PETITE HISTOIRE DE LA TRIGONOMETRIE

Jean LEFORT

Comme de très nombreux utilisateurs des fonctions trigonométriques je me suis souvent demandé d'où venaient leurs noms. La tangente se mesure bien sur la tangente au cercle trigonométrique, cosinus et cotangente sont logiquement associés au sinus et à la tangente. Mais d'où vient donc le sinus et quelle relation a-t-il avec les sinus que tout un chacun possède en arrière du nez ? Certains enseignants, plus facétieux que d'autres ou soucieux d'une bonne pédagogie, n'avaient pas hésité à me donner une sorte d'étymologie populaire, assimilant l'angle et le côté opposé à un nez stylisé dont justement le sinus correspond à la partie antérieure. Curieusement si j'avais apprécié le côté mnémotechnique du procédé, je n'avais jamais cru à cette origine. Voici donc la véridique histoire du sinus.

1 - SUMER ET BABYLONE

Quoi de plus effrayant que l'absence de repère ! Quoi de plus effrayant qu'une obscurité totale ! Comment alors mesurer les heures de la nuit ? On retrouve cette perte de la notion du temps dans diverses histoires, dans divers mythes où le héros s'endort plusieurs jours ou plusieurs mois selon les caprices des dieux. Ainsi Gilgamesh à la recherche de son ami Enkidu au pays de la mort [1]. Les sumériens sont historiquement à la naissance de la mesure des angles puisque c'est eux qui ont la plus ancienne écriture connue. Qu'y a-t-il de plus important que la prévision du retour des saisons pour une civilisation agricole ? Essayer de comprendre la volonté des dieux qui se manifestent aux humains par le mouvement apparent des étoiles, l'apparition des comètes, le déplacement des planètes, le retour des éclipses,... Ce sont des phénomènes réguliers, mesurables dirions-nous, contrairement aux aléas du cours et du régime des deux fleuves, le Tigre et l'Euphrate, qui assure la vie des peuples riverains. Astronomie, astrologie, religion sont alors intimement mêlés, régentant la vie de la société et la société mésopotamienne est dure, car les dieux sont mauvais. Ils n'ont créé les hommes que comme des outils servant leur vengeance personnelle [2].

Noter la position des étoiles sur la voûte céleste ne se fait correctement qu'au moyen des angles. Qui inventa la notion d'angle ? Cette notion apparaît déjà dans les premiers écrits sumériens qui nous sont parvenus. Quelle unité choisir pour mesurer des angles ? Chaque jour les étoiles se décalent légèrement, faisant un tour complet en une année. N'est-il pas logique de choisir le jour comme unité d'angle ? En fait les sumériens vont choisir la trois cent soixantième partie du cercle pour des raisons qui tiennent à la fois à la durée de l'année (environ 365 jours) et à leur système de numération qui s'établit très vite sur une base 60, le nombre 10 jouant un

1) Épopée de Gilgamesh, texte sumérien datant de 2800 avant notre ère et racontant la légende du bâtisseur des remparts de la ville d'Uruk.

2) On opposera les dieux mésopotamiens aux dieux égyptiens qui sont bons et qui assurent régulièrement les crues fertilisantes du Nil.

rôle particulier [3]. Il est alors logique de choisir une division du cercle en 360 parties, nombre qui de plus à l'avantage d'être divisible par 12, ce qui donne un compte rond aux lunaisons. Le degré était né. En base 60, il est naturellement divisé en 60 minutes valant chacune 60 secondes. Bien évidemment les mots "degré", "minute" et "seconde" ne sont pas ceux utilisés par les sumériens ni par les akkadiens, civilisation sémitique qui prit la relève de la civilisation sumérienne vers ~ 2400. Avec ce système les étoiles se déplacent d'environ 1° par jour.

Les empires naissent, les empires meurent. Or il est très utile d'utiliser de longues périodes d'observation pour déterminer la période de phénomènes périodiques. Ainsi une erreur d'une journée (24 heures) sur la date de la nouvelle lune permet de déterminer la lunaison avec une précision d'une heure en deux ans (environ 24 lunaisons donc 24 h / 24 lunes = 1 h), d'une minute en moins de 120 ans (24 h / 1440 lunes = 1 min), ... C'est pourquoi les civilisations intelligentes conservent les archives de leurs prédécesseurs. Les akkadiens à leur tour seront vaincus. Amorrites, assyriens (avec le célèbre Hamourabi qui établit la première constitution), hittites, hourrites, kassites se succédèrent ou s'entrecroisèrent, dominant tour à tour Babylone ou sa région. Et chacun de s'approprier le pouvoir et les éléments du pouvoir en récupérant la science de ses prédécesseurs.

2 - LA SCIENCE GRECQUE

Mais déjà les grecs se développent. Héritiers, dans un premier temps de la civilisation crétoise, ils empruntent leur écriture aux phéniciens, peuple sémite, et vont créer une civilisation originale à partir du huitième siècle avant notre ère. Il n'a pas fallu attendre Alexandre le grand (~356 – ~323) pour que des échanges aient lieu avec les peuples environnant. Mais les conquêtes d'Alexandre, de l'Égypte à l'Inde, vont asseoir la renommée de leurs savants et feront d'Alexandrie la capitale culturelle du monde méditerranéen. C'est Hipparque (environ ~190 – ~125) qui va fonder la trigonométrie (mot forgé sur des racines grecques et signifiant "mesure des triangles") en empruntant aux babyloniens le partage du cercle en 360 degrés, en empruntant leurs tables astronomiques ce qui lui permettra de découvrir et de calculer la précession des équinoxes, l'inclinaison de l'écliptique, certaines irrégularités du mouvement de la Lune. Mais c'est surtout sa *table des cordes* qui nous intéresse ici [4]

Passer de l'arc de cercle au segment de droite est un redoutable problème qui va mobiliser les mathématiciens pendants des siècles et le simple calcul de π n'est qu'une retombée de ce vaste domaine de recherche. Si la mesure des angles en astronomie se fait avec une bonne précision (à titre d'information le diamètre apparent de la Lune ou du Soleil est d'environ 30 minutes d'arc), c'est souvent la longueur de la corde qui est accessible à l'observation. Pour établir des relations dans les triangles sphériques, notions obligatoires en astronomie de position, le passage par les cordes est indispensable.

Nous connaissons les méthodes utilisées par Hipparque grâce à Ptolémée (128 - 168, ses écrits datant des années 140 à 160). Deux théorèmes sont nécessaires pour cela : un premier qui permet de passer de la longueur d'une corde à celle de la corde sous-tendue par un arc double et un deuxième qui a pris depuis le nom de Ptolémée et qui assure que dans un quadrilatère convexe inscrit dans un cercle le produit des longueurs des diagonales est égal à la somme des

[3] Il semble que la numération savante de base 60 soit née d'un désir d'unification des systèmes de poids et mesures avec le système décimal de compte pour les petits nombres. (cf. : J. Ritter dans *Le Courrier de l'Unesco* de novembre 1993).

[4] Il est regrettable qu'à l'exception d'un ouvrage mineur, aucun texte d'Hipparque ne nous soit parvenu et que les seules connaissances que nous en ayons soient dues à des commentaires d'auteurs postérieurs.

produits des longueurs des côtés opposés. Il est facile de démontrer que ce théorème est équivalent au théorème donnant le sinus d'une somme ou d'une différence, mais il n'est pas encore question de sinus. Ptolémée complète les travaux d'Hipparque et construit une table des cordes de demi degré en demi degré. Cette table des cordes apparaît dans son ouvrage l'*Almageste*. Le nom même de ce traité prouve qu'il nous est parvenu par l'intermédiaire des arabes puisque c'est une déformation du mot grec signifiant "le très grand" et qui était le surnom de Ptolémée ("Al" est l'article arabe et "megistos" signifie "très grand" en grec). Le traité s'intitulait "*He mathematike syntaxis*".

Une autre notion va être développée par les mathématiciens "alexandrins", c'est-à-dire travaillant à Alexandrie ou en liaison avec les écoles de cette ville. C'est la notion de *flèche* qui est la distance entre le milieu d'une corde et le milieu de l'arc soustendu. Mais cette notion est moins accessible à l'observation que la notion de corde et sera moins utilisée.

3 - L'APPORT DE L'INDE

Dans le nord de l'Inde, vers les années 400, sont publiés divers ouvrages appelés *Siddhânta* (ce qui veut dire "solutions"). Le seul qui nous soit parvenu est le *Sûrya-Siddhânta* c'est-à-dire les solutions données par le Soleil. Cet ouvrage est un poème donnant de très grands nombres relatifs au mouvement des astres. Les nombres y sont écrits à l'aide de "chiffres-mots" selon une numération de position classique (on commence par les unités) et le zéro y fait son apparition [5]. En voici un exemple, cité par Geneviève Guitel :

"Les révolutions de l'apogée de la Lune dans l'espace d'un *yuga* (4 320 000 années solaires) sont au nombre de 488 203, et les révolutions rétrogrades du nœud au nombre de 232 238".
Le nombre 488 203 y est écrit *feu* (3), *vide* (0), *Ašvin* (2) [6], *Vasu* (8), *serpent* (8), *océan* (4).

Un siècle plus tard, le grand mathématicien hindou Âryabhata (Kusumapura, état du Bihar, 476 - 550) écrira vers 498 un ouvrage dont ne nous sont parvenues que des copies tardives sous le titre *Âryabhatiya* ou *Âryasiddhânta*. Il cherche bien sûr à dépasser les ouvrages précédents mais la numération qu'il y utilise est assez originale. Pour ce qui nous intéresse ici, Âryabhata va développer la notion de demi-corde qui était déjà présente dans le *Sûrya-Siddhânta* et reprendre une table permettant de calculer le sinus d'un certain nombre d'angles. Comme l'étude des angles est intimement liée à l'astronomie, on peut imaginer que si la "distance" entre deux étoiles se mesure assez facilement avec la corde, la hauteur d'une étoile au dessus de l'horizon se mesure tout aussi facilement avec une demi-corde. Ceci pourrait expliquer l'apparition de la notion de demi-corde. Dans son ouvrage, Âryabhata utilise, dans ce sens technique, le mot *jîva* qui veut tout simplement dire "corde" ce qui est parfaitement naturel. La table de sinus que donne l'auteur est plus exactement une table de différences finies des sinus des angles de 3° 45 ' en 3° 45 '. Cette table était apprise par cœur et permettait évidemment de reconstruire la table des sinus en faisant la somme des termes successifs. On trouvera page suivante, en notation actuelle, cette table à laquelle nous avons adjoint trois autres colonnes comme il est indiqué.

Le choix des multiples successifs de l'angle 3° 45 ' se comprend aisément, puisque cet angle est le huitième de 30°. Or il est relativement facile de passer de la valeur d'un sinus à la valeur du sinus de l'angle moitié, exactement comme Hipparque l'a fait pour les cordes. Il est d'ailleurs

---

5) Pour plus de détail, consulter *Histoire comparée des numérations écrites* de G. Guitel (Flammarion), pages 559 et suivantes.

6) Ašvin et Yama sont des dieux jumeaux.

tout à fait possible que cette table soit une adaptation de celle d'Hipparque ; le choix même des unités d'angle prouve le lien avec la tradition babylonienne et grecque. La question est de savoir pourquoi, dans notre langage d'aujourd'hui, l'auteur utilise un cercle de rayon 3438 ? C'est à très peu près l'expression du radian en minutes d'angles. En effet :

$$1 \text{ radian} = \frac{180}{\pi} \text{ degrés} = \frac{180 \times 60}{\pi} \text{ minutes} \approx 3437,75 \text{ minutes}$$

Table d'Âryabhata	Somme des termes successifs	Angles x correspondants	$3438 \sin x$
		0	0
225	225	3° 45 '	224, 86
224	449	7° 30 '	448, 75
222	671	11° 15 '	670, 72
219	890	15°	889, 82
215	1105	18° 45 '	1105, 11
210	1315	22° 30 '	1315, 67
205	1520	26° 15 '	1520, 59
199	1719	30°	1719, 00
191	1910	33° 45 '	1910, 05
183	2093	37° 30 '	2092, 92
174	2267	41° 15 '	2266, 83
164	2431	45°	2431, 03
154	2585	48° 45 '	2584, 83
143	2728	52° 30 '	2727, 55
131	2859	56° 15 '	2858, 59
119	2978	60°	2977, 40
106	3084	63° 45 '	3083, 45
93	3177	67° 30 '	3176, 30
79	3256	71° 15 '	3255, 55
65	3321	75°	3320, 85
51	3372	78° 45 '	3371, 94
37	3409	82° 30 '	3408, 59
22	3431	86° 15 '	3430, 64
7	3438	90°	3438, 00

Notons enfin l'égalité du sinus de 3° 45 ' avec l'angle, puisque 3° 45 ' = 225 '. La façon dont cette table a été obtenue et les formules utilisées restent conjecturales.

La numération indienne va progressivement s'améliorer et devenir une véritable numération de position avec un zéro qui joue exactement le rôle que nous lui connaissons aujourd'hui. Parallèlement, la science indienne se développe et en particulier l'astronomie et par suite la trigonométrie. Les tables de sinus deviennent de plus en plus précises, atteignant le quart de degré.

4 - LA CIVILISATION ARABE

En 622 a lieu un événement anodin qui va marquer le début de la formidable expansion du monde arabe ; il s'agit de la fuite du prophète Mahomet à Yathrib qui est devenu Médine, c'est-à-dire "la Ville (du prophète)" [7]. Cette expansion s'arrêtera à Poitiers en 732 mais continuera vers l'orient. L'empire musulman se scindera rapidement et la branche orientale, avec la

[7] On comparera cette dénomination avec celle de Rome pour les catholiques : Urbs, c-à-d. la Ville. (cf. la bénédiction Urbi et orbi : pour Rome et pour le monde).

dynastie des Abbassides à partir de 750, installera sa capitale à Bagdad en 762 sous le règne du calife al-Mansûr. Cette ville deviendra très vite un centre culturel et commercial très important grâce à la politique très ouverte du calife. Toutes les cultures, de tous les pays et de toutes les religions, étaient les bienvenues, et ces cultures étaient recueillies et intégrées à la culture arabe. Le calife al-Mansûr pour favoriser les arts et les sciences avait créé une sorte de "CNRS" qui allait devenir la maison de la sagesse (*Bayt al-hikma*) au début du IX^e^ siècle. De l'Espagne à l'Inde, l'arabe va devenir la langue scientifique tout en empruntant largement des vocables au persan, au sanskrit,... et la traduction et les commentaires des œuvres vont donner un essor considérable à la science en général et aux mathématiques en particulier.

"C'est ainsi qu'en l'an 156 de l'Hégire (773) arriva de l'Inde à Bagdad un savant fort instruit dans les doctrines de son pays. Cet homme connaissait la méthode du *sindhid* relative aux mouvements des astres et aux équations calculées au moyen de sinus de quart de degré en quart de degré [...]. Le calife ordonna qu'on traduisit la traité indien en arabe afin d'aider les musulmans à acquérir une connaissance exacte des étoiles. Le soin de la traduction fut confié à Muhammad Ibn Ibrahim al-Fazzârî".[8]

Traduire c'est trahir. Comment traduire un terme qui n'a aucun équivalent dans la langue de destination. Al-Fazzârî va se trouver confronté à ce problème face au mot *jîva* qu'il ne peut traduire par *corde* qui serait le sens littéral puisque ce mot à déjà une signification bien précise en trigonométrie. Il opte donc pour une arabisation de ce terme sous la forme *jîba* puisque le son "v" n'existe pas en arabe. Par ailleurs il découvre avec intérêt le système de numération indien et sa supériorité sur la numération arabe alphabétique. Cette numération indienne va donc être adoptée par les savants qui lui donneront le nom de "figures indiennes".
Á partir des apports grecs et indiens, la science arabe, c'est-à-dire écrite en arabe, va se développer de façon autonome.

Le grand mathématicien d'origine ouzbek, al-Khwârizmî, au IX^e^ siècle, dont le nom latinisé en Algorismi nous a donné le mot "algorithme" et dont l'ouvrage le plus célèbre *al jabr w'al muqâbâlâ* (du rétablissement et de la confrontation) nous a laissé le mot "algèbre" [9], ne pouvait que s'intéresser à la trigonométrie. C'est lui qui donnera les premières tables de sinus sous la forme habituelle, mais ce n'est bien sûr pas ce qui le rendit si célèbre.

L'astronome al-Battâni (855-929) publie un traité de trigonométrie et de trigonométrie sphérique, *Perfectionnement de l'Almageste* dans lequel il cite en particulier la formule reliant les angles d'un triangle sphérique à l'aire de ce triangle : Sur une sphère de rayon 1, la somme des angles est supérieure à π et son excès sur π est égale à son aire.

C'est le mathématicien Abû l-Wafâ al-Buzadjani (940-997) qui va introduire pour la première fois la notion de tangente, sous le nom d'ombre en 980. Ce terme est assez logique puisqu'il s'agit d'étudier la longueur de l'ombre du stylet d'un cadran solaire. C'est lui qui va établir les premières relations trigonométriques telles que celle donnant $\sin(a \pm b)$ et les principales relations entre les lignes trigonométriques (sinus, cosécante, cosinus, sécante, tangente et cotangente). Il établit également le théorème du sinus pour les triangles sphériques. Rappelons que ce théorème énonce que dans un triangle sphérique ABC dont les côtés sont les arcs de

---

8) D'après le *Dictionnaire des savants* d'Abu'l Hassan al-Qifti (1172 - 1288). Le mot *sindhid* est la transcription arabe de *siddhânta*.

9) En espagnol le mot "algebrista" désigne le rebouteux, celui qui est capable de redresser un membre. Álgebra est aussi un terme médical qui concerne l'art de remettre les membres disloqués. Il y a un peu plus d'un siècle on trouvait des boutiques à l'enseigne "Algebrista y sangrador" (sangrador = saignée) et qui correspondaient à nos "barbier-chirurgiens".

mesure a, b, c on a : $\dfrac{\sin a}{\sin A}=\dfrac{\sin b}{\sin B}=\dfrac{\sin c}{\sin C}$. Abû l-Wafâ va surtout découvrir des méthodes beaucoup plus rapidement convergentes pour le calcul des sinus ce qui lui permettra de construire une table des sinus par pas de $30'$ avec huit décimales exactes.

La civilisation arabe continuera à se développer, mais son extension même engendrera des tensions internes amenant schismes et émiettement des pouvoirs. Á l'ouest la reconquête de l'Espagne et à l'est l'invasion turque au XIII^e siècle achèveront de disloquer le monde musulman. Cela n'empêchera pas de nouvelles avancées dans les sciences et l'apparition de grands savants comme Nasîr Addin al-Tusi (1201-1274) qui publiera un traité sur les triangles rectangles. La réalité de la recherche scientifique est alors en train de changer de camp. La science européenne va prendre le relais.

5 - LE DEVELOPPEMENT DE LA SCIENCE EUROPEENNE

Les contacts entre le monde chrétien et le monde musulman ont été nombreux, soit par l'intermédiaire des marchands, soit par l'intermédiaire des universités espagnoles. C'est ainsi que le savant et théologien Gerbert d'Aurillac (938-1003) milite en vain pour l'adoption de la numération de position et l'introduction des chiffres dits arabes. Les musulmans sont des infidèles et leurs œuvres ne peuvent être que celles du diable ! Cela vaut quelques accusations de sorcellerie à Gerbert d'Aurillac mais ne l'empêche pas de devenir Pape en 999 sous le nom de Sylvestre II. Ses méthodes autoritaires le contraindront à démissionner en 1001. Il n'empêche que la numération de position, en raison de sa supériorité même, pénétra en Europe chrétienne sous la forme de jetons, les "apices", que l'on manipulait sur une table à compter.

Les progrès décisifs vont être l'œuvre des traducteurs, le moine anglais Adelhard de Bath vers 1120 et surtout Gérard de Crémone (1114-1187). Ce dernier s'installe à Tolède, apprend l'arabe et entreprend de traduire en latin les principaux textes scientifiques de l'époque. Environ soixante dix ouvrages sont ainsi traduits dont dix-sept de géométrie et douze d'astronomie, sans oublier l'Almageste de Ptolémée dont le texte grec avait été perdu.

Traduire c'est trahir. On n'écrit pas habituellement les voyelles brèves en arabe et quand Gérard de Crémone rencontra le mot *jîba* utilisé pour le sinus, il le confondit avec le mot *jaîb* qui signifie "poche, cavité" (la lettre *a* est la seule voyelle brève dans les deux mots) [10]. En latin cela se traduit naturellement par *sinus* qui a exactement ce sens. Et voilà comment un magnifique contresens est passé à la postérité ![11]

Ce n'est qu'à partir du 14ème siècle que la trigonométrie se répandit en Europe. Les premières tables ont été calculées par Peurbach vers 1460 et surtout par son élève l'astronome et mathématicien allemand Regiomontanus(1436-1476) à qui l'on doit les premiers livres imprimés de trigonométrie en particulier *Tabula directionum* (1485).

Si l'on doit à Viète à la fin du 16ème siècle d'avoir perfectionné la trigonométrie en lui appliquant les règles du calcul littéral. Ce n'est qu'avec les travaux de l'anglais Newton (1642-1727) et de l'écossais Gregory (1638-1675) que l'on considéra que sinus, cosinus et tangente pouvaient être des fonctions et pas seulement des "lignes", c'est-à-dire des segments dans une figure géométrique (d'où l'expression "lignes trigonométriques"). Cela permet d'introduire ce qui deviendra les fonctions réciproques, arcsinus, arccosinus, arctangente, et c'est d'ailleurs Gregory qui donne le développement en série entière de notre fonction arctangente.

---

10) En arabe dialectal d'Afrique du nord le mot *jib* signifie "poche".

11) Histoire conjecturale (N.D.L.R.).

Parallèlement le calcul des tables s'améliore grâce à la mise en œuvre d'algorithmes plus rapidement convergents, utilisant les séries. L'astronome allemand Rheticus (1514-1576), dirigeant une équipe de calculateurs durant une douzaine d'années, calcula une table de quinze décimales de sinus avec un pas de 10 ". Il mourut avant d'avoir achevé celle des tangentes et des sécantes. Son disciple Othon termina l'œuvre du maître et la publia en 1596 sous le titre *Opus palatinum de triangulis* mais avec dix décimales seulement. Pitiscus retrouva un exemplaire original des sinus avec quinze décimales et après correction le publia en 1613 dans *Thesaurus mathematicus*.

C'est le mathématicien anglais Williams Jones (1675 - 1749) qui utilise pour la première fois en 1706 la notation π pour le rapport de la circonférence d'un cercle à son diamètre. C'est la première lettre du mot grec "périmètre". Euler (Bâle 1707 - Saint-Petersbourg 1783) la reprendra (et introduira aussi e pour la base des logarithmes) dans un grand ouvrage assez didactique publié en 1748 sous le titre *Introductio in analysis infinitorum* (Introduction à l'analyse infinitésimale). On y trouve un exposé systématique de la théorie des fonctions circulaires (fonctions trigonométriques directes et inverses), exposé basé sur le lien qui avait été établi avec la fonction exponentielle par Jean Bernoulli en 1702 puis Moivre et Cotes en 1707. D'où les fameuses formules : $e^{ix} = \cos x + i \sin x$, $e^{ix} + 1 = 0$, $(\cos x + i \sin x)^n = \cos nx + i \sin nx$, etc...

Avec l'invention des logarithmes au début du XVII^e siècle par Napier et Briggs, le calcul des tables va prendre un nouvel essor. Ce seront souvent des tables des logarithmes des sinus et tangentes qui seront publiées. Citons celles réalisées après la révolution française par l'ingénieur français Marie Riche baron de Prony (1755-1839) avec un pas de 0,01 grade .

Aujourd'hui, l'avènement des machines à calculer, des ordinateurs et des calculatrices programmables a rendu caduc l'usage des tables. Le problème de la précision reste entier même s'il est masqué ne serait-ce que par l'ignorance où se trouve l'utilisateur de l'algorithme utilisé pour l'affichage des valeurs numériques.

BIBLIOGRAPHIE

Le texte qui précède n'est pas un texte d'histoire des maths. Il n'a que la prétention de resituer historiquement un certain nombre d'évolutions des notions de trigonométrie dont la plupart sont accessibles à un élève de lycée. En particulier les dates de certains auteurs sont approximatives, les différentes sources ne fournissant pas les mêmes dates et parfois un même texte se contredit d'une page à l'autre. Les écarts ne sont pas bien grands et j'ai souvent choisi une date arbitrairement sans chercher à la justifier. Le travail que j'ai accompli résulte essentiellement d'une compilation d'ouvrages facilement disponibles dont on trouvera les principaux ci-après.

Des mathématiciens de A à Z , B. HAUCHECORNE et D. SURATTEAU, Éditions Ellipses 1996.

Analyse mathématique , Ch. HOUZEL, Éditions Belin, collection sciences-sup 1996.

Histoire comparée des numérations écrites , G. GUITEL, Éditions Flammarion 1975.

Histoire universelle des chiffres , G. IFRAH, Éditions Seghers 1981.

Dictionnaire des mathématiques , A. BOUVIER, M. GEORGE, F. LE LIONNAIS, PUF 1993.

Nombre, mesure et continu , J. DHOMBRES, Éditions Cédic/Nathan 1978.

Différents articles de l'Encyclopaedia Universalis, en particulier :

L'islam : Les sciences dans l'islam.

L'astronomie : Histoire de l'astronomie.

Les notices sur différents savants.