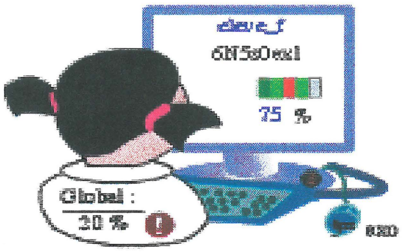
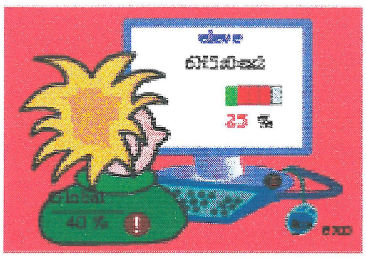
UNIVERSITÉ DE RENNES 1
UFR de Mathématiques

IREM RENNES

Multimédia

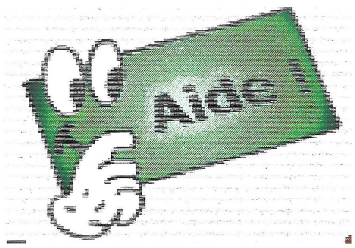




Et

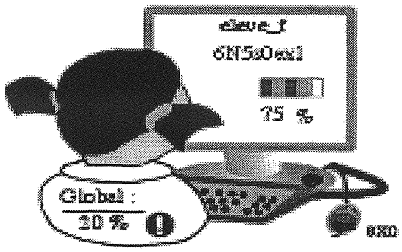
MathEnPoche :
des séquences / des analyses

Proportionnalité

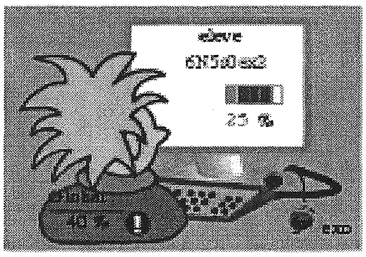


IREM de Rennes

Multimédia

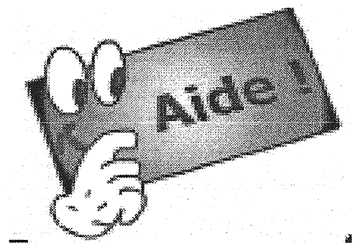


Et



MathEnPoche :
des séquences / des analyses

Proportionnalité



IREM de Rennes
Octobre 2006

Auteurs de la brochure :

Marie-Claude Dubois	Collège P. Sébillot – Matignon
Ghislaine Gueudet	IUFM de Bretagne – Rennes
Jean Julo	Université Rennes 1 – Rennes
Christine Le Bihan	Collège La Roche aux Fées – Retiers
François Loric	Collège Beaumanoir – Ploërmel
Sylvie Panaget	Collège Gandhi – Fougères

Cette brochure résulte du travail d'un groupe de recherche-formation mis en place par l'IREM de Rennes grâce à des moyens de la DESCO et de l'Université de Rennes 1.
Ce groupe, intitulé *Utilisation de MathEnPoche en 6ème/5ème pour l'enseignement de la proportionnalité. Expérimentations, analyse critique, propositions*, a travaillé pendant les deux années 2004-05 et 2005-06.

SOMMAIRE

PRESENTATION DE LA BROCHURE

Début 2004, le réseau des IREM a décidé la création d'une Commission Inter-Irem (CII) chargée de coordonner les travaux sur le logiciel MATHENPOCHE (nous utiliserons le sigle **MEP** dans la suite de cette brochure).

Cette décision résultait à la fois d'une demande de l'association SESAMATH qui est à l'origine de ce logiciel et du constat que plusieurs IREM souhaitaient travailler sur ce nouvel outil mis à la disposition des enseignants.

L'IREM de Rennes faisait partie de ces IREM intéressés et ceci pour plusieurs raisons :

- l'existence d'une équipe de recherche de l'IUFM qui menait déjà des expérimentations utilisant MEP (Gueudet et Julo, 2005) ;
- les contacts pris avec l'enseignant de l'équipe MEP de l'académie qui était intéressé par la participation à un groupe IREM sur le sujet ;
- l'intérêt ancien que l'IREM de Rennes porte à la question des bases d'exercices et de problèmes (Boisnard et al, 1994).

Quant au choix de travailler plus particulièrement sur l'apport de MEP pour l'enseignement et l'apprentissage de la proportionnalité aux niveaux $6^{ème}/5^{ème}$, il s'est imposé très vite. Il s'agit, ici aussi, de l'un des thèmes privilégiés par l'IREM de Rennes depuis longtemps (Irem de Rennes, 1997, 2000). En outre, ce thème revenait brusquement sur le devant de la scène avec la mise en place des nouveaux programmes de collège (rentrée 2005 en classe de $6^{ème}$).

Cette brochure qui rend compte des travaux menés durant les deux années 2004-05 et 2005-06 comprend deux parties distinctes :

→ la $1^{ère}$ partie est consacrée à une présentation générale du thème proportionnalité tel qu'il est abordé dans MEP ainsi qu'à l'analyse de certains des exercices proposés ;

→ la 2^{nde} partie est consacrée aux réponses concrètes que nous avons tenté d'apporter à la double question : *Pourquoi et comment intégrer des exercices interactifs dans une séquence sur la proportionnalité ?* les expérimentations réalisées dans plusieurs classes de $6^{ème}$ et de $5^{ème}$ sont présentées en détail et un bilan est proposé.

Le conseil que nous pourrions donner à un enseignant qui n'a jamais eu recours aux exercices de MEP pour enseigner la proportionnalité serait de commencer la lecture de la brochure par la 2nde partie en consultant parallèlement, sur écran, les exercices que nous avons retenus pour nos séquences.

Pour la préparation concrète des séances de cours, signalons tout de suite que certains des documents présentés dans cette brochure (en particulier les fiches papier mises ici en annexe) sont disponibles au téléchargement (et modifiables) aux deux adresses suivantes :

- site de la CII MATHENPOCHE : http://cii.sesamath.net/
  - Rennes

- site de l'IREM de Rennes : http://www.irem.univ-rennes1.fr/
  - Ressources
    - Nouvelles technologies
      - Mathenpoche

PARTIE 1

LA PROPORTIONNALITE DANS MATHENPOCHE

SOMMAIRE PARTIE 1

LA PROPORTIONNALITE DANS MATHENPOCHE

PRESENTATION DU THEME PROPORTIONNALITE DANS MATHENPOCHE

Ce premier chapitre se veut une sorte d'introduction au thème *proportionnalité* tel qu'il est traité dans MEP (à la date où ce compte-rendu est rédigé).

→ Il propose d'abord un tableau permettant à un enseignant ayant peu utilisé le logiciel de se faire une idée de ce qu'il contient à propos du thème.

→ Le chapitre propose ensuite un codage des exercices en termes d'objectifs. Ce codage peut être utile pour choisir les exercices que l'enseignant souhaite privilégier dans son approche de la proportionnalité.

→ Il propose enfin un texte rédigé par l'enseignant de l'association Sésamath (Yann POZZAR) qui a préparé les exercices et les scénarios concernant la proportionnalité (développés ensuite par un autre enseignant - François LORIC - par ailleurs co-auteur de cette brochure). Pour bien utiliser le logiciel et suivre son évolution, il est important, nous semble-t-il, de connaître aussi son historique et les conditions de sa réalisation. Il n'est sans doute pas inutile de rappeler ici que ce sont des enseignants de mathématiques en poste qui ont entièrement conçu MEP.

▷ UNE VUE D'ENSEMBLE DU THEME

La logique de conception de MEP et l'évolution constante de l'outil permettent difficilement à un enseignant d'avoir une vue d'ensemble concernant un thème donné.

Nous avons eu besoin pour notre recherche de recenser tout ce qui concernait le thème de la proportionnalité dans MEP et nous avons pensé utile de fournir aux collègues quelques éléments leur permettant de gagner du temps pour une telle approche "panoramique". Notre but est aussi de faire apparaître certains outils qui pourraient être associés au logiciel afin d'en faciliter l'appropriation par les enseignants et ainsi leur permettre d'en faire un usage plus performant.

Le tableau synoptique

Le tableau établi à la suite de notre inventaire figure dans l'annexe 1. Il reprend strictement, pour les cinq premières colonnes, la nomenclature de MEP que nous rappelons ici pour ceux qui auraient encore peu fréquenté le logiciel :

- le 1er niveau de la classification est celui du *niveau scolaire* (6ème, 5ème, 4ème actuellement terminées) ;
- 2ème niveau : celui des *chapitres* (proportionnalité, fractions,…) ;
- 3ème niveau : celui des *séries* (sortes de sous-chapitres : échelles, pour aller plus loin,…) ;
- 4ème niveau : celui des *exercices* (appellation troublante au départ car un *exercice* est lui-même un ensemble contenant… différents exercices) ;

  à chaque *exercice* est ainsi associé un code qui résume les quatre principaux niveaux de l'emboîtement, par exemple : 6N5S2ex1 pour l'exercice intitulé « Calculer l'échelle » ;
- un 5ème niveau, non intégré dans la nomenclature, est celui des éléments qui composent un *exercice* et qui sont généralement intitulés *questions* ou *problèmes* (un *exercice* peut ainsi être composé de plusieurs *problèmes…*) ; ces composants de l'exercice sont au nombre soit de 5 soit de 10 ;
- enfin, à chaque *question* ou *problème*, correspondent plusieurs *jeux de valeurs numériques* (attribués aléatoirement au moment de l'affichage à l'écran).

Les cinq premières colonnes du tableau donnent un aperçu de ces emboîtements successifs pour le thème proportionnalité. Elles reprennent les intitulés des chapitres, séries et exercices. Pour les éléments constitutifs de chaque exercice, la colonne 5 donne le nombre de ces éléments (5 ou 10) et l'appellation utilisée. Par la suite, nous utiliserons dans cette brochure le terme générique d'*énoncés* pour désigner ces différents éléments d'un exercice.

Le tableau contient cinq colonnes supplémentaires correspondant à un codage des objectifs que nous présentons un peu plus loin. Le tableau contient également une ligne pour le niveau 3ème dont le chapitre "fonctions affines" (le seul disponible au moment de la rédaction de cette brochure) contient un exercice faisant le lien avec la proportionnalité ; cet exercice n'est pas pris en compte dans la suite.

Quelques caractéristiques générales mises en évidence

Le tableau suivant donne le nombre d'exercices et d'énoncés relevant du thème proportionnalité pour les trois premières années du collège.

	6ème	5ème	4ème	Total
EXERCICES	23	31	23	**77**
ENONCES	165	235	155	**555**

Le thème est donc relativement bien représenté dans le logiciel et aux trois niveaux (alors que le niveau 6ème a été réalisé avant que les nouveaux programmes ne soient connus ainsi que cela a été dit plus haut).
Le nombre d'énoncés *différents* est toutefois inférieur à celui qui apparaît dans le tableau car plusieurs sont communs à deux des classes (ou même aux trois) : au niveau 5ème, par exemple, plusieurs exercices de la série "Prendre un bon départ" sont repris du niveau 6ème, avec éventuellement quelques modifications (il en est de même pour les échelles dont les exercices seront analysés en détail plus loin).

Une étude, même rapide, du tableau de l'annexe 1 fait apparaître des choix assez radicaux pour la classification, choix que l'enseignant doit avoir en tête lorsqu'il prépare une séance sur MEP :

- le thème *échelle* fait l'objet d'une série complète en 6ème et 5ème mais le thème *pourcentage* apparaît quant à lui dans le chapitre « Fractions » en 6ème et dans le chapitre « Statistiques » en 5ème ; en revanche, il fait l'objet d'une série complète en 4ème (dans le chapitre « Proportionnalité ») ;

- pour intégrer des exercices portant sur les graphiques ou la reconnaissance de la proportionnalité, il faut bien chercher car ils apparaissent dans différents chapitres et séries et à tous les niveaux ;

- il en est de même si on veut programmer des problèmes qui demandent un peu de recherche et de réflexion : il en existe mais ils sont appelés soit "complexes", soit "bis", soit "pièges" et se trouvent principalement dans la série "Pour aller plus loin".

En fait, toutes ces caractéristiques résultent du choix fondamental de structurer le logiciel à la manière d'un manuel mais sans les parties activités et cours. L'avantage est que les élèves peuvent se référer au logiciel comme ils le font pour leur manuel (par exemple à la maison pour réviser). L'inconvénient est que, pour l'enseignant qui prépare sa séance, la recherche d'un type donné d'énoncés n'est pas aisée (et pourrait devenir encore plus difficile si le nombre d'énoncés augmentait beaucoup et si des modifications étaient régulièrement apportées).

▷ LES OBJECTIFS DES ENONCES PROPOSES

De quelles données disposons-nous lorsque nous voulons choisir un exercice de MEP ?

Le logiciel met à notre disposition les différents libellés de la nomenclature (chapitre - série - exercice) et un court descriptif présentant le "contenu" de l'exercice. Dans beaucoup de cas, ces indications ne sont pas suffisantes pour identifier la fonction que peut remplir l'exercice dans la séquence d'apprentissage que l'on prépare. Il suffit, bien sûr, de l'afficher à l'écran pour voir tout de suite s'il nous plaît ou pas mais, ici encore, l'intérêt d'une base d'exercices en ligne serait peut-être de permettre une démarche différente.

A la fois pour mieux cerner les choix faits dans MEP à propos du thème proportionnalité et pour préfigurer ce que pourrait être une caractérisation des exercices permettant une recherche ciblée, nous avons réalisé une première ébauche de grille. Le codage retenu est centré sur *l'objectif d'apprentissage* qui semble caractériser chacun des exercices. La grille est présentée dans l'annexe 1 et la caractérisation de chaque exercice figure dans les cinq dernières colonnes du tableau.

Nous pointerons seulement ici quelques faits révélés par ce codage et qui permettent de se faire une idée des objectifs privilégiés par MEP :

- les exercices dont l'objectif est nettement l'entraînement à une *technique* donnée sont relativement nombreux (26 des 77 exercices dont une dizaine concernant l'écriture des échelles et des pourcentages en $6^{ème}$ et $5^{ème}$) ;

- l'outil *tableau* est pris en compte comme objectif important dans 27 exercices (soit pour entraîner à une technique liée au tableau soit comme outil présent dès l'énoncé de l'exercice) ;

- l'outil *graphique* est présent dans l'énoncé de 11 exercices (dont 7 où il est associé à un tableau) ;

- la question de la *modélisation proportionnelle* est abordée dans 13 exercices (de manière explicite – "proportionnalité ou pas ? " – dans 7 exercices et de manière implicite dans 6) ;

- les *domaines* d'application de la proportionnalité cités dans les programmes sont largement représentés : 11 exercices sur les échelles ($6^{ème}$/$5^{ème}$ surtout), 13 sur les pourcentages et 10 sur le mouvement uniforme ou la vitesse (surtout en $4^{ème}$ pour ces deux domaines) ;

- certaines *classes de problèmes* liées à la nature de la tâche et aux relations entre les grandeurs sont peu représentées : seulement 2 exercices de type proportionnalité simple composée et 9 de type proportionnalité multiple ; dans beaucoup d'exercices, c'est la tâche élémentaire de calcul d'une $4^{ème}$ proportionnelle qui est privilégiée.

Ces quelques observations demanderaient à être affinées en combinant les différents critères retenus. Nous n'avons pas souhaité aller plus loin dans ce genre d'analyse, pour l'instant. Nous voulions seulement mettre en évidence, pour le thème qui nous intéresse ici, la nécessité de parvenir à une meilleure caractérisation des exercices de MEP. Cette démarche permettrait à la fois de faire apparaître des manques et de proposer aux enseignants un moyen d'accès plus précis du point de vue de leurs stratégies pédagogiques.

On pourrait envisager, par exemple, une interface enseignant disponible lors de la programmation des séances et composée de menus déroulants dans lesquels on pourrait sélectionner des exercices en fonction de certains critères. La question qui se poserait alors est celle de savoir si ces critères doivent être généraux (comme dans la base BRAISE développée à l'Université de Rennes 1 : http://tdmath.univ-rennes1.fr) ou propres à chacun des chapitres (comme ceux utilisés ici pour le codage des objectifs).

▷ DONNEES SUR LA CONCEPTION DES EXERCICES

Texte rédigé à la demande du groupe par Yann POZZAR – professeur au collège Daniel Castaing du Mas d'Agenais et concepteur des exercices proportionnalité de MEP.

Le principe qui nous a guidé a été de mêler exercices techniques et applications, en particulier ceux de représentation à l'échelle.

POUR LES SIXIEMES (ANNEE 03/04)

En série 1, on fait travailler les diverses techniques à savoir mettre en œuvre en sixième : recherche d'un coefficient entre colonnes ou entre lignes, soit entier (calcul mental), soit décimal soit fractionnaire (réinvestissement du produit d'un nombre par un opérateur fractionnaire).
Le but est de déterminer des valeurs dans des situations de proportionnalité ou de déterminer si une situation relève de la proportionnalité.
Nous avons aussi placé un exercice de lecture graphique : on donne un graphique reliant deux grandeurs proportionnelles et l'élève doit lire une image ou un antécédent pour répondre à une question.
La série 2 est consacrée aux représentations à l'échelle. On retrouve les 3 types de calcul : déterminer l'échelle, calculer une dimension réelle ou calculer la dimension représentée. L'exercice vient soit d'un texte, soit d'une représentation.
On termine en série 3 par deux exercices plus techniques : pour le premier il s'agit de compléter des tableaux proportionnels en opérant sur les colonnes et pour le deuxième de compléter des tableaux en utilisant des opérateurs exclusivement fractionnaires.

Il est à noter que nous n'avons pas développé certains exercices par manque de temps, par exemple des exercices liés au passage à l'unité ou d'autres contextualisant dans des problèmes l'utilisation des propriétés de linéarité (sachant que 2 kg de ces fruits coûtent 3 € et que 7 kg coûtent 10,50 € et que le prix est proportionnel à la masse achetée, en déduire le prix de 9 kg de ces fruits). En effet, nous devions respecter des délais serrés pour mathenpoche6 (il devait être opérationnel pour septembre 04) aussi nous n'avons pas développé certains exercices prévus au départ, notamment ceux où intervenaient des problèmes (les exercices de Mathenpoche ont des données aléatoires et il est très chronophage de respecter cette norme pour les problèmes…).

Malgré tout, nous espérons qu'il y a une cohésion du chapitre avec une progressivité dans les choix des exercices. Cette progressivité correspond à « un » choix pédagogique qui n'est pas universel... Nous avons fait avec nos moyens et nos difficultés non seulement pédagogiques mais surtout techniques. Nous espérons que l'on ressent moins ces imperfections pour les autres niveaux, en tout cas, nous avons essayé de les atténuer…

POUR LES CINQUIEMES (ANNEE 04/05)

Le travail est plus fourni qu'en sixième : on retrouve plus d'applications de la proportionnalité dans les programmes de cinquième où le thème figure de façon centrale.
Initialement nous avions développé un certain nombre d'exercices utilisant « les produits en croix » mais en mai 06, nous avons révisé les exercices du chapitre afin de le mettre en conformité avec les nouveaux programmes de cinquième qui vont rentrer en vigueur en septembre 06 et où ce point ne figure plus.
Dans les séries 1 et 2, nous avons poursuivi les travaux mis en place en 6ème : utilisation d'un coefficient entre lignes ou opérations sur les colonnes et représentations graphiques en lien avec des problèmes.
La série 3 fait la synthèse sur les échelles avec notamment l'ajout de questions liées aux agrandissements.
En série 4, le travail porte sur les durées, le mouvement uniforme et la représentation de données (exprimer en %, calculer une hauteur en cm ou un angle pour réaliser un diagramme).
Enfin en série pour aller plus loin nous avons placé des exercices plus complexes (bien que classiques) mettant en œuvre la proportionnalité : partages proportionnels, règle de 3 inverse, double proportionnalité. Nous avons aussi placé un exercice de synthèse sur les variations en géométrie faisant le lien entre tableau de valeurs et graphique : il faut faire varier une grandeur géométrique ce qui construit en temps réel un tableau de valeurs pour une autre grandeur variant en fonction de celle-là (un périmètre, une aire ou un volume). La courbe représentant la fonction se construit point par point en même temps que le tableau, on demande ensuite enfin si c'est une situation de proportionnalité.

Nous tenons à faire remarquer qu'on trouve aussi des utilisations de la proportionnalité dans d'autres chapitres de Mathenpoche 5ème, notamment dans celui sur les aires (longueur d'un arc, aire d'un secteur) et dans celui sur les statistiques.

UNE METHODE POUR L'ANALYSE DES EXERCICES

L'un des axes de travail de notre groupe était l'analyse systématique des exercices MEP concernant la proportionnalité aux niveaux $6^{ème}$ et $5^{ème}$.

Le but poursuivi sur cet axe était triple :

→ mettre à disposition des enseignants des *fiches d'accompagnement* comme celles qui figurent dans la plupart des documents IREM ; les « descriptifs » des exercices actuellement disponibles dans MEP sont très courts et n'explicitent pas les choix faits par les concepteurs ;

→ fournir des éléments de *discussion critique* de ces choix (aussi bien au niveau des tâches retenues que des options didactiques sous-jacentes) ;

→ proposer des *modifications possibles* soit pour des améliorations ponctuelles du logiciel, soit pour la conception de nouvelles versions assez fortement remaniées.

Ce travail a été réalisé, en grande partie, pour le niveau $6^{ème}$ mais n'a pas été poursuivi pour le niveau $5^{ème}$ (car très lourd et difficilement conciliable avec les expérimentations que nous avons privilégiées la seconde année). Le résultat de ce travail d'analyse, pour le niveau $6^{ème}$, est illustré dans les deux chapitres qui suivent. Nous présentons seulement ici la méthode retenue.

▷ LA GRILLE D'ANALYSE

Les analyses étant réalisées par tous les membres du groupe, nous avons adopté une présentation commune correspondant à un certain nombre de rubriques (voir tableau page suivante).

Quelques remarques à propos de cette grille :

- elle est prévue pour mener une analyse exercice par exercice (une autre présentation serait nécessaire pour une synthèse par série) ;
- les caractéristiques générales de l'exercice sont présentées dans une même rubrique (la $1^{ère}$) et tous les éléments variables dans une autre (éléments qui servent en particulier à définir la progression propre à l'exercice) ;
- les commentaires qui constituent la base d'une discussion critique font l'objet d'une rubrique mais les propositions qui en découlent sont présentées à part ;
- l'aide fait l'objet d'une rubrique à part entière dans laquelle sont regroupés des éléments descriptifs et des éléments de discussion.

GRILLE UTILISEE POUR L'ANALYSE DES EXERCICES MEP

DESCRIPTIF GLOBAL	INTITULE	
	DESCRIPTIF DU LOGICIEL	
	ELEMENTS GENERAUX	nature de la tâche, type de réponse, outils proposés,...
VARIABLES	ENONCES	formulation, contexte,...
	VALEURS NUMERIQUES / GRANDEURS	
	AUTRES DONNEES	figures, graphiques,...
	PROGRESSION	paliers, sauts de difficulté,...
COMMENTAIRES		cohérence avec programme, discussion des choix, travaux de référence...
AIDE	DESCRIPTION	
	COMMENTAIRES	
PROPOSITIONS	POUR L'EXERCICE	
	POUR L'AIDE	

▷ LES FICHES REALISEES

L'ensemble des fiches réalisées est disponible sur les sites de la CII MathEnPoche et de l'IREM de Rennes (adresses page 2) ; quelques unes figurent également dans cette brochure (annexes 2.3 et 3.3).

Les deux chapitres suivants présentent plus en détail les analyses correspondant à deux séries d'exercices.

ANALYSE DE LA SERIE « LIAISON CM2-6ème »

Cette partie est consacrée à la série d'exercices de proportionnalité du niveau sixième de MEP intitulée « Liaison CM2-6ème » (série 6N5S0). Nous allons dans un premier temps souligner brièvement les principaux choix qui ont été faits pour cette série. Le détail de l'analyse de la série est accessible sur les sites cités précédemment (adresses page 2) ; il est redonné ici en annexe 2. Ensuite nous formulerons quelques suggestions à propos des évolutions envisageables de la série, en particulier en termes de compléments à y apporter.

▷ LES CHOIX FAITS POUR LES EXERCICES DE LA SERIE

Cette série d'exercices a été conçue par un autre groupe de recherche (voir article de G. GUEUDET à paraître dans Repères-IREM), qui souhaitait pouvoir travailler avec MEP en classe de CM2. Certains des choix faits sont directement guidés par ce public visé a priori. En particulier, il y a peu de nombres décimaux et ceux-ci restent extrêmement simples. La calculatrice est toujours accessible, pour que les élèves ne soient pas arrêtés par des difficultés de calcul. D'autres choix résultent d'une réflexion sur l'enseignement de la proportionnalité au niveau CM2-6ème ; nous allons les présenter maintenant.

Cinq "vrais problèmes" par exercice

Cette série est composée de véritables *problèmes de proportionnalité*, et non de simples questions techniques. Ce choix a été fait par les concepteurs parce qu'à ce niveau de classe, le sens même de la proportionnalité est en pleine construction. Sans entrer dans les questions liées à la légitimité de la modélisation proportionnelle, souvent discutable, il s'agit donc de confronter l'élève à des situations variées, accessibles avec les outils dont il dispose et cependant problématiques.

En conséquence de ce choix, chaque « exercice » a été limité à 5 problèmes. D'ailleurs même au niveau de 6ème, notre expérience avec certains exercices de 10 problèmes a montré une nette lassitude des élèves parvenus au problème 6 ou 7, d'autant que c'est en général à ce rang qu'apparaissent les nombres décimaux.

Une série structurée suivant les classes de problèmes

La série 6N5s0 est organisée suivant des classes de problèmes de proportionnalité : calcul de quatrième proportionnelle, problèmes de comparaison ... (voir l'annexe 2 pour plus de détails sur les classes de problèmes). Ainsi chaque exercice correspond à une classe de problèmes, selon la classification de Vergnaud (1997) ou celle de l'IREM de Rennes (Boisnard et al. 1994).

Cette structuration en classes de problèmes doit permettre au logiciel de dépasser la simple fonction d'exerciseur. En effet, il ne s'agit plus de construire une compétence technique par un travail répété sur le même exercice, où seules les valeurs numériques changent.

L'élève qui travaille régulièrement sur plusieurs problèmes appartenant à la même classe constitue des références de situations auxquelles il peut se reporter lorsqu'il est confronté à un nouveau problème de la même classe. C'est peut-être là que peut se situer réellement l'apport d'un logiciel de type "base de problèmes".

Des problèmes intrus

Dans la plupart des exercices de la série figure un problème "intrus", c'est-à-dire un problème qui n'est pas un problème de proportionnalité. Ce choix, inspiré du *Moniteur de mathématiques*, remplace un exercice du type "proportionnalité ou pas ?". Par exemple, le problème intrus de l'exercice « Recettes » constitue un réel obstacle pour beaucoup d'élèves :

Recettes (6N5S0ex3) - problème 3

> Typhaine a mangé du cake fait par Emilie avec sa recette :
> Des raisins secs, 600g de farine, 300g de sucre, 12œufs.
> Elle l'a trouvé beaucoup trop sucré.
> Quelles quantités de farine et de sucre pourrait mettre Typhaine pour que le cake soit à son goût ?

Cet exercice est clairement "hors contrat". Non seulement ce n'est pas un exercice de proportionnalité, mais surtout plusieurs réponses sont possibles !

Proposer plusieurs solutions

L'une des compétences visée en CM2 et surtout en $6^{ème}$ est la capacité de mettre en œuvre plusieurs types de procédures (pour des détails sur les procédures, voir annexe 2.2), de manière à pouvoir choisir la plus adaptée à un problème donné. Ceci est explicitement mentionné dans les programmes de sixième de la rentrée 2005. Dans cette série, plusieurs solutions sont proposées pour un même problème. En voici un exemple :

Recettes (6N5S0ex3) - problème 5

> Il faut 240 g de spaghettis, 40 cL de sauce tomate et 160 g de viande hachée pour préparer des spaghettis bolognaise.
> Quels poids de spaghettis et de viande hachée faut-il pour 60 cL de sauce tomate ?

<u>Solution 1</u> : 60cL = 40cL + (40cL/2). 60cL, c'est 40cL plus la moitié de 40cL.
Pour les spaghettis on fait 240g plus la moitié de 240g.
Pour la viande hachée on fait 160g plus la moitié de 160g.

<u>Solution 2</u> : Il y a quatre fois plus de grammes de viande hachée que de centilitres de sauce tomate. Pour 60 cL de sauce tomate, il faut donc 4x60 = 240g de viande hachée.
Il y a six fois plus de grammes de spaghettis que de centilitres de sauce tomate. Pour 60 cL de sauce tomate, il faut donc 6x60 = 360g de spaghettis.

On voit ici que la solution 1 fait appel aux propriétés de linéarité. On peut dire qu'il s'agit d'une procédure mixte, car on a recours à la fois à la linéarité additive et à la linéarité multiplicative. La solution 2 fait quant à elle appel à des rapports fonctionnels, entre les grammes de viande hachée et les centilitres de sauce tomate d'une part ; les grammes de spaghettis et les centilitres de sauce tomate d'autre part. Naturellement, nous avons donné ici l'exemple d'un jeu de valeurs particulier, mais la définition générale du jeu de valeurs permet toujours la mise en œuvre de ces deux procédures.

Des aides basées sur le premier problème de l'exercice

MEP propose la même aide pour tous les problèmes d'un exercice donné. Cette aide consiste le plus souvent en un problème de même type dont la résolution est exposée graduellement et en détail. Ici il ne s'agit pas d'un problème de même type, mais du premier problème de chaque « exercice ». Ainsi les élèves n'ont pas à se pencher sur un nouveau problème ; ils peuvent observer la résolution détaillée d'un problème qu'ils ont déjà rencontré (ceci nous a amenés à fixer les valeurs du premier problème de chaque exercice).

L'aide comporte ainsi toujours la résolution progressive du problème 1. Il y a de plus deux choix spécifiques à cette série. D'une part, pour ce problème corrigé de l'aide on propose systématiquement deux solutions possibles. D'autre part, ces solutions sont accompagnées d'animations représentant la situation initiale et la résolution du problème. Dans certains cas (« Comparaisons », « Recettes »), l'élève a même la possibilité d'agir sur les animations, pour observer les conséquences d'un changement des valeurs numériques.

Afin de parcourir de la façon la plus complète possible les différentes procédures, le premier problème est parfois complété par des problèmes voisins permettant de développer tout l'éventail des procédures possibles. Signalons, par ailleurs, que dans cette série l'aide est toujours accessible.

▷ DES EVOLUTIONS ENVISAGEES

A propos des aides

Les observations réalisées dans les classes montrent que le choix de baser l'aide sur le premier problème de la série est plutôt décevant. Il nous semble à terme souhaitable de se diriger vers une aide à deux niveaux :

- des exposés généraux de méthodes, valables pour tout l'exercice d'une part,
- des conseils contextualisés au problème traité d'autre part.

On pourrait aussi penser à mettre à la disposition des élèves, dans le domaine de la proportionnalité, des outils - graphiques ou tableaux en particulier - leur permettant de représenter la situation (il serait possible de s'inspirer pour cela du logiciel réalisé par l'IREM de Rennes et le CNED : *La proportionnalité à travers les problèmes* – Boisnard et al, 1997)).

Compléter la série ?

La série étant structurée selon les classes de problèmes, le souhait de la compléter conduit naturellement à chercher les classes de problèmes manquantes.

Par ailleurs, peu de tableaux apparaissent dans la série actuelle ; c'est surtout dans les aides que l'on peut les trouver. Il serait donc intéressant, dans l'optique de compléter l'existant, d'ajouter un exercice composé de problèmes qui impliquent plus de quatre valeurs, avec deux grandeurs de natures différentes (et qui ne sont pas des recettes !). En effet de tels problèmes n'existent pas dans le contenu actuel, et ils sont particulièrement propices à l'emploi de tableaux. Par exemple, le problème suivant pourrait faire partie d'un éventuel exercice 6N5s0ex7 :

Complète ce tableau :

Nombre de croissants	7	21	
Prix en euro	4		16

Les problèmes de ce type, lorsque le tableau est donné rempli, sont également propices à une réflexion plus approfondie sur la relation de proportionnalité. Est-ce qu'on peut affirmer que les deux grandeurs en jeu sont proportionnelles ? Comment justifie-t-on la non-proportionnalité ou la proportionnalité ? Cette démarche nous paraît prématurée pour la classe de CM2, mais elle a bien entendu sa place en 6$^{\text{ème}}$. Des questions semblables se posent à propos des graphiques. Les programmes suggèrent de les introduire dès le CM2. Faut-il leur consacrer un exercice spécifique, comme ceux qui apparaissent en 6$^{\text{ème}}$? A priori il nous semble plus judicieux de les mettre à disposition comme outils, au sein des aides générales que nous avons évoquées ci-dessus.

D'autres possibilités d'amélioration de la série, concernant plus précisément chaque exercice, peuvent être trouvées sur les pages de notre groupe (adresses page 2).

Séparer CM2 et 6$^{\text{ème}}$

Actuellement la série apparaît dans les exercices de sixième sous le titre « Liaison CM2-sixième ». Lors d'une évolution ultérieure de MEP, on peut envisager l'existence d'un espace réservé au CM2. Dans un tel cas, cette série pourrait y être intégrée, avec éventuellement des modifications de structure : en particulier, les exercices de proportionnalité simple composée et de proportionnalité double pourraient faire partie d'une série spécifique, du type « pour aller plus loin ».

Cependant l'expérience a aussi montré que cette série était relativement adaptée au niveau de la classe de 6$^{\text{ème}}$. Elle le serait plus encore avec quelques modifications mineures, typiquement l'introduction de nombres décimaux dans les jeux de valeurs possibles. La série ainsi modifiée pourrait alors figurer dans les exercices de 6$^{\text{ème}}$, où elle porterait un titre du type « problèmes de proportionnalité ». Elle pourrait remplacer certains des exercices actuels, comme « petits problèmes » (6N5S0ex1) par exemple.

ANALYSE DES EXERCICES SUR LES ECHELLES

Ce chapitre présente les remarques auxquelles a conduit notre analyse des exercices MEP sur les échelles. Pour le niveau 6ème, des fiches ont été réalisées suivant la démarche décrite précédemment. Pour les niveaux 5ème et 4ème, les remarques sont plus limitées, l'analyse n'ayant pas été menée de manière aussi systématique. Cependant, la progression choisie pour cet apprentissage, dans MEP, et l'évolution du contenu des exercices présentent des caractéristiques intéressantes.

▷ POURQUOI LE THEME DES ECHELLES ?

Les exercices sur les échelles ont retenu notre attention pour trois sortes de raisons.

La place des échelles dans MEP

La première raison est la place importante que les échelles occupent dans MEP :
- une série complète (N5S2) en 6ème avec 5 exercices (40 questions en tout),
- une série aussi (N5S3) en 5ème avec 5 exercices (50 questions) dont plusieurs sont repris de la série de 6ème mais avec des variantes ainsi que nous le verrons,
- un exercice encore (N6S1ex5) en 4ème (5 questions).

A titre de comparaison, on peut noter que les pourcentages ne figurent pas comme tels dans le chapitre proportionnalité. Ils apparaissent dans les chapitres fractions et statistiques en 6ème (5 exercices en tout) et seulement dans le chapitre statistiques en 5ème (2 exercices).

Les options didactiques retenues

Une deuxième raison est le fait que des choix assez radicaux ont été faits par les concepteurs dans la manière de présenter cette notion, que ces choix ont évolué par la suite (dans la série de 5ème en particulier) et qu'ils pourraient encore évoluer en prenant en compte les travaux réalisés sur cette notion.

C'est dans cette possibilité d'évolution rapide, suite à des échanges et des contributions diverses, que réside l'intérêt principal de MEP. Nous avons choisi de montrer cette caractéristique à propos du thème des échelles.

L'importance de la notion

Troisième raison enfin : la notion d'échelle joue un rôle majeur dans l'apprentissage et la compréhension de la proportionnalité. C'est une notion reliée, comme celle de pourcentage, à des questions pratiques et sociales que perçoivent très tôt les élèves. Mais, plus que pourcentage, c'est une notion qui a aussi un lien direct avec les aspects plus abstraits et plus mathématiques de la proportionnalité. On peut presque considérer qu'un élève qui maîtrise la notion d'échelle à la fin de la 5ème a réussi son "entrée" dans la proportionnalité et aura de bonnes chances de comprendre les formalisations qui seront introduites à partir de la 4ème.

La difficulté mais aussi l'intérêt de la notion résident évidemment dans l'écriture fractionnaire et son association très particulière avec la relation de proportionnalité en jeu. Le lien étroit avec les notions d'agrandissement et de réduction ainsi qu'avec différents raisonnements propres aux opérations sur l'espace contribue également à en faire une notion dont l'apprentissage devrait recevoir une grande attention entre le CM2 et la 5ème.

On peut noter que les programmes n'incitent pas à accorder une telle attention particulière à la notion. Les échelles n'y apparaissent que comme un exemple, parmi d'autres, d'application de la proportionnalité. Le choix des concepteurs de MEP de consacrer une série entière aux échelles en 6ème et en 5ème va donc au-delà de ce que préconisent les programmes et ce choix semble judicieux.

▷ DES TRAVAUX SUR LA NOTION D'ECHELLE

Peu d'études ont été consacrées spécifiquement à la notion d'échelle. Nous nous sommes référés, pour les analyses présentées ici, aux deux suivantes :

- un article relativement ancien (1989) de Antoine BODIN : *Les échelles – Préparation d'une séquence d'enseignement en classe de cinquième* ;
- une recherche plus récente (thèse 1994) de Jean-Pierre LEVAIN portant sur les concepts d'agrandissement et d'échelle ; ce travail est présenté dans un ouvrage (Levain, 1997) et dans plusieurs articles.

Les références précises des publications sont données en bibliographie et l'annexe 3 propose deux extraits d'articles contenant les principaux faits mis en évidence par ces études.

▷ LA SERIE « ECHELLE » DU NIVEAU 6ème

Les fiches d'analyse

Pour les cinq exercices de la série (6N5S2), nous avons réalisé une fiche correspondant à la grille présentée plus haut (chapitre 3).

Ces fiches figurent dans l'annexe 3.3 (et sont aussi consultables en ligne – adresses page 2).

Constats et éléments de discussion

Les analyses effectuées nous conduisent à discuter les options qui caractérisent cette série d'exercices à trois niveaux différents.

➤ *Le choix fondamental d'une expression unique de l'échelle*

Le premier constat que l'on peut faire porte sur la définition même de ce que recouvre la notion d'échelle. Dans les exercices de cette série, est appelée « échelle » uniquement l'écriture fractionnaire du coefficient de proportionnalité et même, de manière encore plus restrictive, l'écriture correspondant à une fraction de numérateur 1. L'échelle est d'ailleurs définie (dans les aides des exercices 1 et 4) comme le quotient de la « distance réelle » par la « distance représentée ».

Or, comme le montre Bodin (annexe 3.1), il existe dans la pratique plusieurs expressions possibles de l'échelle. Il en recense ainsi quatre « types » principaux, l'écriture choisie pour les exercices de MEP n'étant qu'un cas particulier du quatrième type. Il est vrai toutefois que cette expression de l'échelle est relativement courante (en particulier en cartographie) et qu'elle est intéressante du point de vue des apprentissages mathématiques car elle est l'occasion de faire manipuler l'écriture fractionnaire dans un contexte qui a du sens.

Ainsi que le souligne Levain (annexe 3.2), si la maîtrise de l'expression fractionnaire des échelles est bien un objectif à atteindre en fin de 5$^{\text{ème}}$, il n'est pas souhaitable de se limiter à cet apprentissage. La compréhension des relations entre les grandeurs, très particulières dans le cas des échelles, est un objectif préalable et, pour atteindre cet objectif, un travail sur les différentes expressions possibles de l'échelle est nécessaire.

Notons deux conséquences immédiates de ce choix fondamental fait pour les exercices MEP : l'absence complète (en 6$^{\text{ème}}$) de situations dans lesquelles l'échelle traduit un agrandissement et l'utilisation un peu étrange du terme « légende » utilisé dans l'exercice 4 pour désigner l'expression pourtant courante de l'échelle sous la forme d'un segment ("unité") associé à une mesure de longueur.

Au niveau de la définition de ce qu'est une échelle, on notera enfin l'ambiguïté des termes utilisés dans ces exercices (comme dans beaucoup de manuels ainsi que le montrent Bodin et Levain) : parler de distances (ou dimensions) « représentées » pose de sérieux problèmes car la distance représentée est, au sens propre, celle que l'on représente donc, en fait, la distance réelle… (le dessin est un *représentant* de cette distance réelle).

➤ *Le choix des situations et des tâches*

L'analyse fait apparaître des différences assez nettes entre les cinq exercices et ceci bien que tous soient d'abord caractérisés par le choix fondamental décrit ci-dessus :

- les trois premiers de la série sont de nature très calculatoire et annoncés comme tels (« calculer l'échelle » - « calculer la distance réelle » - « calculer la distance représentée ») ;
- les deux derniers restent fortement calculatoires et centrés sur l'écriture fractionnaire mais caractérisés aussi par des mesures à effectuer et donc des contextes plus riches.

Du point de vue de la position défendue précédemment et qui consiste à ne pas privilégier en 6$^{\text{ème}}$ l'expression fractionnaire de l'échelle, il est clair que des exercices qui visent, comme les trois premiers, à entraîner de manière routinière à cette écriture paraissent difficiles à justifier. Il faut noter, de plus, que les procédures présentées dans les aides sont uniquement de type algorithmique et sans aucune référence aux relations de proportionnalité en jeu (par exemple la procédure proposée pour calculer l'échelle est « dénominateur = distance réelle ÷ distance représentée »). En outre, les contextes étant épurés au maximum, les situations évoquées sont extrêmement allusives (« un plan », « un dessin », « une distance »,…) renforçant ainsi le caractère répétitif et routinier des exercices.

Les tâches qui caractérisent les exercices 4 et 5 de la série, avec les opérations effectives de mesure qu'elles contiennent (règle virtuelle manipulable à l'écran), sont beaucoup plus consistantes sur le plan du raisonnement proportionnel. Il reste cependant la restriction à une seule écriture et des aides qui n'explicitent pas la relation de proportionnalité caractérisant les situations présentées (à partir de tableaux par exemple).

➤ *La prise en compte de la question des unités*

La question de l'harmonisation des unités reste une source importante d'erreurs chez les élèves pendant tout le collège, ainsi que le montre Levain (annexe 3.2). De ce point de vue, les exercices de cette série consacrée aux échelles sont très vigilants, proposant généralement quelques cas dans lesquels les conversions ne sont pas nécessaires puis contraignant systématiquement l'élève à prendre en compte cette variable.

L'insistance mise sur cette question est certainement utile pour certains élèves mais peut-être plus en 5ème qu'en 6ème où c'est la compréhension même de la notion d'échelle qui est en jeu. En outre, on sait que dans la pratique, plutôt que d'harmoniser les unités, on préférera souvent recourir à un coefficient de proportionnalité autre que l'échelle (« je trouve la distance réelle en km en multipliant par 4 la distance sur la carte en cm »). Faut-il faire état de cette possibilité ou non et, si oui, à quel moment ? Le risque est, bien sûr, d'encourager les élèves à ne plus s'occuper du tout de la question des unités...

▷ LA SERIE « ECHELLE » DU NIVEAU 5ème

Ainsi que nous l'avons déjà indiqué, des fiches d'analyse systématique n'ont pu être réalisées pour les exercices de 5ème. En ce qui concerne les échelles, il est vite apparu, en outre, que la série de 5ème (5N5S3) était quasiment identique à celle de 6ème. Depuis, plusieurs modifications ont été apportées à la série 5ème.

Les trois premiers exercices restent très proches de ceux de 6ème avec deux évolutions cependant :

- la formulation des énoncés a été modifiée en recherchant, semble-t-il, plus de précision ; en particulier les expressions distance ou dimension « représentées » sont moins utilisées (par exemple l'énoncé « A quelle distance réelle correspond une distance de 1 cm représentée sur un dessin à l'échelle 1/10 ? » devient « Quelle longueur réelle représente 1 cm sur un dessin dont l'échelle est 1/10 ? ») ;
- surtout les aides des exercices 1 et 2 ont été entièrement reformulées : l'échelle est désormais définie comme le « coefficient multiplicateur » caractéristique d'un « tableau de proportionnalité » qui est tracé.

Le contenu de l'exercice 4 en 5ème n'est plus du tout celui de l'exercice de même rang en 6ème. Son titre est d'ailleurs désormais « échelle d'agrandissement » et les exercices traitent ce type d'échelle qui est complètement absent de la série en 6ème. Certains énoncés de cet exercice évoquent un contexte relativement précis (un globule rouge, une larve d'huître,...). Une particularité de la formulation utilisée pour ces échelles est le fait de les caractériser simplement par un entier : « Quelle est le diamètre d'une représentation d'un globule rouge à l'échelle 5000 ? » (le plus souvent comme le signale Bodin ce type d'échelle est formulé comme un coefficient : « × 5000 »).

Le contenu de l'exercice 5 est, quant à lui, élargi par rapport au contenu de l'exercice correspondant en 6ème. Son titre change d'ailleurs et est désormais « Mesures et échelles ». Les 5 premières questions sont celles de l'exercice 5 de 6ème mais les 5 questions suivantes sont nouvelles et concernent des situations d'agrandissement : après avoir mesuré une longueur sur un dessin proposé, la tâche consiste à exprimer « l'échelle du dessin » (à partir de la mesure faite sur le dessin et de la mesure indiquée comme étant celle correspondant à la réalité).

▷ L'EXERCICE « ECHELLE » DU NIVEAU 4ème

La série 1 (« Prendre un bon départ ») du chapitre proportionnalité de 4ème contient un exercice intitulé « Echelle » (4N6S1ex5). Cet exercice comporte 5 « problèmes » évoquant tous un contexte de carte routière (la même carte d'ailleurs pour les exercices 1 et 2 d'une part 3, 4 et 5 d'autre part). Les tâches consistent à calculer soit une longueur dans la réalité, soit une longueur sur le dessin, soit l'échelle.

Quatre aides différentes sont présentées sont la forme d'un menu :
- calculer une échelle ,
- calculer la dimension réelle,
- calculer la dimension représentée,
- dimension représentée et dimension réelle sans l'échelle.

Les trois premières sont identiques aux aides présentes dans la série échelle de 5ème. La quatrième aide évoque la procédure de calcul de l'une des dimensions sans conversion et donc sans passer par une expression de l'échelle. C'est la technique du produit en croix (appelée ici « règle de trois ») qui est utilisée pour trouver la longueur demandée.

▷ BILAN ET EVOLUTIONS POSSIBLES

Le but d'une analyse comme celle-ci est triple : fournir des éléments de réflexion aux utilisateurs de MEP, constituer une base pour des échanges entre les utilisateurs et les concepteurs, permettre des améliorations et des évolutions du produit. Nous résumerons les principaux constats faits lors de cette analyse et qui sont en rapport avec le troisième de ces objectifs. Ils peuvent être regroupés autour de trois questions.

La question des différentes expressions de l'échelle

Faut-il envisager d'autres exercices portant sur d'autres expressions que l'écriture fractionnaire et sur des mises en relation entre ces expressions ? Pour le niveau 6ème, beaucoup d'arguments vont dans le sens d'une réponse positive : l'existence, à ce niveau, d'une série complète consacrée aux échelles est certainement une bonne chose et doit être conservée mais le contenu des exercices (et des aides) est sans doute à repenser.

Pour le niveau 5ème, la série déjà fortement améliorée (prise en compte des situations d'agrandissement et évocation du coefficient multiplicateur dans les aides) semble beaucoup plus adaptée. Même les exercices très calculatoires (1, 2 et 3) ont certainement une fonction utile pour certains élèves, du point de vue de la maîtrise des échelles et du point de vue de la manipulation des fractions. On trouvera dans la seconde partie de ce document une activité papier qui permet de démarrer la reprise de ce thème des échelles et de rappeler les différentes écritures que les élèves ont pu rencontrer dans d'autres disciplines ou dans la vie courante et qu'ils devraient déjà avoir travaillées en $6^{\text{ème}}$.

La question des tâches et des aides

L'un des points les plus positifs de MEP pour la compréhension des échelles est certainement la réintroduction de l'opération de mesurage dans les tâches proposées (on peut bien sûr faire réaliser de "vraies" mesures lors d'une activité papier mais on ne le fait plus comme le souligne Levain – voir annexe 3.2). Le point de départ de la série au niveau $6^{\text{ème}}$ devrait consister en plusieurs exercices associant cette opération avec diverses expressions de l'échelle (l'exercice 4 de $6^{\text{ème}}$ et le 5 de $5^{\text{ème}}$ pourraient être légèrement remaniés dans cette perspective et d'autres exercices créés dans le même esprit).

La question des aides est beaucoup plus difficile, en revanche, et nécessiterait une vraie réflexion collective pour décider quelle définition de l'échelle donner en $6^{\text{ème}}$ et quelles formulations employer dans les explications.

La question de la progression

L'apprentissage des échelles doit se poursuivre du CM2 à la $5^{\text{ème}}$, la compréhension de la notion devant, dans l'idéal, être réalisée à la fin de cette classe (avec bien sûr un "entretien" des mécanismes et quelques rappels en $4^{\text{ème}}$ et $3^{\text{ème}}$...). La question que nous avons été amenés à nous poser lors de cette analyse est celle des liens qui doivent exister entre cette progression souhaitable et les exercices que propose MEP : la base d'exercices a-t-elle pour vocation de contenir une progression (d'un niveau de classe à l'autre mais aussi à l'intérieur d'un niveau en proposant un ordre sur les exercices) ?

Si on répond de manière positive à cette question, on voit bien, à propos d'un thème comme celui des échelles, que nous sommes loin du compte et que seul un travail collectif de longue haleine permettra d'assumer cette vocation. Une autre manière de répondre à la question est de considérer que le choix de la progression est l'affaire exclusive du professeur et qu'il suffit que la base propose une panoplie assez large d'exercices pour qu'il puise dedans. Mais on ignore alors le fait que MEP est aussi utilisé par certains élèves comme un outil de révision ou d'anticipation.

PARTIE 2

COMMENT INTEGRER DES EXERCICES INTERACTIFS DANS UNE SEQUENCE ?

SOMMAIRE PARTIE 2

COMMENT INTEGRER DES EXERCICES INTERACTIFS DANS UNE SEQUENCE ?

UTILISATION DE MATHENPOCHE EN CLASSE : PRINCIPES GENERAUX

Notre travail de préparation des séquences a été guidé, dès le départ, par trois principes directeurs :

- intégrer des *exercices interactifs* à notre enseignement de la proportionnalité en classes de 6ème et de 5ème ; c'était là l'objet même de notre recherche et donc l'option de base de notre démarche ; nous expliquons ci-dessous les raisons de ce choix ;

- donner la priorité à une réflexion aussi complète que possible sur les *objectifs de cet enseignement*, en fonction des programmes et des différents savoirs et savoir-faire relatifs à la proportionnalité ; le choix des exercices MEP ne devait intervenir que dans un second temps, et le plus possible en adéquation avec les objectifs retenus ;

- *ne pas restreindre l'usage* de MEP à une seule fonction (celle d'exerciseur mise en avant les premières années) mais, au contraire, rechercher systématiquement tous les rôles que le professeur peut faire jouer au logiciel dans une séquence.

▷ POURQUOI ...

... des exercices interactifs ?

La multiplication des ressources numériques pour l'enseignement a mis sur le devant de la scène la question de leur intégration à tous les niveaux scolaires. Les instructions officielles incitent aussi de plus en plus les enseignants à intégrer à leurs pratiques l'utilisation des nouvelles technologies. De même que le tableur ou le logiciel de géométrie, les exercices interactifs ont donc leur place dans ces ressources exploitables en classe et, notamment, le logiciel MEP.

De plus, l'ordinateur a un attrait indéniable sur les élèves et renforce généralement leur motivation, ce qui leur permet de faire plus d'exercices qu'ils n'auraient cherché sur papier.

... des exercices MEP ?

MEP allie correction interactive et aide détaillée et fournit un support de travail pour l'élève, en phase d'approche, d'apprentissage comme de remédiation. Les exercices nombreux et variés permettent au professeur de les sélectionner en fonction de la phase envisagée et les bilans des séances assurent un suivi individuel des élèves et des possibilités de diagnostic quant à leurs difficultés. De plus, ce logiciel gratuit est relativement simple d'utilisation, d'une part pour les enseignants qui doivent programmer les séances d'exercices à l'avance puis visualiser les bilans et surtout pour les élèves : la connaissance d'un nom d'utilisateur et d'un mot de passe personnels suffit.

MEP n'est pas un sujet d'étude nouveau puisqu'une équipe INRP-IUFM de Bretagne (Gueudet & Julo, 2005) l'avait précédemment retenu pour une recherche sur l'apprentissage de la proportionnalité avec une ressource en ligne (niveaux CM2 et 6ème). C'était aussi l'occasion de prolonger cette étude.

De plus, le logiciel apporte une banque importante de problèmes sur le thème choisi ce qui permet d'aborder une grande variété de procédures et de contextes.

▷ CONCEPTION D'UNE SEQUENCE

Intégrer des exercices interactifs dans une séquence d'enseignement est relativement complexe : outre le choix des exercices, il faut prendre en compte l'organisation spatiale des séances (classe classique ou salle multimédia à réserver) ainsi que le matériel à disposition (ordinateur(s), rétroprojecteur, vidéoprojecteur, avec les éventuelles rallonges, voire tableau interactif) et bien sûr les photocopies. Nous présentons ici les principes que nous avons retenus pour l'élaboration d'un *scénario d'usage* de MEP concernant une séquence donnée.

Point de départ : un contenu mathématique et des objectifs

Le choix d'un scénario d'usage pour une séquence débute par la définition des contenus mathématiques et des objectifs d'apprentissage retenus. En effet, ce que nous appelons une séquence d'enseignement est un ensemble de séances consécutives ou non mais qui relèvent toutes des mêmes objectifs d'apprentissages, formulés en termes de contenu.

Les programmes constituent une première référence pour sélectionner ces contenus. Il s'agit ensuite de procéder au choix des ressources MEP qui seront utilisées : exercices, aides d'un exercice particulier à projeter....

Elaboration du canevas de séquence

Le choix des contenus permet de définir le nombre de séances, leur répartition et l'articulation des séances "machine" et des séances "classiques", de même que la nature de ces différentes séances : découverte, travail d'une compétence technique, réinvestissement, évaluation diagnostique, évaluation finale...

Ces informations sont regroupées dans un tableau synoptique comportant trois colonnes : séances, situations, contenu ; tableau qui sert de référence tout au long de la séquence. La durée des séances étant celle de "l'heure" en vigueur dans l'établissement, à savoir entre 50 et 55 minutes, le "timing" des activités en groupe classe est à minuter en conséquence.

Finalisation des séances

Les activités proposées aux élèves en séances machine sont sélectionnées en fonction de leur contenu, adapté au thème étudié, et en adéquation avec les fiches papiers correspondantes. Les activités proposées sur papier de même que les cours-synthèses ont été adaptés de travaux IREM précédents ou créés de toutes pièces.

Les consignes à fournir aux élèves et les interventions lors des séances "machine" (aucune intervention, aide ponctuelle aux élèves en difficulté, aide plus générale à quiconque en demande, ...) doivent aussi êtres mises au point .

Une fois le canevas de séquence élaboré, les séances MEP doivent être programmées (listes d'exercices pour chacun des groupes) avec des horaires bien définis (temps limité à la séance ou séance ouverte sur plusieurs jours) et les supports écrits pour l'élève photocopiés.

▷ DIFFERENTES FONCTIONS POUR MEP

Nous avons cherché à varier les fonctions de MEP, et en particulier à sortir absolument de la fonction exerciseur.

Ainsi nous l'avons utilisé pour des activités introductives, pour l'évaluation, avec le vidéoprojecteur et même le tableau interactif.

Nous avons aussi varié les organisations de classe : travail en individuel sur fiches avec en parallèle un travail en individuel sur logiciel, travail en binôme sur fiches, travail en binôme sur logiciel, travail en groupe de 4 sur transparents.

Nous avons associé systématiquement à MEP des traces papiers, qui pouvaient être de différentes natures : problèmes identiques à résoudre, problèmes de même type, activités graphiques sur le même thème, évaluation sur des exercices de types différents. Ces traces papiers étaient la plupart du temps à compléter sur un autre créneau que celui d'utilisation du logiciel. Les traces ont été régulièrement relevées par les enseignants afin d'examiner les procédures utilisées par les élèves et d'illustrer les corrections.

Les progressions sur MEP étaient la plupart du temps avec ordre imposé sans minimum de réussite, éventuellement avec un commentaire oral du genre : « Vous faites une seule fois chaque exercice » pour éviter que les élèves ne refassent dix fois le même dans l'espoir d'améliorer leur score. Les bilans MEP ont été exploités par tous afin de cibler les difficultés des élèves et la faisabilité des séances programmées.

Nous avons diversifié les fonctions de MEP de façon empirique. Un autre groupe de recherche, EMULE (« Enseignement des Mathématiques et Usage en Ligne d'Exercices » - groupe INRP-IUFM de Bretagne), a fait un travail plus précis dans ce sens et a mis au point une grille (voir annexe 4) permettant la description de scénarios d'usage de bases d'exercices en ligne, à l'échelle de la séquence.

LA SEQUENCE EXPERIMENTEE EN CLASSE DE SIXIEME

La séquence de 6ème a été conçue la première année et expérimentée dans la foulée. Les résultats d'expérimentation nous ont conduits à y apporter ensuite quelques modifications.

Nous présentons ici les choix qui ont guidé la conception de cette séquence, la séquence expérimentée, les analyses qui en ont découlé et les modifications mises en place.

▷ LES CHOIX PEDAGOGIQUES

▸ LES CONTENUS MATHEMATIQUES

Le choix des contenus mathématiques a été guidé, d'une part par le souci de suivre les recommandations des nouveaux programmes de 6ème et, d'autre part, par le contenu présent dans les exercices MEP. La diversité des situations et des types de problèmes était un critère de choix.

Liaison CM2-6ème

Les programmes demandent de faire une place importante à la résolution de problèmes. D'après le BO, en cycle 3, les élèves abordent le raisonnement proportionnel en utilisant les propriétés additive et multiplicative de linéarité, le passage par l'unité et le coefficient de proportionnalité "simple". Les nombres utilisés sont des entiers naturels ou des décimaux simples (1,5 ou 2,5). Aucune procédure spécifique n'est travaillée.

La série « Liaison CM2-6ème » du logiciel MEP semblait donc adéquate pour introduire le chapitre de la proportionnalité, sachant qu'en 6ème les mêmes procédures de résolution qu'en cycle 3 sont reconduites avec la présence possible de quotients (et du nombre π).

La diversification des procédures

Les textes officiels recommandent de varier les procédures et d'amener l'élève à choisir la procédure la plus pertinente : l'accent est donc mis en séance 3 sur ce point, en prenant comme base les problèmes de liaison CM2-6ème. La séance 4 de synthèse propose une fiche de cours reprenant les 4 procédures du cycle3.

Les présentations des solutions sont diverses : tableaux, phrases. Deux procédures sont proposées pour la résolution d'une même question et les procédures suivantes sont abordées pour la résolution de questions appartenant toujours au même problème. Seule la dimension graphique n'a pas été abordée. Un tableau final récapitule les différentes procédures par le biais d'opérateurs apparaissant dans des bulles fléchées.

La variété des types de problèmes

Afin que la séquence de proportionnalité ne se cantonne pas à des problèmes "à énoncé", des situations variées ont été proposées : situations graphiques sur les agrandissements-réductions, apparition de nombres décimaux, de graphiques cartésiens, de tableaux de proportionnalité à compléter (utilisation du coefficient de proportionnalité ou de procédures scalaires), évocation du thème des échelles.

Proportionnalité ou non-proportionnalité ?

Les programmes préconisent de confronter très tôt les élèves à des situations de non proportionnalité : c'est le but des séances 7 et 8 et des exercices donnés à faire à la maison entre ces deux séances ainsi qu'un des exercices donné à faire à l'issue de la séance 6. La séance 8 se clôt par un exercice à faire à la maison qui contient un coefficient fractionnaire.

Les cadres abordés

L'accent a été mis sur le cadre des grandeurs pour les situations de proportionnalité. En effet, le cadre purement numérique n'apparaît qu'à partir du programme de $5^{ème}$ et le cadre graphique a été peu abordé, la séquence paraissant déjà suffisamment longue. Ecartés du résumé de cours, les graphiques n'apparaissent que dans des exercices MEP (que tous les élèves n'ont pas forcément abordés). Ce dernier cadre sera de toutes façons repris en $5^{ème}$ et peut aussi être abordé dans la partie « Gestion de données » du programme.

Dans les contextes utilisés, la proportionnalité est parfois arbitraire et donne lieu à discussion avec les élèves (par exemple : comment des oranges peuvent-elles donner chacune exactement la même quantité de jus ? des OGM bien sûr...).

▸ LES MODALITES DE FONCTIONNEMENT

Plusieurs types de fonctionnement ont été mis en oeuvre :

- le travail en individuel, sur ordinateur ou sur fiche papier (S1-S2 et S5-S6) ;
- le travail en groupe de 3 à 4 élèves (S7) avec restitution d'un document (transparent) à présenter devant la classe ;
- le cours-synthèse (S4 et S8) ;
- le débat en classe avec des extraits de travaux d'élèves comme support (S3).

▸ LES SUPPORTS DE TRAVAIL

L'idée générale est d'utiliser au mieux la complémentarité de deux sortes de supports :
- des ressources présentes dans MEP,
- des fiches papier.

Les ressources MEP $6^{ème}$

Deux blocs de ressources ont été retenus pour le scénario expérimenté :

- les problèmes de la série « Liaison CM2-6ème » (pour une description détaillée voir la partie 1 de la brochure) ; ces supports qui comportent au total 30 problèmes très différents du point de vue de leur structure nous ont paru conformes à l'esprit du nouveau programme de $6^{ème}$ et pouvoir ainsi constituer une bonne "mise en jambe" pour travailler le thème ;

- plusieurs exercices du chapitre proportionnalité de MEP (« Petits problèmes », « Proportionnalité ou pas ? », « Problèmes et tableaux », « Compléter le tableau sans utiliser le coefficient », et deux exercices de la série « Echelle ») ; ces supports ont été choisis par le groupe en raison de leur contenu (tableau, graphique, échelle, reconnaissance, ...) et de l'intérêt des tâches.

Les fiches-papier

Elles sont de trois sortes :

- des fiches-papier construites à partir de problèmes contenus dans le logiciel (12 problèmes de la série « Liaison CM2-6ème ») ;
- des fiches conçues par le groupe en complément des exercices et problèmes du logiciel (sur les thèmes agrandissement/réduction, reconnaissance de la proportionnalité et problème avec données nombreuses);
- deux fiches de synthèse (complétées en classe par les élèves) intitulées « Méthodes pour résoudre un problème de proportionnalité » (fiche inspirée des travaux du groupe de recherche INRP-IUFM de Bretagne déjà cité) et « Proportionnalité ou pas ? ».

▷ LA SEQUENCE CONÇUE ET EXPERIMENTEE

Le groupe a pris l'habitude, après avoir discuté des choix et défini les grandes lignes du scénario, de résumer le canevas de la séquence dans un tableau. C'est ce tableau qui est présenté ci-contre. Certaines fiches papier figurent dans l'annexe 5 afin de montrer l'esprit dans lequel a été conçue la séquence (l'intégralité de ces fiches est téléchargeable - voir sites page 2).

Les principales caractéristiques de cette séquence sont les suivantes.

La séquence fait état de 8 séances même si une $9^{ème}$ "heure" a souvent été nécessaire pour achever les corrections ;

Trois types de situations sont utilisées :
- *groupe-classe* (4 séances) : c'est-à-dire classe entière dans la salle habituelle avec le cahier de l'élève et le tableau ;
- *sous-groupe-logiciel* (2 séances) : une partie de la classe travaille à raison d'un élève par ordinateur en salle informatique ;
- *sous-groupe-fiches* (2 séances) : l'autre partie de la classe travaille individuellement sur des fiches d'activités en salle informatique ou dans une salle attenante.

Les prérequis pour les élèves sont de connaître et savoir manipuler les nombres décimaux. Il n'est pas nécessaire d'avoir abordé le chapitre sur les fractions avant d'entamer cette séquence et nous pensons même que certaines fiches peuvent servir de point de départ pour aborder les fractions ("verres", "otaries" et travail maison sur les rectangles en particulier).

<table>
<tr><th>SEANCES</th><th>SITUATIONS</th><th colspan="2">CONTENU</th></tr>
<tr><td>S1</td><td rowspan="2">sous-groupe-logiciel
+
sous-groupe-fiches</td><td rowspan="2">MEP

les 6 exercices
« Liaison CM2-$6^{ème}$ »
codes :
6N5s0ex1......ex6</td><td rowspan="2">FICHES PAPIER

Fiche_S1S2.pdf : «problèmes » :
On a repris les problèmes n°1 et n°2 des 6 fiches de liaison CM2/6ème.

L'enseignant récupère les travaux des élèves.</td></tr>
<tr><td>S2</td></tr>
<tr><td>S3</td><td>groupe-classe</td><td colspan="2">L'enseignant choisit 3 problèmes parmi les 12 des fiches papier en fonction des procédures utilisées par les élèves : (photocopie de productions d'élèves)
• un avec plusieurs procédures correctes
• un avec une procédure incorrecte parmi des correctes.
• un pour lequel tous les élèves auront utilisé la même procédure.
On utilise des transparents pour étudier et commenter avec les élèves les procédures utilisées.

A faire à la maison : Trouver d'autres procédures pour le troisième problème résolu de manière unique.</td></tr>
<tr><td>S4</td><td>groupe-classe</td><td colspan="2">Bilan-synthèse : Fiche_S4.pdf
« Méthodes pour résoudre un problème de proportionnalité »
A partir de deux problèmes, on expose plusieurs méthodes de résolution que nous complétons avec les élèves à l'aide d'un transparent.</td></tr>
<tr><td>S5</td><td rowspan="2">sous-groupe-logiciel
+
sous-groupe-fiches</td><td rowspan="2">MEP

Proportionnalité,
Echelles

6N5S1ex1 - 6N5S1ex3
6N5S1ex4 - 6N5S3ex1
6N5S1ex5 - 6N5S2ex3
6N5S2ex4</td><td rowspan="2">FICHES PAPIER

Fiche_S5S6.pdf
« Agrandissement-réduction »
(verres, otarie)

A faire à la maison :
Fiche_S6(devoir).pdf
Trois problèmes à résoudre.</td></tr>
<tr><td>S6</td></tr>
<tr><td>S7</td><td>groupe-classe</td><td colspan="2">Activité : Fiche_S7.pdf : « Problèmes - suite »
La fiche est composée de trois problèmes (2 situations de non proportionnalité et la dernière avec proportionnalité) .
La classe répartie en trois groupes travaille sur chaque problème de cette fiche (20 minutes).
L'enseignant demande à chaque groupe de présenter à l'aide d'un transparent sa réponse pour l'un des problèmes.

A faire à la maison : Fiche_S7(devoir).pdf
Un problème : L'eau sucrée (trouver l'intrus)</td></tr>
<tr><td>S8</td><td>groupe-classe</td><td colspan="2">Correction du travail à la maison

+ Bilan-synthèse : Fiche_S8.pdf
« Proportionnalité ou pas ? »

A faire à la maison : Fiche_S8(devoir).pdf
Trouver la longueur ou la largeur d'un rectangle agrandi.</td></tr>
</table>

▷ QUELQUES ELEMENTS D'ANALYSE

Nous présentons ici quelques données qui concernent spécifiquement les séances S1-S2 de la séquence décrite dans le tableau précédent.

Organisation des séances S1/S2

Cette organisation résulte du choix pédagogique fait pour toute la séquence : un élève par poste informatique. Ce choix implique le partage de la classe en deux sous-groupes que nous appellerons par la suite *Mep1* et *Mep2.*

L'organisation des séances S1-S2 est alors la suivante :

- séance S1 : toute la classe est présente dans la salle informatique ; les élèves du sous-groupe *Mep1* travaillent individuellement sur MEP (poste informatique) et ceux du sous-groupe *Mep2* travaillent individuellement sur des fiches papier (une ou plusieurs grandes tables présentes dans la salle) ;
- séance S2 : le sous-groupe *Mep2* travaille sur le logiciel et le sous-groupe *Mep1* travaille sur fiches papier.

Les deux sous-groupes font donc le même travail mais dans un ordre différent. La particularité de ces séances est surtout que les élèves travaillent **deux fois sur le même contenu** : d'abord sur MEP pour certains (sous-groupe *Mep1*) ou d'abord sur fiches papier (sous-groupe *Mep2*).

Le contenu de ces séances S1-S2 est celui de la série 0 (« Liaison CM2-6$^{\text{ème}}$ ») du chapitre 5 (« Proportionnalité ») de MEP 6$^{\text{ème}}$ (voir la 1$^{\text{ère}}$ partie de cette brochure pour une description de cette série). Les fiches papier reprennent les deux premiers problèmes de chaque exercice de la série (voir annexe 5).

La comparaison effectuée

L'organisation choisie pour ces séances S1-S2 répondait à un objectif pédagogique. Après coup, elle nous est apparue aussi comme le moyen d'étudier l'effet du travail préalable sur le logiciel du point de vue des réponses écrites fournies sur les fiches papier.

Nous nous sommes alors intéressés à la question suivante : le fait d'avoir cherché les problèmes avec l'aide du logiciel donne-t-il un "avantage" aux élèves du sous-groupe *Mep1* par rapport à ceux du sous-groupe *Mep2* qui doivent les résoudre directement sur papier ?

Les résultats

Les résultats que nous présentons ici concernent donc les réponses des élèves telles qu'elles apparaissent sur les fiches papier. Ces fiches sont au nombre de six dans le cas de cette expérimentation (deux problèmes par fiche) : les quatre premières ont été données à tous les élèves (144 au total - 6 classes différentes) mais pas les deux dernières, certains élèves n'étant pas assez avancés.

L'effet du travail préalable sur MEP est étudié en comparant les réponses des élèves du sous-groupe *Mep1* (élèves qui travaillent sur les fiches papier en S2) aux réponses des élèves du sous-groupe *Mep2* (élèves qui travaillent directement sur les fiches papier à la séance S1).

Nous procéderons en deux temps pour la présentation des résultats : d'abord les problèmes P1 à P6 qui sont les premiers de chacune des 6 fiches du logiciel et dont les valeurs numériques sont strictement identiques dans les deux cas (logiciel et papier) puis les problèmes P7 à P12 qui apparaissent au rang 2 dans les fiches du logiciel.

LES PROBLEMES P1 A P6

On observe une évolution assez nette pour quatre de ces problèmes (les quatre premiers) :

- pour P1 (calcul d'une 4ème proportionnelle avec des entiers simples et deux rapports simples), les procédures correctes passent de 70% à 91% ;
- pour P2 (recette avec seulement deux ingrédients, des entiers simples et des rapports simples), les procédures correctes passent de 65% à 83%, les réponses correctes sans justification diminuent et une procédure nouvelle (présente dans l'aide du logiciel) est utilisée par quelques élèves ;
- pour P3 (comparaison de la "rapidité" de trois mobiles dans le cas simple où la distance parcourue est la même), les réponses correctes accompagnées d'une justification pertinente passent de 47% à 70% (quasiment toutes les autres étant des réponses correctes sans justification ou une justification non pertinente) ;
- pour P4 (mélange concernant des grandeurs de même nature avec des entiers et des rapports simples), les procédures correctes passent de 64% à 74%.

Pour P5 et P6, en revanche, aucune différence notable n'est observée entre les réponses du sous-groupe *Mep1* et celles du sous-groupe *Mep2* :

- pour P5 (structure de proportionnalité composée mais dans un cas simple et avec des valeurs numériques très simples), les procédures correctes représentent 90% de l'ensemble des réponses dans les deux sous-groupes ;
- pour P6 (structure de proportionnalité double dans le cas d'une situation et de valeurs simples), le pourcentage de procédures correctes évolue très peu (de 41 à 47%) et surtout l'erreur majoritaire dans le sous-groupe *Mep2* (somme du tarif pour une personne et du tarif pour une journée) est aussi fréquente dans le sous-groupe *Mep1*.

LES PROBLEMES P7 A P12

Ces six problèmes peuvent être regroupés deux par deux du point de vue des résultats obtenus.

D'abord les problèmes P7 et P8 pour lesquels on retrouve une progression comme pour les problèmes P1 et P2 auxquels ils font suite dans le logiciel (cas simples de calcul de 4ème proportionnelle et de recette) mais cette progression est beaucoup plus limitée :

- pour P7 les procédures correctes ne passent que de 70% à 76% ; cependant les justifications pour la procédure majoritaire (recours au rapport de linéarité) sont beaucoup plus précises dans le sous-groupe *Mep1* que dans le sous-groupe *Mep2* ;
- pour P8 les procédures correctes passent de 48% à 57% ; on peut noter que ce problème apparaît très sensiblement plus difficile que P2.

Ensuite les problèmes P9 et P10 (comparaison et agrandissement qui font suite aux problèmes P3 et P4 dans le logiciel) pour lesquels aucune progression n'est observée entre les deux sous-groupes. La fiche papier qui comporte ces deux problèmes n'a été donnée qu'à 119 élèves.

- pour P9 on obtient respectivement 42% (*Mep2*) et 46% (*Mep1*) de réponses correctes avec justification (les réponses correctes sans justification passant de 16% à 32% mais cette évolution n'est pas interprétable ici en raison du caractère binaire de la réponse) ;

- pour P10 on obtient 53% de réponses correctes dans les deux sous-groupes et on observe que les procédures additives fausses, fréquentes pour ce problème, ne régressent pratiquement pas.

Enfin les problèmes P11 et P12 (proportionnalité composée et proportionnalité double qui font suite aux problèmes P5 et P6 dans le logiciel) pour lesquels on observe cette fois une progression. Notons que seulement 110 élèves ont reçu la fiche comportant ces deux problèmes.
- pour P11 les procédures correctes passent de 54% à 68% et les procédures incorrectes de 26% à moins de 1% (un seul élève) ;
- pour P12 les procédures correctes passent de 19% à 34% et les procédures incorrectes de 54% à 34% ; ce problème reste visiblement très difficile pour les élèves de sixième.

Conclusion

Le fait d'avoir préalablement cherché les problèmes sur MEP donne à l'évidence un avantage aux élèves du sous-groupe *Mep1* par rapport aux élèves de l'autre sous-groupe. Pourtant cet avantage n'est pas aussi important que celui que l'on pouvait attendre : pour huit des problèmes résolus sur papier les réponses sont "meilleures" (procédures correctes et justifications plus fréquentes) mais pour les quatre autres aucune différence notable n'est observée.

De plus, si l'effet du travail préalable avec MEP est assez facile à interpréter pour les problèmes les plus simples (P1/P7 et P2/P8), il l'est beaucoup moins pour les problèmes plus difficiles : aucune différence observée pour P5 et P6 alors qu'une différence apparaît pour les problèmes P11 et P12 de même structure.

Pour compléter cette étude et mieux comprendre les faits présentés ci-dessus, il nous aurait fallu analyser les "suivis" de MEP pour les deux sous-groupes :
- le nombre de problèmes travaillés sur le logiciel, les scores obtenus et les parcours sont-ils différents suivant que les élèves ont déjà rencontré une partie de ces problèmes sur papier ou non ? (question inverse de celle étudiée ici) ;
- la manière dont les élèves du sous-groupe *Mep1* ont travaillé sur le logiciel peut-elle expliquer certains des faits présentés ci-dessus ?

▷ LES MODIFICATIONS ENVISAGEES

La séquence $6^{ème}$ a été expérimentée une première fois en 2004-05, puis une deuxième fois en 2005-06. Entre temps, des "améliorations" ont été apportées tant sur la forme que sur le déroulement. Le volume des contenus ainsi que le rythme de la séquence nous convenaient mais quelques aménagements ont été faits dans les séances S1-S2 et S5-S6 en particulier.

Modifications de S1-S2

Lors de la première année d'expérimentation, un des objectifs de ces séances S1 et S2 était de comparer les résultats des deux groupes ("papier d'abord" ou "ordinateur d'abord") afin de repérer un éventuel apport de l'ordinateur dans la résolution des problèmes papier.

Les groupes étaient créés hétérogènes de façon arbitraire (ordre alphabétique par exemple). Le professeur avait alors un statut de "spectateur", son activité principale, mis à part l'observation des élèves, devenant la distribution des fiches papier.

Les deux groupes n'ayant pas produit de résultats très différents, pour la deuxième année d'expérimentation, nous avons choisi de rendre le professeur plus acteur, en cohérence avec les recommandations d'individualisation des programmes. Les groupes sont cette fois-ci plus homogènes, le professeur se consacrant plus spécifiquement au groupe "faible", moins nombreux. Nous n'avons pas réussi à trancher sur l'ordre "papier/ordinateur" à adopter pour le groupe "faible". Finalement, la plupart d'entre nous avons choisi de faire passer le groupe "faible" d'abord sur papier, une seule classe expérimentant l'ordre inverse.

Quelles interactions entre le professeur et les élèves ?

Il a été décidé de fournir aux élèves des "coups de pouce" sous forme papier avant une intervention plus précise du professeur. Les aides MEP correspondant aux six séries ont été récupérées et retravaillées afin de tenir chacune sur une petite feuille de papier ou de carton distribuée aux élèves demandeurs. Nul n'est besoin d'en avoir autant que d'élèves, ceux-ci les rendant au fur et à mesure lorsqu'ils abordent l'exercice suivant. Pour les exercices 7 à 12, du fait que les coups de pouce ne sont plus vraiment adaptés, l'intervention orale du professeur est systématisée.

Déroulement

Groupe "faible" sur papier :
- les feuilles imprimées (recto-verso ou non) sont distribuées au fur et à mesure mais avant que l'élève ne demande la suivante ;
- les coups de pouce sont distribués à la demande de l'élève qui inscrit un “CP” dans la case de l'exercice correspondant ;
- si l'élève ne peut résoudre l'exercice grâce au coup de pouce, il peut demander en plus l'aide du professeur (“+ prof” inscrit sur la feuille).

Groupe "fort" sur papier :
- dans une première classe le même fonctionnement a été utilisé pour le groupe "fort" et le groupe "faible" ;
- la majorité des élèves du groupe "fort" ne demandant les coups de pouce qu'à partir de l'exercice 7 (les aides n'étant plus directement liées à l'énoncé) le fonctionnement a été différencié pour les autres classes : le professeur demande au groupe "fort", qui passe en premier sur informatique, de bien faire attention aux aides et solutions détaillées, celles-ci pouvant leur servir pour la deuxième séance ;
- pour occuper les élèves les plus rapides, ce groupe bénéficie en outre de fiches papier supplémentaires reprenant 4 autres exercices MEP (correspondant aux problèmes de rang 5 des 4 premiers exercices – voir description détaillée de la série dans la partie 1 de la brochure).

Premières constatations

Les élèves du groupe "faible" ne demandent pas beaucoup d'aide lorsqu'ils passent sur l'ordinateur : le fait qu'ils aient pu bénéficier des coups de pouce et du professeur pour les fiches papier les a-t-il rendus plus sûrs d'eux ou l'ordinateur est-il un interlocuteur qui évince d'office le professeur ?

Toutefois, malgré les coups de pouce et les aides certains élèves très faibles n'ont pas réussi à faire les premiers problèmes. A l'opposé, plusieurs élèves avaient terminé les 14 problèmes en 45 à 50 minutes.

Modifications de S5-S6

Les modifications ont porté, pour ces séances, sur les exercices MEP sélectionnés et les fiches papier.

En ce qui concerne les exercices MEP, la séance programmée nous avait paru trop longue, les trois derniers exercices n'étant pas abordés. Cependant, certains d'entre nous ayant des éléments "rapides" dans leurs classes, les mêmes exercices ont été programmés la deuxième année.

En ce qui concerne les fiches papier, la rédaction des justifications nécessitait une harmonisation du vocabulaire relatif aux verres : un schéma de verre comportant les termes de vocabulaire (« ouverture, paroi, profondeur, pied, socle ») a été rajouté à l'activité 3 sur la fiche papier. D'autre part, le quadrillage peu lisible des activités 5 et 6 a été revu. Dans le même temps, ces deux activités ont été fondues en une seule avec un texte plus explicite quant à la justification : le nouveau texte demande à l'élève de fournir les coefficients multiplicateurs alors que l'ancien posait seulement la question « Comment as-tu fait ? ».

LA SEQUENCE EXPERIMENTEE EN CLASSE DE CINQUIEME

En classe de 5ème, le thème de la proportionnalité occupe une place importante dans les programmes car il recouvre plusieurs autres chapitres tels que le calcul fractionnaire ou les statistiques, et constitue donc un thème transversal.

Par conséquent, il nous a paru assez évident de partir d'emblée sur l'idée d'une séquence composée de 2 phases. La première met l'accent sur les graphiques, le mouvement uniforme et les pourcentages. La notion d'échelle, le cadre numérique et les statistiques sont au centre de la seconde phase.

▷ LES CHOIX PEDAGOGIQUES

▸ LES CONTENUS MATHEMATIQUES

Orientations générales

Comme pour la séquence de 6ème, les textes officiels ont influencé les choix pédagogiques de même que les contenus disponibles sur MEP.

→ La variété des procédures de résolution est restée une ligne directrice de notre travail.

→ Les programmes indiquent que « les problèmes restent diversifiés, mais les notions de proportion (pour un mélange), d'échelle, de mouvement uniforme sont explicitées ». Les pourcentages y sont évoqués comme thème pouvant voir la mise en place de techniques. Nous avons choisi de traiter trois thèmes particuliers qui ressortaient ainsi de l'ensemble des situations de proportionnalité : le mouvement uniforme, les pourcentages (en liaison aussi avec les statistiques) et les échelles.

→ Dans les nouveaux programmes, le cadre numérique doit faire son apparition au niveau 5ème alors qu'en 6ème toutes les situations restent associées à des grandeurs.

→ Nous avons décidé aussi d'aborder le cadre graphique, sachant que celui-ci avait finalement été laissé de côté en 6ème.

→ Le recours aux tableaux pour la mise en forme est plus fréquent qu'en 6ème et, même si la pluralité des solutions est toujours d'actualité, certaines techniques (comme appliquer un pourcentage) commencent à apparaître.

Les différents domaines abordés

Le mouvement uniforme

Les deux premières séances de la première phase sont consacrées au mouvement uniforme et aux graphiques. L'abondance d'exercices sur ce thème dans MEP permettait d'envisager de faire travailler les élèves en individuel avec l'ordinateur sur ce thème. En parallèle, pour l'autre partie de la classe, des fiches papier ont été conçues.

L'objectif y est de faire travailler les élèves sur le langage des graphiques en privilégiant son lien avec le langage des tableaux, ses caractéristiques en matière de reconnaissance de la proportionnalité et son utilité particulière pour l'étude des situations impliquant des relations durée/distance et la notion de mouvement uniforme.

Un cours-bilan, en troisième heure de la phase 1 (H3 – voir tableau page 40), permet de faire la synthèse des situations rencontrées. Le thème se clôt par deux exercices à faire à la maison.

Dans la phase 2, lors de la séance "binômes sur logiciel" en troisième heure (Z3), un exercice sur les variations en géométrie permet de faire le lien entre tableau, graphiques et procédures.

Les pourcentages

Les pourcentages apparaissent dans deux exercices donnés à faire à la maison après la troisième heure de la phase 1 mais surtout en quatrième heure (H4) à l'occasion d'une séance en binôme sur MEP. Ils sont alors couplés avec des exercices sur des situations de proportionnalité plus variées mais faisant intervenir des tableaux. Les exercices de MEP sont ici considérés comme une aide à la rédaction, à l'heure suivante, toujours en binôme, d'un devoir comportant 4 problèmes voisins de ceux rencontrés sur ordinateur.

Le cours-bilan de la sixième heure (H6) répertorie les différentes utilisations des pourcentages rencontrées (application et calcul, augmentation et réduction).

Les pourcentages sont évalués dans la phase 2, cinquième et sixième heure, à l'aide d'exercices MEP.

Les échelles

La phase 2 de la séquence $5^{ème}$ débute par un travail en binôme sur des fiches papier (Z1). Le contenu de celles-ci a été conçu de façon à mettre en évidence progressivement les quatre expressions possibles des échelles (segment gradué, 1 cm sur le dessin représente ...., opérateur et coefficient de proportionnalité). Ceci permet aussi de définir progressivement ce qu'on appelle "échelle", cette notion n'étant pas forcément familière aux élèves.

La correction de ces exercices, l'heure suivante (Z2), se clôt par un cours-bilan.

Les échelles seront réutilisées en troisième heure (Z3), à l'occasion d'une séance "binômes sur logiciel" puis évaluées en fin de séquence sur papier, les exercices de MEP ne nous convenant pas pour ce faire.

Le cadre numérique

Le cadre numérique est le support du cours-synthèse de la quatrième heure de la phase 2 (Z4) qui permet de faire le bilan des procédures utilisées dans les thèmes rencontrés, mais cette fois-ci sans y associer de grandeurs.

Il est abordé à la suite d'une séance logiciel dans laquelle les élèves ont rencontré des situations de proportionnalités complexes. Ce cadre est évalué en fin de séquence sur papier.

Les statistiques

Les pourcentages nous ont paru un lien intéressant pour aborder la proportionnalité dans le cadre statistique (fréquences et diagramme semi-circulaire). Le manque de temps à y consacrer, du fait de l'abondance des thèmes déjà sélectionnés, nous a contraint à positionner ce thème en fin de séquence et sur un temps réduit : il est traité dans la partie papier non évaluée de Z5-Z6 ainsi que dans le devoir maison qui y fait suite.

▶ LES MODALITES DE FONCTIONNEMENT

Dans la séquence de $6^{\text{ème}}$, l'utilisation de l'ordinateur se faisait uniquement en individuel. Dans cette séquence pour la $5^{\text{ème}}$, nous avons voulu tester d'autres dispositifs : travail en binôme (avec ou non restitution sur papier), évaluation sur les exercices de MEP. Le travail de recherche par groupe s'est fait aussi en binôme mais sans restitution à la classe par les élèves ainsi que cela était pratiqué en 6ème.

Pour l'évaluation, il nous paraissait intéressant d'utiliser MEP, peu judicieux de s'y cantonner (certains thèmes manquant d'exercices adaptés à une évaluation) et illusoire d'y consacrer deux heures pleines. Un compromis a été trouvé : des séances mixtes avec partie évaluée et partie non-évaluée, alternativement sur MEP et sur papier.

Pour les binômes, ils nous est apparu intéressant de les constituer nous-mêmes et de type homogène. Ce sont les mêmes binômes qui sont reconduits tout au long de la séquence.

▷ LA SEQUENCE CONÇUE ET EXPERIMENTEE

Les canevas des deux phases de la séquence sont présentés sous forme de tableaux dans les pages suivantes. Les fiches papier figurent dans l'annexe 6 et sont également téléchargeables (adresses des sites page 2).

Pour éviter tout mélange dans les séances des deux phases et pour une organisation optimale des fichiers notamment, la lettre H suivie du numéro de la séance est utilisée pour nommer une séance de la première phase et la lettre Z suivie du numéro de la séance est utilisée pour nommer une séance de la deuxième phase.

SEQUENCE 5ème – PHASE 1

<table>
<tr><th>SEANCES</th><th>SITUATIONS</th><th colspan="2">CONTENU</th></tr>
<tr><td rowspan="2">H1

H2</td><td rowspan="2">sous-groupe-logiciel
+
sous-groupe-fiches</td><td>MEP</td><td>FICHES PAPIER</td></tr>
<tr><td>Mouvement uniforme
+ graphiques :

6N5s0ex3
5N5s4ex3
5N5s4ex6
5N5s4ex7
5N5s4ex8
5N5S1ex6</td><td>Graphiques, mouvement uniforme ou pas. Fiche_H1H2.pdf

L'objectif est de faire travailler les élèves sur le langage des graphiques en privilégiant :
• son lien avec le langage des tableaux maintenant familier (en principe…),
• ses caractéristiques en matière de reconnaissance de la proportionnalité,
• son utilité particulière pour l'étude des situations impliquant des relations durée/distance et la notion de mouvement uniforme.</td></tr>
<tr><td>H3</td><td>groupe-classe</td><td colspan="2">Au vidéoprojecteur : 5N5s1ex3 + son aide
Bilan-synthèse : Fiche_H3.pdf
Proportionnalité , mouvement uniforme, graphiques

A faire à la maison : Fiche_H3(devoir).pdf</td></tr>
<tr><td>H4</td><td>groupe-logiciel

(binômes homogènes)</td><td colspan="2">MEP :
4N6s1ex1 - 5N5s2ex4 - 5N5s2ex5 - 5N5s2ex6

15 minutes avant la fin de la séance, on donne la fiche d'accompagnement Fiche_H4H5.pdf (4 problèmes voisins) et on leur demande de prendre des notes au brouillon.
On reprend cette fiche pour éviter qu'ils fassent les problèmes chez eux.</td></tr>
<tr><td>H5</td><td>groupe-classe

(binômes - les mêmes)</td><td colspan="2">Travail en binôme sur les fiches d'accompagnement.
Chaque binôme (les deux élèves écrivent) rédige sur une feuille les solutions de Fiche_H4H5.pdf et on relève le travail.

A faire à la maison : Fiche_H5(devoir).pdf</td></tr>
<tr><td>H6</td><td>groupe-classe</td><td colspan="2">On corrige Fiche_H4H5.pdf
Support : des transparents de certaines productions d'élèves.
On corrige aussi Fiche_H5(devoir).pdf
Bilan-synthèse : Fiche_H6.pdf

A faire à la maison : Fiche_H6(devoir).pdf</td></tr>
<tr><td>H7</td><td>groupe-classe</td><td colspan="2">On corrige Fiche_H3(devoir).pdf + Fiche_H6(devoir).pdf</td></tr>
</table>

SEQUENCE 5ème – PHASE 2

<table>
<tr><th>SEANCES</th><th>SITUATIONS</th><th colspan="2">CONTENU</th></tr>
<tr><td>Z1</td><td>groupe-classe
(binômes - les mêmes que H4-H5)</td><td colspan="2">Activités papier sur les échelles : fiche_Z1
On donne la veille la première activité de cette fiche à faire à la maison car il n'y a pas de difficulté particulière.</td></tr>
<tr><td>Z2</td><td>groupe-classe</td><td colspan="2">Correction de la fiche Z1.
Bilan-synthèse : fiche_Z2</td></tr>
<tr><td>Z3</td><td>groupe-logiciel
(binômes – toujours les mêmes)</td><td colspan="2">MEP :
5N5S3ex5 – 5N5S5ex1- 5N5S5ex3 – 5N5S5ex4 – 5N5S5ex2
A faire à la maison : fiche_Z3_devoir</td></tr>
<tr><td>Z4</td><td>groupe-classe</td><td colspan="2">Correction du travail maison fiche Z3 devoir.
Bilan-synthèse : fiche_Z4.
A faire à la maison : fiche_Z4_devoir</td></tr>
<tr><td>Z5</td><td rowspan="2">sous-groupe logiciel
+
sous-groupe fiches</td><td rowspan="2">MEP :
Ici il faut programmer deux séances, la première pour les exercices évalués, la deuxième pour les exercices non évalués. Les élèves doivent faire bien attention à se déconnecter en fin de première séance. Ils ont le droit pour les exercices évalués de tenter deux fois l'exercice.
Evalués (10 pts - 25 min) :
6N4s5ex3
5N5s4ex4
Non évalués :
5N6S1ex5
5N6S3ex3</td><td rowspan="2">FICHES PAPIER
Evaluée (10 pts - 25 min) :
Fiche_Z5Z6_eva
échelles et tableaux numériques
Non évaluée :
Fiche_Z5Z6_non_eva
statistiques
A faire à la maison :
Fiche_Z6_devoir_maison,
statistiques : « Quelle est la meilleure cantine ? ».
La séance MEP reste ouverte pour que les élèves puissent s'aider.</td></tr>
<tr><td>Z6</td></tr>
<tr><td>Z7
(pour compléter Z6)</td><td>groupe-classe</td><td colspan="2">Correction de fiche_Z4_devoir
Correction Fiche_Z5Z6_non_eva
Il faudra aussi faire un compte-rendu de l'évaluation.</td></tr>
</table>

Les principales caractéristiques de cette séquence sont les suivantes.

Le volume raisonnable de chacune des phases est de 6 séances d'une heure. Après expérimentation, une septième séance s'est avérée nécessaire pour clore chaque phase. L'intervalle entre les deux phases de la séquence a été d'environ 10 semaines dans notre expérimentation.

Le scénario repose sur quatre types de situations :

- des situations en *groupe-classe*, c'est-à-dire la classe entière dans la salle habituelle avec le cahier de l'élève et le tableau ; à certaines séances les élèves travaillent en binômes ;
- les situations en *sous-groupe-logiciel* : la classe est scindée en deux dans la salle informatique, une moitié travaillant avec MEP (un élève par poste) ;
- les situations en *sous-groupe-fiches* : la classe est scindée en deux, le deuxième sous-groupe travaille avec des fiches d'activités dans la même salle informatique ;
- les situations en *groupe-logiciel* : les élèves travaillent en binômes sur MEP avec éventuellement un support papier.

En ce qui concerne les prérequis, les élèves ont à utiliser les nombres décimaux dont la maîtrise relève de la classe de $6^{ème}$. Nous avions abordé avec nos élèves le chapitre sur les fractions mais les compétences qui relèvent de la classe de $6^{ème}$ suffisent (une fraction est un nombre - différentes écritures d'une fraction - fraction d'une quantité).

▷ QUELQUES ELEMENTS D'ANALYSE

Le couple de séances H4 et H5 vise à articuler une séance MEP et une séance avec support papier. Il nous a paru intéressant de faire une analyse de son déroulement.

Déroulement de la séance H4

Les élèves regroupés en binômes homogènes travaillent sur MEP.

La séance programmée est constituée de quatre exercices :

- 4N6s1ex1 : il s'agit de petits problèmes de proportionnalité ; le calcul peut se faire mentalement ; une correction détaillée accompagne la réponse numérique ;
- 5N5s2ex4 : on doit déterminer un pourcentage à partir d'un énoncé ; l'élève doit utiliser le tableau de proportionnalité proposé et qui est partiellement rempli pour les deux premières questions ;
- 5N5s2ex5 : après lecture du problème, l'élève doit compléter le tableau de proportionnalité qui lui est proposé avec les valeurs de l'énoncé ; le calcul de la quatrième proportionnelle est ensuite demandé ;
- 5N5s2ex6 : on propose une situation de proportionnalité sous la forme d'un problème ; deux questions sont posées et un tableau de proportionnalité est à la disposition de l'élève mais il ne sera pas évalué.

On demande aux élèves de prêter une attention toute particulière aux solutions détaillées et aux aides.

Dans le dernier quart d'heure, on propose sur fiche-papier (Fiche H4H5 – voir annexe 6) quatre problèmes "voisins" mais on ne demande pas aux élèves de chercher à les résoudre. Ils doivent seulement noter sur un brouillon des informations : les procédures rencontrées dans les solutions rédigées ou les aides de MEP susceptibles de les aider, à la séance suivante, dans la rédaction des problèmes proposés sur fiche.

A la fin de cette séance, on récupère la fiche (Fiche H4H5) pour éviter que les élèves rédigent les solutions en dehors des séances.

Bilan de la séance H4

Les bilans de trois classes édités par MEP sont résumés dans le tableau suivant :

EXERCICES	ABORDE	MOYENNE	TEMPS MOYEN
Problèmes **4N6s1ex1**	28 fois	4 sur 10	06'55"
	20 fois	5 sur 10	15'49"
	25 fois	6 sur 10	12'11"
Exprimer en pourcentage **5N5s2ex4**	18 fois	2 sur 10	05'17"
	13 fois	2 sur 10	13'00"
	20 fois	5 sur 10	15'08"
Problèmes **5N5s2ex5**	13 fois	1 sur 5	01'25"
	2 fois	1 sur 5	04'43"
	8 fois	4 sur 5	03'00"
Problèmes (bis) **5N5s2ex6**	8 fois	0 sur 5	01'09"
	3 fois	0 sur 5	02'53"
	12 fois	2 sur 5	08' 32"

On constate que les élèves ont passé beaucoup de temps sur les deux premiers exercices (pour deux classes sur les trois observées) comparativement à d'autres séances MEP pour lesquelles le temps moyen passé par exercice est moins important. Le travail en binôme qui favorise l'échange et la discussion est une explication. Par ailleurs, un respect de la consigne donnée oralement est aussi une explication car les élèves ont été plus attentifs aux corrections et aux aides animées.

Qu'en est-il du dernier quart d'heure ? Les élèves n'ont pas réellement compris la consigne et ont été peu productifs : « Que faut-il écrire ? », « Faut-il résoudre les problèmes ? » sont les questions qui sont posées systématiquement par les binômes. Après de nouvelles explications, des binômes ont recopié certaines aides de MEP et surtout le tableau de proportionnalité souvent présenté.

Déroulement de la séance H5

Les feuilles d'énoncés sont redistribuées. Les groupes doivent rédiger les problèmes sur une feuille de copie qui sera relevée par l'enseignant. L'idée initiale de cette séance est de s'appuyer sur le travail accompli par les élèves pendant la séance H4 et donc assurer une continuité.

Trois cas de figures ont été choisis par les enseignants du groupe :

- l'un a utilisé sa salle informatique et donne ainsi un libre accés aux aides de MEP ;
- un autre a vidéoprojeté dans sa salle de classe les aides à la demande des élèves ;
- une classe n'a pas eu de nouvel accès aux aides, les élèves ne disposant alors que de leurs prises de notes pendant H4.

Bilan

La plupart des élèves ont profité à bon escient de l'opportunité offerte par les deux premiers cas de figures et ont eu recours aux aides MEP. Les élèves ont donc prêté une attention particulière aux aides et surtout aux procédures utilisées. Cet accès aux aides a donc été bénéfique.

Dans les productions, beaucoup d'élèves utilisent un tableau de proportionnalité souvent détaillé dans les aides et le calcul de la quatrième proportionnelle ne s'appuie que très rarement sur le produit en croix. Les élèves recherchent un opérateur simple dans leur tableau.

Nous constatons donc globalement une multiplicité des procédures et d'ailleurs le recours au tableau de proportionnalité n'est pas systématique.

L'articulation MEP et traces papier avait déjà été expérimentée et étudiée dans les séances S1 et S2 de la séquence de 6ème. Les exercices proposés sur fiches papier étaient alors identiques. Dans cette première phase de la séquence de 5ème, les exercices proposés dans la séance H5 sont seulement "voisins" et nécessitent un réinvestissement des aides MEP. D'autres types d'articulations qui mettent l'accent sur un réinvestissement des séances MEP sont certainement envisageables.

▷ LES MODIFICATIONS ENVISAGEES

Phase 1

D'abord un constat : le volume horaire de 6 heures est un "vœu pieux" ; d'une classe à l'autre, les horaires effectifs ont varié de 6,5 h à 8 h.

Pour les séances MEP de H1-H2, nous proposons d'enlever l'exercice 6N5s4ex3 concernant les conversions et sur lequel les élèves ont passé trop de temps au détriment des autres.

Au niveau du contenu, la première synthèse H3 manque d'exercices d'application sur « proportionnalité et représentations graphiques » et sur « mouvement uniforme ». La séance H3 nous semble alors trop copieuse et nous proposons de la scinder en 2 heures : la première partie commencerait par la correction des activités 1 et 2 des fiches papier, suivie d'une synthèse intitulée seulement « Proportionnalité : tableaux et graphiques » à laquelle on ajouterait une application : « Reconnaître parmi cinq graphiques ceux qui représentent une situation de proportionnalité » ; la deuxième partie de cette heure dédoublée commencerait par la correction de l'activité 3 des fiches papier, suivie d'une synthèse sur « mouvement uniforme » à laquelle on ajouterait un des problèmes du travail à la maison, « Sandra se rend à pied ... ». Il reste à caser alors dans l'une des deux heures l'exercice au vidéoprojecteur. Ces modifications permettraient de rendre l'élève plus actif lors des séances de synthèse, les enseignants ayant eu l'impression d'être les seuls à "gesticuler" devant des élèves plus ou moins attentifs.

Lors de la séance H4, les élèves ont passé trop de temps sur le premier exercice. On modifierait donc la programmation en retenant plutôt cet ordre : 5N5s2ex4 (l'objectif de la séance est d'apprendre à calculer un pourcentage) - 5N5s2ex5 - 5N5s2ex6 - 4N6s1ex1 (arrivant ainsi en dernier). On convient de supprimer le dernier quart d'heure (distribution des 4 problèmes à rédiger sur feuille) qui était délicat à gérer. Par conséquent, en H5, on donnerait accès aux aides de la séance MEP précédente au bout d'une vingtaine de minutes de recherche sans coups de pouce.

L'heure H6 pourrait débuter par la correction des problèmes à l'aide de transparents construits à partir de productions d'élèves et se poursuivre avec le début de la synthèse sur les pourcentages. Une séance H6-*bis* serait alors nécessaire pour terminer la synthèse et corriger le travail maison.

Phase 2

Cette phase n'ayant été expérimentée qu'en fin d'année, nous n'avons pas vraiment eu le temps de réfléchir et d'échanger sur les modifications à y apporter. Cependant, quelques changements ponctuels nous paraissent nécessaires.

Z1 démarre à l'activité 2 des fiches papier, la première devant être donnée à la maison et ne posant pas de problème aux élèves. L'activité 2 pose des soucis à plusieurs élèves et l'utilisation d'un livre d'histoire peut être utile pour leur faire comprendre à quoi correspondent les segments à compléter. L'activité 3 paraît difficile et il faudrait prévoir un coup de pouce pour les élèves en difficulté du style : donner la longueur réelle du bateau pour comprendre l'écriture fractionnaire 1/400. La phrase à compléter « 1 cm représente.... » aide certains à comprendre. Pour lever la difficulté d'absence d'unité dans l'écriture fractionnaire, on pourrait envisager de faire compléter des phrases du style « 1 mm représente .... » et « 1 dm représente ... ». Le travail en binôme n'est pas toujours efficace : l'approche de la fin de l'année joue certainement.

Z2 nous convient avec, toutefois, le bémol du manque d'activité des élèves lors de cette séance de correction et de synthèse.

Dans Z3, les élèves sont de nouveau confrontés à des problèmes de conversion : pas facile de passer de cm à km. L'échelle d'agrandissement pose aussi problème. L'exercice concernant les « variations en géométrie » a été plutôt réussi mais les élèves se sont concentrés sur l'alignement des points avec l'origine sans faire le lien avec la situation géométrique proposée. Que faire pour éviter cet écueil ? Les « problèmes complexes » ont eu raison de leur motivation : peu de recherche de solution lorsque celle-ci n'est pas évidente. Comment leur donner le goût de l'effort et de la recherche ? La pratique régulière de problèmes ouverts dans l'année serait-elle une solution ?

Z4 ne pose pas de problème quant au "timing".

Z5-Z6 se font correctement malgré le basculement de tâche en cours de séance. La partie « statistiques » (non évaluée) ne déroute pas trop les élèves, en tout cas pour la première partie. Cependant, le passage à des effectifs « comparables » n'est pas bien compris par les élèves en difficulté. La disposition de la salle est importante pour une bonne gestion de ces séances d'évaluation et éviter les regards ostensibles sur l'écran ou la copie du voisin.

UN BILAN DES EXPERIMENTATIONS

Pour ce bilan général, nous nous situerons à trois niveaux différents : celui des modes d'organisation et des dispositifs expérimentés, celui du travail de l'enseignant et celui de l'activité des élèves.

▷ IMPACTS SUR L'ORGANISATION DE LA CLASSE

Les séquences 6ème et 5ème comprennent de nombreuses séances dans lesquelles le groupe classe "classique" n'existe plus.

Salles et matériel

Tout ce que nous avons évoqué et expérimenté est largement conditionné par la possibilité d'organiser la classe comme nous l'envisageons dans cette brochure. Au sein même de notre groupe de recherche, les dispositions étaient différentes tant pour la taille des salles informatiques que leur agencement et la disponibilité du matériel multimédia.

Il nous semble désormais que l'infrastructure idéale est la suivante (voir plan ci-contre) :
- une salle multimédia spacieuse avec les ordinateurs le long des murs et/ou des fenêtres,
- des tables au milieu, face au tableau (...interactif, bien sûr).

La position des ordinateurs n'est pas anodine : l'enseignant doit pouvoir surveiller les écrans de loin, et vérifier ainsi à tout moment que les élèves sont bien sur MEP... De plus, en réservant un des postes pour visualiser la séance programmée en cours, il peut repérer d'un coup d'oeil les élèves en difficulté sur le logiciel (icônes virant au rouge).

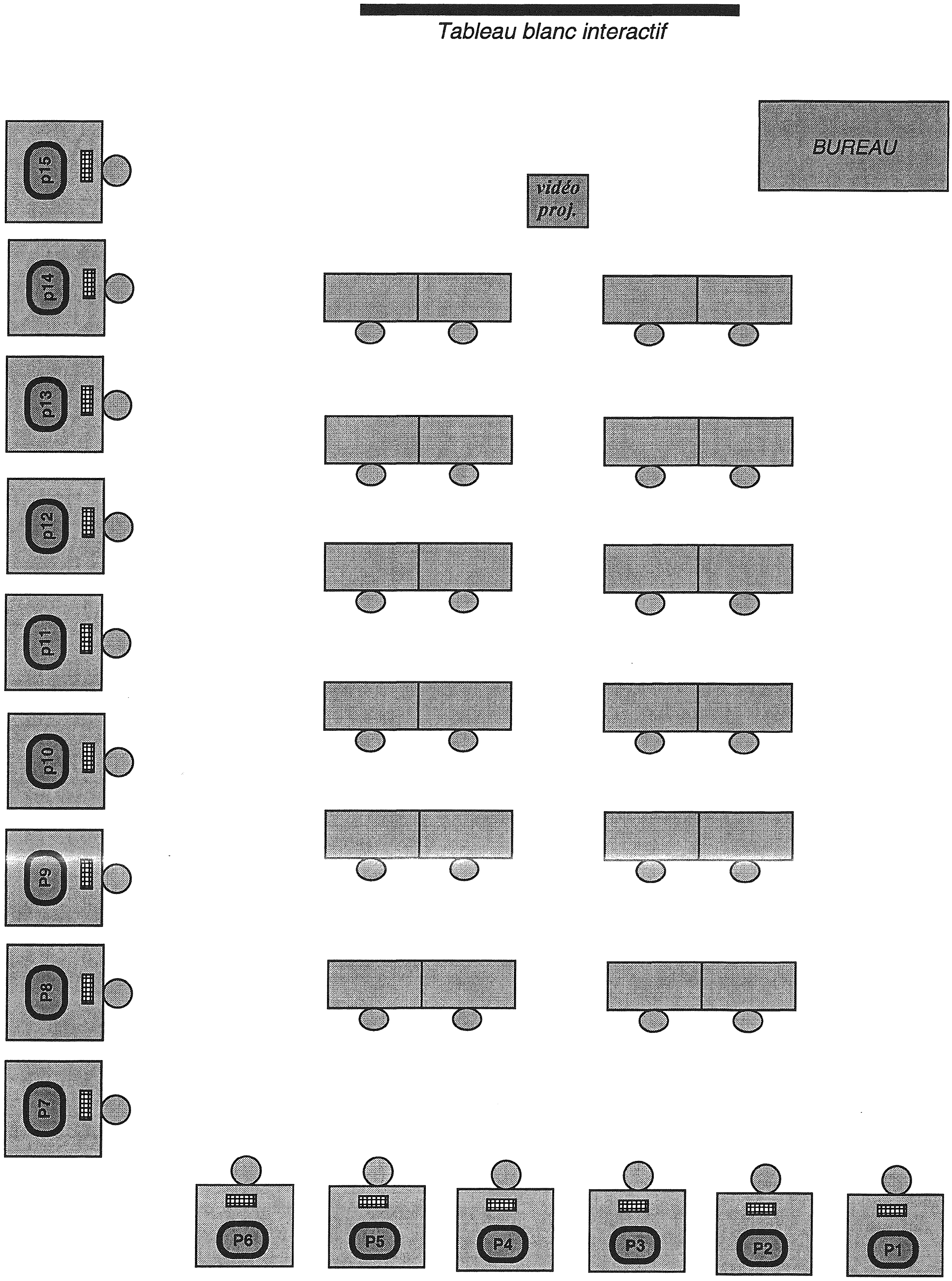
Face au tableau, les élèves sur papier sont moins enclins aux bavardages. Le tableau interactif n'est pas forcément un gadget : l'enseignant peut, par exemple, l'utiliser pour projeter des coups de pouce (en alternant les aides MEP et des aides spécifiques aux fiches papier).

Autonomie et individualisation

La volonté de faire travailler les élèves en individuel sur les postes informatiques nous a conduits (le nombre de postes étant inférieur au nombre d'élèves) à scinder souvent la classe en deux.

Les deux groupes n'ont pas le même travail à faire. Les supports papier tels qu'ils ont été conçus de même que les exercices de MEP les rendent plus autonomes. Le professeur peut ainsi apporter une aide plus individualisée.

LA SALLE IDEALE



Ces caractéristiques se sont trouvées encore renforcées lorsque nous avons opté pour deux groupes de niveau : le professeur peut se consacrer davantage aux élèves en difficulté, les autres gagnant encore en autonomie.

La question qui reste posée est celle de l'ordre de passage des groupes sur logiciel. Les deux cas ont été expérimentés. Nous retiendrons plutôt de faire passer d'abord les "forts" sur ordinateur, pour une raison peu pédagogique d'ailleurs : plusieurs d'entre nous avaient les deux séances consécutives dans leur emploi du temps et il s'avère que la deuxième heure est toujours difficile pour les élèves en difficulté mais un peu moins tout de même lorsqu'ils sont devant un écran.

Travail en groupe

Deux types de groupes ont été testés : des groupes hétérogènes de 4 élèves dans la séquence $6^{ème}$ et des groupes homogènes de 2 élèves dans la séquence $5^{ème}$. Les travaux à mener étant différents, les constats le sont aussi.

Les groupes de 4 avaient des problèmes à chercher puis à exposer sur transparents au reste de la classe. Les expérimentateurs ont été agréablement surpris par le dynamisme des élèves (y compris des élèves en difficulté) et l'abondance de discussions à l'intérieur des groupes ; d'autant plus que les professeurs évitent souvent ce genre de disposition dans la crainte d'indisposer les collègues des salles voisines par le bruit que discussions et tables déplacées pourraient engendrer.

La première intervention de groupes de 2 s'est faite lors d'une séance double dont le but était la rédaction sur feuille des solutions de problèmes voisins de ceux rencontrés sur MEP. Les groupes sont homogènes afin de permettre à chacun de travailler (et non à un "leader" de faire le travail pour 2). Les constats sont mitigés et dépendent finalement du niveau du groupe. La partie sur MEP ne pose pas grand souci, les élèves étant toujours attirés par l'ordinateur. Par contre, la partie rédaction sur papier a découragé plus d'un groupe en difficulté. Ce découragement ne s'est pas produit lorsque les groupes avaient le droit d'utiliser les aides de MEP lors de cette restitution sur feuille.

La deuxième intervention de groupes de 2 se produit avec des activités sur fiches-papier. La séance entière étant consacrée à cette tâche, plusieurs groupes se sont démobilisés (de nouveau ceux plutôt en difficulté - où serait-ce la proximité de la fin de l'année qui en serait la cause ?).

La troisième intervention de ces groupes se tient sur une séance MEP : la difficulté des derniers exercices programmés a eu raison de la motivation des binômes les plus en difficulté.

Ces tests "grandeur nature" de situations qui ne nous étaient pas forcément coutumières nous ont donné envie de les réitérer avec d'autres classes et/ou sur d'autres thèmes. Un membre du groupe a d'ailleurs choisi de consacrer 2 heures par semaine, sur les 4 attribuées au niveau $6^{ème}$, à travailler en 2 groupes de niveau. Le groupe "faible" avec son effectif plus réduit et l'utilisation de MEP en parallèle permettent au professeur de se consacrer davantage aux élèves en difficulté et d'individualiser plus l'aide apportée.

▷ IMPACTS SUR LE TRAVAIL DE L'ENSEIGNANT

Le choix des exercices

Sélectionner des exercices de MEP n'est pas si simple ! Il faut tous les visualiser à défaut d'avoir le temps de les analyser. Le bref descriptif fourni dans l'interface formateur ne suffit généralement pas.

On pourrait imaginer avoir la possibilité de les sélectionner grâce à des mots clés correspondant aux notions abordées, aux tâches demandées, aux techniques mises en oeuvre voire au type de variables utilisées (entiers, décimaux, fractions). Cette fonctionnalité, qui n'est pas présente à l'heure actuelle dans MEP mais existe dans d'autres bases d'exercices interactifs, serait sans doute plus efficace que des descriptifs détaillés qui demanderaient un temps de lecture et d'imprégnation important (voir partie 1 de cette brochure).

L'articulation des exercices MEP avec le reste de la séquence n'est pas simple non plus : il faut viser, si possible, la couverture exhaustive du thème abordé et éviter les redondances.

La consommation de papier

Une consommation hors norme ! (nous certifions pourtant qu'aucun d'entre nous n'a d'actions dans l'industrie du papier... !)

Nombre de pages photocopiées par élève lors de nos expérimentations

	ACTIVITES	COURS	TRAVAIL MAISON	DEVOIR	**TOTAL**
6ème	11	3	1	0	**15**
5ème	7	6	3+1/3	4	**20+1/3**

Il faut y ajouter, pour certains d'entre nous au moins, 2 pages en 6ème, correspondant à la correction des exercices de S1-S2. En partant d'un effectif moyen de 24 élèves par classe, cela revient à 360 photocopies pour le niveau 6ème et 488 pour le niveau 5ème (en deux temps mais tout de même) : de quoi s'attirer les foudres des collègues et de l'intendance ...

Une telle consommation est-elle nécessaire ?

En 5ème, la totalité des fiches d'activité est liée à un support graphique : la photocopie est incontournable.

En 6ème, seules les 6 premières fiches ne sont pas liées à des graphiques ou dessins. On pourrait imaginer de regrouper les énoncés des 12 problèmes sur une seule page et de demander aux élèves de rédiger sur une feuille de copie. Cependant, la présentation adoptée par le groupe nous a paru plus facile d'utilisation, pour l'élève, mais aussi pour l'enseignant qui devait lister les procédures utilisées par les élèves.

En ce qui concerne les fiches de cours, le gain de temps grâce au support papier à compléter est non négligeable ; d'autant plus que la séquence est déjà longue et qu'il nous paraissait important de garder une proportion conséquente d'exercices et activités.

Des efforts d'économie ont été faits sur le travail-maison : la plupart du temps, une demi-page suffit. Dans une logique de cohérence avec le reste de la séquence, ces exercices ont été communs à nos classes (qui n'avaient pas les mêmes manuels scolaires) : la photocopie était ainsi incontournable.

Les séquences sont elles à reproduire telles quelles ?

En dehors de la consommation de papier, la consommation de temps pour les relevés de productions a aussi été un peu démesurée : les 12 problèmes S1-S2 et les 5 activités S5-S6 de la séquence $6^{ème}$; les 3 fiches H1-H2 et les 5 activités Z1 de la séquence $5^{ème}$.

Il faut leur ajouter les productions relevées pour être listées mais aussi corrigées à savoir les devoirs (H5 et Z6) et les évaluations (Z5-Z6) de la séquence $5^{ème}$.

Les relevés de production ont permis d'alimenter nos résultats d'expérimentation. Dans un contexte normal, le professeur circulant dans sa classe peut se contenter de repérer "au vol" les différentes procédures et les types d'erreurs.

La variété des thèmes et des procédures ou techniques mises en jeu nous a paru proche de ce qui est décrit dans les programmes donc attendu à ces niveaux. Notons toutefois que la séquence $5^{ème}$ a souffert de n'avoir pu être expérimentée une seconde fois, après modifications. Le scénario (en particulier les "sauts" d'un thème à l'autre) est sans doute à améliorer pour cette séquence.

▷ IMPACTS SUR L'ACTIVITE DES ELEVES

Attrait des élèves

Il est indéniable que l'utilisation de l'ordinateur attire les élèves y compris ceux en difficulté. Les cas de rejets (c'est-à-dire de non activité en face de l'écran) sont exceptionnels et traduisent plus d'ailleurs un rejet global de l'école.

Le fait que les exercices de MEP soient accompagnés d'une aide et surtout de la correction sécurise les élèves. L'aide est souvent peu employée (la première fois qu'elle apparaît passe encore, mais ensuite les élèves cliquent rapidement dessus pour la fermer). Nous avons tenté d'inciter les élèves à visualiser ces aides et corrections, notamment en $5^{ème}$, en leur proposant des exercices de même type sur papier.

Un fonctionnement non routinier

La variété des fonctions prises par MEP dans les séquences expérimentées et les changements de gestion de classe ne permettent pas l'instauration d'une routine MEP dans l'utilisation des ordinateurs : ceci est un avantage certain pour conserver la motivation des élèves.

La présence des scores, que les élèves savent visualiser en cours de séance, peut être controversée : ils poussent souvent les élèves à faire plusieurs fois le même exercice dans oblitérer le regain de motivation apporté, notamment dans l'utilisation de l'aide, l'enseignant ayant pris soin auparavant d'expliquer aux élèves qu'il ne tenait pas compte du nombre d'essais (1 ou 2) nécessaires pour obtenir une bonne réponse.

MEP a-t-il un effet sur l'apprentissage et la compréhension des élèves ?

Question essentielle mais comment y répondre ? La méthodologie de notre expérimentation ne nous permet évidemment pas de conclure à un effet positif (ou négatif ou nul...) sur les résultats des élèves. Pour cela, il aurait fallu avoir en parallèle des classes "témoins" qui n'auraient pas bénéficié des séances ordinateur (et encore : les résultats des expériences de ce type sont le plus souvent contradictoires).

Il est cependant avéré pour tous que l'attrait de l'ordinateur rend les élèves actifs, en quasi-totalité, ce qui est loin d'être le cas des exercices classiques à chercher sur un livre par exemple.

PERSPECTIVES

L'apparition de ce nouvel outil pour enseigner les mathématiques qu'est MEP constitue en soi un véritable phénomène. Et ce phénomène ne peut laisser indifférents ceux qui ont participé, à un moment ou un autre, à l'aventure des IREM.

Le phénomène MEP et les IREM

Chacun peut penser ce qu'il veut de MEP, mettre en avant ses qualités ou, au contraire, pointer ses nombreux défauts. Ce qui est indéniable, aujourd'hui, c'est que l'outil est là et que des centaines d'enseignants se le sont déjà approprié.

Ce qui est indéniable, également, c'est que ce phénomène et cet engouement expriment avec force un besoin et une demande que l'institution ne parvient toujours pas à comprendre : ***les enseignants veulent fabriquer eux-mêmes les outils dont ils se serviront***. « Eux-mêmes » entendu comme corps de métier, bien entendu, comme communauté qui mutualise ses compétences et ses idées (et non comme individus isolés).

L'institution martèle le principe que les enseignants doivent être « devant les élèves » et nulle part ailleurs. La conception des outils serait l'affaire des spécialistes : ingénieurs multimédia, infographistes, technopédagogues, etc ; la recherche sur l'enseignement serait l'affaire des chercheurs patentés ; la réflexion et l'innovation seraient l'affaire de la hiérarchie.

Les IREM ont prouvé depuis longtemps que si on lui en donne la possibilité, chaque enseignant peut être un concepteur, un chercheur et un innovateur. Il *doit* même l'être s'il veut faire correctement son métier. Le phénomène MEP le prouve de nouveau, avec plus de force encore : des professeurs de mathématiques prennent en charge la conception d'un outil ambitieux, complexe et sa réalisation totale. Le résultat est là : si le produit n'est pas parfait, il est en tous cas de meilleure qualité que tous ceux de même nature actuellement "sur le marché".

« Mais c'est très bien car ils sont restés devant leurs élèves », diront les responsables institutionnels, « ils ont travaillé la nuit et bénévolement, on n'en demande pas plus, que chaque enseignant fasse de même… ». C'est là que les IREM ont été surpris et un peu déroutés car ils ont toujours pensé qu'une telle démarche de recherche, de conception et d'innovation ne pouvait exister durablement qu'intégrée au temps de service des enseignants. Les professeurs engagés dans l'aventure de MEP le disent pourtant clairement : ce fut un peu un « coup de folie », un défi, presque une bravade par rapport à une institution trop figée. Il faudra peut-être attendre longtemps avant qu'un autre phénomène de cette nature se produise.

D'ailleurs, après avoir apporté la preuve qu'ils « pouvaient le faire », les concepteurs et les développeurs de MEP, se sont tournés vers tous ceux qui étaient susceptibles de les aider (sauf les marchands). Ils se sont adressés aux IREM, en particulier, pour partager avec eux leur expérience en matière de recherche de terrain et d'expérimentation. D'où le travail présenté ici.

Quel avenir pour MEP ?

Sans prendre beaucoup de risques, on peut envisager deux éventualités :

- → soit l'outil reste comme il est et il sera très vite obsolète, certainement copié et dénaturé, éventuellement supplanté par un autre conçu dans les mêmes conditions et meilleur (comme le croient ceux qui ne jurent que par la compétition darwinienne) ;

- → soit l'outil évolue, se transforme, grandit et, au moins pendant un temps, devient un véritable *instrument partagé* ; on entrevoit assez bien, maintenant, les conditions à réunir pour que cela soit possible :

    - de très nombreux enseignants utilisent l'outil, échangent leurs points de vue, confrontent leurs pratiques et suggèrent des scénarios d'usage de plus en plus performants ;

    - de nombreuses équipes (comme la nôtre – dans le cadre des IREM ou ailleurs) expérimentent, analysent et proposent des améliorations ;

    - des enseignants intéressés se chargent des mises à jour et des modifications en profondeur suggérées par la pratique quotidienne et par les recherches de terrain.

Concrètement, dès maintenant, les enseignants intéressés par le devenir de MEP peuvent :

- consulter régulièrement le site de la Commission Inter-Irem MATHENPOCHE dont l'adresse est donnée en page 2 ;

- suivre le travail d'un nouveau groupe de recherche qui se met en place à la rentrée 2006 à Rennes (projet *ECUM* soutenu par l'INRP, l'IREM de Rennes et l'IUFM de Bretagne) ; l'objet de cette nouvelle étude est le suivi de l'expérimentation académique « MEP-Bretagne » ;

- sans oublier de tester les propositions faites dans cette brochure et de nous faire part d'un maximum de critiques, suggestions, réflexions,...; nous les répercuterons sur les pages de notre groupe (site de l'IREM de Rennes et site de la Commission Inter-Irem MEP) dans l'attente de lieux d'échange plus adaptés.

BIBLIOGRAPHIE

Academie de Créteil, Expérimentation Mathenpoche, http://mathenpoche.ac-creteil.fr/documents/innovalo.pdf

Bodin, A., 1989, Les échelles. Préparation d'une situation d'enseignement en classe de cinquième, *Petit x*, 20, 35-44.

Boisnard, D., Dauvergne, J., Houdebine, J., Le Laouénan, J.M., Le Poche, A., 1997, *La proportionnalité à travers des problèmes (CDRom et document d'accompagnement),* CNED, Rennes.

Boisnard, D., Houdebine, J., Julo, J., Kerboeuf M.P., Merri, M., 1994, *La proportionnalité et ses problèmes*, Hachette, Paris.

Gueudet, G., Emploi de Mathenpoche et apprentissage : l'exemple de la proportionnalité en sixième, *Repères-Irem*, à paraître.

Gueudet, G., Houdebine, J., 2003, Une base d'exercices en ligne à l'université, *Actes du Colloque ITEM – Reims,* http://archive-edutice.ccsd.cnrs.fr/edutice-00001332

Gueudet, G., Julo, J., 2005, *Emploi de ressources en ligne et apprentissages en mathématiques : l'exemple de Mathenpoche*, Rapport du groupe de recherche IUFM « Hypermédia et proportionnalité », http://www.didmar.univ-rennes1.fr/

Gueudet, G., Le Méhauté, T., 2005, Comment utiliser Mathenpoche en CM2 ? *Actes du XXXII^ème^ Colloque de la Copirelem – Strasbourg,* IREM de Strasbourg.

Guin, D., Trouche, L., 2004, Intégration des TICE : concevoir, expérimenter et mutualiser des ressources pédagogiques, *Repères-Irem*, 55, 81-100.

Groupe TICE, IREM Paris 7, Expérimentation de ressources en ligne, http://pcbdirem.math.jussieu.fr/SITEscore/Articles.php

Hache, S., 2002, Présentation d'un logiciel libre en mathématiques, Mathenpoche, et d'un serveur d'applications pédagogiques en mathématiques, Wims, *Les dossiers de l'ingénierie éducative*, 40, 48-50.

Hache, S., 2004, Quelques réflexions sur les travaux Irem/Mathenpoche, *Repères-Irem*, 57, 95-100.

Hache, S., Hache, K., 2005, Le logiciel Mathenpoche à la liaison cycle 3 / 6ème, *Actes du XXXII^{ème} Colloque de la Copirelem – Strasbourg,* IREM de Strasbourg.

Hersant, M., Vandebrouck, F., 2006, Bases d'exercices de mathématiques en ligne et phénomènes d'enseignement-apprentissage, *Repères-Irem*, 62, 71-84.

Irem de Rennes, 1997, *La proportionnalité au collège*, IREM - Université de Rennes 1.

Irem de Rennes, 2000, *Pourcentages à tous les étages*, IREM - Université de Rennes 1.

Kuntz, G., 2004, Mathenpoche : de la percée institutionnelle vers un espace numérique de travail !, *Bulletin de l'APMEP*, 452, 418-431.

Levain, J.P., 1992-93, Proportionnalité, agrandissement et échelle, *Petit x*, 31, 15-34.

Levain, J.P., 1996, Situation d'agrandissement et construction du concept d'échelle, *Repères-Irem*, 25, 5-18.

Levain, J.P., 1997, *Faire des mathématiques autrement. Développement cognitif et proportionnalité*, L'Harmattan, Paris.

Thimonier, A., 2005, Différentes utilisations de Mathenpoche en classe. Une enseignante apprivoise le logiciel..., *Bulletin de l'APMEP*, 457, 239-244.

Vergnaud, G. et al, 1997, *Le Moniteur de Mathématiques : résolution de problèmes cycle 3 – Fichier pédagogique*, Nathan, Paris.

ANNEXES

TABLE DES ANNEXES

ANNEXE 1

Tableau synoptique du thème proportionnalité dans MEP

Le tableau suivant a été conçu comme une sorte de "tableau de bord" pour un enseignant qui souhaite intégrer quelques exercices MEP à une séquence sur la proportionnalité qu'il est en train de préparer.

❑ Les **4 premières colonnes** ne font que reprendre les intitulés des différents regroupements utilisés dans MEP :

- colonne 1 : les niveaux de classe (codés **6** – **5** – **4** – **3**)
- colonne 2 : les chapitres (codés **6N5** par exemple, N pour "numérique")
- colonne 3 : les séries (codées **6N5S2** par exemple pour "Echelle" en $6^{ème}$)
- colonne 4 : les exercices (codés **6N5S2ex1** par exemple pour "Calculer l'échelle")

❑ La **colonne 5** donne une indication sur le nombre d'énoncés différents que comporte chaque exercice (5 ou 10) et sur l'appellation utilisée dans MEP : *problème* ou *question*.

❑ Les **5 dernières colonnes** du tableau correspondent à un codage de ***l'objectif d'apprentissage*** qui semble caractériser chacun des exercices. Ce codage a été réalisé par le groupe de recherche et s'appuie donc sur une interprétation après coup. Il ne prend en compte que le *contenu des énoncés* figurant dans l'exercice (donc ni le contenu de l'aide ni celui des solutions proposées après validation).

Cinq grandes classes d'objectifs ont été retenues pour ce codage :

▷ objectif centré sur une ***technique élémentaire*** (colonne **T**)

T1 : techniques liées à l'outil tableau

T2 : techniques liées à l'outil graphique

T3 : techniques liées à une écriture numérique (échelle – pourcentage)

T4 : techniques liées à l'écriture fonctionnelle

▷ objectif centré sur un ***outil de représentation*** (colonne **O**)

O1 : outil tableau

O2 : outil graphique (fonction)

▷ objectif centré sur un type de ***problème*** (colonne **P**)

P1 : proportionnalité simple / tâche de type $4^{\text{ème}}$ proportionnelle

P2 : proportionnalité simple / autres tâches

P3 : proportionnalité simple composée

P4 : proportionnalité multiple (dont grandeurs quotients et proportionnalité inverse)

P5 : tâche liée à un domaine d'application (échelle, %,...)

▷ objectif centré sur le ***modèle*** et sa reconnaissance (colonne **M**)

M1 : prise en compte implicite (présence de situations de non proportionnalité)

M2 : prise en compte explicite (tâche de reconnaissance : proportionnalité ou pas ?)

▷ objectif centré sur un ***domaine*** particulier (colonne **D**)

D1 : domaine des échelles

D2 : domaine des pourcentages (dont taux et indices)

D3 : domaine du mouvement uniforme et de la vitesse

D4 : domaine de la géométrie

D5 : domaine des statistiques

LE THEME PROPORTIONNALITE DANS MATHENPOCHE

NIVEAUX	CHAPITRES	SERIES	EXERCICES	Pb / Q	OBJECTIFS (codage)				
					T	O	P	M	D
6ème	**N5** Proportionnalité	**S0** Liaison CM2/6ème	**ex1** Combien ?	5 pb			P1	M1	
			ex2 Recettes	5 pb			P1/3	M1	
			ex3 Problèmes de comparaison	5 pb			P2	M1	
			ex4 Augmentation, réduction	5 pb			P1/2	M1	
			ex5 A chacun son problème	5 pb			P3		
			ex6 Par heure, par jour, par semaine	5 pb			P4	M1	
		S1 Situations de proportionnalité	**ex1** Petits problèmes	10 pb			P1/2		
			ex2 Trouver le coefficient	10 q	T1	O1			
			ex3 Proportionnalité ou pas ?	5 q		O1/2		M2	
			ex4 Problèmes et tableaux	10 pb	T1	O1			
			ex5 Sur un graphique	10 q	T2	O2			
		S2 Echelle	**ex1** Calculer l'échelle	10 q	T3				D1
			ex2 Calculer la distance réelle	10 q	T3				D1
			ex3 Calculer la distance représentée	10 q	T3				D1
			ex4 Mesurer pour calculer des échelles	5 q	T3				D1
			ex5 Mesurer pour calculer des grandeurs réelles	5 q			P1/5		D1
		S3 Pour aller plus loin	**ex1** Compléter un tableau (sans utiliser les coeff)	5 pb		O1	P2		
			ex2 Compléter un tableau (coeff fractionnaires)	5 q	T1	O1			

	N4 Fractions	**S4** Fractions et pourcentages	**ex1** Changement d'écriture	10 q	T3				D2
			ex2 Pourcentage d'un nombre	10 q	T3				D2
			ex3 Petits problèmes avec des pourcentages	10 q			P1/5		D2
		S5 Pour aller plus loin	**ex3** Problèmes et pourcentages	5 q			P1/5		D2
	N6 Statistiques	**S2** Construire, compléter	**ex3** Construire un diagramme (semi-)circulaire	5 q			P1/5		D2/5
5ème	**N5** Proportionnalité	**S1** Prendre un bon départ	**ex1** Petits problèmes	10 pb			P1/2		
			ex2 Déterminer le coefficient	10 pb	T1	O1			
			ex3 Proportionnalité ou pas ?	5 q		O1/2		M2	
			ex4 Proportionnalité ou pas ? (bis)	5 q	T1	O1		M2	
			ex5 Lecture graphique	10 q	T2	O2			
			ex6 Représenter la proportionnalité	5 q	T3	O2			
		S2 Situations de proportionnalité	**ex1** Compléter un tableau (coefficient)	5 pb	T1	O1			
			ex2 Compléter un tableau (sans coefficient)	5 pb		O1	P1/2		
			ex3 Compléter un tableau (produit en croix)	10 q	T1	O1			
			ex4 Exprimer en pourcentage	10 pb		O1	P1/5		D2
			ex5 Problèmes	5 pb		O1	P1		
			ex6 Problèmes (bis)	5 q		O1	P2		
		S3 Echelles	**ex1** Calculer l'échelle	10 q	T3				D1
			ex2 Calculer la distance réelle	10 q	T3				D1
			ex3 Calculer la distance représentée	10 q	T3				D1

			ex4 Echelle d'agrandissement	10 q			P1/5		D1
			ex5 Mesures et échelles	5 q			P1/5		D1
		S4 Grandeurs	**ex1** Tables de conversion des durées	10 q	T4				
			ex2 Conversions de durées	10 q	T4				
			ex3 Conversions (h, min, s)	10 q	T4				
			ex4 Grandeurs en pourcentage	5 pb		O1	P2/5		D2/5
			ex5 Grandeurs et représentation graphique	5 pb		O1	P2/5		D2/5
			ex6 Reconnaître le mouvement uniforme	5 q		O1/2		M2	D3
			ex7 Utiliser le mouvement uniforme	10 pb		O1	P1/5		D3
			ex8 Utiliser le mouvement uniforme (bis)	10 pb		O1	P2/5		D3
		S5 Pour aller plus loin	**ex1** Variation en géométrie	10 q		O1/2		M2	D4
			ex2 Partages proportionnels	5 pb			P2		
			ex3 Problèmes complexes	5 pb			P4	M1	
			ex4 Problèmes complexes (bis)	5 pb			P4		
	N6 Statistiques	**S1** Prendre un bon départ	**ex5** Fréquence en pourcentage	10 q			P1/5		D2/5
			ex6 Fréquence en pourcentage (tableau)	5 q		O1	P2/5		D2/5
4ème	**N5** Proportionnalité	**S1** Prendre un bon départ	**ex1** Problèmes	10 pb			P1/2		
			ex2 Problèmes (bis)	5 pb		O1	P2		
			ex3 Durées, horaires	10 q	T4				
			ex4 Durées, horaires (bis)	10 q	T4				

			ex5 Echelle	5 pb			P1/5		D1
			ex6 Représentations graphiques	5 q	T2	O1/2		M2	
		S2 Pourcentages	**ex1** Appliquer un taux	5 pb			P1/5		D2
			ex2 Retrouver le taux	5 pb			P1/5		D2
			ex3 Retrouver la quantité de départ	5 pb			P1/5		D2
			ex4 Synthèse	5 pb			P1/5		D2
			ex5 Faire varier un taux	10 pb			P2/5		D2
			ex6 Retrouver un taux de variation	5 pb			P2/5		D2
			ex7 Problèmes "pièges"	10 q			P2/5		D2
		S3 Vitesse	**ex1** Du mvt uniforme à la notion de vitesse (moy)	10 q		O1	P2/5		D3
			ex2 Calculer la vitesse	5 pb			P4/5		D3
			ex3 Calculer la distance	5 pb			P4/5		D3
			ex4 Calculer le temps	5 pb			P4/5		D3
			ex5 Synthèse	5 q			P4/5		D3
			ex6 Lectures graphiques	5 q		O2	P4/5		D3
			ex7 Conversions, comparaisons	5 pb	T4				D3
		S4 Pour aller plus loin	**ex1** Variations et proportionnalité	10 q		O1/2		M2	D4
			ex2 Indices	10 q			P5		D2
			ex3 Exemples de grandeurs quotients	5 pb		O1	P4		
3ème	**N7** Fonctions affines	**S1** Prendre un bon départ	**ex2** Fonction et proportionnalité	10 q	T5	O1			

ANNEXE 2

Documents relatifs à la série « Liaison CM2-6ème »

Documents également disponibles sur les sites dont les adresses figurent page 2 de cette brochure

ANNEXE 2.1

Tableau de présentation de la série 6N5S0

(la dernière colonne correspond à des liens hypertextes)

ANNEXE 2.2

Procédures pour résoudre un problème de proportionnalité

(une brève introduction à la notion de *procédure*)

ANNEXE 2.3

Pourquoi s'intéresser aux classes de problèmes ?

(une brève introduction à la notion de *classe de problèmes*)

ANNEXE 2.4

Les fiches d'analyse des six exercices de la série 6N5S0

(des commentaires et propositions sont également proposés dans les documents en ligne mais non reproduits ici)

ANNEXE 2.1

Tableau de présentation de la série 6N5S0

EXERCICES	CLASSES DE PROBLEMES	CARACTERISTIQUES	POUR ALLER PLUS LOIN
Exercice 1 « **Combien ?** » **6N5S0ex1**	Ces exercices portent sur le calcul d'une 4ième proportionnelle. Il y a toujours en jeu deux grandeurs, de natures différentes.	5 questions, valeurs entières, un intrus.	Description détaillée de 6N5S0ex1 Analyse critique de 6N5S0ex1
Exercice 2 « **Recettes** » **6N5S0ex2**	Ces exercices portent sur des recettes de cuisine. On demande de calculer les quantités nécessaires de un ou plusieurs ingrédients, en donnant soit la quantité d'un des ingrédients soit un nombre de personnes. Il y a donc la plupart du temps au moins trois grandeurs de natures différentes.	5 questions, valeurs entières, un intrus.	Description détaillée de 6N5S0ex2 Analyse critique de 6N5S0ex2
Exercice 3 « **Problèmes de comparaison** » **6N5S0ex3**	La tâche dans ces exercices est d'effectuer une comparaison, portant sur la rapidité. Les grandeurs en jeu sont donc des distances, et des durées.	5 questions, valeurs entières, un intrus. Dans le dernier exercice il y a des nombres décimaux simples.	Description détaillée de 6N5S0ex3 Analyse critique de 6N5S0ex3
Exercice 4 « **Augmentation, réduction** » **6N5S0ex4**	Ce sont des exercices de calcul d'une quatrième proportionnelle, avec deux grandeurs de même nature.	5 questions, valeurs entières, un intrus.	Description détaillée de 6N5S0ex4 Analyse critique de 6N5S0ex4
Exercice 5 « **A chacun son problème** » **6N5S0ex5**	Exercices de proportionnalité simple composée : c'est à dire avec deux relations de proportionnalité à prendre en compte successivement.	5 questions, valeurs entières.	Description détaillée de 6N5S0ex5 Analyse critique de 6N5S0ex5
Exercice 6 « **Par heure, par jour, par semaine** » **6N5S0ex6**	Ce sont des exercices de proportionnalité double : il y a donc toujours trois grandeurs, dont l'une est le produit des deux autres. Ces exercices font tous appel à des durées mesurées en heures ou en jour ou en semaines.	5 questions, valeurs entières, un intrus.	Description détaillée de 6N5S0ex6 Analyse critique de 6N5S0ex6

ANNEXE 2.2

Procédures pour résoudre un problème de proportionnalité

Les commentaires de programmes actuels (BO sept 2004) pour la classe de sixième font explicitement mention de plusieurs types de procédures pour résoudre un problème de proportionnalité. Voici des exemples de chacune de ces procédures, présentées suivant un ordre croissant, du raisonnement le plus élémentaire au plus élaboré, ordre qui devrait correspondre à celui des apprentissages...

Exemple de problème

La voiture de Xavier consomme 10 litres de gasoil pour parcourir 200km.
1) Quelle est sa consommation pour 300 km ?
2) Quelle distance peut-elle parcourir avec 12 litres ?
3) Quelle distance peut-elle parcourir avec 22 litres ?

Remarque : Ici on suppose implicitement que les deux grandeurs en jeu, litres et kilomètres, sont proportionnelles.

▷ ***Avec la linéarité additive***

Un élève peut répondre à la question 3), si il a déjà traité la question 2) :
« 22 litres, c'est 10litres + 12 litres. Donc la voiture pourra parcourir 200 kilomètres + 240 kilomètres : 440 kilomètres. »

Ici l'élève utilise **la propriété additive de linéarité** (c'est la fonction *f* qui associe au nombre de litres de gasoil le nombre de kilomètres parcourus qui est linéaire).

▷ ***Avec un rapport de linéarité***

Un élève peut répondre à la question 1) :
« 300, c'est 1,5 fois 200. Donc la voiture consommera 1,5 fois plus, 1,5x10 litres = 15 litres ».

Dans ce cas l'élève utilise un **rapport de linéarité**, ou la **propriété de linéarité multiplicative**. 1,5 est un opérateur scalaire, sans unité.

▷ ***Une procédure linéaire mixte***

Les deux propriétés de **linéarité, additive et multiplicative**, sont souvent utilisées simultanément.

Par exemple un élève peut répondre à la question 1) :
« Si il fait 200km avec 10litres, il fera 100km avec 5litres (*linéarité multiplicative*). Et pour faire 300km = 100km +100km+100km il aura besoin de 5litres+5litres+5litres=15litres. »

▷ *Avec l'image de l'unité*

Différents types de procédures peuvent utiliser l'image de l'unité. On les reconnaît parce que le 1 (ici 1 litre, ou 1 kilomètre) est explicitement mentionné.

Version linéaire
Un élève peut répondre à la question 2) :
« Avec 1 litre, la voiture parcourt 20km. Donc avec 12 litres, elle parcourt 12 fois plus : 12x20km=240km ».
Ici l'élève utilise **l'image de l'unité**, par la fonction *f* qui associe au nombre de litres de gasoil le nombre de kilomètres parcourus. Et il calcule le résultat en employant la linéarité multiplicative.

Version fonctionnelle
Un élève peut répondre à la question 2) :
« Avec 1 litre, la voiture parcourt 20km. Donc on a toujours 20 fois plus de kilomètres que de litres. Donc avec 12 litres, elle parcourt: 12litres x20 kilomètres pour un litre=240 kilomètres. »
Ici l'élève utilise **l'image de l'unité**, par la fonction *f* qui associe au nombre de litres de gasoil le nombre de kilomètres parcourus. Et il calcule le résultat en utilisant le rapport fonctionnel.

▷ *Avec un coefficient de proportionnalité (rapport fonctionnel)*

Un élève peut répondre à la question 2) :
« 200, c'est 20 fois plus que 10. Donc pour 12 litres, le nombre de kilomètres parcourus sera 20x12=240 kilomètres ».

Ici l'élève utilise **un coefficient de proportionnalité**. Le nombre 20 a une unité, c'est le rapport fonctionnel entre les deux grandeurs.

Remarque : attention, l'emploi d'un tableau ou d'un graphique n'est pas une procédure. On peut appeler ça une représentation, un registre…Mais ça n'a pas de rapport avec la structure mathématique en jeu.

ANNEXE 2.2

Pourquoi s'intéresser aux classes de problèmes ?

Les travaux de recherche sur l'apprentissage de la proportionnalité ont mis en évidence deux faits importants : 1°) les élèves recourent spontanément à une grande variété de procédures pour résoudre les problèmes, 2°) en revanche, ils ne transfèrent pas du tout spontanément les procédures qu'ils savent utiliser pour certains problèmes à d'autres problèmes qui paraissent pourtant analogues à première vue.

C'est ce dernier constat qui conduit à s'intéresser aux *classes de problèmes* et ceci bien que les programmes du cycle 3 et de 6ème n'évoquent pas cette question pour l'instant à propos du thème de la proportionnalité.

Les critères

Les classes identifiées comme importantes du point de vue de leur compréhension par les élèves sont décrites dans plusieurs documents et ouvrages (bibliographie).

Trois critères principaux sont utilisés pour les distinguer :
- le **nombre de grandeurs** mises en jeu dans les problèmes,
- les **domaines** qui caractérisent ces grandeurs (on dit aussi leur "nature"),
- le **type de relation** qui existe entre ces grandeurs (on parle de la "structure relationnelle" du problème).

Les trois grandes classes

Exemple 1

Aurélie achète 30 cm de ruban et paie 20 centimes d'euros. Son amie Christine a besoin de 90 cm du même ruban. Combien va-t-elle payer ?

Ce problème met en jeu (de manière explicite ou implicite) :
- 4 grandeurs (4 mesures exprimées chacune dans une unité),
- 2 domaines de grandeurs : des longueurs et des prix,
- une relation de **proportionnalité simple** entre ces deux sortes de grandeurs (que l'on peut modéliser sous la forme d'une fonction qui associe à la longueur achetée le prix à payer – fonction supposée linéaire dans le cas présent)

Remarque : pour caractériser la *difficulté de la tâche* que constitue ce problème, il faudrait aussi prendre en compte la taille et la nature des nombres que l'élève doit manipuler, la nature de la question posée (ici sur les prix mais ce pourrait être sur les longueurs), la clarté de l'énoncé,… ; l'analyse en *classes de problèmes* se situe à un niveau plus global que l'analyse de la *tâche particulière* que constitue chaque problème.

Exemple 2

Un directeur d'école commande 4 boîtes de compas. Dans chacune des boîtes, il y a 8 compas. Un compas coûte 3 euros. Combien le directeur doit-il payer en tout ?

En quoi ce problème est-il différent du précédent ?

Il met en jeu :
- plus de 4 grandeurs,
- 3 domaines de grandeurs : des quantités de boîtes, des quantités de compas et des prix,
- une relation de **proportionnalité simple composée** entre ces trois sortes de grandeurs (que l'on peut modéliser sous la forme d'une composition de 2 fonctions linéaires, l'une qui associe à la quantité de boîtes la quantité de compas, l'autre qui associe à la quantité de compas le prix à payer).

Exemple 3

Pour un séjour à la montagne, le prix est de 20 euros par personne et par jour. Quel est le prix d'un séjour pour un groupe de 4 personnes et pour 6 jours ?

En quoi ce problème est-il différent des deux précédents ?

Il met en jeu :
- plus de 4 grandeurs (comme l'exemple 2),
- 3 domaines de grandeurs (comme l'exemple 2) : des quantités de personnes, des quantités de jours et des prix,
- mais ici une relation dite de **proportionnalité double** entre ces trois sortes de grandeurs (la fonction qui modélise le mieux la situation n'est pas une composition de deux fonctions comme dans l'exemple 2 - c'est une fonction qui associe, *à la fois* au nombre de personnes et à la durée du séjour, le prix à payer - donc une fonction de deux variables).

Des sous-classes importantes

La catégorisation précédente n'est pas suffisante car d'autres caractéristiques, concernant surtout la nature des grandeurs en jeu, interviennent dans la compréhension des problèmes.

▷ Pour les problèmes de *proportionnalité simple* (exemple 1) deux sous-classes au moins sont à prendre en compte :
- celle des problèmes où toutes les grandeurs appartiennent **au même domaine** (par exemple : la plupart des problèmes simples d'agrandissement ou réduction car les mesures concernent toutes des longueurs exprimées dans la même unité) ;
- celle des problèmes de **comparaison** qui se caractérisent par des tâches très particulières (de type classement en général) et qui mettent souvent en jeu une grandeur implicite (par exemple : la "rapidité" lorsque les grandeurs concernent des durées et des distances - et ceci même dans le cas où la grandeur quotient "vitesse" n'est pas explicitée).

▷ Pour la *proportionnalité simple composée* (exemple 2), une sous-classe importante est celle des problèmes de **recettes** ; ces problèmes sont beaucoup utilisés avec les jeunes élèves alors qu'ils sont généralement complexes du point de vue des relations entre les grandeurs ; hormis le cas du simple mélange de deux ingrédients, la plupart des problèmes de recettes correspondent à une composition de plusieurs fonctions avec, en outre, la présence d'une grandeur très particulière : la quantité de personnes (qui peut être explicitée ou non).

L'idée importante au niveau de l'enseignement est de donner à l'élève l'occasion de *rencontrer* ces différentes classes de problèmes, de *s'en imprégner* progressivement et de pouvoir ainsi augmenter la "portée" des procédures qu'il connaît mais qu'il doit apprendre à *contextualiser* dans chaque type de problèmes.

ANNEXE 2.3

Les fiches d'analyse des six exercices de la série 6N5S0

- exercice 6N5S0ex1 « *Combien ?* »
- exercice 6N5S0ex2 « *Recettes* »
- exercice 6N5S0ex3 « *Problèmes de comparaison* »
- exercice 6N5S0ex4 « *Augmentation, réduction* »
- exercice 6N5S0ex5 « *A chacun son problème* »
- exercice 6N5S0ex6 « *Par heure, par jour, par semaine* »

REMARQUE : la présentation retenue pour ces analyses diffère légèrement de celle utilisée pour les exercices de $6^{\text{ème}}$; en particulier, les éléments de discussion critique et les propositions figurent dans d'autres fiches qui ne sont pas données ici mais qui sont disponibles sur les sites.

I. Descriptif global de l'exercice

a) Intitulé : Combien ?

b) Descriptif donné par le logiciel
Ces problèmes portent sur le calcul d'une 4ème proportionnelle. Il y a toujours en jeu deux grandeurs, de natures différentes.

c) Eléments généraux :
- La tâche proposée est de type "calcul d'une 4ème proportionnelle" pour quatre des problèmes (le 5ème est de type "proportionnalité inverse" et a le statut d'intrus dans la fiche).
- L'élève remplit une zone de saisie ; l'unité de la réponse attendue figure à droite de cette zone de saisie.
- La calculatrice est proposée pour chaque problème.
- L'accès à l'aide est possible dès la première présentation de l'énoncé.
- La validation de la réponse correcte est accompagnée de une ou deux "solutions possibles" rédigées.

II. Les variables

a) Les énoncés :
Les 5 énoncés renvoient aux contextes classiques des "petits problèmes" arithmétiques, sans caractéristique de formulation particulière.
Toutefois, il existe des différences entre ces contextes du point de vue de la plausibilité du modèle proportionnel :
- P2 met en jeu une relation entre coût d'un produit et quantité achetée pour laquelle le modèle est très plausible (en l'absence d'informations supplémentaires) ;
- P3 et P4 contiennent une référence implicite au modèle (expressions "à allure régulière" et "qui travaillent à la même vitesse") ;
- en revanche P1 et P5 ne contiennent aucune indication textuelle de la référence au modèle alors qu'il est discutable pour les contextes choisis.

b) Les valeurs numériques et les grandeurs :
Les domaines de grandeurs sont les suivants : longueurs (3 fois), nombre d'objets (2 fois), durée (2 fois), volume (2 fois), prix (1 fois).
Les ensembles de valeurs numériques sont les suivants pour chacun des problèmes :
- P1 : un seul jeu ; rapports fonctionnel et scalaire simples (15/3 et 12/3) ;
- P2 : entiers simples pour les données et rapport scalaire simple (toujours ×3) ;
- P3 : entiers simples pour les données et rapport fonctionnel (km/h) simple (3, 4, 5, ou 6) ;
- P4 : entiers simples pour les données et rapport scalaire simple (toujours ×2) ;
- P5 : entiers simples pour les données et rapport scalaire simple (2, 3, 4 ou 5).

c) Les solutions proposées :
- P1 : opérateur scalaire (S1), valeur unitaire (S2) ;
- P2 : opérateur scalaire (S1), additif linéaire (S2) ;
- P3 : valeur unitaire uniquement scalaire ;
- P4 : rapport inverse ;

Proportionnalité Liaison CM2-6ème **Exercice 1 – 6N5S0ex1**

- P5 : opérateur scalaire.

d) La progression :
Dans tous les problèmes de cette séquence, les valeurs numériques restent très simples (entiers pouvant le plus souvent être traités en calcul mental). Au moins l'un des rapports correspond également à un entier simple.
La progression est définie par la simplicité plus ou moins grande des rapports en jeu qui facilite plus ou moins certaines procédures :
- deux procédures faciles à mettre en œuvre pour P1 ;
- procédures linéaires (multiplicative ou additive) faciles à mettre en œuvre pour P2 ;
- procédure valeur unitaire facile à mettre en œuvre pour P3 ;
- procédure scalaire facile à mettre en œuvre pour P5.

III. L'aide

Le premier écran de l'aide contient trois sortes d'éléments :
- l'énoncé de P1,
- l'hypothèse de linéarité est évoquée immédiatement en dessous de cet énoncé et la formulation "être proportionnel à" est définie par rapport à cette hypothèse,
- un menu propose deux "façons de résoudre ce problème" (liens 1 et 2) et un "autre problème" correspondant au même contexte (lien 3).

Le lien 1 conduit à une animation de la procédure scalaire seulement énoncée dans la "solution possible" S1. Cette animation met en jeu deux sortes de représentations de la structure du problème :
un dessin figuratif avec des flèches relationnelles qui traduisent le raisonnement scalaire,
un tableau qui traduit différemment ce même raisonnement.
Le lien 2 conduit à une animation de la procédure valeur unitaire basée uniquement sur la manipulation d'opérateurs scalaires (donc un peu différente de la "solution possible" S2) ; deux tableaux différents accompagnent cette animation, l'un reprenant le raisonnement de l'animation figurative et l'autre traduisant la valeur unitaire sous la forme d'un opérateur fonctionnel ("5 cL par orange").
Le lien 3 conduit à un autre énoncé contenant la même donnée de base (3 oranges ⇒15cL de jus) mais la question porte sur le nombre d'oranges pour obtenir une quantité de jus donnée. Deux procédures de résolution sont proposées sous la forme d'un menu. Chacune des procédures est décrite à partir d'un tableau de proportionnalité sur lequel figurent les opérateurs (scalaires pour l'une, fonctionnel pour l'autre).

I. Descriptif global de l'exercice

a) Intitulé : Recettes

b) Descriptif donné par le logiciel
Ces problèmes portent sur des recettes de cuisine. On demande de calculer les quantités nécessaires de un ou plusieurs ingrédients, en donnant soit la quantité d'un des ingrédients soit un nombre de personnes.

c) Eléments généraux :
- La séquence comporte 5 problèmes.
- Quatre des problèmes appartiennent à la classe des problèmes de mélange avec le contexte particulier des recettes de cuisine ; la tâche proposée est toujours de calculer des quantités d'ingrédients à partir d'une relation de proportionnalité ; le 5ème problème ne relève pas d'un raisonnement proportionnel et a le statut d'intrus dans la séquence.
- La calculatrice est proposée pour chaque problème.
- L'accès à l'aide est possible dès la première présentation de l'énoncé.
- La validation de la réponse correcte est accompagnée de une ou deux "solutions possibles" rédigées.

II. Les variables

a) Les énoncés :
- Deux énoncés concernent la même recette (le cake - P2 et P3)) ; le second correspond à l'intrus où c'est l'idée commune de "proportion" (au sens de rapport entre la quantité d'un ingrédient et les autres quantités) qui est évoquée.
- Le nombre d'ingrédients varie d'un énoncé à l'autre (2, 3 ou 4) ; la grandeur "nombre de personnes" (auquel correspond la recette ou la préparation) est présente dans deux énoncés (P2 et P4).
- Le nombre de réponses attendues varie : une pour P1 et P3, deux pour P5, quatre pour P2 et P4 (à saisir dans un tableau).
- L'idée de "recette de référence" n'est présente que dans P5 ("il faut...") ; dans les autres énoncés la notion de recette est prise dans un sens anecdotique ("la recette d'Emilie" ou de "Olivier ou de "on"...).

b) Les valeurs numériques et les grandeurs :
Les domaines de grandeurs sont les suivants (hors intrus) : masse (6 fois - toujours en grammes), volume (3 fois - toujours en cL), effectif (trois fois : œufs et personnes).
- P1 : un seul jeu ; rapports fonctionnel et scalaire simples (200/50 et 100/50) ;
- P2 : entiers simples pour les données ; rapport des personnes simple (toujours ×1/3) ; plusieurs rapports internes à la préparation de référence simples (en particulier : 2 fois plus de farine que de sucre et autant d'œufs que de personnes !) ;
- P4 : entiers simples pour les données ; rapports des personnes simples (×1/2 entre donnée et première question et ×3 entre première question et seconde) ; pas de rapport simple entre les deux quantités d'ingrédients ;
- P5 : entiers simples pour les données ; rapport non entier pour l'ingrédient de référence (×1,5) ; rapport simple entre la quantité de l'ingrédient de référence et les deux autres quantités (×4 et ×6).

Proportionnalité Liaison CM2-6ème **Exercice 2 – 6N5S0ex2**

c) Les solutions proposées :
- P1 : opérateur scalaire (S1), opérateur fonction (S2) ;
- P2 : rapports entre grandeurs de natures différentes ("internes" à la préparation et fonctionnels) pour S1 ; opérateur scalaire (S2) ;
- P4 : opérateur scalaire et additif linéaire (S1) ; opérateur scalaire deux fois (S2) ;
- P5 : décomposition linéaire (S1) ; rapports entre grandeurs de natures différentes (S2).

d) La progression :
Dans tous les problèmes de cette séquence, les valeurs numériques restent simples (entiers, souvent multiples de 5, 10 ou 100).
La progression est définie par la simplicité plus ou moins grande des rapports en jeu (sur le plan numérique et sur le plan des grandeurs) qui facilite plus ou moins certaines procédures :
- deux procédures faciles à mettre en œuvre pour P1 ;
- procédure scalaire facile à mettre en œuvre pour P2 (mais impliquant la grandeur "personnes") ; procédure fonctionnelle relativement difficile car impliquant un raisonnement "interne" à la préparation ;
- procédures linéaires relativement simples mais à enchaîner (deux fois deux valeurs à calculer) pour P4 ;
- procédure scalaire plus complexe du fait d'un opérateur décimal et procédure fonctionnelle impliquant deux rapports internes à la recette pour P5.

III. L'aide

L'aide est composée de trois grandes parties :

- D'abord une animation partant des données du problème P1 ("pâte à galette") ; une modification importante est apportée par rapport à ce problème : le nombre de personnes est indiqué (comme dans une "vraie recette") ; la procédure scalaire "double" est traduite graphiquement ; un raisonnement basé sur la valeur unitaire "1 cL" est aussi évoqué mais non détaillé ; la relation entre l'augmentation des quantités et le nombre de personnes est signalée et traduite graphiquement.
- Dans un deuxième temps, l'interface permet d'agir sur l'une des trois variables et de constater visuellement l'effet sur les deux autres ; l'idée de variation "proportionnelle" est énoncée et rattachée à l'expression courante "suivre la recette".
- La dernière étape met en jeu un tableau à trois colonnes traduisant les relations de proportionnalité entre les trois grandeurs évoquées précédemment ; les données numériques rencontrées dans les écrans précédents sont reportées dans le tableau et deux nouvelles mesures correspondant à deux nouvelles questions apparaissent ; deux procédures permettant de résoudre ces nouveaux problèmes sont alors énoncées et traduites dans le tableau (remplissage des cases et visualisation des opérateurs).

I. Descriptif global de l'exercice

a) Intitulé : Problèmes de comparaison

b) Descriptif donné par le logiciel
La tâche dans ces problèmes est d'effectuer une comparaison, portant sur la rapidité. Les grandeurs en jeu sont donc des distances, et des durées. Dans le dernier problème il y a des nombres décimaux simples.

c) Eléments généraux :

- La tâche proposée est de type "comparaison de vitesses" pour quatre des problèmes (le 4ème est de type "additif" , avec comme question "qui est arrivé en premier" et a le statut d'intrus dans la fiche).
- Tous les exercices sont des QCM, avec le choix entre deux ou trois réponses.
- La calculatrice est proposée pour chaque problème.
- L'accès à l'aide est possible dès la première présentation de l'énoncé.
- La validation de la réponse correcte est accompagnée de une ou deux "solutions possibles" rédigées.

II. Les variables

a) Les énoncés :
Les 5 énoncés parlent de comparaison de rapidité (sauf l'intrus).
Dans le premier, il y a trois trains qui parcourent la même distance avec des durées différentes. Donc c'est forcément celui qui met le moins de temps qui est le plus rapide.
Dans tous les autres (sauf l'intrus n°4), il y a une supposition : comme les distances ET les durées sont différentes, la comparaison n'a de sens qu'en supposant que la vitesse est constante.

b) Les valeurs numériques et les grandeurs :
Les 5 énoncés parlent de distances et de durées.
Les ensembles de valeurs numériques sont les suivants pour chacun des problèmes :

- P1 : un seul jeu ; 240km pour tous les trains. Trois durées différentes.
- P2 : le premier train fait le double de distance, le deuxième train met moins que le double de temps.
- P3 : calcul facile du nombre de minutes pour un kilomètre ;
- P4 : heures et minutes ;
- P5 : les distances sont décimales non entières. Les durées sont des entiers, en secondes. La première fourmi parcourt une distance triple dans le double de temps.

c) Remarques sur les solutions proposées :

- P1 : immédiat, compréhension du sens de « plus rapide » ;
- P2 : deux solutions de type linéaire multiplicatif, double et moitié ; indication du fait qu'on suppose que les trains roulent toujours à la même vitesse ;
- P3 : valeur unitaire (pour un kilomètre) ; une seule solution. Pas d'indication du fait que la vitesse est constante.
- P4 : addition ; une seule solution
- P5 : deux solutions qui utilisent le linéaire multiplicatif en égalisant une fois le temps et l'autre fois la distance. Pas d'indication du fait que la vitesse est constante.

d) Progression de la difficulté :
Le premier problème sert de support pour la compréhension du sens de la rapidité. Le deuxième reste dans le même contexte (trains). Pour le troisième il faut se ramener à la valeur unitaire. Le dernier contient une difficulté spécifique puisqu'il comporte des nombres décimaux.

III. L'aide

L'aide commence sur l'exemple du problème 1 : trois trains qui parcourent la même distance avec des durées différentes. La situation est illustrée par un dessin : deux colonnes « distance » et « temps » ; chaque train est sur une ligne, la distance et le temps sont figurés par des segments. Un commentaire s'affiche progressivement, et le dessin correspondant au train le plus rapide est entouré.

Ensuite un deuxième exemple, ou toutes les durées sont égales, est traité de la même manière.

On passe alors à un exemple où « tout est différent ». Il y a toujours un schéma, qui est interactif : l'élève peut régler l'extrémité des segments qui représentent la distance ou la durée, l'autre segment bouge alors lui aussi, ainsi que la valeur numérique indiquée dessus. Un commentaire explique qu'on peut se ramener à l'un des deux premiers cas : la même distance, ou la même durée. Une animation automatique montre ensuite chacun de ces deux cas.

Ensuite, on explique que tout ceci suppose que les trains roulent toujours à la même vitesse. Et on donne les calculs qui ont été faits dans les animations automatiques, en utilisant la linéarité.

I. Descriptif global de l'exercice

a) Intitulé : Augmentation, réduction.

b) Descriptif donné par le logiciel
Ce sont des problèmes de calcul d'une quatrième proportionnelle, avec deux grandeurs de même nature.

c) Eléments généraux :
- La tâche proposée est de type "calcul d'une 4ème proportionnelle" pour quatre des problèmes (P3 est de type QCM et a le statut d'intrus dans la fiche).
- L'élève remplit une zone de saisie ; l'unité de la réponse attendue figure à droite de cette zone de saisie. Pour P3 : QCM ; pour P5 : deux zones à remplir.
- La calculatrice est proposée pour chaque problème.
- L'accès à l'aide est possible dès la première présentation de l'énoncé.
- La validation de la réponse correcte est accompagnée de une ou deux "solutions possibles" rédigées.

II. Les variables

a) Les énoncés :
Trois des problèmes : 2, 4 et 5 parlent d'agrandissement ou de réduction dans des contextes différents : photographie, échelle sur une carte, modèles réduits de voitures.
2 problèmes parlent de verres et de liquide, d'où le choix pour le titre de la fiche de « augmentation » au lieu de « agrandissement » .
P3 et P5 comportent des dessins. Le dessin de P5 (voitures) est programmé pour suivre les valeurs de l'énoncé. Il y a deux modèles, un petit et un plus grand, avec trois cotes sur chaque modèle ; il faut trouver une longueur du petit modèle et une du grand.

b) Les valeurs numériques et les grandeurs :
Les domaines de grandeurs sont les suivants : longueurs (4 fois), avec les unités : cm, km, mm ; capacité, avec comme unité les verres de liquide. Les ensembles de valeurs numériques sont les suivants pour chacun des problèmes :
- P1 : un seul jeu ; rapports fonctionnel et scalaire simples (12/3 et 12/6) ;
- P2 : entiers simples pour les données et rapports simples ;
- P3 : entiers simples pour les données ; on double la hauteur dans le premier verre et on propose la hauteur double aussi dans le QCM ;
- P4 : entiers simples pour les données et rapports simples ;
- P5 : entiers simples pour les données, des rapports scalaires simples et une longueur choisie pour permettre une procédure de linéarité additive.

c) Les solutions proposées :
Il y a toujours deux solutions, sauf pour l'intrus. Les rapports employés sont tous des scalaires, puisque les grandeurs sont de même nature.
- P1 : rapport interne (S1), coefficient de proportionnalité (S2) ;
- P2 : rapport interne (S1), coefficient de proportionnalité (S2);
- P3 : intrus : « on ne peut pas répondre parce que on n'a pas une situation de proportionnalité » ;
- P4 : rapport interne (S2), coefficient de proportionnalité (S1);
- P5 : rapport interne (S2), coefficient de proportionnalité (S1).

Proportionnalité Liaison CM2-6ème Exercice 4 - 6N5S0ex4

d) La progression :
Dans tous les problèmes de cette séquence, les valeurs numériques restent très simples (entiers pouvant le plus souvent être traités en calcul mental). Au moins l'un des rapports correspond également à un entier simple.
Les éléments suivants apparaissent dans la progression :
- Pour P1, on peut passer par « le double » ;
- P3 est un intrus délicat, puisque la bonne réponse est « on ne peut pas répondre » ;
- Dans P5, on demande deux valeurs, une pour un modèle et l'autre pour l'autre.

III. L'aide

Le premier écran de l'aide contient :
- l'énoncé de P1,
- un menu qui propose de « résoudre ce problème », ou « un autre problème », ou « encore un autre problème » correspondant au même contexte de préparation de menthe à l'eau.

Le lien 1 conduit à une animation des deux procédures énoncées dans les solutions. Des verres sont représentés (verts pour la menthe, bleus pour l'eau). Des flèches apparaissent avec des opérateurs.
Le lien 2 conduit à une animation du même type, mais pour les valeurs : « 3 verres de menthe pour 12 verres d'eau, combien de verres d'eau pour 1 verre de menthe ? ».
Le lien 3 conduit à l'énoncé « 3 verres de menthe pour 12 verres d'eau, combien de verres d'eau pour 9 verre de menthe ? ». On montre ensuite plusieurs (3) procédures de résolution de ce problème, sous forme d'un tableau animé.

I. Descriptif global de l'exercice

a) Intitulé : A chacun son problème

b) Descriptif donné par le logiciel
Problèmes de proportionnalité simple composée.

c) Eléments généraux :
- La tâche proposée est de type "Proportionnalité simple composée" pour les 5 problèmes.
- L'élève remplit une zone de saisie pour les problèmes 1, 2, 4 et 5 l'unité de la réponse attendue figure à droite de cette zone de saisie.
  Pour le problème 3, l'élève doit choisir sa réponse parmi trois propositions.
- La calculatrice est disponible pour chaque problème.
- L'accès à l'aide est possible dès la première présentation de l'énoncé.
- La validation de la réponse correcte est accompagnée de une ou deux "solutions possibles" rédigées.
  Ces solutions rédigées apparaissent aussi même si l'élève a correctement répondu à la question.

II. Les variables

a) Les énoncés :
Les 5 problèmes sont variés ainsi que le jeu des unités : €, kg, cL ...
La présence de termes comme "identiques" et le choix même des contextes des problèmes renforcent le modèle "proportionnalité" qui est indiscutable.
- P1 met en jeu une relation entre des boîtes, des compas et des prix.
- P2 met en jeu une relation entre des sacs, des caisses et des masses.
- P3 met en jeu une relation entre des cartons, des lapins en chocolat et des masses.
- P4 met en jeu une relation entre des paniers, des doses de sucre en chocolat et des masses.
- P5 met en jeu une relation entre des éprouvettes, des récipients et des capacités.

b) Les valeurs numériques et les grandeurs :
- P1 : un seul jeu de valeurs entières permettant des calculs de tête.
- P2 : valeurs entières : le nombre de sacs de sucre est 15, 20 ou 25.
  le nombre de caisses est un multiple de 10 ;
- P3 : le jeu de valeurs est choisi parmi 4 définies par le groupe ;
  la masse totale de lapins est exprimée en kg dans l'énoncé mais les différentes masses proposées pour un lapin sont exprimées en g.
- P4 : valeurs entières : le nombre de doses de sucre par panier est 5, 10, 15 ou 20 ;
  la quantité totale de sucre est exprimée en kg dans l'énoncé et on attend une masse en g pour une dose de sucre.
- P5 : le volume d'une éprouvette est 10, 15 ou 20 cL. Le nombre d'éprouvettes nécessaires pour remplir un récipient est 6, 7, 8 ou 9.

c) Les solutions proposées :
- P1 : deux solutions qui reposent sur les calculs : (3*8)*4 et 3*(8*4)
- P2 : deux solutions similaires aux solutions du problème 1.
- P3 : deux solutions qui reposent sur les calculs :
  masse totale / (nombre de cartons * nombre de lapins par carton)

Proportionnalité Liaison CM2-6ème Exercice 5 – 6N5S0ex5

  et : (masse totale / nombre de cartons) / nombre de lapins par carton
- P4 : seule une solution est proposée :
  masse totale / (nombre de paniers * nombre de doses par panier)
- P5 : deux solutions qui reposent sur les calculs :
  volume total / (volume d'une éprouvette * nombre d'éprouvettes pour remplir un récipient)
  et : (volume total / volume d'une éprouvette)/ nombre d'éprouvettes pour remplir un récipient

d) La progression :
La progression est définie par la nature des calculs à effectuer et les conversions d'unités.
- P1 : deux multiplications consécutives
- P2 : deux multiplications consécutives
- P3 : une multiplication et une division mais trois réponses sont proposées à l'élève qui peut alors tester chacune d'elles ; ce problème prépare les deux suivants.
- P4 : une multiplication et une division avec en plus une conversion de kg en g ;
  ici la quantité totale est donnée à la fin de l'énoncé.
- P5 : une multiplication et une division. Ici la quantité totale est donnée au début de l'énoncé.

III. L'aide

Le premier écran de l'aide contient quatre sortes d'éléments :
- l'énoncé de P1,
- une schématisation de l'énoncé pour mettre en évidence les trois grandeurs : boîtes, compas, prix.
- une affirmation : « le prix est proportionnel au nombre de compas »
- un menu propose deux "façons de calculer le prix" (liens 1 et 2).

Le lien 1 ouvre un écran qui explique le calcul du prix d'une boîte en utilisant l'opérateur scalaire : nombre de compas par boîte.
Ensuite, en utilisant un nouvel opérateur scalaire (nombre total de boîtes), le prix total est alors calculé.

Le lien 2 ouvre un écran qui explique le calcul du nombre de compas par boîte.
Ensuite, en utilisant un nouvel opérateur scalaire (nombre total de compas), le prix total est alors calculé.

Chacune des deux procédures utilise des schémas sur lesquels figurent les opérateurs scalaires.
Deux tableaux synthétisent (modélisent) chacune des procédures. Les opérateurs scalaires ne sont pas replacés dans ces tableaux pour éviter une surcharge graphique.

I. Descriptif global de l'exercice

a) Intitulé : Par heure, par jour, par semaine

b) Descriptif donné par le logiciel
Problèmes de proportionnalité double

c) Eléments généraux :
- La tâche proposée est de type "Proportionnalité double" pour les 5 problèmes.
- L'élève remplit une zone de saisie pour les 5 problèmes. L'unité de la réponse attendue figure à droite de cette zone de saisie.
- La calculatrice est disponible pour chaque problème.
- L'accès à l'aide est possible dès la première présentation de l'énoncé.
- La validation de la réponse correcte est accompagnée de une ou deux "solutions possibles" rédigées.
  Ces solutions rédigées apparaissent aussi même si l'élève a correctement répondu à la question.

II. Les variables

a) Les énoncés :
Les 5 problèmes sont variés et le choix même des contextes des problèmes sous-entend une proportionnalité double à l'exception du problème 3.
- P1 : le prix d'un séjour à la montagne qui dépend du nombre de personnes et de la durée du séjour.
- P2 : la quantité d'eau pour arroser des arbres dépend du nombre d'arbres et du nombre de jours d'arrosage.
- P3 : le prix à payer pour un séjour dépend du nombre de personnes et de la durée du séjour ; problème intrus.
- P4 : la quantité de raisin ramassée dépend du nombre de personnes et de la durée de travail.
- P5 : la quantité d'eau pompée dépend du nombre de pompes et de la durée d'utilisation des pompes.

b) Les valeurs numériques et les grandeurs :
- P1 : un seul jeu de valeurs entières permettant des calculs simples.
- P2 : valeurs entières : la quantité d'eau utilisée par jour et par arbre est 2, 3 ou 4 L.
- P3 : le prix à payer la première semaine et pour une personne est un entier a compris entre 100 et 300, multiple de 10. Pour chaque semaine supplémentaire, le prix à payer est a – 50.
- P4 : valeurs entières : la quantité de raisins récoltée par heure et par personne est 50, 60, 70 ou 80 kg.
- P5 : Une pompe peut retirer en une heure un nombre entier de litres multiple de 10 compris entre 20 et 100.

c) Les solutions proposées :
- P1 : deux solutions qui reposent sur les calculs : (20*15)*8 et (20*8)*15
- P2 : k : quantité d'eau utilisée par jour et par arbre , a : nombre d'arbres et b : nombre de jours
  On donne c = k*a*b , k et b et on demande de calculer a.
  Les deux solutions reposent sur les calculs : a = (c/b)/k et a = c/(b*k)
- P3 : on calcule le prix du séjour pour une personne et ensuite le prix du séjour pour la famille.
- P4 : k : quantité de raisin récoltée par personne par heure, a : nombre d'heures et b : nombre de personnes

  On donne c = k*a*b , a et b et on demande de calculer k.
  Les deux solutions reposent sur les calculs : k = (c/a)/b et k = c/(a*b)
- P5 : k : débit horaire d'une pompe, a : nombre d'heures et b : nombre de pompes
  On donne c= k*a*b , k , b et on demande de calculer a.
  Les deux solutions reposent sur les calculs : a = (c/b)/k et a = c/(b*k)

d) La progression :
La progression est définie par la nature des calculs à effectuer.
- P1 : deux multiplications consécutives (exploitation directe de la proportionnalité double)
- P2 : deux divisions successives.
- P3 : le prix à payer pour le séjour est seulement proportionnel au nombre de personnes.
  La difficulté réside dans le calcul du prix du séjour pour une personne qui n'est pas proportionnel au nombre de semaines du séjour.
- P4 : la difficulté est similaire au problème 2.
- P5 : la difficulté est similaire au problème 2.

III. L'aide

Le premier écran de l'aide contient deux sortes d'éléments :
- l'énoncé de P1,
- un menu propose deux méthodes de résolutions du problème : « des phrases » et « des tableaux » et un lien pointant vers un autre problème similaire.

La première méthode de résolution précise pour commencer que c'est un problème de proportionnalité , que le prix dépend à la fois du nombre de personnes et de la durée du séjour.
Les deux possiblités exposées ensuite sont reprises dans les solutions détaillées du problème.
Possibilité 1 : 20*8 = 160 , 160*15 = 2400
Possibilité 2 : 20*15 = 300 , 300*8 = 2400

La deuxième méthode de résolution présente les calculs ci-dessus dans un tableau à double entrée (nombre de jours et nombre de personnes). Ce tableau fait apparaître deux tableaux de proportionnalité simple accompagnés chacun d'un coefficient multiplicateur *15 et *8.

Le problème présenté est identique modulo les valeurs numériques mais la question porte sur la durée du séjour et peut ainsi constituer une aide pour les problèmes 2 , 4 et 5.
Sa résolution présente un tableau à double entrée complété avec les données du problème.

ANNEXE 3

Documents relatifs aux exercices sur les échelles

ANNEXE 3.1

Extrait de l'article de A. Bodin (*Petit x* n°20 - 1989)

ANNEXE 3.2

Extrait de l'article de J.P. Levain (*Repères-Irem* n°25 - 1996)

ANNEXE 3.3

Les fiches d'analyse des cinq exercices de la série 6N5S2

(fiches également disponibles sur les sites dont les adresses figurent page 2 de cette brochure)

ANNEXE 3.1

Extrait de l'article de A. Bodin (1989)

L'ECHELLE : OBJET MATHEMATIQUE ?

A la réflexion, il nous apparaît que cet objet, que l'on pouvait croire sans surprise, en réserve en réalité beaucoup et n'est pas à proprement parler un **objet mathématique.**

Pour lui donner ce statut, il conviendrait sans doute d'utiliser les notions de similitude et de rapport de similitude, mais cela restreindrait la classe des objets représentables. C'est sans doute pour cela que certains manuels se contentent de parler de ***dessin reproduit à une certaine échelle.*** Le lecteur pourra, s'il le veut, essayer de trouver une définition formelle qui ne contredise pas trop l'usage que l'on fait habituellement des échelles.

Si l'échelle ne constitue pas un objet mathématique, le concept d'échelle est largement utilisé dans l'ensemble des sciences (le mot échelle peut être considéré comme un élément de l'inter-langue qui permet justement de rendre les mathématiques opératoires dans d'autres disciplines) et constitue un **objet d'enseignement** d'importance culturelle et sociale évidente. La pratique qui consiste à en donner, en mathématiques, une définition qui ne correspond pas à l'usage qui en est fait à l'extérieur des mathématiques, alors que justement, à l'intérieur des mathématiques la notion est sans intérêt, mérite d'être dénoncée.

Cet objectif d'enseignement permet ainsi de poser le problème de la **transposition didactique** (Chevallard, 1985) ainsi que le problème du sens des connaissances que l'on cherche à installer chez les élèves.

LES ECHELLES RENCONTREES PAR LES ELEVES

Depuis le CM, les élèves ont donc rencontré, plus ou moins explicitement, et pas seulement à l'école, la notion d'échelle. Cet objet d'enseignement est aussi un objet de la vie courante. Toutefois, les formes sous lesquelles les élèves rencontrent la notion d'échelle est très variée selon les disciplines ou les situations (il faudrait peut-être aussi être attentif à la polysémie du mot : ne parle-t-on pas d'échelle de température en physique, d'échelle de tonalité en arts plastiques, d'échelle musicale...).

En ce qui concerne les représentations, on peut identifier au moins quatre types d'échelles :

- **Echelle type 1** : une représentation étant donnée, elle est accompagnée d'un petit dessin tel que :

1 km

ou

1 km

Ce dessin étant lui même accompagné ou non du mot «échelle». Il faut souligner que ce procédé se généralise dans les manuels de géographie jusque dans les classes terminales des lycées.

- **Echelle type 2** : une représentation étant donnée, elle est accompagnée d'une indication du type :

«1 cm pour 2 km»

elle-même accompagnée ou non du mot «échelle».

- **Echelle type 3** : une représentation étant donnée, elle est accompagnée d'une indication telle que :

« × 15 » ou « : 50 »

accompagnée ou non de l'un des mots «échelle», «agrandissement», «grossissement» ou «réduction» (parfois «coefficient de...»).

- **Echelle type 4** : une représentation étant donnée, elle est accompagnée d'une indication telle que :

«échelle $\frac{1}{10\,000}$», «échelle $\frac{15}{100}$», «échelle $\frac{3}{250}$», «échelle $\frac{3}{1}$».

On retrouvera en annexe la fiche construite à partir de cette classification et destinée à l'analyse du contenu des manuels. On trouvera aussi des indications sur la répartition des exercices proposés dans les manuels. Le tableau croise les types d'échelles avec la nature de la tâche demandée aux élèves : appliquer l'échelle, calculer l'échelle... L'analyse de la tâche prend aussi en compte les variables didactiques suivantes : nécessité de procéder à des conversions d'unités et mode de présentation (verbale ou inconnue).

Les échelles de type 1, 2 et 3 étant rencontrées par les élèves depuis le CM, nous partons de l'idée que *l'objectif de l'enseignement en classe de cinquième est d'amener les élèves à la maîtrise des échelles de type 4*, donc à des échelles considérées comme des nombres (coefficient de proportionnalité sans dimension).

ANNEXE 3.2

Extrait de l'article de J.P. Levain (1996)

L'échelle : un concept délicat et ambigu

1. problématique

Les situations d'agrandissement et d'échelle sont aujourd'hui d'un usage relativement courant (photos, zooming, agrandissement ou réduction de documents à l'aide d'une photocopieuse, etc.). De même, la lecture de plan, ainsi que la distinction entre carte et territoire renvoient à des pratiques sociales tout à fait banalisées (notice d'agencement de "lego", construction d'un modèle réduit, choix d'un itinéraire, calcul du kilométrage etc.). Néanmoins les problèmes d'échelle posent dans leur ensemble de grosses difficultés à la plupart des élèves (environ 30% de non-réponses). Le calcul d'une échelle sous sa forme fractionnaire n'est réussi que par un peu plus du tiers des élèves de collège. Le changement d'écriture que traduit le passage d'une échelle de type : "2 cm pour 1 km" ou de type :

0 300m

vers une forme fractionnaire est encore plus délicat puisqu'il n'est réussi que par 27% de ces mêmes élèves (Levain, 1992).

Plusieurs hypothèses peuvent d'ores et déjà être avancées pour expliquer la faiblesse de ces résultats :

En ce qui concerne les programmes, l'échelle est une notion souvent introduite au CM$_2$; elle n'est plus enseignée en sixième puis réapparaît en cinquième. Il est permis de penser qu'un réinvestissement en quatrième et en troisième permettrait d'améliorer les performances des élèves. Les processus d'assimilation et de construction de sens s'étendent en effet sur du long terme.

Dans les problèmes d'échelle, le plan ou la carte est un objet physique sur lequel l'élève est invité à faire des mesures. Pourtant, au collège, il est progressivement demandé aux élèves de ne plus faire de mesures à la règle. Les différentes figures géométriques deviennent essentiellement des supports de réflexion. Leur statut est alors davantage qualitatif que quantitatif. En ce sens, représentants géométriques et représentants cartographiques renvoient à des démarches qui peuvent apparaître contradictoires à certains sujets.

Le concept d'échelle a par ailleurs un statut épistémologique ambigu. Il ne s'agit pas d'un objet mathématique au sens strict. Il n'est pas, contrairement aux autres objets mathématiques, étudié de manière interne à cette discipline. Il ne peut donc pas se définir exclusivement en référence à d'autres objets mathématiques. Une enquête en direction des professeurs permettrait sans doute de mieux cerner la part de connaissances extra-mathématiques véhiculées lors de l'enseignement de cette notion. Si par exemple l'expression fractionnaire de l'échelle reste une compétence exigible, ce n'est sans doute pas toujours la forme la plus pertinente pour raisonner sur les différentes grandeurs en jeu.

Enfin, le passage des problèmes d'agrandissement à ceux d'échelle n'est pas direct et ne va pas de soi. Considérons les deux exemples suivants : "le salon est trois fois plus grand que la cuisine" ou encore "ce négatif photo a été agrandi 25 fois". Les deux objets mis en rapport sont chaque fois d'une grandeur comparable, ils sont en fait facilement assimilables à des objets géométriques. Par contre, en ce qui concerne les problèmes d'échelle la différence de taille est telle entre les deux objets que d'emblée le rapport se construit plutôt comme un rapport entre un signifiant et un signifié que comme un rapport entre objets de même nature. L'échelle traduit alors les caractéristiques d'un signifiant dans son rapport au signifié comme celui d'une carte au territoire qu'elle représente. Comment faire, dans ce cas, pour restaurer entre ces deux objets une analyse géométrique en terme de rapport de similitude ?

Une étude préalable sous la forme d'un questionnaire que nous avons soumis à 225 élèves (Levain, 1994) nous a permis de souligner l'utilisation tardive de l'expression fractionnaire d'un rapport d'agrandissement puisqu'elle n'apparaît de manière significative qu'à partir de la classe de troisième. La grande majorité des élèves privilégient la forme décimale et approchée de ce rapport. Il faut peut-être voir là un effet lié à la généralisation des calculatrices. Cette enquête nous a permis de décrire deux niveaux de difficulté liés à l'objectivation du concept d'échelle exprimée sous forme de fraction :

1.- La principale source d'erreurs dans le calcul d'une échelle fractionnaire concerne l'harmonisation des unités. 25% des élèves "oublient" de gérer les unités et calculent un rapport dans lequel le numérateur est exprimé dans les termes du signifiant (toujours en centimètres) et le dénominateur dans ceux du signifié (en mètres ou en kilomètres). Ce type d'erreur est par ailleurs très stable puisqu'il augmente avec l'âge sensiblement dans les mêmes proportions que la réussite.

2.- Les difficultés constatées dans l'écriture même du rapport génèrent un grand nombre de non-réponses. Par exemple de nombreux élèves avouent après avoir tracé le trait de fraction : "je ne sais pas quoi mettre en haut et en bas". Les écritures plus ou moins aberrantes du rapport constituent à elles seules 5% du total des réponses.

ANNEXE 3.3

Les fiches d'analyse des cinq exercices de la série 6N5S2

- exercice 6N5S2ex1 « *Calculer l'échelle* »
- exercice 6N5S2ex2 « *Calculer la distance réelle* »
- exercice 6N5S2ex3 « *Calculer la distance représentée* »
- exercice 6N5S2ex4 « *Mesurer pour calculer des échelles* »
- exercice 6N5S2ex5 « *Mesurer pour calculer des grandeurs réelles* »

I. Descriptif global de l'exercice

a) **Intitulé :** Calculer l'échelle

b) Descriptif donné par le logiciel :
L'élève a un texte donnant, pour une représentation à l'échelle, une grandeur réelle et la grandeur représentée correspondante et il doit déterminer l'échelle de cette représentation.
10 questions. Le calcul doit se faire mentalement. Pour les quatre premières questions, les deux grandeurs sont exprimées dans la même unité.

c) Eléments généraux :

- la nature de la tâche : 2 mesures de longueur liées par une relation de "représentation" sont données et l'élève doit exprimer cette relation sous la forme d'une "échelle" ; le format de la réponse est fixé et l'élève n'a que le dénominateur à saisir ;
- l'échelle est exprimée sous la forme d'une écriture fractionnaire et introduite par l'expression : "tel objet est à l'échelle..." ;
- les valeurs numériques permettent un "calcul mental" (pas de calculatrice proposée) ;
- trois unités sont possibles : cm, m et km ;
- un "coup de pouce" est proposé pour les conversions (1 m = 100 cm - 1 km = 100 00 cm) ;
- l'écriture des nombres-solutions avec des espaces est imposée (message "nombre mal écrit").

II. Les variables

a) Les énoncés :

- évocation d'un "plan" et d'une "distance réelle" pour Q1 et Q2 ;
- évocation d'un "plan" et d'un "segment" pour Q3 et Q4 ("On a représenté sur un plan 3000 cm par un segment de 6 cm" - inversion de l'ordre d'introduction des données par rapport à Q1 et Q2) ;
- évocation d'une "maquette" sans référence explicite à l'objet réel pour Q5 et Q6 ("On a réalisé une maquette en représentant 7 m par 7 cm") ;
- évocation d'une "carte" et d'une "distance réelle" ("Sur une carte 19 cm représentent une distance réelle de 1900 km") pour Q7 à Q10.

b) Valeurs numériques et grandeurs

- même unité (cm) et distance représentée égale à 1 pour Q1 et Q2 ;
- même unité (cm) pour Q3 et Q4 ;
- 2 unités (m et cm) pour Q5 et Q6 ; décimal possible pour Q6 ;
- 2 unités (km et m) pour Q7 à Q10 ; décimal possible pour Q10.

d) Progression :

- la progression est définie d'abord par les divisions qui deviennent nécessaires à partir de Q3 pour exprimer l'échelle sous la forme d'une fraction de numérateur 1, ensuite par les opérations de conversion qui deviennent nécessaires à partir de Q5 ;
- les divisions comme les conversions restent simples (objectif de calcul mental).

III. Les commentaires

La tâche semble bien adaptée du point de vue calculatoire avec des valeurs numériques et des unités suffisamment simples pour que l'élève mobilise son attention sur les questions de conversion que pose

Proportionnalité Les échelles **Exercice 1 - 6N5S2ex1**

l'écriture fractionnaire de l'échelle (J.P. Levain observe que *"la principale source d'erreurs dans le calcul d'une échelle fractionnaire concerne l'harmonisation des unités"* - Levain, 1996)

Cependant la répétition sur 10 questions du même format de réponse (simple calcul du dénominateur avec l'aide éventuelle d'un algorithme donné en aide) risque d'enfermer l'élève dans une procédure stéréotypée ; il peut répondre sans s'occuper du sens du rapport qu'il écrit.

Ce caractère routinier de l'exercice est renforcé par l'épuration sémantique des énoncés : l'objet en présence est précis et évocateur (plan, maquette, carte) mais l'objet représenté est complètement "virtuel" (au mieux "une distance réelle" - rien pour le segment de Q3 et Q4 ou la maquette de Q5 et Q6). En outre la notion très abstraite de "représentation" est privilégiée pour évoquer la relation existant entre l'objet réel et son représentant (des formulations variées comme "correspond à" ou "réduit à" permettrait peut-être de mieux cerner le sens de cette relation).

Un commentaire valable pour toute la série est le choix de ne retenir que l'écriture fractionnaire pour exprimer les échelles (cf articles de Bodin, 1989 et Levain, 1996).

IV. L'aide

a) Description :

- l'aide démarre sur un avertissement concernant les unités ;
- est affichée ensuite l'affirmation "L'échelle peut s'écrire sous la forme d'une fraction dont le numérateur est égal à 1" (à noter la formulation non explicite "peut s'écrire") ;
- puis est présenté un algorithme pour le calcul du dénominateur ("dénominateur = distance réelle ÷ distance représentée") ;
- la signification de l'écriture utilisée pour exprimer l'échelle est donnée à partir d'un exemple numérique faisant référence à un plan et à une distance "dans la réalité" ("1 cm sur le plan correspond à 50 cm dans la réalité") ;
- l'algorithme est repris dans le cas où les distances connues ne sont pas exprimées dans la même unité.

b) Commentaires :
Le cas le plus fréquent est celui où les distances ne sont pas dans la même unité ; pourquoi ne pas traiter que celui là ?
Comme pour les %, la procédure la plus performante pour calculer une échelle s'appuie sur l'écriture des rapports avec traitement algébrique de l'inconnue ; mais cette procédure est prématurée en $6^{ème}$; à ce niveau, la représentation des relations sous la forme d'un tableau de type $4^{ème}$ proportionnelle est sans doute le moyen de donner du sens à cette écriture fractionnaire à laquelle on entraîne l'élève ; un tel tableau pourrait accompagner la présentation de l'algorithme.

V. Propositions

Cet exercice très centré sur l'écriture fractionnaire des échelles aurait peut-être plus sa place dans la série 4 "Fractions et pourcentages".
Un ou plusieurs exercices apprenant aux élèves à passer d'une écriture à une autre seraient souhaitables dans cette série (comme l'exercice 4 mais en généralisant les modes d'expression).

I. Descriptif global de l'exercice

a) **Intitulé** : Calculer la distance réelle

b) Descriptif donné par le logiciel :
L'élève a un texte donnant, pour une représentation à l'échelle, l'échelle et une grandeur représentée et il doit déterminer la grandeur réelle correspondante.
10 questions. L'élève a accès à la calculatrice. Difficulté croissante avec les conversions.

c) Eléments généraux :
- la nature de la tâche : une mesure de longueur effectuée sur un objet réduit (dessin, plan ou carte) est donnée ainsi que le coefficient de réduction ("échelle") et l'élève doit calculer la mesure "réelle" correspondant ;
- l'échelle est toujours exprimée sous la forme d'une écriture fractionnaire ;
- 4 unités sont possibles : mm, cm, m et km ;
- l'unité dans laquelle doit être exprimée la réponse est indiquée ;
- un "coup de pouce" est proposé pour les conversions (1 m = 100 cm - 1 km = 100 00 cm) ;
- l'accès à la calculatrice est autorisée ;
- l'écriture des nombres-solutions avec des espaces est imposée (message "nombre mal écrit").

II. Les variables

a) Les énoncés :
- l'objet représenté est seulement une "distance réelle" pour Q1 à Q3 ;
- l'objet représenté est précisé et plus varié pour Q4 à Q10 (avenue, maison, rivières, estrade,...) ;
- l'objet réduit est un dessin, un plan ou une carte ;
- le coefficient est introduit par l'expression "à l'échelle..." pour Q1 à Q9 et par l'expression "carte au..." pour Q10.

b) Valeurs numériques et grandeurs
- même unité (cm) entre grandeur lue et grandeur réelle pour Q1 ;
- conversion nécessaire ensuite : cm/m pour Q2, Q4, Q5, Q8 et Q10 ; cm/km pour Q3, Q6 et Q7 ; mm/m pour Q9 ;
- distance représentée égale à 1 cm pour Q1, Q2 et Q3 ;
- décimal possible à partir de Q5.

d) Progression :
- la progression est définie surtout par les opérations de conversion qui deviennent nécessaires dès Q2 ;
- pour les trois premières questions, le calcul est facilité par le fait que la mesure lue est l'unité et donc identique au numérateur de l'échelle.

Proportionnalité Les échelles **Exercice 2 - 6N5S2ex2**

III. Les commentaires

Comme pour l'exercice 1, la progression semble bien adaptée du point de vue strictement calculatoire. Les énoncés, les grandeurs et les formulations sont plus riches et diversifiés que dans l'exercice 1. Le risque de réponse stéréotypée paraît moins important ici.
Les deux choix qui peuvent être discutés sont les suivants :
- le recours exclusif à l'écriture fractionnaire pour exprimer l'échelle (voir analyse générale de la série) ;
- le fait que l'échelle est associée systématiquement à une réduction (lié au choix précédent).

IV. L'aide

a) Description :
- l'aide consiste, comme pour l'exercice 1, à fournir un algorithme de calcul : "dimension réelle = dimension représentée × dénominateur de l'échelle" ;
- l'aide démarre par un exemple numérique non contextualisé et exprimé sous la forme d'une assertion : "Une échelle de 1/50 signifie que 1 cm sur le plan correspond à 50 cm dans la réalité" ;
- l'avertissement concernant les unités est donné à la fin.

b) Commentaires :
Comme pour l'exercice 1, le choix de donner seulement un algorithme de calcul peut être discuté.
En outre, ici, la présentation et la formulation mêmes de l'algorithme posent problème. Pourquoi se contenter du cas le plus simple alors que c'est pour les autres cas que les élèves vont avoir des difficultés ?

V. Propositions

Les trois premiers exercices de cette série ont leur logique du point de vue de l'entraînement à manier l'écriture fractionnaire des échelles mais ils auraient plus leur place dans la série "fractions".
Les deux exercices 4 et 5 de l'actuelle série pourraient être alors être complétés par 2 ou 3 exercices (de cinq problèmes ?) qui seraient centrées sur la proportionnalité en jeu dans les problèmes d'échelles (variété des objets représentés, des représentations et des modes d'écriture de la relation entre les deux).

I. Descriptif global de l'exercice

a) Intitulé : Calculer la distance représentée

b) Descriptif donné par le logiciel :
L'élève a un texte donnant, pour une représentation à l'échelle, l'échelle et une grandeur réelle et il doit déterminer la grandeur représentée correspondante. 10 questions.
L'élève a accès à la calculatrice.
Difficulté croissante avec les conversions.

c) Eléments généraux :
- La nature de la tâche : On donne une situation concrète (échelle + longueur réelle) et on demande à l'élève de calculer la dimension représentée sur une carte ou un plan.
- L'élève remplit une zone de saisie.
- La calculatrice est proposée pour chaque question.
- L'unité réponse est imposée à droite de la zone de saisie.
- L'écriture de la réponse avec des espaces est imposée (message "nombre mal écrit").

II. Les variables

a) Les énoncés :
Pour chaque question un énoncé différent est donné (dessin, plan, carte) : mais le contexte est fixé pour chaque question.

b) Valeurs numériques et grandeurs
L'échelle est choisie aléatoirement parmi 2 ou 3 choix prédéfinis.
Il en est de même pour la dimension réelle donnée.
La situation ainsi complétée par ce couple de variables est vraisemblable.
A partir de la question 8, la dimension réelle donnée peut-être décimale et la réponse dans l'unitée demandée aussi.

c) Autres données :
Les unités dans la zone réponse :
L'unité imposée est celle qui convient pour décrire la dimension demandée.

d) Progression :
Il y a une difficulté croissante perceptible :
A la question 1, l'unité imposée dans la réponse est la même que l'unité de la grandeur réelle.
Dès la question 2, l'élève est confronté à cette conversion finale mais un coup de pouce est mis à sa disposition lui rappelant que 1 m = 100 cm et 1 km = 1000 m.
A partir de la question 8, deux dimensions représentées sont demandées.

Proportionnalité Les échelles **Exercice 3 - 6N5S2ex3**

III. Les commentaires

- La tâche et l'énoncé sont claires.
- Il y a une diversité dans le choix des énoncés liée à la diversité recherchée des échelles proposées.
- L'élève est confronté à deux difficultés :
  - Il doit effectuer le calcul qui permet de trouver la dimension représentée (réponse dans l'unité de la distance réelle)
  - Il doit enfin convertir sa réponse dans l'unité demandée.

IV. L'aide

a) Description :
L'aide reprend l'exemple d'une maison représentée sur un plan à l'échelle 1/50

b) Commentaires :
La procédure donnée pour trouver la longueur représentée repose sur le calcul suivant : longueur mesurée/dénominateur
C'est la méthode de calcul proposée dans les exos de cette série (voir aide de l'exo1)
L'aide précise bien que l'unité de la longueur trouvée par ce calcul est l'unité de la longueur réelle donnée dans l'énoncé.

V. Propositions

a) Pour l'exercice :
- On pourrait laisser l'élève choisir son unité finale et lui demander de convertir dans celle plus appropriée à la situation en cas de réponse mathématiquement correcte.
- 5 questions ne suffisent pas ?
- Dans ce cas, pour graduer davantage la difficulté, on pourrait peut-être choisir des situations pour lesquelles il n'y a pas de conversions à effectuer pour les trois premières questions.
- La réponse fausse l'élève pourrait être barrée et une solution même succinte fournie.

b) Pour l'aide :
- La procédure utilisée est unique et imposée dans l'aide de l'exo1 :
  Dénominateur = distance réelle / distance représentée
  Cette procédure utilise donc la définition fractionnaire de l'échelle.
- La proportionnalité des grandeurs représentées et réelles n'est pas exploitée ou du moins n'est pas suffisamment visible pour l'élève.

I. Descriptif global de l'exercice

a) Intitulé : Mesurer pour calculer des échelles

b) Descriptif donné par le logiciel :
On donne à l'élève une légende (un segment et la dimension réelle correspondante) et l'élève doit mesurer à l'aide de la règle virtuelle afin de déterminer l'échelle de cette représentation.
5 questions. Difficulté croissante avec les conversions et les calculs si le segment ne mesure pas 1 cm.

c) Eléments généraux :
- la nature de la tâche : la donnée principale est une "légende" supposée issue d'un "plan" et exprimée sous la forme d'un segment auquel est associé une mesure de longueur ; l'élève doit mesurer la longueur du segment au moyen d'une "règle graduée" (instrument Mathenpoche) et exprimer le rapport entre les deux mesures fournies par la légende sous la forme d'une "échelle" ; le format de la réponse est fixé et l'élève n'a que le dénominateur à saisir ;
- l'échelle est exprimée sous la forme d'une écriture fractionnaire et introduite par l'expression : "ce plan est à l'échelle…" ;
- les valeurs numériques permettent un "calcul mental" (pas de calculatrice proposée) ;
- trois unités sont possibles : cm, m et km ;
- l'écriture des nombres-solutions avec des espaces est imposée (message "nombre mal écrit").

II. Les variables

a) Les énoncés :
L'énoncé ne varie pas dans cet exercice.

b) Valeurs numériques et grandeurs
- la longueur des segments est fixée pour l'exercice mais varie avec les questions : 1 cm pour Q1 et Q2, 2 cm pour Q3, 5 cm pour Q4 et 2,5 cm pour Q5 (complexité croissante des calculs) ;
- la longueur représentée par le segment correspond à des valeurs numériques simples (quotients entiers multiples de 10) ;
- les unités pour cette longueur représentée sont le cm pour Q1, le m pour Q2 et Q3, le km pour Q4 et Q5.

d) Progression :
La progression est définie par la difficulté des conversions et des calculs nécessaires à partir de Q2.

III. Les commentaires

La tâche ne pose aucun problème du point de vue calculatoire.

La mesure du segment au moyen de la règle graduée est plus qu'un gadget, ici, car elle réintroduit le geste principal dans la notion d'échelle : mesurer ; les problèmes de précision de la mesure sont cependant complètement occultés dans cet exercice sans que la raison en soit évidente (sans doute

Proportionnalité Les échelles **Exercice 4 - 6N5S2ex4**

permettre à l'élève de centrer son attention sur le calcul qui permet d'obtenir la bonne écriture).

Le point le plus discutable de cet exercice est l'accent mis sur l'écriture fractionnaire de l'échelle qui semble donner sa finalité à la tâche ; c'était déjà le cas dans l'exercice 1 mais le choix d'entraîner l'élève à cette écriture était annoncé comme tel ; la seule différence ici est que le point de départ est une autre écriture possible de l'échelle (plus géométrique avec la notion de segment "unité") ; plutôt que de favoriser une activité de passage d'une écriture à une autre, c'est systématiquement une compétence liée à l'écriture fractionnaire qui est de nouveau privilégiée (alors qu'elle ne sera maîtrisée au mieux qu'à la fin du collège - Levain, 1996) ; une tâche partant de l'écriture qui semble la plus parlante aux élèves, celle du segment de référence ("légende"), mais qui favorise le passage à plusieurs autres écritures (dont l'écriture fractionnaire) semblerait mieux correspondre à ce que l'on sait des capacités des élèves de 6ème (et à l'esprit des programmes ?).

Un autre point qui pose problème dans cet exercice est la formulation utilisée : le terme de "légende" est-il le bon ? est-il compris par les élèves ? La notion d'échelle n'est pas une notion mathématique en elle-même et la restreindre à la seule écriture fractionnaire comme c'est le cas ici peut se discuter (très souvent ce qui est appelé "légende" ici est appelé "échelle"…).

IV. L'aide

a) Description :
L'aide proposée pour cet exercice est la même que pour l'exercice 1 mais avec seulement le cas où les mesures sont exprimées dans la même unité (alors qu'ici seule la question 1 relève de ce cas…).

b) Commentaires :
L'observation précédente confirme l'impression que cet exercice n'a été conçu que comme une variante de l'exercice 1 avec seulement un point de départ différent (et une manipulation qui le rend d'ailleurs plus attrayant et sans doute plus facile que l'exercice 1 - à vérifier).

V. Propositions

a) Pour l'exercice :
La nature de la tâche et la progression de la difficulté sont à conserver pour cet exercice.

En revanche la signification de cette tâche pourrait sans doute être enrichie en insérant la représentation appelée ici "légende" ("échelle de type 1" pour Bodin, 1989) dans un contexte (géographie ?) et en la présentant comme un passage d'une écriture à une autre.

b) Pour l'aide :
Une aide spécifique serait alors nécessaire pour cet exercice.

I. Descriptif global de l'exercice

a) Intitulé : Mesurer et grandeurs réelles

b) Descriptif donné par le logiciel :
L'élève doit mesurer une dimension sur une représentation à l'échelle donnée pour en déduire la grandeur réelle correspondante.
Les représentations et l'échelle sont fixes mais la grandeur réelle demandée est aléatoire dans la représentation (qui en comporte au moins cinq différentes).

c) Eléments généraux :
- La nature de la tâche : On donne un dessin avec son échelle et on demande à l'élève l'une des dimensions réelles d'un élément de la figure.
- L'élève remplit une zone de saisie.
- La calculatrice est proposée pour chaque question.
- Une règle graduée est à la disposition de l'élève.
- L'unité réponse est imposée à droite de la zone de saisie.
- L'écriture de la réponse avec des espaces est imposée (message "nombre mal écrit").

II. Variables

a) Enoncé :
Au dessus la figure on décrit brièvement mais simplement la figure sous la forme :
"Voici ....à l'échelle ...."
Une question claire est posée au dessous de la figure.

b) Les variables :
L'échelle est fixée pour chaque figure.
Q1 : 1/2 000
Q2 : 1/500
Q3 : 1/20
Q4 : 1/50 000
Q5 : 1/2 000 000 .

c) **Les échelles :**
Pour chaque question une figure différente est donnée : mais elle est fixée pour chaque question.
Q1 : Un champ rectangulaire contenant 5 parcelles rectangulaires
Q2 : Le plan d'une école (zones rectangulaires)
Q3 : Patron d'une chemise (segments obliques)
Q4 : Plan d'une commune (villages représentées par des croix)
Q5 : Plan d'une région

d) Progression de la difficulté.
La difficulté croissante est liée au choix de la figure : Pour les deux premières figures, les segments à mesurer sont horizontaux ou verticaux ce qui facilite la manipulation de la règle graduée.

Proportionnalité Les échelles **Exercice 5 - 6N5S2ex5**

L'unité imposée est celle qui convient pour décrire la dimension demandée (m, m, cm, km, km)

III. Commentaires

- La tâche et l'énoncé sont claires.
- Il y a une diversité dans le choix des figures liée à la diversité recherchée des échelles proposées.
- L'élève est confronté à 3 difficultés :
  - Il doit manipuler la règle graduée pour mesurer la bonne dimension demandée sur le dessin
  - Il doit ensuite effectuer le calcul qui permet de trouver la dimension réelle (réponse en cm)
  - Il doit enfin convertir sa réponse dans l'unité demandée.
- Il n' y a pas réellement de difficulté progressive dans l'enchaînement des questions.

IV. L'aide

a) Description :
- L'aide reprend l'énoncé de la première question : le champ composé de parcelles.
- Cette aide est une solution détaillée de la première question pour une parcelle.

b) Commentaires :
- La procédure donnée pour trouver la longueur réelle repose sur le calcul suivant : "dénominateur de l'échelle"×longueur mesurée.
  C'est la méthode de calcul proposée dans les problèmes de cette séquence (voir aide de l'exo2)
- L'aide précise bien qu'il faut convertir la longueur réelle trouvée (en cm) dans l'unité exigée.

V. Propositions

a) Pour l'exercice :
- La figure 3 (chemise) aurait sa place à la question1 car ici il n' y a pas de conversion à effectuer.
- On pourrait laisser l'élève choisir son unité finale et lui demander de convertir dans celle plus appropriée à la situation en cas de réponse mathématiquement correcte.
- Pour donner une difficulté croissante, on pourrait peut-être positionner la règle graduée à la question 1.
  Q1 : une seule difficulté : le calcul ;
  Q2 : deux difficultés : mesurer la grandeur demandée et le calcul ;
  Q3 : trois difficultés : mesurer la grandeur demandée et le calcul et l'élève choisit l'unité qui convient ;
  Q4 et 5 : trois difficultés : cette fois-ci l'unité est imposée.

b) Pour l'aide :
La procédure utilisée dans l'aide est unique et imposée dans l'aide de l'exo1 :
Dénominateur = distance réelle / distance représentée
Cette procédure utilise donc la définition fractionnaire de l'échelle.
La proportionnalité des grandeurs représentées et réelles n'est pas exploitée ou du moins n'est pas suffisamment visible pour l'élève.

ANNEXE 4

Grille d'analyse d'un scénario d'usage

Le groupe Enseignement des Mathématiques et Usage en Ligne d'Exercices (*EMULE*) a débuté ses travaux en septembre 2005, dans le cadre d'un partenariat INRP-IUFM de Bretagne. Il s'intéresse aux modalités d'intégration de ressources en ligne dans les enseignements de mathématiques, en primaire et au collège.
Il s'est en conséquence penché sur la notion de *scénario d'usage*, en s'appuyant sur la définition de Guin et Trouche (2004), et en élaborant une grille détaillée de description du scénario d'usage pour une séquence intégrant une ressource en ligne (ici nous donnons seulement l'exemple de la grille correspondant à l'usage de MEP).

Une présentation des travaux du groupe est disponible sur le site EDUCMATH à l'adresse :
http://educmath.inrp.fr/Educmath/ressources/rep-ressou/emule/

Dates prévues : **Classe :**

Canevas de la séquence	
Ressources choisies (ici MEP, mais aussi autres supports, manuels par exemple), Contenus mathématiques, Objectifs.	
Nombre des séances, répartition et articulation des séances machine et des séances classiques, durée des séances.	
Nature des séances (indiquer en particulier la fonction de MEP) : · découverte, · travail d'une compétence technique, · application d'une méthode ou d'un savoir-faire vu en cours, · réinvestissement de connaissances anciennes, · remédiation, · soutien, · évaluation diagnostique, · évaluation finale, · …	
Références à MEP dans les séances classiques	

Séances en classe intégrant MEP:	
Contenu	
Progression (imposée, avec des seuils ou pas)	
Différenciation	
Traces écrites demandées	
Organisation des séances machine : · individuel · binômes (rôles déterminés ?) · groupes · demi-classe MEP et demi-classe fiches (avec tables de travail pour ceux qui ne sont pas sur ordinateur)...S'ils sont en binôme est-ce qu'ils ont des rôles bien déterminés dans le contrat ?) · groupe-classe · ...	
Interventions de l'enseignant prévues lors des séances machines :	
Contenu (contrat, technique ou mathématique)	
Support (tableau, affiche, vidéo projecteur...)	
Travail sur le logiciel prévu hors de la classe :	
Quel travail et ou doit-il se passer ?	
Après une ou plusieurs séances :	
Emploi d'éventuels suivis informatiques des élèves	
Constitution d'une synthèse après plusieurs séances ?	
Info sur ce que les élèves ont fait hors de la classe ?	

ANNEXE 5

Fiches papier de la séquence expérimentée en $6^{\text{ème}}$

Les fiches papier présentées ici n'ont pour but que d'illustrer, par quelques exemples, la séquence décrite précédemment (pages 28 à 31).

L'intégralité des fiches utilisées dans la séquence est disponible au téléchargement (voir adresses page 2).

Le tableau ci-dessous permet de situer les fiches retenues comme exemples dans la séquence (le tableau complet figure page 31).

SEANCES	SITUATIONS	CONTENU	
S1	*sous-groupe-logiciel* + *sous-groupe-fiches*	MEP	FICHES PAPIER **Fiche S1S2 :** «Problèmes »
S2			
S3	*groupe-classe*		
S4	*groupe-classe*	**Fiche S4 :** « Méthodes pour résoudre un problème de proportionnalité » (bilan-synthèse)	
S5	*sous-groupe-logiciel* + *sous-groupe-fiches*	MEP	FICHES PAPIER **Fiche S5S6 :** « Agrandissement-réduction » (otarie, verres)
S6			
S7	*groupe-classe*	**Fiche S7 :** « Problèmes - suite »	
S8	*groupe-classe*	**Fiche S8 :** « Proportionnalité ou pas ? » (bilan-synthèse)	

Sixième **Séance - Problèmes** Le ....

Problème n°1 :

En pressant 3 oranges, on obtient 15 cl de jus d'orange. Quelle quantité de jus obtient-on en pressant 12 oranges ?

Ce que j'ai trouvé et comment j'ai fait :

Les problèmes suivants sont présentés de manière identique dans la fiche (2 par page). Nous ne donnons ci-dessous que leurs énoncés.

Problème n°2 :

Pour faire de la pâte à galettes, on utilise 200 g de farine de blé noir pour 50 cl d'eau. Combien utilise-t-on de farine pour 100 cl d'eau ?

Problème n°3 :

Le train Goëland parcourt 240 km en 1h30. Le train Mistral parcourt 240 km en 2h. Le train Hirondelle parcourt 240 km en 1h. Quel est le plus rapide ?

Problème n°4 :

Pour une fête, on prépare de la menthe à l'eau avec du sirop de menthe et de l'eau ; il faut 3 verres de sirop de menthe pour 12 verres d'eau.
Combien utilise-t-on de verres d'eau pour 6 verres de sirop de menthe ?

Problème n°5 :

Un directeur d'école commande 4 boîtes de compas. Dans chacune des boîtes, il y a 8 compas. Un compas coûte 3 euros. Combien le directeur doit-il payer en tout ?

Problème n°6 :

Pour un séjour à la montagne, le prix est de 20 euros par personne et par jour. Quel est le prix d'un séjour pour un groupe de 4 personnes et pour 6 jours ?

Problème n°7 :

Aurélie achète 30 cm de ruban et paie 20 centimes d'euros. Son amie Christine a besoin de 90 cm du même ruban. Combien va-t-elle payer ?

Problème n°8 :

Emilie fait un cake pour 12 personnes en utilisant les ingrédients suivants : des raisins secs, 480 g de farine, 240 g de sucre, 12 œufs. Quelle quantité de farine, de sucre et d'œufs lui faut-il avec la même recette pour 4 personnes ?

Problème n°9 :

Le train Aigle parcourt 290 km en 2h38min. Le train Gazelle parcourt 580 km en 4h46min.
Quel est le plus rapide ?

Problème n°10 :

Un photographe a décidé de faire un agrandissement d'une photo. La photo a pour dimension 10 cm de largeur et 30 cm de longueur. L'agrandissement a une largeur de 20 cm. Quelle est la longueur de l'agrandissement ?

Problème n°11 :

Un transporteur doit livrer du sucre dans un magasin. Les sacs de 7 kg de sucre sont placés dans des caisses. Chaque caisse contient 20 sacs. Le transporteur charge 80 caisses pleines dans son camion. Quelle quantité de sucre le transporteur a-t-il chargée dans son camion ?

Problème n°12 :

Dans son jardin, M. Durand utilise pour l'arrosage 3 litres d'eau par jour et par arbre. Pendant 4 jours, il a utilisé 60 litres pour arroser ses arbres. Combien d'arbres a-t-il dans son jardin ?

METHODES POUR RESOUDRE UN PROBLEME DE PROPORTIONNALITE

Exemple de problème

La voiture de Xavier consomme 10 litres de gasoil pour parcourir 200 km.

1) Quelle est sa consommation pour 300 km ?

Dans ce problème, on considère qu'il y a **proportionnalité entre la consommation de gasoil et la distance parcourue** (dans la réalité cela se produit lorsque la voiture roule à vitesse régulière, par exemple sur une autoroute).

METHODE 1

La voiture consomme 10 litres pour 200 km, donc elle consomme .... pour 100 km.

Puisque 300 km est la somme de 200 km et 100 km, la consommation pour 300 km est

....

Si on utilise un tableau, on peut représenter cette méthode ainsi :

Distance parcourue (en km)	200	100	300
Consommation (en litres)	10		

METHODE 2

300 km c'est ..... fois plus que 200 km (200 × .... = 300).

Donc la consommation pour parcourir 300 km est .... fois plus grande que la consommation pour 200 km c'est à dire ....

Si on utilise un tableau, on peut représenter cette deuxième méthode ainsi :

Distance parcourue (en km)	200	300
Consommation (en litres)	10	

Exemple de problème (suite)

La voiture de Xavier consomme 10 litres de gasoil pour parcourir 200 km.

2) Quelle distance peut-elle parcourir avec un plein de 56 litres ?

METHODE 3

Puisque l'on sait que la voiture parcourt 200 km avec 10 litres, on peut facilement trouver combien elle fait de kilomètres avec 1 litre : elle en fait ...... fois moins, c'est-à-dire ....

Avec 1 litre la voiture fait .... , avec 56 litres elle en fait donc 56 fois plus : ....

Exemple de problème (suite)

La voiture de Xavier consomme 10 litres de gasoil pour parcourir 200 km.

3) Quelle distance peut-elle parcourir avec 112 litres ? et avec 127 litres ?

METHODE 4

Pour cette troisième question, on peut utiliser une autre méthode qui consiste à faire directement un tableau de proportionnalité :

Quantité de gasoil (en litres)	10	112	127
Distance (en km)	200		

Puisqu'il s'agit d'un **tableau de proportionnalité,** on peut obtenir tous les nombres de la 2ème ligne du tableau en multipliant ceux de la 1ère ligne par un même nombre.

On trouve ce nombre à partir de la colonne qui est déjà complète : 200 est le produit de 10 par le nombre ....

On peut alors compléter les deux autres colonnes en utilisant ce nombre que l'on appelle **coefficient de proportionnalité.**

BILAN DES QUATRE METHODES

On peut faire un tableau général pour les trois questions du problème et vérifier qu'avec les quatre méthodes on trouve bien les mêmes résultats :

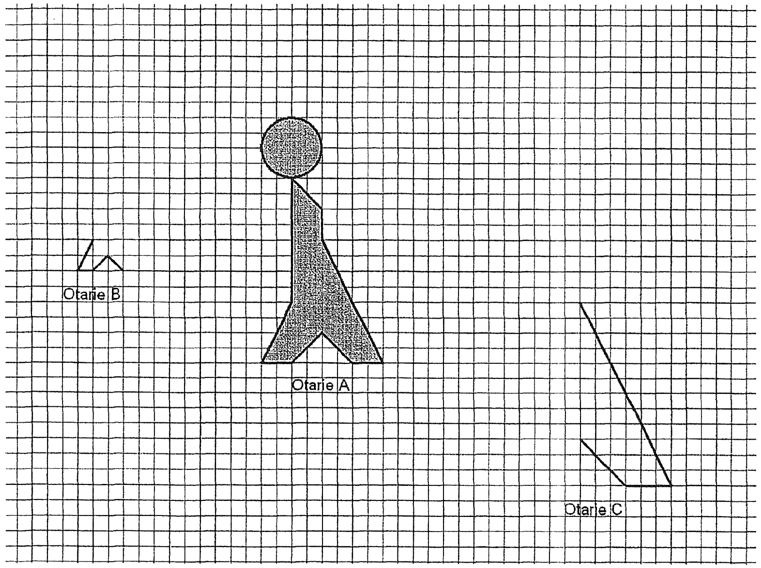
Quantité de gasoil (en litres)	10		56	112	127
Distance (en km)	200	300			

Sixième **Séance ... : Agrandissement et réduction** Le ....

NOM : .... PRENOM : .... CLASSE : ....

Activité n° 1 :

Termine chaque dessin pour obtenir une otarie B réduite et une otarie C agrandie "de même forme".



Complète les phrases suivantes :

Pour obtenir les longueurs de l'otarie B, j'ai multiplié les longueurs de l'otarie A par ....

Pour obtenir les longueurs de l'otarie C, j'ai multiplié les longueurs de l'otarie A par ....

Comment obtient-on l'otarie C à partir de l'otarie B ?

....

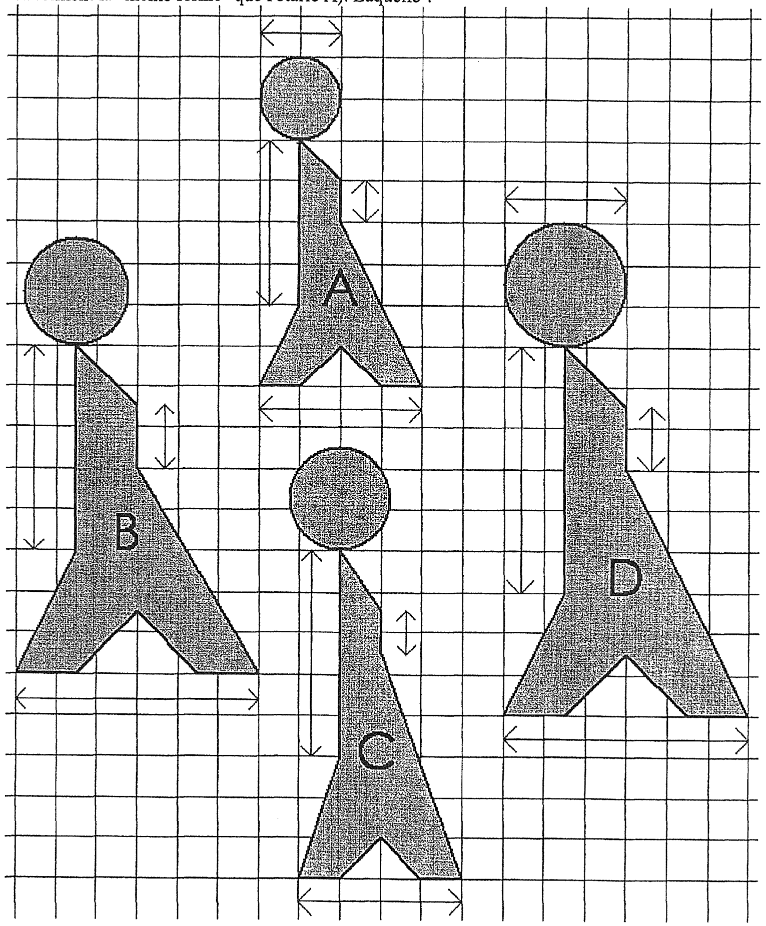
....

Sixième **Séance ... : Agrandissement et réduction** Le ....

NOM : .... PRENOM : .... CLASSE : ....

Activité n° 2 :

L'un des 3 dessins B, C, D est un agrandissement du dessin A (c'est-à-dire que l'otarie dessinée a exactement la "même forme" que l'otarie A). Laquelle ?

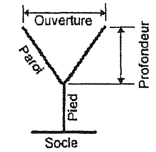


Pour cet agrandissement, toutes les longueurs de l'otarie A ont été multipliées par ....

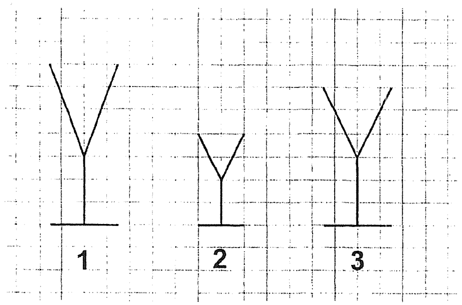
Sixième | **Séance ... : Agrandissement et réduction** | Le ....

NOM : .... PRENOM : .... CLASSE : ....

Activité n° 3 :



Voici trois verres. Deux d'entre eux sont du même service et pas le troisième. Trouve celui qui est à part et explique pourquoi il n'est pas comme les autres.



Numéro du verre différent : ....

Mes raisons (*utilise le vocabulaire ci-dessus*) :

....

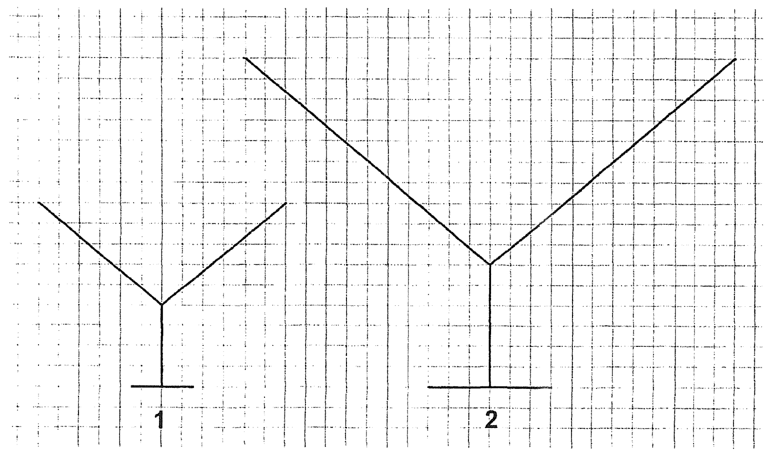
....

....

....

Activité n° 4 :

Le verre n°2 est-il un agrandissement du verre n°1 ? Réponse : ....



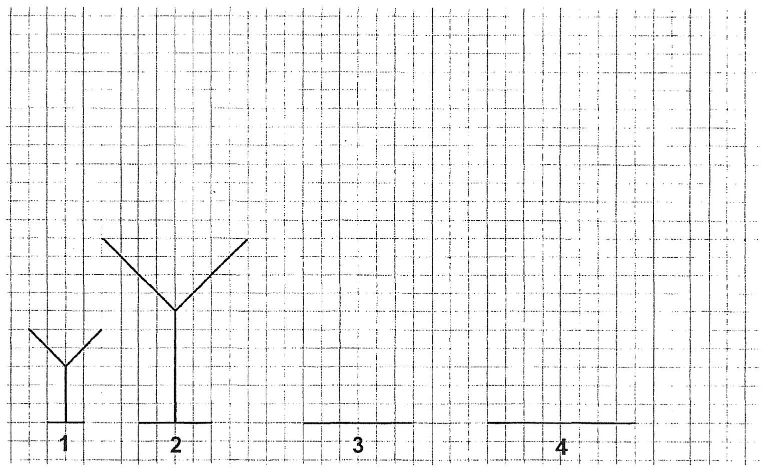
Pourquoi ? ....

Sixième | **Séance ... : Agrandissement et réduction** | Le ....

NOM : .... PRENOM : .... CLASSE : ....

Activité n° 5 :

Voici le dessin d'un service de verres.
Compléter les verres n°3 et n°4 de la série à partir des deux premiers verres du service.



Le verre n°4 est un agrandissement du verre n°2.
Pour cet agrandissement toutes les longueurs du verre n°2 ont été multipliées par ....

Le verre n°3 est un agrandissement du verre n°2.
Pour cet agrandissement toutes les longueurs du verre n°2 ont été multipliées par ....

Pas facile : Comment obtient-on le verre n°3 à partir du verre n°4 ?

....

Sixième

Séance 7 - Problèmes (suite)

Le ....

Nom et prénom : .... Classe : ....

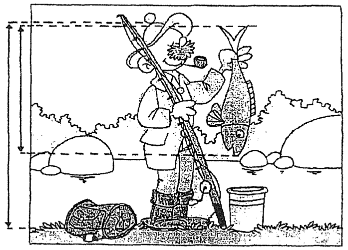
Problème 1 :

Aujourd'hui, François a 30 ans et son fils Simon a 6 ans.
Quel âge aura Simon quand son père aura 60 ans ?

Problème 2 :

Un fermier a 6 vaches et suffisamment de foin pour les nourrir pendant 36 jours. S'il n'avait eu que 2 vaches, pendant combien de jours aurait-il pu les nourrir avec la même quantité de foin ?

Problème 3 :



François qui mesure 1,80 m a pêché un brochet. Son fils Simon a photographié cette prise pour impressionner ses copains.

Quelle est la longueur réelle du brochet ?

PROPORTIONNALITE OU PAS ?

Exemple 1

Antonio a pris deux fois le même taxi. La première fois le trajet était de 5 km et il a payé 8 €.
La seconde fois, le trajet était de 20 km et il a payé 25 €.
Le prix de la course est-il proportionnel à la longueur du trajet ?

La seconde fois, le trajet est .... fois plus long que la première fois ; s'il y avait proportionnalité, alors il aurait dû payer .... fois plus c'est à dire ......×8 = ... Or il n'a payé que .... € donc il n'y a pas proportionnalité.

Exemple 2

Si un enfant mesure 80 cm à 1 an combien mesurera-t-il à 10 ans ?

Sera-t-il 10 fois plus grand à 10 ans ? Bien sûr que non sinon il mesurerait ....

La taille n'est pas proportionnelle à l'âge et on ne peut pas répondre.

Exemple 3

En pressant 3 oranges j'obtiens 13,5 cL de jus ; en pressant 5 oranges j'obtiens 22,5 cL de jus ; et en pressant 10 oranges j'obtiens 45 cL de jus. La quantité de jus obtenu est-elle proportionnelle au nombre d'oranges pressées ?

Pour ce problème, il est utile de reporter les données dans un tableau.

Nombre d'oranges			
Quantité de jus (en cL)			

....

....

On peut dire que dans cet exemple **la quantité de jus ....au nombre d'oranges pressées.**

Exemple 4

En pressant 3 oranges j'obtiens 12 cL de jus ; en pressant 5 oranges j'obtiens 15 cL de jus ; et en pressant 8 oranges j'obtiens 27 cL de jus. La quantité de jus obtenu est-elle proportionnelle au nombre d'oranges pressées ?

Pour ce problème, il est utile de reporter les données dans un tableau.

Nombre d'oranges			
Quantité de jus (en cL)			

....

....

On peut dire que dans cet exemple **la quantité de jus ....au nombre d'oranges pressées.**

Exemple 5

Simon a 4 ans et son père François a 35 ans. Quel sera l'âge de Simon lorsque son père aura 70 ans ?

L'âge de François aura doublé mais l'âge de son fils aura-t-il doublé ? ....

Il n'y a pas proportionnalité entre l'âge du père et de son fils.

Cependant, on peut trouver l'âge de Simon : ....

ANNEXE 6

Fiches papier de la séquence expérimentée en $5^{ème}$

Les fiches papier présentées ici n'ont pour but que d'illustrer, par quelques exemples, la séquence décrite précédemment (pages 39 à 42).

L'intégralité des fiches utilisées dans la séquence est disponible au téléchargement (voir adresses page 2).

Les tableaux ci-dessous permettent de situer les fiches retenues comme exemples dans la séquence (tableaux complets des deux phases pages 40 et 41).

<table>
<tr><th>SEANCES</th><th>SITUATIONS</th><th colspan="2">CONTENU</th></tr>
<tr><td>H1</td><td rowspan="2">sous-groupe-logiciel
+
sous-groupe-fiches</td><td rowspan="2">MEP</td><td rowspan="2">FICHES PAPIER
Fiche H1H2 : graphiques, mouvement uniforme ou pas</td></tr>
<tr><td>H2</td></tr>
<tr><td>H3</td><td>groupe-classe</td><td colspan="2">Fiche H3 : proportionnalité , mouvement uniforme, graphiques (bilan-synthèse)</td></tr>
<tr><td>H4</td><td>groupe-logiciel
(binômes)</td><td colspan="2" rowspan="2">Fiche H4H5 : proportionnalité et pourcentages</td></tr>
<tr><td>H5</td><td>groupe-classe
(binômes)</td></tr>
<tr><td>H6</td><td>groupe-classe</td><td colspan="2">Fiche H6 : pourcentages (bilan-synthèse)</td></tr>
<tr><td>H7</td><td>groupe-classe</td><td colspan="2"></td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Z1</td><td>groupe-classe
(binômes)</td><td colspan="2">Fiche Z1 : échelles (activités)</td></tr>
<tr><td>Z2</td><td>groupe-classe</td><td colspan="2">Fiche Z2 : échelles (bilan-synthèse)</td></tr>
<tr><td>Z3</td><td>groupe-logiciel</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td>Z4</td><td>groupe-classe</td><td colspan="2">Fiche Z4 : tableaux de proportionnalité (bilan-synthèse)</td></tr>
<tr><td>Z5</td><td rowspan="2">sous-groupe logiciel
+
sous-groupe fiches</td><td rowspan="2">MEP</td><td rowspan="2">FICHES PAPIER
Fiche Z5Z6 : échelles et tableaux (évaluation)
Fiche Z6 : statistiques (devoir maison)</td></tr>
<tr><td>Z6</td></tr>
<tr><td>Z7</td><td>groupe-classe</td><td colspan="2"></td></tr>
</table>

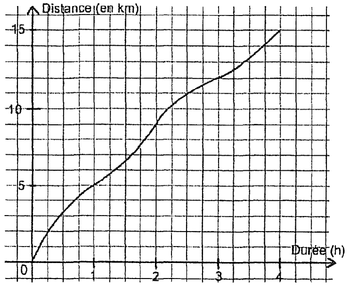
Cinquième **Séance … : Tableaux et graphiques** Le ……………

NOM : …………………………… PRENOM : …………………… CLASSE : …………

Activité n° 1 : Les trois randonneurs

Les deux premiers graphiques indiquent la distance parcourue par deux randonneurs en fonction de la durée de la randonnée. Le troisième graphique indique, en fonction de la durée, la distance restant à parcourir par un troisième randonneur pour rejoindre son domicile.

Par lecture graphique, complète chaque tableau.



Durée (h)	1	2	2,5	
Distance (km)				15

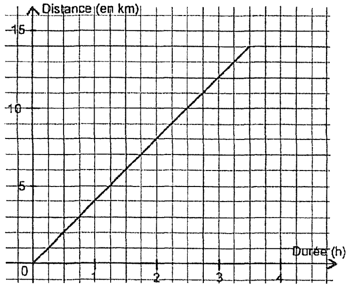
Ce tableau est-il un tableau de proportionnalité ?

Réponse justifiée : ……………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………



Durée (h)	1	2		
Distance (km)			10	14

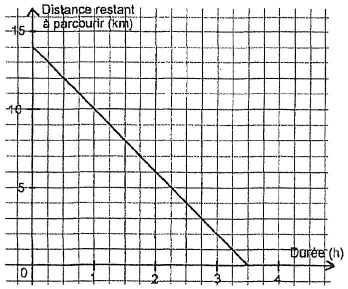
Ce tableau est-il un tableau de proportionnalité ?

Réponse justifiée : ……………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………



Durée (h)	0,5	2		
Distance restant à parcourir (km)			3	0

Ce tableau est-il un tableau de proportionnalité ?

Réponse justifiée : ……………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

……………………………………………………………………

En observant les graphiques, on peut reconnaître sans calculs la ou les situations de proportionnalité.

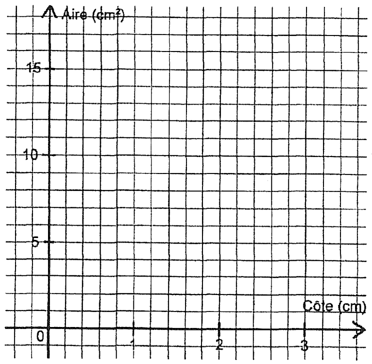
Comment ? ……………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

Cinquième **Séance … : Tableaux et graphiques** Le ……………

NOM : …………………………… PRENOM : …………………… CLASSE : …………

Activité n° 2 : On veut savoir si l'aire d'un carré est proportionnelle à la longueur d'un côté.



On rappelle que l'aire d'un carré de côté c est égale à c×c

a) Complète le tableau ci-dessous.

Coté (cm)	1	2	1,5	
Aire (cm²)				

b) Place, sur le repère ci-contre, les points correspondants aux couples du tableau.

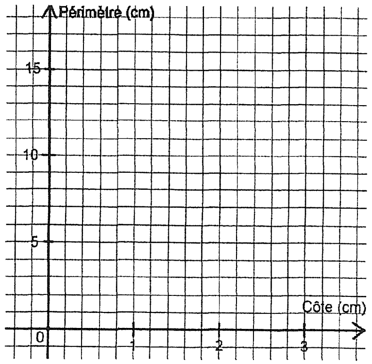
c) Ce n'est pas une situation de proportionnalié.

Qu'est-ce qui te permet de l'affirmer en regardant seulement le graphique ?

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

Activité n° 3 : On veut savoir si le périmètre d'un carré est proportionnel à la longueur d'un côté.



a) Complète le tableau ci-dessous.

Côté (cm)	1	2	1,5	
Périmètre (cm)				

b) Place, sur le repère ci-contre, les points correspondants aux couples du tableau.

c) Utilise le graphique pour dire s'il s'agit d'une situation de proportionalité.

……………………………………………………………………………………

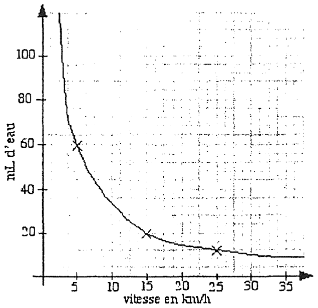
……………………………………………………………………………………

PROPORTIONNALITE

I Graphiques

Exemple 1 : "Quand il pleut des cordes, cours ou bien déborde"

La courbe ci-dessous représente la quantité d'eau reçue par des personnes se trouvant sous une pluie battante selon la vitesse à laquelle elles se déplacent.



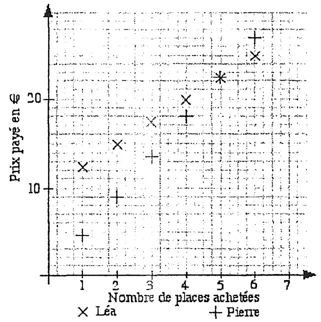
Vitesse (en km/h)			
Quantité d'eau (en ml)			

La quantité d'eau reçue ....

....

Exemple 2 : Les places de cinéma

Pierre paie plein tarif. Léa achète une carte d'abonnement et paie alors tarif réduit à chaque séance. Les points représentent le prix payé par chacun en fonction du nombre de séances de cinéma.



Nombre de places			
Prix payé par Pierre (en €)			
Prix payé par Léa (en €)			

Le prix payé par Pierre ....

....

Le prix payé par Léa ....

....

A retenir :

Une situation de proportionnalité est représentée par des ....

....

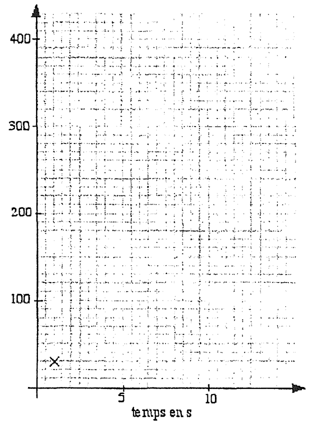
II Un exemple : le mouvement uniforme

Exemple 1 :

Une voiture roule sur une portion de ligne droite d'une départementale à la vitesse de 30 m/s (soit 108 km/h). On s'intéresse à la distance parcourue par la voiture en fonction du temps écoulé. On peut considérer son mouvement comme uniforme.

Temps (en s)	Distance (en m)
1	
5	
8	
	300

La voiture

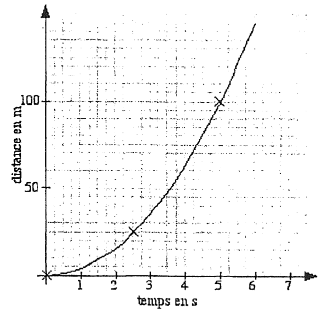


Exemple 2 : Les places de cinéma

La voiture est prise en chasse par un motard de la gendarmerie. Le mouvement du motard qui accélère pour rattraper la voiture est représenté ci-dessous. Il n'est pas uniforme.

Temps (en s)	Distance (en m)
2,5	
	100

Le motard



A retenir :

Quand un mouvement est uniforme :

- La distance parcourue ....
- Le graphique correspondant est ....

Cinquième **Séance 4 : Proportionnalité et pourcentages** Le ....

NOM : .... PRENOM : .... CLASSE : ....

Consigne :
Les exercices que tu viens de faire avec Mathenpoche ressemblent aux quatre problèmes ci-dessous.
Par exemple, l'exercice 4 de Mathenpoche t'aidera à résoudre le problème 1.
Sur ton cahier de brouillon note ce qui peut te servir, notamment les aides.
Je ne te demande pas de les résoudre.

Problème 1 : (Voir exercice 4 de Mathenpoche)
Avec un pot de 3 kg de peinture, on peint une surface de 10,5 m².
Quelle masse de peinture faut-il pour peindre une surface de 24,5 m² ?
Quelle surface peut-on peindre avec 10 kg de peinture ?

Problème 2 : (Voir exercices 3 et 4 de Mathenpoche)
15 photocopies reviennent à 0,60 €.
1. Quel prix peut-on prévoir pour cent photocopies ?
2. Avec 2 €, combien peut-on espérer faire de photocopies ?

Problème 3 : (Voir exercice 2 de Mathenpoche)
Un stade de 25 000 places a accueilli 21 250 spectateurs lors du dernier match.
Quel était le pourcentage de places occupées pour cette rencontre ?

Problème 4 : (Voir exercice 2 de Mathenpoche)
Au collège de Marie, le foyer socio-éducatif prend en charge 25 % du prix des voyages scolaires alors que dans celui de Charles, pour un voyage qui coûte 180 €, le foyer a donné 54 €.
1. Marie participera à un voyage qui coûte 230 €. Quel montant sera pris en charge par le FSE ?
2. Dans le collège de Charles, quel pourcentage du voyage est financé par le foyer ?

POURCENTAGES

a) Appliquer un pourcentage

Exemple

Dans une classe de 20 élèves, 15 % des élèves portent des lunettes. Combien d'élèves ont des lunettes ?

Première méthode :

Deuxième méthode :

Nombre total d'élèves		
Nombre d'élèves à lunettes		

Dans cette classe ...... élèves portent des lunettes.

Application 1 (hausse)

En 2004, il y avait 650 élèves dans un collège. En 2005, ce nombre a augmenté de 2 %. Combien y-avait-il d'élèves dans ce collège en 2005 ?

Application 2 (baisse)

A l'occasion des soldes, un commerçant fait 20 % de remise sur les prix inférieurs à 50 € et 30 % de remise sur les autres. Écrire les nouveaux prix sur les étiquettes.

~~13 €~~ ~~30 €~~ ~~55 €~~ ~~43 €~~ ~~110 €~~

b) Calculer un pourcentage

Exemple

Un capital de 450 € rapporte 11,25 € d'intérêts au bout d'un an. A quel taux était-il placé ?

Première méthode :

Les intérêts représentent $\frac{11,25}{450}$ du capital initial.
Or $\frac{11,25}{450} = \frac{........}{100}$

Le capital était donc placé à ....

Deuxième méthode :

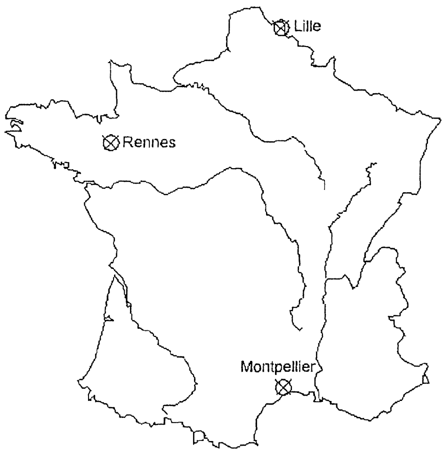
Capital (en €)		
Intérêts (en €)		

Remarque :
Le coefficient de proportionnalité du tableau est

Cinquième **Séance 1 : Echelles** Le ....

NOM : .... PRENOM : .... CLASSE : ....

Activité n° 1 : La carte de France



Echelle : « *1 cm sur la carte représente 100 km dans la réalité.* »

a) Quelle est la distance réelle, à vol d'oiseau, entre Rennes et Lille ?

Explique ta démarche:

....

....

....

b) Quelle est la distance réelle, à vol d'oiseau, entre Rennes et Montpellier ?

Explique ta démarche :

....

....

....

c) Place sur cette carte la ville de Limoges située à 340 km de Rennes et 560 km de Lille.

Explique ta démarche :

....

....

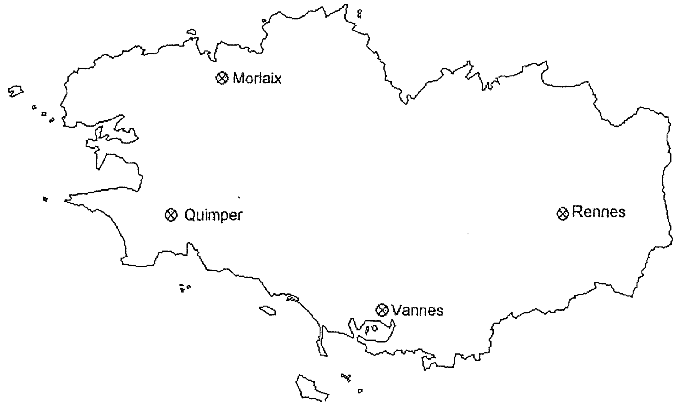
....

Cinquième **Séance 1 : Echelles** Le ....

NOM : .... PRENOM : .... CLASSE : ....

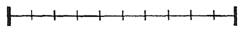
Activité n° 2 : La Bretagne

Voici la carte de la Bretagne que l'on trouve dans deux manuels différents à l'identique.
Seules les échelles ne sont pas présentées de la même façon.



a) Complète les deux échelles de cette même carte et le tableau ci-dessous sachant que la distance réelle
entre Rennes et Vannes est de 90 km à vol d'oiseau.

Livre n°1



Livre n°2

Distance réelle		Vannes - Rennes 90 km		
Longueur sur la carte	1 cm		Vannes - Morlaix .... cm	Morlaix - Quimper .... cm

c) Simon dit : « *Cette carte, c'est une réduction de la réalité : Ici, les longueurs sur la carte sont 20 fois plus petites que dans la réalité !* »

Pourquoi l'affirmation de Simon est-elle fausse ? Explique son erreur.

....

....

....

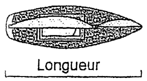
Cinquième **Séance 1 : Echelles** Le ....

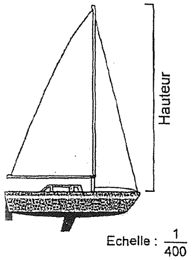
NOM : .... PRENOM : .... CLASSE : ....

Activité n° 3 : Le voilier

Les plans ci-contre représentent (à la même échelle) un voilier vu de dessus et de profil.

On peut lire en bas du plan ceci : « Echelle : $\frac{1}{400}$ »





a) Que signifie donc cette écriture fractionnaire ?

Donne deux autres représentations de cette échelle :

« *1 cm sur le plan représente*

.... »

ou sous la forme d'un segment comme dans l'activité 2 :

b) Complète l'affirmation de Simon :

« *Ces plans sont une réduction de la réalité : Ici, les longueurs sont*

.... *que dans la réalité !* »

c) Quelle est la longueur réelle du voilier et la hauteur réelle du mât ?

....

....

....

d) Arthur a réalisé une vue de profil de son bateau.
Détermine l'échelle de son plan sous la forme fractionnaire :

$\frac{\text{.........}}{\text{...............}} = \frac{1}{\text{...............}}$

Explique tes calculs :

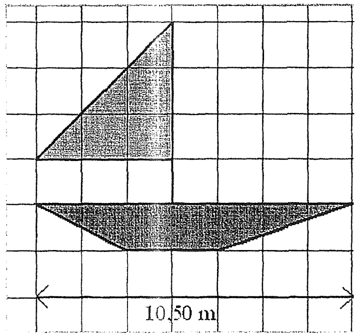
....

....

Quelle est la hauteur réelle du mât ?

....

....

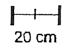
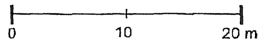
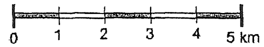


Cinquième **Séance 1 : Echelles** Le ....

NOM : .... PRENOM : .... CLASSE : ....

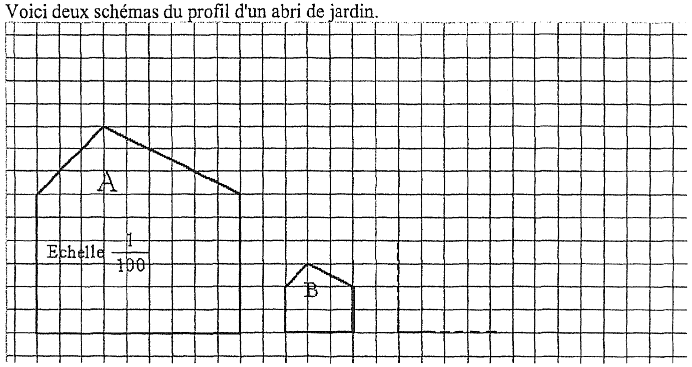
Activité n° 4 : D'une échelle à l'autre

Complète le tableau. La première ligne te montre l'exemple.

Le dessin d'une machine	1 cm sur le dessin représente 20 cm		$\frac{1}{20}$	: 20
Le plan d'une école				
Le plan d'une ville			$\frac{1}{2000}$	
Une carte routière				
Un dessin industriel (circuit électronique)	10 cm sur le dessin représentent 1 cm			

Activité n° 5: L'abri de jardin

Voici deux schémas du profil d'un abri de jardin.



a) A quelle échelle est réalisé le schéma B ?

....

....

b) Termine le schéma *C* de cet abri à l' échelle $\frac{1}{150}$

Echelles

I Introduction

Les échelles se rencontrent dans de nombreuses disciplines sur des cartes, des plans, des dessins. Elles permettent de représenter la réalité sur une feuille en conservant les proportions de l'objet dessiné.
Elles servent aussi à retrouver les dimensions ou les distances réelles à partir d'une carte ou d'un plan.
Les échelles peuvent être de réduction (carte routière par exemple) ou d'agrandissement (schéma d'une bactérie par exemple).

II Différentes expressions d'une échelle

Sur la carte vue en activité, l'échelle peut s'exprimer de différentes façons

- par un segment gradué : 0 ├┼┼┼┼┼┼┼┼┼┤ 100 km

  ici, ... cm sur le dessin représentent 100 km dans la réalité ;

- par une phrase traduisant la relation entre les distances réelles et sur le dessin ;

  ici, 1cm ....

- par un opérateur à appliquer à la distance réelle pour trouver la distance sur le dessin :

  ici, il faut .... les distances réelles par ....

- par un nombre qui est le rapport suivant : $\dfrac{distance\ sur\ la carte}{distance\ réelle}$, les deux distances étant exprimées dans la **même** unité. Pour les cartes et les plans, ce nombre peut s'écrire sous forme de fraction de numérateur 1 :

  ici, ce nombre est $\dfrac{\ldots\ldots\ldots\ldots}{\ldots\ldots\ldots\ldots} = \dfrac{1}{\ldots\ldots\ldots\ldots}$

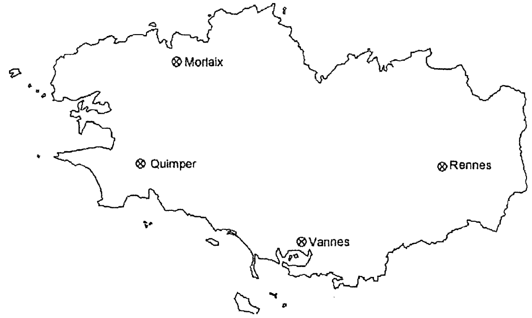
III Echelles et coefficient de proportionnalité

Application : Complète le tableau suivant en t'aidant de la carte (on rappelle que la distance Vannes-Rennes fait 90 km en réalité)

Distance réelle		Vannes - Rennes .... cm	
Longueur sur la carte	1 cm		Rennes - Quimper .... cm

×

A retenir :
Lorsque les deux distances sont exprimées dans la même unité, le coefficient de proportionnalité qui est visible à droite du tableau est le quatrième type d'échelle rencontré au paragraphe précédent.

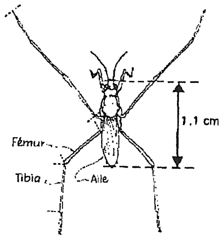


Remarques importantes :
- Si c'est une échelle de réduction, le coefficient de proportionnalité est .... à 1
- Si c'est une échelle d'agrandissement, le coefficient de proportionnalité est .... à 1.

IV Cas particulier : échelle d'agrandissement

Exemple :

Le guerris est un petit insecte qui vit à la surface de l'eau des bassins. Il est représenté ci-contre.



Complète le tableau :

	Corps	Fémur	Tibia
Longueur réelle (en mm)			
Longueur sur le dessin (en mm)			

×

Exprime l'échelle du dessin de 4 façons différentes (comme au paragraphe 2) :

├...... 1 cm sur le dessin représente .... dans la réalité

l'opérateur est .... le coefficient de proportionnalité est ....

TABLEAUX DE PROPORTIONNALITE

I Reconnaître ou remplir un tableau de proportionnalité avec un coefficient de proportionnalité

Remplis le tableau ci-dessous, en respectant les opérateurs.

× 7 : 7

0	0,5	1	1,5	2		3,3	
0	3,5	7	10,5	14	21		

Ce tableau est un tableau de proportionnalité.

Définitions

Un tableau de proportionnalité est un tableau qui comporte deux listes de nombres, telles que l'on puisse trouver un opérateur « multiplier par .. » ou « diviser par .. » pour passer d'une liste à l'autre. On dit aussi que les nombres d'une liste du tableau sont proportionnels à ceux de l'autre liste.
L'opérateur multiplicatif qui fait passer de la première liste à la deuxième est appelé un coefficient de proportionnalité.

Applications : Les tableaux suivants sont-ils des tableaux de proportionnalité ?

1,2	0,8
6	4
8,4	5,6

0	2	5	7
2	4	7	9

6	5,4
12	11,4

3	3,75
4	5

Commentaires :

- Pour un tableau, il y a donc toujours deux coefficients de proportionnalité possibles, qui sont inverses l'un de l'autre.
- Un coefficient de proportionnalité peut être un entier, mais aussi un nombre décimal, ou une fraction.
- Un tableau de proportionnalité peut se présenter en lignes ou en colonnes.
- Pour montrer qu'un tableau n'est pas un tableau de proportionnalité, on peut donc montrer qu'il n'est pas possible de trouver un opérateur multiplicatif faisant passer d'une ligne (ou d'une colonne) à l'autre. Un cas simple est celui où le tableau comporte un nombre égal à 0, qui correspond à un nombre différent de 0.

Remarques à retenir :
- **Quand un tableau est un tableau de proportionnalité, et n'est pas complet, on peut utiliser un coefficient de proportionnalité pour le remplir.**
- **Dans un tableau de proportionnalité rempli il y a au moins quatre nombres.**

II D'autres moyens pour reconnaître ou remplir un tableau de proportionnalité

Sur le premier tableau, on a observé que l'on pouvait passer de la première à la deuxième ligne en multipliant par 7, mais on peut aussi remarquer d'autres propriétés :

0,5	1	1,5
3,5	7	10,5

A retenir :
Quand deux listes de nombres sont proportionnelles, on a les deux propriétés suivantes, qu'on appelle *les propriétés de linéarité* :

- **A la somme de deux nombres d'une liste correspond la somme des nombres correspondants de l'autre liste.**
- **Au produit d'un nombre d'une liste par un nombre *p* correspond le produit du nombre correspondant de l'autre liste par *p*.**

0,5	1	1,5	2	
3,5	7	10,5	14	21

On peut utiliser ces propriétés pour remplir un tableau, ou encore pour montrer qu'un tableau n'est pas un tableau de proportionnalité.

Exercice : Montre que les tableaux ci-dessous ne sont pas des tableaux de proportionnalité parce qu'ils ne vérifient pas au moins une des deux propriétés de linéarité.

0	2	5	7
2	4	7	9

6	5,4
12	11,4

Cinquième ...... **Séance ... : Evaluation** Le ....

NOM : .... PRENOM : .... NOTE : $\frac{}{10}$

Exercice n°1 :

Un terrain de basket est un rectangle de 28 m de longueur. Pour le représenter, Jimmy a dessiné un rectangle de longueur 11,2 cm et de largeur 6 cm.

a) Quelle est l'échelle du dessin de Jimmy ?

....

....

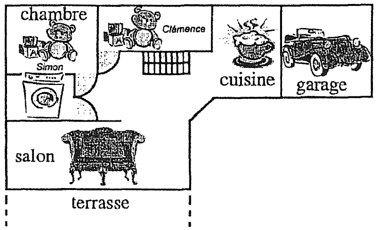
b) Quelle est la largeur réelle de ce terrain de basket ?

....

....

....

Exercice n°2 :



Voici le plan de la maison de M. et Mme Dupont à l'échelle $\frac{1}{200}$.

a) Quelles sont les dimensions de la chambre de Clémence?

....

....

b) Ils veulent rajouter une terrasse rectangulaire de 3 m de large le long du salon : Termine la terrasse.

Exercice n°3 : Voici un tableau de proportionnalité.

7	35	y
4	x	2,4

Calculer x et y : ....

....

....

....

Exercice n°4 : Le tableau suivant est-il un tableau de proportionnalité ?

10	2	6	12
7	1,4	4	8

Explique ta réponse : ....

....

....

Cinquième **DEVOIR MAISON N°....**
A rendre le ....

Problème : Quelle est la meilleure cantine ?

A la demande de leur professeur de mathématiques, des élèves ont fait une enquête auprès des usagers de la cantine dans deux collèges.
Voici comment se répartissent les réponses concernant la satisfaction :

	Collège Ducasse	Collège Rollinger
Très satisfaits	41	78
Satisfaits	126	187
Peu satisfaits	70	45
Pas satisfaits	43	60
Total des usagers	**280**	**370**

On ne peut pas facilement comparer ces réponses car **l'effectif total** des usagers n'est pas le même dans les deux collèges.

a) Pour pouvoir comparer, calcule la **fréquence en pourcentage** de chacune des réponses :
Tu arrondiras, si nécessaire, les résultats à 0,1 % près.

	Collège Ducasse	Collège Rollinger
Très satisfaits		
Satisfaits		
Peu satisfaits		
Pas satisfaits		
Total (en %)	**100**	**100**

b) Pour faciliter encore la comparaison, représente maintenant la répartition des réponses au moyen d'un **diagramme semi-circulaire** (Tu prendras 8 cm comme rayon du diagramme).
Commence par remplir le tableau ci-dessous (Tu arrondiras, si nécessaire, les angles à 1° près).

	Collège Ducasse	Collège Rollinger
Très satisfaits		
Satisfaits		
Peu satisfaits		
Pas satisfaits		
Total (angles en °)	**180**	**180**

c) Rédige une conclusion concernant la satisfaction des usagers dans ces deux collèges.

Editeur :

I.R.E.M. de RENNES – Université de RENNES 1

Dépôt légal : 4ème trimestre 2006

ISBN : 2-85728-069-6

IREM de RENNES – UFR de Mathématiques
Université de RENNES 1
Campus de Beaulieu – 35042 Rennes Cedex

http://www.irem.univ-rennes1.fr

Secrétariat ☎ 02 23 23 51 74
sec-irem@univ-rennes1.fr

IMPRIMERIE DE L'UNIVERSITE DE RENNES 1

FICHE SIGNALETIQUE

TITRE : Multimédia et proportionnalité.
MathEnPoche : des séquences / des analyses.

AUTEURS : Marie-Claude Dubois - Ghislaine Gueudet - Jean Julo - Christine Le Bihan - François Loric - Sylvie Panaget

EDITEUR : IREM de Rennes

DATE : Octobre 2006

NIVEAU : Collège

MOTS-CLES : exercices interactifs - proportionnalité - Mathenpoche - échelles - scénario

RESUME :

Cette brochure présente les travaux d'un groupe de recherche-formation qui s'est intéressé pendant deux ans aux questions nouvelles que pose un logiciel comme MathEnPoche pour enseigner la proportionnalité au niveau des classes de 6ème et de 5ème.
La première partie du rapport propose des éléments d'analyse concernant les exercices de MathEnPoche qui relèvent du thème de la proportionnalité.
Dans une seconde partie, sont abordées les questions concrètes que pose l'intégration d'exercices interactifs dans une séquence d'enseignement sur la proportionnalité : quelle place leur donner ? quelles fonctions leur attribuer ? comment gérer la classe ?... Les expérimentations menées en 6ème et 5ème sont décrites en détail et un bilan est proposé.
L'orientation générale retenue est celle d'une articulation aussi pertinente que possible entre les exercices interactifs et les autres situations d'apprentissage/enseignement.
En accord avec ce principe, la présente brochure cherche elle-même à être complémentaire des ressources produites par le groupe et proposées au téléchargement au fur et à mesure de leur validation.

FORMAT	NOMBRE DE PAGES	PRIX	TIRAGE
21 x 29,7	**107**	**8 €**	**250 ex**

ISBN 2-85728-069-6

I.R.E.M. de RENNES – Université de RENNES 1