

DANS NOS CLASSES

GALILÉE : LES SATELLITES DE JUPITER

M. Bühler, H. Plane

Nous vous reproduisons ci-contre une page de Galilée dont Henry Plane propose une lecture guidée et que Martine Bühler a utilisée en classe de seconde pour une activité d'introduction au cours sur les fonctions.

Lecture du document

Dans "*Istoria e dimostrazioni intorno alle machine solari*" publié à Rome en 1613, GALILÉE reproduit avec précision les observations qu'il vient de faire, en mars, sur les positions des quatre satellites de Jupiter qu'il a découverts trois ans auparavant, et qu'il a nommés "planètes médicéennes" en hommage à son mécène Cosme de Médicis. Sur le document, le rond figure Jupiter et les points en ligne les quatre satellites actuellement nommés Callisto, Ganymède, Europe et Io. Certains jours il n'en figure que trois par suite d'occultation par Jupiter.

Construisons un graphique : en abscisse les temps (1cm par journée), en ordonnée les distances à la planète telles que relevées sur le dessin (on utilisera chaque jour l'observation la plus voisine de 3h.)

1°) Etude de CALLISTO. C'est le satellite ayant la plus grande orbite, l'éloignement maximal apparaît être de 5,2cm. Notons $d_1 = 5,2$. Les points ainsi relevés suggèrent sur le graphique une sinusoïde. De fait, si on considère l'orbite comme un cercle décrit par un point d'un mouvement uniforme, ce qu'on observe est le projeté de ce point sur un diamètre de l'orbite, projeté dont le mouvement est sinusoïdal. La période de cette sinusoïde se révèle être de 16 jours ($T_1 = 16$). Elle correspond donc à la durée d'une révolution de Callisto autour de Jupiter.

2°) Etude de GANYMEDE. Procédons de même. Lorsqu'on a éliminé les relevés concernant Callisto, les plus grandes élongations correspondent à Ganymède. On a $d_2 = 3$. Une autre sinusoïde apparaît de période $T_2 = 7$. Se méfier : le 1er mars Ganymède n'est pas en deuxième position. La suite des observations révélera que, ce jour, le satellite figure à gauche de Jupiter.

3°) Et la 3ème loi de KEPLER ?

On calculera : $\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^3 = \left(\frac{5,2}{3}\right)^3 \approx 5,21$ et $\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{16}{7}\right)^2 \approx 5,22$ Pouvait-on espérer mieux !

4°) Etude d'EUROPE. Les points restant sont plus difficiles à utiliser. Les élongations les plus importantes paraissent être de 1,9cm. Cherchons à suivre ce point ($d_3 = 1,9$). Demandons donc à cette 3ème loi de Kepler la

période de la sinusoïde espérée. $\left(\frac{T_3}{T_1}\right)^2 = \left(\frac{d_3}{d_1}\right)^3$ donne $T_3 \approx 3,5$ Une période de 3 jours et demi convient

bien pour une sinusoïde rassemblant les observations sur ce satellite. (On notera qu'en faisant jouer la loi de Kepler avec Ganymède, c'est-à-dire en écrivant $\left(\frac{T_3}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{d_3}{d_2}\right)^3$, on arrive au même résultat pour T_3).

5°) Etude de IO. Une étude similaire pour le quatrième satellite offre bien moins de précision.

Il semble toutefois que l'amplitude maximale se situe vers 1,2cm. ($d_4 = 1,2$). On aurait alors :

$$\left(\frac{T_4}{T_1}\right)^2 = \left(\frac{d_4}{d_1}\right)^3 \text{ donc } T_4 \approx 1,8$$

Si on trace une sinusoïde de période 1,8 et d'amplitude 1,2 peut-on y placer ce qui correspond aux observations restantes? On retiendra les extrema d'amplitudes opposées les 5 et 11 mars correspondant à 3 périodes et demi. Il faut aussi tenir compte qu'une heure de décalage dans l'observation correspond à un arc de 8 degrés sur l'orbite (En 1,8 jour, c'est-à-dire en environ 43 heures, Io parcourt 360° sur son orbite ; donc en 1 heure, il parcourt $360^\circ : 43 \approx 8,3^\circ$). Il semble que l'ensemble des points relevés ne s'accorde pas trop mal avec la sinusoïde.

6°) Et les résultats du XX^e siècle?

Les données utilisées actuellement sont :

	T	D exprimé en rayon R de Jupiter	d échelle : 1cm. pour 5R
CALLISTO	16j. 0h. 16mn. soit 16,01j.	26,2	5,2
GANYMEDE	7j. 3h. 42mn. soit 7,15j.	14,9	3
EUROPE	3j. 13h. 13mn. soit 13,55j.	9,4	1,9
IO	1j. 18h. 28mn. soit 1,77j.	5,9	1,2

On ne peut que reconnaître les qualités d'observateur de GALILEE.

Activité en Travaux Dirigés en classe de seconde

Les remarques précédentes permettent de construire en seconde une activité d'introduction au cours sur les fonctions. Cette activité a été menée en 1 heure de Travaux Dirigés. Elle permet de faire découvrir une fonction qui n'est donnée ni algébriquement, ni numériquement, ni par un procédé géométrique. Cette fonction (qu'on peut reconnaître plus tard comme une fonction trigonométrique) est un exemple "naturel" de fonction périodique et le tracé de la courbe permet aux élèves d'obtenir certaines données astronomiques (période de Callisto, vérification de la troisième loi de Kepler, prédiction de la position de Callisto à une date donnée).

Le document donné aux élèves comprend la page de Galilée, en latin et l'encadré ci-dessous. Il présente des observations faites en mars. J'ai adopté avec les élèves la convention que "Dies 1", "Dies 2", etc. correspondaient au "1^{er} Mars", "2 Mars", etc.

GALILEE : LES SATELLITES DE JUPITER

La page jointe est une photocopie d'un livre de Galilée paru en 1613. Galilée a reproduit avec précision les observations qu'il vient de faire sur les satellites de Jupiter. Le rond figure Jupiter et les points en ligne les satellites Callisto, Ganymède, Europe et Io. Certains jours, il n'en figure que trois par suite d'occultation par Jupiter (un satellite passe devant ou derrière Jupiter et n'est donc pas visible). Nous allons étudier plus particulièrement le mouvement de Callisto : il s'agit du satellite ayant la plus grande orbite. A chaque instant t , on peut associer la distance "algébrique" Jupiter-Callisto : ceci définit une fonction dont nous allons tracer la courbe représentative.

L'échelle choisie pour le graphique est la suivante : en abscisses, 1cm représente une journée. En ordonnées, nous prendrons la même échelle que Galilée, donc nous porterons les distances mesurées sur le dessin (en comptant positivement les distances lorsque Callisto est à droite de Jupiter et négativement lorsqu'il est à gauche). Vous porterez sur le graphique les points pour lesquels des indications sont données ci-dessous, puis vous tracerez la courbe.

Des remarques pour vous aider à faire le graphique :

- 1°) Chaque jour, choisir l'observation la plus proche de 3h.
- 2°) Jours 1 à 4 : Callisto est le satellite le plus éloigné à droite de Jupiter.
- 3°) Jour 5 : Callisto est occulté par Jupiter.
- Jours 7 à 12 : Callisto est le satellite le plus éloigné à gauche de Jupiter.
- Jour 13 : occultation.
- Jours 15 à 20 : Callisto est le satellite le plus éloigné à droite de Jupiter.

Questions :

Les observations sont faites au mois de mars. Dies 1 est le premier mars, dies 2 le 2 mars, etc.

- 1°) Quelle est la durée T_1 (au jour près) d'une révolution de Callisto autour de Jupiter ?
- 2°) a) Quelle est la durée minimum d'observation nécessaire pour pouvoir prédire la position de Callisto à une date donnée ?
b) Quelle est, à l'échelle du graphique, la distance de Callisto à Jupiter le 5 avril ?
- 3°) Quelle est l'élongation maximale d_1 de Callisto (i.e. la distance maximale Callisto-Jupiter) ?
- 4°) Le même travail mené avec Ganymède donne l'élongation maximale $d_2 = 3$ et la période $T_2 = 7$ jours. Calculer $(d_1/d_2)^3$ et $(T_1/T_2)^3$. Que constate-t-on ?