Université HENRI POINCARÉ NANCY 1

I.R.E.M. DE LORRAINE

LES RACINES CARREES

AU COLLEGE

© Edité et imprimé par l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques - (Université Henri Poincaré - NANCY I - Faculté des Sciences) - B.P. 239 - 54506 VANDOEUVRE-les-NANCY CEDEX
Dépôt légal : 2ème trimestre 1998
n° de la publication : 2-85406-161- 6
Responsable de la publication : Le Directeur de l'IREM, Bernard ANDRÉ

0,60€

Ont participé à la rédaction de ce fichier :

Annick REGNARD

Catherine MAUREL

Claude TIHA

Fabienne SEMPERE

Martine GIMMILLARO

16 fiches à propos des racines carrées au collège

AVANT-PROPOS

Ce document, destiné aux élèves de 3ème, vise plusieurs objectifs.
Il s'agit d'abord de donner du sens aux racines carrées découvertes en 4ème par le biais de la calculatrice.
Ce fichier permet de mettre en place les règles de calcul en conformité avec le programme. Les exercices ont été structurés et écrits de manière à développer les automatismes élémentaires.
Les compétences approfondies ou remarquables dans ce domaine font l'objet d'exercices pour "experts".

Fiche 1 : Carrés et racines carrées (lien entre les deux nombres - vocabulaire - notation)

Fiche 2 : Encadrements et valeurs approchées

Fiche 3 : Du carré à la racine carrée et inversement (tracé et utilisation de la courbe $y=x^2$)

Fiche 4 : La racine carrée est un nombre (les racines par rapport à l'ensemble des nombres déjà connus).

Fiche 5 : Carré d'une racine carrée

Fiche 6 : Activité de découverte (découverte par la géométrie de l'écriture $a\sqrt{b}$)

Fiche 7 : Autre écriture (grâce à la décomposition d'un nombre, on a une autre écriture de $\sqrt{x}$; application de la règle de la fiche 6)

Fiche 8 : Produit de racines carrées (exercices)

Fiche 9 : Somme de racines carrées (exercices)

Fiche 10 : Quotient de racines carrées (exercices)

Fiche 11 : Développements d'expressions produit (où figurent des racines carrées)

Fiche 12 : Equations (résolution d'équations du type $x^2 = a$)

Fiche 13 : Questionnaire à choix multiple (conçu en fonction des erreurs fréquemment rencontrées chez les élèves)

Fiches 14, 15, 16 :
Au brevet des collèges (exercices extraits des annales du brevet des collèges des dernières années : 91-96)

CARRES ET RACINES CARREES

Attention : les lettres utilisées dans cette fiche représentent des nombres ***positifs***

1) Compléter ce tableau en observant le modèle donné :

on écrit :

$7\times7=49$	49 est le carré de 7	$49=7^2$	7 est la racine carrée de 49	$7=\sqrt{49}$ ou $7=\sqrt{7^2}$
	81 est le carré de ...			
$12\times12=144$				
			13 est la racine carrée de 169	
		$289=17^2$		

2) Compléter les tableaux suivants sans utiliser la calculatrice :

x	5	0,3	800	10000	$\frac{5}{3}$
x^2					

x	16	1,21	10^6	6400	$\frac{4}{81}$
$\sqrt{x}$					

a	4		3		6				1,2	$\frac{2}{3}$	
a^2		4		121		0	5^2	144			$\frac{25}{36}$

3) Compléter ce tableau en observant le modèle donné :

on écrit :

$a\times a=11$	11 est le carré de a	$11=a^2$	a est la racine carrée de 11	$a=\sqrt{11}$ (ou $a=\sqrt{a^2}$)
	17 est le carré de x			
			b est la racine carrée de 20	
$k\times k=50$				
		$35=y^2$		

4) Compléter le tableau suivant sans utiliser la calculatrice :

a	1		3		$\sqrt{6}$		$\sqrt{17}$			$\frac{1}{\sqrt{5}}$		$\sqrt{b}$
a^2		64		3		10		4,9	1,4		40	b

RACINE CARREE :
encadrement et valeur approchée

I) Rappel

Compléter les tableaux :

a	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	$\sqrt{b}$
a^2														b

On remarque et on admettra que carrés et racines carrées sont classés dans le même ordre.

Exemple : on veut encadrer $\sqrt{19}$ par deux entiers consécutifs.
On voit que : $16 < 19 < 25$
$4^2 < 19 < 5^2$
On en déduit que : $4 < \sqrt{19} < 5$

Exercice :
Encadrer par deux entiers consécutifs les nombres suivants :
$\sqrt{7} ; \sqrt{107} ; \sqrt{72} ; \sqrt{17} ; \sqrt{60} ; \sqrt{3} ; \sqrt{10} ; \sqrt{140} ; \sqrt{2}$

$< 7 <$ $< 7 <$ $< \sqrt{7} <$	$< \sqrt{107} <$	

II) Travail à l'aide de la calculette

Dans ce tableau, donner une valeur approchée :

$\sqrt{2}$	à 1 millième près	
$\sqrt{78}$	à 1 dixième près	
$\sqrt{19}$	à 1 centième près	
$\sqrt{98}$	à 1 centième près	
$\sqrt{122}$	à 1 dixième près	

Dans celui-ci, donner un encadrement :

$\sqrt{17}$	à 10^{-1} près	
$\sqrt{39}$	à 10^{-2} près	
$\sqrt{127}$	à 10^{-3} près	
$\sqrt{3}$	à 10^{-3} près	
$\sqrt{5}$	à 10^{-2} près	

DU CARRE A LA RACINE CARREE et inversement

1) Complèter le tableau suivant :

x	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,7	0,9	1	1,1	1,2	1,3	1,6	1,9	2	2,1
$y = x^2$															

2) Placer les points de coordonnées (x,y) dans le quadrillage donné.

3) Tracer la courbe qui passe par tous ces points. Cette courbe doit être la plus régulière possible.

4) Placer le point M de la courbe tel que $y = 4$. Lire sur le graphique la valeur de x correspondante. $x =$......

5) Placer le point P de la courbe tel que $y = 3$. Quelle valeur peut-on donner à x par lecture sur le graphique ?
Est-ce la valeur exacte correspondant à $x^2 = 3$?

6) *Valeurs approchées de x tel que $x^2 = 3$*
Utiliser uniquement la touche x² de la calculette pour remplir le tableau suivant et le complèter pour obtenir un encadrement avec 4 décimales.

valeurs essayées	carré	remarque	si $x^2 = 3$ alors :
1,7	$(1,7)^2 = 2,89$	$2,89 < 3 < 3,24$	$1,7 < x < 1,8$
1,8	$(1,8)^2 = 3,24$		
1,75	$(1,75)^2 =$		
1,73	$(1,73)^2 =$		
1,74			
1,735			
1,733			
1,732			

Ecrire maintenant des encadrements de la racine carrée de 3 :

à 0,1 près :

à 0,01 près :

à 10^{-3} près :

à 10^{-4} près :

Remarque :
Les mathématiciens ont démontré que la valeur exacte de ce nombre ne pouvait s'écrire ni sous la forme d'un nombre décimal, ni sous la forme d'un quotient de deux entiers.

Utiliser la touche $\sqrt{\ }$ pour lire $\sqrt{3}$:............
Si on calculait le carré de ce nombre, obtiendrait-on exactement 3 ?

LA RACINE CARREE EST UN NOMBRE

1) Compléter ces tableaux et les phrases de rappel :

a	5	-5	7	-7	$\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$	$-\sqrt{17}$	$\sqrt{17}$	-1,2	$\frac{2}{3}$
a^2										

Rappel : - Le carré d'un nombre est ....

- Deux nombres opposés ont ....

a												
a^2	16	16	2	2	81	81	8	8	1	1	0,9	0,9

2) Travail avec la calculatrice : compléter ces petits tableaux :

on tape	on lit
1,44	
$\sqrt{\ }$	

on tape	on lit
1,44	
$\sqrt{\ }$	
-x	

on tape	on lit
1,44	
-x	
$\sqrt{\ }$	

on tape	on lit
3	
$\sqrt{\ }$	

on tape	on lit
3	
$\sqrt{\ }$	
-x	

on tape	on lit
3	
-x	
$\sqrt{\ }$	

Remarque : - La racine carrée d'un ....n'existe pas.

- L'opposé d'une racine carrée d'un nombre existe : c'est un ....

3) Compléter chaque ligne du tableau avec une (ou des) croix quand l'énoncé est vérifié :

	existe	n'existe pas	est un nombre positif	est un nombre négatif	est un décimal	n'est pas un décimal	autre écriture
$\sqrt{9}$							
$-\sqrt{2}$							
$\sqrt{-4}$							
$\sqrt{5}$							
$\sqrt{0}$							
$-\sqrt{1}$							
$\sqrt{19^2}$							
$\sqrt{(-13)^2}$							
$\sqrt{-23^2}$							
$(-\sqrt{11})^2$							
$-(\sqrt{54})^2$							

CARRE D'UNE RACINE CARREE

Toutes les lettres utilisées dans cette fiche représentent des nombres positifs.

Rappels : $c = \sqrt{a}$ signifie que : c > 0

a > 0

$a = c^2$

$\sqrt{a} \times \sqrt{a} = \left(\sqrt{a}\right)^2 = a$

$\sqrt{a^2} = a$

---

1) Compléter le tableau suivant :

un nombre	5	$\sqrt{3}$	4	$\sqrt{7}$	9	1,2	$\sqrt{19}$	$\sqrt{23}$	11	$\sqrt{2.6}$	$\sqrt{x}$
écriture de son carré avec un exposant	5^2										
écriture de son carré sans exposant	25										

2) Sans calculatrice, donner l'écriture la plus simple possible :

$\sqrt{19^2}$	$\sqrt{23^2}$	$\left(\sqrt{27}\right)^2$
$\left(\sqrt{3428}\right)^2$	$\sqrt{101} \times \sqrt{101}$	$\sqrt{10^6}$
$\left(\sqrt{23}\right)^2$	$\sqrt{17^2}$	$\left(-\sqrt{3}\right)^2$
$\sqrt{8} \times \sqrt{8}$	$\sqrt{(-5)^2}$	$\sqrt{(-a)^2}$
$\left(-\sqrt{a}\right)^2$	$-\left(\sqrt{a}\right)^2$	$-\sqrt{a^2}$

3)Effectuer les calculs qui suivent:

$3\sqrt{2} \times \sqrt{2}$

$2\left(\sqrt{3}\right)^2$

$3\sqrt{7} \times 2 \times \sqrt{7}$

$4\sqrt{5} \times 2\sqrt{5}$

$2\sqrt{11} \times 5 \times 7\sqrt{11}$

$\left(4\sqrt{5}\right)^2$

$\left(-\sqrt{13}\right) \times \sqrt{2} \times \sqrt{13} \times \left(-\sqrt{2}\right)$

$2\sqrt{10} \times 4\sqrt{6} \times \sqrt{10} \times 5\sqrt{6}$

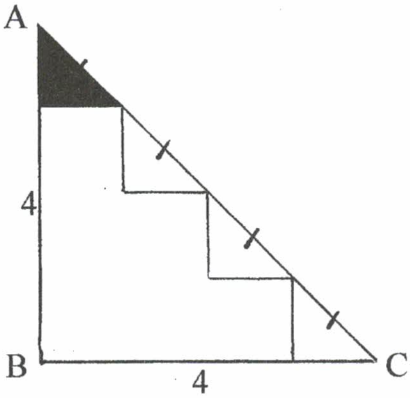
$\left(\sqrt{20}\right)^2 \times \left(-\sqrt{3}\right) \times 2$

$\left(3\sqrt{2}\right)^2 + \left(2\sqrt{7}\right)^2$

$\left(7\sqrt{3}\right)^2 - \left(5\sqrt{2^2}\right)^2$

RACINES CARREES : activité de découverte

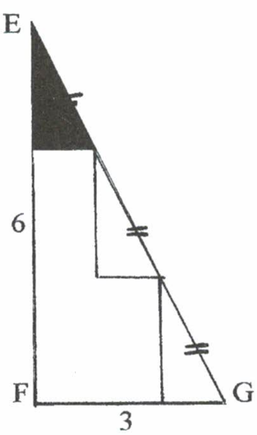
Dans cette activité, où l'on découvre des écritures différentes d'un même nombre, tous les triangles sont rectangles.



Calculer AC de deux manières :

① Comme l'hypoténuse du triangle ABC

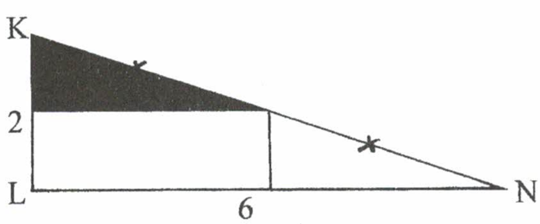
②Comme la somme des hypoténuses des 4 petits triangles



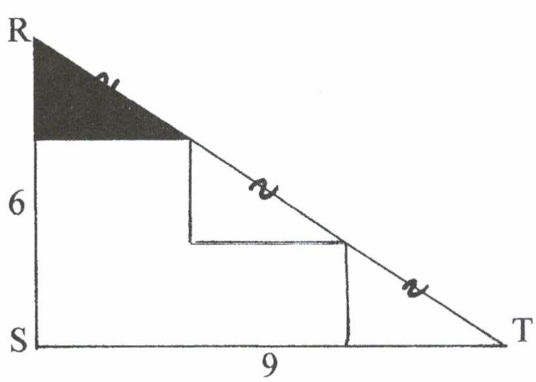
Calculer EG de deux manières :

①

②



Même travail pour KN



Même travail pour RT

Dans le premier travail, on a trouvé que :

puis que : et et

Chercher une explication qui justifiera ces égalités en écrivant des calculs intermédiaires

Conclusion :

RACINES CARREES
autre écriture

❶ Complèter le tableau suivant :

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x^2												

Ecrire chaque nombre sous la forme a^2b, a et b étant deux entiers, a étant le plus grand possible.
Exemples :

$500 = 100 \times 5$
$500 = 10^2 \times 5$

$48 = 4 \times 12$
$48 = 4 \times 4 \times 3$
$48 = 4^2 \times 3$

ou $48 = 16 \times 3$
$48 = 4 \times 4 \times 3$
$48 = 4^2 \times 3$

$72 = 8 \times 9$
$72 = 4 \times 2 \times 3^2$
$72 = 2^2 \times 3^2 \times 2$
$72 = 6^2 \times 2$

ou $72 = 36 \times 2$
$72 = 6^2 \times 2$

Même exercice avec les nombres suivants :

18 =	75 =	54 =
56 =	98 =	45 =
80 =	108 =	160 =

❷ Ecrire chacun des nombres sous la forme $a\sqrt{b}$, a et b étant deux entiers, a est le plus grand possible.
Exemples reprenant les nombres précédents:

$\sqrt{500} = \sqrt{10^2 \times 5}$
$\sqrt{500} = \sqrt{10^2} \times \sqrt{5}$
$\sqrt{500} = 10\sqrt{5}$

$\sqrt{48} = \sqrt{4^2 \times 3}$
$\sqrt{48} = \sqrt{4^2} \times \sqrt{3}$
$\sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

$\sqrt{72} = \sqrt{6^2 \times 2}$
$\sqrt{72} = \sqrt{6^2} \times \sqrt{2}$
$\sqrt{72} = 6\sqrt{2}$

Même exercice avec certains nombres déjà rencontrés précédemment :

$\sqrt{18} =$	$\sqrt{75} =$	$\sqrt{54} =$
$\sqrt{56} =$	$\sqrt{98} =$	$\sqrt{45} =$
$\sqrt{32} =$	$\sqrt{63} =$	$\sqrt{200} =$

A titre d'entraînement, le même travail peut être fait avec :
$\sqrt{27}$; $\sqrt{175}$; $\sqrt{147}$; $\sqrt{216}$; $\sqrt{108}$; $\sqrt{192}$; $\sqrt{320}$; $\sqrt{1200}$

PRODUIT DE RACINES CARREES

Rappels : $\sqrt{a^2}=a=\left(\sqrt{a}\right)^2$ $\sqrt{ab}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$ $(ab)^2=a^2b^2$

Dans les deux exercices qui suivent, il faudra écrire chaque produit sous la forme $a\sqrt{b}$, a et b sont deux entiers, a est le plus grand possible.

Exemples :

$\sqrt{10}\times\sqrt{18}=\sqrt{10\times 18}=\sqrt{2\times5\times9\times2}=\sqrt{2^2\times3^2\times5}=\sqrt{2^2}\times\sqrt{3^2}\times\sqrt{5}=2\times3\times\sqrt{5}\ =6\sqrt{5}$

donc $\sqrt{10}\times\sqrt{18}=6\sqrt{5}$

$2\sqrt{6}\times3\sqrt{10}=2\times3\times\sqrt{6\times10}=6\times\sqrt{2\times3\times2\times5}=6\sqrt{2^2}\times\sqrt{15}=6\times2\times\sqrt{15}=12\sqrt{15}$

Exercice 1 :

$a=\sqrt{6}\times\sqrt{12}$		
$b=\sqrt{5}\times\sqrt{75}$		
$c=\sqrt{18}\times\sqrt{12}$		
$d=\sqrt{14}\times\sqrt{35}$		
$f=\sqrt{3}\times\sqrt{15}\times\sqrt{10}$		

Exercice 2 :

$2\sqrt{3}\times5\sqrt{6}=$
$7\sqrt{2}\times3\sqrt{12}=$
$3\sqrt{10}\times2\sqrt{20}=$
$5\sqrt{14}\times3\sqrt{21}=$

Complèter le tableau :

a	b	a²	b²	ab	2ab
$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$				
$\sqrt{14}$	$\sqrt{21}$				
$\sqrt{3}$	$5\sqrt{2}$				
$3\sqrt{5}$	$2\sqrt{10}$				
$4\sqrt{7}$	$3\sqrt{21}$				

SOMME DE RACINES CARREES

Simplification d'une somme algébrique contenant des radicaux :

$2\sqrt{7}+6\sqrt{7}=2\times\sqrt{7}+6\times\sqrt{7}=(2+6)\times\sqrt{7}=8\sqrt{7}$ *donc* $2\sqrt{7}+6\sqrt{7}=8\sqrt{7}$

$\sqrt{12}-\sqrt{75}+\sqrt{3}=2\sqrt{3}-5\sqrt{3}+\sqrt{3}=(2-5+1)\sqrt{3}=-2\sqrt{3}$ puisque $\sqrt{12}=\sqrt{4\times3}=\sqrt{4}\times\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

$\sqrt{75}=\sqrt{25\times3}=\sqrt{25}\times\sqrt{3}=5\sqrt{3}$

Attention : on ne peut pas simplifier des expressions de la forme :

$\sqrt{5}+\sqrt{7}$; $\sqrt{10}-\sqrt{3}$; $2+8\sqrt{3}$; $7-2\sqrt{7}$; $\sqrt{5}-4$ etc......

---

1)Simplifier l'écriture des sommes algébriques suivantes :

$A=\sqrt{5}+\sqrt{5}+\sqrt{5}$	
$B=3\sqrt{7}-4\sqrt{7}+2\sqrt{7}$	
$C=2\sqrt{3}+\sqrt{3}-4\sqrt{3}$	
$D=3\sqrt{3}+\sqrt{7}+2\sqrt{3}$	

$E=4-9\sqrt{5}+2\sqrt{5}$	
$F=5-7\sqrt{3}+2\sqrt{3}-6$	
$G=7\sqrt{2}+3-4\sqrt{2}-3\sqrt{2}$	
$H=15-7\sqrt{6}-8+\sqrt{6}-7$	

2)Simplifier les écritures suivantes après avoir effectué les transformations nécessaires :

$A=\sqrt{5}+\sqrt{20}$ $A=\sqrt{5}+$ $A=$	$G=4\sqrt{125}-7\sqrt{45}$
$B=\sqrt{18}-\sqrt{2}$	$H=7\sqrt{6}+\sqrt{24}-2\sqrt{96}$
$C=\sqrt{27}-\sqrt{12}+\sqrt{3}$	$K=\sqrt{12}\times\sqrt{8}-\sqrt{2}\times\sqrt{27}$
$D=-\sqrt{700}-\sqrt{63}$	$L=\sqrt{45}\times\sqrt{15}-2\sqrt{48}$
$E=\sqrt{75}-\sqrt{48}-\sqrt{27}$	$M=3\sqrt{200}-\sqrt{45}\times\sqrt{20}$
$F=3\sqrt{32}+\sqrt{8}$	$N=2\sqrt{40}+3\sqrt{90}-4\sqrt{250}-\sqrt{5}\times\sqrt{32}$

QUOTIENT DE RACINES CARREES

a et b sont des nombres positifs, b est non nul $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

---

❶ Exemple : $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{6}{2}} = \sqrt{3}$ *ou* $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \sqrt{3}$ *ou* $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{12}}{2} = \frac{\sqrt{4}\times\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

Et maintenant, calculer :

$\sqrt{\frac{64}{9}}$ $\sqrt{\frac{1}{36}}$ $\sqrt{\frac{16}{25}}$ $\sqrt{\frac{121}{400}}$

$\sqrt{\frac{4,9}{3,6}}$ $\sqrt{\frac{90}{490}}$ $\sqrt{\frac{2,25}{1,44}}$ $\sqrt{\frac{0,09}{4}}$

❷ Rendre entier le dénominateur des fractions.

Exemple : $\frac{2}{\sqrt{11}} = \frac{2\times\sqrt{11}}{\sqrt{11}\times\sqrt{11}} = \frac{2\sqrt{11}}{11}$ $\frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}} = \frac{8\sqrt{6}}{2} = 4\sqrt{6}$

$\frac{1}{\sqrt{7}}$	$\frac{4}{\sqrt{3}}$	$\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}}$
$\frac{8}{\sqrt{2}}$	$\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$	$\frac{5\sqrt{11}}{\sqrt{5}}$
$\frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$	$\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{10}}$	$\frac{12\sqrt{7}}{\sqrt{6}}$

❸ Transformer l'écriture donnée sous la forme $\frac{a\sqrt{b}}{c}$, b étant le plus petit possible :

Exemple : $\sqrt{\frac{12}{9}} = \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{4\times 3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ *ou* $\sqrt{\frac{12}{9}} = \sqrt{\frac{4\times 3}{3\times 3}} = \sqrt{\frac{4}{3}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

$\sqrt{\frac{2}{72}}$	$\sqrt{\frac{54}{50}}$
$\sqrt{\frac{3}{25}}$	$\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}}$
$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{8}}$	$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{10}}$
$\frac{\sqrt{5}\times\sqrt{10}}{\sqrt{8}}$	$\frac{9\sqrt{10}}{\sqrt{2}\times\sqrt{5}}$
$\sqrt{\frac{21}{3}}\times\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{35}}$	

RACINES CARREES : DEVELOPPEMENTS

Exemples :

$$\sqrt{5}\left(2+3\sqrt{5}\right) = 2\times\sqrt{5} + 3\times 5 = 2\sqrt{5}+15$$

$$\left(\sqrt{3}-1\right)\left(5-\sqrt{3}\right) = 5\sqrt{3} - 3 - 5 + \sqrt{3} = 6\sqrt{3}-8$$

---

❶ Développer les produits suivants ; réduire les sommes obtenues lorsque c'est possible.

$2\sqrt{3}\left(7-\sqrt{3}\right)=$
$\sqrt{2}\left(1-\sqrt{7}\right) =$
$4\sqrt{5}\left(\sqrt{5}+\sqrt{10}\right) =$
$\left(1+2\sqrt{10}\right)\left(4+\sqrt{10}\right) =$
$\left(2\sqrt{2}+8\right)\left(1+2\sqrt{2}\right) =$
$\left(\sqrt{6}-11\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{6}\right) =$
$\left(2\sqrt{3}-3\sqrt{2}\right)\left(5\sqrt{6}-6\sqrt{5}\right) =$
$\left(\sqrt{3}+\sqrt{7}\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{7}\right) =$

❷ Identités remarquables

rappel :

$$\left(\sqrt{5}+3\right)^2 = \left(\sqrt{5}\right)^2 + 2\times\sqrt{5}\times 3 + 3^2 = 5 + 6\sqrt{5} + 9 = 14+6\sqrt{5}$$

$$\left(3\sqrt{2}-7\right)^2 = \left(3\sqrt{2}\right)^2 - 2\times 3\sqrt{2}\times 7 + 7^2 = 18 - 42\sqrt{2} + 49 = 57 - 42\sqrt{2}$$

$$\left(\sqrt{6}+\sqrt{11}\right)\left(\sqrt{6}-\sqrt{11}\right) = \left(\sqrt{6}\right)^2 - \left(\sqrt{11}\right)^2 = 6 - 11 = -5$$

$\left(2\sqrt{5}-1\right)^2 =$
$\left(\sqrt{3}+\sqrt{6}\right)^2 =$
$\left(\sqrt{7}+2\sqrt{11}\right)\left(\sqrt{7}-2\sqrt{11}\right) =$
$\left(4-5\sqrt{2}\right)^2 =$
$\left(2\sqrt{7}+7\sqrt{2}\right)^2 =$
$\left(10+4\sqrt{3}\right)\left(10-4\sqrt{3}\right) =$

❸ Calculs algébriques (pour experts)

$\sqrt{7}\left(x+\sqrt{7}\right) =$
$\left(\sqrt{5}+z\right)\left(z-\sqrt{2}\right) =$
$\left(2k+\sqrt{7}\right)^2 =$
$\left(n+\sqrt{10}\right)\left(4n+\sqrt{10}\right) =$
$y\sqrt{2}\left(3+5\sqrt{2}-4y\right) =$

RACINES CARREES : EQUATIONS

Résolution d'équations qui, après transformations, se ramènent à une équation de la forme : $x^2 = a$

équation	rappel	l'équation admet :	résolution
$x^2 = 64$	deux nombres opposés ont le même carré	deux solutions : -8 et 8	$x^2 - 64 = 0$ $(x-8)(x+8) = 0$ $x - 8 = 0$ ou $x + 8 = 0$ $x = 8$ $\quad x = -8$
$x^2 = 3$	deux nombres opposés ont le même carré	deux solutions: $\sqrt{3}$ et $-\sqrt{3}$	$x^2 - 3 = 0$ $(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3}) = 0$ $x - \sqrt{3} = 0$ ou $x + \sqrt{3} = 0$ $x = \sqrt{3}$ $\quad x = -\sqrt{3}$
$x^2 = -9$	un carré est toujours positif	aucune solution	on remarquera que : $x^2 + 9 \geq 9$

Equations	Résolution des équations :	Solution(s)
$x^2 = 36$		
$x^2 = -25$		
$x^2 = 7$		
$x^2 = 20$		
$x^2 = \frac{1}{4}$		
$x^2 = \frac{5}{16}$		
$x^2 + 121 = 0$		
$x^2 - \frac{4}{25} = 0$		
$3x^2 + 27 = 0$		
$5x^2 - 140 = 0$		
$\frac{1}{4}x^2 = \frac{1}{9}$		
$8(x^2 + 1) = 10 - x^2$		

Q.C.M. *Coche la (ou les) bonnes réponses*	A	B	C	D	A	B	C	D
1) a est un nombre positif ce qui n'existe pas :	$\sqrt{a}$	$\sqrt{-a}$	$\sqrt{(-a)^2}$	$\sqrt{-a^2}$				
2) x et y sont 2 nombres positifs et $y = \sqrt{x}$	y est le carré de x	x est le carré de y	y est la racine de x	x et y ont le même carré				
3) $a = \sqrt{17}$	a est le carré de 17	17 est le carré de a	a est la racine carrée de 17	17 a le même carré que a				
4) $f = -\sqrt{5^2}$	$f = -5$	$f = 5$	$f = 5^2$	$f = \sqrt{5}$				
5) $b = \sqrt{(-7)^2}$	$b = -7$	$b = 7$	b n'existe pas	$b = \sqrt{-49}$				
6) $a = \sqrt{659}$	$81 < a < 82$	$8{,}1 < a < 8{,}2$	$25 < a < 26$	$17 < a < 18$				
7) $c = \sqrt{0{,}121}$	$c = 0{,}11$	$c = 1{,}1$	$c \approx 0{,}34$	$c \approx 3{,}47$				
8) $g = \sqrt{98}$	$g = 7\sqrt{2}$	$g = 2\sqrt{7}$	$g = 3\sqrt{11}$	$g = 3\sqrt{8}$				
9) $i = \sqrt{\frac{45}{20}}$	$i = \frac{9}{4}$	$i = \frac{3}{2}$	$i = \sqrt{\frac{3}{2}}$	$i = 3{,}2$				
10) $k = \sqrt{45} - \sqrt{20}$	$k = 5$	$k = \sqrt{5}$	$k = 5\sqrt{5}$	k ne peut pas être simplifié				
11) $l = \sqrt{27} - \sqrt{12} + \sqrt{3}$	$l = \sqrt{18}$	$l = 2\sqrt{3}$	$l = 0$	$l = 6\sqrt{3}$				
12) $d = 7\sqrt{3}$	$d^2 = 21$	$d^2 = 441$	$d^2 = 147$	$d^2 = 63$				
13) $p = (7 + \sqrt{2})^2$	$p = 51$	$p = 49 + \sqrt{2}$	$p = 51 + 7\sqrt{2}$	$p = 51 + 14\sqrt{2}$				
14) $r = (\sqrt{6} - 2)^2$	$r = 4$	$r = 16$	$r = 10 - 2\sqrt{6}$	$r = 10 - 4\sqrt{6}$				
15) $m = \frac{1}{\sqrt{2}}$	$m = \frac{1}{2}$	$m = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$m = \frac{2}{\sqrt{2}}$	$m = \sqrt{\frac{1}{2}}$				
16) $e = 5\sqrt{7} - 7\sqrt{5}$	$e = 2\sqrt{2}$	$e = 35\sqrt{5}$	$e = 0$	e ne peut pas être simplifié				
17) $k = \frac{24}{\sqrt{6}}$	$k = 24\sqrt{6}$	$k = 4\sqrt{6}$	$k = 24$	$k = 2$				
18) L'équation $x^2 = 7$	n'a pas de solution	a une solution $\sqrt{7}$	a 2 solutions $\sqrt{7}$ *et* $-\sqrt{7}$	a 2 solutions 7 et -7				
19) L'équation $x^2 + 3 = 0$	n'a pas de solution	a une solution $\sqrt{3}$	a 2 solutions $\sqrt{3}$ et $-\sqrt{3}$	a 2 solutions 3 et -3				
20) L'équation $4x^2 - 12 = 0$	n'a pas de solution	a une solution $\sqrt{3}$	a 2 solutions $\sqrt{3}$ et $-\sqrt{3}$	a une solution 3				

DES RACINES CARREES AU BREVET DES COLLEGES

Clermont-Ferrand 1991

Soit le nombre $C=7\sqrt{10}\sqrt{\dfrac{12}{5}}$. Mettre C sous la forme $a\sqrt{b}$ (a et b étant des nombres entiers et b le plus petit possible).

Poitiers 1991

On pose $a=\sqrt{6}\left(1+\sqrt{6}\right)$ et $b=3-2\sqrt{6}$.

a) Calculer a^2, b^2 et a^2+b^2. Reconnaître que a^2+b^2 est un entier.
b) Si a et b sont les longueurs des côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle, quelle est la longueur de l'hypoténuse ?

Strasbourg 1991

Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$ où a est un entier relatif et b l'entier positif le plus petit possible : $D=3\sqrt{125}\times 2\sqrt{21}\times\sqrt{35}$

Bordeaux 1992

a) Ecrire $C=2\sqrt{27}-8\sqrt{48}$ sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers.

b) Calculer $D=\left(2\sqrt{3}-3\sqrt{2}\right)^2$

Caen 1992

Ecrire les nombres E et F sous la forme $a+b\sqrt{c}$ où a, b et c sont des entiers (c le plus petit possible)

$E=2\sqrt{16}-6\sqrt{7}-\sqrt{81}-\sqrt{700}$

$F=\left(2\sqrt{3}+1\right)^2-\left(\sqrt{3}+2\right)\left(\sqrt{3}-2\right)$

Lyon 1992

On donne les nombres :

$a=\left(3+\sqrt{2}\right)^2$ $\quad b=\left(3-\sqrt{2}\right)^2$ $\quad c=2\left(3+\sqrt{2}\right)$ $\quad d=\left(3+\sqrt{2}\right)\left(3-\sqrt{2}\right)$

On affirme : "Un seul de ces nombres peut s'écrire sans radical". Cette phrase est-elle vraie ?
Faire figurer sur la copie les développements de a, b, c, d qui vous permettent de répondre à la question.

Nice 1992

On donne le nombre : $N=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$

a) Calculer N+1 et N^2
b) Comparer les deux nombres obtenus.

Aix 1993

On donne $a=\sqrt{2}$ et $b=1-\sqrt{2}$

Ecrire les nombres suivants sous la forme $x+y\sqrt{2}$ où x et y sont des nombres entiers qu'il faudra calculer (x et y peuvent éventuellement être nuls) : $a+b$; ab ; a^3 ; b^3 ; a^3b^2

Amiens 1993

1)a) Développer : $A = \left(\sqrt{7} - \sqrt{3}\right)^2$

b) Simplifier : $B = \left(5 - \sqrt{2}\right)\left(5 + \sqrt{2}\right)$

2) Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$ (a et b désignant des entiers) : $C = \sqrt{48} + \sqrt{75}$

3) Ecrire sous la forme d'une fraction aussi simple que possible : $D = \dfrac{\sqrt{20}}{\sqrt{45}}$

Caen 1993

1) Ecrire le nombre D sous la forme $a + b\sqrt{2}$, où a et b sont des nombres entiers : $D = \sqrt{72} + \sqrt{64} - \sqrt{18} - 1$

2) Soit $E = \left(3\sqrt{2} - 1\right)\left(\sqrt{2} + 1\right) - \left(\sqrt{2} + 1\right)^2$. Montrer que E est un entier.

Rouen 1993

Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des entiers

$D = \sqrt{700} - 4\sqrt{28} + 5\sqrt{7}$ $\qquad$ $E = 3 \times \sqrt{\dfrac{32}{7}} \times \sqrt{\dfrac{35}{2}}$

Caen 1994

Soit l'expression $C = x^2 - 6x + 7$

a) Calculer C pour $x = \sqrt{5}$ et écrire le résultat sous la forme $a + b\sqrt{5}$ où a et b sont des entiers relatifs.

b) Calculer C pour $x = 3 + \sqrt{2}$

Paris 1994

On pose $x = \sqrt{2}\left(1 + \sqrt{6}\right)$ et $y = 2 - \sqrt{6}$

1) Calculer x^2 et y^2. On donnera les résultats sous la forme $a + b\sqrt{6}$ où a et b sont des entiers.
Vérifier que x^2+y^2 est un nombre entier.
2) Si x et y représentent les longueurs, en centimètres, des côtés de l'angle droit d'un triangle rectangle, quelle est la longueur de l'hypoténuse ?
On donnera le résultat exact puis une valeur approchée à 10^{-1} près.

Poitiers 1994

Une unité de mesure étant choisie, trois points A, B et C du plan sont tels que :
$AB = 2\sqrt{3}$, $BC = \sqrt{75}$ et $AC = \sqrt{147}$
a) Vérifier que AB + BC = AC
b) Que peut-on en conclure pour ces trois points ?

Orléans - Tours 1995

On donne les nombres : $D = 5 - 3\sqrt{2}$ et $E = 4 + 5\sqrt{2}$

Calculer D - E , D x E (on donnera les résultats sous la forme $a + b\sqrt{2}$,où a et b sont des nombres entiers relatifs.)

Clermont-Ferrand 1996

On donne $x = \sqrt{72}$ et $y = \sqrt{98}$

1) Ecrire x et y sous la forme $a\sqrt{b}$ (a et b entiers, a étant le plus grand possible)
2) Ecrire sous la forme la plus simple possible : $x^2 - y^2$ et $x + y$

Créteil-Paris 1996

Calculer B et C, en donnant le résultat sous la forme $a\sqrt{b}$ (a et b entiers, b étant le plus petit possible)

$B = 7\sqrt{15} \times 2\sqrt{35} \times \sqrt{3}$

$C = \left(2 - 3\sqrt{5}\right)\left(15 + 2\sqrt{5}\right)$

Nancy 1996

1) Sachant que $A = 2\sqrt{5} + 4$ et $B = 2\sqrt{5} - 4$, calculer la valeur exacte de : A + B et A x B

2) On donne $C = \sqrt{147} - 2\sqrt{75} + \sqrt{12}$. Ecrire C sous la forme $a\sqrt{b}$ où a est un entier relatif et b est un entier le plus petit possible.

Rennes 1996

Développer et réduire $\left(2\sqrt{3} - 1\right)\left(6 - \sqrt{3}\right)$

Afrique du sud 1993

1) Calculer les dimensions d'un tapis rectangulaire, trois fois plus long que large, dont l'aire est 2,43 m².
2) Calculer, à 1 cm près, le côté d'un tapis carré de même aire.

Afrique du sud 1994

On demande de calculer l'aire et la périmètre du rectangle ABCD

$AB = \sqrt{48}$ m
$AD = \sqrt{3}$ m

Bordeaux 1994

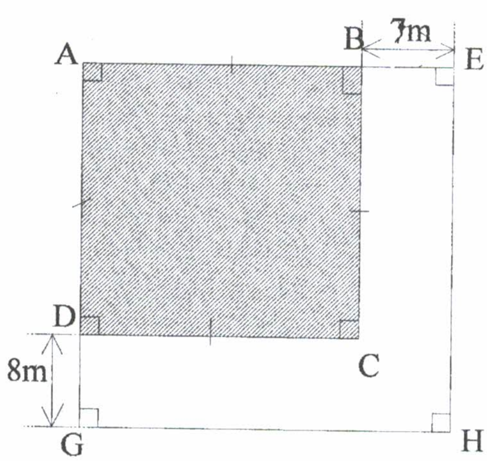
Calculer $\left(2\sqrt{3}\right)^2$ et $\left(2\sqrt{3}\right)^3$

Le nombre $2\sqrt{3}$ est-il solution de l'équation $x^3 - x^2 - 12x + 12 = 0$?

Grenoble 1994

Dans cet exercice, l'unité de longueur est le mètre et l'unité d'aire est le mètre carré.

On veut construire un parking carré ABCD sur le terrain rectangulaire AEHG (voir la figure ci-dessous, que l'on ne demande pas de reproduire). Le parking doit avoir une aire de 600m².



1) Montrer que la longueur AB est égale à $10\sqrt{6}$.
2) On sait que BE=7 et DG=8. Calculer le périmètre du terrain AEHG.
Calculer l'aire du terrain AEHG.
On donnera les deux résultats précédents sous la forme $a + b\sqrt{6}$ où a et b sont des entiers.
3)Donner les valeurs, arrondies à l'unité près, du périmètre et de l'aire du terrain AEHG.

TITRE : Les racines carrées au collège

AUTEURS : - GIMMILLARO Martine
- MAUREL Catherine
- REGNARD Annick
- SEMPERE Fabienne
- TIHA Claude

PUBLIC VISE : - Elèves - enseignants
- âge : 14 ans
- niveau : 3ème

RESUME : Le document est constitué de 16 fiches à destination des élèves en conformité avec le programme de 3ème paru en 1997 -

Ce fichier a pour but :

- de donner un sens aux racines carrées vues en 4ème par le biais de la calculatrice.
- de mettre en place les règles de calcul élémentaires sur les radicaux.
- de développer les automatismes minimum utiles.
- de permettre à certains élèves de « fréquenter » quelques calculs relevant de compétences approfondies.

Les dernières fiches sont constituées d'exercices donnés au brevet des collèges de 91 à 96.

NOTES : Projet de programme de 3ème, B.O n° 16 du 11.12.1997.

MOTS-CLE : calculatrice - carré - décimal - développement - encadrement - entier - équation - existence - exposant - facteurs - graphique - édentités - négatif - nombre - positif - produit - Pythagore - quotient - racine carrée - radical - simplifier - somme - valeur approchée -