

Janvier 1993

*Méthodes et connaissances
de référence en mathématiques
au collège*

Fascicule 2

Répertoire **CONNAISSANCES**

GEOMETRIE



NOMBRES et CALCULS



FONCTIONS et STATISTIQUES



FORMULAIRES



...

(FEUILLETS D'ACCOMPAGNEMENT)

Marie-José BACH
Jeanne GAY
Jean-Paul GUICHARD
Madeleine MAROT
Claude ROBIN

INTRODUCTION

Depuis plusieurs années, conformément aux programmes de mathématiques, nous pratiquons un enseignement par activités. Les phases de recherche suivies de phases de synthèse permettent à l'élève de découvrir de nouvelles notions. Les résultats importants dégagés et institutionnalisés dans la classe sont ensuite consignés dans un répertoire alphabétique, créé dès la classe de 6^{ème} et complété au cours des quatre années de collège.

Une notion nouvelle n'est pas vue d'un seul tenant mais elle s'enrichit graduellement pendant les quatre années, ceci nous a contraint à modifier l'organisation de ce répertoire et à utiliser une fiche par mot important afin d'éviter le morcellement et la juxtaposition à une même lettre de notions différentes, par exemple, à la lettre **R** :

Rectangle 6^{ème} : propriétés ; aire
Relatifs : découverte 6^{ème}
Rectangle 5^{ème} : symétrie centrale
Relatifs : addition - soustraction
Rectangle 4^{ème} : énoncés





Il nous a semblé alors nécessaire d'organiser les connaissances et de les rassembler dans des fiches correspondant à un même thème et non plus par ordre alphabétique.

Le fichier que nous présentons regroupe et structure les connaissances de référence au niveau du collège. Ce n'est pas un ouvrage tout prêt mais il constitue un outil de travail pour l'élève qui aura à compléter par des exemples, des rédactions, ... et qui ainsi s'appropriera les notions essentielles.

PRESENTATION

* Le fichier se présente comme un livret, petit format. Seul le recto des pages est utilisé pour qu'en regard sur la page blanche l'élève puisse apporter explications et compléments nécessaires.

Il est structuré en quatre grandes rubriques précisées dans le sommaire et repérables par des logos placés à droite de la fiche et à des niveaux différents. Les rubriques choisies correspondent aux commentaires des programmes :

- Activités géométriques 
- Activités numériques 
- Gestion de données 
- Formulaire 

Le fichier comporte un index récapitulatif permettant à l'élève de se repérer, de rechercher facilement lors d'un travail autonome.

* Dans les fiches, nous avons classé les connaissances en suivant l'ordre de leur apparition, de la sixième vers la troisième. Les fiches sont établies autour des points suivants :

- Qu'est-ce que c'est ?
- Comment reconnaître ?
- Que sait-on ?
- Comment démontrer ?
- Que calcule-t-on ?

Nous avons privilégié la reconnaissance des objets mathématiques, au début des fiches dans les deux premières parties, avant leur utilisation, ceci en accord avec les nouveaux programmes de mathématiques. Les propriétés évoquées ne sont pas des reconnaissances minimales ni des propriétés caractéristiques des objets mais elles reflètent les connaissances d'un élève de 6^{ème} et de 5^{ème} à leur sujet.

Nous avons regroupé dans une partie culturelle, historique située en bas de page des notions qui sans être exigibles, peuvent être abordées au collège, ainsi que des fragments d'Histoire des mathématiques, des énigmes, des anecdotes.

NOS CHOIX

* Lors de la conception des fiches, nous avons :

- essayé de nous limiter aux **capacités exigibles** au collège, même si, pour plus de commodité, nous avons utilisé les notations $P(t)$ et \vec{u} dont l'usage doit rester prudent en collège.

- formulé les propriétés dans un **langage simple**, familier à l'élève, correspondant au vécu dans les classes. Voici quelques exemples :

. Volume du cube : côté X côté X côté et non arête X arête X arête, en liaison avec l'écriture c^3 qui pourra être ajoutée ensuite.

. Symétrie orthogonale : figures même forme (mêmes angles),
Symétrie centrale : figures : mêmes angles (même forme). En sixième, la figure transformée est vue globalement, la reconnaissance se fait par la forme d'abord, elle évolue pendant le cursus scolaire.

. Médiane : segment : elle est située à l'intérieur du triangle,
Hauteur : droite : elle peut-être extérieure au triangle,
Bissectrice : droite : axe de symétrie de l'angle.

- privilégié au début de chaque fiche la **reconnaissance visuelle**, rapide de l'objet mathématique étudié.

Dans la rubrique "qu'est-ce que c'est ?", nous trouvons par exemple :

. en géométrie, plusieurs dessins permettant de se forger une bonne représentation mentale de l'objet.

. dans la fiche pourcentage, des exemples de situations courantes où apparaissent les pourcentages.

. dans la fiche fractions, des phrases, des dessins, des écritures évoquant les différents sens de la fraction.

- organisé les **propriétés** dans les rubriques "que sait-on ?" à partir des éléments de symétrie. Les deux parties "comment reconnaître ?" et "que sait-on ?" ne sont pas formulées en si... alors.... Un travail pourra être fait dans les classes pour, avec les élèves, sélectionner les propriétés validées selon le niveau de la classe, les rédiger en liaison avec les exigences du professeur. Ainsi formulées, ces propriétés pourront être inscrites sur la page de garde en regard des paragraphes concernés.

- favorisé le questionnement de l'élève de plusieurs façons.

. en ne détaillant pas toutes *les étapes* ou tous *les calculs*.

Voici quelques exemples :

1/ fiche pourcentage

- calcul du pourcentage d'augmentation : $\frac{2,10}{1,30}$

. augmentation supérieure à 100 %

. 2,10 n'est pas expliqué

- traduction d'une augmentation de prix par une fonction $y = 1,08x$ sans précision

2/ fiche médiane

"Le centre de gravité partage le triangle en trois triangles d'aires égales" sans aucune explication.

. en faisant *des renvois* :

1/ à certaines fiches du fichier REPERTOIRE afin d'éviter les répétitions et obliger l'élève à rechercher

2/ au fichier METHODES, suivant le problème posé l'élève doit se poser les questions "que veut-on démontrer ?", "quelles sont les données du problème ?". En liaison avec la mise en place de la démonstration en 4^{ème}, il devra sélectionner les énoncés à utiliser, les formuler selon les exigences de la classe et les rendre fonctionnels.

. en ne précisant pas *les formules* pour les périmètres (rectangle, carré...) et ainsi inciter l'élève à revenir au sens de cette notion.

. en évitant de donner *des mécanismes de calculs* tels que le produit en croix dans la fiche "calculer un nombre manquant", mécanismes qui peuvent entraîner une perte de sens.

* Certaines rubriques ne sont pas l'objet de fiches, par exemple : droites perpendiculaires, milieu, angles, ... Nous avons volontairement évité la réalisation de ces fiches, leur contenu apparaît dans d'autres parties du fichier. Citons un exemple : *Angles* :

. angle droit : fiche triangle rectangle

. angles alternes-internes : fiche droites parallèles

. angles opposés par le sommet : fiche symétrie centrale

. trigonométrie : fiche triangle rectangle

. bissectrice d'un angle

. angle inscrit : fiche cercle

. somme des angles dans un triangle : fiche triangle

. ...

Si l'élève éprouve le besoin de regrouper ses connaissances sur ce thème, il pourra créer une fiche, compléter son fichier et ainsi le personnaliser et parfaire sa formation personnelle.

* Dans ce travail, nous avons volontairement évité certaines notions, en voici quelques unes :

. distance sur un axe étudiée en 5^{ème}, une règle générale ne nous paraît pas fondamentale, souvent le travail demandé à ce niveau est lié à une graduation ou à un quadrillage, pour avoir la distance de deux points soit l'élève compte les carreaux sur le dessin, soit il se reporte à l'origine et ajoute les distances à l'origine.

. conservation de l'alignement dans les transformations : nous pensons que cette propriété rarement utilisée en collège, est incluse dans "même forme, mêmes angles".

UTILISATION DANS LA CLASSE

Ce fichier, comme nous l'avons précisé plus haut, est un outil de travail pour l'élève seul ou dans la classe avec l'aide et les conseils du professeur. Voyons quelques exemples de personnalisation, de compléments possibles. L'élève peut ajouter :

* des *calculs intermédiaires* favorisant la compréhension, par exemple : pourcentage cité plus haut.

* des précisions concernant le *vocabulaire*, par exemple : sommet principal pour le triangle isocèle dans la fiche triangle, diagonales dans la fiche parallélogramme.

* des *dessins*, par exemple : dans la fiche pyramide, des dessins de pyramides régulières permettraient d'illustrer le mot "régulier".

* des *exemples de calcul* pour fixer certaines règles, par exemple : dans la fiche changement d'unités, on peut ajouter les transformations à l'aide des puissances de 10.

* des *énoncés* formulés en si... alors... , par exemple : dans la fiche parallélogramme, à "comment reconnaître ?" : "Si un quadrilatère a ses diagonales de même milieu alors c'est un parallélogramme", ou des énoncés réciproques à la rubrique "que sait-on ? (propriétés)" : "si un quadrilatère est un parallélogramme alors ses diagonales ont le même milieu".

* des *petites démonstrations* montrant les formulations employées dans la classe ou encore des *organigrammes*.

* *diverses rédactions* pour un même sujet, par exemple un exercice résolu et rédigé de différentes manières :

- . une rédaction par le calcul des côtés
- . une rédaction par le calcul des angles

* *Les types de problèmes* que l'on aura à résoudre en utilisant la propriété citée, en réponse à la question "à quoi cela va-t-il servir ?" par exemple, dans la fiche triangle rectangle à trigonométrie :

- . calculer la valeur d'un angle si on connaît deux longueurs
- . calculer la longueur d'un côté si on connaît un angle et un autre côté

* le *nom des fiches* auxquelles il faut se reporter dans le fichier METHODES.

Ce fichier comporte des notions étudiées de la sixième à la troisième, il paraît intéressant, pour savoir à chaque instant ce qui a été vu, de "*fluoriser*" les paragraphes étudiés ou validés dans la classe, la couleur pouvant changer pour indiquer le niveau auquel la notion a été introduite.

CONCLUSION

Ce fichier ne remplace pas le cours fait par le professeur. Les notions n'étant pas classées par thèmes d'étude vus en classe, il pourra être nécessaire et important de réaliser des synthèses sur des sujets particuliers, par exemple : Thalès, milieu, angles, ...

Nous avons voulu un recueil de connaissances exigibles :

- . permettant d'*assurer un suivi*, un lieu entre les quatre années de mathématiques au collège (les élèves ne gardant plus les manuels des années précédentes).
- . permettant de *retrouver les notions essentielles* étudiées au premier cycle, de les enrichir lors des années ultérieures.
- . permettant, à l'élève quittant le milieu scolaire après la classe de troisième d'*avoir une référence* sur le travail effectué pendant sa scolarité.

L'utilisation d'un tel fichier au sein d'un établissement devrait amener des discussions entre les collègues et les aider à structurer leur travail de la sixième à la troisième.