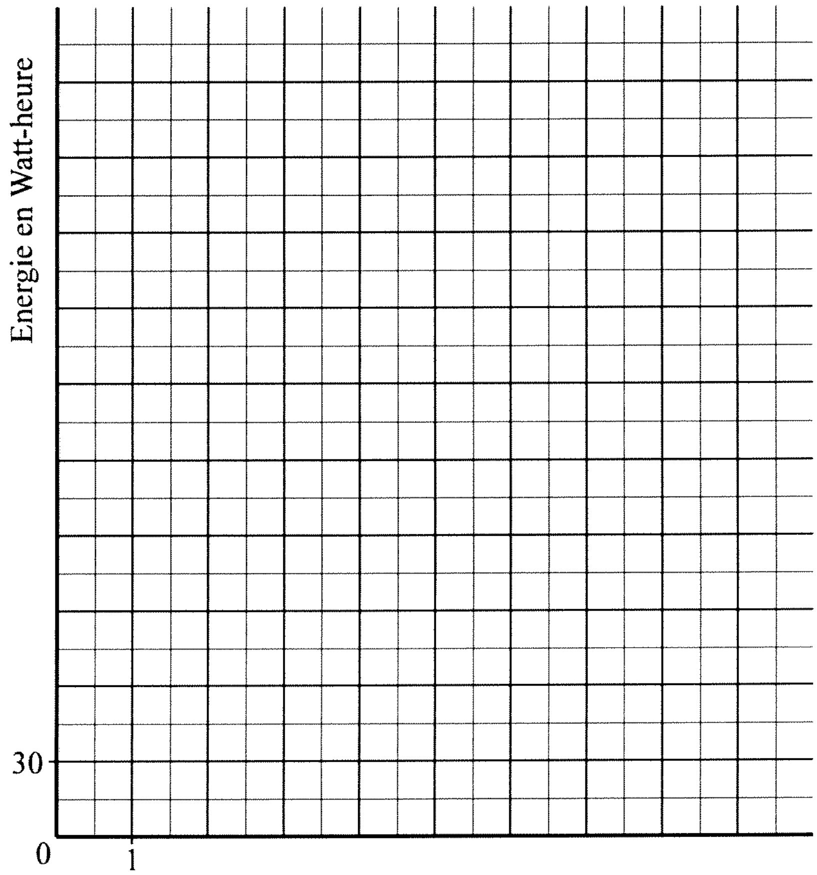
$$E(t) = P \times t$$ ( E s'exprime en Watt-heure et t en heures )

Dans ce problème, nous allons mesurer l'énergie consommée par une lampe d'automobile de 60 W (la puissance de la lampe)

1. Complète le tableau suivant

| Temps t en heures | 0.5 | 2 | 2.5 | 1.25 | 3.5 |
|---|---|---|---|---|---|
| Energie E en Watt-heure | | | | | |

2. Quelle sera la représentation graphique de ce tableau ? Pourquoi ?
3. Représente graphiquement ce tableau : Place les points et joins-les.




Réponds aux questions suivantes à l'aide d'un tracé sur le graphique.

Quelle est l'énergie consommée en 4 heures ? ................................................................

En combien de temps l'ampoule consomme-t-elle 200 Wh ? ..............................................

***Problème 3***

La location d'un garage coûte 450 francs pour 30 jours.

a) Calcule le prix de la location pour 21 jours, 7 jours et 15 jours.

b) Soit x le nombre de jours de location ; exprime le prix p(x) de la location en fonction de x

*Reporte les réponses aux questions précédentes dans le tableau suivant :*

| Nombre de jours de location | 30 | 21 | 7 | 15 | x |
|---|---|---|---|---|---|
| Prix de la location | p(30) = 450 | p(21) = | p(7) = | p(15) = | p(x) = |

c) Que vaut le coefficient de proportionnalité de ce tableau ? ................................................

d) Que représente ce nombre pour le problème ? ...................................................................

***Commentaires***

Le prix de la location dépend du nombre de jours

La relation qui lie le prix à payer et le nombre de jours est : p(x) = 15 x

On lit : " p de x "

Ce qui veut dire : " p dépend de x " ou bien " p est fonction de x "

***Vocabulaire***

La lettre p désigne une fonction.

La lettre x désigne la variable de la fonction.

La fonction p est **linéaire** car elle traduit une situation de **proportionnalité**.

***Représentation graphique***

La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine.

***Conséquence***

Pour tracer la représentation graphique d'une fonction linéaire, il suffit de connaître les coordonnées d'un point en dehors de l'origine : on trace alors la droite passant par ce point et par l'origine.

# *Unité 5*

## **Agrandissements et théorème de Thalès**

*Cette unité conduit au théorème de Thalès en partant de l'utilisation de la proportionnalité dans les agrandissements de figures.*

*1ère séance : reconnaître et construire un agrandissement d'une figure*

*2ème séance : figures semblables*

*3ème séance : le théorème de Thalès et applications*

# Document professeur

Dans cette partie du document, l'idée directrice consiste à partir de la notion « intuitive » d'agrandissement pour la préciser et en déduire le théorème de Thalès.

Matériel nécessaire pour toutes les séances : règle, compas, rapporteur, équerre.

## *1ère séance : reconnaître et construire un agrandissement d'une figure*

**Exercice 1**. Aux quatre premières questions, on attend de la part des élèves des réponses « brutes » : oui/non. C'est de la discussion de ces réponses que doit surgir la règle attendue en fin de page : dans un agrandissement, les dimensions sont plus grandes et il n'y a pas de « déformation ».

**Exercice 2**. Dans la première question (agrandissement à main levée), il s'agit de créer une référence pour repérer les éventuelles erreurs dans la suite (agrandissement par addition d'une constante etc.). Les questions suivantes doivent conduire les élèves à mettre en oeuvre la proportionnalité des longueurs et l'égalité des angles, sans obligatoirement en être conscients. A la fin de cette séance, faire le bilan au moins sur les deuxième et troisième questions, en laissant éventuellement aux élèves le soin d'en tirer les conclusions qui s'imposent pour les quatrième et cinquième (on ne cherchera pas à faire prononcer le mot de proportionnalité par les élèves à cette étape, mais on ne le refusera pas non plus s'il est évoqué).

## *2ème séance : figures semblables*

**Exercice 3**. L'exercice permet de « récolter les fruits » de la séance précédente, en introduisant explicitement la proportionnalité des côtés et l'égalité des angles.

**Exercice 4**. Deux polygones sont semblables si leurs côtés (correspondants) sont proportionnels et leurs angles (correspondants) égaux. L'activité permet de mettre en évidence ce qui se passe si l'une des conditions n'est pas vérifiée.

**Exercice 5**. Pour la première question de cet exercice, les données fournies n'autorisent qu'une solution : calcul des côtés par proportionnalité et construction au compas et à la règle ; l'absence d'information sur les angles et le défaut de perfection du dessin interdisent de se prononcer sur la similitude des deux triangles : on ne peut savoir si les angles sont égaux. La situation est analogue pour la deuxième question : on construit des angles égaux, mais toute mesure de côtés ne peut aboutir qu'à une approximation de proportionnalité.

## *3ème séance : le théorème de Thalès et applications*

Le contenu de cette séance est suffisamment explicite. Juste deux mots concernant le choix de « l'axiome qui n'ose pas dire son nom ». A l'aide de la proposition choisie, on peut facilement (de manière compréhensible pour les meilleurs élèves) démontrer sa réciproque. Mais, si l'on choisit comme axiome « si les côtés de deux triangles sont proportionnels, alors leurs angles sont égaux », on n'a pas réussi à trouver de démonstration accessible de la proposition qui figure dans le texte.

# $1^{ère}$ séance

### Exercice 1. A quoi reconnaît-on un agrandissement ?

Figure A

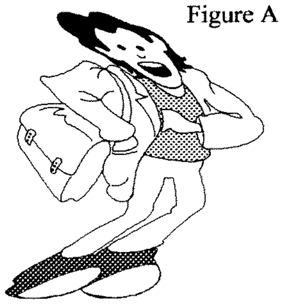


Figure $A_1$

Figure $A_2$

La figure $A_1$ semble-t-elle acceptable comme agrandissement de la figure A A ?....................

La figure $A_2$ semble-t-elle acceptable comme agrandissement de la figure A ? ......................

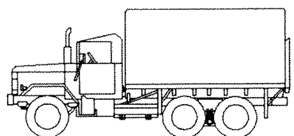


Figure B

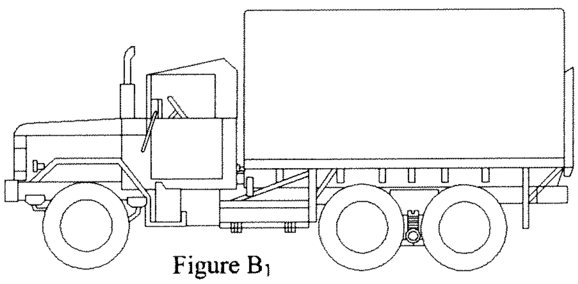


Figure $B_1$

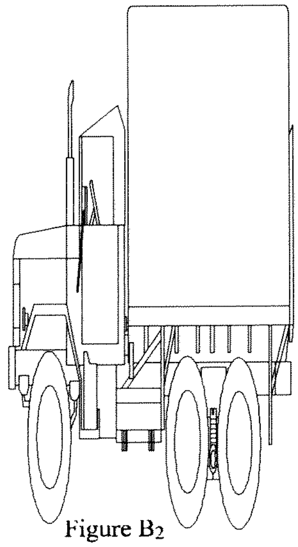


Figure $B_2$

La figure $B_1$ ci-dessus semble-t-elle acceptable comme agrandissement de la figure B ? ........

La figure $B_2$ ci-dessus semble-t-elle acceptable comme agrandissement de la figure B ? ........

En tenant compte des réponses aux questions précédentes, expliquer en quelques mots à quelles **règles** doit obéir un **agrandissement** d'une figure:

..................................................................................................................................

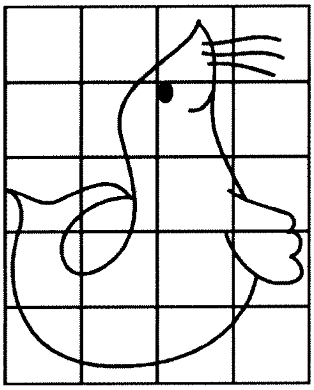
..................................................................................................................................

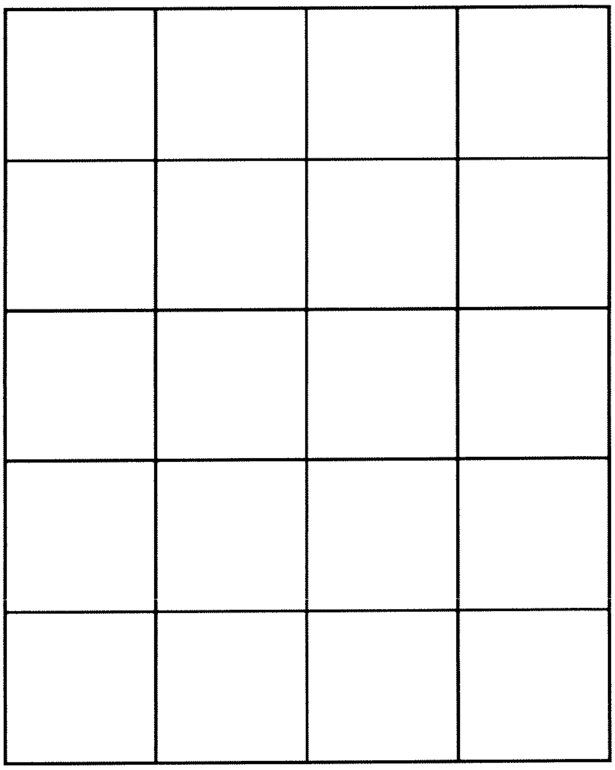
..................................................................................................................................

..................................................................................................................................

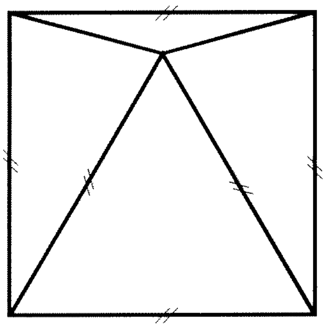
***Exercice 2. Construire un agrandissement d'une figure.***

1°) Utilise le quadrillage vide pour dessiner, à main levée, un agrandissement soigné de l'otarie ci-dessous.

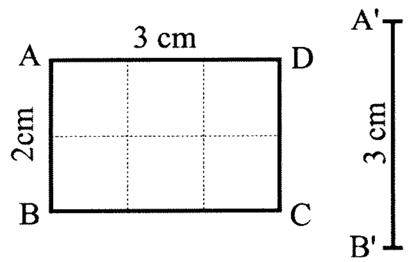




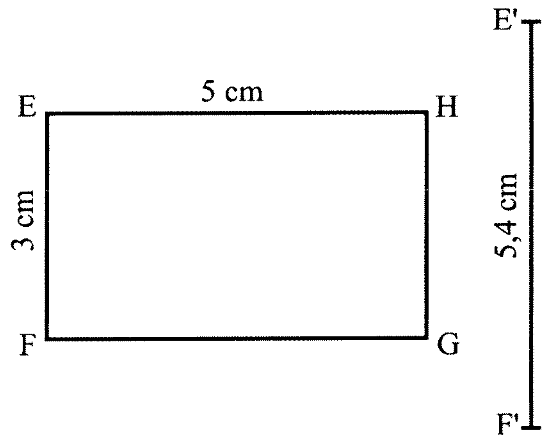
2°) Construis avec précision un agrandissement de la figure ci-dessous, en utilisant comme premier côté le segment de droite.



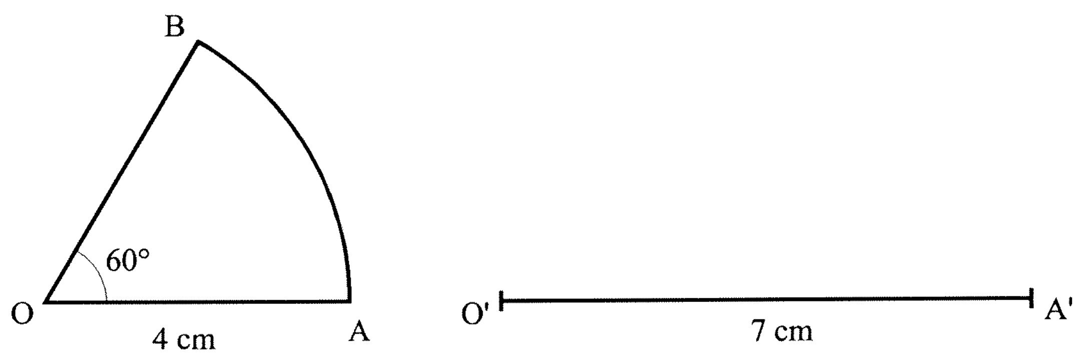
3°) Dans la figure ci-dessous, complète le quadrilatère A'B'C'D', agrandissement du rectangle ABCD :




4°) Dans la figure ci-dessous, complète le quadrilatère E'F'G'H', agrandissement du rectangle EFGH :

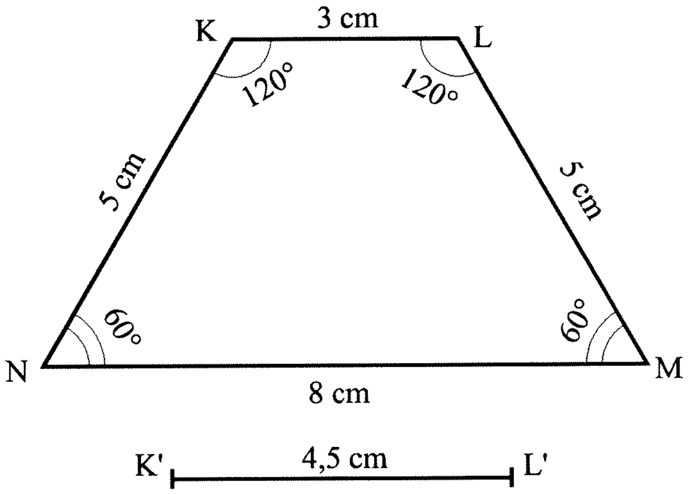



5°) Dans la figure ci-dessous, complète le secteur circulaire O'A'B', agrandissement du secteur circulaire OAB :



# $2^{ème}$ *séance*

***Exercice 3.***
Dans la figure ci-dessous, complète le quadrilatère K'L'M'N', agrandissement du quadrilatère KLMN :




Complète le tableau suivant :

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Longueurs des côtés du polygone KLMN (en cm) | KL = 3 | LM = 5 | MN = 8 | NK = 5 |
| Longueurs des côtés correspondants du polygone K'L'M'N' (en cm) | K'L' = 4,5 | | | |

Quelle est la nature du tableau précédent ?

.............................................................................................................................

Quelle relation y a-t-il entre les angles de K'L'M'N' et ceux de KLMN ?

.............................................................................................................................

.............................................................................................................................

### *Exercice 4. Se mettre d'accord sur la signification des mots*

Pour dire qu'une figure est un agrandissement ou une réduction d'une autre, on dit que les deux figures sont semblables (ainsi, on n'est pas obligé de préciser laquelle des deux figures est un agrandissement ou une réduction de l'autre).

En tenant compte des remarques effectuées dans les activités précédentes, complète la phrase suivante :

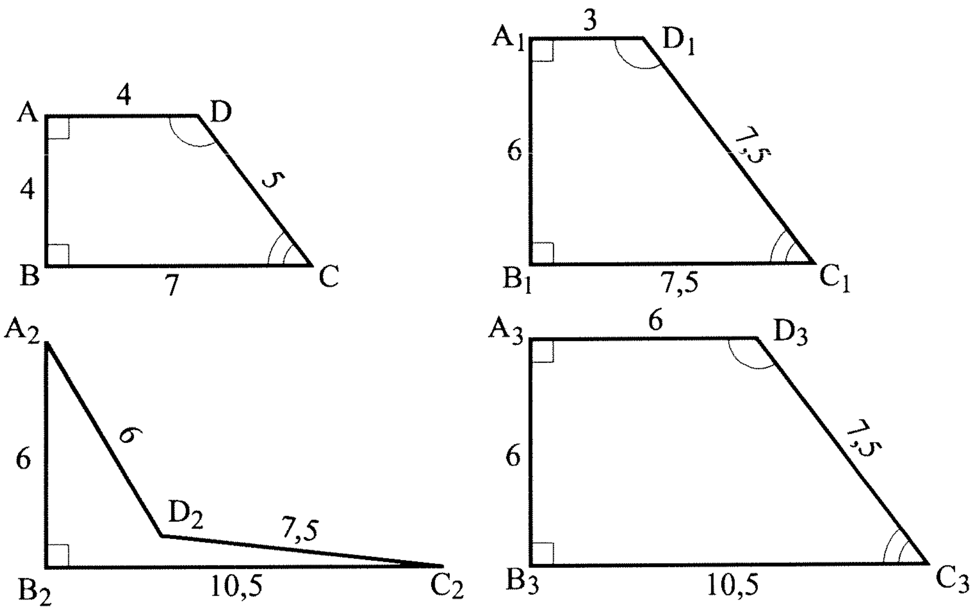
Dire pour deux **polygones** qu'ils sont **semblables**, revient à dire que ....................................

.............................................................................................................................

.............................................................................................................................

.............................................................................................................................

Ci-dessous, quatre quadrilatères ont été dessinés à l'échelle 1/2. Il faut comparer les quadrilatères $A_1B_1C_1D_1$, $A_2B_2C_2D_2$ et $A_3B_3C_3D_3$ au quadrilatère ABCD.




Les quadrilatères $A_1B_1C_1D_1$ et ABCD :

| | | |
|---|---|---|
| ont-ils leurs côtés correspondants proportionnels ? | OUI ❑ | NON ❑ |
| ont-ils leurs angles correspondants égaux ? | OUI ❑ | NON ❑ |
| sont-ils semblables ? | OUI ❑ | NON ❑ |

Les quadrilatères $A_2B_2C_2D_2$ et ABCD :

| | | |
|---|---|---|
| ont-ils leurs côtés correspondants proportionnels ? | OUI ❑ | NON ❑ |
| ont-ils leurs angles correspondants égaux ? | OUI ❑ | NON ❑ |
| sont-ils semblables ? | OUI ❑ | NON ❑ |

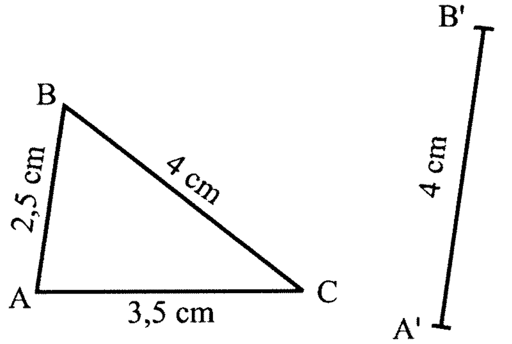
Les quadrilatères $A_3B_3C_3D_3$ et ABCD :

| | | |
|---|---|---|
| ont-ils leurs côtés correspondants proportionnels ? | OUI ❑ | NON ❑ |
| ont-ils leurs angles correspondants égaux ? | OUI ❑ | NON ❑ |
| sont-ils semblables ? | OUI ❑ | NON ❑ |

***Exercice 5. Le cas particulier des triangles.***

1°) On veut construire un triangle A'B'C' ayant ses côtés proportionnels à ceux de ABC. Complète le tableau de proportionnalité ci-dessous, puis construis A'B'C'.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Longueurs des côtés du triangle ABC, en cm : | AB = 2,5 | BC = 4 | AC = 3,5 |
| Longueurs des côtés du triangle A'B'C', en cm : | A'B' = 4 | B'C' = | A'C' = |

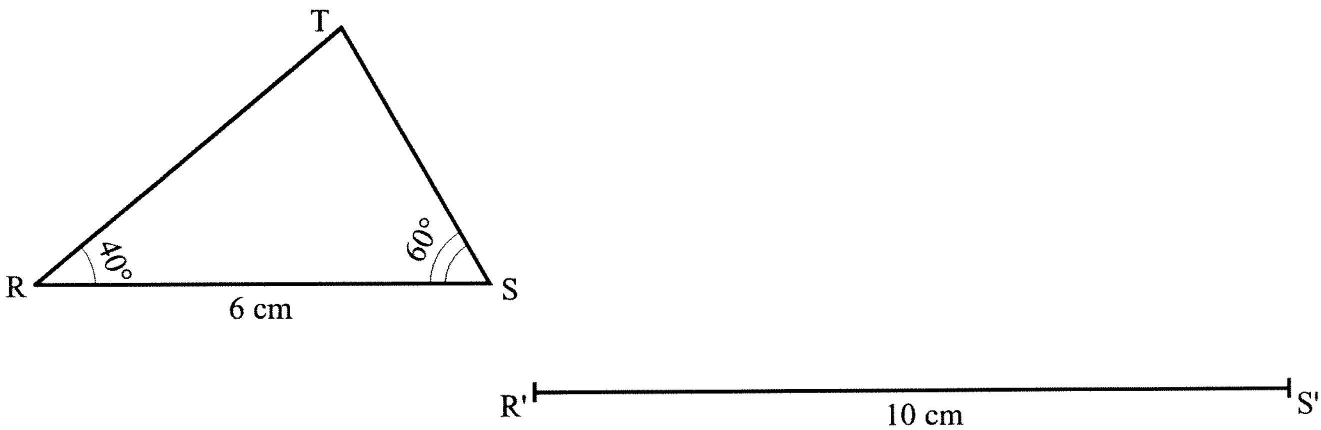



Peut-on affirmer que le triangle A'B'C' est semblable au triangle ABC ? ..............................

Pourquoi ? ..........................................................................................................

..........................................................................................................

2°) Dans la figure ci-dessous, complète le triangle R'S'T' ayant ses angles égaux à ceux du triangle RST.




Complète le tableau avec les valeurs, approchées à 1 mm près, relevées sur la figure :

| | | | |
|---|---|---|---|
| Longueurs des côtés du triangle RST, en cm : | RS = 6 | ST = | RT = |
| Longueurs des côtés du triangle R'S'T', en cm : | R'S' = 10 | S'T' = | R'T' = |

Peut-on, à l'aide de ce tableau, affirmer que le triangle R'S'T' est semblable à RST ? .............

Pourquoi ? ..........................................................................................................

..........................................................................................................

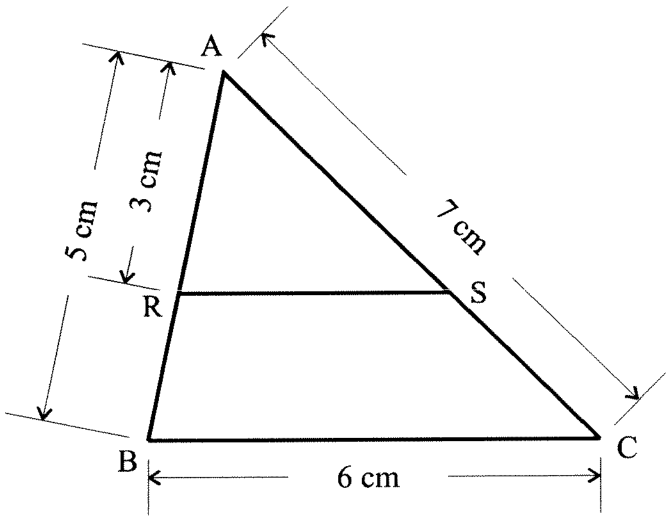
# $3^{ème}$ séance : Un énoncé fondamental

Pour mettre de l'ordre dans nos idées et disposer d'un point de départ pour les raisonnements, on admettra pour la suite l'affirmation suivante :

> **si** deux **triangles** ont leurs **angles égaux** deux à deux,
> **alors** leurs **côtés** correspondants (compris entre angles égaux) sont **proportionnels**.

***Application 1.*** Dans la figure ci-dessous, la droite (RS) est parallèle à (BC) et l'on donne :

AB = 5 cm, BC = 6 cm, AC = 7 cm et AR = 3 cm.




Que peut-on affirmer concernant les angles des triangles ABC et ARS ? ................................

Pourquoi ? ....................................................................................................................

....................................................................................................................................

Que peut-on en déduire concernant les triangles ABC et ARS ? ..........................................

....................................................................................................................................

Que peut-on conclure sur les longueurs des côtés des triangles ABC et ARS ? ......................

....................................................................................................................................

Compléter par le calcul le tableau suivant :

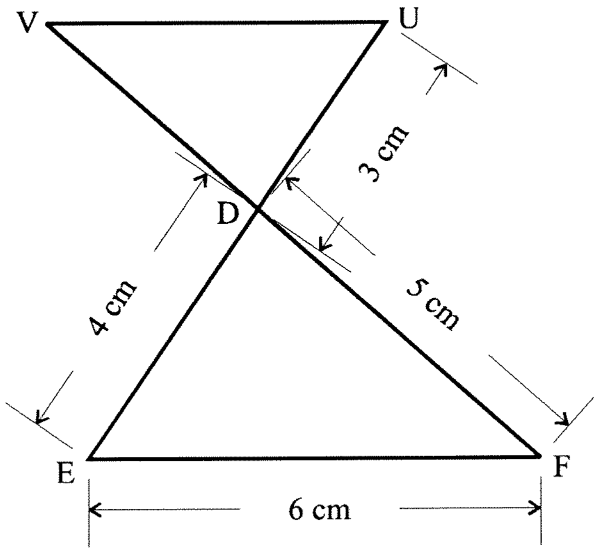
| | | | |
|---|---|---|---|
| Longueurs des côtés du triangle ABC, en cm: | AB = 5 | BC = 6 | AC = 7 |
| Longueurs des côtés correspondants du triangle ARS, en cm: | | | |

Les égalités suivantes sont une autre manière de dire que le tableau précédent est un tableau de proportionnalité. Compléter ces égalités, en plaçant au bon endroit les côtés de ARS :

$$\frac{AB}{\dots} = \frac{BC}{\dots} = \frac{AC}{\dots}$$

***Application 2.*** Dans la figure ci-dessous, la droite (UV) est <u>parallèle</u> à (EF) et l'on donne :

DE = 4 cm, EF = 6 cm, DF = 5 cm et DU = 3 cm.




Que peut-on affirmer concernant les angles des triangles DEF et DUV ? ..............................

Pourquoi ? ..........................................................................................................

..........................................................................................................................

Que peut on en déduire concernant les triangles DEF et DUV ? ...........................................

..........................................................................................................................

Que peut on conclure sur les longueurs des côtés des triangles DEF et DUV ? ......................

..........................................................................................................................

Compléter par le calcul le tableau suivant :

| Longueurs des côtés du triangle DEF, en cm : | DE = 4 | EF = 6 | DF = 5 |
|---|---|---|---|
| Longueurs des côtés <u>correspondants</u> du triangle DUV, en cm : | | | |

Les égalités suivantes sont une autre manière de dire que le tableau précédent est un tableau de proportionnalité. Compléter ces égalités, en plaçant au bon endroit les côtés de DUV :

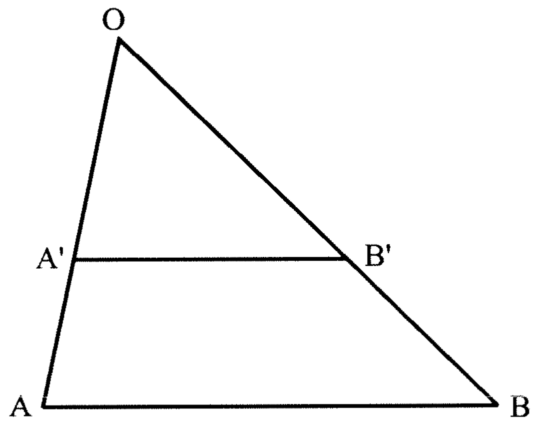
$$\boxed{\frac{DE}{\ldots} = \frac{EF}{\ldots} = \frac{DF}{\ldots}}$$

## *Le théorème de Thalès*

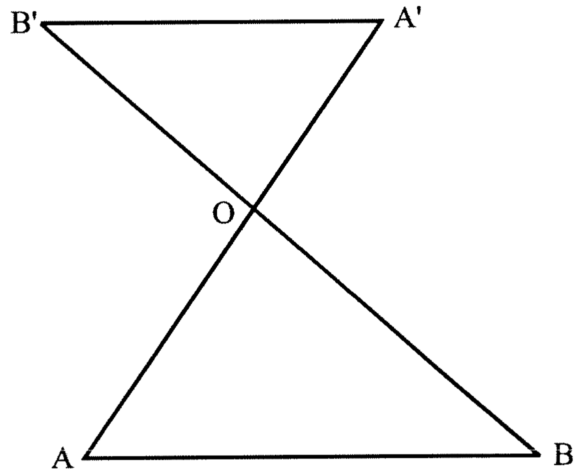
***Propriété.***

Dans un triangle OAB, si une parallèle à la droite (AB) coupe la droite (OA) en A' et la droite (OB) en B', alors :

$$\boxed{\frac{OA'}{OA}=\frac{OB'}{OB}=\frac{A'B'}{AB}}.$$



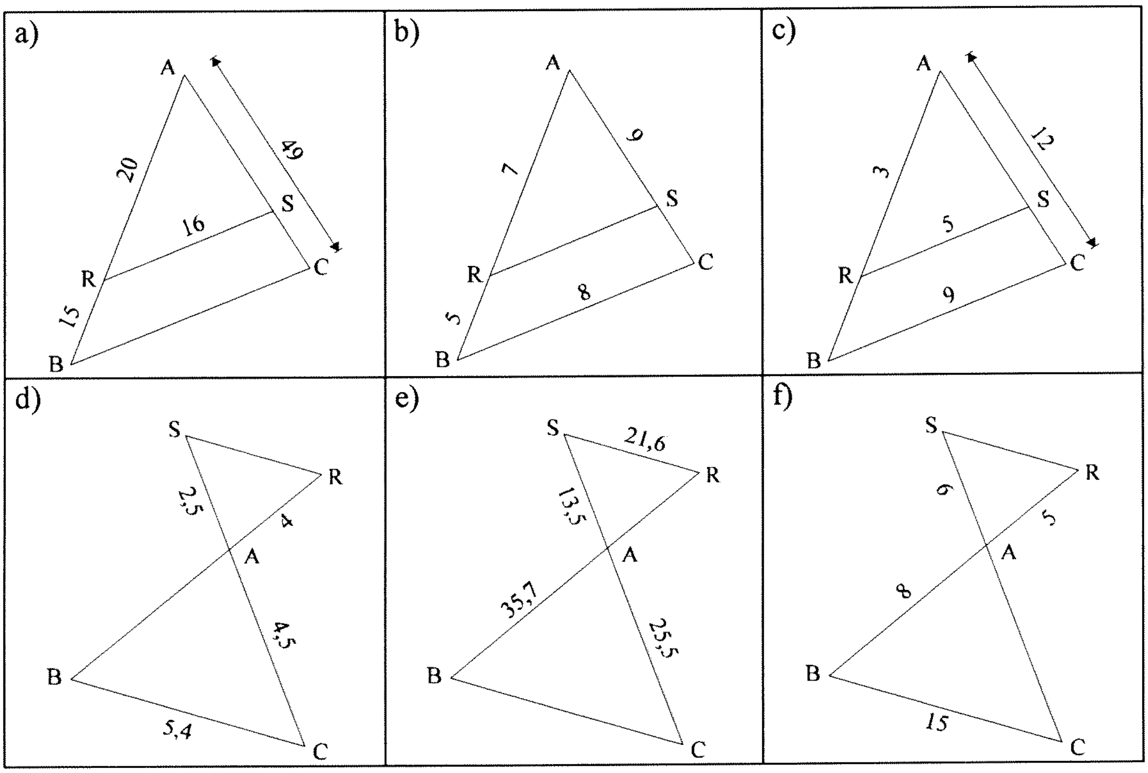

Configuration 1




Configuration 2

***Exercice.***

Dans toutes les configurations ci-dessous, la droite (RS) est <u>parallèle</u> à la droite (BC). Dans chaque cas, calcule toutes les longueurs qui manquent (les figures ne sont pas à l'échelle ! ).



**Titre :** La proportionnalité au collège

**Auteurs :** Muriel BAUMGARTEN - Georges BIJAOUI - Eliane HUG - Marc LEVRECHON - Abdenacer MAKHLOUF - Anne SCHULTZ - Stelio TERZAKIS - Gérard WERNER

**Mots-clés :** Proportionnalité - Collège - Echelle - Pourcentage - Fonction linéaire - Agrandissement - Théorème de Thalès

**Date :** 1996

**Editeur :** I.R.E.M. de Strasbourg (S. 171)

**ISBN :** 2-911446-07-0

**Résumé :** Au sommaire :
Introduction à la proportionnalité
Les échelles
Les pourcentages
Les fonctions linéaires
Agrandissements et théorie de Thalès