

LE TRAITE DU MARQUIS DE L'HOSPITAL

par le groupe Epistémologie de l'IREM de POITIERS

L'intervention a consisté en une présentation sommaire par le groupe épistémologie de l'IREM de Poitiers de son travail sur l'ouvrage du Marquis de l'Hospital *Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes* et de la grille d'analyse bibliographique que le groupe a élaborée à ce propos (cf. le document ci-joint). Parmi les points soulevés lors de cette discussion, on peut retenir :

- le document particulier sur lequel le travail d'analyse a été effectué (édition, provenance...) ;
- le contexte historique, l'auteur, sa place dans la production mathématique, ses liens avec Leibniz et les Bernoulli ;
- le plan de l'ouvrage et la structure de chaque section ;
- quelques exemples typiques de démonstration et mise en évidence des trois volets :
 - 1/ le problème est posé géométriquement,
 - 2, "traduction arithmétique" en utilisant l'interprétation de la différentielle comme une différence effective,
 - 3/ traitement formel et obtention de la solution ;
- les rapports complexes qui se nouent entre les représentations de la réalité et les concepts mathématiques (ici la différentielle).

GRILLE D'ANALYSE

Analyse effectuée par le groupe Epistémologie de l'IREM de POITIERS

Adresse : IREM, 40, Avenue du Recteur Pineau

Date : Novembre 1980

I - IDENTIFICATION DU TEXTE

- I.1. Auteur : *Guillaume François Antoine de l'Hospital, marquis de Saint-Mesme dit le Marquis de l'Hospital (1661-1704)*
- I.2. Titre : *Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes.*
- I.3. Editeur : *François Montalant - Paris.*
1ère édition : 1696 ; 2ème édition : 1716 ; ...
- I.4. Langue : *français.*
- I.5. Ouvrage de 196 pages dont 15 pages de préface.
- I.6. Ce texte n'existe pas dans le commerce. L'exemplaire ici analysé est celui de la bibliothèque de la ville d'Auxerre, photocopié et diffusé par l'IREM de Dijon.
- I.7. Il s'agit de la deuxième édition (1716).

II - NATURE ET CONTENU DU TEXTE

- II.1. L'ouvrage se présente comme un traité sur le calcul différentiel et son application à l'analyse des courbes.
- II.2. L'objectif de l'auteur semble être de présenter sous une forme synthétique et cohérente, afin d'en mieux assurer la diffusion, l'ensemble du nouveau calcul dans la version que l'on doit principalement à Leibniz, mais aussi aux frères Bernouilli (et à une moindre échelle à l'auteur du traité). Jusqu'alors, les fragments de cette théorie étaient surtout dispersés dans la littérature savante et dans certaines correspondances. Comme tous les promoteurs du nouveau calcul, l'auteur a le souci de multiplier les exemples pour illustrer les possibilités du calcul infinitésimal et par là même, le justifier. Le Marquis de l'Hospital croit ce traité "nécessaire pour préparer les esprits à comprendre tout ce qu'on pourra découvrir dans la suite sur ces matières" (pages XIII.XIV).

- II.3. Contenu : L'ouvrage présente tout d'abord les principes du calcul différentiel sous la forme de définitions, de suppositions et des règles que l'on en déduit (calcul de la différentielle d'une somme, d'un produit, d'un quotient, d'une puissance quelconque); à cette occasion le célèbre symbolisme de Leibniz est introduit. La suite est essentiellement consacrée à l'utilisation de ce calcul pour le traitement des grands problèmes de ce qui constitue à l'époque le domaine prestigieux de la géométrie, à savoir la géométrie analytique des courbes planes. Ainsi sont abordés les problèmes de tangentes et de normales, de maxima et de minima (dont quelques exemples simples de calcul des variations), de points d'inflexion et de rebroussement, de développées et de développantes, de caustiques et d'enveloppes, ainsi que divers autres questions célèbres à l'époque. Il est à noter que de nombreux problèmes traités sont liés à la mécanique et à l'optique. On peut signaler que la fameuse règle de l'Hospital est énoncée et démontrée au début de la section IX.
- II.4. Le traité débute par une savoureuse et intéressante préface dans laquelle le Marquis de l'Hospital se livre à une réflexion de type historique (sinon épistémologique) sur la genèse de "l'Analyse de l'infini". Après avoir rendu hommage aux Anciens, l'auteur salue l'esprit de "révolte" et le génie de Descartes qui permit de faire accéder la géométrie à un nouveau stade de développement. Puis il esquisse la voie qui, de Pascal, Fermat et Barrow, aboutit à Leibniz. Il met alors en relief, et avec quelle passion, l'originalité et la fécondité de la méthode de Leibniz. On peut remarquer que Newton est mentionné ; le lecteur intéressé pourra comparer cette préface avec celle de Buffon dans la traduction française qu'il donne en 1740 de La méthode des fluxions et des suites infinies de Isaac Newton (A. Blanchard - Paris 1966).
- II.5. L'ouvrage ne comporte pas de bibliographie mais se réfère parfois à d'autres textes issus de la littérature savante de l'époque.
- II.6. La lecture de ce traité peut être facilitée par une certaine connaissance du contexte mathématique de l'époque. On peut acquérir cette dernière en lisant par exemple les chapitres IV et V du livre : Carl B. Boyer - The history of the calculus and its conceptual development - Dover Publications.
- Il est bien sûr intéressant de connaître aussi les textes de Leibniz sur le sujet, en particulier :
- Histoire et origine du calcul différentiel. Cahier de Fontenay n° 1 - Philosophie - Novembre 1975
 - Nouvelle méthode de recherche des Maxima et des Minima et aussi des tangentes, applicable même dans le cas d'expressions fractionnaires et irrationnelles et calcul remarquable y relatif. (Acta Eruditorum 1er Octobre 1684. pages 467.473 Gehardt t V page 220 - 226) traduit en français dans : P. Mansion, Résumé du Cours d'Analyse infinitésimale de l'Université de Gand - Paris 1887, pages 199-208.

III - OPINION PERSONNELLE SUR LE TEXTE

- III.1. A part la tentative de fonder et d'articuler logiquement les nouvelles méthodes, il ne semble pas que l'ouvrage présente des développements très originaux relativement à l'état du calcul différentiel à cette époque.

D'ailleurs, évoquant tout ce que son traité doit à Leibniz et aux frères Bernouilli, l'auteur indique : " je consens qu'ils en revendiquent tout ce qu'il leur plaira, me contentant de ce qu'ils voudraient bien me laisser".

- III.2. On peut penser qu'il y a un décalage entre la volonté de l'auteur de fonder de manière quasiment axiomatique le nouveau calcul et la réalité du fonctionnement de la différentielle Leibnizienne dans le même traité. La définition même de la différentielle, "la portion infiniment petite dont une quantité variable augmente ou diminue continuellement", n'est pas exempte d'ambiguïtés (portion infiniment petite/variation continue). En fait, il semble que l'auteur soit allé dans la voie de la rigueur et de la clarification aussi loin qu'il lui était possible sans dénaturer les principes du calcul. Et cela tient sans doute à la nature même de la différentielle Leibnizienne, à la fois atome géométrique, différence arithmétique et objet formel (cf. L'origine du calcul différentiel. G. WALLET, in Cahiers d'histoire des mathématiques et d'épistémologie. IREM de POITIERS 1980 et Cahiers Fundamenta Scientiae. - Université Louis Pasteur - Strasbourg 1980).
- III.3. Le grand nombre de rééditions de ce traité indique qu'il a joué un rôle important dans la diffusion du calcul infinitésimal au cours du XVIIIe siècle. On peut remarquer cependant la place singulière qu'il occupe dans le développement des mathématiques : alors que le calcul infinitésimal s'affirme comme un outil très puissant dans un paysage mathématique qui est encore celui du XVIIe siècle (avec la primauté de la géométrie), et avant que cette architecture générale ne soit profondément remaniée à la suite des progrès entraînés par ce calcul avec principalement l'Oeuvre d'Euler. (cf. Philosophie et calcul de l'infini - C. Houzel, J.L. Ovaert, P. Raymond, J.J. Sansue - Collection Algorithmes - F. Maspero).

IV - UTILISATIONS POSSIBLES DU TEXTE

- IV.1. Pour la compréhension de l'exposé des principes généraux (section I), aucun pré-requis n'est nécessaire si ce n'est les cas de similitude des triangles. La lecture de la suite du traité peut être facilitée par quelques connaissances sur la géométrie des courbes : coniques, roulettes, propriétés affines et métriques des courbes, théorie des enveloppes...
- IV.2. Chaque section de ce traité débute par des propositions générales présentées sous forme de problèmes qui ne présentent pas de difficultés particulières autres que celles propres à tout texte mathématique ancien : décalage de vocabulaire, de niveau de rigueur... Cependant, ces difficultés sont atténuées par la démarche relativement moderne de l'auteur. Par contre, les nombreux exemples qui sont donnés par la suite sont souvent techniques et les figures correspondantes assez compliquées.
- IV.3. Exemple d'utilisations possibles :
- recherche historique et épistémologique sur le calcul infinitésimal, son origine, et sur le statut de la différentielle Leibnizienne.
 - réflexion pédagogique sur le rôle de la rigueur.
- ...