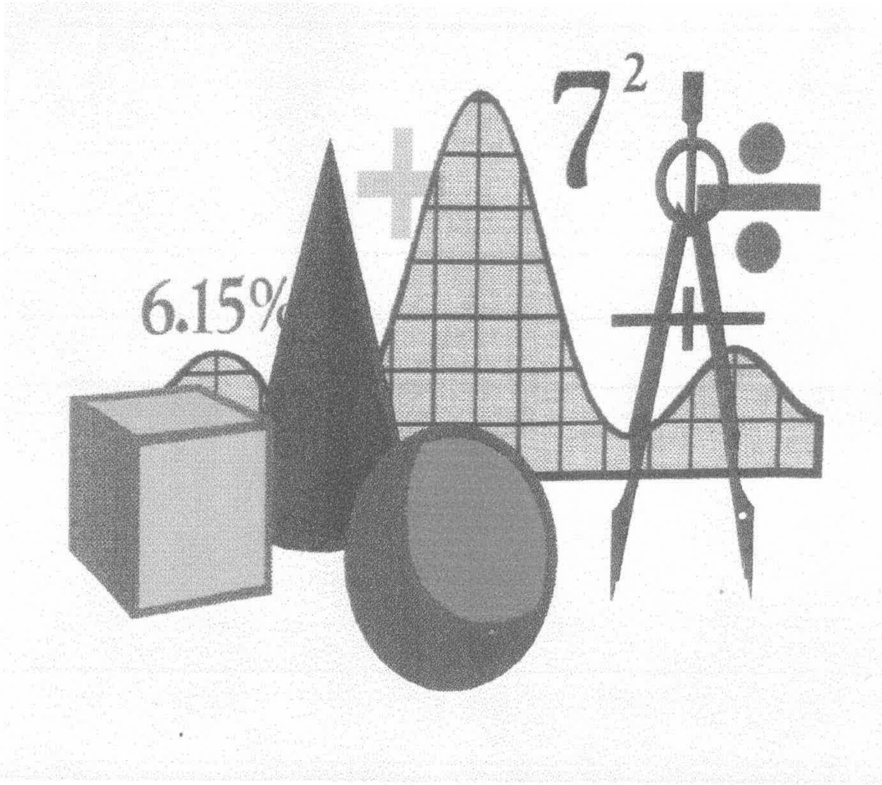
ACTIVITÉS MODULAIRES

EN

PREMIÈRE S



Ce travail sur les modules en classe de première et l'élaboration de cette brochure ont été réalisés grâce à l'aide financière apportée par la DLC au titre de l'année 1995-1996.
Je remercie l'IREM des pays de Loire.

Année 1996

Alain LAGRAIS

SOMMAIRE

AVANT PROPOS

Ce travail modulaire a été fait dans une classe de première S de 23 élèves du Lycée Sud du Mans.

Un groupe de 12 élèves et un groupe de 11.Le niveau d'ensemble était bon; pas de différences sensibles entre les deux groupes. Chaque groupe comportait 2 élèves très actifs.

Les 8 thèmes tratés ont nécessité 22 semaines à raison d'une heure de module par groupe, par semaine.

Ce travail fait tout au long de l'année venait complémenter celui qui avait été fait en 95-96 avec une autre classe de première et qui a fait l'objet d'une première brochure.

ALAIN LAGRAIS

APPROXIMATIONS AFFINES

L'objectif de ce module est d'étudier comment on peut « approcher » une fonction par une fonction affine : ce qui peut permettre par exemple de trouver des valeurs approchées simples de nombres relativement compliqués .

<u>Premier problème</u> : appoximation de $(1+h)^3$ pour h voisin de 0

1) Posons $f(h) = (1+h)^3$. Développer f(h).
2) Vérifier que la fonction g définie par $g(h) = 3h + h^2$ est telle que: $f(h)=1+3h+h.g(h)$ et $\lim\limits_{h\to 0} g(h)$.
3) a) Démontrer que si h est un nombre de l'intervalle [- 1; 1] alors $|g(h)| \le 4|h|$ et par suite $|hg(h)| \le 4h^2$.
b) En prenant 1+3h pour valeur approchée de f (h) sur l'intervalle [- 1 ; 1] on commet une erreur absolue $|h.g(h)|$ majorée par $4h^2$. Donner une valeur approchée, à 10^{-3} près, à 2.10^{-3} près, à $0,5.10^{-1}$ près de $(1,01)^3$, $(0,98)^3$, $(3,06)^3$.
4) a) Dessiner, dans un repère (O, i, j), la courbe (C) d'équation $y = (1+h)^3$ et la droite (D) d'équation $y = 1 + 3h$.
b) Interpréter graphiquement chacun des nombres 1 + 3h et hg(h).
c) Vérifier que $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{(1+h)^3-1}{h} = 3$. Que peut-on en déduire pour la droite (D) ?

1) $f(h)=1+3h+3h^2+h^3$

2) $f(h)=1+3h+h(3h+h^2)$ $\quad \lim\limits_{h\to 0}(3h+h^2)=0$

3) a) $|g(h)| = |3h+h^2| \le 3|h| + |h|^2 \le 4|h|$ car $|h|^2 \le h$ donc $|hg(h)| \le 4h^2$

b) $(1,01)^3=(1+0,01)^3=f(0,01)$

$(1,01)^3 \approx 1+3\text{x}0,01= 1,03$ $\qquad 4h^2=4\text{x}10^{-4}<10^{-3}$

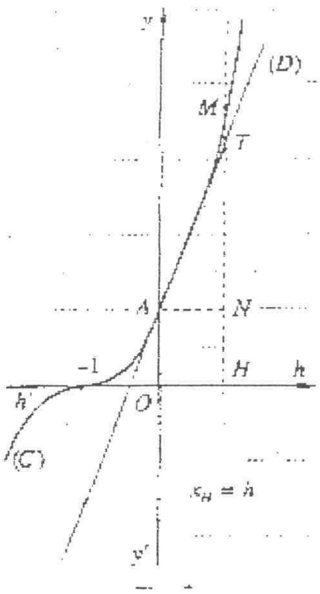
$(0.98)^3=(1-0.02)^3=f(-0.02)$

$(0.98)^3 \approx 1-3\text{x}0.02=0.96$ $\qquad 4h^2=4\text{x}4\text{x}10^{-4} \le 16\text{x}10^{-4}<2\text{x}10^{-3}$

$(3,06)^3=3^3(1+0,02)^3=3^3f(0,02)$

$(3,06)^3 \approx 27(1+3\text{x}0,02)=27\text{x}1,06=28,62$ $\qquad 4h^2=16\text{x}10^{-4}$ $\quad 27\text{x}4h^2=432\text{x}10^{-4}<0.5\text{x}10^{-1}$

4) a)



b) 1+3h est l'ordonnée du point T
hg(h) est la distance MT .(de manière précise hg(h)=$\overline{TM}$)

c) $\lim\limits_{h \to 0} \dfrac{(1+h)^3 - 1}{h} = \lim\limits_{h \to 0}(3 + 3h + 3h^2) = 3 = f'(0)$

La droite (D) est donc la tangente à la courbe au point A(0;1).