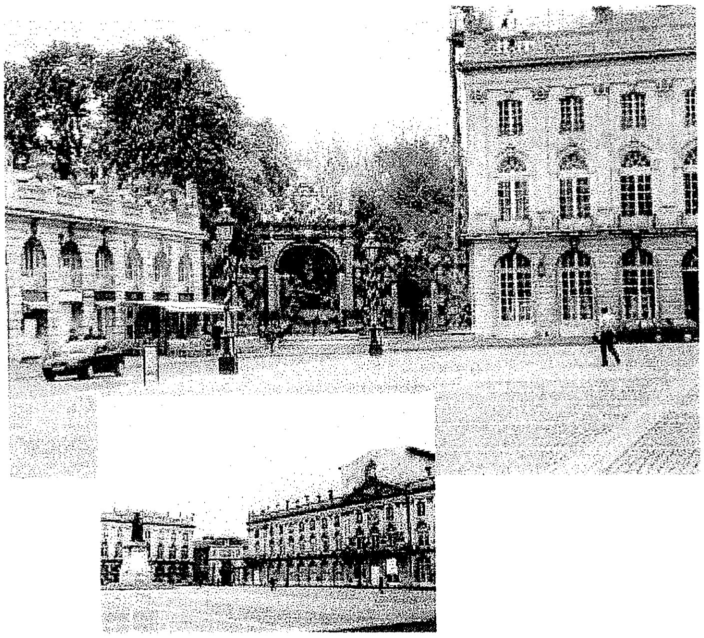
COPIRELEM

Commission Permanente des IREM pour l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire.



LES CAHIERS DU FORMATEUR

Tome 5

Documents pour la formation du professeur en didactique des mathématiques.

Séminaire de Maxéville des 26, 27 et 28 novembre 2001.

ARPEME

Association pour l'élaboration et la diffusion de Ressources Pédagogiques sur l'Enseignement des Mathématiques à l'Ecole.

UNIVERSITE DENIS DIDEROT

IREM PARIS 7

(Institut de Recherche pour l'Enseignement des Mathématiques)

PRESENTATION

Le rendez-vous de Maxéville fut le cinquième séminaire de formation des nouveaux formateurs de mathématiques en IUFM.

Depuis la création de ce séminaire en 1997, le nombre croissant de nouveaux collègues qui s'inscrivent montre à l'évidence la nécessité et l'intérêt de ce type de rencontre.

En 1997, le pari n'était pas gagné d'avance, puisqu'il s'agissait de proposer une offre de formation sans financement particulier. Les IUFM ont tout de suite répondu présents pour prendre en charge, majoritairement, leurs nouveaux formateurs.

Ce séminaire est donc la preuve concrète d'une collaboration efficace entre la COPIRELEM (Commission permanente des IREM pour l'enseignement des mathématiques à l'école primaire), et au travers d'elle les IREM, et les Instituts Universitaires de Formation des Maîtres.

Ce document est le compte rendu des contributions et des travaux des ateliers qui se sont déroulés pendant le séminaire.

REMERCIEMENTS

La COPIRELEM remercie l'IUFM de Lorraine qui a mis à sa disposition, sur le site de Maxéville, des personnels attentifs et accueillants ainsi que des locaux très bien adaptés.

La COPIRELEM tient à remercier tout particulièrement M. Patrick Baranger, directeur de l'IUFM de Lorraine, sans le concours duquel ce séminaire n'aurait pu avoir lieu. Ses remerciements vont aussi à l'équipe du Centre de Ressources et de Documentation pour sa précieuse collaboration, à l'équipe des personnels sous la houlette de Claude Meneghel pour sa gentillesse et sa disponibilité et à l'équipe de cuisine pour sa bonne humeur et la qualité des repas.

Merci à Christophe Bolsius qui avait proposé que le séminaire se déroule à Maxéville et qui en a organisé la réalisation.

SOMMAIRE

PARTICIPANTS AUX JOURNEES DES 26, 27 ET 28 NOVEMBRE 2001

ANSEL	DANIEL	LILLE
ARIBERT	BERNADETTE	MARSEILLE
BERNASCHI	DOMINIQUE	MARSEILLE
BOLSIUS	CHRISTOPHE	NANCY
BONNET	NICOLE	DIJON
BRIAND	JOEL	BORDEAUX
BUTEL	DOMINIQUE	LYON
CAUMET	CHANTAL	MARSEILLE
CHAMBON	LIONEL	LONS LE SAUNIER
CHEVALIER	CLAUDINE	MELUN
COURTOIS	YVON	EPINAL
DE REDON	M-CHRISTINE	MARSEILLE
DENISOT	JOEL	MARSEILLE
DESCAVES	ALAIN	BORDEAUX
DORNIER	J-MARIE	BESANCON
DUGAST	PATRICE	TULLE
EYSSERIC	PIERRE	MARSEILLE
GAUDEL	CLAIRE	LILLE
GENESTOUX	FLORENCE	BORDEAUX
GIRMENS	YVES	PERPIGNAN
GRAU	SYLVIE	NANTES
GREWIS	ANNIE	STRASBOURG
HOUDEMENT	CATHERINE	ROUEN
JAFFROT	MICHEL	LA ROCHE SUR YON
JEANBOURQUIN	CATHERINE	CRETEIL
JOLLIVET	M-CLAIRE	ANGOULEME
KERLOCH	ANNE	AURILLAC
LACORRE	GERARD	BONNEVILLE
LAMBINET	BENOIT	QUIMPER
LAPEBIE	J-PIERRE	MARSEILLE
LARGUIER	MIRENE	MONTPELLIER

LATOUR	JACQUELINE	LYON
LE POCHE	GABY	RENNES
LEBRETON	J-CLAUDE	BLOIS
LOUVRIER	PASCALE	CAEN
MAGENDIE	LAURENCE	TOULOUSE
MANCHES	PIERRE	GRENOBLE
MARTY	MARYLINE	LE PUY
MAURIN	CLAUDE	AVIGNON
MAZOLLIER	M-SOPHIE	BONNEUIL
NADAL	XAVIER	CHAMBERY
NERON	ODILE	CHAMBERY
NIEL	CHRISTINE	DIGNE
NURDIN	WALTER	NANCY
PELTIER	M-LISE	ROUEN
PENOT	JEROME	NIORT
PETREL	ISABELLE	ROUEN
POL	NICOLAS	LILLE
RANSON	CATHERINE	NANCY
ROYE	LOUIS	LILLE
SCHMITT	M-JOSEPHE	BONNEVILLE
SICARD	MIREILLE	RENNES
SIMONNOT	CLAUDE	TROYES
SOUCHARD	LAURENT	CERGY
TANNER	MICHEL	MARSEILLE
TAVEAU	CATHERINE	CRETEIL
TOUSSAINT	DENIS	EPINAL
TREMEJE	JOELLE	DRAGUIGNAN
URRUTY	PATRICK	BORDEAUX
VENTRE	ROLAND	BONNEUIL
WIERUSZEWSKI	PATRICK	BLOIS
WINDER	CLAIRE	DRAGUIGNAN

LES TROIS JOURNEES

Lundi 26 Novembre	Mardi 27 Novembre	Mercredi 28 Novembre
9h 30 –10h Accueil	9h-11h Conférence	9h 30-12h Ateliers C et D
10h –12h 30 Ateliers A et B	11h –12h Elaboration de questions. Documentation	Documentation
Repas et publication	Repas	Repas
14h –16h 30 Ateliers A et B	13h 30-15h Contribution 2	13h 30 et 16h Ateliers C et D
17h –18h 30 Contribution 1	Détente	16h 30 - 17h 30 Table ronde
	Soirée	Bilan

Atelier A : Points de vue croisés sur l'approche de la géométrie en formation initiale (N. Bonnet, C. Maurin, Y. Girmens et L. Roye)

Atelier B : Analyse didactique d'une situation d'enseignement : « le verre d'eau » (ML. Peltier et J. Briand)

Atelier C : Aire de formation (ML. Peltier – C. Houdement)

Atelier D : Analyse d'un entretien à la suite d'une visite de PE2 (P.Eysseric – Gaby Le Poche)

Contribution 1 : Approches de la division à plusieurs voix (MC.Jollivet et A.Descaves)

Contribution 2 : Évaluation CE2 et 6° : rupture et continuité en géométrie – Exemples de stages en Formation Continue (C. Taveau)

Conférence à plusieurs voix : quelques explicitations didactiques (J. Briand et ML.Peltier)

Ateliers

ATELIER A

TITRE : APPROCHE DE LA GEOMETRIE EN FORMATION INITIALE : TEMOIGNAGES DE PRATIQUE.

AUTEURS : NICOLE BONNET (IUFM et IREM de Bourgogne), YVES GIRMENS(IUFM et IREM de Montpellier), CLAUDE MAURIN(IUFM et IREM D'Aix- Marseille), LOUIS ROYE(IREM de Lille).

Date : Novembre 2001

Résumé : Il s'agit de la présentation d'exemples de démarches pour aborder la géométrie en formation initiale des professeurs des écoles, en première et deuxième année, selon des points de vue différents.

INTRODUCTION

Le but de cet atelier était de provoquer une réflexion entre formateurs nouveaux et confirmés sur la manière d'aborder la géométrie en formation initiale des professeurs des écoles.

L'atelier s'est déroulé en deux temps :

1. Présentation de deux exemples d'entrée dans la géométrie dans le cadre de la préparation au concours des PE :
- Un dispositif de formation autour de la géométrie plane (Nicole BONNET).
- Une proposition de travail pour aborder les droites particulières d'un triangle (Claude MAURIN).

2. Présentation de deux démarches en formation didactique des PE2 :
- Une entrée dans la géométrie par les problèmes en cycle trois (Louis ROYE).
- Une entrée par un questionnement sur les connaissances géométriques à l'entrée au collège (Yves GIRMENS).

I- DEUX EXEMPLES D'ENTREE DANS LA GEOMETRIE EN PREMIERE ANNEE PE

1. Un Dispositif de formation en géométrie plane (Nicole Bonnet)

Résumé : Présentation du dispositif de formation autour de la géométrie plane axée autour de deux pôles :

Le cours magistral permet de stabiliser les connaissances mathématiques et de donner des éléments didactiques utiles par la suite ;

Les T.P. constituent une mise en pratique des exercices de partie théorique et des analyses didactiques.

1. Le contexte de Dijon

Nous ne sommes que deux professeurs de mathématiques au centre I.U.F.M. de Dijon : Mr RENAUT Olivier et moi même. Il n'y a pas pour le moment de formateurs associés.

En formation initiale nous devons gérer 4 classes de PE2, soit 120 stagiaires au total et 4 classes de PE1, soit environ 130 étudiants. Le décompte horaire à l'année est le suivant : 39 heures pour les PE2 et 84 heures réparties en 38 h de cours magistraux et 46 h de T.D pour les PE1. Notre plan de formation prévoit des heures de cours magistraux en PE1.

Depuis deux ans, nous avons tenté d'unifier la formation des PE en mettant nos savoirs en commun. Nous avons ainsi enrichi notre banque d'exercices caractéristiques et le cours magistral commun s'est amélioré.

Dans la suite, je vais décrire comment, pour une unité de formation en géométrie plane, nous distribuons nos actions.

2. La géométrie en PE1

- La répartition sur l'année des CM en géométrie se fait selon l'horaire suivant :
  1. Structuration, repérage : 2h
  2. GÉOMÉTRIE DES OBJETS PLANS : 4 h (mon intervention concerne ce chapitre)
  3. Géométrie des objets en 3 D : 3h
  4. Transformations géométriques : 3 h
- Les cours sont suivis de 5 à 6 heures de T.D. pendant lesquels nous traitons les exercices de la partie théorique et les exercices de didactique (travaux d'élèves inclus). Les exercices de la partie théorique sont presque toujours donnés la semaine précédente aux étudiants. La didactique est traitée en classe avec un support corrigé qui permet de consolider certaines parties qui nous ont paru moins fondamentales.
- De plus, nous donnons des devoirs à la maison (5) et des devoirs blancs (3).

3. Géométrie des objets plans

- Le cours magistral est distribué en entrée d'amphi. Il s'agit ici d'un cours "à trous" afin que les étudiants ne suivent pas d'une manière trop passive et fassent aussi des tracés élémentaires (durant les autres cours, ils sont amenés à surligner ce que nous disons être important et à compléter le polycopié selon les anecdotes ou compléments que l'on peut faire sur le moment).

  Le professeur commente le cours soit à l'aide du rétroprojecteur, soit à l'aide de l'ordinateur assisté par "Power Point". Ce cours de 39 pages traite de manière exhaustive à la fois des aspects théoriques et des aspects didactiques.

  Vous pouvez en avoir un aperçu grâce au plan (annexe 7) et à quelques images "Power Point" (6 pages en annexe 8).

- Les T.D. se font en deux parties que nous alternons dans le temps.
  - Partie théorique : deux fiches d'exercices. Quelques exemples sont donnés en annexe 6.
  - Partie didactique : Partie à 8 points à l'aide d'un exemple de concours Lyon 1999 (annexe 5) et travaux d'élèves, partie à 4 points : Nice 1998 (annexe 4).

4. Réflexions sur nos choix

4.1. Les cours magistraux

Ils permettent de gagner du temps face à un grand nombre d'étudiants. C'est une façon rapide de transmettre le plus possible d'informations. Connaissant les limites d'une pédagogie transmissive, nous usons de divers supports : rétroprojecteur, polycopiés, mise en action des auditeurs. Ce modèle est satisfaisant pour les étudiants car :

- Ils sont attentifs et motivés, demandeurs de connaissances pour réussir un concours difficile. Ils ne manquent aucun cours car les explications complémentaires orales sont absolument nécessaires à la compréhension des polycopiés.
- Leur expérience scolaire est encore relativement proche. Ils se souviennent de ce langage.
- Cet enseignement est particulièrement efficace pour structurer des connaissances disparates ou lacunaires.

4.2. Les T.D.

- Exercices théoriques.

  Ils les cherchent durant la semaine. Trois motifs à cela :
  - leur redonner l'habitude de chercher et refaire surgir des habitudes de résolution de problèmes ;
  - les rendre plus rapides face à un problème ;
  - gagner du temps car nous ne corrigeons que ceux qui nous semblent les plus complexes ou à leur demande.
- Exercices de didactique.

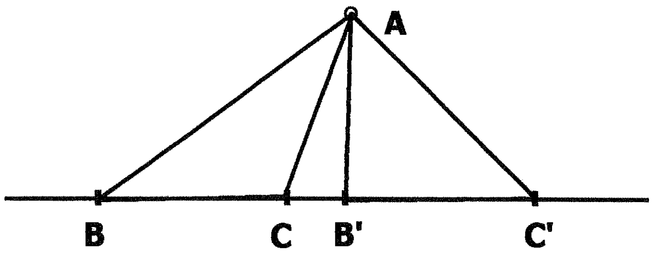
Il nous semble bon d'utiliser les annales comme outil de formation. En effet les étudiants achètent celles de l'année et les travaillent seuls. Nous choisissons des sujets "porteurs" afin de faire émerger des réflexions didactiques.

Parfois, nous demandons aux PE de rédiger une correction pour la semaine suivante. Un corrigé type est alors distribué afin qu'ils comparent et complètent leur réflexion. Sinon, le corrigé est distribué en fin de séance.

5. Quelques commentaires supplémentaires

5.1. Fiche géométrie du triangle et du quadrilatère (cf. annexe 6)

Ex1 : il permet de rappeler le "théorème des aires de triangles" : "*soient deux triangles ayant un sommet A commun, ABC et AB'C'. On suppose de plus que les* *côtés opposés à ce sommet commun, à savoir [BC] et [B'C'] ont même longueur et sont portés par la même droite. Alors ces deux triangles ont la même aire".*



Ex2 : Utilisation directe de ce théorème.
Ex3 : Rappel des propriétés de médianes et du centre de gravité.
Ex4 : Réutilisation du théorème des milieux.

5.2. Fiche exercices de constructions (cf. annexe 6).

Ex2, Ex3 : Réutiliser le fait que les hauteurs se coupent en un point appelé orthocentre du triangle.

Ex1 : Réutiliser une définition de médiatrice de triangle. Savoir qu'un problème peut avoir différentes solutions. En profiter pour refaire un panorama des définitions et propriétés.

5.3. Fiche n°1 : Sujet de Nice 1998 (annexe 4).

Des questions complémentaires au sujet sont posées lors de la séance. Soit elles sont issues de la réflexion des étudiants, soit nous les y engageons :

- Qu'est-ce qu'une figure identique ?
- Qu'est-ce qu'un "bon" écrit ? Quels types d'écrits ? Quels mots accepter ?
- Qu'est-ce qu'une variable didactique en géométrie ?
- Comment voir une figure ? Le carré en premier ou le cercle en premier ?

5.4. Fiche n°2 : sujet de Lyon 1999 (annexe 5).

Des questions complémentaires au sujet se posent également :

- Les situations de communication en géométrie, pourquoi faire ?
- Quelles propriétés énoncer à l'école élémentaire ? Quel vocabulaire ? Que dire du mot "quelconque" ?
- Aurait-on pu faire la même chose avec des triangles ? Avec des polygones ? Avec des solides de l'espace ?
- Les schémas doivent-ils être faits sur une feuille orientée ? Représentés avec du carton ? Autre ?
- À propos de la question 3, le maître aura-t-il à valider une seule production ? Les PE1 sont souvent perturbés par le fait **qu'il n'y a pas une seule bonne réponse**.
- À quoi servent les illustrations ? (sur l'annexe 3 du sujet)
- Les problèmes de photocopie qui déforment. Doit-on tricher ?
- Comment utiliser des gabarits (qu'est-ce que c'est ? Du calque ?)

- Comment et pourquoi s'éloigner de l'approche perceptive si commode et que les PE1 ont encore trop souvent ?
- Le contrat didactique du PE1 face au concours : quelles sont les réponses attendues pour une question donnée ? On ne comprend pas toujours les questions ... Exemple du corrigé des annales pour la question 3. Il n'explicite pas les critères qui ont guidé le choix. Que faire ?

6. Réactions des participants et commentaires

- - Souvent la correction apportée dans les annales est trop brève pour que les formateurs débutants y trouvent un réel outil pour eux-mêmes.
  - Oui, c'est pour cela que nous réécrivons toujours les corrections à notre façon. Elles sont explicitées et donc rallongées. Avantage : elles permettent d'exemplifier les notions de didactique que nous croyons reconnaître. Inconvénient : les étudiants ne savent pas toujours ce qu'il fallait répondre pour avoir une bonne note à la question.
- - La question du décalage entre ce que nous leur faisons vivre (cours magistral et exercices de type collège) et leur futur métier d'enseignants du primaire.
  - La formation en PE1 a un premier objectif : celui de leur faire réussir un concours difficile. Nous nous en donnons les moyens par ce biais. En PE2, tout est différent et nous pouvons alors nous permettre d'évacuer toute partie théorique pour ne nous consacrer qu'à des activités.

2. Utilisation d'un triangle gabarit pour tracer des droites remarquables dans un triangle (Claude Maurin)

Introduction

Il s'agit d'une activité proposée en PE1 pour travailler sur les transformations géométriques du plan en les associant à des manipulations effectives sur des objets, à savoir en utilisant comme outil de construction un gabarit en carton de forme triangulaire. Elle permet notamment de montrer l'intérêt de définir la médiatrice d'un segment ou la bissectrice d'un secteur angulaire comme axe de symétrie du segment ou du secteur angulaire. L'idée de cette activité est née de la lecture de l'ouvrage de Bernard BETTINELLI accompagnant la mallette de matériel « La moisson des formes » qu'il édite[1].

Cette activité nécessite que chaque participant possède une règle (considérée comme non graduée) et un gabarit en carton de forme triangulaire.

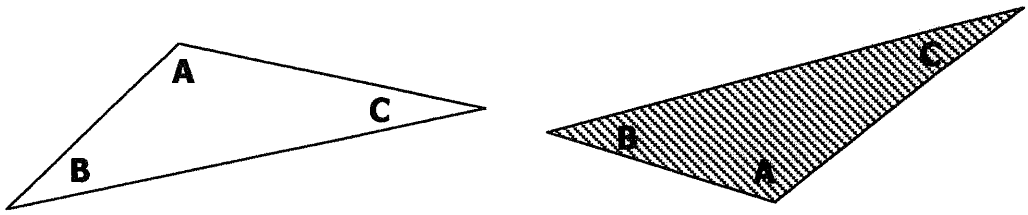
On peut choisir de laisser chacun fabriquer le triangle de son choix pour amener une réflexion sur l'inadaptation des triangles proches d'un triangle isocèle dans ce type d'activité, le triangle retourné étant pratiquement superposable au triangle non retourné. Ceci conduit à revenir sur la propriété pour une figure de posséder un axe de symétrie et à redéfinir cette propriété.

[1] Bernard Bettinelli 1, rue de la Perrouse 25115 Pouilley-les-Vignes ; prix : 50 euros

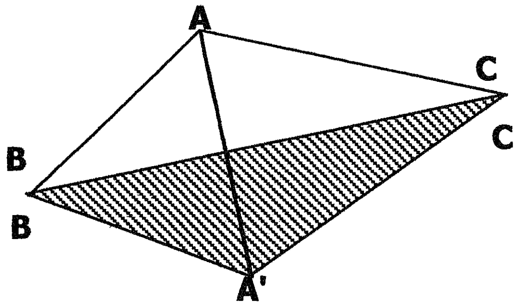
Nous avons fait le choix de demander à chaque participant de construire sur une plaque de carton, puis de découper, un triangle en carton le plus "quelconque" possible. Par exemple avec les mesures suivantes : 6 ; 3 ; 4 qui peuvent être imposées par le formateur afin que des comparaisons puissent être faites plus facilement entre les participants. Il est conseillé au formateur de fabriquer un triangle cartonné de même forme mais agrandi pour permettre les manipulations au tableau.

On colorie ou on hachure une face, là encore il est souhaitable de préciser laquelle en fixant une orientation du triangle qui soit la même pour tous.

On utilise ce triangle comme gabarit pour tracer un triangle ABC. Plutôt que tracer tout le contour du triangle on pourra se contenter de marquer la position des points sommets, puis les relier entre eux avec la règle pour terminer le triangle proprement.



Problème 1 : En n'utilisant que le gabarit de carton et la règle, construire une hauteur du triangle ABC, par exemple celle issue de A.



Action : On retourne le triangle autour de la droite (BC). On marque le point A' qui est la nouvelle position du sommet A.

Question : Pourquoi (AA') est-elle perpendiculaire à (BC) ?

Démonstration :

$$\left.\begin{array}{l} BA = BA' \text{ donc B appartient à la médiatrice de } [AA'] \\ CA = CA' \text{ donc C appartient à la médiatrice de } [AA'] \end{array}\right\} \text{(BC) est la médiatrice de [AA']}$$

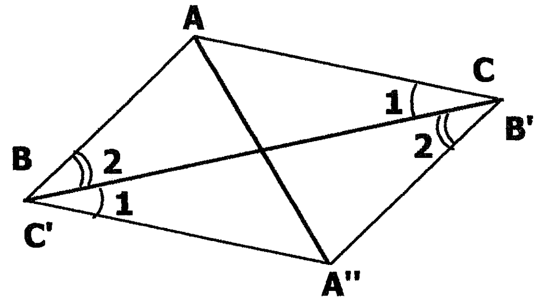
ce qui signifie en particulier que (AA') et (BC) sont perpendiculaires.

Institutionnalisation :

Par cette manipulation, on vient de construire le point A′ qui est le symétrique du point A par rapport à la droite (BC). Il s'agit ici de la symétrie orthogonale d'axe (BC) ou encore de la symétrie axiale d'axe (BC). On peut en rappeler la définition et dresser le tableau de correspondance suivant :

A ↦ A′	
B ↦ B	en faisant remarquer par exemple que [AB] devient [A′B]
C ↦ C	avec AB = A′B

Problème 2 : En n'utilisant que le gabarit de carton et la règle, construire les médianes du triangle. Commencer par celle issue de A.



Action : On fait tourner le triangle autour du milieu du segment [BC], de telle sorte que B vienne sur C et C sur B. On marque le point A" qui est la nouvelle position occupée par le sommet A.

Question : Pourquoi (AA″) coupe-t-elle [BC] en son milieu ?

Démonstration :

- *Démonstration 1* : On a un quadrilatère convexe qui a ses côtés opposés de même longueur car portés par le même côté du gabarit : AB = A"B' et AC = A"C'. C'est donc un parallélogramme. Or on sait que les diagonales du parallélogramme se coupent en leur milieu. Donc [AA"] coupe [BC] en son milieu.
- *Démonstration 2* : Elle se fait à l'aide des égalités angulaires : $\hat{C}1 = \hat{C}'1$ car portés par le même angle du gabarit. De plus ces angles sont en position d'angles alterne-interne par rapport aux deux droites (AC) et (A"C') et à la sécante (BC) donc les droites (AC) et (A"C') sont parallèles. De même $\hat{B}2 = \hat{B}'2$ ce qui signifie que les droites (AB) et (A"B') sont parallèles.
  Un quadrilatère qui a ses côtés opposés parallèles est un parallélogramme, donc (ABA″C) est un parallélogramme et ses diagonales se coupent en leur milieu.

Institutionnalisation :

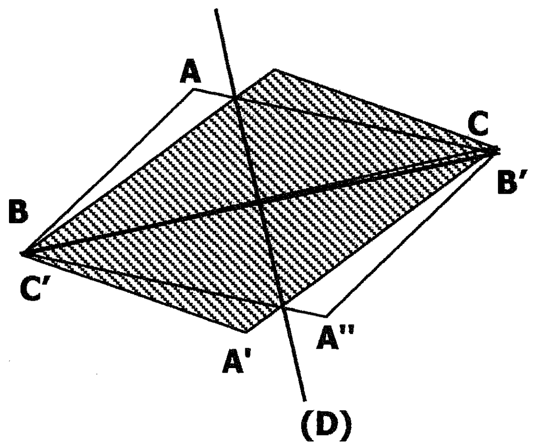
Par cette manipulation on vient de construire le point A″ qui est le symétrique du point A par rapport au milieu du segment [BC]. Il s'agit ici d'une symétrie centrale ou d'une rotation d'angle 180°, encore appelée demi-tour. Cette transformation n'a pas nécessité le retournement du gabarit, il ne faut pas la confondre avec la symétrie axiale rencontrée précédemment. (On peut éventuellement rappeler les définitions).

Il s'agira donc de préciser clairement de quel "symétrique" on parle, en faisant bien la distinction entre symétrie centrale et symétrie axiale.

On peut aussi dresser le tableau de correspondance suivant :

A ↦ A″	
B ↦ B′	en faisant remarquer par exemple que [AB] devient [A″B′]
C ↦ C′	avec AB = A″B′

> **Problème 3** : En n'utilisant que le gabarit de carton et la règle, construire les médiatrices du triangle ABC. Commencer par celle issue de A.

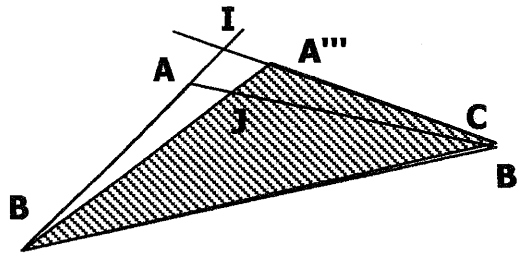


Action : On a envie d'utiliser les constructions précédentes : on trace une hauteur, puis on la fait glisser sur la droite (BC), mais on n'est pas très sûr de conserver l'orthogonalité.
Généralement on voit alors apparaître la double construction ci-dessus avec la conviction que le point d'intersection de [A″B] et [A′C] d'une part et son symétrique d'autre part, sont deux points de la médiatrice, mais les arguments géométriques font souvent défaut pour le justifier, bien qu'il soit possible d'y parvenir en prouvant l'existence de triangles isocèles grâce aux angles de base égaux.

Question : Pourquoi (D) est-elle la médiatrice de [BC] ?

Démonstration : On peut comparer deux types de démonstrations et de constructions : la construction précédente associée à une démonstration qui s'appuie sur l'existence de triangles isocèles, comme évoqué ci-dessus ; et la construction ci-dessous, associée à une démonstration qui s'appuie sur la propriété de se couper sur l'axe de symétrie qu'ont une droite non parallèle à l'axe et son image dans une symétrie axiale ; ce qui oblige à rappeler et à expliciter la propriété, et à en montrer l'intérêt comme outil permettant de résoudre efficacement un problème.

On va s'aider de la figure suivante en précisant la manipulation qui a été effectuée :



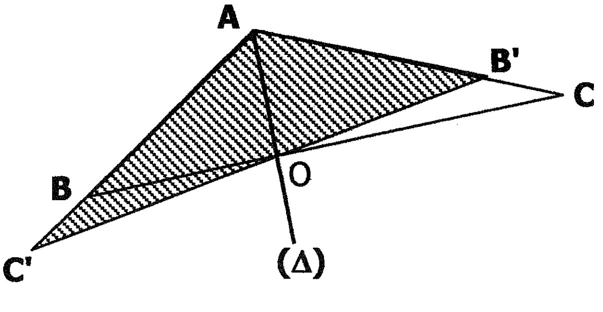
Un retournement amène B sur C, C sur B et A sur A'''. On est donc en présence d'une symétrie axiale ou orthogonale dont l'axe est un axe de symétrie du segment [BC] car il est globalement invariant, un tel axe est la médiatrice de [BC] et A'''BC est donc le symétrique de ABC par rapport à cette médiatrice (D) (que l'on ne connaît pas encore).

$$\begin{array}{c} S_D \\ A \mapsto A''' \\ B \mapsto C \\ C \mapsto B \end{array}$$

La symétrie orthogonale transforme la droite (AB), non parallèle à l'axe (car le triangle ABC a été choisi non rectangle en B) en une autre droite (A'''C), elles sont donc sécantes sur l'axe de symétrie. Donc I est un point (invariant) de cet axe. De même l'image de la droite (AC), non parallèle à l'axe (car le triangle ABC a été choisi non rectangle en C) est (A'''B) dans cette symétrie, elles se coupent donc en un point de l'axe de symétrie. Donc J est aussi un point de l'axe. La droite (IJ) est donc la médiatrice cherchée.

Institutionnalisation :
Il peut être intéressant de définir une médiatrice comme axe de symétrie d'un segment. Cela peut permettre d'utiliser certaines propriétés de la symétrie orthogonale pour résoudre le problème posé.

Problème 4 : En n'utilisant que le gabarit de carton et la règle, construire la bissectrice de l'angle $\widehat{A}$



Action : On doit retourner le triangle de départ dans le secteur angulaire de sommet A de telle sorte que [AB) vienne sur [AC) et que [AC) vienne sur [AB). On obtient alors les points B′ et C′ qui sont les symétriques respectifs de B et C par rapport à l'axe de symétrie du secteur angulaire, c'est à dire par rapport à la bissectrice de l'angle $\widehat{A}$.

Question : Pourquoi (Δ) est-elle une bissectrice de l'angle $\widehat{A}$?

Démonstration : Ici encore il est important de caractériser la bissectrice par sa propriété d'être l'axe de symétrie du secteur angulaire, car la manipulation qui a été effectuée permet d'affirmer qu'on a fait agir une symétrie axiale ou orthogonale par rapport à l'axe de symétrie (Δ) du secteur angulaire, donc par rapport à la bissectrice de l'angle $\widehat{A}$ (si la confusion entre secteur angulaire et angle est admise).
Dans la symétrie dont (Δ) est l'axe on a :

$$\begin{array}{c} S_{\Delta} \\ A \mapsto A \\ B \mapsto B' \\ C \mapsto C' \end{array}$$

La droite (BC) qui n'est pas parallèle à l'axe de symétrie, se transforme en (B'C'). Elles se coupent en O point de l'axe de symétrie. De plus A est invariant par cette symétrie. La droite (AO) est donc l'axe cherché.

Institutionnalisation :

Il peut être intéressant de caractériser une bissectrice par sa propriété d'être l'axe de symétrie du secteur angulaire, cela ouvre les portes de raisonnements basés sur les propriétés de la symétrie orthogonale qui sont des outils efficaces dans la résolution de problèmes tels que celui que nous venons de rencontrer.

On peut aussi prolonger l'étude et montrer que tout point de l'axe de symétrie est équidistant des deux côtés du secteur, avant d'étudier la réciproque.

Bilan final :

Par le biais de ces constructions non conventionnelles, nous avons tenté de distinguer symétrie axiale et symétrie centrale, nous avons vu l'intérêt d'utiliser les définitions de la médiatrice d'un segment et de la bissectrice d'un secteur angulaire comme axe de symétrie et nous avons fait fonctionner comme outil de résolution d'un problème géométrique la propriété qu'a une droite non parallèle à l'axe de symétrie, de se transformer en une droite qui coupe la première sur l'axe de symétrie.

II- DEUX DEMARCHES EN FORMATION DES PE 2

1. Une entrée par les problèmes de géométrie en cycle trois (Louis ROYE)

a) Comment aborder l'enseignement de la géométrie en formation didactique des PE2

Au départ, une question :
"Quelles connaissances géométriques les élèves doivent-ils absolument avoir acquises en sortant de l'école primaire ?"

Répondre à cette question en termes de notions (triangle, carré, rectangle, losange, cercle, cube, parallélépipède rectangle) est évidemment réducteur, tant la façon dont les élèves auront appréhendé ces notions, les relations qu'ils verront entre elles et les images mentales qu'elles évoqueront en eux influencent l'utilisation qu'ils pourront en faire dans les résolutions de problèmes.

C'est ainsi que les programmes décrivent les compétences à acquérir en les liant aux différentes notions géométriques qui doivent être travaillées à l'école. La définition de ces compétences vise à clarifier les attentes, préciser les priorités, fournir des repères en vue d'aider dans le travail de programmation et dans la mise au point des évaluations qui permettent d'en baliser la réalisation.

Pour autant ces listes de compétences ne déterminent pas les moyens pédagogiques à mettre en œuvre pour atteindre les objectifs. Toutefois, conséquence des travaux actuels en didactique des mathématiques et en psychologie cognitive, l'accent est mis sur la place centrale qu'occupe la résolution de problèmes tant dans la construction et l'appropriation par les élèves des notions mathématiques que dans le développement des compétences liées à ces différentes notions.

Les questions cruciales qui se posent alors dans la formation des enseignants concernent le choix et l'articulation des situations à proposer aux élèves de l'école afin, qu'à travers elles, ceux-ci puissent non seulement acquérir des connaissances mais aussi apprendre à résoudre des problèmes dans le domaine de la géométrie. Au niveau de l'organisation du travail et de la gestion de classe, il s'agit, en définitive, dans la formation, d'éclairer ce que peuvent être des activités de résolution de problèmes de géométrie à l'école.

Dans les activités proposées, il semble nécessaire de permettre aux stagiaires de :

- mieux connaître les enjeux des résolutions de problèmes à l'école quant à l'acquisition de connaissances géométriques et des compétences qui leur sont liées
- dégager (les opérations mentales), les instruments de la pensée géométrique qui sont le plus souvent efficaces lorsqu'on résout un problème de géométrie à l'école et au début du collège, ce que Nicolas Rouche appelle les objets mentaux

- mieux cerner les significations des verbes comparer, décrire, construire, représenter des objets géométriques (figures planes, solides) ou des assemblages d'objets.
- faire ressortir l'intérêt de l'analyse de la tâche dans l'adéquation des situations choisies aux compétences à acquérir, dans la prévision des aides spécifiques à apporter aux élèves dans la résolution de problèmes géométriques (fonction de médiation dans la relation sujet - tâche) et par suite dans l'organisation des situations d'apprentissage en géométrie
- mieux identifier la place du langage géométrique dans la construction des concepts géométriques et dans leur articulation les uns aux autres

b) Démarche choisie pour entrer dans cette problématique

1) Résolution de deux problèmes et analyse de stratégies de résolution

Proposer aux stagiaires de résoudre deux problèmes puis, au cours d'une mise en commun, de mettre en évidence certains "instruments de la pensée géométrique" par l'analyse des stratégies mises en œuvre. Les deux problèmes sont choisis et mis en situation de façon à ce que les stagiaires puissent mobiliser leurs connaissances sans être mis en difficulté.

(Ces deux problèmes et leur analyse sont extraits de la conférence prononcée par Thérèse Gilbert au cours de la journée académique de l'école primaire organisée par l'IREM de Lille, cf. référence dans la bibliographie)

<u>1er problème</u>

On donne un segment désigné par [AB] (figure 1) .On demande de trouver tous les points C tels que le triangle ABC soit isocèle.

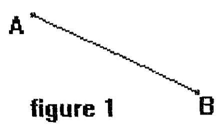


figure 1

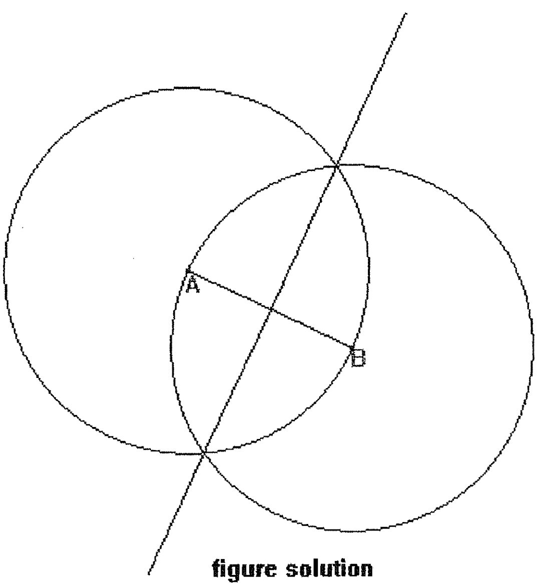


figure solution

Ce problème permet de mettre en évidence les opérations mentales suivantes :

- déplacer mentalement une figure (ici le segment donné initialement) dans une position où, dans une "géométrie naturelle" (cf. Houdement, Kuzniak), les intuitions émergent plus facilement,
- évoquer les connaissances adéquates (construction de l'un des triangles isocèles)
- imaginer des mouvements (médiatrice d'un segment conçue comme l'ensemble des sommets C des triangles isocèles dont la "base" est [AB])
- considérer une figure sous un autre point de vue, c'est-à-dire se représenter une situation différemment (ici considérer [AB] comme l'un des deux côtés de même longueur du triangle isocèle cherché)
- imaginer un mouvement (ici le mouvement qui engendre le cercle de centre A et de rayon AB dans l'hypothèse AB = AC)
- évoquer la symétrie axiale (le cercle symétrique du cercle (A,AB) par rapport à la médiatrice de [AB])

2ème problème

On donne un segment de droite désigné par [AB] (figure 2). On demande de trouver tous les points C tels que le triangle ABC soit rectangle.

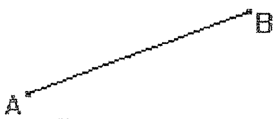


figure 2

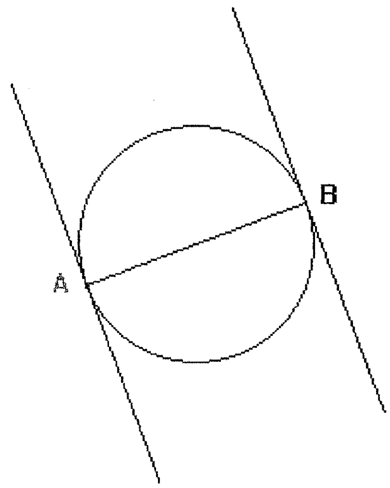


figure solution

Ce problème permet de mettre en évidence les opérations mentales suivantes :

- évoquer une connaissance (construction de l'un des triangles rectangles en A, (AB) étant considéré comme l'un des côtés de l'angle droit de l'un des triangles rectangles)
- imaginer un mouvement d'un point C sur la perpendiculaire en A à (AB)
- évoquer la symétrie par rapport à la médiatrice de [AB] pour traiter le cas où les triangles sont rectangles en B
- évoquer des connaissances pour construire un triangle rectangle d'hypoténuse [AB]

- enrichir une figure par le repérage d'une surfigure (ici considérer [AB] comme la diagonale d'un rectangle)
- changer l'énoncé d'un problème (on cherche l'ensemble des troisième et quatrième sommets des rectangles dont [AB] est une diagonale)
- évoquer une connaissance (les diagonales d'un rectangle se coupent en leur milieu)
- imaginer un mouvement (le cercle engendré en faisant pivoter [AB] autour de son milieu est l'ensemble des sommets C des triangles rectangles d'hypoténuse [AB])

Cette entrée en matière par la résolution de deux problèmes qui relèvent en fait de l'enseignement au collège permet d'enrichir la réflexion sur la géométrie au Primaire ; L'analyse des démarches mène à la mise en évidence d'instruments de la pensée géométrique mis en œuvre dans les raisonnements. Certains de ces instruments seront développés et complétés ci-après dans l'étude de situations proposées dans des classes du cycle 3 et apparaîtront comme critères dans la détermination de l'intérêt que présente telle ou telle situation du point de vue des apprentissages géométriques à l'école.

2) Analyse de deux situations mises en œuvre dans des classes de CM1 et CM2

Ces deux situations ont été choisies et gérées de façon que les tâches proposées aux élèves soient bien perçues par eux comme des problèmes à résoudre, c'est-à-dire des situations dans lesquelles ils doivent chercher, faire des hypothèses, des essais, accepter de ne pas trouver tout de suite, risquer de se tromper, devoir revenir en arrière. Elles sont centrées sur l'apprentissage à la résolution de problèmes du domaine géométrique.

<u>Première situation proposée à des élèves de CM1</u>

a) Présentation

Souvent on demande aux élèves de l'école d'effectuer des classifications de polygones sans que la situation leur apparaisse comme fonctionnelle. Ici, dans cette situation où la communication entre élèves est requise, les classifications vont s'affiner successivement pour aboutir à donner la réponse au problème posé. En ce sens la classification est fonctionnelle.

Il s'agit de poser des questions pour pouvoir identifier parmi une douzaine de polygones tracés, la pièce manquante d'un puzzle.

Le puzzle (figure 1) est communiqué à un groupe de 4 élèves. Le figure grisée indique la pièce manquante

Les autres élèves, par groupes de deux ou quatre, reçoivent le document 2 sur lequel on a tracé 14 figures parmi lesquelles se trouve la pièce manquante du puzzle.

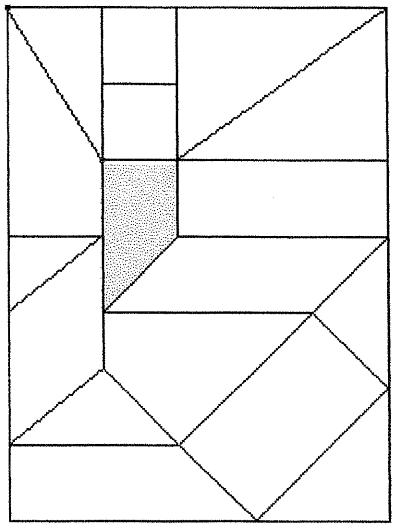
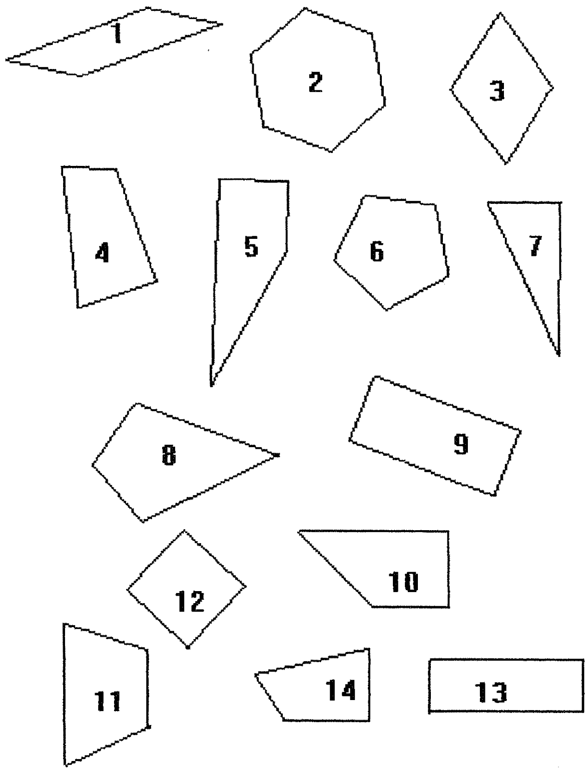


figure 1



document 2

b) Travail proposé aux stagiaires à partir de cette première situation

Travail par groupes

Les objectifs visés par la maîtresse de la classe en fonction de sa progression et de l'évolution des élèves sont donnés :

Objectifs

En vue de retrouver la pièce manquante d'un puzzle, mettre les élèves en situation

- d'utiliser un vocabulaire géométrique précis.
- d'identifier les éléments constitutifs d'un polygone : nombre de côtés, relations entre ces côtés, nombre d'angles droits, éléments de symétrie.
- de mettre en évidence les propriétés communes à certaines figures.
- de mettre en évidence les propriétés qui différencient entre elles certaines figures.
- d' "affiner" le questionnement en fonction des réponses reçues.

Pour les stagiaires, il s'agit par l'analyse de la tâche, à partir de l'anticipation des stratégies que pourraient développer les élèves, de déterminer l'intérêt de ce problème par rapport aux objectifs visés, d'en expliciter les raisons et, à la lumière de cette analyse de prévoir les aides à apporter aux élèves à la fois dans la phase de résolution et dans la phase d'exploitation.

Ce qui peut plus particulièrement être retiré de ce travail concerne

- l'aspect ludique de la situation,

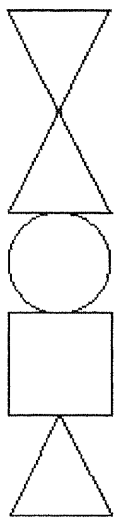
- l'aspect fonctionnel des connaissances relatives aux propriétés des polygones en ce sens qu'elles permettent de résoudre le problème posé,
- la mise en évidence du rôle du langage dans ses fonction de communication, de représentation et d'aide à la pensée,
- l'argumentation qui se développe lors de l'analyse a posteriori du questionnement optimal.

S'exprimer et argumenter sont considérés ici comme outils de pensée pour objectiver sa pensée, dépasser ses intuitions.

Deuxième situation proposée aux élèves de CM2

a) Présentation de la situation proposée aux élèves de CM2

La figure ci-après est à l'échelle 1/3 par rapport au modèle donné aux élèves



Reproduis exactement la figure en utilisant les instruments de ton choix

b) Travail proposé aux stagiaires

1° Reproduire le modèle à l'aide des instruments usuels du dessin. Travail par groupe de 4. Dans chaque groupe l'un des quatre stagiaires note l'évolution de la recherche d'une stratégie pour la réalisation de la reproduction demandée. Chacun des trois autres devra effectivement réaliser la reproduction.

2° Mise en commun. Chaque rapporteur expose rapidement la procédure que son groupe a retenue. Les différentes démarches sont comparées.

3° Les groupes se reforment dans le but de faire une analyse de la tâche à la fois sur le plan mathématique et sur le plan didactique.

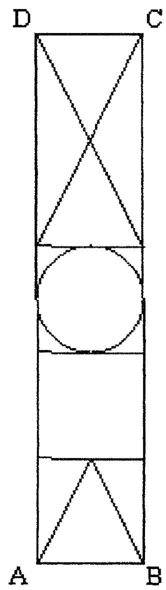
L'objectif de ce travail de réflexion est d'élaborer une démarche pédagogique calquée sur la propre démarche des stagiaires et articulée sur le choix des situations et sur un déroulement de séquence en phases d'activités ménageant :

- l'appropriation du problème à résoudre sous la forme d'une première recherche individuelle
- un temps de réflexion permettant à chacun de préparer ce qu'il va dire au cours de la phase suivante de mise en commun
- la mise en commun consistant en fait à une analyse de la figure à reproduire (éventuellement à construire), cette phase est celle de l'attribution de significations géométriques aux éléments issus de l'analyse perceptive
- la réalisation individuelle de la tâche
- un retour sur les propriétés et la procédure, cette phase peut être par exemple celle de la rédaction collective d'un programme de construction.

Ce qui est à retirer de cette activité, c'est l'importance de l'analyse du modèle à reproduire qui mène :

- soit à repérer dans une figure complexe des figures élémentaires qui la composent et que l'on saura tracer avec les instruments du dessin pour reconstituer le tout

- soit, comme ci-dessous, à considérer la figure-modèle comme une partie d'une figure géométrique connue et qu'on pourra tracer pour isoler ensuite la partie concernée.



La construction du rectangle ABCD permet ensuite de repérer les sommets des différents polygones intérieursà construire en reportant les longueurs prises sur le modèle

On retrouve dans cette activité les instruments de pensée déjà énoncés au début :

- évoquer les connaissances adéquates
- enrichir une figure ou une situation (ici considérer la surfigure que constitue le rectangle)
- Changer de point de vue, considérer une situation autrement.

Il est alors demandé aux stagiaires de faire une synthèse mettant en évidence différents critères qui pourront les guider dans le choix et l'organisation des situations.

Bibliographie

- Gilbert Thérèse, Quelques instruments de pensée en géométrie, conférence prononcée à Lille au cours de la journée académique de l'école primaire le 26 avril 2000. Actes disponibles à l'IREM de Lille

- Gonseth F. La géométrie et les problèmes de l'espace. Lausanne, Éditions du Griffon 1945-55

Groupe du Primaire de l'IREM de Lille, Travaux géométriques, apprendre à résoudre des problèmes au cycle 3, éd. CRDP du Nord - Pas-de-Calais, 2ème trimestre 2000, 170 pages, disponible au CRDP du Nord - Pas-de-Calais

- Houdement Catherine, Kuzniak Alain, Réflexions sur l'enseignement de la géométrie, in Grand N n° 64, année 1998-99, IREM de Grenoble

- Rouche Nicolas, Les mathématiques de la maternelle jusqu'à 18 ans, pages151 à 168, et al., éd. CREM a.b.s.l, Université de Louvain-la-Neuve, Belgique, 1995

2. Une entrée par un questionnement sur les connaissances en début de collège (Yves GIRMENS)

a) Comment aborder l'enseignement de la géométrie en formation didactique des PE2 ?

Quand on veut aborder la question des pratiques géométriques à l'école primaire (en cycle trois surtout), on se heurte rapidement à trois difficultés :

- les stagiaires sont tiraillés entre deux points de vue, une vision de la géométrie comme une pratique de dessin technique à l'aide des instruments et un point de vue plus mathématique, glissant vers une pratique de géométrie déductive.
- Une opacité dans la logique de programmation des travaux géométriques proposée par les ouvrages.
- Des exemples de pratiques, rencontrées lors des stages, qui souvent ne valorisent pas la géométrie et qui n'en montrent pas les enjeux.

Il semble nécessaire, dans les activités proposées, de permettre aux professeurs stagiaires de :

- Mieux cerner ce qu'est une géométrie instrumentée : d'une part mieux saisir les liens entre l'utilisation d'instruments et la conceptualisation ; d'autre part mieux saisir les articulations entre géométrie du sensible, géométrie instrumentée et géométrie de propriétés.

- Mieux identifier la place du langage géométrique dans la construction des concepts géométriques, en particulier distinguer ce qui, dans les productions d'élèves, relève d'une erreur de vocabulaire ou ce qui révèle un manque conceptuel.
- Mieux connaître les enjeux des diverses tâches géométriques proposées à l'école primaire.

b) la démarche choisie :
Le choix a été fait d'utiliser un exercice de l'évaluation à l'entrée en classe de sixième de l'année 2000, afin de confronter les stagiaires aux connaissances des élèves en fin d'école primaire, ce qui permettra aussi d'aborder les questions relatives au passage de la géométrie de l'école primaire à celle du collège.
L'exercice choisi est une situation de communication (voir annexe 1), dans laquelle une figure est donnée à l'élève et où on lui demande de rédiger un message qui permettrait à quelqu'un qui ne la voit pas, de reproduire cette figure à l'identique.

Première phase : les connaissances d'un enfant de cycle trois sur les objets de la géométrie :
Dans un premier temps, il est demandé à chacun des stagiaires de rédiger un texte, en se plaçant dans la position d'un élève de cycle trois : cela vise à leur permettre, d'une part de faire le point sur les connaissances géométriques d'un enfant en fin d'apprentissage à l'école et d'autre part, de mesurer la difficulté de la tâche pour un enfant de ce niveau.
Dans un deuxième temps, les stagiaires sont mis en présence de cinq productions d'élèves, d'une classe de sixième jugée bonne : ils ont comme tâche, en groupes, de décrire et d'expliciter (voir annexe 2) les connaissances géométriques mises en œuvre par ces enfants puis de préciser si ces connaissances sont celles qui sont attendues en fin de cycle trois.

Deuxième phase : Les différents types de problèmes rencontrés en géométrie en cycle trois :

Les professeurs stagiaires sont invités, en groupes, à étudier un manuel de cycle 3 pour faire l'inventaire de tous les types de problèmes proposés par cet ouvrage en essayant, pour chaque catégorie, de définir les objectifs d'apprentissage .

Troisième phase : Proposer trois problèmes de types différents à un niveau donné.

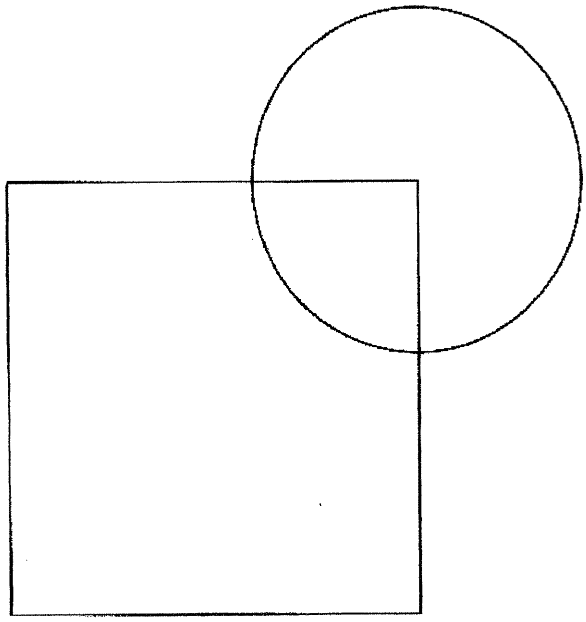
Les professeurs stagiaires ont à choisir trois problèmes :
- une situation de reproduction d'un dessin.
- Une situation de communication pour faire construire une figure.
- Une situation de fabrication d'un solide.

Pour chacun d'entre eux, ils doivent imaginer un scénario de mise en œuvre en classe.

ANNEXE N°1 : TEST D'EVALUATION DE SIXIEME, ANNEE 2000

Tests d'évaluation de sixième de septembre 2000

Exercice 37



Rédige un texte qui permet à quelqu'un qui ne voit pas la figure de la tracer en respectant les dimensions.

....

....

....

....

....

....

Rédigez le texte en utilisant les connaissances que, selon vous, on pourrait attendre d'un élève en fin de cycle trois.

ANNEXE N°2 : QUELQUES PRODUCTIONS D'ELEVES

Un échantillon de réponses à l'exercice 37, fournies par des élèves d'une classe de sixième jugée « bonne » (22 élèves).

- **Youssef** :

  Trace une droite AB mesurant 5 cm.

  Prends ton équerre et trace la perpendiculaire passant par A et la seconde B. Enfin trace la droite qui reliera le tout. Tu obtiens un carré. Trace un rayon de 2,2 cm qui part du coin du carré. Trace ton cercle et tu obtiens la figure.

- **Anaïs** :

  Trace un cercle dont le rayon est de 2,2.

  Trace une droite de 5,5 cm partant du centre du cercle. À partir de cette droite forme un carré de 5,5 de longueur et 5,5 de largeur.

- **Loïc** :

  D'abord il faut faire un carré de 5,5 de largeur et 5,5 en longueur, et un cercle qui fait 2,2 cm qui passe au dessus du carré, qui rentre dans une pointe du carré de 2,2 cm.

- **Mikaël** :

  Fais un carré de 5,5 et un cercle de 2,2 centimètres.

- **Ophélie :**

  Trace un carré de 5,5 cm de côté. Trace un cercle de 2,2 cm de rayon sur l'angle droit en haut à gauche, celui ci te servira de centre.

Ces écrits révèlent des formes de connaissances géométriques : pouvez-vous les expliciter ?
Ces connaissances sont-elles attendues ou inattendues ?

ANNEXE N°3 : QUELQUES ELEMENTS D'ANALYSE

L'analyse des productions d'élèves par les PE2 permet de mettre en évidence :

2) que ces écrits font apparaître des rapports différents aux objets de la géométrie :

- la reconnaissance visuelle de formes géométriques : description de ce que l'on voit sans référence à la façon dont les objets sont générés.
- l'expression de connaissances spatio-géométriques : aucun lien entre les deux figures élémentaires ou bien prise en compte du critère de position.
- la description de gestes d'actions de tracé (géométrie du trait).
- une amorce de conceptualisation : formulation du minimum d'informations pour définir un objet dont on connaît une caractérisation géométrique : « un carré de 5,5 » ; « un cercle de 2,2 ».

3) qu'il ne faut pas s'arrêter au vocabulaire utilisé : une méconnaissance, un emploi incorrect ou imprécis du vocabulaire peut aussi bien être l'indice de manques profonds sur la connaissance des objets géométriques que celui d'une réelle connaissance des caractéristiques géométriques de ces objets mais formulés avec des termes imprécis ou relevant de la perception (le coin du carré par exemple).

4) que dans une géométrie instrumentée ce sont les instruments qui donnent un statut aux objets mathématiques, car ce sont eux qui en déterminent les propriétés.

5) que dans une situation de communication, où la nécessité de l'anticipation exige la description du dessin à l'aide de caractères géométriques (déterminés par l'utilisation d'instruments), c'est le registre du langage qui permet de sortir du domaine de la perception et ainsi de faire exister un objet sous la forme d'une description de constructions et de relations mathématiques.

Note : les productions d'élèves ont été recueillies par Mirène Larguier, professeur au collège de Lunel (34).

ANNEXE N° 4 : TRAVAUX D' ELEVES NICE 1998

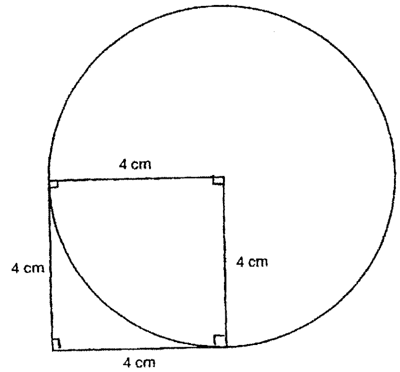
PREMIER VOLET - DEUXIÈME PARTIE

Analyse de travaux d'élèves (4 points)

L'exercice 41 de l'évaluation à l'entrée en 6e 1997 est :

Exercice 41

Écris un texte pour permettre à quelqu'un qui ne voit pas la figure de la tracer en 1 dimensions indiquées.



Voici 4 productions d'enfants :

Elève A

trace un carre de 4cm de coté
fais un cercle de 4 cm de rayon passe
par 2 anglesdu carré Les deux ang
sont en diagonales

Elève B

Tracez un carré de 4 cm de Longueur et
4 cm de largeur. Cochez les angle
droits. Après avoir fait cette figure
tracez un cercle de 4 cm passant
par C et A.

Elève C

Il y a un carré de 16 cm autrement dis
4 cm de côtés il a quatre angle droit et
ses côtés sont égaux il y a un cercle qui est
incorporé dans la carré et il coupe le carré
diagonale du côté de la droite, il y a un
sommet du carré au milieu du cercle qui
est le centre de ce cercle et les deux autres
côtés qui sont dans le cercle sont son les
rayon du cercle.

Elève D

tracer un carre de 4cm sur 4 cm ABCD
(A en haut a gauche B en bas a gauche, C en haut à
droite, D en bas a droite).
tracer un cercle qui a pour centre C
passant par A et D

Questions :

1°) A travers la tâche proposée aux élèves, indiquer les trois principales compétences que l'on veut évaluer.

2°) Montrer que le texte proposé par l'élève B peut conduire aussi bien à la production d'une figure correcte que d'une figure incorrecte. Construire une figure incorrecte à partir de ce texte.

3°) Relever les erreurs éventuelles des productions des élèves A et D.

4°) **Production de l'élève C :**

Sans ajouter aucun mot, ni changer l'ordre des informations, réécrire la production de l'élève C en enlevant les informations mathématiques inutiles.

ANNEXE 5 : VOLET 2 LYON 1999

DEUXIEME VOLET

(8 points)

Un enseignant de CM1 se propose d'utiliser les supports fournis dans **l'annexe 3** pour les deux activités suivantes :

Activité 1 : " Jeu du portrait " à partir des figures données en annexe 3.

Les élèves disposent d'une fiche sur laquelle sont reproduites ces figures (sans les questions a et b). L'enseignant annonce aux élèves qu'il a choisi une des figures et qu'ils doivent la retrouver en lui posant des questions. Au début, les questions sont libres (sauf celles qui mentionnent la position des figures sur la feuille ou les lettres qui les désignent) ; ensuite les questions mentionnant les noms des figures sont interdites (par exemple, la question " *Est-ce un rectangle ?* " est maintenant interdite).

Activité 2 : Exercice écrit : répondre aux questions a et b figurant dans l'annexe 3.

1. Analyse de l'activité 1

1.1 Quelles compétences générales et quelles connaissances relatives aux quadrilatères peuvent être mises en œuvre dans ce " jeu du portrait " ?

1.2 Analyser le choix des caractéristiques des figures de l'annexe 3 en référence aux objectifs que peut viser l'enseignant à travers l'exploitation du " jeu du portrait ".

1.3 Après avoir fait jouer au " jeu du portrait ", l'enseignant demande à chaque élève de choisir l'une des figures et de fournir un message écrit comportant des renseignements qui permettront aux autres élèves de retrouver la figure choisie. Il impose comme contrainte de ne pas citer de nom de figure. Un élève choisit la figure B.

Indiquer en quoi cette activité de production de messages met en jeu des compétences différentes de celles en oeuvre dans le " jeu du portrait ".

Proposer trois messages corrects différents que cet élève est susceptible de rédiger pour permettre aux autres élèves de retrouver cette figure.

2. Analyse de l'activité 2

2.1 Répondre aux questions posées dans l'exercice proposé aux élèves.

2.2 Indiquer, en le justifiant, l'ensemble des instruments géométriques que vous donneriez aux élèves pour qu'ils puissent répondre aux questions posées.

2.3 Indiquer quels types de difficultés les élèves peuvent rencontrer pour répondre aux questions posées.

3. Dans le but d'évaluer les acquis des élèves, l'enseignant propose une fiche comportant huit figures de **l'annexe 3**, en demandant aux élèves de reconnaître les carrés et les rectangles. Cette fiche comporte quatre intrus (ni carrés, ni rectangles).

Indiquer les huit figures que vous proposeriez en précisant les critères qui ont guidé votre choix.

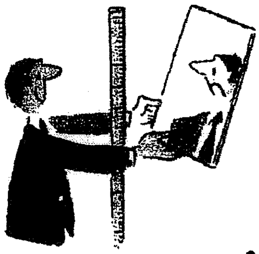
ANNEXE 3

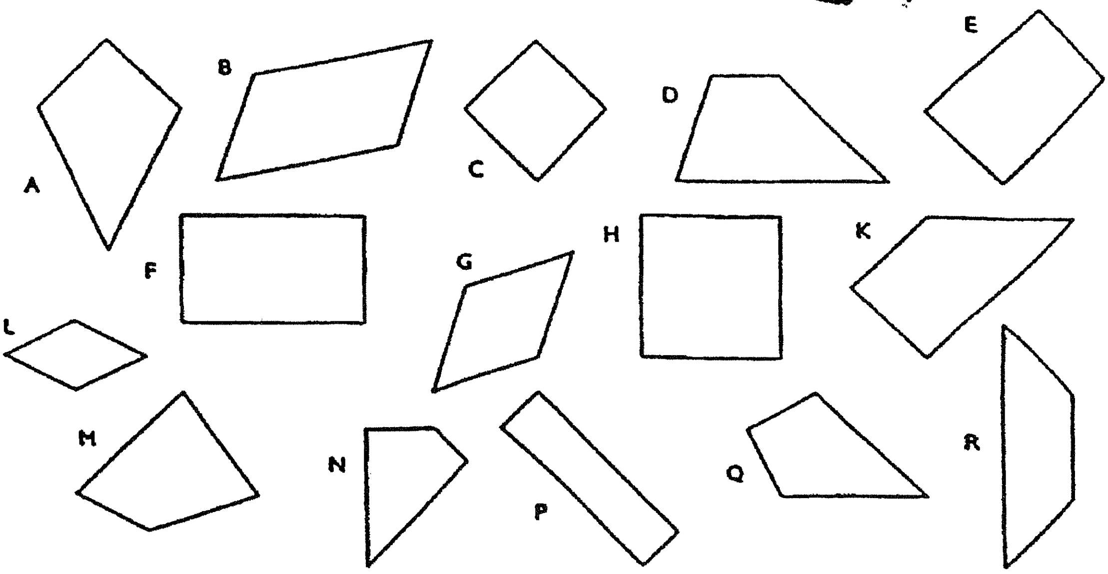
Extrait de Math en Flèche - CM1 - Collection Diagonale - NATHAN

Qui suis-je ?

- **Je n'ai que 2 côtés opposés parallèles ;**
- **je possède 1 axe de symétrie.**

- **J'ai au moins 2 angles droits ;**
- **je n'ai que 2 axes de symétrie.**



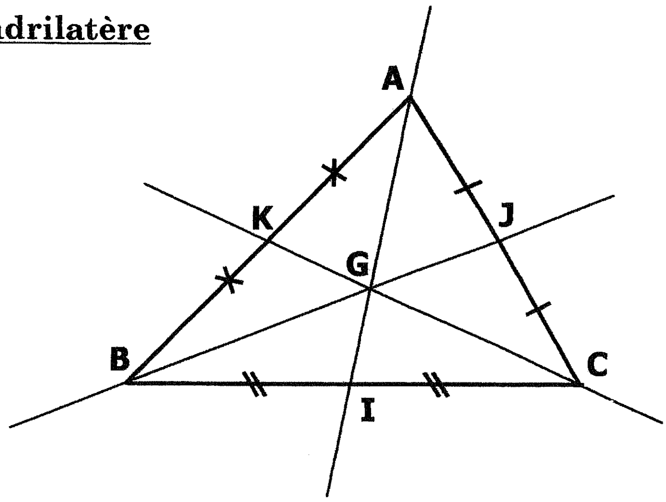


ANNEXE N°6 : SELECTION D'EXERCICES DE GEOMETRIE

Thème : Géométrie du triangle et du quadrilatère

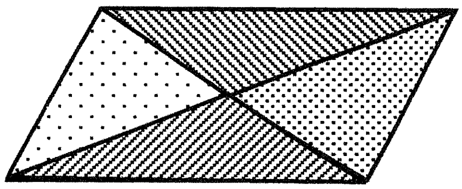
Ex1 :

Soit un triangle ABC et ses médianes [AI], [BJ] et [CK]. G est l'intersection de ses médianes.
Montrer que les deux triangles BIG et CIG ont même aire.
Montrer que les deux triangles BIA et CIA ont même aire.
En déduire que les six petits triangles déterminés par les médianes ont même aire.



Ex2 :

Dans un parallélogramme, monter que les quatre triangles découpés par les diagonales ont même aire.



Ex3 :

On donne un parallélogramme ABCD. I le milieu de [AB]. (DI) coupe la diagonale [AC] en P. Montrer que AP = AC/3.

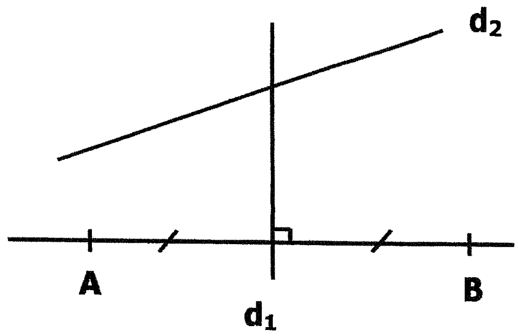
Ex4 :

On donne un quadrilatère quelconque ABCD. I, J, K, L sont les milieux respectifs de [AB], [BC], [CD.] et [DE]. Montrer que IJKL est un parallélogramme.
Quelle est la particularité de ce parallélogramme si le quadrilatère ABCD est un trapèze isocèle . Et si le quadrilatère est un losange ?

Thème : Exercices de construction

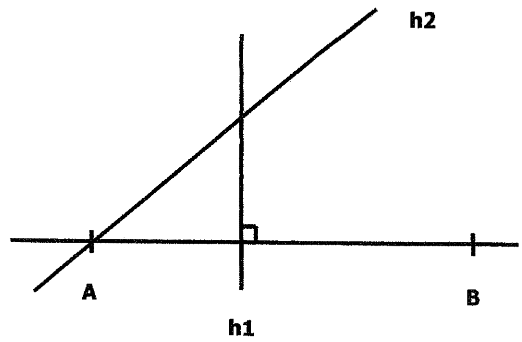
Ex1 *:*

Dans la figure ci contre, [AB] est un côté du triangle ABC, d_1 et d_2 sont deux médiatrices du triangle.
Construire le triangle ABC à partir de ces indications.



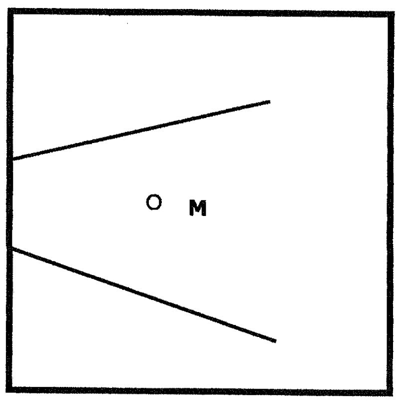
Ex2 :

Dans la figure ci contre, [AB] est un côté du triangle ABC ; h_1 et h_2 sont deux hauteurs de ce triangle.
Construire le triangle ABC à partir de ces indications.



Ex3 :

Deux droites sont sécantes en un point A qui est en dehors de la feuille. Soit M un point. Construire la droite (AM). (On pourra utiliser la propriété des hauteurs).



ANNEXE N°7 : PLAN DU COURS MAGISTRAL GEOMETRIE DES OBJETS PLANS

1. ELEMENTS THEORIQUES

1.1. Les objets de la géométrie plane

- Généralités
- Quelques relations importantes
- Qu'est-ce qu'une figure géométrique ?

1.2. Étude de quelques familles d'objets géométriques particuliers

- Éléments pour une classification
- Le triangle
  - lignes particulières du triangle : hauteur, médiatrice, bissectrice et médiane, propriétés et théorèmes importants
  - propriétés métriques et angulaires dans un triangle
- Les quadrilatères
  - classification
  - remarques d'ordre topologique
  - les trapèzes
  - les parallélogrammes
- Les polygones réguliers
- Le cercle

2. ELEMENTS DE DIDACTIQUE

2.1. Extraits significatifs des programmes officiels et commentaires

- Maternelle
- Cycle des apprentissages fondamentaux
- Cycle des approfondissements

2.2. Comment étudier les objets géométriques à l'école ?

- Quelques idées importantes et quelques questions :
  - à propos des objectifs

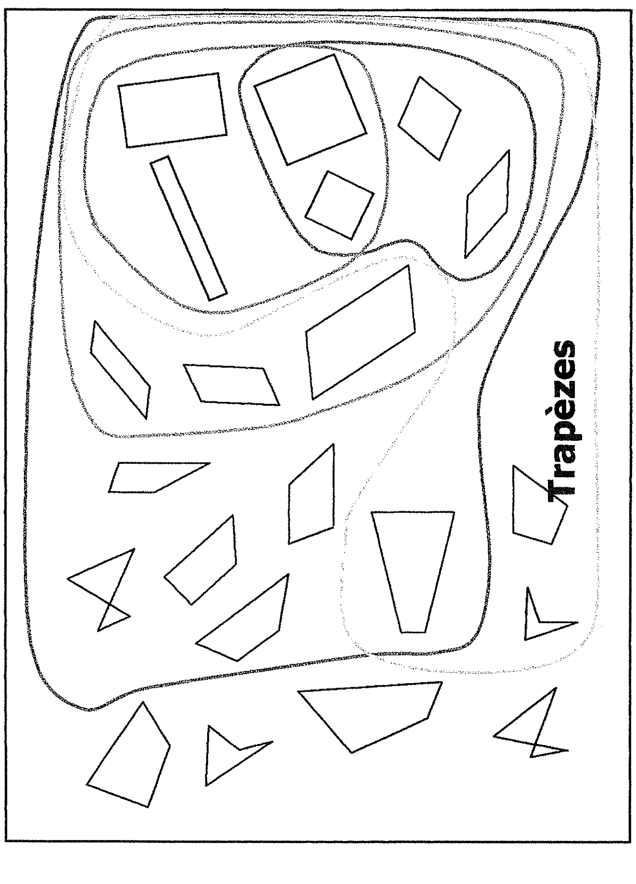
- ♦ à propos du vocabulaire : observer, analyser, décrire, reproduire, représenter, construire, raisonner.

➢ Des progressions et des activités :
- ♦ La place de l'étude des solides par rapport à celle des figures.
- ♦ Trois options possibles pour l'étude des figures :
  - Option 1 : le point, la ligne, la ligne droite etc.
  - Option 2 : progression par catalogue des figures classiques aux plus rares
  - Option 3 : progression par "inclusion des classes"
- ♦ Quelques principes à respecter de toutes façons :
  - Pratiquer le langage géométrique
  - Faire travailler sur des figures complexes
  - Diversifier les supports
- ♦ Les situations didactiques en géométrie

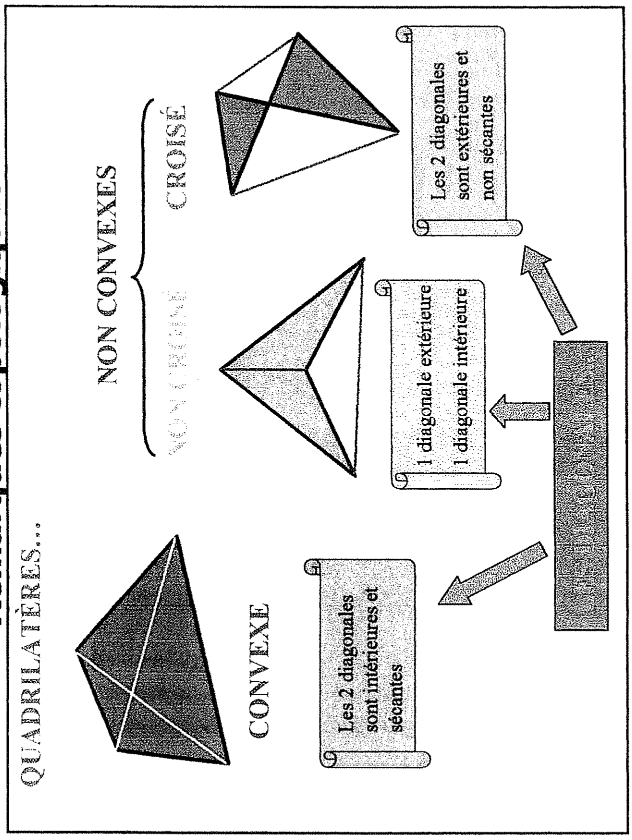
Dialectiques de "l'action" ; de la "validation", de la "formulation", de "l'institutionnalisation".

- ♦ Quelques matériels et situations "classiques" :
  - le tan gram
  - les polyminos
  - le géoplan
  - les pailles et la ficelle de cuisine
  - découpages, assemblages, superpositions
  - situations de formulation
  - variables didactiques liées à la géométrie

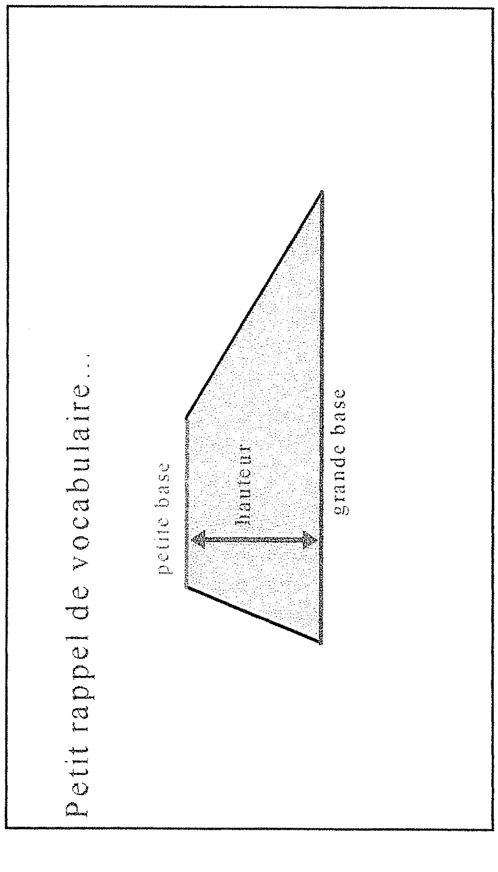
ANNEXE N° 8 : QUELQUES IMAGES " POWER POINT"



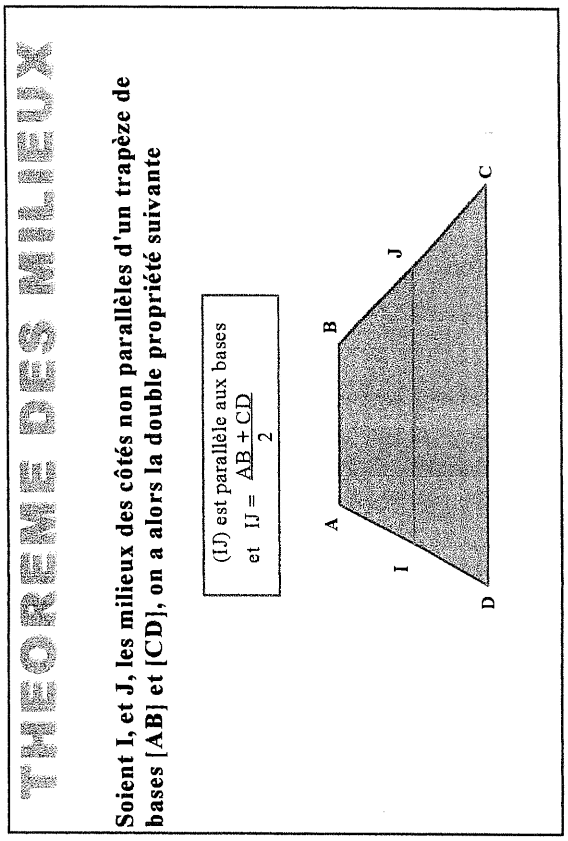
1



2



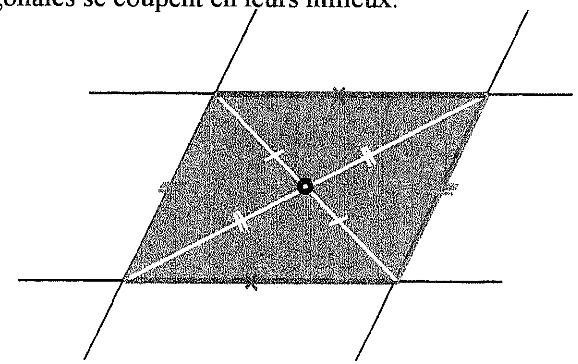
3



4

Les parallélogrammes

- les côtés opposés sont parallèles ("deux à deux")
- les côtés opposés sont égaux deux à deux
- **les diagonales se coupent en leurs milieux.**



Chacune de ces propriétés est "caractéristique", ce qui signifie qu'elle peut être utilisée comme définition.
Les deux autres sont alors des propriétés résultant de cette définition.

5

Les trois étiquettes ci-dessous récapitulent les différentes options.

Première option

Définition :
Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles deux à deux.

Conséquences :
Les côtés opposés sont égaux deux à deux.

Les diagonales se coupent en leur milieu.

Deuxième option

Définition :
Un parallélogramme est un quadrilatère convexe dont les côtés opposés sont égaux deux à deux.

Conséquences :
Les côtés opposés sont parallèles deux à deux.

Les diagonales se coupent en leur milieu.

Troisième option

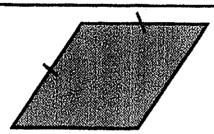
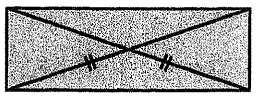
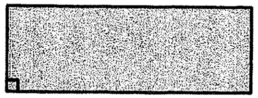
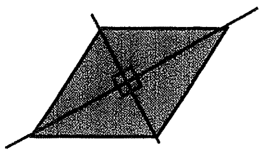
Définition :
Un parallélogramme est un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu.

Conséquences :
Les côtés opposés sont parallèles et égaux deux à deux.

6

Les polygones réguliers

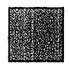
Parallélogrammes particuliers...

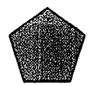
ayant...	2 côtés consécutifs...	les diagonales...
... de même longueur :	 → losange	 → rectangle
... perpendiculaires :	 → rectangle	 → losange

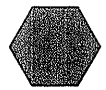
7

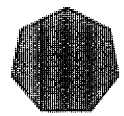
Si p =....

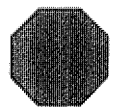
3 →  triangle équilatéral

4 →  carré

5 →  pentagone régulier

6 →  hexagone régulier

7 →  heptagone régulier

8 →  octogone régulier

8

Éléments de didactique

2.2. Comment étudier les objets géométriques à l'école

2.2.1. Quelques idées importantes, quelques questions ...

2.2.1.1. A propos des objectifs

idée de fond :

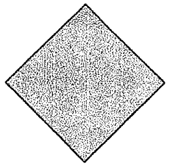
culture géométrique

dépasser l'apparence simplificatrice
l'idée fausse
l'idée vague.

Langue maternelle et langage mathématique

"carré" <> "cube"
"chiffre" <> "nombre"...

« Losange » ?



« CARRÉ » !

9

2.2.2.2. Trois options possibles pour l'étude des figures.

Option 1. Le point, la ligne, la ligne droite, etc...

Option 2. Progression par "catalogue",
des figures classiques aux figures plus rares...

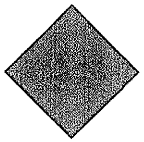
Option 3. Progression par "inclusions des classes".

10

2.2.2.3. Quelques principes à respecter de toutes façons...

Pratiquer le langage géométrique

Éviter les représentations prototypiques :

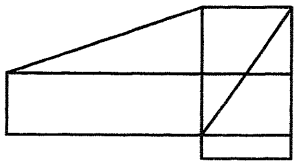


carré

parallèles

trapèze

Faire travailler les enfants
sur des figures composites :

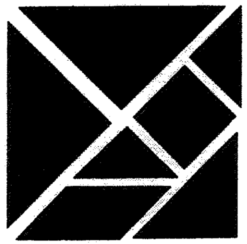


Diversifier les supports

11

2.2.2.5. Quelques matériels et situations "classiques".

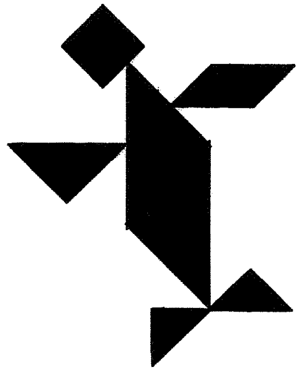
2.2.2.5.1. Le Tan Gram



But du jeu :
avec les pièces,
réaliser des silhouettes fournies dans un catalogue

12

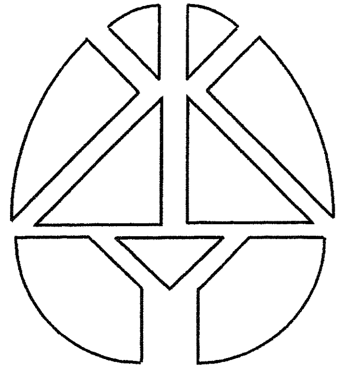
En voici une facile :



et une plus délicate :

13

Variante "moderne" :



<u>Objectifs variés</u> ; essentiellement :

- composer des figures complexes à partir de figures simples
- percevoir des figures simples dans des figures complexes
- éviter les conceptions prototypiques.

14

<u>Utilisation dans les "petites classes"</u> :

➢ **<u>mettre une pièce dans une empreinte</u>**
- choix de la pièce parmi combien ?
- les pièces sont elles présentées au départ groupées ou non ?
- sont elles orientées comme l'empreinte

➢ **<u>mettre plusieurs pièces dans plusieurs empreintes</u>**
- combien d'empreintes ? combien de pièces ? (autant, plus ou moins que d'empreintes ?)
- les empreintes sont elles contiguës ou séparées ?
- si deux empreintes sont contiguës, la frontière entre les deux est –elle visible ?

➢ **<u>reproduire un modèle à côté du modèle, le modèle est d'une taille conforme aux pièces</u>**
- combien de pièces constituent le modèle ?
- n'a-t-on que les pièces nécessaires ou plus ?
- "à côté" est-ce latéralement ou au-dessous ?
- le modèle présente-t-il les séparations entre les pièces ?

➢ **<u>reproduire un modèle à côté du modèle, le modèle est plus grand ou plus petit que ce qu'on obtiendra</u>**
- mêmes questions que précédemment…

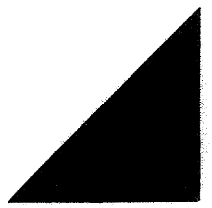
15

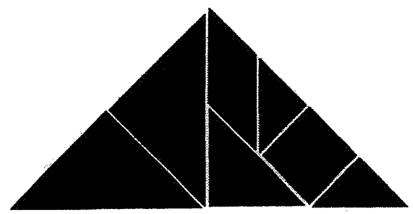
<u>Avec des plus grands</u> :

Figures simples imposées :

<u>Exemples</u> :

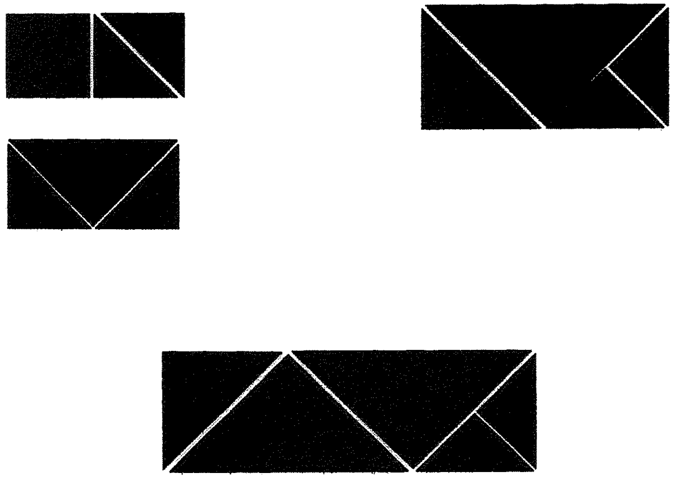
Triangles de différentes tailles :





16

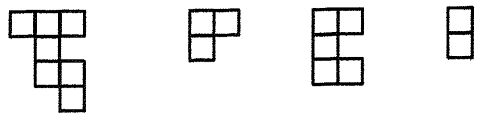
Rectangles de tailles ou de proportions égales ou différentes :



17

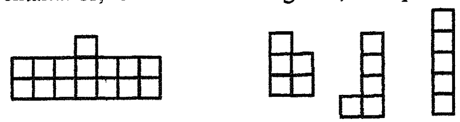
2.2.2.5.2. Les polyminos

Polymino : un assemblage de carrés avec les conditions suivantes
- ne pas être fait de deux morceaux séparés ou seulement reliés par un sommet
- deux carrés adjacents doivent l'être "vraiment" c'est-à-dire par un côté complet.



Un classique du genre : chercher tous les pentaminos...
---> 12 pentaminos

Avec ces pentaminos, réaliser diverses figures , exemple :

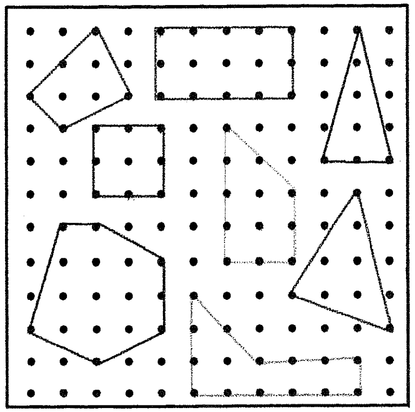


18

2.2.2.5.3. Le géoplan
"planche à clous".

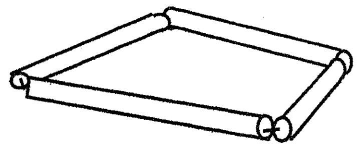
applications à { Repérage / Aires / Transformations géométriques

Figures planes :
- Réaliser un maximum de figures :
(au moyen d'élastiques)



19

2.2.2.5.4. Les pailles ...



Réaliser diverses figures imposées

intérêt : aspect "ligne" du polygone,
propriétés
choisir les bonnes longueurs de pailles
et choisir le bon angle.

Ex. : le carré est un losange particulier

Autre possibilité : souder à l'étain

20

2.2.2.5.5. <u>Découpage / assemblage / superpositions</u>

Intérêt :

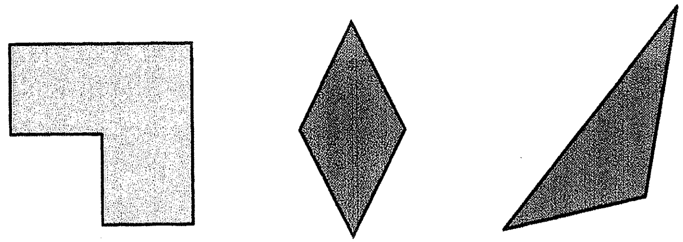
Notion d'aire

Perception des figures simples dans des figures complexes

<u>Découpage / assemblage</u> :

<u>Exemples</u>

Couper ces figures en deux ou trois morceaux qui ré-assemblés formeront (dans chaque cas) un rectangle :



21

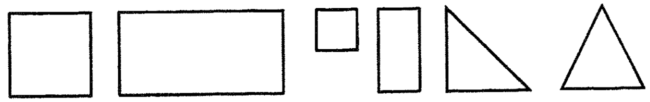
<u>Superpositions</u> :

Figures "de base" sur transparents.

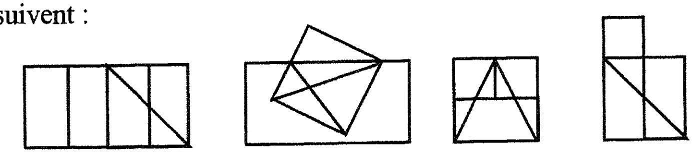
Les superposer pour obtenir diverses figures imposées.

<u>Exemples</u> :

Figures de base :



avec les figures ci-dessus, réaliser par superposition celles qui suivent :



22

2.2.2.5.6. <u>La situation du message</u>

<u>Objet principal</u> : le langage géométrique.

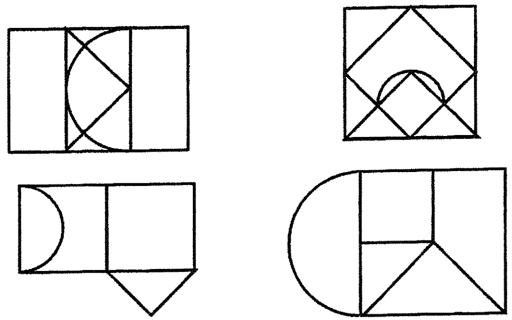
- une figure géométrique,
- l'enfant doit rédiger un texte (le "message")
- un autre enfant lit le texte
  et reconstitue la figure sans voir l'original.

Nombreuses <u>variables didactiques</u> :

- <u>Variables liées à la figure géométrique</u> :
  - figure réalisée par l'enfant ou par le maître ?
  - contraintes imposées ou non
  - support de la figure
- <u>Variables liées aux instruments</u> :
  - utilisation ou non d'une équerre ?
    d'un double décimètre ?
- <u>Variables liées au texte</u> :
  - lexique imposé ou non
  - nombre maximum de mots.

23

Ex. de figures que le maître pourrait proposer :



Nécessité d'un <u>vocabulaire géométrique</u> rigoureux.

<u>Validation</u> par les faits et effets,

et non pas par un jugement du maître.

24

ATELIER B

TITRE : LE VERRE D'EAU.

AUTEURS : JOEL BRIAND (IUFM et IREM de Bordeaux), MARIE-LISE PELTIER(IUFM et IREM de Haute Normandie).

Date : Novembre 2001.

Résumé :.Analyse d'une situation à partir du visionnement d'une séance de classe et de l'étude d'une fiche de préparation. Illustration de concepts didactiques à travers une situation ne mettant pas en jeu des savoirs indispensables à l'école donc favorisant un recul sur la démarche.

1. INTRODUCTION

L'atelier vise à proposer une séquence de début de formation en didactique à des PE ou des PLC.
Cette séquence de formation utilise une bande vidéo qui est l'observation d'une séquence de classe en fin de cycle trois. Le thème abordé a déjà fait l'objet de plusieurs articles (GRAND N « le poids du verre d'eau » N et G.BROUSSEAU). Il a été le prétexte à une étude de ce que pourrait être un sujet de concours (PNF COPIRELEM ANGERS 1995).
La bande vidéo utilisée lors de cette journée est un document de travail qui ne peut être diffusé. Il est aisé de proposer le scénario de la séquence afin de disposer d'un document analogue.

Le travail consiste donc :
- à prendre connaissance du scénario de la séquence de mathématiques (classe de CM2 ou 6°).
- En faire l'analyse a priori (voir questionnaire ci-dessous), c'est à dire identifier les phases de la leçon et prévoir les comportements possibles des élèves, (erreurs, rectifications éventuelles).
- Confronter cette analyse a priori avec l'observation de la séquence.

Cette partie du travail proposé habituellement aux PE ou PLC est proposée à l'identique aux participants du séminaire.

Cet atelier fait aborder des concepts de didactique de base et des questions de formation initiale ou continue. Une partie du compte-rendu y est consacrée.

2. SCENARIO DE LA SEQUENCE

Le scénario suivant est donné à lire aux PE ou PLC :

On est en CM2 fin d'année.

1- Première étape :

- Les enfants sont un par table. Le professeur a disposé sur le bureau, devant les élèves, une balance (à affichage digital). Un récipient en plastique de contenance 1 litre, et un verre. A côté du bureau est disposé un seau avec de l'eau.
- Le professeur prend le récipient, verse un verre d'eau dans ce récipient. Il demande alors aux élèves d'estimer ce que la balance indiquera lorsqu'il posera le récipient dessus. Chaque élève fait son estimation et l'écrit sur une feuille, puis le professeur inscrit lui-même les valeurs données par les enfants sur la droite numérique au tableau : prévisions dans un ordre croissant, ainsi que le nombre d'enfants qui ont prévu ces valeurs. Il demande alors à un élève de mettre le récipient sur la balance et de lire ce qu'elle indique.

Analyse des estimations écrites :

Remarques : L'enseignant ne fait aucun commentaire : ni approbation, ni désapprobation.

2- Deuxième étape :

a) Consigne « Je verse un deuxième verre d'eau dans le récipient : quel poids prévoyez vous maintenant ? Ecrivez votre prévision sur votre cahier. »

b) Déroulement : le déroulement est le même que celui de la première étape : prévision par les enfants, recueil des prévisions par l'enseignant sur la droite numérique puis vérification par la pesée.

3- Troisième étape :

Elle se déroule comme les deux premières : l'enseignant verse un troisième verre d'eau dans le récipient. Les enfants prévoient. Relevé des prévisions (et inscription sur la droite),puis vérification par la pesée.

Remarque : Au cours de ces trois étapes, il est très important que l'enseignant ne fasse aucun commentaire sous la pression des enfants.

4- Quatrième étape :

L'enseignant verse un quatrième verre d'eau.

a) Même consigne que dans les étapes précédentes.

b) Recueil de <u>2 ou 3 prévisions seulement</u> et orales.

c) Avant de recueillir les autres prévisions, l'enseignant propose un débat aux enfants.

d) Débat : L'enseignant demande aux enfants quels sont ceux qui sont sûrs de leur prévision et pourquoi ils ont choisi ce nombre ?

Il leur propose de discuter pour essayer de savoir qui a raison et d'exposer leur méthode avant la pesée. (Mais en aucun cas, il ne donne son opinion). Il leur propose également de changer leur prévision, après le débat, s'ils le désirent.

e) Rectification des prévisions : l'enseignant arrête la discussion au moment où il le juge utile. Les enfants qui le souhaitent rectifient le poids qu'ils avaient marqué sur leur cahier.

f) Vérification : même chose que lors des trois premières étapes.

5- Cinquième étape :

a) Consigne : « Je verse un cinquième verre pour ceux qui désirent utiliser la méthode énoncée par les camarades qui vous ont convaincus. Faites vos prévisions ».

b) Même déroulement que lors des étapes précédentes :

- Prévision.
- Relevé des prévisions.
- Vérification par la pesée.

Fin de la séance. Une deuxième séance est prévue qui se déroulera le lendemain et qui servira à institutionnaliser les savoirs découverts lors de cette séance.

3. TRAVAIL DES GROUPES

Le travail proposé aux participants à l'atelier est celui proposé aux PE ou PLC en début de formation :

QUESTIONNAIRE DONNE AUX GROUPES PE OU PLC

a) Repérer les numéros des étapes où il est possible d'élaborer une stratégie « gagnante ». Expliciter cette stratégie.

b) Pour chacune des étapes, proposez une ou des stratégie « gagnante(s) » ou « perdante(s) » attendue(s) chez les élèves.

c) Dans quelle mesure la situation (in)valide-t-elle le choix de ces stratégies ?

d) Quels sont les connaissances et les savoirs essentiels visés dans la situation proposée aux élèves ?

Le tableau suivant est donné aux participants afin de faciliter la mise en commun : Les question a) et b) font partie de l'analyse a priori.

	Stratégie gagnante	Stratégies prévues en analyse a priori	Propositions des élèves et résultats expérimentaux.

Voici le résultat de l'analyse a priori issue du travail collectif :

	Stratégie gagnante	Stratégies prévues en analyse a priori	Propositions des élèves et résultats expérimentaux.
	? devinette	Prévision fondée sur l'expérience des objets pesants.	
	? devinette	S1 : 2m1 S2 : m1+m tel que m<m1.	
	m2+(m2-m1)	S1 : m2+(m2-m1) S2 : m1+m2 S3 : 2m2	
	m3+m2-m1 m3+m3-m2	S1 : m3+m2-m1 m3+m3-m2 S2 : 2m3 S3 : m3+m2	
	m4+(m2-m1) ou toute stratégie identique.	S1 : m4+(m2-m1) ou toute stratégie identique.	

4. VISIONNEMENT DU FILM, COMMENTAIRES A POSTERIORI

A la suite du visionnement du film, les participants ont noté les résultats.

La question c) est donc abordée lors de l'observation de la bande.

La tableau qui suit a été rempli en cours d'observation pour la colonne 4, après discussion pour la colonne 5 :

	Stratégie gagnante	Stratégies prévues en analyse a priori	Propositions des élèves et résultats expérimentaux.	Travail mathématique,modélisation.
	? devinette	Prévision fondée sur l'expérience des objets pesants.	Les élèves ont prévu de 10g à 1000g. Résultat expérimental : m1= 201g.	hasard
	? devinette	S1 : 2m1 S2 : m1+m tel que m<m1.	18 élèves ont prévu 402g. 3 élèves ont prévu 401 g. Un élève a prévu 400g. Deux élèves ont prévu 350 g. Un élèves a prévu 380g. Résultat expérimental : m2 = 340g.	1- Rejet du hasard 2- Proportionnalité. 3- Approximation tenant compte de la première expérience..
	m2+(m2-m1)	S1 : m2+(m2-m1) S2 : m1+m2 S3 : 2m2	6 élèves ont prévu 541g. Un élève a prévu 471, 441, 402 10 ont prévu 480g. 2 autour de 510 3 autour de 440 Résultat expérimental : m3 = 482g.	1- Rejet de la proportionnalité. 2- Conservation de l'écart.
	m3+m2-m1 m3+m3-m2	S1 : m3+m2-m1 m3+m3-m2 S2 : 2m3 S3 : m3+m2	Phase 1 : le P. demande à trois élèves : 622, 520, 580. puis, après discussion : Phase 2 : 14 élèves autour de 621 g. 7 élèves autour de 521-540 g. 4 élèves autour de 630 g. Résultat expérimental : m4 = 620g.	
	m4+(m2-m1) ou toute stratégie identique.	S1 : m4+(m2-m1) ou toute stratégie identique.	Tous les élèves autour de 759-770 g. Résultat expérimental : m5 = 760g.	

Réponse à la question d) : « Quelles sont les connaissances, quels sont les savoirs essentiels visés dans la situation proposée aux élèves ? »

Les connaissances sont :

- le rejet du modèle de la proportionnalité : être capable de se rendre compte qu'un savoir que l'on mettait en avant se révèle inadapté.
- La découverte du décalage entre ce qui est le modèle et la réalité : un élève dit à un moment : "j'ai fait 340 + 139 et c'est pas tombé juste" : il semble découragé. Le professeur doit alors aider à montrer que la réalité est plus complexe que la modélisation. Les savoirs en jeu sont alors approximation, erreur relative.
- A terme, les élèves vont faire le lien entre une liste d'essais (de nombre de verres d'eau) et les résultats.

Nombre de verres	résultat escompté (en g.)
1	200
2	340
3	480
4	620
5	760

De là, le professeur peut faire expliciter, sous une forme ou une autre, la fonction de passage (par exemple, en 6° : $x \rightarrow 140.x + 60$) qui est une fonction affine alors que les élèves pensaient d'abord à une fonction linéaire. Le poids du récipient est le "fauteur de troubles"!

Il peut, en cours moyen deuxième année mettre en évidence (dans un cadre numérique ou graphique) la conservation des écarts après une première mesure qui englobe poids du contenant et du contenu.

Quelles « conclusions » le professeur doit-il pouvoir dire aux élèves ?

A la fin de cette séquence, il n'y a pas eu d'institutionnalisation de connaissances. Toutefois, le professeur peut, dès la fin d'une telle séquence, annoncer que la proportionnalité ne résout pas tous les problèmes et que certains, proches de la proportionnalité, peuvent être résolus quand même.

D'autres conclusions peuvent être faites : elles sont de l'ordre du rapport des mathématiques à la réalité : le modèle qui permet de prévoir à une erreur près.

5. ANALYSE DIDACTIQUE (COMPLEMENTS)

PRECISIONS SUR LE ROLE DES DIFFERENTES ETAPES DE LA SITUATION :

1- Première étape (premier, deuxième essai)

- De la devinette à l'estimation : (pesée, évaluation).

Les élèves répondent à la demande du professeur. C'est un contrat inhabituel : deviner ; ce qui explique le silence dans la classe. Les élèves se demandent quel est le projet du professeur ?

Lors du deuxième essai, les élèves utilisent massivement le modèle de la proportionnalité qui se révèle expérimentalement faux.

2- Deuxième étape :

- De l'estimation à la prévision (estimer, peser, évaluer l'estimation). Le rejet massif du modèle de la proportionnalité s'effectue. Il est remplacé par des modèles difficiles à formuler à ce moment.
- la pesée, la vérification.

Petit à petit, le professeur montre que les résultats peuvent s'écarter d'une prévision. Il gère donc de manière didactique ici la question des erreurs de mesures. Les élèves n'osent pas tenir ce discours a priori.

3- Troisième étape :

Changement de statut de l'activité : « il s'agit de trouver un moyen pour être sûr ». De l'action, nous passons à une phase ou la formulation devient le lieu des échanges (toujours valider toutefois encore par l'expérience).

Pour cela : Recueil de <u>2 ou 3 prévisions seulement</u> et orales. Avant de recueillir les autres prévisions, l'enseignant propose un débat aux enfants, mais il ne prend pas parti.

Il propose, après débat la rectification éventuelle des prévisions : au cours de cette phase, le professeur fait la différence entre les erreurs dues à une mise en place d'un modèle erroné et des erreurs dues seulement à des erreurs de calcul. Il traite ces dernières immédiatement ; les premières, qui constituent l'enjeu de l'apprentissage sont laissées à la confrontation avec la contingence.

4- Quatrième étape :

La grande majorité des élèves réussit. Il faudra s'assurer que des élèves ne travaillent pas sur les nombres de façon coupée du sens (« on a ajouté toujours pareil » n'est pas un indice suffisant de compréhension). L'influence du poids du pot est mise en évidence.

AUTRES QUESTIONS ABORDEES LORS DE LA DISCUSSION :

1) Gestion de l'approximation

Le « autour» existe mais reste implicite : pour certains élèves, c'est un obstacle exprimé. Le professeur décide de ne pas engager une recherche sur ce domaine : il permet aux élèves de s'exprimer sur cette question. Mais il l'enseigne. C'est un choix. L'expérimentation conduit le professeur et des élèves à faire évoluer peu à peu leur discours sur la notion de résultat, de résultat exact, mais certains élèves restent attachés à l'exactitude.

2) La consigne de départ

Le professeur annonce, par un lapsus, la solution. Il évoque explicitement le contenu et contenant. Mais la consigne n'est pas vraiment écoutée. Le dispositif expérimental étant plus attractif !

6. QUELLE(S) SEQUENCE(S) DE CLASSE A SUIVRE ?

Comment faire évoluer cette première séquence de classe ?

Nous choisissons d'illustrer par une évolution dans un cadre numérique et littéral. D'autres choix auraient pu être faits : par exemple le choix du cadre graphique.

RECENSEMENT DE METHODES

Les élèves qui ont utilisé des méthodes de prévisions par le calcul viennent les expliquer.

L'enseignant les recense. Par exemple :

1°) Calcul avec les 2 premiers nombres obtenus par la pesée : R : récipient V : verre

340 -	201 =	139	Puis	201 -	139 =	62
↓	↓	↓		↓	↓	↓
R+2V	R+1V	IV		R+1V -	1V	R

Le maître écrit ces opérations et ces formules au tableau sans commentaire. Les élèves en comprennent parfaitement le sens pour les besoins de la leçon.

2°) Calcul avec le premier, le deuxième et le troisième nombres obtenus par la pesée

482 -	340 =	142	Puis	201 -	142 =	59
↓	↓	↓		↓	↓	↓
R+3V	R+2V	IV		R+1V	1V	R

Les poids sont différents ! 62 g dans un cas, 59 g dans l'autre.

3°) Calcul avec le premier et le troisième nombre obtenus par la pesée :

482 -	201 =	281
↓	↓	↓
R+3V	R+1V	2V

Quel(s) exercice(s) peut-on espérer pouvoir faire après cette leçon, qu'on n'aurait pas pu (ou pas aussi bien faire avant).

Cette question permet de faire le lien entre ces situations emblématiques et le travail journalier du professeur dans sa classe.

A la fin de ces séquences, on peut alors viser la résolution de problèmes tels que :

1- Un bidon plein d'eau pèse 6 kg. Vide, il pèse 1 kg : quel est le poids de l'eau ?

2- Un vase vide pèse 300g. Avec un verre il pèse 380g. avec deux verres, quel poids s'attend-on à trouver ?

3- Avec ce même vase, combien de verres contient-il si plein, il pèse 700 g.? .

4- On fait cinq pesées d'un même vase avec un seul verre d'eau : 228g., 235g., 240g., 220g., 225g. Que peut-on conclure ?

5- On fait cinq pesées d'un même vase en ajoutant à chaque fois un nouveau verre d'eau et en le vidant. Voici la liste : 225, 228, 230, 234, 235. Les variations de pesée sont elles plus grandes ?

un camion chargé de douze fûts pèse 7 tonnes. Après avoir déchargé 6 fûts il ne pèse plus que 4 tonnes Quel est le poids d'un fût et celui du camion vide ?

Ce genre de situations a été présenté dans un article de grand N (BESSOT et EBREHARD n° 37).

7. COMPLEMENTS

Qu'est ce qui du point de vue didactique justifie une telle situation?[2] (aspects notionnels, aspects rapport au savoir).

Contrairement à l'idée que l'on pourrait avoir, les enfants de ce niveau (CM2) ont une forte tendance à oublier que le contenant pèse, dans le cas où ce contenant est indissociable du contenu (liquide, poudre...). Et pour certains d'entre eux, il ne suffit pas qu'il y pensent pour manipuler le poids du contenant sans erreurs (ils le comptent deux fois dans les sommes). Lors des explications, il n'est pas du tout évident pour les enfants qu'il faille enlever le poids du récipient vide pour obtenir le poids du contenu (eau, sable...)

Ce phénomène nous a paru suffisamment général et suffisamment résistant (presque un obstacle épistémologique ; cf. problèmes de didactique de la mesure : Exemples de quelques difficultés importantes) pour mériter les deux leçons que vous lui avons consacrées.

1/ Cette activité a permis à chacun de prendre conscience que tout pèse dans le plateau d'une balance : le récipient et l'eau. Dans des exercices ultérieurs, nous ferons rappeler ce principe dans des cas semblables : par exemple le sac et la farine qu'il contient, et même dans des cas plus difficiles, la baudruche vide et pleine d'air.

Ce fait a été explicité et est devenu un savoir de la classe.

2/ On estime qu'après cette expérience, les élèves seront mieux armés pour résoudre et comprendre les problèmes de fonctions affines, c'est-à-dire les problèmes dans lesquels des sommes (ou des produits) portant sur des éléments composés de deux parties dont l'une est répétée et l'autre ne doit pas l'être : allées qui se croisent, prise en charge et coût kilométrique dans un taxi, abonnement et tarif progressif etc...

3/ Dans la connaissance de la mesure, les élèves ont confirmé leur intuition qu'une valeur observée (obtenue dans un mesurage) est entachée d'une erreur ; c'est-à-dire qu'un certain intervalle peut lui être associé

[2] Le texte qui suit est extrait de l'article « Le poids du verre d'eau ; Revue Grand N **N.etG.Brousseau.**

- à l'intérieur, les autres valeurs de cet intervalle pourraient être observées par un autre mesureur, et donc acceptées comme valeurs théoriques de la mesure

- et à l'extérieur de cet intervalle, on sera fondé à écarter les valeurs observées.

4/ Cette erreur n'est pas entièrement inconnue : on peut estimer, a priori, qu'elle sera inférieure à certaines valeurs. Par exemple, quand on mesure la longueur de la table, on peut estimer que l'erreur sera inférieure à 1 cm. On peut vérifier cette estimation par une statistique: ensemble de mesures faites, soit par un même élève, soit par tous les élèves.

Remarque : Habituellement, les maîtres choisissent une valeur centrale dans cet intervalle et continuent le problème avec cette valeur unique, ce qui ne donne aux élèves aucun moyen de prévoir ce que deviendra cette erreur dans les calculs que l'on est conduit à faire. Cela revient à éliminer le problème de l'erreur.

Nous avons, au contraire, attiré l'attention des enfants afin qu'ils considèrent que la distribution des mesures d'un certain intervalle sont, a priori, acceptées. Par la suite, cette idée sera constamment reprise jusqu'à l'élucidation des différentes sources d'erreurs (erreurs dûes à l'imprécision de l'appareil, au manque de fidélité, erreur de lecture, erreur absolue, relative, que devient l'erreur dans les sommes et dans les produits ?)

5/ Les enfants ont pris conscience aussi que lorsqu'on fait une théorie ou une méthode pour prévoir ou obtenir un résultat, il ne suffit pas que son application réussisse une fois ou même deux pour qu'elle soit acceptée comme vraie ou valide. Il faut qu'elle "marche" dans tous les cas, (ce qui ne peut s'établir qu'avec un raisonnement) et qu'elle permette de maintenir, au cours des expériences, les erreurs à l'intérieur des intervalles déterminés.

Il faut donc au moins qu'elle soit reproductible, effectuable, explicitable, communicable aux autres et intelligible pour eux.

8. UTILISATION EN FORMATION

« Le verre d'eau » constitue une situation de référence avec les PE et les PLC, c'est à dire une situation qu'il sera facile de rappeler lorsqu'il faudra aborder des questions didactiques, des questions professionnelles lors d'observations, de stages, etc.

TRAVAIL SUR CETTE VIDEO COMME PREMIER COURS EN PE2.

Objectifs visés :

-Commencer à caractériser une activité mathématique, introduire quelques concepts de didactique. (Apprentissage par adaptation, milieu, contrat).

-Commencer à s'interroger sur les liens possibles entre une situation au sens de la théorie des situations et une situation-problème.

-Se poser des questions relatives à l'institutionnalisation, à sa place dans la progression.

Après le TP « verre d'eau », réponses des PE2 à la question : « imaginez une situation analogue, posée sous forme d'un énoncé de problème ». Travail sur les réinvestissements.

Exemple de situations construites par les PE2 (J.Briand Sept. 2001):

1- On pose un cube sur une planche. La hauteur totale est de 7 cm. Un cube identique est posé sur le premier. La hauteur est alors de 11 cm. On rajoute un troisième cube : quelle est la hauteur totale ? quelle est l'épaisseur de la planche ?

2- Maman fait un gâteau. Dans un récipient elle verse une mesure de farine. Sur la balance on lit 220g. Elle ajoute une autre mesure de farine. On lit alors 400g. Quel est le poids d'une mesure de farine ?

3- Paul a une tirelire. Il économise l'argent qu'il reçoit. A partir du 1° novembre ses parents décident d'ajouter chaque semaine la même somme à sa tirelire. A la fin de chaque semaine, Paul fait ses comptes. La 1° semaine, il a 130 F. ; la 2° : 140F. ; la 3° : 150 F. Combien a-t-il dans sa tirelire au bout de 4 semaines ?

4- Un loueur de vélos demande à ses clients de payer un montant fixe pour avoir un vélo, puis un autre montant pour chaque heure de promenade. Remplis le tableau suivant et donne le prix de la location du vélo ainsi que celui de l'heure de location

Nombre d'heures	Prix total
1	
2	
3	110
4	150

5- Une entreprise de location de voitures propose deux formules
a)- Un forfait de base de 500F. auquel s'ajoute 1F. par km parcouru.
b) une formule sans forfait de base mais ou le prix du km est 5F.
Quelles est la formule la plus avantageuse si on parcourt 200km ; 100km ?

6- Un marchand doit livrer des boîtes de conserve. Mais au-dessus de 1 kg, le carton se casse. Il pèse le carton avec une première boîte et obtient 475 g. Avec une deuxième boîte, il obtient 675 g. Le carton supporte-t-il 3 boîtes ? 4 boîtes ?
La situation est remplacée par une autre sous forme d'un énoncé,
La situation construite n'est pas toujours isomorphe à la situation montrée,

Constats :
- Certaines des situations proposées montrent une incompréhension de la situation étudiée.
- Un tri sélectif des savoirs en jeu est effectué ; certains savoirs sont ignorés.

Conclusion : en dehors des questions de compréhension de la situation elle-même, le remplacement sous forme d'énoncé implique ici le renoncement à :

-un type de confrontation au milieu matériel (l'énoncé de problème, les représentations sont les constituants du nouveau milieu matériel),

-au côtoiement de certains autres savoirs.

Peut-on tenter des rapprochements entre situation-problème et situation a-didactique ?

Il ne s'agit pas d'aborder la question en ces termes en formation, du moins au début. Il s'agit plutôt de mieux expliciter, par une analyse a priori en quoi la confrontation à un milieu matériel modélisé comme l'expérimentation du verre d'eau ne provoque pas les mêmes contraintes que l'évocation par un énoncé de problème. Partant de là, les PE ou PLC dispose d'un outil d'analyse.

Prenons donc l'exemple du premier énoncé : à partir de cet énoncé proposé par les PE2, on recommence l'analyse a priori :

La donnée « 11 cm » s'oppose à la formulation d'une hypothèse fausse : « 14 ». Avant même qu'un élève ait eu le temps de faire une conjecture, l'énoncé lui annonce « 14 ». A partir de ce constat objectif, il est alors possible de conduire, en formation, une réflexion sur la façon dont l'énoncé peut être amené dans la classe :

Exemple d'organisation du milieu par le professeur : le professeur effectue la lecture de l'énoncé. Il est le seul à disposer de l'énoncé complet :

« On pose un cube sur une planche. La hauteur totale est de 7 cm. Un cube identique est posé sur le premier ». Il s'arrête et demande « Quelle est alors la hauteur ? »

Il s'attend à ce que les enfants répondent : vraisemblablement 14 cm, puis annonce : « la hauteur est alors de 11 cm ».

Etonnements. Remarque : il ne s'agit plus d'une rétro-action venant du milieu matériel, mais une donnée venant du professeur (de l'énoncé).

Le professeur reprend : « On rajoute un troisième cube : quelle est la hauteur totale ? Quelle est l'épaisseur de la planche ? »

A partir d'un tel exemple, il sera possible de reprendre ultérieurement des énoncés de problèmes et de réfléchir à leur mise en scène dans une classe.

Caractériser alors une situation adidactique en listant quelques questions :

Depuis quelques années, nous proposons aux PE le questionnaire suivant comme moyen de caractériser la situation. Il ne s'agit pas de réfuter toutes les situations qui ne seraient pas adidactiques (on a vu que d'autres situations étaient nécessaires (consolidation, entraînement, évaluation). Il s'agit de pouvoir caractériser.

Le questionnaire est le suivant :

- Y-a-t-il bien un « défi » posé aux élèves ? (« défi » pourrait être remplacé par « situation problématique » ou « problème », mais le terme « problème » est trop connoté).
- Quel est le ou les savoirs visés ?
- Quelles sont les procédures possibles pour résoudre le problème (défi)?

- L'utilisation de la connaissance visée est-elle nécessaire pour parvenir à la solution du problème posé aux élèves?
- L'élève peut-il comprendre la consigne et s'engager progressivement (dévolution) vers une solution sans disposer de cette connaissance entièrement élaborée ?
- Comment voit-il qu'il a réussi ou échoué ; est-il entièrement dépendant de l'adulte ou la situation comporte-t-elle des rétroactions ?
- La vérification du résultat peut-elle donner des informations sur la façon de réussir ?
- La vérification du résultat est-elle en simultané avec l'activité.
- Peut-il recommencer en modifiant sa procédure ?

Différents rôles du professeur dans une situation d'apprentissage par adaptation.

Il construit une situation et organise le milieu pour qu'il soit antagoniste et que la situation devienne adidactique.
Il assure la dévolution du problème.
Il conserve le caractère adidactique par rapport aux savoirs dont il vise l'apprentissage.
Il prend à sa charge le traitement de savoirs connexes.
Il organise le passage de la situation d'action à celle de formulation.
Il décide de laisser vivre certaines erreurs liées à l'apprentissage et d'en régler d'autres.
Il envisage une phase de conclusion.
Il envisage la suite et, en particulier, le moment de l'institutionnalisation de savoirs qu'il aura sélectionnés.

ATELIER C

TITRE : AIRE DE FORMATION.

AUTEURS : CATHERINE HOUDEMENT ; MARIE-LISE PELTIER.
IREM et IUFM de Haute Normandie

Date : Novembre 2001.

Résumé : L'atelier présente une stratégie de formation pour les PE2, conçue pour être homologue à une stratégie préconisée pour les élèves (mise en activité des élèves, puis mise en commun et synthèse suivie d'une institutionnalisation). Cette présentation a été elle-même faite selon une stratégie d'homologie, cette fois ci en direction des formateurs participant à l'atelier. La synthèse pour les formateurs permet d'éclairer des concepts didactiques tels que : phase didactique et a-didactique, dialectique outil-objet.

Le déroulement de l'atelier est découpé en trois parties.

Première phase (I et II)
Les participants jouent le jeu de PE2 : individus en activité sur une consigne du formateur se livrant ensuite à une analyse guidée par le formateur sur les savoirs mathématiques, didactiques et pédagogiques en jeu.
Deuxième phase (III et IV)
Les participants se livrent à une analyse critique de cette séance de formation, en pointant avantages et inconvénients , difficultés éventuelles de mise en œuvre.
Troisième phase
Deux films relatant deux séances effectives de formation en PE2 selon le scénario décrit ont été mis à disposition des participants.

Le compte rendu ci dessous donne des éléments des deux premières phases. Il est complété par des annexes.

I MISE EN ACTIVITE DES FORMATEURS

A Les consignes

Les consignes sont données selon le scénario prévu pour les PE2.

Matériel prévu : feuilles de bottin A4 en grand nombre, ciseaux, matériel de géométrie usuel ; un transparent par groupe pour les conditions sur la ligne de partage.

Organisation de l'ensemble : groupe de 4 à 5 personnes, chacun affecté d'un numéro

Consigne 1 écrite au tableau : « Partagez une feuille en deux parties exactement superposables sans perte et sans recollage ; trouvez le maximum de partages différents »

Après un temps de recherche de 5 minutes environ, vient la consigne 2 : « chaque groupe doit formuler par écrit une ou plusieurs conditions sur la ligne de partage pour que le partage convienne ».

B Quelques éléments de déroulement pendant l'atelier

Le temps de recherche des formateurs concernant la forme de la ligne de partage, forme dessinée, est plus court que celui moyen d'un groupe de PE2. L'intérêt se porte plus sur la formulation des conditions.

Une première mise en commun permet de voir différentes formulations. Le choix est alors donné aux groupes de modifier ou non leur formulation de départ. C'est ainsi que progressivement les formulations se précisent par allers retours successifs entre réflexion intra-groupe et mise en commun collective. Les conditions nécessaires s'enrichissent jusqu'à devenir suffisantes.

Les premières formulations citent toutes au moins l'invariance de la ligne par symétrie centrale de centre O, centre du rectangle. Puis après exhibition du contre exemple constitué par un cercle de centre O, s'ajoute la condition « la ligne doit passer par le centre du rectangle ». Enfin se pose la question de la définition de la « ligne » notamment par rapport à la nécessité d'exclure les points doubles.

La conclusion unanime est alors « la ligne de partage doit être invariante par symétrie centrale de centre le centre du rectangle, passer par ce centre, ne contenir aucun point double, et partir d'un bord du rectangle ».

C Présentation aux participants de la suite donnée à cette activé en PE2

Cette activité permet de fabriquer un lot de surfaces non superposables et pourtant de même aire. Ce qui permet de définir (redéfinir) la notion d'aire pour les futurs professeurs des écoles . Cette activité peut ainsi constituer la première phase d'une approche de l'aire en formation initiale (voir scénario complet en annexe 1). Elle offre en effet

- un lot de surfaces (peu prototypiques) non superposables et pourtant de même aire ;
- un procédé de fabrication de surfaces dont les aires sont dans un rapport 2 (il suffit de faire appliquer la consigne de partage à partir d'une demi feuille rectangulaire -format A5-, puis d'un quart de feuille, etc.) ;
- des surfaces de périmètres souvent comparables sans recours à la mesure : les périmètres sont souvent différents alors que les aires sont égales ;

- des surfaces qu'il est possible de rendre superposables par découpage et recomposition (grâce aux propriétés de la ligne de partage).

Cette activité est donc propice à la mise en œuvre de procédures spécifiques non numériques sur les aires.

La suite donnée en formation[3] concerne le rangement des aires , le passage à la mesure avec éventuellement une première rencontre avec des nombres non entiers du type $1/2^n$ (selon le choix de la surface étalon), leur somme, leur produit par un entier, vues comme écritures symboliques décrivant la mesure de l'aire de surfaces construites ou à construire.

II ANALYSE DE L'ACTIVITE.

Nous ne revenons pas sur les concepts mathématiques en jeu dans cette suite d'activités. Notons seulement la mise en réseau possible des connaissances : les fractions comme mesures de grandeurs que les entiers ne suffisent plus à coder, la symétrie centrale comme outil de résolution d'un problème de partage...

A Quels concepts didactiques peuvent être illustrés par cette suite d'activités ?

- La **notion de problème** (non numérique, construire une ligne de partage qui « marche ») et ces divers caractères : l'entrée facile dans la tâche, la représentation possible de la tâche finie, la consistance du problème, la possibilité de contrôle des productions, la différenciation naturelle par le choix de la complexité de la ligne de partage.....
- La symétrie centrale est ici un outil de résolution qui n'a pas besoin d'être explicité pour fonctionner mais qui est nécessaire à la résolution du problème : la situation est donc une **situation a-didactique** de la symétrie centrale.
- La situation est **didactique par rapport à l'aire** : c'est l'intervention du professeur qui nomme et définit a posteriori le critère de classement effectif comme « avoir même aire »

B Autres mises au point possibles avec les PE

- Le rôle de l'erreur : l'erreur ici se caractérise par une production erronée : elle est visible et il est intéressant de l'analyser pour en tirer des conséquences sur la prochaine ligne avant de brutalement la détruire.
- Le rôle du matériel : certes il existe cette manipulation si chère aux enseignants débutants (et si souvent vide de sens), mais ce n'est pas elle qui donne la solution, elle n'est qu'agent de la production ; les productions s'affinent grâce à l'analyse des productions erronées.
- Le démarrage d'une progression passe par la construction d'une expérience forte commune, certes mangeuse de temps, mais réellement constructive, surtout si

[3] Voir pour des détails le scénario décrit dans l'annexe 1.

elle est déclinée sur plusieurs séances, avec conservation de la mémoire des séances antérieures et rappel de ce qu'elle a permis de dégager.

C Autres remarques sur le déroulement de l'activité dans l'atelier

L'exigence de formulation des conditions sur la ligne de partage a montré un fonctionnement du savoir mathématique en acte : une première formulation a laissé possible des « monstres » au sens de Lakatos ; les formulations successives les ont progressivement exclus. Cette phase correspond à une **phase de formulation,** au sens de Brousseau. Alors que la recherche effective de lignes de partage correspondait à une **phase d'action**. Ces deux notions ne sont pas, à notre avis , très accessibles aux PE en formation initiale.

III QUELS TYPES DE SITUATIONS POUR LA FORMATION DES PE (FORMATION INITALE)

Nous souhaitons d'abord présenter une alternative à l'entraînement systématique aux épreuves de concours en formation PE1 : si les PE1 souffrent d'un déficit de connaissances mathématiques dans certains domaines, il est certes important de les combler ces déficits, mais visons plutôt une réorganisation des connaissances et une mise en réseau de fragments disparates qui subsistent après leur scolarité, en leur proposant de véritables problèmes qui les amènent à retrouver le caractère outil de savoirs qu'ils n'ont souvent appris que sous leur aspect objet. Loin de nous la présomption de déclarer que ce mode d'approche peut s'appliquer à tous les savoirs mathématiques, mais il est assez souvent possible pour les savoirs nécessaires à l'enseignement des mathématiques à l'école primaire.

D'autre part la compréhension des concepts didactiques ne peut se suffire d'un exposé ex cathedra : profitons de la demande en notions mathématiques de la part des étudiants pour leur faire apprécier, via des situations particulièrement bien construites, les progrès réalisés en didactique des mathématiques.

Enfin en formation plus professionnelle, à l'heure actuelle la deuxième année d'IUFM ou la formation continue, nous souhaitons illustrer nos propos liés au constructivisme et aux théories qui l'enrichissent par des situations effectives transférables dans les classes moyennant les adaptations nécessaires. Il n'est bien sûr pas garanti que le transfert se fera (voir thèse de D.Vergnes) mais il aura été néanmoins préparé.

Cela nous renvoie sur une typologie des stratégies de formation qui a été initiée par A.Kuzniak (1994) , et poursuivie par C.Houdement (annexe 2)

La discussion avec les participants a fait émerger certaines inquiétudes auxquelles nous avons répondu de la manière suivante.

- Il existe plusieurs stratégies possibles de formation, à nous de trouver un dynamique positive.
- Un bachotage systématique en PE1 n'est à notre avis pas souhaitable (encore moins avec l'extension des prélèvements sur les listes complémentaires vers le terrain), un des objectifs essentiel de la formation est aussi de transformer le rapport au savoir mathématique de plusieurs étudiants.
- Ce type d'activités alterne avec des entraînements sur des épreuves de concours (mais hors classe) ; de nombreux étudiants prennent ainsi conscience, en classe, de leurs capacités à résoudre des problèmes, même si le formalisme usuel des textes de concours les bloque encore.
- L'approche par homologie suivie de transposition n'est pas possible pour toutes les notions mathématiques, il est nécessaire de disposer ou de construire des situations adaptées en fonction des notions étudiées. La situation présentée ici bénéficie de plus d'une transposition en classe de CM, ce qui accroît sa crédibilité (brochure IREM de Rouen : « la machine à partager »).
- L'utilisation en formation continue est plus délicate, elle permet cependant d'une part de réactiver le regard sur les aires et de le détacher du versus mesure, d'autre part d'engager les maîtres eux mêmes, quel que soit le niveau de leur classe (et leurs connaissances mathématiques), dans une discussion liée à une résolution de problème. Elle permet donc d'illustrer des aspects fondamentaux de l'enseignement des mathématiques tout en permettant aux maître de livrer leurs points de vue, de les confronter et éventuellement de les modifier.

REFERENCES

BROUSSEAU (1970-1990) *Théorie des situations didactiques.* Grenoble : la Pensée Sauvage

BUTLEN D. et PELTIER M. L. (1994) *Enseigner la didactique des mathématiques en formation des professeurs d'école.* Document de travail n°9 pour la formation des enseignants, IREM de PARIS 7.Université de PARIS VII

HOUDEMENT C (1998) *Stratégies de formation des maîtres du premier degré en mathématiques* dans *Actes du colloque des professeurs de mathématiques chargés de la formation des maîtres,* COPIRELEM Tarbes.

HOUDEMENT C., PELTIER M.L. (1992) *Aires de surfaces planes* dans Documents pour la formation des professeurs d'école en didactique des mathématiques, C.O.P.I.R.E.L.E.M tome 2 Pau , I.R.E.M. de Bordeaux.

HOUDEMENT C., PELTIER M.L. (1992) *La boîte du pâtissier. Former des professeurs d'école en mathématiques.* Brochure de l'I.R.E.M. de Rouen.

HOUDEMENT C., PELTIER M.L. (1994) *La machine à partager. Fractions et décimaux au cours moyen.* Brochure de l'I.R.E.M. de Rouen.

HOUDEMENT C. et KUZNIAK A. (1996) Autour des stratégies utilisées pour former les maîtres du premier degré en mathématiques dans *Recherches en Didactique des Mathématiques*, volume 16/3, pages 289-322. Grenoble : La Pensée Sauvage

LAKATOS I. (1984 v.f) Preuves et réfutations. Paris : Hermann.

VERGNES (1998) Essai d'analyse des effets d'un stage de formation continue sur les pratiques d'enseignant du premier degré. *Actes du XXV colloque COPIRELEM de Loctudy.*

ANNEXE 1 : EXEMPLE D'UNE PROGRESSION SUR GRANDEURS ET MESURES EN FOCALISANT SUR L'AIRE.

Ce travail est extrait de la thèse de C.HOUDEMENT[4] (1995) Il est nécessairement lié à l'état des recherches, le profil et le mode de recrutement des étudiants futurs professeurs des écoles et le point de vue de l'auteur de l'époque.

Il nous semble cependant pouvoir fournir une base de travail pour de nouveaux formateurs.

La description de la progression dans la thèse avait pour objectif :

- d'illustrer des stratégies de formation : stratégies culturelles, stratégies d'homologie, stratégies de transposition, définies par A.KUZNIAK[5] dans son travail de thèse de 1994 ;
- de donner un exemple de traitement d'un thème mathématique en formation initiale de futurs professeurs des écoles.

PLAN GENERAL DE LA PROGRESSION

Etape	Thème	Stratégie	Prévision
Etape 1	Construction de la grandeur aire, par fabrication de surfaces de même aire, matérialisées par des morceaux de papier. Rangement des surfaces selon l'aire.□	Homologie directe, avec éléments de transposition.	2 heures Séance 1
Etape 2	Passage à la mesure sur les classes d'équivalence définies précédemment et représentées par des surfaces. Notion d'étalon et d'unité. Introduction du codage fractionnaire.□	Culturelle pédagogique (la suite des activités est racontée)	
Etape 3	Comparaison d'aires de surfaces ou de classes de surfaces : - transformation conservant l'aire permettent de comparer des surfaces de formes plus comparables ; - utilisation d'un pavage commun aux deux surfaces à comparer : réinvestissement de l'étalon. Différenciation aire périmètre.□	Homologie indirecte, avec éléments de transposition.	2 heures Séance 2
Etape 4	Les unités conventionnelles d'aire. Le système international des poids et mesures.	Culturelle pédagogique et sociale	
Etape 5	Construction d'un formulaire sur les aires des triangles et quadrilatères usuels. Le cas du disque.□	Homologie indirecte (ou directe concentrée)	2 heures Séance 3

[4] *Projets de formation des maîtres du premier degré en mathématiques : programmation et stratégies.* Disponible à l'IREM de Paris 7 ; de même que .

[5] *Etude des stratégies de formation en mathématiques utilisées par les formateurs de maîtres du premier degré.*

Etape 6	Réinvestissement mathématique :exercices sur les aires, le théorème de Pythagore, les égalités remarquables, un exemple de changement de cadre, l'importance historique du cadre de la mesure des aires, de la mesure en général.	Culturelle mathématique Transposition	2 heures Séance 4
Etape 7	Analyse didactique globale de la progression, éléments sur grandeurs mesurables et repérables, compléments sur volumes.	Transposition	
Etape 8	Réinvestissement didactique : étude comparée de premières leçons sur les aires.	Transposition	2 heures Séance 5

PREMIERE SEANCE

A. OBJECTIFS

OBJECTIFS MATHEMATIQUES

- construire le concept d'aire
- comparer des aires de surfaces sans recourir à la mesure
- construire la mesure ; différencier grandeur et mesure

OBJECTIFS DIDACTIQUES

- différencier les statuts outil et objet des savoirs mathématiques et leur rôle dans l'apprentissage (cas de la symétrie centrale) ;
- comprendre l'apprentissage d'une notion comme résolution d'un problème dont les contraintes rendent nécessaires (les nombres non entiers) ou opportunes (la grandeur aire) la notion ;
- proposer au vécu et à l'analyse des exemples de situations d'enseignement relativement à l'enseignement de l'aire et des fractions.

B. CHOIX DE LA SITUATION

Elle a été mise au point pour la formation[6], et peut aussi fonctionner dans des classes de CM[7] (en partie) et en formation professionnelle. Elle se place après un certain temps de formation, peut-être même en conclusion d'un certain temps de formation.

La tâche liée à la situation est la production de surfaces de même aire,

- d'abord par la recherche d'une ligne de partage qui partage un rectangle fixé en deux surfaces isométriques d'aire égale à la moitié de celle du rectangle : ce qui permet de proposer deux définitions de "avoir même aire" : deux surfaces ont même aire si elles sont exactement superposables ; deux surfaces ont même aire si elles représentent la même quantité de papier (sans avoir la même forme) ;
- puis par des découpages et des recollements...licites.

Nous allons préciser ses avantages à nos yeux.

1 - Sur sa pertinence professionnelle

Nous avons eu l'occasion de la mettre en place dans des classes de CM, où donc nous avons relevé des éléments qui confortaient a fortiori notre analyse a priori. Les expérimentations successives nous ont aussi permis de constater des analogies entre les stratégies et les productions des classes élémentaires et celles d'adultes en formation, globalement non scientifiques.

[6] C.Houdement, M.L Peltier,(1992), *La Boîte du Pâtissier*, pp 45-52, IREM de Rouen
ou C.Houdement, M.LPeltier, "Aires de surfaces planes", pp59-64, in *Documents pour la formation en mathématiques*, COPIRELEM (1992),IREM de Bordeaux

[7] C.Houdement, M.LPeltier (1994), *La machine à partager. Fractions et décimaux au CM*, pages 25 à 45, IREM de Rouen.

Les productions des élèves ont été certaines années montrées aux stagiaires pour les convaincre de la faisabilité de la situation (utilisation en quelque sorte d'un effet de monstration).

Remarque sur l'importance du public

La même situation menée en formation continue de professeurs de mathématiques de collège, pourtant prêts à se mettre à la tâche, comme point de départ à une réflexion sur l'activité mathématique, n'a pas été aussi efficace pour une réflexion sur les mathématiques et leur enseignement, en partie parce que certains ont préféré "sécher" plutôt que d'avoir recours à des manipulations comme les élèves : ils n'ont pu faire une analyse a priori convaincante.

2 - Sur la conception des mathématiques et de la recherche

Elle offre, nous semble-t-il, les caractéristiques d'une situation de recherche : l'élève peut s'engager dans le problème, ses connaissances sont insuffisantes pour qu'il trouve immédiatement toutes les solutions, il peut lui-même valider ou invalider ses propositions. La résolution du problème lui permet :

- d'utiliser en acte, comme outil de résolution, la notion de symétrie centrale[5] (plus précisément celle d'invariance par symétrie centrale pour une courbe) ;
- de classer des surfaces selon un critère à détacher du sensible : le maître institutionnalise le critère de classement sous le nom d'aire.

La recherche elle-même nous semble consistante sur le plan du raisonnement, mais c'est le processus constitutif du produit de la recherche qui constitue l'objectif d'apprentissage du maître (ou du formateur). Il y a place à l'imagination, les élèves cherchant à produire des surfaces de formes très différentes ou très sophistiquées.

3 - Sur le statut des connaissances mathématiques

- La notion de symétrie centrale[8] apparaît comme outil dans cette recherche, outil dont il n'est pas nécessaire de connaître le nom, ni les caractéristiques, pour le rendre localement et dynamiquement opérationnel.
- La grandeur aire est caractérisée comme **critère commun** à des objets différents pour nos sens (pas nécessairement de même forme, quelquefois même de formes très "éloignées") ; elle **se définit** (autre exemple d'une définition que celle habituellement connue) par la relation "avoir même aire" ; la différenciation entre classe et élément d'une classe se visualise, la notion de représentant d'une classe (pour le critère aire) prend du sens.

Le formateur peut pointer les différences entre les **objets physiques** (les feuilles de bottin avec leur épaisseur), les **objets mathématiques** qui les modélisent dans la situation (les surfaces, parties bornées du plan), la **grandeur** (ici

[8] En effet les deux surfaces à construire étant isométriques et leur juxtaposition constituant le rectangle, l'isométrie les transformant l'une en l'autre conserve le rectangle : elle est donc soit symétrie axiale par rapport à une médiane du rectangle (droite joignant les milieux des côtés opposés), soit symétrie centrale par rapport au centre du rectangle (point de rencontre des diagonales). La ligne de partage doit être aussi globalement invariante par l'isométrie qui transforme la première surface en la deuxième, elle doit donc être une médiane du rectangle ou une courbe passant par le centre du rectangle et admettant ce centre comme centre de symétrie. Une courbe passant par le centre et admettant le centre du rectangle comme centre de symétrie convient donc (si elle part d'un bord et n'a pas de point mutiple)

l'aire définie par les classes de surfaces de même aire) et la **mesure** (l'application entre une classe de surfaces de même aire et l'ensemble des nombres réels), qui n'est pas utile dans un premier temps.

C'est l'occasion d'illustrer les notions piagétiennes de classement-sériation, dont nos étudiants n'ont pas manqué d'entendre parler dans d'autres cours.

- Les fractions sont introduites dans la nécessité (provoquée par les contraintes de la situation) d'utiliser de nouvelles écritures (dont le maître est garant culturellement). Ce codage reste proche des actions sur les objets, ce qui contribue à leur donner du sens.

4 - Sur la pertinence des outils didactiques

Les notions de phases d'une recherche (action, formulation, validation, réinvestissement) peuvent être éclairées par l'explicitation a posteriori du déroulement choisi par le formateur. Le rôle de chacune peut ainsi être précisé.

- Le statut outil de la connaissance symétrie centrale peut être particulièrement illustré par cette situation ; les fractions apparaissent elles aussi comme outils de codage des nouvelles classes. C'est l'occasion de préciser le concept de dialectique outil-objet et son rôle dans le fonctionnement des connaissances.

- La non linéarité possible des stratégies d'enseignement peut aussi être pointée ici : le fait que cette situation permette simultanément de pointer d'autres savoirs que la grandeur visée (en l'occurrence symétrie centrale et nombres rationnels) n'est pas perturbatrice dans le déroulement prévu par le formateur. La non linéarité peut être organisée par la mise en situation. C'est un exemple de sensibilisation parallèle sur des thèmes qui s'éloignent de l'objectif principal.

- La notion de conception a priori, le retour des conceptions d'origine en cas de déstabilisation : les étudiants, comme les élèves, constatent la contradiction entre leur appréhension sensible de l'aire et l'étude raisonnée : des surfaces de formes différentes n'ont pas la même aire, des surfaces de même aire ont le même périmètre. A tout moment, du moins au début, ils se sentent soumis à l'attirance du sensible. Ce qui permet de rappeler l'importance de la prise en compte des conceptions des apprenants pour les intégrer au maximum dans le projet d'apprentissage.

C. ORGANISATION DE LA SEANCE

Matériel

Feuilles entières (format A4) d'annuaire téléphonique en grand nombre.

Ciseaux, matériel usuel de géométrie.

Organisation de la classe

Groupes de quatre pour une meilleure disponibilité du matériel et un échange sur les premières réalisations. Le travail est cependant individuel.

DEROULEMENT DE L'ETAPE 1

ASPECTS MATHEMATIQUES

Principe

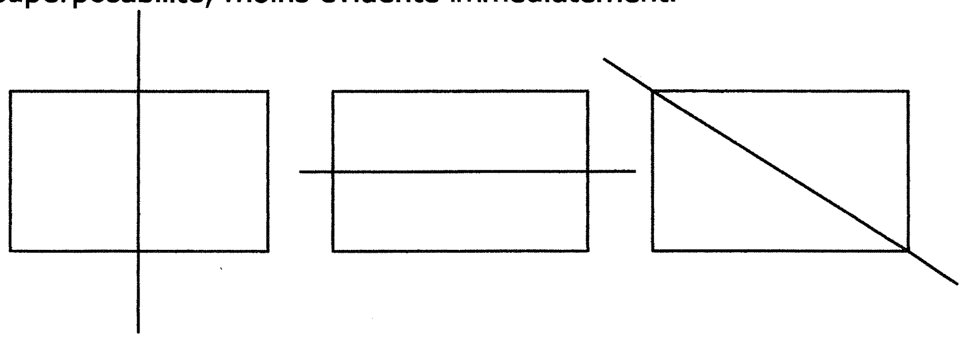
Le déroulement des séances est prévu en fonction des objectifs mathématiques. Les objectifs didactiques seront plus spécifiquement travaillés lors de l'analyse de l'activité.

Consigne 1

"Vous devez partager chaque feuille en deux parties exactement superposables sans perte et sans recollage (c'est à dire qu'avec les deux parties il sera possible de reconstituer la feuille initiale) ; vous devez chercher un maximum de partages différents répondant à cette consigne de partage que nous désignerons par (P)".

Analyse de la tâche

Deux solutions évidentes se présentent naturellement aux étudiants, les partages suivant une des médianes (droites joignant les milieux des côtés opposés) du rectangle de départ. Le partage par la diagonale nécessite un retournement de l'une des parties pour vérifier la superposabilité, ce qui leur fournit une autre forme de superposabilité, moins évidente immédiatement.



La disposition en groupes permet de prendre des indices sans qu'ils soient formulés (ce qui serait trop précoce) sur des partages possibles remarqués chez les voisins.

Un temps suffisant de recherche est indispensable à la production de solutions moins classiques (lignes de partage brisées ou mêlant arcs de courbe et segments de droite).

Les étudiants peuvent à tout moment contrôler leurs productions et éliminer celles qui ne conviennent pas.

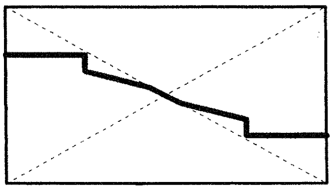
Procédures observées

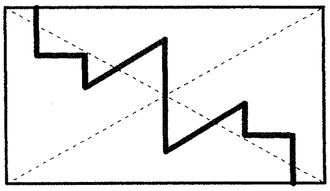
- Les étudiants commencent par plier en deux suivant les médianes, puis les diagonales du rectangle. En général à ce moment, certains pensent qu'ils ont trouvé tous les partages possibles, il est alors nécessaire de redonner la consigne en précisant qu'ils doivent essayer d'en trouver d'autres.
- La procédure suivante consiste à plier la feuille de telle sorte que deux sommets diamétralement opposés se superposent. Ce partage permet généralement à l'idée qu'il existe un nombre infini de solutions de se répandre, la ligne de partage étant une droite passant par le centre du rectangle. La consigne évolue alors vers la caractérisation de "bonnes lignes de partage".

Les autres procédures que l'on rencontre sont les suivantes:

- des pliages en 8 ou 16, suivis de dépliages et découpages en suivant certaines lignes de pliage plus ou moins bien choisies (d'où des réussites ou des échecs!) ;

- des recherches en construisant des segments de même longueur en partant de deux sommets diagonalement opposés ;
- des procédures de construction d'une ligne de partage symétrique par rapport à une médiane, qui évoluent (à cause de l'échec de ces procédures) vers la construction d'une ligne de partage symétrique par rapport au centre de la feuille.





Remarque

On peut constater de très nombreux essais qui n'aboutissent pas ; mais ces essais permettent à leurs auteurs de faire de nouvelles hypothèses sur les propriétés de la ligne de partage. De nombreux étudiants trouvent assez vite comment construire une ligne de partage polygonale qui permet de résoudre le problème, et en faisant des tracés symétriques de part et d'autre du centre de la feuille ; puis certains cherchent des lignes de partage curvilignes à main levée ou en traçant des arcs de cercles.

Synthèse

Le formateur circule et ramasse certaines des moitiés de feuilles qui conviennent selon les affirmations des étudiants. Il les dispose sur une grande affiche placée sur le mur de la classe. L'ensemble de la classe examine les productions, tout étudiant sceptique sur la validité d'une production peut demander la vérification, auquel cas l'étudiant qui dispose de la moitié superposable vient la comparer à celle du tableau et reformer la feuille entière.

Une courte synthèse, sans intervention du formateur, est faite sur les méthodes de partage qui marchent : certaines propriétés de l'invariance d'une courbe par symétrie centrale sont explicitées par les étudiants pour définir la ligne de partage.

Institutionnalisation

- Les deux parties issues d'un partage (P) sont **superposables**, elles ont donc même forme et même périmètre.
- Deux parties issues de deux partages (P) différents ne sont pas directement superposables, pourtant elles vérifient toutes les deux la propriété : *"avec deux parties analogues à chacune d'elles, on peut reconstituer la feuille entière"* ; elles sont donc aussi "étendues" l'une que l'autre, elles contiennent la même quantité de papier, elles correspondent toujours à "une demi-feuille", on dit qu'elles ont **même aire**.
- Deux surfaces de **même aire** n'ont pas nécessairement la **même forme**.
- Deux surfaces de **même aire** n'ont pas nécessairement le **même périmètre**.
- Deux surfaces **superposables** ont **même aire**, **même forme**, même périmètre.

Explicitation didactique

Aucun titre n'avait été donné préalablement à cette séance, nous pouvons maintenant annoncer aux étudiants qu'il s'agit d'une première situation visant à l'enseignement des aires, permettant de renforcer leurs connaissances sur ce thème et de leur donner des illustrations d'activités possibles dans des CM.

Ainsi cette première situation peut être menée de cette façon dans un CM, avec le même découpage des étapes.

Puis nous explicitons le principe de formation sur ce thème des aires et de leur mesure : mettre en situation les étudiants, en donnant donc des exemples de gestion de classe, sur certains problèmes liés aux aires, ces problèmes étant ordonnés selon la progression liée à l'apprentissage d'une grandeur, et en leur précisant dans quelle mesure ces problèmes sont transférables dans un CM.

Consigne 2

"Appliquez la consigne de partage (P) mais cette fois-ci en partant d'une demi-feuille de bottin de forme rectangulaire."

Analyse de la tâche

Cette consigne permet un réinvestissement des propriétés de la ligne de partage et une utilisation en acte plus fine des propriétés liées à la symétrie centrale. Elle laisse libre cours à l'imagination et donne des productions très esthétiques. Elle permet de s'approprier pleinement le problème.

Synthèse et institutionnalisation

La séance se poursuit comme précédemment, la synthèse permettant de créer une nouvelle famille de surfaces, qui n'ont pas la même aire que les précédentes, de préciser et de nommer ce qui caractérise la bonne ligne de partage. L'institutionnalisation mathématique se fait alors avec les étudiants sur la symétrie centrale, et les courbes admettant un centre de symétrie.

ANALYSE DE L'ETAPE 1 AVEC LES ETUDIANTS

Principe

Dans une deuxième partie, nous demandons aux étudiants de faire un pas de côté par rapport à la situation qu'ils ont vécue : ils doivent se considérer comme enseignants maîtres titulaires auxquels le formateur explique ses choix, montre comment il a évalué leurs réactions a priori, en a tenu compte dans le déroulement, etc. Nous leur demandons un effet de décentration et de distanciation.

Il s'agit donc d'analyser l'activité des étudiants et la conception de la séance, sachant qu'elle est également une proposition de séance pour un CM. Les raisons qui nous ont fait choisir cette situation (cf. au début) sont explicitées aux étudiants sous forme d'un court exposé, animé par quelques questions. Résumons-les.

Analyse mathématique

Cette première étape permet de définir la grandeur aire, par la définition en acte d'une relation d'équivalence sur un ensemble de surfaces (non matérialisées au départ), la relation "avoir même aire" et la construction des classes d'équivalence de surfaces de même aire. La notion d'aire existe indépendamment du nombre.

Analyse didactique

La situation proposée est un exemple de situation de recherche. Elle débute par une phase d'action, qui joue un rôle important dans l'émission d'hypothèses sur la ligne de partage et permet l'invalidation de l'hypothèse. La situation permet un contrôle interne des productions. Une phase de formulation intervient au moment de la synthèse pour caractériser la ligne de partage (sur la notion d'existence de centre de symétrie) et au moment du codage numérique des classes de surfaces (sur le codage fractionnaire).

Le choix de la situation contribue à sensibiliser à l'existence d'un critère commun (l'aire) à des objets sensiblement différents, et permet de définir cette notion, par la production d'objets ayant la même aire et d'objets n'ayant pas la même aire (principe classificatoire).

On rencontre différents statuts de savoir : outil pour la symétrie centrale, savoir objet pour l'aire dans l'institutionnalisation, codage outil pour les fractions.

Conséquence pour la classe

Cette troisième partie de l'analyse permet de distinguer l'analyse de l'activité qu'ont vécue les étudiants de celle, a priori, de l'activité ressemblante qui serait envisageable pour un CM. L'analyse ici consiste à informer les étudiants que la situation étudiée peut être mise en place dans un CM, avec comme objectif une introduction de l'aire et globalement la même gestion de classe. C'est l'exemple d'une situation riche de démarrage sur la notion d'aire, comme le montre la suite.

Bien entendu des activités de réinvestissement sont souhaitables, dont voici les consignes possibles, mais elles feraient dans une classe de CM l'objet de séances disjointes. Nous prévenons les étudiants que ces aspects plus pédagogiques seront repris plus tard.

DEROULEMENT DE L'ETAPE 2

ASPECTS MATHEMATIQUES

La finalité de cette étape est de fonder de nouvelles familles de surfaces de même aire et d'inventer des procédés de comparaison d'aires de surfaces.

Consigne 3

"Réitérez le partage (P) mais à partir d'un quart de feuille de forme rectangulaire."

Consigne 4 (menée avec les étudiants dans la suite pour qu'ils puissent utiliser leurs morceaux restants)

"Fabriquez des surfaces de même aire que la feuille entière"

Procédures observées

- Utiliser des morceaux déjà tout prêts en vérifiant la concordance avec la feuille entière : deux demi-feuilles ou une demi-feuille et deux quarts de feuille ou....
- Découper une feuille entière de bottin et assembler différemment tous les morceaux.

Synthèse et institutionnalisation

L'activité a permis de mettre en œuvre de nouveaux moyens de fabriquer des surfaces de même aire que celle donnée :
- assembler des morceaux de cette surface, d'aires connues par rapport à cette surface ;
- découper et rassembler sans perte la surface de départ.

L'aire est donc une grandeur qui intègre une addition (principe d'additivité de la grandeur aire) ; si on découpe une surface et assemble différemment les morceaux, la nouvelle surface obtenue a même aire que l'ancienne (principe de conservation des aires).

Consigne 5

"Fabriquez par groupe deux ou trois surfaces de même aire qui ne peuvent pas s'intégrer aux familles du tableau"

Le formateur récolte les surfaces, les installe sur des affiches et demande aux étudiants de ranger toutes les surfaces selon leur aire.

Analyse de la tâche

Les étudiants disposent de leurs morceaux antérieurs pour créer des assemblages ayant des aires non encore répertoriées. Ils peuvent recourir à un codage des surfaces (des familles) et utiliser ce codage pour les comparaisons. Mais ils peuvent aussi se référer à des surfaces de référence de chaque famille (un représentant de la famille) plus aisément comparables entre elles. Une référence pratique, induite par le processus de partage de départ, est un rectangle, la tâche est grandement facilitée si les deux rectangles à comparer ont une dimension commune.

Procédures observées

Un recours aux nombres pour les uns (en particulier aux fractions) ; une comparaison deux à deux pour les autres avec une référence à la feuille entière quand c'est possible, ou la construction de rectangles, approximativement de même aire, pour départager.

Synthèse

Elle se fait sur la possibilité et les moyens de changer la forme d'une surface tout en conservant l'aire, pour pouvoir la comparer avec une autre surface relativement à l'aire. Elle pointe la nécessité latente d'un codage des différentes familles pour en parler.

D'où l'exploitation signalée à l'école de cette situation.

PROLONGEMENT PEDAGOGIQUE AU CM

L'étape 2 fournit l'exemple de situations pour le CM. Cependant le temps imparti aux élèves est plus long, et l'étape 2 fait l'objet d'une deuxième séance. La fabrication d'autres familles de surfaces donneront lieu à d'autres séances.

Simultanément au travail sur l'aire et en cours d'activité, la nécessité d'un codage des familles se fait sentir. Le maître induit alors l'idée d'un codage numérique, qu'il applique à la famille de la feuille entière : 1 ou 1 unité. Il en déduit avec les élèves les codages numériques associés aux autres familles.

La famille demi-feuille reçoit naturellement le codage "un demi" que les enfants écrivent rarement sous la forme $\frac{1}{2}$, mais que le maître institutionnalise de cette façon.

$\frac{1}{2}$ a immédiatement un sens lié à la situation : $\frac{1}{2}$ c'est 1 partagé en 2, $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$.., $2 \times \frac{1}{2} = 1$

Le maître associe des égalités d'écritures fractionnaires aux types d'assemblages.

Cette situation permet donc aussi de donner du sens aux fractions et d'introduire (ou de réinvestir) des nombres non entiers.

Le maître déduit avec les élèves les propriétés des nombres codant les autres aires et introduit le codage fractionnaire approprié et les écritures qui éclairent son sens.

Les aires supérieures à l'unité reçoivent des codages sous forme d'écritures additives, du type $1 + \frac{1}{2}$ ou $1 + \frac{1}{4}$ que les assemblages constitués peuvent aider à écrire sous forme d'une seule fraction (avec les exemples $\frac{3}{2}$ et $\frac{5}{4}$).

ANALYSE DE L'ETAPE (et de ses prolongements)

Comme pour la première étape, nous annonçons aux étudiants un pas de côté, en les considérant nous plus comme élèves, mais comme enseignants, que nous essayons de convaincre de l'intérêt de cette séance. Ils ont bien sûr tout loisir d'intervenir pour contester ou préciser leur état de réflexion pendant l'activité.

Analyse mathématique

La construction d'un codage numérique dans les conditions précédentes correspond à une mesure, la construction d'une application de l'ensemble quotient des classes de surfaces dans l'ensemble des nombres réels telle que :

- la grandeur correspondante est mesurable (l'additivité fonctionne pour cette grandeur) ;
- l'application est positive, additive et monotone (à plus grande aire, plus grand nombre),
- elle est parfaitement déterminée par le choix d'une unité (ici l'aire de la classe de la feuille A4, qui s'appelle alors étalon),
- elle vérifie les propriétés suivantes : l'inégalité triangulaire, le vide a une aire nulle, il existe des ensembles de points non vides d'aire nulle (les segments), elle est invariante par isométrie.

La notion de grandeur existe indépendamment de celle de mesure.

Quelques compléments mathématiques sur la mesure (qui trouvent souvent leur place en deuxième séance seulement)

Si l'étalon change, les nombres associés aux aires changent mais les aires restent les mêmes, c'est-à-dire les classes de surfaces sont invariantes.

Familles Etalon	demi-feuille	quart de feuille	demi-quart de feuille	feuille entière	feuille plus quart de feuille
feuille entière	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	1	$\frac{5}{4}$
demi-feuille	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	2	$\frac{5}{2}$
huitième de feuille	4	2	1	8	10
une feuille un quart	$\frac{4}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{8}{10}$	1

La liste de nombres correspondant à un étalon est proportionnelle à celle correspondant à un autre étalon ; ainsi la deuxième ligne s'obtient en divisant par deux la première, la troisième en multipliant par deux la première, par quatre la seconde, etc.

En résumé, le changement d'unités fait passer d'une liste de nombres mesurant les aires à une liste de nombres proportionnels. Le changement d'unités de mesure (c'est vrai pour toutes les mesures) est donc en réseau avec la proportionnalité.

Analyse didactique

La situation de départ, si elle est dans la progression pour les étudiants utilisée pour des compléments mathématiques sur l'aire, permet aussi d'éclairer la notion de fraction et de montrer la nécessité de codages numériques représentant des quantités inférieures à l'unité.

En classe elle est située à un carrefour des progressions sur les aires et sur les nombres autres qu'entiers. Elle donne l'exemple de la complexité de la connaissance mathématique et des imbrications des savoirs à l'intérieur d'une situation. Sa multiplicité ne doit pas effrayer, au contraire, puisqu'elle permet d'introduire relativement naturellement des notions difficiles.

L'étude de deux notions mathématiques nouvelles n'est aucunement en contradiction avec les hypothèses sur la construction des connaissances, bien au contraire.

La situation proposée fournit un exemple d'introduction de nouvelles notions mathématiques par la gestion des contraintes sur lesquelles peut agir le maître.

Variable didactique

Le choix de la famille étalon est une variable didactique, dans la mesure où ce choix peut nécessiter ou non, à ce moment, des nombres plus petits que 1 ; si le maître porte son choix sur par exemple la classe huitième de feuille entière, dans la mesure où des représentants de cette classe existent, toutes les autres aires de la séance se codent par des entiers.

D. ANALYSE DE LA SEANCE

SUR L'EVOLUTION DES COMPETENCES MATHEMATIQUES DES ETUDIANTS

Déboussolés au départ par la simplicité de la consigne et craignant d'avoir été sous-estimés, les étudiants s'investissent ensuite dans la réalisation de surfaces de formes diverses. Ils manifestent les mêmes réactions que les élèves, aussi bien dans l'évolution de leurs recherches que dans leur désir de se faire reconnaître, proposant leurs productions au formateur.

Leurs souvenirs de la symétrie se manifestent d'abord par référence à la symétrie axiale, qu'ils ne différencient pas dans un premier temps de la transformation qui rend invariante la ligne de partage. Cette situation permet donc à notre sens de bien différencier ces deux transformations (et simultanément de justifier en quelque sorte l'analogie de leurs noms, malgré la différence de leurs propriétés).

Ils sont bien sûr surpris de découvrir que les conclusions sur les périmètres ne peuvent se transférer si simplement aux aires ; ils résistent à cette nouvelle connaissance, comme nous le verrons dans l'étape correspondant à la construction du formulaire sur les surfaces. Ce qui nous permet de pointer, en acte, la résistance des vieilles conceptions face aux nouvelles connaissances et la nécessité de sans cesse mettre à l'épreuve ces connaissances construites contre un obstacle.

Globalement nous trouvons ces situations utiles aux étudiants, dans la mesure où nous "sentons" s'opérer progressivement, et avec les reculs locaux incontournables, une restructuration des connaissances sur les aires : le pourcentage d'étudiants affirmant que deux surfaces n'ont pas la même aire parce qu'elles n'ont "pas du tout" la même forme diminue au fur et à mesure des vérifications ; les différences de périmètre pour des formes de même aire sont reconnues, sans être mises au compte d'erreurs de mesure ou d'approximations trop larges.

L'homologie semble là porter des fruits du côté du savoir mathématique, il est plus difficile d'évaluer, de plus à long terme, l'impact de la méthodologie de formation retenue sur ce thème. Il semblerait cependant que le plaisir de retrouver du sens au savoir, notamment de pouvoir s'expliquer des "mystères" sur les aires (notamment les formules) place cette progression en bonne place dans leur mémoire de futur enseignant.

SUR L'EVOLUTION DE LEUR CONCEPTION DE L'ENSEIGNEMENT

Signalons que la vigilance du formateur doit être constamment en alerte : les étudiants trouvent cette situation intéressante pour leurs connaissances et acquiescent à la possibilité de la voir se réaliser dans une classe. Cependant dans leur brève analyse de ses avantages, ils sont parfois enclins à porter l'intérêt principalement au côté manipulatoire de l'activité : autrement dit ils semblent convaincus que les élèves devront découper et comparer pour aborder les aires, mais restent encore peu sensibles aux principes d'organisation générale des situations. La phase d'explicitation des choix du formateur et des hypothèses didactiques sous-jacentes (dans une stratégie de transposition), qui prouve aussi l'existence d'éléments théoriques qui délimitent ce travail, a donc, à notre avis, une importance capitale dans la communication des connaissances.

DEUXIEME SEANCE

Suite aux contraintes de temps réel de la classe, des éléments de la première séance, notamment d'analyse, peuvent être gardés pour la deuxième séance qui a lieu une semaine plus tard. Les productions des étudiants collées sur des affiches permettent de conserver la mémoire de la classe et de pouvoir soit raconter l'histoire de la séance précédente, soit appuyer l'analyse sur cette évocation visuelle.

A. OBJECTIFS

OBJECTIFS MATHEMATIQUES

- Différencier aire et périmètre
- Inventer et utiliser des moyens de comparaison d'aires de surfaces
- Connaître le système international des unités d'aire
- Objectifs didactiques
- Pointer la notion d'obstacle épistémologique
- Montrer comment prendre en compte cette notion d'obstacle
- Montrer l'exemple d'une variable didactique pour les aires de surfaces planes : le papier support

OBJECTIFS PEDAGOGIQUES

Poursuivre la proposition de progression sur l'aire et sa mesure
Proposer l'utilisation d'affiches comme mémoire de la classe.

B. CHOIX DE LA SITUATION

L'objectif mathématique essentiel étant la différentiation aire-périmètre, plusieurs situations de classe élémentaire sont connues, notamment la recherche de rectangles d'aire maximum à périmètre fixé ou de périmètre maximum à aire fixée[9], mais ces situations sont trop riches pour que le temps d'exploitation soit suffisant avec les étudiants. En effet pour minimiser les effets de dénaturation liés à une situation traitée avec les étudiants par une homologie directe, il nous semble

[9] R.Douady, M.J.Perrin-Glorian (1986), *Nombres décimaux*, IREM de Paris 7

souhaitable de l'envisager sous tous ces angles, pour pouvoir mettre en relation le temps-étudiants et le temps élèves. Nous avons donc préféré ne pas utiliser les situations citées comme support de formation, ne pouvant y consacrer le temps minimum que nous souhaitions (ou ne nous les étant pas suffisamment appropriées pour les "faire tenir" dans le temps dont nous disposions).

Elles fournissent par contre d'indispensables références pour l'étude de problèmes de différenciation aire -périmètre, auxquelles nous pouvons renvoyer les étudiants.

Nous choisissons donc une situation sur laquelle nous ne pouvons mettre en place qu'une homologie indirecte, ce qui devrait nous permettre d'atteindre les objectifs mathématiques visés, tout en restant dans la méthodologie de l'enseignement que nous préconisons, ce qui nous paraît indispensable pour des savoirs que les étudiants maîtrisent mal.

Simultanément cette situation leur permet de rencontrer un objet mathématique contemporain et "à la mode" et de traiter de l'extension des méthodes de comparaison d'aires par les contraintes de l'objet proposé.

C. ORGANISATION DE LA SEANCE

Matériel

Une fiche photocopiée par élèves, comme ci-dessous.

Matériel de géométrie, calque à disposition.

Organisation de la classe

Travail individuel.

Une fiche comportant quatre figures nommées S_0, S_1, S_2, S_3 sans aucune indication :

* un carré (surface S_0)

* une figure S_1 transformée du carré selon le procédé décrit ci-après (passage de S_n à S_{n+1} par transformation d'un côté du polygone en ligne brisée de huit segments)

* la figure S_2 transformée de S_1

* la figure S_3 transformée de S_2

DEROULEMENT

ASPECTS MATHEMATIQUES

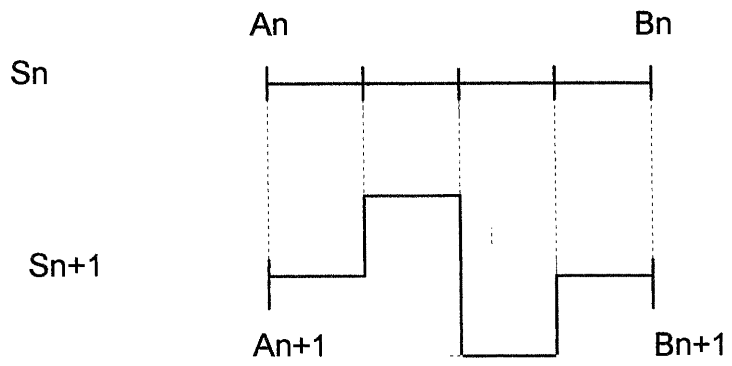
Consigne

"Vous avez sur votre feuille quatre surfaces S_0, S_1, S_2, S_3, aux détails de plus en plus complexes. Vous devez comparer les périmètres et les aires de ces surfaces."

Analyse de la tâche

Les différentes surfaces sont obtenues par un procédé récurrent :

pour passer de S_n à S_{n+1}, il suffit de partager tout segment de droite limitant S_n en quatre segments de même longueur et de remplacer une fois sur deux ce quart de segment par les trois quarts d'un carré de côté ce quart de segment.



Variation du périmètre de S_n à S_{n+1} : la longueur $l(A_nB_n)$ de la courbe A_nB_n devient

$l(A_{n+1}B_{n+1}) = 2\, l(A_nB_n)$,

le périmètre de S_{n+1} est donc le double de celui de S_n, donc $P(S_n) = 2^n P(S_0)$, par une récurrence immédiate.

Variation de l'aire de S_n à S_{n+1} : l'aire ne varie pas dans la transformation de S_0 à S_1, donc pas non plus dans celle de S_1 à S_2, donc $A(S_n) = A(S_0)$

Nous avons donc l'exemple de surfaces de périmètres différents et cependant de même aire. L'objet mathématique obtenu quand n tend vers l'infini se nomme une fractale : l'aire de cette fractale est celle du carré de départ, alors que son périmètre est infini. Par ce procédé de fabrication, il est donc possible de fabriquer une surface d'aire fixe, celle d'un carré de départ et de périmètre aussi grand que souhaité (du moins supérieur à n'importe quel nombre).

Pour comparer l'aire de S_0 et S_1, les étudiants peuvent retrouver dans S_1 le carré S_0 par exemple en utilisant un calque de S_0 posé sur S_1 et retrouver l'aire de S_0 par compensation : un carré placé à l'extérieur compensant un trou intérieur. Ils peuvent aussi paver les deux surfaces par des carrés d'aire 1/16 de celle du carré S_0.

Ces deux procédés peuvent s'étendre au carré S_2 obtenu par comparaison au carré S_1 ; mais la tâche est déjà plus difficile ; le passage de S2 à S3 nécessite l'étude plus en détail du processus de fabrication des surfaces.

Procédures observées

Les deux procédés précédents se rencontrent à peu près équitablement. Certains étudiants découpent S_1 pour faire un puzzle de S_0. Les conclusions de tous concordent : S_0 et S_1 ont la même aire, mais S_1 a un périmètre plus grand.

Seuls quelques étudiants très méticuleux mènent à bien le pavage de S_2 par des carrés d'aire 1/256 de S_0 ; les autres cherchent le mode de construction qu'ils voient globalement identique au passage de S_0 à S_1.

Dans un groupe, une huitaine d'étudiants sur 25 a cherché et trouvé le mode de construction.

Synthèse

Nous faisons expliciter les conclusions qu'elles soient incomplètes ou complètes, en gardant si possible sûr les plus complètes pour la fin, par exemple un étudiant communique le mode de construction de S_n à S_{n+1}, nous parlons alors brièvement de fractales, dont généralement quelques étudiants ont entendu parler, et de son incidence sur la recherche actuelle en mathématiques et dans les disciplines.

Institutionnalisation

Nous soulignons les deux aspects mathématiques importants, liés à l'activité, que les étudiants doivent retenir au sujet des aires.

1 - Pour comparer l'aire de deux surfaces, deux méthodes rencontrées :

- ramener par une transformation conservant les aires l'une des surfaces à l'autre (méthode déjà rencontrée) ;
- trouver une surface constituant un pavé (permettant le pavage) pour les deux surfaces et comparer le nombre de pavés contenus dans chaque surface.

Le quadrillage joue ce rôle pour les surfaces dessinées sur papier quadrillé et transforme l'activité de comparaison d'aires en comptage de carreaux.

Ces deux méthodes de comparaison de mesure sont aussi valables pour les longueurs, comme nous avons pu le constater ici.

2 - Les grandeurs périmètre et aire sont indépendantes l'une de l'autre : il est possible d'augmenter infiniment le périmètre d'une surface sans changer son aire.

ANALYSE AVEC LES ETUDIANTS

La partie visant à préciser des savoirs mathématiques sur les aires étant terminée, nous les engageons à un recul par rapport à l'activité vécue, d'abord de type mathématique, puis didactique.

L'analyse mathématique porte sur l'explicitation des objets mathématiques et les conclusions mathématiques à tirer de cette recherche. Elle suit les grandes lignes suivantes.

"Voici un exemple de situation fabriquée à votre intention, pour simultanément vous mettre en contact avec un objet contemporain des mathématiques et vous convaincre de la différenciation aire-périmètre. Pour résoudre le problème posé, vous avez utilisé une nouvelle méthode pour comparer les aires de deux surfaces, le pavage par des pavés communs aux deux surfaces, ce qui enrichit le stock des méthodes de comparaison d'aires. Cette méthode de pavages joue un rôle particulier dans l'enseignement de la mesure des aires puisqu'elle permet notamment de transformer une question sur la grandeur aire en un comptage de pavés intérieurs à la surface. Cette méthode est également précieuse pour obtenir des encadrements de mesures d'aires : le nombre de carreaux intérieurs à une surface et le nombre de carreaux minimum couvrant la surface nous donnent les deux bornes d'un encadrement de la mesure de l'aire, aussi fin qu'on le souhaite (il suffit de choisir la taille des pavés du quadrillage).

Analyse didactique

Nous pointons les aspects didactiques pertinents de cette situation.

La situation choisie est l'exemple d'une situation qui permet aux étudiants de réinvestir des procédés déjà éprouvés (la comparaison par découpage et ré-assemblage pour retrouver une des deux surfaces de départ) ou de créer un nouveau moyen : le problème est donc réalisable par tous, la synthèse permet à tous de constater l'efficacité et simultanément les limites des deux méthodes (notamment quand le quadrillage ou le découpage devient trop fin). Seule la *contrainte* portée par le choix de l'objet amène à inventer de nouvelles méthodes de comparaison (notion de variable didactique liée au choix de l'objet).

Le support pour le dessin des surfaces proposées joue un rôle non négligeable : un support quadrillé, contrairement au papier uni, risque d'induire l'utilisation d'une seule méthode de comparaison d'aires, le support est ici une *variable didactique*, puisqu'il a une incidence sur les procédures utilisées. Pour les mesures d'aires en général, le support papier uni ou réseau de carrés, de triangles, etc. est une variable didactique.

La situation permet de produire des surfaces qui, bien que de même aire, ont des périmètres très différents : les étudiants agissent sur ces surfaces pour se les approprier, cette action devrait leur permettre une meilleure prise en compte de la différence périmètre-aire. La confusion entre ces deux grandeurs est courante et inévitable naturellement, elle constitue un *obstacle didactique*, les longueurs étant, dans le système scolaire, les premières grandeurs attachées aux objets géométriques. Cet obstacle doit donc spécifiquement être pris en compte dans l'enseignement, des actions qui mettent en défaut ces conceptions peuvent permettre de le reconnaître puis de le surmonter.

PROLONGEMENT PEDAGOGIQUE

Cette partie a pour but de préciser à l'étudiant pourquoi et en quoi le cours qu'il a suivi jusqu'à maintenant peut fournir un enrichissement de sa pratique de classe. Elle essaie de replacer les informations reçues dans le contexte de la préparation de classe du maître.

Une progression sur les aires se doit d'inclure des situations permettant aux élèves d'enrichir leurs méthodes de comparaison des aires et d'y intégrer le pavage ou l'utilisation d'un quadrillage qui permettra au moins d'obtenir une approximation du nombre de carreaux pavant la surface, approximation qui permet souvent de conclure dans des comparaisons d'aires.

Cet objectif (mesure d'aires par pavage) peut constituer l'étape 3 d'une progression sur les aires, dans la continuité des deux étapes de la séance précédente.

L'importance du support (par exemple uni ou quadrillé) permet de convertir un exercice de mesure des aires en comptage de carreaux ; une différentiation des supports proposés aux élèves différencie les tâches. Un travail d'entraînement important consiste à proposer à la comparaison d'aires des surfaces construites sur un papier en réseau

De même un travail spécifique est conseillé sur la différence périmètre et aire et leur relative indépendance. De telles situations sont développées dans la brochure de Douady et Perrin-Glorian, dont les références sont données : il s'agit de trouver différents rectangles de même périmètre et de comparer leurs aires, puis de comparer des périmètres de rectangles de même aire. Ces situations peuvent efficacement servir de réinvestissement sur les aires, tout en apportant un contenu nouveau, la différence aire-périmètre.

Une quatrième étape de la progression sur les aires est une présentation des unités de mesure d'aire, du système international. Cette étape est racontée aux étudiants, en insistant sur les aspects suivants :

- l'étape 3 a montré l'utilité d'un étalon commun, les unités d'aire conventionnelles se situent dans cette continuité, celle d'une convention internationale sur les unités de mesure, soit pour l'aire, le mètre carré, et ses multiples et sous-multiples ;
- le dm^2, choisi parce qu'il est plus facile de dessiner une surface de cette aire n'est pas un carré de 10 cm de côté, mais l'aire d'un tel carré ; cette aire peut donc être indifféremment représentée (ce qu'oublie un certain nombre de manuels scolaires) par un rectangle, un triangle, un parallélogramme ou n'importe quelle autre surface obtenue à partir du carré selon une transformation conservant les aires. Il n'y a pas lieu d'attacher une forme privilégiée à une unité d'aire ;
- transformer un dm^2 en cm^2 résulte de la comparaison des aires de deux surfaces (l'une d'un dm^2, l'autre d'un cm^2), bien choisies pour les comparaisons : c'est donc une recherche tout à fait possible au CM, dans la continuité des activités précédentes (un procédé rapide est le pavage d'un grand carré par 100 petits carrés) ; les autres conversions relèvent des mêmes procédés ;
- un rappel : la conversion de mesures exprimées avec une unité usuelle en mesures exprimées avec une autre unité usuelle équivaut à l'application d'une fonction linéaire de coefficient une puissance (positive ou négative) de 10 ; cette simplicité justifie a posteriori le choix du système métrique fin du 18 siècle.

D. NOTRE ANALYSE DU POINT DE VUE DU FORMATEUR

La situation de départ fournit un exemple d'étude d'objet géométrique, contemporain et curieux, intéressant pour l'aire et le périmètre ; les contraintes de l'objet à étudier amènent à envisager de nouvelles méthodes pour mesurer les aires.

Elle présente aussi certains défauts : les étudiants pris dans leur recherche sont moins à même de prendre le recul du futur enseignant face à la situation, ils restent préoccupés par la distance entre leurs conceptions initiales et les propriétés mathématiques réelles. C'est pourquoi une analyse commune, après coup, de la façon dont a été vécue l'activité nous paraît indispensable, pour qu'ils prennent conscience de l'insuffisance de certaines présentations sur l'aire qu'ils ont pu observer soit sur le terrain en observation, soit dans les manuels.

Cependant, comme il ne s'agit pas d'homologie directe, nous pensons que le principe de la situation sera moins facilement transféré par les étudiants dans leurs classes, même si nous leur donnons les références utiles.

Alors pourquoi ce choix alors que nous aurions pu mettre en scène une recherche sur l'optimisation de l'aire du rectangle à périmètre constant avec autant d'avantages (sauf la curiosité fractale !) plus la possibilité d'une homologie directe[10]. Nous avons signalé les contraintes de temps au début de cette partie. Notre situation, plus économique quant au temps de recherche, permet simultanément de pointer une nouvelle méthode de mesure d'aire. Mais surtout, elle nous permet d'exhiber un objet géométrique complexe, que l'informatique a permis de visualiser, et montre un exemple des liens entre ces deux disciplines, ce qui représente un autre aspect des mathématiques à l'école élémentaire et en formation[11].

La contrainte forte avec laquelle nous jouons ces années d'intégration de préparation au concours dans la première année de formation est sans conteste le temps lié à la nécessité de traiter les thèmes du plan de formation (le programme du concours). Ainsi l'équivalent des deux premières étapes, un peu plus développées, occupait deux séances de trois heures dans les formations où le concours avait eu lieu avant la formation professionnelle, ce qu'actuellement nous "bouclons" en une séance de deux heures !

Les économies se font du côté du temps qu'on donnait aux étudiants pour réaliser, puis s'exprimer ou contester les réalisations, dans le nombre de surfaces et de familles différentes que les étudiants réalisaient effectivement (aujourd'hui on raconte la suite de la séquence, demandant aux étudiants de transférer la méthode), dans la finesse de l'analyse didactique et de ses prolongements pédagogiques. En effet il nous semble par moment déplacé de préciser tel ou tel détail de classe, alors que la seule préoccupation de nos étudiants est de noter, à la lettre, tout ce qui peut servir...au concours.

Ces économies de temps nous semblent en partie nuire à l'équilibre entre enrichissement sur le savoir mathématique et apport de connaissances didactiques et

[10] Rappelons qu'une homologie directe est une stratégie utilisant une situation didactique construite pour l'école élémentaire comme une situation de formation.

[11] Cf. des exemples de séances conciliant mathématiques et informatique dans *Math et info au CM* tome 1 (1989) et tome 2 (1991, *Voyages aux frontières de l'ensemble de Mandelbrot)*, M.Canu et al., IREM de Rouen : ces séances sont d'ailleurs adaptées en formation avec des stratégies d'homologie.

pédagogiques. Si les compétences des étudiants augmentent régulièrement sur les mathématiques (mais restent souvent très superficielles), par contre nous ne sommes pas sûrs d'un impact de même type sur leurs connaissances professionnelles (peut-être à tort d'ailleurs !).

L'information sur le système métrique et les unités usuelles se fait sous une forme culturelle, mêlant informations mathématiques et faits de société (la révolution et son effet sur l'utilisation du système métrique) et remarques didactiques, devant permettre de prendre du recul par rapport aux passages des manuels renvoyant à cette étape.

TROISIEME SEANCE

A. OBJECTIFS

OBJECTIFS MATHEMATIQUES

- Construire les formules d'aires des figures usuelles
- Distinguer les transformations de surfaces conservant l'aire et celles ne la conservant pas
- Comprendre et relativiser le formulaire sur les aires

OBJECTIFS DIDACTIQUES

- Lier compréhension de formules et construction préalable
- Rôle des changements de cadres (numérique, géométrique, grandeur)
- Changement de point de vue : statique, dynamique.
- Objectifs pédagogiques

Poursuivre la proposition de progression sur l'aire et sa mesure

B. CHOIX DE LA SITUATION

Les étudiants ont, à l'issue de la séance précédente reçu un formulaire sur les aires (et les volumes) et ont été invités à le lire en détail. Ils ont donc été confrontés :

- à un vocabulaire pas toujours très bien maîtrisé (hauteur, base,...)
- à des ambiguïtés de notation : par exemple, la base d'un cylindre est notée B, de même que la grande base du trapèze, la première désignant une aire, la deuxième une longueur, etc.

Ils aspirent en général à deux choses :

- retenir les formules (pour le concours)
- comprendre comment elles fonctionnent, pour lire le formulaire (pour les enseigner).

C'est pourquoi nous choisissons délibérément de les replacer dans une situation d'homologie directe, sachant qu'elle permettra, plus que de longs discours, une efficace remise à niveau sur les formules. De plus une analyse a priori confortée par plusieurs expérimentations nous fait attendre une erreur classique sur laquelle nous souhaitons insister : déformer un parallélogramme en rectangle en conservant son périmètre et penser ainsi conserver l'aire.

C. ORGANISATION DE LA SEANCE

Consigne 1

"Vous dessinez un rectangle de 5 cm sur 3 cm. Trouvez son aire, plus exactement quels procédés sont disponibles chez l'élève de CM, à ce stade de la progression (étape 5), pour exprimer l'aire du rectangle en cm^2 ?"

Le lien se fait avec un représentant d'un cm^2, les écritures multiplicatives.

Le même problème est posé avec un rectangle de 4,7 cm sur 3 cm ; la difficulté, y compris pour les étudiants étant d'exprimer avec des unités usuelles les fractions de cm^2 qui dépassent les 12 cm^2, ce qui permet de reprendre le sens du mm^2. De même avec un rectangle de 3,4 cm sur 2,6 cm.

On souligne l'importance du support de dessin, le papier millimétré facilitant les conclusions, jouant le rôle de variable didactique, par rapport au papier quadrillé (perturbateur quand les carreaux ont un demi cm de côté) ou blanc.

Le passage à une formule sur le rectangle se fait par extension sans justification.

Consigne 2

"Dessinez sur papier blanc un parallélogramme et déterminer, en cm^2, la mesure de l'aire de votre parallélogramme. Le but de cet exercice est que nous arrivions de la même façon que pour le rectangle à une formule sur l'aire du parallélogramme."

Procédures observées

Certains construisent un parallélogramme de mesures un nombre entier de cm, le pavent avec des losanges de côté un cm, et déduisent comme aire en cm^2 le nombre de carreaux (résultat faux).

D'autres transforment un parallélogramme de mesures des nombres entiers de centimètres en un rectangle tout en conservant l'aire, ce qui les amène à tracer une hauteur du parallélogramme, puis ils mesurent cette hauteur et le côté correspondant et en déduisent l'aire comme produit de ces deux nombres. Puis ils étendent sans difficulté à des mesures quelconques (entières ou non entières) : ce procédé est correct.

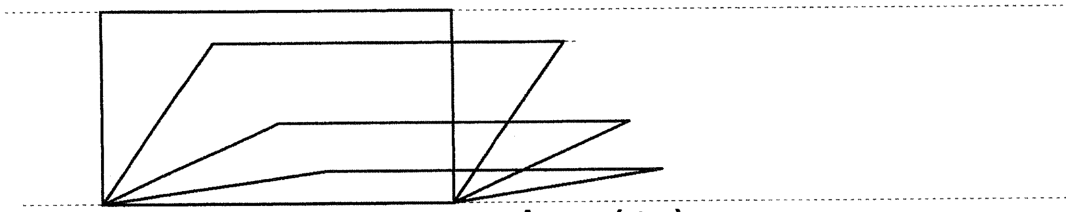
D'autres encore découpent fictivement le parallélogramme en un rectangle et deux triangles rectangles, reconstituant un rectangle : ce procédé est aussi correct.

Synthèse

Les deuxième et troisième méthodes sont validées sans problème. La confrontation des trois méthodes permet de s'interroger sur la première et de constater qu'elle donne des résultats en opposition avec la deuxième. Certains étudiants ne voient pas immédiatement qu'elle s'appuie sur la croyance à une aire de 1 cm^2 pour un losange non carré de 1 cm de côté.

On cherche à montrer que l'aire du losange en question n'est pas 1 cm^2.

Il y a débat dans la mesure où certains prennent comme argument la déformation continue (au sens de "sans rupture") d'un contour dont la longueur reste fixe. Le débat se clôt par la bande dessinée de la déformation d'un rectangle en parallélogramme, par rotation de deux de ses côtés parallèles autour de deux de ses sommets, les deux autres côtés restant fixes. Les parallélogrammes successivement obtenus conservent les longueurs de leurs côtés, mais les hauteurs changent, donc leurs aires varient, elles diminuent jusqu'à atteindre une valeur très petite, quand un des angles tend vers 0.



Dessin fait avec des rectangles de même périmètre,
mais d'aires décroissant avec la distance entre les deux côtés parallèles.

En général, cette illustration convainc les étudiants non encore convaincus que l'aire du losange est inférieure à 1 cm^2 (et qu'il faut s'assurer de l'aire de l'étalon avant de tirer une conclusion numérique).

On conclut donc sur la pertinence de la formule (base x hauteur), donnant l'aire d'un parallélogramme, l'existence de deux hauteurs et de deux bases différentes, la pertinence didactique d'introduire, à ce moment de la progression, le mot de hauteur avec sa définition naturelle (le segment -et la longueur du segment- qui permet de transformer un parallélogramme en un rectangle de même aire et ayant deux côtés de même longueur que deux du parallélogramme).

Consignes suivantes

"Quelles mesures de longueurs pouvez-vous prendre pour calculer les mesures d'aires en cm^2 d'un triangle rectangle, quelconque, d'un losange, d'un trapèze ? Faites le lien avec les formules proposées par le formulaire."

Procédures observées

Les étudiants, par analogie, trouvent comment calculer les aires des surfaces fixées :

- sans difficulté pour le triangle rectangle,
- par découpage en deux triangles rectangles ou doublement en parallélogramme pour le triangle quelconque,
- par découpage en quatre triangles rectangles pour le losange (étonnamment aucun ne réinvestit la formule liée au parallélogramme, sans doute d'une part parce que la notion de hauteur est moins naturelle que celle de diagonale, d'autre part parce que la connaissance un losange est aussi un parallélogramme n'est pas immédiatement disponible),

- pour le trapèze, par découpage en deux triangles rectangles et un rectangle ou en un parallélogramme et un triangle quelconque ; la tâche la plus difficile (parce que dans un cadre algébrique) est de retrouver, à partir des formules déduites de ces procédés, celle proposée traditionnellement dans les formulaires : $\frac{B+b}{2} \times h$.

Le cercle joue un rôle spécifique dans cette série de figures usuelles.

L'aire du disque n'est pas déductible simplement des autres aires (évocation du problème de la quadrature du cercle).

Le formateur peut indiquer (ou faire travailler les étudiants sur ce thème si le temps le lui permet) des idées d'approximation de l'aire d'un disque, soit grossièrement par les aires des carrés respectivement tangents intérieurement et extérieurement au disque, soit plus finement par l'aire d'un polygone régulier convexe à n côtés inscrit dans le disque. Le formulaire donne d'ailleurs des indications en ce sens. C'est aussi l'occasion de préciser à nouveau la "vraie nature" de π.

Une bonne exploitation de la formule de l'aire du disque, mais alors pour un travail dans un cadre algébrique, est la justification des formules de la couronne et du croissant de disque, donnés par le formulaire.

L'analyse mathématique se fait dans l'action, dans la mesure où les étudiants ont révisé les mathématiques à enseigner aux élèves.

ANALYSE DIDACTIQUE

Comme dans les autres séances, nous annonçons l'analyse didactique aux étudiants et soulignons à cette occasion plusieurs points.

Nous insistons sur la nécessité de donner du sens aux formules afin de pouvoir les utiliser avec pertinence ; cette séance a été construite dans cette optique. Ces formules doivent être perçues (par les étudiants et c'est aussi l'objectif qu'on a pour les élèves) comme des procédés pour calculer l'aire indépendamment de toutes mesures.

Nous pointons à l'occasion l'importance des changements de cadres dans la constitution des connaissances : en effet nous avons essayé dans notre séance de faire basculer les étudiants du cadre algébrique où ils pensaient résoudre le problème (trouver une formule) au cadre géométrique, plus exactement à celui des grandeurs aires, puisque ce changement de cadres transforme la recherche en construction de surfaces de même aire, mais dont on sait calculer l'aire.

A l'occasion de la déformation du carré en losange dont un des angles devient très petit, nous soulignons que nous avons utilisé un changement de point de vue pour convaincre son auditoire : d'un point de vue statique, nous sommes passés à un point de vue dynamique, fabriquant ainsi des surfaces de même périmètre, mais d'aires de plus en plus petites (on pourrait aussi pointer le théorème des valeurs intermédiaires en acte). Nous signalons que cette erreur est courante chez les élèves et qu'il est licite de la provoquer pour la contrer plus efficacement.

Si les formules trouvées sont perçues dans un premier temps comme des méthodes de calcul d'aires, il est nécessaire de faire constater qu'elles sont aussi l'expression des relations mathématiques qui lient les différentes grandeurs : ainsi l'aire d'un rectangle, produit de ses deux longueurs, traduit une double proportionnalité de l'aire sur les longueurs : si on considère les rectangles dont une dimension est fixe (par exemple 10 cm), l'aire du rectangle est proportionnelle à l'autre dimension. Cette connaissance fait basculer les aires vers la proportionnalité.

Nous avons ainsi l'occasion de pointer les liaisons entre les différentes notions mathématiques : l'aire du rectangle est liée à la multiplication, les diverses relations qui lient longueurs et mesures sont plus compréhensibles si l'élève maîtrise des aspects de la proportionnalité, les changements d'unités donnent naissance à des listes de nombres proportionnelles.

La mesure des aires fournit un cadre propice à l'illustration de certaines propriétés : à titre culturel, nous pouvons présenter la version "mesure des aires" du théorème de Pythagore et proposer à la recherche ou à la méditation des découpages qui éclairent le théorème direct à défaut de le démontrer : l'aire du carré construit sur l'hypoténuse du triangle rectangle est égale à la somme des aires des carrés construits sur les deux autres côtés.

Il est aussi possible de profiter de ce cadre lié à la mesure des aires pour illustrer deux "égalités remarquables",$(a + b)^2$ et $(a - b)^2$ présentées sous forme de l'aire d'un carré de mesure de côté a + b (resp. a - b).

Là encore on peut montrer l'intérêt, pour l'apprentissage, de maîtriser des changements de cadres pour contrôler certains résultats, donc la nécessité pour le maître de préparer l'élève à utiliser ces changements de cadres, par le choix de situations appropriées.

D. ANALYSE DU FORMATEUR

Cette séance d'homologie directe complète les connaissances des étudiants et leur permet de comprendre l'origine des formules ; beaucoup se rassurent seulement à ce moment tant ils étaient inquiets de ce passage obligé à un cadre algébrique pour de la géométrie. L'importance des changements de cadres nécessaires se trouve bien illustrée ici.

D'autre part et parce qu'elles s'expriment dans le cadre algébrique (survalorisé dans leur scolarité), les formules liées à l'aire leur semblent souvent le plus important à retenir sur les aires (c'est souvent la seule trace des aires dans les ouvrages communs), donc simultanément le plus important à enseigner. Il est, nous semble-t-il, utile que le formateur insiste continûment sur la nécessité de faire travailler dans un premier temps sur les grandeurs indépendamment des mesures et des formules, de telle sorte que celles-ci ne soient qu'un aboutissement de l'étude.

Le bilan fait avec les étudiants en fin de cours sur les aires montre qu'ils ont été rassurés de constater que les formules pouvaient s'expliquer. Ainsi cette séance, nous semble-t-il, joue un rôle important dans la conception de l'aire des étudiants.

En effet, s'ils ont de diverses manières apprécié les découpages et comparaisons d'aires sans utiliser la mesure, ils ont quelquefois perçu ces situations comme uniquement pour la classe élémentaire, sans réel effet pour leurs propres connaissances, puisqu'ils ont réussi à traverser leur scolarité avec une conception erronée de l'aire. Par contre quand ils constatent que la progression utilisée leur permet de construire le formulaire, objet social reconnu entre tous pour symboliser les aires (ou au volume), de l'utiliser mais surtout de l'oublier, alors ils reconnaissent l'efficacité de la démarche. Iront-ils dans leur classe jusqu'à construire une situation qui permette aux enfants de construire le formulaire, nous ne pouvons l'assurer.

Une autre stratégie que l'homologie ne nous paraît pas envisageable pour cette construction des formules, justement parce qu'elle doit permettre un temps d'errements et de maturation, propice au jeu de cadre proposé par le formateur. Bien entendu une phase de transposition est nécessaire pour en extraire toute la moelle didactique.

QUATRIEME SEANCE

A. OBJECTIFS

OBJECTIFS MATHEMATIQUES

- Evaluer les connaissances des étudiants ; leur permettre de faire un point mathématique sur les aires
- Etendre les connaissances sur les aires aux volumes et autres grandeurs mesurables
- Comprendre et relativiser le formulaire sur les volumes

OBJECTIFS DIDACTIQUES

- Montrer en quoi la progression sur les aires et leur mesure est exemplaire d'une progression sur une grandeur mesurable
- Informer sur grandeurs mesurables et repérables à l'école
- Objectifs pédagogiques

Replacer l'ensemble de l'étude dans le contexte des grandeurs enseignées à l'école.

B. DEROULEMENT

Cette séance est simultanément une séance de réinvestissement où des exercices sur les aires donnés à chercher à la maison sont repris et éventuellement corrigés, après une confrontation deux à deux pour échanges et régulations, et une séance d'informations.

Viennent d'abord des informations de nature mathématique sur la notion de grandeur, de grandeur mesurable et de grandeur repérable, la notion de mesure d'une grandeur, sur toutes les grandeurs enseignées à l'école : longueur, aire, volume, masse, capacité, durée, temps, température, angle.

Du côté didactique, nous reprenons brièvement a posteriori les grandes étapes de la progression sur les aires et la présentons comme un exemple possible pour une progression sur une grandeur mesurable, respectant la chronologie : construction d'une grandeur, travail sur cette grandeur de classement et de rangement, indépendamment de toute mesure, puis construction d'une mesure (définissant ces propriétés) liée au choix d'un étalon et utilisation de cette mesure ; puis justification de la nécessité d'unités universelles, introduction de ces unités et utilisation ; enfin construction de méthodes pour évaluer la mesure de grandeurs d'objets familiers, ce qui nous fait basculer du côté du mesurage, avec éventuellement la construction d'objets servant à mesurer. Nous énonçons pour chacune des grandeurs quels peuvent être les objets physiques que nous cherchons à comparer, et par quels moyens. Un renvoi aux livres ERMEL est conseillé.

Cette séance respecte une stratégie culturelle pour les mathématiques et une stratégie de transposition pour les connaissances liées à l'acte d'enseigner. Elle répond souvent à des questions d'étudiants de nature plus mathématique que didactique, notamment des demandes de précisions sur les unités de volume, les formules sur les volumes trouvées dans le formulaire, le passage des unités de capacité usuelles à celles de volume usuelles.

C. ANALYSE DES EXERCICES ET PROCEDURES RENCONTREES

Exercice 1

Tracer à la règle et au compas un parallélogramme MATH, puis un rectangle, un triangle, un losange de même aire que le parallélogramme

Exercice 2

Comment se transforment (k réel positif)

- l'aire D d'un disque si on multiplie le rayon de ce disque par 2, 10, k ?
- l'aire C d'un carré si on multiplie la longueur du côté par 2, 10, k ?
- l'aire R d'un rectangle si on multiplie la longueur d'un côté par 2, 10, k ?

Exercice 3

Comment se transforment (k réel positif)

- le volume VC d'un cube si on multiplie la longueur de son arête le rayon par 2, 10, k ?
- le volume VR d'un parallélépipède rectangle si on multiplie une de ses dimensions par 2, 10, k ? Deux de ses dimensions par 2, 10, k ?
- le volume VD d'une sphère si on multiplie son rayon par 2, 10, k ?

L'objectif de l'exercice 1 est de contrôler la disponibilité des compétences de construction des étudiants pour produire des surfaces de même aire et de formes imposées. Il se résout dans un cadre géométrique.

L'exercice 2 leur permet de constater les relations entre agrandissement de longueurs et agrandissement d'aires. Il se résout dans un cadre algébrique.

L'exercice 3, du même type que le précédent, les amène à lire les formules sur les volumes et à transférer avec des modifications les remarques constatées sur les aires et les agrandissements.

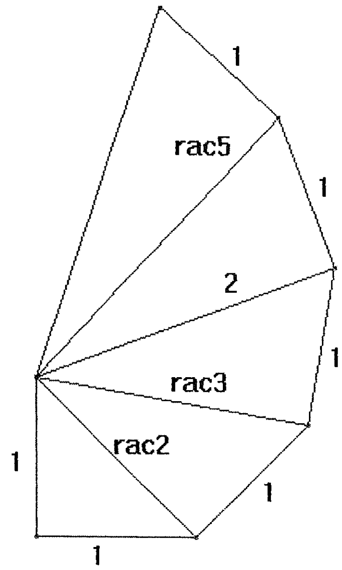
Les étudiants n'ont pas rencontré de difficulté particulière pour ces trois exercices ; c'est l'occasion pour nous de préciser les relations entre les formules et l'éventuelle proportionnalité entre l'aire et l'une des longueurs. L'expression "figure deux fois plus grande", de la langue courante et utilisée par les élèves (et les étudiants) prouve son ambiguïté, puisque le mot grand ne précise pas la grandeur de référence : un rectangle deux fois plus grand qu'un rectangle donné peut être ce rectangle à l'échelle 2, auquel cas son aire est quadruple, ou un rectangle non semblable à celui de départ, de longueur (ou bien de largeur) double de celle de départ, et donc d'aire double.

Exercice 4

Construire à la règle et au compas un carré d'aire 4 cm^2, puis un carré d'aire double. Recommencer avec un carré de départ quelconque.

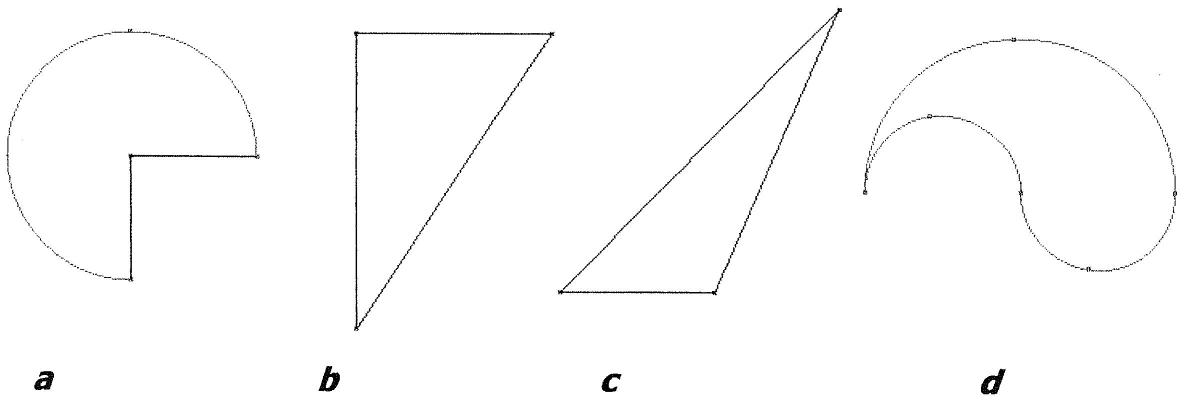
L'exercice 4 sert à pointer la fonctionnalité du changement de cadres, liée à la recherche de l'expression de la longueur de la diagonale d'un carré : les étudiants ont presque tous trouvé un procédé de construction, certains par un calcul préalable (recherche de la longueur du côté correspondant à un carré d'aire 8 cm^2), d'autres partageant par les diagonales le carré de départ et assemblant huit triangles rectangles superposables à ceux obtenus en un carré. La conclusion, que la diagonale du carré de départ fournit le côté, d'un carré d'aire double est acceptée par tous, mais n'est pas mise immédiatement en relation avec le théorème de Pythagore.

Les prolongements possibles, non évoqués, seraient la construction de la "spirale des irrationnels" (cf. ci- dessous), leur permettant d'obtenir la suite des nombres racines carrées d'entiers



Exercice 5

Partager par une ligne continue les surfaces suivantes en deux surfaces d'un seul morceau et de même aire.

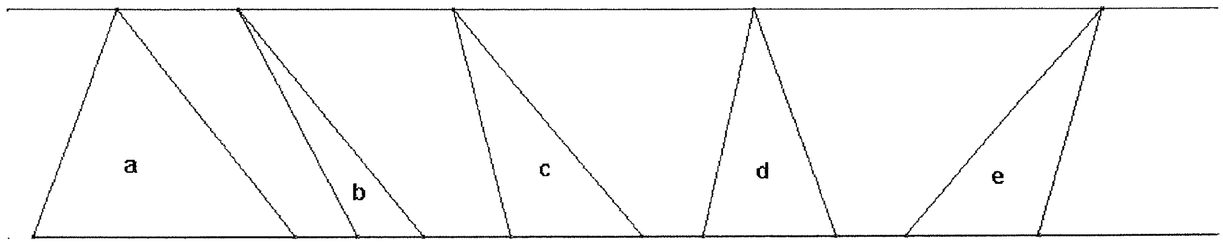


L'exercice 5 teste leurs aptitudes à réinvestir le partage de surfaces non rectangulaires en deux surfaces de même aire. La surface a est partagée par tous par son axe de symétrie. Les étudiants partagent correctement les surfaces b *et* c, mais un quart environ ne sait justifier le partage, soit par l'utilisation de la formule liée à l'aire d'un triangle, soit par la construction des médianes du rectangle obtenu par complétion par symétrie centrale du triangle de départ (les médianes et les diagonales du rectangle permettent par symétrie axiale et centrale de repérer les surfaces de même aire). A cette occasion, nous pointons à nouveau l'aspect outil des transformations, pour comparer des aires.

La surface d reste la grande perdante, si un quart des étudiants a une idée du partage, aucun ne peut le justifier : la correction fait apparaître un demi-disque de rayon a (à gauche), un quart de disque de rayon $2a$ (au dessus) d'aire double, et une surface d'aire égale à celle du demi-disque de rayon a. Ce qui donne comme exemples de lignes de partage (entres autres), la demi-droite bissectrice intérieure du quart de disque cité ci-dessus, ou un demi cercle de rayon a, intérieur à la surface, passant par le centre du disque de rayon $2a$.

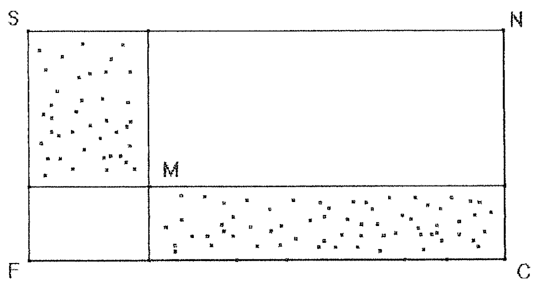
Exercice 6

Compare les aires de ces triangles



L'exercice 6 ne pose pas de difficulté, il montre l'intérêt de la formule de l'aire d'un triangle, plus exactement le rôle du couple (hauteur, base).

Exercice 7



SNCF est un rectangle, [FN] une de ses diagonales, M un point placé sur cette diagonale (n'importe où sur [FN]) Comparer les aires des deux rectangles colorés.

L'exercice 7 pose quelques difficultés, il montre l'avantage de l'additivité des aires, qui permet de prouver une égalité d'aires en jouant sur somme et différence d'aires.

Rappelons qu'il s'agit de la version rectangle de la proposition I, 43 des *Elemens* d'Euclide[12].

[12] Dans tout parallélogramme, les compléments des parallélogrammes autour de la diagonale sont égaux.

Exercice 8

ABCD est un carré, I le milieu de [AB], J le milieu de [BC], K le milieu de [CD]. Les triangles AIJ et AKD sont hachurés. Quelle fraction d'aire du carré représente la partie non hachurée ?

demande une réponse numérique, lié à une unité imposée. Il permet soit d'utiliser des découpages du carré en sous-surfaces, soit de le paver par neuf carreaux élémentaires et d'exprimer la surface demandée avec ces carreaux.

D. NOTRE BILAN EN TANT QUE FORMATEUR

Ce bilan est étayé par les échanges avec les étudiants et leurs questions.

La plus grande difficulté rencontrée par les étudiants dans la résolution de ces exercices est la nécessité d'un changement de cadre, notamment dans les exercices 4 et 5.

Dans l'exercice 4, bien que l'exercice se pose dans un cadre géométrique, la tendance naturelle est de se précipiter sur des calculs numériques pour apprécier le degré de faisabilité de l'exercice. Quand la valeur numérique n'est pas suffisamment familière (c'est-à-dire non décimale avec moins de trois chiffres après la virgule), les étudiants se persuadent souvent que la méthode employée n'est pas la meilleure et essaient seulement alors de changer de cadre ; mais la valeur numérique joue alors quelquefois un rôle perturbateur, dans la mesure où ils cherchent à la retrouver. Ceux qui directement s'étaient placés dans un cadre géométrique, en doublant l'aire du carré de départ, y compris en passant par un rectangle, ont souvent mené à bien l'exercice par un puzzle du carré d'aire double.

L'exercice 5 posait spécifiquement ce problème de changement de cadre : en effet un cadre strictement géométrique suffisait pour conclure directement pour la surface a,

aussi moins directement pour la surface b (par tracé d'une médiane) : cet exercice permettait de citer la propriété qu'une médiane partage un triangle en deux triangles de même aire.

La surface c, bien que proche de b, nécessitait des connaissances plus évoluées sur l'aire (une médiane partage un triangle en deux triangles de même aire), fondées soit sur le constat antérieur de cette propriété, soit sur un réinvestissement de la formule de l'aire d'un triangle (donc un cadre plus algébrique).

Pour la surface d, le cadre algébrique (connaissance de la formule de l'aire d'un disque) est bien commode, mais il n'est pas indispensable : en effet, par des considérations de symétrie, il est possible de se convaincre que le quart du disque de rayon 2 a a même aire que le complément de ce quart de disque par rapport à la surface entière, donc la moitié de l'aire de la surface totale, et comme le demi-disque de rayon a a une aire qui est le quart de l'aire totale (c'est la réduction à l'échelle 1/2 du grand demi-disque), il est facile de tracer une ligne de partage convenable.

Ces exercices jouent le rôle dans la progression avec les étudiants d'une évaluation formative, et permettent simultanément de compléter les connaissances mathématiques et didactiques. Ils ont donc servi à préciser à nouveau, au niveau mathématique, les propriétés de l'aire fonctionnelles pour la comparaison d'aires (additivité et invariance par isométries et certaines autres transformations), le lien entre les rapports de mesure et les rapports d'aire, et au niveau didactique, l'importance des changements de cadres pour l'appropriation des connaissances.

ETUDE COMPAREE DE MANUELS DE CM1 SUR L'AIRE : *VOIR MANUELS RECENTS ET SUJETS DE CONCOURS.*

ANNEXE 2 : STRATEGIES DE FORMATION DES MAITRES DU PREMIER DEGRE EN MATHEMATIQUES

DEFINITIONS SUCCINCTES DES STRATEGIES DE FORMATION

Stratégies culturelles : le formateur diffuse une information ; il veut accroître le savoir mathématique (ou éventuellement didactique) de l'étudiant, sans se préoccuper de la mise en œuvre ultérieure par l'étudiant dans les classes.

Stratégies de monstration : le formateur transmet une pratique d'enseignement, en montrant sa mise en œuvre effective dans les classes.

Stratégies d'homologie : le formateur transmet sa propre conception de l'enseignement des mathématiques, en la mettant en œuvre dans son enseignement. Il attend que ses étudiants utilisent à l'école élémentaire les séances qu'ils ont vécues comme élèves.

Stratégies de transposition : le formateur transmet un savoir de référence sur l'enseignement et tente de maîtriser le phénomène d'adaptation opéré par les étudiants.

ANNEXE 3 : ARGUMENTS POUR UNE ENTREE DE TYPE SITUATIONNISTE, ET CONDITIONS ASSOCIEES

Extrait de "Enseigner la didactique des mathématiques aux futurs professeurs d'école" D. Butlen et M-L. Peltier, Document de travail n° 9 pour la formation des enseignants, 1994, Université Paris 7.

1- DIFFERENTS NIVEAUX D'INTERVENTION DE LA DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES EN FORMATION DES PROFESSEURS D'ECOLES

La didactique des mathématiques peut intervenir pour nous, enseignants formateurs de maîtres du premier degré, à la fois en tant qu'outil pour construire des situations de formation et en tant qu'objet d'enseignement pour les futurs professeurs d'école.

Il s'agit, en effet de compléter et de réorganiser les connaissances des étudiants sur les thèmes mathématiques en liaison avec ceux enseignés à l'école élémentaire, tout en "réconciliant" avec les mathématiques ceux, parmi eux, qui, de par leur passé scolaire, entretiennent des relations conflictuelles avec notre discipline.

Nos étudiants sont également de futurs enseignants du premier degré, et à ce titre ils doivent être "polyvalents", les mathématiques ne représentant qu'une fraction de ce qu'ils devront enseigner dans leur classe. Il est donc indispensable de leur donner une formation de type professionnel, c'est à dire, en particulier, de leur donner les moyens de construire et d'organiser un enseignement des mathématiques à l'école, efficace et de qualité, dans un temps très limité et bien qu'ils ne soient pas, la plupart du temps, des spécialistes de notre discipline.

Les situations de formation que nous construisons sont donc spécifiques en ce sens qu'il ne s'agit pas seulement de faire faire des maths aux étudiants, il s'agit également d'initialiser avec eux une réflexion didactique en les conviant à prendre du recul ou plutôt faire "un pas de côté" pour prendre conscience des ressorts de l'apprentissage et analyser, en partant de la situation vécue, un certain nombre de conditions que doit vérifier, a priori, une situation pour provoquer effectivement un apprentissage.

La didactique des mathématiques intervient également en tant qu'objet d'enseignement pour les P.E. afin qu'ils puissent eux-mêmes s'en servir d'outil à la fois dans le cadre de la préparation, en PE1, de l'épreuve de mathématiques du concours, puis surtout, ultérieurement, dans leur pratique professionnelle pour analyser des documents pédagogiques, des situations de classe, pour construire et mettre en oeuvre des situations d'enseignement.

Il s'agit donc de donner aux étudiants des éléments leur permettant de mener des analyses les plus objectives possibles de phénomènes d'enseignement et d'effectuer un certain nombre de tâches qui recouvrent les différents aspects du travail de l'enseignant, et qui, en outre, peuvent faire l'objet de questions au concours.

L'étude peut porter par exemple sur la recherche, dans des documents pédagogiques, des objectifs, des connaissances en jeu, des compétences pouvant être mises en oeuvre, sur l'analyse des tâches proposées, et des modes de validation possibles ..., ceci de manière à permettre aux étudiants de faire des choix argumentés parmi ces documents. Les étudiants sont ici confrontés au travail de préparation de progressions ou de séquences d'enseignement.

Le travail peut également consister en l'analyse de travaux d'enfants pour tenter d'identifier les procédures mises en oeuvre, repérer les erreurs, voire les interpréter. Il s'agit là de la prise en compte du travail des enfants dans la conduite des séquences.

Un certain nombre d'outils mis au point en didactique permettent également de tirer profit de l'observation de séquences dans des classes, ou du moins de mieux "lire" des comptes rendus de séquences, cela afin d'y repérer par exemple la manière dont le maître a effectué la dévolution du problème à ses élèves, ou les savoirs qu'il a choisi d'institutionnaliser, ou bien encore d'étudier le rôle des différentes phases de la situation ..., ceci dans le but de donner aux étudiants les moyens de construire des séquences dont le protocole leur est fourni et de prendre des décisions lors de leur mises en oeuvre.

Enfin dans le cadre de la formation à leur futur métier, et moins directement dans celui de la préparation du concours, il s'agit d'apprendre aux étudiants à utiliser des outils didactiques pour concevoir des séquences (cerner les objectifs à atteindre, travailler les consignes, faire une analyse a priori, prévoir la gestion du temps de l'espace, de l'hétérogénéité, prévoir les modes de validation, prévoir la synthèse, envisager entraînements, prolongements, évaluation...)....

L'enjeu est donc pour nous, dans le cadre d'une telle entrée de type situationniste, de construire des situations de formation qui permettent de développer simultanément ces deux aspects, approfondissement en mathématiques et formation de type professionnel, ceci dans un temps très court, ce qui nous conduit à préciser un ensemble de conditions tant du point de vue mathématique que didactique que nous semblent devoir vérifier a priori les situations pour atteindre au mieux les objectifs que nous leur fixons.

Rappelons que dans la conjoncture actuelle, la formation en première année est sanctionnée par une épreuve de concours comportant deux volets, l'un disciplinaire, l'autre pédagogique et se déroule dans un temps extrêmement court (entre 60 et 100 heures suivant les académies).

La seconde année les modalités de formation (horaires, contenus, évaluations) différent beaucoup suivant les académies, le temps d'enseignement varie entre une trentaine et une centaine d'heures).

2- QUELQUES CONDITIONS MATHEMATIQUES SUR LES SITUATIONS

Pour répondre aux contraintes de formation dans la discipline, la situation nous semble devoir, dans un premier temps, permettre aux étudiants d'engager des connaissances mathématiques acquises dans leur passé scolaire, qu'elles soient du domaine des savoirs ou de celui des savoir-faire, tout en les amenant à reconstruire des connaissances oubliées ou mal construites ou éventuellement, à construire de nouvelles connaissances.

Elle doit, dans un deuxième temps, du moins c'est notre objectif, permettre une réorganisation de ces connaissances, c'est-à-dire qu'il nous paraît souhaitable que la situation conduise l'étudiant à replacer certaines connaissances dans un réseau d'autres connaissances, afin qu'il prenne conscience des liaisons existantes entre différents savoirs d'une même branche ou entre les savoirs de branches différentes.

Les thèmes mathématiques choisis doivent ainsi permettre aux étudiants non seulement de maîtriser les savoirs mathématiques sous-jacents aux contenus enseignés à l'école élémentaire, mais encore de comprendre les articulations entre ces différents contenus, et d'envisager les prolongements qui seront enseignés au collège ou au lycée.

La situation choisie doit donc permettre au professeur de faire une synthèse sur les savoirs mathématiques visés, en apportant si nécessaire des compléments.

Si les contenus mathématiques de la situation s'y prêtent, le professeur peut également donner à ce moment-là un apport d'information de nature épistémologique ou historique.

3- QUELQUES CONDITIONS DIDACTIQUES SUR LES SITUATIONS

Comme nous l'avons dit, la situation doit permettre en principe aux étudiants de faire un "pas de côté" par rapport à leurs pratiques mathématiques habituelles. Ceci participe à l'amorce d'une réflexion, développée par ailleurs, qui amènera les étudiants à s'intéresser aux processus de construction et d'acquisition des connaissances à propos d'un thème particulier.

Pour initialiser cette réflexion, les étudiants sont amenés à essayer de décrire leur cheminement heuristique et à analyser le rôle des différentes phases de la situation proposée pour identifier ce qui leur a permis de progresser dans leur recherche. Ils doivent également chercher à préciser le rôle des débats qu'ils ont pu mener avec les autres. Ces échanges peuvent aussi bien relever d'un apport de connaissances qu'avoir une incidence sur leur démarche du point de vue méthodologique et sur leur adhésion à une procédure ou à une solution. En particulier, il est tout à fait intéressant que les étudiants essaient de pointer les arguments qui ont provoqué leur conviction pour réfléchir à la notion de preuve.

La situation doit d'autre part permettre au professeur de pointer les éléments qui sont du ressort du "maître" dans la construction et la mise en oeuvre d'une situation d'apprentissage. Ainsi, une fois le problème choisi en fonction d'objectifs mathématiques précis, le "maître" doit-il, lors de sa préparation, préparer la dévolution, mener une analyse a priori, repérer les variables didactiques, choisir les valeurs à leur donner à la fois pour provoquer la mise en oeuvre de certaines procédures ou en bloquer d'autres, et pour gérer l'hétérogénéité de sa classe; il doit également préparer la synthèse et choisir les savoirs à institutionnaliser.

Au cours de la mise en oeuvre, il doit gérer le temps, prendre un certain nombre de décisions "à chaud", provoquer les débats, animer les mises en commun des procédures et des solutions, assurer la phase d'institutionnalisation. Puis après le déroulement il doit s'interroger sur les effets de la transposition qu'il a opérée sur les savoirs en construisant sa situation pour s'assurer qu'il a effectivement provoqué l'apprentissage qu'il souhaitait et non pas autre chose.

Dans cette phase de la réflexion qui suit la recherche proprement dite, le professeur invite donc les étudiants à analyser la situation non seulement d'un point de vue d'élève, mais aussi du point de vue du maître, en prévision de leur future situation d'enseignants.

4- QUELQUES CARACTERISTIQUES DE LA SITUATION

Dans la situation, les étudiants doivent donc se trouver confrontés à un **problème** mathématique.

En reprenant en partie les caractéristiques que Régine Douady [13]assigne à un problème pour les élèves, nous appelons problème, une question dont la réponse n'est pas évidente pour les étudiants, mais dans laquelle ils peuvent s'engager, et pour laquelle il existe plusieurs procédures de résolution permettant un débat entre pairs.

Il est souhaitable que les étudiants puissent aussi avoir le moyen de valider par eux-mêmes leurs propositions ou du moins certaines d'entre elles.

Le problème posé doit, bien sûr, être consistant du point de vue mathématique pour répondre à la première fonction de la situation, à savoir compléter les connaissances mathématiques des étudiants mais aussi pour éviter une confusion fréquente chez les étudiants entre situation d'apprentissage et situation motivante où l'élève manipule sans finalité précise!

Le problème doit enfin offrir la possibilité d'une part de proposer, par la suite, des exercices d'entraînement et de familiarisation sur le contenu mathématique, d'autre part d'étudier des documents pédagogiques sur le thème.

Ces situations peuvent être parfois assez proches de situations qui pourraient être proposées à des élèves de l'école élémentaire, afin de provoquer une meilleure adhésion de la part des étudiants, mais ce degré de proximité ne doit cependant pas être trop élevé car il serait tout à fait regrettable que les étudiants considèrent ces

[13]Régine DOUADY. Thèse de Doctorat d'Etat. 1984. page 19.

situations comme des "situations modèles", transférables telles quelles à l'école élémentaire. Une trop grande proximité pourrait facilement engendrer cette dérive. En effet, comme nous l'avons dit, ces situations ont été construites non seulement à des fins d'apprentissage mathématique, mais aussi dans un but de formation professionnelle, pour un public d'étudiants. Même si certains ressorts de l'apprentissage en mathématiques peuvent être de même nature pour des étudiants et pour des élèves de l'école élémentaire, même si les connaissances mobilisables par les uns sont voisines de celles que peuvent mettre en oeuvre les autres, un "transfert" à l'école élémentaire du problème mathématique posé ne peut être que très partiel et nécessite une re-construction de la situation pour l'adapter aux objectifs de l'école.

5- LA CONTRAINTE DU TEMPS

Comme nous l'avons précédemment souligné, le nombre d'heures de formation en mathématiques est relativement peu important, cette contrainte temps pèse très lourdement sur la mise en oeuvre des situations et ceci pour au moins deux raisons.

En effet, si nous différons l'analyse didactique de la situation proposée, les étudiants ne peuvent pas, plusieurs jours après avoir vécu la situation, se souvenir des différents ressorts qui leur avaient permis d'avancer dans la résolution, du rôle des discussions avec leur pairs, des arguments qui avaient emporté leur adhésion, en résumé de tout un ensemble de "petits faits" qui, tout en ayant joué un rôle de catalyseur, ne sont pas de première importance à leur yeux.

Par ailleurs, si nous différons la synthèse mathématique, nous risquons de conforter les étudiants dans l'idée que les connaissances investies au cours de la résolution d'un problème, n'ont pas besoin de faire l'objet d'une institutionnalisation, que le seul fait de les avoir fait fonctionner suffit à les retenir, et à les considérer comme acquises.

Pour optimiser l'efficacité d'une telle approche "situationniste", il nous faut donc être très stricts dans la mise en oeuvre et la conduite de la situation.

Nous sommes amenés à distinguer deux cas liés au contenu mathématique que nous nous proposons d'étudier.

Lorsque la situation cible un savoir "pointu" et doit, d'après nous, faire l'objet d'une seule séance, alors toutes les phases, présentation de la situation, temps de recherche, mise en commun, synthèse mathématique sur le savoir ciblé, analyse didactique de la situation, doivent "tenir" dans le temps prévu, et le professeur doit faire preuve de ses qualités de gestion du temps et prendre au cours de la séance un certain nombre de décisions pour éviter les dérapages.

Lorsque la situation proposée nécessite une progression sur plusieurs séances, alors cette progression doit être découpée en phases pouvant tenir chacune dans une séance. A la fin de chaque séance une synthèse mathématique et une analyse didactique sur quelques points précis conduiront à des institutionnalisations locales, et ce sera seulement à la fin de la progression que sera menée la synthèse mathématique complète avec éventuels apports d'informations, en resituant les savoirs étudiés dans " l'édifice des savoirs mathématiques" concernant le thème, ainsi que l'analyse didactique de la progression, en s'appuyant sur les institutionnalisations locales, et en choisissant de dégager les concepts de didactique qui nous paraissent les plus pertinents à pointer dans cette situation.

6- LES QUESTIONS DE REPRODUCTIBILITE

Nous avons construit sur ce modèle un certain nombre de situations, plusieurs d'entre elles sont rédigées dans les actes des stages de Cahors et de Pau, ou dans des brochures IREM.

Se pose maintenant le problème de la reproductibilité de ces situations.

Cette question, qui a d'ailleurs fait l'objet de la réflexion d'un groupe de travail lors du stage national de Colmar en mars 1993, est une question difficile sur laquelle il convient de continuer à travailler.

Il est encore difficile de répertorier précisément les conditions de reproductibilité. Nous pouvons cependant identifier assez facilement des régularités dans les procédures mises en oeuvre par les étudiants ainsi que dans les erreurs qu'ils produisent, ce qui permet de reproduire assez facilement une partie des synthèses d'ordre didactique. En revanche, les phases de synthèses mathématiques s'appuyant largement sur les connaissances investies par les étudiants au cours de la résolution, sont beaucoup plus difficilement reproductibles. En effet, un apport d'informations ne peut prendre son sens que dans le cas où le degré de compétence en mathématique des étudiants le permet. Si les étudiants sont trop éloignés de ce degré, le professeur est obligé de "négocier à la baisse" l'institutionnalisation mathématique et en ce sens la situation a perdu une grande partie de sa pertinence.

Nous pouvons également faire l'hypothèse que le rôle du professeur dans la conduite de telles situations est tout à fait primordial. Or les comptes rendus rédigés ne soulignent pas toujours assez clairement ce rôle et lorsque celui-ci est peu explicité, l'interprétation par le collègue du protocole écrit entraîne parfois des effets mal maîtrisables lors de la mise en oeuvre.

En conclusion, il nous semble que la mise en oeuvre de situations de ce type optimise le double rôle que nous assignons à la formation. Parallèlement, il nous paraît nécessaire de consacrer un certain nombre de séances à des activités soit d'entraînement sur les contenus mathématiques abordés au cours des situations, soit d'analyse de documents et de productions d'élèves sur ces thèmes, et de concevoir des synthèses plus globales sur certains concepts de didactique ainsi que des apports d'informations sur d'autres qui d'après nous ne peuvent être abordés par ce type de travail.

ATELIER D

TITRE : CONDUITE D'UN ENTRETIEN AVEC UN PROFESSEUR STAGIAIRE PE2 LORS D'UNE VISITE DANS LE CADRE D'UN STAGE EN RESPONSABILITE.

AUTEURS : Pierre EYSSERIC(IUFM et IREM d'Aix –Marseille), Gabriel LE POCHE(IUFM et IREM de Bretagne)

Date : juin 2002

Résumé : Il s'agit de l'analyse d'un entretien conduit par un PIUFM (confirmé) lors d'une visite d'un professeur stagiaire. Ce dernier a conduit une séquence de mathématiques durant un stage en responsabilité. L'analyse des participants porte à la fois sur la séquence menée par le stagiaire, sur des scénarios possibles d'entretien et sur l'entretien effectivement conduit.

La vidéo est disponible au service audio-visuel de l'IUFM de Bretagne (site de Rennes).

INTRODUCTION

Le but de cet atelier était de provoquer un échange entre formateurs nouveaux et confirmés à propos des visites effectuées lors des stages en responsabilité des PE2, et plus particulièrement de réfléchir ensemble au contenu et à la conduite des entretiens.

La séance support était différente, mais le déroulement de l'atelier a été sensiblement le même que lors de ceux proposés au cours des séminaires de Tarbes et d'Agen, dont nous reprenons plusieurs extraits des compte-rendus. Nous rappelons ici les temps forts de ces ateliers :

1. Visionnement de la vidéo d'une séance de mathématiques conduite par un stagiaire PE2.
2. Travail en groupe (formateurs nouveaux et confirmés mixés) : il s'agit de recueillir les impressions à chaud sur la séance et de hiérarchiser 3 ou 4 points que l'on choisirait de développer lors de l'entretien.
3. Echange collectif autour des transparents réalisés par les groupes.
4. Visionnement de l'entretien réalisé par un PIUFM confirmé.
5. Analyse de cet entretien.

Dans une première partie de compte-rendu nous parlerons de la séance de mathématiques visionnée et de son analyse. La seconde partie sera consacrée à l'entretien entre le stagiaire et le formateur ; au-delà des éléments contextualisés, nous essayerons d'en dégager la structure

PREMIERE PARTIE : ANALYSE DE LA SEANCE MENEE PAR LE STAGIAIRE PE2.

1. PRESENTATION DE LA SEANCE OBSERVEE.

Les stagiaires ont pu visionner de larges extraits de la vidéo d'une séance de mathématiques conduite par un PE2 en fin de parcours, lors de son dernier stage en responsabilité dans une classe de CP. Le PE2 est issu d'une liste complémentaire et il s'agit de sa dernière visite.

L'objectif de la séance est l'introduction de la technique usuelle de l'addition. Celle-ci se déroule en deux temps : 12 minutes le matin durant lesquelles les groupes de travail sont confectionnés, le matériel est distribué et le travail à réaliser présenté aux élèves par le PE à l'aide d'un rétroprojecteur ; 1 heure et 8 minutes en début d'après-midi qui constitue l'essentiel de la séance d'apprentissage.

En outre les stagiaires disposaient pour mener leur analyse à chaud de la séance d'une proposition de découpage de celle-ci en épisodes (cf. annexe n°1), ainsi que de la fiche de préparation du stagiaire (cf. annexe n° 2).

2. ANALYSE DE LA SEANCE.

Les participants devaient répondre aux questions suivantes en réalisant un transparent par groupe de 4 :

- Recueillir les impressions à chaud sur la séance observée ;
- Hiérarchiser 3 ou 4 points autour desquels on organiserait l'entretien avec le stagiaire.

Chaque groupe a ensuite exposé son point de vue et un échange a suivi cette présentation.

On trouvera :

- en annexe 3 : une synthèse des observations à chaud sur la prestation du PE recueillies au cours des deux séances de l'atelier.
- en annexe 4 : une synthèse des propositions faites par les différents groupes pour la conduite de l'entretien.

DEUXIEME PARTIE : ANALYSE DE L'ENTRETIEN D'UN PIUFM DE MATHEMATIQUES ET DU STAGIAIRE PE2.

1. METHODOLOGIE D'ANALYSE.

Afin d'analyser cet entretien, nous présentons un découpage possible en épisodes correspondant à des contenus différents.

Cette analyse se base sur une méthodologie d'analyse a priori des situations de formation centrée sur l'analyse de pratiques de professeurs d'école débutants.

Elle permet notamment de distinguer dans le discours du formateur les parties qui relèvent plutôt de :

- l'analyse à chaud effectuée par le formateur,
- l'analyse effectuée par le formé,
- l'évaluation de la prestation,
- les conseils donnés par le PIUFM.

Ces derniers peuvent concerner plusieurs domaines : le projet du stagiaire lors de la préparation de sa séance ou sa mise en œuvre.

Après avoir visionné avec les participants certaines parties de l'entretien, nous proposons un découpage de l'entretien selon ces différents critères. Ce découpage est commenté en s'appuyant sur le protocole écrit de l'entretien qui a été distribué aux participants (cf. annexe 5).

Cette analyse fait apparaître plusieurs niveaux d'entretien qui peuvent être imbriqués mais qui semblent caractériser l'intervention du PIUFM. On peut distinguer en particulier :

- **des épisodes où le stagiaire analyse sa prestation,** expose ce qu'il a vécu. Cela peut l'amener à envisager des changements dans le déroulement prévu ou effectif de la séquence, des prolongements ultérieurs ou des activités spécifiques visant à réduire certaines difficultés manifestées par les élèves.

Cette auto-analyse est souvent sollicitée par le formateur qui pose des questions.

- **des épisodes consacrés à une évaluation de la séance par le PIUFM.** Cette évaluation peut porter sur le projet de l'enseignant stagiaire ou sur sa mise en œuvre. Elle peut s'appuyer sur l'étude de la préparation ou sur l'auto-analyse du stagiaire. Dans tous les cas, elle est significative des conceptions du PIUFM. En effet, cette évaluation s'appuie à la fois sur « ce qui a été fait », - l'observation effectuée par le formateur – et sur « ce qui aurait pu être fait » - une séquence potentielle traitant du même contenu, reconstruite, repensée par le formateur à partir de son expérience personnelle.

L'analyse de plusieurs entretiens montrent que l'on distingue souvent deux types d'évaluation : une évaluation « institutionnelle » et une évaluation formative portant sur davantage de points que la précédente.

- **des épisodes consacrés à la reconstruction partielle de la séance analysée :** le PIUFM propose des adaptations, des changements. Ces changements sont soit très contextualisés (spécifiques de la séquence étudiée) soit plus généraux ; ils s'appuient alors sur des principes de construction de séance.
- **des épisodes faisant référence à des situations de formation** vécues ou à vivre lors de la formation (cous du formateur) à l'IUFM.

2. DECOUPAGE DE L'ENTRETIEN.

Voici un découpage possible essayant de distinguer ces différents points de vue.

L. 1 à 45 Le stagiaire analyse sa prestation :

Il situe la séance dans sa progression vers la technique opératoire de l'addition et précise ses sources.

Il compare la réussite de ses élèves aux attentes des auteurs, trouve qu'ils réussissent mieux pour finir par dire que c'est seulement le cas de certains, voire d'un.

Il évoque les difficultés en numération de deux élèves.

L. 46 à 59 Le formateur invite le stagiaire à réfléchir sur l'opportunité d'interroger ses élèves en situation, puis lui demande de dépasser le stade de la description pour entrer dans une véritable analyse de sa séance.

L. 60 à 63 Le stagiaire pointe la longueur de sa séance. Cela rejoint l'évaluation faite par le formateur.

L. 63 à 81 Reconstruction partielle de la séance pour échapper à cette longueur.

L. 82 à 114 Le formateur revient sur la longueur de la séance et insiste sur l'impossibilité de faire en CP une séance de plus de 50 minutes.

L. 115 à 142 Avec l'aide du formateur, une deuxième modalité de reconstruction de la séance est envisagée.

L. 143 à 170 Synthèse et reformulation par le stagiaire de l'analyse effectuée.

L. 171 à 216 Le formateur revient sur la remarque du stagiaire en début d'entretien : un sur quatre réussit. Cela débouche sur une analyse de la constitution des groupes : homogènes ou hétérogènes, et l'utilisation de cette variable pour différencier par le biais de la constitution de groupes de besoin.

L. 217 à 226 Synthèse sur ce deuxième point : différenciation par les groupes de besoin.

L. 227 à 258 Troisième point de l'analyse : la taille des groupes.

Le formateur interdit les groupes de plus de 3.

Pour la question de l'homogénéité, il ne tranche pas, mais renvoie à des travaux réalisés à l'IUFM (dossiers professionnels).

L. 259 à 284 En relation avec la taille des groupes, le formateur analyse le support : il fait constater l'impossibilité d'un travail à 4 au CP autour d'une fiche collective. Il insiste sur le caractère indispensable d'un support collectif pour 2 ou 3, précédé d'un travail sur des fiches individuelles.

L. 285 à 319 Analyse des productions des élèves : en fait, il n'y a rien, ce qui vient corroborer le point précédent.

L. 320 à 357 La synthèse sur le troisième point de l'analyse (taille des groupes) débouche sur une analyse de la consigne de mise au travail : consigne trop vague, et uniquement orale.

L. 358 à 394 Synthèse de l'analyse effectuée pour s'assurer que le stagiaire s'en est approprié les points essentiels.

CONCLUSION

En conclusion de cet atelier, divers rapports de visite issus de différents IUFM, dont celui relatif à la séance étudiée, ont été distribués aux stagiaires afin d'impulser une réflexion sur la diversité des approches institutionnelles de ce moment de la formation.

Malheureusement le temps a manqué et l'échange autour de ces documents n'a pu avoir lieu. On retrouvera l'essentiel de ces documents en annexes :

Annexe 6 : fiche d'évaluation du stagiaire PE2 de la vidéo.

Annexe 7 et 8 : deux autres exemples de rapports de visites, issus respectivement des IUFM d'Aix-Marseille et de Bourgogne.

ANNEXE N°1 : DECOUPE DE LA SEANCE EN EPISODES.

Découpage de la séance

		Episodes et sous épisodes	temps (h.mn,s)	durée (mn, s)
Matin		**durée : 12 minutes**		
préparation des groupes	confection des groupes de travail		9h56'19" 58'22"	2 mn
du matériel	distribution du matériel : le jeu des échanges classement des jetons		58'22" 10h00'	
		reprise des consignes avec support écrit	10h00' 01'45"	
		rangement des jetons par les élèves	01'45" 04'.30"	3 mn
fiche de travail	présentation au rétroprojecteur de la fiche de travail	consignes : calculer le résultat de chaque joueur en jetons et en chiffres	04'30" 06'50"	2 mn
		reformulation par les élèves Nicolas, Valentine	6'50" 8'10"	
Après-midi		**durée : 1 heure 8 minutes**		
dévolution des tâches	distribution matériel	distribution des feuilles 1 feuille par élève	13h 42' 44'8"	3 mn
		1 feuille de résultats 1 par groupe	44'8" 45'9"	
	consignes	explication enfants consignes	45'13" 46'00"	1 mn
travail par groupe	effectif		46'00" 51'42"	**6 mn**
reprise collective		relance collective consignes de travail	51'42" 53'09"	
travail par groupe	effectif		53'09" 59'00"	**6 mn**
reprise collective		qui a trouvé?	59'00" 14h 01'	4 mn
		Ce qu'il ne faut pas faire : compter 1 par 1 procédure des échanges	14h01' 03'00"	
travail par groupe	effectif		03'00" 12'00"	**12 mn**
		certains ont fini	12'00" 12'30"	

	effectif		12'30" 13'50"	
		qui a fini? Le prénom est à marquer	13'50" 14'.30"	
	effectif	recensement des résultats : 37 Julie 36 Milène.. 32...38	14'30" 15'13"	
correction collective	Equipe A * premier joueur		15'13" 16'16"	13 mn
		10+9+12+5 Quillian procédure arbre de calcul conclusion c'est 36	16'16" 20'15"	
		Milène procédure jetons échanges	20'15" 21'50"	
	*second joueur	affichage de 32 qui a trouvé?	21'5 0" 21'5 9"	
		traduction en jetons Lucile	21'5 9" 2.3' 06"	
	Equipe B * premier joueur	affichage de 30 Cécile Katell traduction en jetons	23'0 6" 23'5 4"	
	*second joueur	affichage de 39 qui a trouvé? Adélaïde traduction en jetons	23'54" 24'57"	
	Equipe C * premier joueur et second joueur	les résultats sont 28 et 38	24'57" 26'57"	
		Comparaison des résultats des équipes totaux des équipes. Consigne : trouver l'équipe gagnante.	26'57" 28'20"	
travail de groupes	effectif		28'20" 34'11"	8 mn
		qui a terminé?	34'11"	
	effectif		34'11" 36'54"	
collectif	total équipe A	inscription :36 et 32 c'est 68 qui a trouvé? Interrogations : tu as fait comment?	36'54" 38'10"	11 mn

	total équipe B	inscription : 30 et 39 interrogation Lucile 69 qui a trouvé 69?	38'10" 38'34"	
		dialogue avec une élève	38'34" 39'27"	
	total équipe C *dessin des jetons au tableau	28 et 38 le maître dialogue avec valentine (procédure jetons)	39'27" 43'25"	
		Adeline doit écouter	43'25"	
		reprise avec Valentine et Adeline c'est 66	43'25" 45'05"	
		les enfants réclament la récréation	45'05" 45'22"	
	*arbre de calcul	une autre façon de calculer dialogue avec Olivier - Valentine	45'22" 47'39"	
	conclusion	le plus facile	47'39" 48'04"	

ANNEXE N° 2 : FICHE DE PREPARATION DU STAGIAIRE.

DATE. 31 mai 2001

Discipline: Mathématiques

Niveau : CP

Type de séance: Apprentissage. 1ère phase.

Situation : Technique de l'addition

Durée : 35'

Objectifs :

• Introduire la technique usuelle de l'addition.

Tâches des élèves :

• Trouver des sommes de plusieurs nombres en utilisant le matériel du jeu des échanges ou en réduisant des sommes.

• formuler sa démarche (justifier la validité de sa solution entre pairs)

Traces écrites : • les feuilles de calcul.

Organisation matérielle :

- 6 "jeu des échanges".
- des feuilles blanches.
- des fiches du jeu des échanges déjà remplies.
- • transparent.
- • stylo bleu + vert.

Déroulement :

- Répartition par groupes de 4. $\boxed{\text{désigner un comptable responsable des jetons.}}$
- distribution du matériel.

(C) "Des enfants ont joué au jeu des échanges "dix contre un". Il y a trois équipes de deux joueurs. Les résultats sont donnés sur la feuille de jeu."

("qui peut m'expliquer comment ça marche?") $\boxed{\text{Transparent au tableau}}$

(C) "Vous devez trouver les résultats de chaque joueur : avec des jetons et avec un nombre."

→

Prolongements : • 2ème phase de la séance • présentation de la technique opératoire.

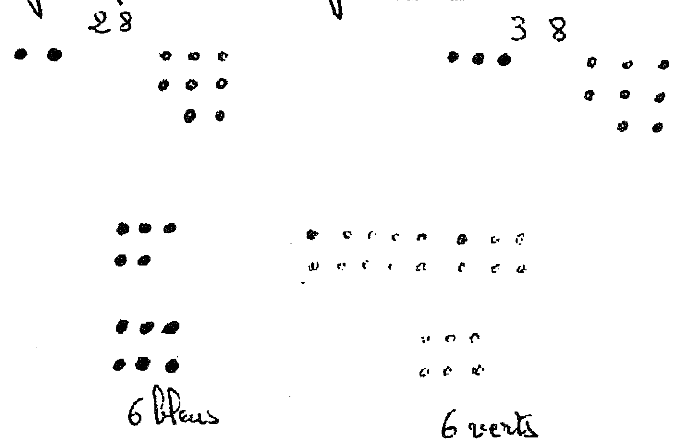
- correction collective :
  - 1ère équipe :
  - 2ème équipe :
  - 3ème équipe :

(c) « L'équipe gagnante est celle qui a obtenu le plus de points, vous devez trouver cette équipe. »

- correction collective.

faire apparaître les 2 méthodes

① en groupant les jetons



② en calculant. Exemple 28 + 38

10 + 10 + 8 + 10 + 10 + 10 + 8

50 + 16

50 + 10 + 6

66.

ANNEXE N°3 : ELEMENTS D'ANALYSES « A CHAUD » EFFECTUEES PAR LES PARTICICIPANTS.

Groupe A

	Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3	Groupe 4	Groupe 5
SEANCE **objectif**		quel est l'objectif de la séance? Son efficacité? Qu'en restera-t-il? Non évaluée. (Remarque : divergence au sein du groupe sur la nécessité d'évaluer en fin de séance)		Il n'a pas fait de maths	Non travaillé et non atteint. Qu'ont-ils appris?
Conception de l'apprentissage			Méthode ostensive.	Impression favorable : essai de mise en situation.	Pas de mise en commun. Pas de synthèse.
MAITRE	Il parle tout le temps Il est rigide (non compréhension de ce que dit l'élève)	Ne prend pas en compte les remarques des élèves : *j'ai compté sur les doigts...* *où écrit-on?*	Réactions affectives Consignes qui manquent de clarté.	Nombreuses ruptures de contrat.	Consigne vague, formulée par le maître : est-elle comprise?
ÉLÉVES	Ils travaillent. Ils participent.		Pas de participation		

Leurs procédures	non prise en compte de leur parole.				Non prises en compte (traces écrites non utilisées)
Gestion de la classe	correcte.	Monopole de la parole lors de la correction (seuls 2 élèves sollicités oralement)	bonne gestion.	Une gestion de qualité.	
Gestion de l'espace			l'organisation spatiale est-elle bien réfléchie? Est-ce un travail de groupe?		Elèves alignés. Le maître reste au tableau : ne se déplace pas.
Gestion du temps	phases alternées de travail collectif et individuel et recentrages bien menés	mise en oeuvre longue	devrait arrêter.	Il n'a pas fait ce qu'il voulait.	Longueur différente de celle de la fiche de préparation.
Gestion du matériel	Pas au clair sur son utilisation.				Mal et peu exploité (jeu des échanges) Feuille mal pensée. Mauvaise gestion du tableau

Groupe B

	Groupe a	Groupe b	Groupe c	Groupe d	Groupe e	Groupe f
SEANCE **objectifs**	Où veut-il aller? (Remarque : s'il veut aller vers la technique opératoire, ne faut-il pas commencer par additionner les unités) Mise en balance de 2 procédures qui paraissent équivalentes : pas de hiérarchisation.		Problème dans l'objectif formulé. Rôle des jetons qui n'est pas clair (écriture d'une somme en chiffres, travail sur les décompositions additives,)	L'objectif mathématique n'a pas été rempli.	Quels objectifs ? quelles compétences visées ? La situation est-elle bien choisie pour atteindre l'objectif déclaré ? Choix des nombres ?	Il va où il veut : les enfants ne sont qu'un alibi.
Conception de l'apprentissa-ge	Le maître amène tout. Valide immédiatement. Pas d'élaboration commune des écrits.	C'est le PE qui fait la démarche qu'il estime comme étant la démarche élève.	Ne s'appuie pas sur le travail des enfants.	Les élèves ont peu la parole. Le temps d'activité des élèves est réduit : le stagiaire expose beaucoup.	Validation par l'enseignant : « regardez-moi »	
MAITRE	Les consignes : à reformuler par les élèves.	Doit développer sa capacité d'écoute. Ramène tout à lui, utilise le « je ».	Bon contact avec la classe. Aisance dans la posture., maîtrise de la classe. Ton posé et débit adapté.	Le stagiaire à voulu utiliser une préparation d'un manuel et se l'ait	Clarté de la consigne ? Gestion du tableau : schémas	Ne donne aucun sens au : « pourquoi mettre en place tel type de

		Est prisonnier de sa préparation. N'a rien compris au jeu des échanges (il fait l'activité parce qu'il la connaît, qu'elle est à la mode)	Capacité à recadrer (arrêts, reformulation puis poursuite de l'activité) Consignes comprises par les élèves.	mal appropriée.(ou cette préparation était piégée)	(rôle et efficacité), mauvaise (spatio-temporelle)	situation en classe » N'a pas assimilé l'enseignement des maths qu'il a subi à l'IUFM.
ÉLÉVES						Les enfants sont gentils.
Leurs procédures	Pas de gestion de l'erreur.				Prise en compte des réponses des élèves ? gestion de leurs difficultés ?	
Gestion de la classe	Penser les groupes à l'avance. Que font les élèves pendant que le maître est au tableau? Une illusion d'échanges.					
Gestion de l'espace			« Spatialisation » qui ne convient pas (groupes disposés en rangées)		Organisation spatiale et matérielle de la classe.	
Gestion du temps					Temps imparti aux différentes phases (répartition et totalité)	

Gestion du matériel					Quelle utilisation ? des jetons, du papier, des fiches	N'a pas compris son rôle.

ANNEXE N°4 : CONDUITE A PRIORI DE L'ENTRETIEN

POINTS FORTS HIÉRARCHISÉS D'UN ENTRETIEN A CONDUIRE

Groupe A

Groupe 1	Groupe 2	Groupe 3	Groupe 4	Groupe 5
1, autour de la passation des consignes. 2, autour du fonctionnement des élèves et de la gestion du travail en groupe.	1, points positifs : - à l'aise dans la classe - bonne gestion de classe (du travail de groupe) 2, monopole de la parole lors de certaines phases (notamment de la correction). 3, mise en œuvre de l'activité : gestion du temps entre les phases de travail de groupe, moments de synthèse et comparaison des procédures.	Autoanalyse de la séance. 1, la préparation et le rôle de la fiche. 2, démarche ostensive, le rôle de la manipulation, le travail de groupe. 3, redéfinir les objectifs de la séance. Gestion de la classe.	1, défaut supposé d'analyse a priori 2, les points positifs : - attitude - place donnée aux élèves… 3, qu'ont-ils appris ?	1, les objectifs. 2, gestion de la situation (espace, temps, rôle du maître)

Groupe B

Groupe a	Groupe b			Groupe c	Groupe d	Groupe e	Groupe f
1,Place et rôle des découvertes et apprentissages des élèves 2, par rapport à cette question : intérêt des jetons	1, la prise en compte des élèves 2, le contenu mathématique 3, la place de la manipulation dans l'activité mathématique	1, rôle des jetons deux réponses possibles		Que pensez-vous de votre leçon ? (Points positifs et retour) 1, objectifs : décalage entre objectif écrit et réalisé. 2, rôle des jetons ?	1,Qu'est-ce qui était nouveau pour les élèves à cette séance ? 2, selon les étapes, quel était le rôle du matériel? 3, à propos de la gestion du temps 4, qui prend la parole dans la classe ? qui valide ?	1, que reste-il aux élèves, 2, quel problème les enfants avaient-ils à résoudre ?	1, qu'est-ce qu'une activité mathématique ? (sens, apprentissage, milieu, validation..) 2, la communication dans la classe ? (entre élèves, maître-élèves, consigne...)
		Du côté des contenus 2, savoir mathématique	Du côté de l'activité des élèves 2, prise en compte des élèves 3, analyse a priori sur la fiche de préparation				
	Point annexe : la voix						

ANNEXE N°5 : PROTOCOLE DE L'ENTRETIEN.

14h 55'

Formateur : Essaie d'analyser la séance de maths.... Si c'était à refaire, qu'est-ce que tu ferais ?

Stagiaire : Normalement, c'est une séance qui doit préparer à une deuxième au bout de laquelle on tombe sur la présentation de la technique de l'addition sans retenue.

F : Sans retenue ou avec retenue? Pourquoi ? Dans un des exemples, je te fais remarquer qu'il y a une retenue.

S : D'ailleurs, celui que j'ai traité au tableau.

F : Donc technique opératoire. D'où est issue cette séquence ?

S : Du livre du maître de DIAGONALE.

F : Et elle est décrite comme ça ? par rapport à la fiche de préparation que tu as réalisée ?

S : Elle est moins complète que la fiche de préparation.

F : Donc, si c'était à refaire .. est-ce que tu t'y prendrais de la même façon ?

S : J'ai l'impression que là, ils sont peut-être un peu plus en avance que les auteurs le supposaient.

F : Ils réussissent mieux dans cette classe-là ?

S : Je trouve qu'ils réussissent mieux.

F : Quels sont les indices qui te permettent de dire qu'ils réussissent mieux ?

S : En fait, c'est toujours pareil. C'est pas ils.. mais certains parce que, dans le fond de la classe, il y a 2 tables où il y a en fait un seul élève qui pose et qui fait 38+28.

F : Maintenant tu parles d'un élève. Tu as dit certains réussissent...

S : Oui, en fait si tu veux, si j'ai travaillé avec Adeline et Valentine, c'est parce que Adeline... regarde dans les évaluations elle.... Elle a du mal. Je les évalue au fur et à mesure pour voir qui a du mal ou pas, si c'est acquis ou pas et elle, en général, elle est plutôt une bonne élève mais alors elle a du mal à distinguer dizaines, centaines surtout.

14h 57'

F : D'où le choix de tes élèves quand tu les interroges : Valentine et Adeline. Tu estimes que le fait de les interroger en situation, ça va les aider à progresser ?

S : J'ai fait ça parce qu'à un moment j'ai pensé que ça pouvait les aider à faire face aux difficultés qu'elles pouvaient avoir avec la numération. Tout à l'heure, je ne sais pas si tu as vu, mais Valentine prenait les bleus et les verts et les comptait comme si c'était la même chose.

F : Bon, essaie de prendre du recul pour analyser. On a un petit peu décrit ce qu'il s'est passé.. Et si tu avais à changer, que changerais-tu ? Fais preuve d'une analyse d'un degré satisfaisant pour quelqu'un qui va être sur le terrain dès le mois de septembre.

S : Déjà c'est long. C'est trop long.

F : C'est une bonne remarque. Cela confirme ce que j'ai écrit et je peux te dire que l'activité est trop longue. Alors comment tu échappes à cette longueur ?

S : Peut-être, moins de tours pour les équipes pour faire des calculs plus faciles. Je ne sais pas, c'est la première idée qui me vient..... ou la couper en deux. C'est-à-dire, arriver à la correction collective...

F : Tu sais bien que je n'aime pas trop le mot correction collective mais tu le réemploies !

S : En synthèse collective, en fait, pour repartir après. En fait, quand je leur ai demandé les résultats par équipe...

F : par équipe A, B, C c'est ça ?

S : non par joueur, quand je leur ai demandé les résultats par joueur, j'aurais peut-être dû m'arrêter là et reprendre. Varier sur une autre séance et après reprendre... soit un autre, soit par exemple faire autre chose. Continuer les sons ou faire les devoirs, un peu de poésie et de reprendre ensuite.

F : C'est une bonne idée. Tu sais combien de temps a duré ton activité ?

S : Trop longtemps et je dirai 1h05 voire 1h10.

F : Plus que ça... C'est pas possible : 50mn c'est déjà un bon rythme de CP. Donc, il faut effectivement la couper.

S : 50mn pas plus ?

F : Non. Si on arrive à obtenir ce rythme scolaire qui est valable quelque soit le niveau... Ils font ça en 6ème ... sur le niveau de concentration... Il n'y a aucune raison qu'on ne fasse pas ça en CP ! Le mieux : ce serait de séparer par des récréations de 10 ou 15mn les séances de 50mn. Mais on ne peut pas se permettre de rester 1h15 sur une activité. Donc tu peux la couper effectivement.

S : Même pour moi j'ai trouvé que c'était trop long.

F : Ben oui et tu continues quand même. Tu t'enfermes là !

S : Mais c'est parce que je savais que tu voulais une séance...

F : Mais non; je ne veux rien du tout ! C'est faire preuve de dextérité ou de maturité.

S : Ouais, à partir du moment où j'étais rendu là, j'aurais dû arrêter.

15h 25"

F : Mais t'as voulu aller plus loin. T'as voulu montrer ce que tu savais faire.

S : Mais tu vois, j'en ai trop prévu et j'aurais dû m'arrêter. Enfin, il faut essayer d'arrêter et de ne pas pousser jusqu'au bout.

F : Donc, première remarque.
Mais autrement, sur les paramètres de la situation tu pouvais jouer d'une autre façon.

S : Ou je fais calculer les 3 premiers joueurs par certains et les 3 derniers par d'autres ?

F : Par exemple. Ce qui intéresse : c'est qu'il y ait une équipe en commun. Donc là tu viens de trouver une modalité : une partie de la classe travaille sur l'équipe A, une autre travaille sur l'équipe B...

S : Et une autre sur l'équipe C ?

F : Non, pas une autre ! Tu ne vois pas pourquoi je différencie comme ça ?

S : Non

F : Réfléchis un peu ! Pourquoi il y a cette différenciation ?

S : Ben si, parce que tu regardes ça, c'est ça ? Ben parce que là y a une retenue et pas là.

F : Ben voilà ! A c'est l'appropriation parce que c'est plus facile ....et après une autre façon de différencier au cours de la séance : la suite avec un groupe qui travaille l'équipe A, un autre l'équipe B, un groupe l'équipe C et une autre piste après : au lieu de faire des calculs sur les 3, on fait sur les 2 A et C puis B et C. Tu me suis ?

15h 02
(prise de notes et tentative de synthèse)
15h 04' 51"

F : Essaie de résumer les 2 modalités : une modalité conduite en 2 séances, où tu coupes?

S : Donc, je coupe après la donnée des résultats par joueurs.

F : Voilà. Jamais plus de 50mn une séance avec les CP ! Mais j'essaie de trouver une modalité qui tienne sur 50mn. Je t'ai donc proposé de faire... ?

S : De faire calculer par chaque équipe les résultats; par exemple, des 2 premiers joueurs. Une équipe qui calcule le résultat des 2 premiers joueurs, 1/3 de mes équipes calcule le résultat des 2 joueurs de l'équipe B, un autre tiers calcule le résultat des 2 joueurs de l'équipe C.

F : Et après : 2ème partie de la séance qui constitue l'essentiel...

S : C'est de faire calculer, de toute façon, le résultat, des 2 joueurs ensemble, de l'équipe C... puisqu'il va y avoir une retenue à tous les groupes que j'aurais formés et de leur faire calculer aussi le résultat à chacun d'un des 2 joueurs.

F : Parce que c'est plus facile... et là, il n'y a pas d'échange à faire. Donc, ça on pourrait dire que c'est l'appropriation de la tâche et là : c'est l'obstacle. C'est ma première remarque.

J'ai rebondi à partir que c'est trop long.

Oui, effectivement.

Une deuxième chose au niveau de ton analyse. Je vais pointer au moins 2 points pour l'instant : 1er point c'était trop long. 2ème point : analyse!

Je peux te rebrancher en reprenant la discussion ; certains réussissent... quand on creuse un peu : un réussit, 1 sur les 4. Qui travaille ?

S : Ah oui, le travail de groupe... il y en a qui se reposaient largement sur les épaules de certains.

F : Pourquoi ? Si c'était à refaire, comment ferais-tu ces groupes ?

S : Plus hétérogènes malgré tout. Parce que si je les fais homogènes comme j'ai fait là...C'est difficile de se servir des procédures... Enfin je veux dire qu'il y a moins d'entraide entre les élèves.

F : S'ils sont homogènes ?

S : Oui.

F : Mais si c'est homogène, il y a des élèves, qui sont plus faibles, qui sont regroupés.

S : Ou je pourrais alors au contraire me concentrer plus sur leur table ?

F : Eh oui cher ami! C'est la même chose qu'en français le matin ! Tu différencies et ça veut dire qu'ils font la même tâche.. mais toi, tu vas te cibler autour d'un ou deux groupes d'élèves que tu vas réellement prendre en charge comme tu différencies sur des activités en lecture.

Tu dois faire. C'est pas possible ça !

Les groupes homogènes ou hétérogènes? C'est à toi de choisir, mais on peut concevoir que c'est plutôt : groupes homogènes avec l'aide du maître. A quoi ça sert de papillonner de groupe en groupe, tu ne sers à rien ! Donc autant que tu prennes en charge un groupe homogène, sur la même tâche et tu les aides à la réaliser. Au lieu de faire ton enseignement, un peu bizarre, sous forme de correction à la fin : tu serais présent pour étayer tout ce que tu leur racontes, les arbres de calculs et compagnie; quand tu corriges, tu aiderais au moins 6 élèves.

S : C'est vrai parce que ce groupe-là, par exemple qui est un groupe hétérogène, Adeline l'a fait avec Quillian qui lui est bon et ils ont quand même trouvé le moyen de se tromper d'une unité.

F : Alors qu'il y en a un qui est bon parmi les deux...

S : Donc, ça confirme le fait qu'il vaudrait mieux faire des groupes homogènes.

F : Et là tu as donné un autre indice, ce sera un troisième point d'analyse pour moi.

Tu peux me résumer le 2ème point d'analyse?

S : Vaut mieux faire des groupes homogènes pour avoir un temps de présence plus grand à la table des plus faibles.

F : Avec l'étayage du maître, c'est indispensable. Ca s'appelle la différenciation, ça s'appelle groupes de besoins. Il faut à tout prix que tu le fasses. C'est ça le rôle du maître. C'est pas possible que le maître papillonne de groupe en groupe et ne leur apporte rien du tout. Donc, tu peux concevoir ton activité de façon autonome.

2ème point de l'analyse.

3ème point maintenant : revenons-en aux groupes.

Tu dis toi-même : ils sont à 4. Un travaille, 2 travaillent. Est-ce que les 4 travaillent?

S : Alors 2 s'il y en a un qui travaille, l'autre va dire que... 3 je pense.... 4 ça fait peut-être beaucoup.

F : C'est INTERDIT. C'est impossible !

S : Ah bon, c'est dans le livre du maître !

F : C'est moi qui te le donne comme conseil en tant que formateur. Ca ne peut pas fonctionner.

S : Donc, groupes trop grands. Donc, tu conseillerais combien ?

F : Moi : c'est toujours 3 mes groupes.. ou 2.. mais, 3 c'est mieux. Quand je fais des groupes.. et il faut en faire des groupes pour un travail autonome.. recherche individuelle et confrontation collective à 3 ou 2. Parce que 2, il peut y avoir un leader, tandis qu'à 3 : il y en a un qui cause mais les autres qui disent qu'ils ne comprennent rien tandis que s'il y en a un qui mène...

Je n'ai pas résolu : groupes hétérogènes ou homogènes?

Il y a des recherches là-dessus, pertinentes... dans des dossiers professionnels réalisés par des collègues, je te ferais référence à ça si tu me demandes à l'IUFM.

(Donc, on a un groupe de CP, sur des activités de numération, un mémoire professionnel génial où ils se sont donnés comme problématique : voir ce qui fonctionne le mieux groupes homogènes ou hétérogènes et c'est vraiment bien...

Donc la conclusion : à 3, mais il semblerait que... Voilà. J'ai envie que tu viennes vers moi, je ne te dis pas, je ne te demande pas, c'est un petit clin d'œil....)

Donc ma réponse c'est : groupes de 3, que je préfère aux groupes de 2. Mais, il n'y a pas de recette concernant la composition... homogènes ou hétérogènes? on joue effectivement là-dessus. Mais, groupes de 4 : c'est impossible.

Alors, allons plus loin dans l'analyse des supports... Comment étaient tes supports pour ton groupe de 4 ?

S : Et ouais, soit il était trop petit ou soit le groupe était trop grand mais c'est vrai que le support au milieu de la table avec.... S'il y en a un qui le prend, les autres qui sont sur les ailes ont du mal à le prendre.

F : Ben oui, dans ta disposition spatiale : en ligne, comment veux-tu qu'on travaille à 4 !

S : Pour qu'ils se servent du jeu des échanges, pour ne pas qu'ils se trompent au niveau dizaines et unités.

F : Oui… mais on n'est pas obligé de travailler, d'ailleurs tu l'as dit toi-même, sur le jeu des échanges parce qu'on peut faire des arbres de calculs directement.

C'est pas possible de travailler à 4 avec une fiche collective au niveau du CP. Donc, ils ne travaillent pas tes élèves ! Il y en a un qui travaille, celui qui a la fiche collective et éventuellement un deuxième qui est son voisin. Donc, quand tu me dis : ils ont réussi. Certains ont réussi….

S : Oui j'ai remarqué que…

F : Ben évidemment ! Ils ont même dit : nous on ne l'a pas fait.

C'est bon. Il faut que ça reste, ça sert à rien que j'aille plus loin.

Donc l'idée d'un support collectif pour 2, je vais parler pour 3, précédé par un travail INDISPENSABLE sur des fiches individuelles qui existaient….

Tu ne fais pas beaucoup référence au travail individuel sur le papier blanc avant de remplir le tableau collectif.

S : Y en a qui l'ont utilisé quand même !

15h 14

F : Un petit peu, j'ai filmé ! Prenons un exemple. C'est mon groupe. Il n'y a rien ! Voilà le travail de toute l'heure et quart !

S : Ben là, y a beaucoup de choses fausses mais ceux-là, en fait, ils sont faibles mais ils ont fait quoi.

F : Ils ont fait des choses. Les arbres de calculs, les premiers, c'est bien. Mais quand je regarde le groupe, puisqu'il faut toujours faire référence aux traces écrites, je n'en prendrais que 2. Là c'est clair, où est le travail ?

S : C'est surtout Céline qui a travaillé.

F : Justement. Une sur trois, une sur quatre. Céline qui a la feuille collective et les 3 autres qu'est-ce qu'ils font dans l'histoire ?

S : Ils ont essayé en faisant des regroupements au début.

F : Oui d'accord. Au début… une fois, mais ils n'ont rien écrit et puis après ils dorment ! Va me chercher les autres feuilles. Ils n'ont pas écrit leur prénom. Ils n'en feront rien de ça puisqu'ils n'ont rien écrit.

S : Et en plus c'est difficile de les garder ces feuilles.

F : Les traces écrites ? Ben oui, on ne sait pas où les mettre ? Dans un dossier bien structuré sur l'exercice du jour. C'est les autres feuilles que tu me ramènes ?

S : Oui en fait on voit rien.

F : il n'y a rien du tout ! Donc c'est mon troisième point.
Résume le troisième point et résume les trois.

S : Le troisième point est lié au deuxième parce que les groupes étant trop grands, y en a qui se sont contentés de ne rien faire sur la feuille blanche. J'aurais dû demander plus de l'exploiter à la correction collective...

F : Non pas la correction, je n'aime pas la correction !

S : Euh à la synthèse collective.

F : Non c'est pas ça mais surtout pendant qu'ils... ?

S : Pendant qu'ils travaillaient. J'ai insisté dessus.

F : Pas assez.

S : Pas assez ?

F : Pratiquement jamais. Ben la preuve ; c'est qu'ils ont rien fait, certains groupes... T'as jamais dit qu'ils devaient faire une recherche individuelle avant de confronter....

S : Je leur ai dit que tout le monde doit travailler.

F : Tu parles, c'est très vague pour une consigne. Consigne qui n'est jamais donnée à l'écrit au tableau. Consigne qui reste orale. Les consignes ne doivent pas rester à l'oral.
(Le stagiaire rédige la consigne : "Chaque élève doit de servir de sa feuille blanche pour trouver le résultat")

15h 17'
S : Et pour ceux qui ne lisent pas très bien ?

F : Tu les doubles à l'oral mais l'écrit reste au tableau et tu peux y faire référence. Si tu avais écrit cette consigne la au tableau, ...évidemment qu'il faut la doubler d'un oral,... tu pourrais y faire référence : " N'oubliez pas, qu'est-ce que je vous ai dit. Consigne n°1 : travaillez sur votre feuille blanche ". Enfin , il te faut un support écrit.
C'est pas possible sans support écrit !
Sur l'analyse, on y va.

S : Trois points sur l'analyse. C'est le fait que j'aurais dû demander aux groupes de chercher des...

F : Donc c'est parti de quel propos ? ton activité est longue. Bon une activité de CP ne peut pas excéder 50mn. Donc ?

S : Donc j'aurais dû demander à un tiers de l'effectif de trouver le résultat des 2 joueurs…

F : D'accord, on a compris. Donc, les premiers calculs qui serviront de support à l'activité principale dont l'objectif est bien l'addition et .... c'est par des calculs préparatoires, ça va très vite.

S : Divisée en 3 tiers donc y a eu 2 tiers de temps de recherche. Donc je peux passer plus vite à l'activité principale et au lieu de donner les 3 calculs à faire dans l'activité principale, j'en donne 2. Un des deux premiers, il n'y a pas de retenues…

F : Donc c'est une phase… ?

S : d'appropriation.

F : Oui` : comprendre ce qu'on a à faire. Et la deuxième tâche ?

S : Pour faire rencontrer l'obstacle à tous, l'obstacle est qu'il y a une retenue sur la dernière équipe.

F : D'accord, 1^{er} point terminé. $2^{ème}$ point ?

S : Les groupes étaient trop grands.

F : C'est pas ça mon $2^{ème}$ point mais le troisième. Comment tu les constitues les groupes ?

S : De façon homogène.

……..

ANNEXE N°6 : FICHE D'EVALUATION DU PE2 DE LA VIDEO.

iufm Bretagne

2000 - 2001

Site de
- Quimper ☐
- Rennes ☒
- St-Brieuc ☐
- Vannes ☐

STAGE EN RESPONSABILITE

Premier degré

FICHE DE VISITE N° 9 et 10

Nom patronymique : [redacted]

Nom marital :

Prénom : [redacted]

Ecole : Primaire Moulin à Vent MONFORT/Meu — Classe : CP — Nombre d'élèves : 24

Date : Mardi 29 mai, Jeudi 31 mai 2001 — Heure : Matinées + début d'après-midi le 31/5

Séquences observées (thème et discipline) : le 29 projet fabrication du pain | le 31 lecture, Maths, EPS — travail plénière, [illegible]

Nom du formateur et qualité :

Appréciation générale du formateur

Des qualités pédagogiques indéniables qui contribuent à un climat de classe favorable aux apprentissages.
Une recherche d'unité à travers un projet fédérateur : la fabrication du pain.
Mise en place remarquée d'une différenciation dans certains domaines

Date : 31/5/2001

Signature du formateur :

Observations éventuelles du stagiaire :

Signature du stagiaire : Date :

TSVP

CONSTATS	CONSEILS : OBJECTIFS FIXÉS, DÉMARCHES SUGGÉRÉES, ETC...
Conception des situations d'apprentissage – un projet autour de la fabrication du pain qui a été mené à son terme, malgré quelques problèmes matériels résolus en situation. Élèves intéressés, le projet a été bien conçu. – cahier journal succinct avec des commentaires de reports d'activités non réalisées. – un essai de suivi individualisé des élèves en lecture et numération qui débouche sur des groupes de besoin – Des fiches de préparation des séquences dont la rédaction est inégale.	Prévoir plus nettement progressions et programmations sur la semaine & mois dans différents domaines disciplinaires. → en début de carrière, un bilan journalier plus étoffé est souvent nécessaire (Retour sur ce qui a été vécu) → cet outil, mis en place, reste à approfondir. → une fiche de préparation par jour : c'est insuffisant.
Conduite de la classe et prise en compte des élèves • LECTURE : Elle est fonctionnelle (règle d'un jeu pratiqué en EPS) et ceci est très bien ⓒ la différenciation est effective. Xavier prend en charge un groupe de 5 élèves, mais les supports prévus permettaient une nouvelle différenciation dans le groupe des 13 et celle-ci n'est pas réalisée la phonème [o] ⓑ révisions l'institutionnalisation, sous la forme d'une trace écrite individuelle, n'est pas prévue et c'est fort dommage. • MATHS : ⓐ calculs pensés : passage à la dizaine	LECTURE ⓐ * pour les élèves en autonomie : si les questions posées sont pertinentes pour une compréhension obligatoire, l'ensemble reste pour la plupart hors niveau dans le cadre d'un travail individuel. – Il fallait obligatoirement faire précéder cette recherche d'exercices de compréhension (d'éléments précis) permettant de mieux comprendre le texte. – Après une recherche individuelle, il est souvent souhaitable, dans le cadre d'une séquence de type apprentissage, de favoriser des moments d'échange entre les élèves. – Réfléchir au rôle de la correction et à la place du maître pendant celle-ci : Xavier devait, impérativement, faire référence au texte pour valider les réponses : c'est un moment propice à l'oralisation.
Analyse de la pratique et évaluation (entretien) L'activité est bien conduite. Le maître met correctement en évidence les procédures les plus efficaces et obtient l'adhésion de ses élèves. ⓑ numération et calculs un contenu didactique de qualité (cf Diagonale) des maladresses dans la mise en œuvre. une bonne utilisation du rétroprojecteur. • EPS : le jeu des couloirs Élèves actifs. Tous les élèves ont une tâche précise et les reprises collectives sont efficaces.	* pour les élèves plus faibles l'utilisation des supports didactiques est fondamentale Les phonèmes présents dans le texte étaient présents dans la classe (affichages du titulaire), il fallait utiliser ces références. ⓑ Le "cahier de sons" est un support individuel incontournable. Il n'existait pas dans cette classe. Maths : ⓑ un groupe de 4, avec un seul support collectif, dans une disposition spatiale inadaptée est une structure pédagogique guère favorisante. L'activité est trop longue et échappe à l'institutionnalisation indispensable.

voir « compétences attendues » page 2 du dossier

ANNEXE N°7 : RAPPORT DE VISITE (IUFM AIX-MARSEILLE)

IUFM
académie d'Aix-Marseille

site d'AIX

année scolaire 2001/2002

PE2 - STAGE EN RESPONSABILITE DU 19/11/01 au 15/12/01

compte rendu de la visite du 23 novembre 2001 **matin/~~après-midi~~**

Nom et prénom du stagiaire :
GFP : 02

Nom et qualité du formateur effectuant la visite : ~~Mme~~, M. **Pierre EYSSERIC PIUFM**

Nom et adresse de l'école du stage	niveau de la classe
Mixte – ~~Maternelle~~ Oddo-Madrague-ville ZEP 1 pl. E. Targuin 13015 Marseille	CE2/CM1 inscrits : 23 présents : 23

1) Nature de la (des) séquence(s) évaluée(s) - durée
Résolution de problèmes multiplicatifs 1h15'

On appréciera surtout chez le stagiaire ses aptitudes dans la gestion et la conduite de la classe, la préparation des activités, l'analyse critique de sa propre pratique.

2) Compétences professionnelles observées (B. O. n° 43 du 24/11/94 – annexe III)
Les situations proposées sont bien préparées ; les consignes sont claires ; la mise en oeuvre fait alterner travaux individuels et phases collectives. L'utilisation du tableau noir et le travail de retour oral sur les apprentissages effectués ("qu'est-ce qu'on a appris aujourd'hui ? ...") ont été particulièrement appréciés.
Cependant une analyse a priori plus poussée des situations aurait pu conduire à une meilleure adéquation entre les problèmes choisis et les objectifs visés, ainsi qu'à une prise en compte plus conséquente des procédures des élèves.

3) Conseils, directions de travail et alertes éventuelles
La gestion de cette classe très difficile (cours double, ZEP avec beaucoup de problèmes de violence, 3 primo arrivants, ...) concentre une part importante de l'énergie d'Emilie pour maintenir des conditions propices aux apprentissages. Mais tout en restant ferme sur les règles, il faut introduire plus de souplesse dans la relation avec les élèves : discipline et empathie ne sont pas incompatibles.
Emilie analyse bien les problèmes auxquels elle se trouve confrontée dans sa pratique de classe et le travail effectué avec elle au cours de l'entretien permet un pronostic encourageant pour la suite.

Avis (1) : alerte ☐ satisfaisant ☒ remarquable ☐

Date et signature du formateur :
23/11/01

→ **l'original** du compte rendu de visite est à remettre dès la fin de la visite au secrétariat pédagogique du premier degré.

(1) *l'avis formulé n'est qu'un élément de l'évaluation et sera pris en compte lors de la validation finale.*

IUFM site d'Aix-en-Provence – secrétariat pédagogique du premier degré – 2 avenue Jules Isaac
13621 Aix-en-Provence CEDEX 1 – tél. : 04 42 33 02 76/24 – fax : 04 42 33 01 57

ANNEXE N°8 : RAPPORT DE VISITE (IUFM BOURGOGNE)

I.U.F.M. de Bourgogne **BULLETIN DE VISITE**

Centre de DIJON

NOM :	**PRENOM :**
Date du stage : Du 17 sept au 13 oct 2001	Lieu du stage : Ecole Jean Jaurès Auxonne Niveau : CM2
Nom du formateur : **Mme BONNET N.** PIUFM Mathématiques	Date de la visite : le 1 oct 2001

OBJET DE L'OBSERVATION :

- Leçon de conjugaison : bon emploi du présent et du futur lors de phrases contenant deux propositions
- Leçon de mathématiques : les conversions

COMMENTAIRES :

- **Préparation de la classe.** Des préparations sérieuses et soignées. Marie Laure désire bien faire et cela se ressent très fortement par son imprégnation des modèles du maître titulaire. Suivre l'exemple des aînés, tenter de mettre en œuvre le fruit de leurs réflexions constitue la base de progrès et montre l'ouverture d'esprit de la stagiaire. Cependant, il semble opportun de ne pas figer les pratiques.

- **Contact / qualité relationnelle.** Les contacts avec l'unité pédagogique de l'école semblent bons. Marie Laure est appréciée car disponible, attentive et souriante.

- **Communication / prise en compte des élèves.** Les deux leçons visionnée n'ont laissé que fort peu de temps de parole aux élèves. Elles ont été traitée à la façon d'un faux dialogue, plutôt d'un long monologue. Afin de palier à ce défaut, il conviendrait de rechercher des situations qui mettent les élèves davantage en action, leur permet une construction personnelle. (consulter les ouvrages de Britt Mary Barth et d'Hélène Trocmé Fabre : "J'apprends donc je suis" en coll de poche)

- **Objectifs.** Tout à fait raisonnables. Ne pas oublier, en cas de doute, de consulter les I.O.

- **Situation d'apprentissage.** Des préparations rigoureuses qui suivent le schéma d'une même démarche : recherche individuelle à partir de questions, écriture au tableau de toutes les pistes trouvées par les enfants, discussion qui permet de dégager une loi commune, synthèse sous forme d'un résumé ou d'un tableau récapitulatif. Cette démarche permet une construction très productive des savoirs cependant, la maîtresse est constamment sollicitée car elle seule dirige les élèves vers ses objectifs. Il n'y a guère de place pour des ouvertures car la construction de la leçon est très rigide. Quand Marie Laure aura trouvé son style pédagogique, elle se détendra et tout ira mieux

- **Contenus.**
  - En conjugaison, un exemple inscrit sur la fiche de préparation m'a semblé erroné. Les contenus sont à vérifier très sérieusement quand on est peu sûre.
  - En mathématiques, le travail sur les conversions consistait en une révision et ne demandait peut-être pas autant de longue reconstruction. Il s'agit avant tout que les enfants prennent conscience des unités usuelles et de leur emploi au travers de problèmes qu'ils ont à résoudre. Les I.O. disent : " utiliser l'unité appropriée dans certaines situations familières" Tout exercice formel semble peu recommandé.

    En fin de leçon, il s'agit de se poser les questions suivantes Qu'ont appris les élèves lors de cette leçon ? Quelle nouveauté ?
  - Je rappelle que "le calcul mental (automatisé ou réfléchi) doit occuper une place principale à l'école élémentaire et faire l'objet d'une pratique régulière." J'ai été surprise qu'une leçon sur les conversions ne soit pas précédée de calculs du type "multiplier ou diviser un entier par10 ; 100 ou 1000"

- **Supports et leurs utilisations.** Eviter les photocopies trop nombreuses. Le grand tableau de conversions était-il nécessaire ? Les élèves auraient certainement pu le tracer eux-même sur leur cahier...

- **Gestion du temps.** Le temps consacré à chaque partie de la leçon est prévu et Marie Laure a fait constamment des efforts très louables pour respecter ces normes. L'expérience l'autorisera ultérieurement à certains écarts qui humaniseront ses leçons.

- **Gestion de l'espace.** La stagiaire a encore une vue trop périphérique des élèves. Elle les connaît peu. Pour le prochain stage, il faudra être attentive à ceux qui systématiquement jouent avec leur montre, leur stylo, leur gomme etc, à ceux qui se rongent les ongles, ou s'occupent à découper du papier, à lire en cachette... Une circulation, des pauses au fond de la classe sont nécessaires afin d'éviter de trop rester accrochée à son papier et au tableau.

- **Evaluation.** Le maître titulaire a demandé qu'elle participe aux corrections. J'ai pu constater qu'elle s'y applique réellement. Elle est même attentive aux fraudeurs qui font écrire leurs punitions par d'autres.

- **Analyse des pratiques.** Marie Laure s'est appliquée à rentrer dans le mode pédagogique du maître. Elle avoue ne pas parvenir facilement à cette élaboration, mais l'ensemble est tout à fait convenable. Ce stage aura été fructueux en techniques professionnelles.

Conclusion :

Une stagiaire qui donne le maximum d'elle même et qui est attentive aux conseils des aînés. Elle ne semble pas avoir eu de difficultés majeures lors de ce stage.

Signature

Contributions

Contribution 2

TITRE : EXEMPLES DE FORMATIONS AUTOUR DES EVALUATIONS NATIONALES CE2/6EME.

AUTEUR : Catherine TAVEAU (IUFM de Créteil ET IREM Paris7)

Date : Février 2002

Résumé : Cette communication présente des dispositifs de formation continue sur le thème de l'évaluation. Les évaluations nationales de mathématiques de CE2 et 6ème sont utilisées comme support pour travailler également la liaison école - collège, pour gérer les ruptures et les continuités des apprentissages.

Depuis 1989, date des premières évaluations nationales en mathématiques et en français, de nombreux stages de formation continue se sont déroulés et ont permis de modifier le statut de l'erreur dans les apprentissages mathématiques. Bien que remises en cause chaque année, ces évaluations continuent d'exister et restent un support pour de nombreuses actions de formation. La circulaire du 18/11/1998 (réactivée à la rentrée 2001) sur les PPAP (Programme personnel d'aide et de progrès) réaffirme l'importance donnée aux évaluations nationales en tant qu'outil indispensable à l'élaboration des PPAP.

De fait, tout formateur de mathématiques en IUFM se voit un jour solliciter par un IEN pour intervenir dans sa circonscription sur le thème des évaluations nationales. Le contenu est souvent flou, les objectifs vagues et le public fréquemment désigné. Comment alors construire une formation courte que l'on voudrait cohérente et pertinente?

Dans cette contribution, je me propose de présenter un panorama des possibles en terme d'actions de formation sur ce thème.

Cette contribution s'articule autour de trois documents :

- En annexe 1, une présentation des approches possibles pour traiter le thème des évaluations nationales.
- En annexe 2, une synthèse des différents cadres d'action de formation, sur des durées variables.
- En annexe 3, un exemple détaillé d'animation de circonscription sur " l'articulation école-collège : le cas de la géométrie".

Les différents cadres d'intervention présentés dans l'annexe 2 sont complétés par les notions traitées selon la durée octroyée à cette formation parmi les thèmes présentés dans l'annexe 1.

Ainsi dans le cadre d'une simple animation de circonscription de 3 heures sur les évaluations CE2, seulement une analyse avec une entrée thématique sera proposée(contenus E), complétée par des apports didactiques sur ce thème (contenu F). Par exemple, actuellement un réel travail peut être proposé sur les activités de calculs à l'école élémentaire. En effet les items évaluant le calcul mental sont apparus depuis trois ans dans les évaluations nationales et les résultats peu brillants des élèves interrogent les maîtres du primaire. C'est l'occasion pour les formateurs de faire des propositions d'enseignement adapté, les maîtres étant alors assez réceptifs à nos apports.

D'autre part, la commande institutionnelle peut concerner l'état des lieux, sur une circonscription, des connaissances des élèves et avoir pour objectifs la mise en place d'un dispositif de formation sur la circonscription ou l'élaboration d'un contrat de réussite sur un REP. Dans ce cas le formateur pourra travailler plus particulièrement les contenus C et D(dans l'annexe 1), tout en restant vigilant sur l'exploitation des résultats locaux. Ces stages ne doivent pas être le lieu d'un classement entre classes, voire entre écoles.

Le cadre le plus confortable pour le formateur est le stage d'une semaine ou plus. Il est alors possible de construire une programmation plus cohérente sur les sujets traités. Avec l'aide d'autres collègues formateurs, le thème de l'évaluation pourra être traité dans un dispositif de démarches d'apprentissages, et les évaluations nationales seront un support pour amorcer la réflexion sur l'enseignement de telles ou telles notions mathématiques à l'école.

Par ailleurs, le thème des évaluations nationales peut aussi être abordé en formation initiale, avec les PE2 et PLC2. C'est l'occasion de travailler sur les continuités ou les ruptures des apprentissages mathématiques sur l'ensemble de la scolarité obligatoire.

Pour conclure, même si souvent le cadre dans lequel nous devons intervenir est inconfortable (apports trop nombreux sur une durée trop courte, public peu motivé a priori..) il est important de se saisir de ces opportunités pour redynamiser la formation continue dans le champ disciplinaire des mathématiques. Les évaluations ont montré qu'elles pouvaient être le levier de modifications d'approches didactiques de certaines notions(les décimaux , la géométrie, maintenant le calcul mental...). Face à la désaffection des maîtres dans les stages longs de mathématiques, nos actions de formation dans les circonscriptions peuvent permettre d'améliorer les pratiques enseignantes de l'enseignement des mathématiques.

"Si tu ne viens pas à César, César ira à toi"

Rappel du site ministériel où l'ensemble des résultats nationaux des évaluations est donné :

www.education.gouv.fr/dpd

ANNEXE 1 : DIFFERENTES ENTREES POUR LES FORMATIONS AUTOUR DES EVALUATIONS NATIONALES CE2 ET 6EME

A- Historique de la mise en place des évaluations nationales par la DEP

Dispositif
Constitution des équipes conceptrices des évaluations
Objectifs explicites
Objectifs implicites
Etat des lieux : où en est-on après 12 ans de fonctionnement?

B- Rôle des évaluations

Outil
Gadget
Utilisation par les médias

C- Contenus des évaluations

Définition : Compétences de bases
Compétences approfondies
Compétences remarquables

Signification et fonctionnement du codage
Exploitation des résultats informatisés avec le logiciel CASIMIR

D- L'analyse de quelques résultats globaux:

		6ème
nationaux,		Travaux géométriques et mesures
académiques,	*en lien*	Numération et écriture des nombres
départementaux,	*avec les champs évalués*	Techniques opératoires
de circonscription,		Problèmes numériques
ZEP et hors ZEP		Traitement de l'information

E- Une entrée thématique notionnelle

- Rechercher les items liés à cette notion
- Donner une idée des résultats obtenus par les élèves
- Définir si la compétence évaluée est de base ou autre *d'où*
- Connaissances en terme de progression d'apprentissage à travers les cycles
- Faire fonctionner le codage quand c'est possible et analyser les erreurs prototypiques des élèves
- Présenter des exercices et leurs résultas sur la même notion dans les évaluations des années antérieures et analyser les évolutions des évaluations sur une même notion

F- Apports didactiques sur l'apprentissage de la notion abordée

Objectifs
Contenus

Démarches

G- Construire une programmation possible sur l'apprentissage de la notion sur les différents cycles de l'école

H- Travail spécifique sur le concept de d'évaluation.

La docimologie
Les représentations de l'acte d'évaluer
La place de l'évaluation dans une démarche d'apprentissage.

I- Aide à l'élaboration de livret scolaire pour une école ou une circonscription(partie mathématique)

ANNEXE 2 : LES DIFFERENTS CADRES D'INTERVENTIONS EN FORMATION CONTINUE

Contenus traités parmi ceux proposés en annexe 1	**Nature de l'intervention**	**Public**	**Temps de formation**	**Thèmes abordés**	**Objectifs visés**
E et F(sur 3h) C D E et F (sur 6h)	Animation de circonscription	Enseignants de cycle2 et cycle 3	3 ou 6h	Evaluations CE2 ou Evaluations 6ème -R*ésolution de problèmes* - *Numération* - *Géométrie* - *Décimaux* - *Problèmes*	Susciter des interrogations sur: - Pratiques professionnelles - Besoin de formation - Travail d'équipe
E et F(sur 3h) C D E et F (sur 6h)	Liaison école collège	Enseignants du cycle 3 et de 6ème	3h , 6h ou 9h	Evaluations 6ème axées essentiellement sur la géométrie et les décimaux Exemples : *la construction du nombre* *la géométrie dans l'espace*	Connaissances mutuelles des deux "mondes" en terme de: - Pratiques de classes - Contenus à enseigner
De A à F	Stage REP	Tous les enseignants école et collège	1 semaine et plus	Un domaine mathématique à travers les cycles (de la PS à la 3ème de collège)	Mise en place d'une identité REP, avec des bases communes de réflexions autour des notions à enseigner.
De A à H , en commençant par le H	Stage de formation continue R4	Enseignants cycle2 et cycle 3	4 semaines	Pratiques de l'évaluation et démarches d'apprentissage	Améliorer les pratiques d'évaluation. Construction d'outils en lien avec l'élaboration de séquence d'enseignement.

ANNEXE 3 : SPECIFICITE D'INTERVENTION DANS LE CADRE DE LA LIAISON "ECOLE COLLEGE"

Thèmes abordés : La géométrie

Objectifs :

- Faire émerger à partir de l'analyse des items de géométrie le type de géométrie enseigné à l'école primaire
- Faire prendre conscience aux enseignants de collège qu'ils peuvent s'appuyer sur les savoirs et savoirs faire en géométrie qu'ont acquis les élèves en fin de cycle 3.
- Faire ressortir ce qui est de l'ordre de la continuité des apprentissages (les mêmes objets géométriques étudiés) et ce qui est de l'ordre de la rupture (essentiellement dans la démarche - statut de la figure, statut de l'écrit).
- Eviter que les collègues du 2nd degré dictent ce qu'ils attendent des élèves à l'arrivée en 6ème.

Déroulement possible d'une animation de circonscription de 3h ou 6h

Par groupe hétérogène (enseignants du primaire avec ceux du secondaire)

1 Analyser des items de géométrie
Estimer le taux de réussite. Définir s'ils pensent que la compétence évaluée relève plutôt d'une compétence de base ou d'une compétence approfondie ou remarquable.
Justifier leur réponse en fonction de leurs connaissances des programmes ou des pratiques de classe.

2 Analyses des erreurs ou des difficultés des élèves qu'ils quittent ou accueillent (savoir, savoir – faire, savoir – être).

3 Retour aux programmes (connaissances réciproques ou même simples connaissances de son propre programme)

4 Apports sur l'apprentissage de la géométrie à l'école et au collège :
Quelle géométrie à l'école primaire? Quelle géométrie au collège?
Quelles continuités?
Quelles ruptures?

Si plus de temps est donné à ce type de formation on peut penser à :

5 Analyse de manuels scolaires 1er et 2nd degré.

6 Propositions de démarches pédagogiques.