UNIVERSITE de ROUEN - S.C.U.R.I.F.F.

IREM de ROUEN

1, rue Thomas Becket - BP 153, 76135 Mont-Saint-Aignan Cédex

IREM

tél : 35 14 61 41

RAISONNEMENT

et

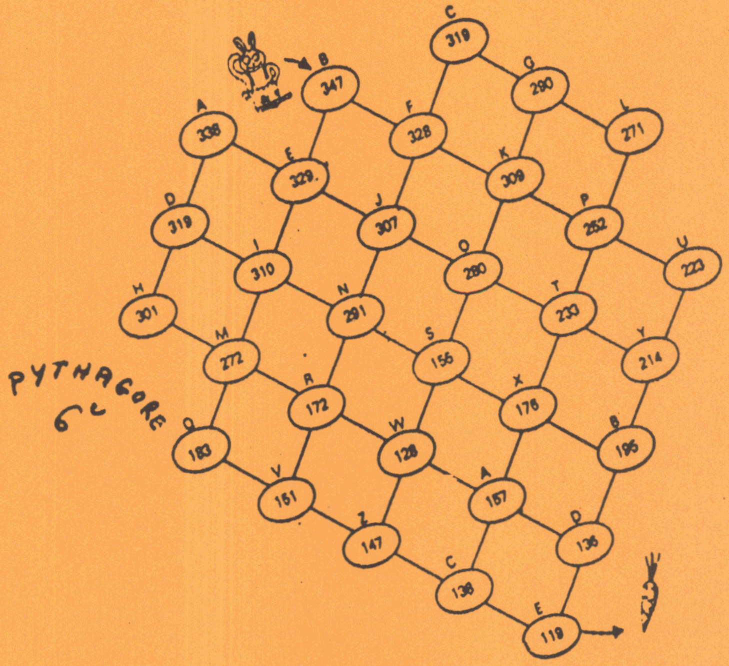
METHODES de DEMONSTRATIONS

Croyances Mathématiques et Méthodologies

d'Elèves

et

d' Etudiants



Marie Pascale AUBERT

RAISONNEMENT

et

METHODES de DEMONSTRATIONS

Croyances Mathématiques et Méthodologies

d'Elèves

et

d' Etudiants

Marie Pascale AUBERT

Mont-saint-Aignan, Le 22 Février 1991

Ouf! C'est terminé, au moins pour ce document! Ne pensons pas à celui qui attend dans le tiroir!

Je tiens à remercier tous les collègues qui ont permis la réalisation de ce travail par leurs suggestions, leurs encouragements, leur participation sous une forme ou une autre.

Je pense, plus spécialement, aux enseignants qui ont accepté de retrouver la situation d'élèves pour quelques heures, "peinant" sur labyrinthes et problèmes...!

Merci à ceux qui ont accepté les expérimentations dans leurs classes : Madame Nicole Rémy, Monsieur Jean-François Chupin, Monsieur Arnaud Carpentier, Monsieur Etienne Bigo...

Une partie de cette étude a eu lieu grâce à Monsieur Pierre Buisson qui s'est chargé de répondre à un appel d'offres, du ministère de l'éducation nationale, correspondant au domaine de nos travaux. Nous sommes donc aussi reconnaissants à la DIRSUP, pour l'apport "matériel".

Je n'oublie pas Monsieur Jérôme Chastenet de Géry pour sa patience, sa lecture d'une grande partie de ce document, durant le mois d'août 1990, et les conseils qui s'en sont suivis. Merci à Madame Maguy Sutra pour la correction des épreuves.

Il me faut également penser à mon mari et à mes enfants qui ont souffert en silence de mon manque de disponibilité totale à leur égard, *surtout* lors de la "frappe" du document.

Marie-Pascale AUBERT

INTRODUCTION

Questions

L'analyse de productions étudiantes (exercices éffectués en T.D., problèmes cherchés, seul ou en groupe, en temps limité ou non, problèmes d'examen ...) met en évidence l'inexistence de démonstrations totalement correctes pour un pourcentage, très important, des étudiants de 1° année, à l'université (on peut dire pour la presque quasi totalité, en ce qui concerne certains corpus). Les questions qui se posent immédiatement sont :

- Pourquoi, quelles en sont les causes?
- Les causes sont-elles imputables aux étudiants, aux enseignants, aux deux groupes?
- Quelles sont les pratiques étudiantes, enseignantes.
- Comment y remèdier?

Une étude, plus poussée, montre que les difficultés sont moins grandes, voire inexistantes, quand il s'agit d'appliquer des algorithmes ou des règles de calcul, fournis et expérimentés en cours.

Pour certains champs conceptuels il arrive de ne trouver aucune démonstration, ou pire, aucun embryon de démonstration. Ces champs sont en lien avec une nécessité de "raisonner", de trouver une méthode qui n'est pas directement fournie, ou considérée comme inexistante, de mobiliser des acquis (à déterminer)...Cela concerne autant les problèmes de démonstration (résultat fourni dans l'énoncé) que les problèmes de recherche (ignorance du résultat, de ce qu'il faut obtenir)

Le champ de l'Algèbre est plus affecté que celui de l'Analyse (cf paragraphe "Etude de textes de manuels")

Quelques résultats d'exploitation

De 1969 à 1979, j'ai réalisé une étude qui dépasse les tâches habituelles de tout enseignant compétent et consciencieux, puisque j'ai analysé, systématiquement, toutes les démonstrations des étudiants de mes groupes de T.D., ainsi que les miennes et celles de quelques collègues, je les ai comparées, puis j'ai recherché s'il y avait une *caractéristique commune* dans celles qui étaient correctes. J'ai obtenu, par cette étude, des **résultats significatifs** et pris conscience, alors, du *manque très important de méthodologie*, de façon générale.

Entre 1983 et 1986 des recueils de productions étudiantes furent effectués, à nouveau, afin d'essayer de mesurer, de façon objective, les difficultés, la nature et l'occurence des erreurs, et l'impact de la donnée d'une méthodologie. En effet, "**la compréhension conceptuelle ne mène pas toujours automatiquement à des procédures correctes**" et la "question du lien entre compréhension conceptuelle et capacités procédurales doit faire partie des préoccupations de l'enseignement" (Séminaire de didactique des Mathématiques n°42 L. Resnick Université de Pittsburg)

Il est possible d'avoir connaissance d'une grande partie des résultats de cette étude en lisant "Ensembles et symboles à l'Université"(M-P AUBERT Irem de Rouen 1987). Cependant, dans cet ouvrage, il n'est question que de ce qui a trait aux notions premières de théorie des ensembles.

Les résultats obtenus en algèbre générale sont plus inquiètants que ceux de l'algèbre linéaire, pour laquelle il y a davantage de possibilités dans le domaine algorithmique (calculs sur les matrices et déterminants, règles procédurales de diagonalisation...). On en trouvera un échantillon dans le chapitre *S.E.M.* (paragraphes s.e.m. 90 et *Expérimentations précédentes*)

Un essai de "solution"

Après plusieurs années d'observation et d'expérimentation en groupe de travaux dirigés, il fut proposé, à des étudiants de 1° année, à partir de 1979, *un enseignement spécifique* de **méthodologie** et de *construction de démonstrations*. Cet enseignement avait un *impact positif* spécialement pour les problèmes où la **conclusion** est **donnée dans l'énoncé**, donc pour des démonstrations d'implications et d'équivalences(Cf Apprentissage du raisonnement et de méthodes de démonstrations M-P AUBERT Irem de ROUEN.).

Cet enseignement fut proposé ensuite à des étudiants de maîtrise se destinant à la carrière de l'enseignement (depuis 1985), puis à des étudiants de 2° année.

A la suite de conversations avec des collègues inquiets des résultats obtenus dans leurs classes (spécialement 4°) et soucieux de trouver des solutions curatives à l'échec constaté, j'ai, alors, donné un prolongement à ma recherche, testant, en milieu scolaire, la possibilité de transposition et d'adaptation de ma méthodologie.

Les résultats ont été soumis à des petits groupes d'enseignants du secondaire (après adaptation, de la méthodologie élaborée, aux contenus concernés).Ce, depuis Janvier 1989.

Les études de 1989-1990

Les étudiants de différents niveaux ont participé à une ou plusieurs enquêtes et subi des tests de méthodologie. Ils furent invités à étudier **l'existence et la nature de leur méthodologie personnelle**, en observant, lors de la résolution d'exercices variés, leurs protocoles de recherche. Les exercices comportaient des problèmes de mathématiques de niveaux différents (CM2 à DEUG 2°année) fermés ou ouverts, décontextualisés, et des jeux (labyrinthes). Les tests furent proposés également, en fonction des possibilités liées au contenu, à des élèves de CM2, 6°, 5°, 4°, 3°, 2°,et à un échantillon de la population.

Après cette phase observation-test-enquête nous sommes passés à l'analyse des observables dans l'existence de la méthodologie de chacun, puis à l'étude de la reproductibilité dans la constitution d'une méthodologie personnelle, voire générale.

Une demande

En fait, cette étude vient répondre à une demande, celle des élèves et étudiants. Cette demande est à prendre en considération.

Je me réfère à l'article, intitulé "Les étudiants jugent l'université : de fortes attentes", de la publication "SUP" (bulletin d'information sur l'enseignement supérieur), du Ministère de l'Education nationale, de Juin 1990.

Cet article comporte les résultats d'une enquête, réalisée en Avril 1990, auprès de 6169 étudiants et de 500 lycéens, par SCP-Communication, à la demande de la direction de l'information et de la communication du ministère de l'Education nationale.

Je cite : "Les trois quarts des lycéens pensent que le lycée ne les a pas bien préparés à affronter les cours de l'université : un point de vue que partagent **les deux-tiers des étudiants** !...D'une manière générale, la contestation ne porte pas sur la qualité de l'enseignement, ni sur la compétence du corps professoral : les trois quarts des étudiants sont satisfaits de l'aspect théorique de la formation...Les principales critiques d'ordre pédagogique portent sur l'absence de **formation au travail personnel... ou sur l'apprentissage de méthodes de travail**...Si les étudiants apprécient les qualités scientifiques des enseignants, ils se montrent très sévères, en revanche, sur leurs pratiques pédagogiques..."

Le tableau des pourcentages de réponses (cf annexe) nous informe que **59% des étudiants** ne sont pas satisfaits de **l'apprentissage de méthodes de travail**, et que **52%** ne sont pas satisfaits de la **formation au travail personnel**.

L'objet de cette publication

Il m'est apparu nécessaire de ne pas garder, en "vase clos", à la disposition, uniquement, des collègues de la région, ou de ceux qui me connaissent personnellement, les résultats de mes recherches.

Les étudiants et élèves qui ont reçu l'enseignement de méthodologie ont progressé très nettement (cf 4° en difficulté). Il serait bon que cette possibilité soit offerte à tous.

A cet effet, on trouvera la présentation des jeux et textes de problèmes, testés dans les différents groupes, des commentaires concernant les méthodologies repérées, des statistiques de ces dernières, puis les conclusions qui s'imposent.

Les chapitres S.E.M. et Etude de Manuels concernent l'enseignement à l'université, cependant, les contenus, pour ce qui est du premier, sont variés, on y trouve les procédures des étudiants et les statistiques correspondantes concernant les résolutions de labyrinthes et de problèmes ouverts. La lecture des chapitres précédents est,de ce fait, indispensable à la compréhension.

LES LABYRINTHES

Pourquoi les labyrinthes ?

Il n'est pas possible de tester, "de 7 à 77ans", l'approche méthodologique de la résolution de problèmes et de l'élaboration de démonstrations pour des textes mathématiques. Même si nous essayons de restreindre la fourchette d'échantillonnage de textes, nous nous trouvons confrontés à des choix très limités, et l'observation ne correspond pas à des observables identiques selon les niveaux. D'où les questions : quelle situation approchante (de la résolution de problème de mathématiques) trouver, à supposer qu'il en existe ? Peut-on résoudre un problème sans acquis mathématique ?

Après avoir lu les ouvrages de Georges POLYA, je me suis posé la question : y a-t-il une similitude entre l'approche méthodologique utilisée pour la découverte d'un chemin convenant dans un jeu de labyrinthe et pour celle (ou celles) de la résolution d'un problème de mathématiques ? La recherche des chemins de labyrinthes présente une analogie avec celle des problèmes dits de démonstration, où il faut établir un lien entre les hypothèses et la conclusion fournie dans l'énoncé.

Ma problèmatique s'est enrichie de ces autres interrogations : y aurait-il certains types de méthodologie privilégiés selon l'âge, le milieu social, le sexe, le niveau culturel, la nature des connaissances mathématiques, pour les étudiants, de la section du bac...

Les labyrinthes sont utilisés en psychologie, notamment dans le test de W.I.S.C.(au nombre de 9, de difficulté croissante liée à la complexité du graphisme). Ils constituent un champ non négligeable dans l'élaboration et la mise en oeuvre d'une méthodologie personnelle. Ils sont utilisés en milieu scolaire, en classes maternelles. On en trouve pour le Concours de Recrutement des Elèves Instituteurs (cf Annales 1989 p.21 p.24 ou annexe)

L'expérimentation des labyrinthes permet une comparaison, des différentes procédures mises en oeuvre, sur une échelle d'âge très grande, à partir de 4 ou 5 ans, ce qui n'est pas le cas pour des textes de problèmes de mathématiques.

Nous trouvons des méthodes : "progressive", "régressive", "mixte", "linéaire", "en arbre", "d'analyse totale"... Il est possible, également, de distinguer la **quantité de connaissance** de la situation, résultant de chaque méthode. Ainsi, la connaissance d'un bon trajet n'implique pas celle de toutes les possibilités, ni la configuration de ce qui ne convient pas.

Ce qui vient d' être dit montre qu'il ne s'agit pas, dans cette recherche, de tester l'algorithme dit "du labyrinthe" (avancée progressive, toujours à droite, par exemple) qui n'est, d'ailleurs, pas performant ; pour certaines constructions topologiques il y a impossibilité, en utilisant cette méthode, d'atteindre le but (cf annexe).

Les résultats d'un pré-test sur l'intérêt des labyrinthes se sont révélés positifs. A ce sujet, il est bon de noter que des étudiants, en cours de thèse de mathématique, appartenant à des ethnies pour lesquelles ces jeux sont inexistants, rencontrent, tous, des problèmes de sens, et, après compréhension de la demande, travaillent de manière exclusivement progressive, comme ils le feraient en situation réelle.

De façon générale, il est indispensable de ne pas porter un jugement comparatif discriminatoire sur les enfants (ou étudiants...) mais de leur faire **prendre conscience des différentes possibilités** et de la **nature optimale du choix** à effectuer, en fonction du **but recherché**.

Les Labyrinthes

L'analyse à priori et une préexpérimentation, ont permis d'effectuer une sélection de sujets, deux à deux différents, sur au moins une caractéristique, avec les autres, et permettant **d'évaluer les problèmes de sens, de méthodologie, de constance de la méthodologie, ou de l'adaptation** de celle-ci au cas considéré (méthodes : progressive, régressive, mixte, globale, analytique, discrète, exhaustive).

Les termes "progressive" et "régressive" sont empruntés à G. POLYA. La signification que je donne aux termes précédents est la suivante :

méthode progressive= construction allant du point de départ à celui d'arrivée.

méthode régressive= construction allant du point d'arrivée au point de départ.

méthode mixte= construction alternative partant des deux extrémités.

méthode globale= évidence visuelle.

méthode analytique= construction après repérage ou codage de tous les possibles, de tous les impossibles.

méthode discrète= essai au coup par coup.

méthode exhaustive= test exhaustif à chaque carrefour.

Les entretiens individuels permettent de moduler les apréciations, quant aux points précédemment évoqués, en fonction de la psychologie de chacun.

Les élèves ont reçu une feuille photocopiée comportant les 5 premiers labyrinthes avec la consigne au bas de la page (cf annexe labyrinthes). Ils avaient donc la possibilité de les considérer dans un ordre autre que celui proposé; l'expérimentateur était chargé de repérer cette variable et, une fois le travail terminé, de s'enquérir du pourquoi.

Labyrinthe N°1

Le problème majeur est un problème de sens:

-"Où doit-on passer ?".

-"Où faut-il entrer?", "où faut il sortir?".

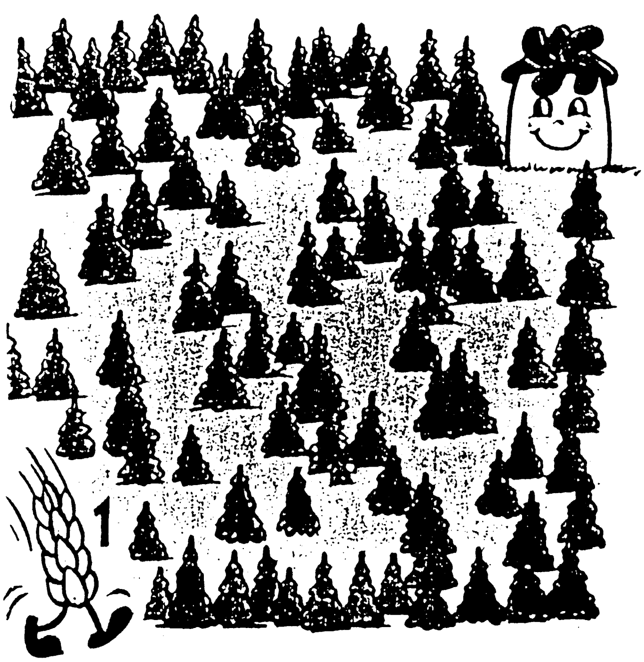
-"Les sapins constituent-ils le chemin?".

-"Faut-il tracer le chemin dans les parties "blanches"?" (soit avec une interprétation plane)

-"Peut -on passer sur le dessin des sapins, sachant que dans un tel cas de figure il y a la place pour passer entre eux?". (interprétation tridimensionnelle du graphisme)

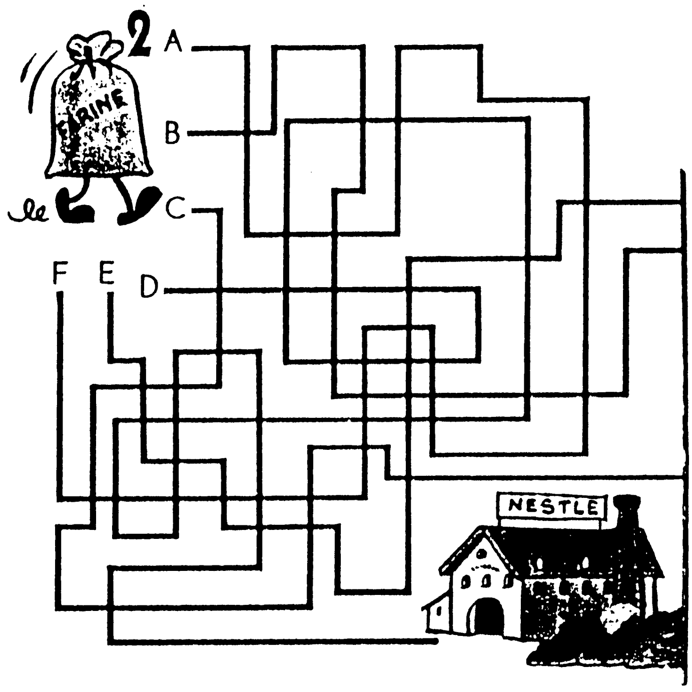
-"Puis-je passer à l'extérieur?".(contourner toute difficulté)

La méthodologie peut être progressive, régressive,mixte



1. du blé au moulin

Labyrinthe N° 2



- 2. de la farine à l'usine

Il s'agit de trouver un chemin correct sur six proposés. Le problème de sens est lié à la possibilité , ou non, d'une seule sortie, et à l'interprétation des trajets possibles (prendre un segment jusqu'au bout, ou bifurquer aux intersections)

La méthodologie peut être

-progressive discrète (exhaustive ou non)

* suivant l'ordre lexicographique A B C D E F

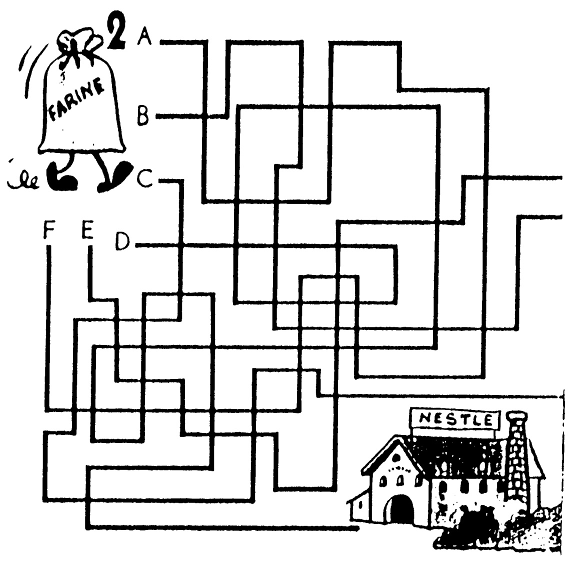
* au hasard B E C...

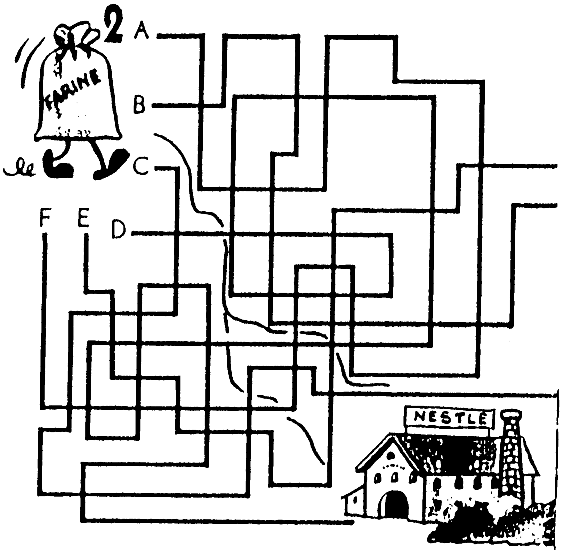
* suivant l'ordre inverse F E D ...

-régressive

Elle ne peut pas être mixte, ou du moins, cela n'a aucun intérêt ici, puisqu'on ignore quelle est l'entrée.

exemples de problèmes de sens :



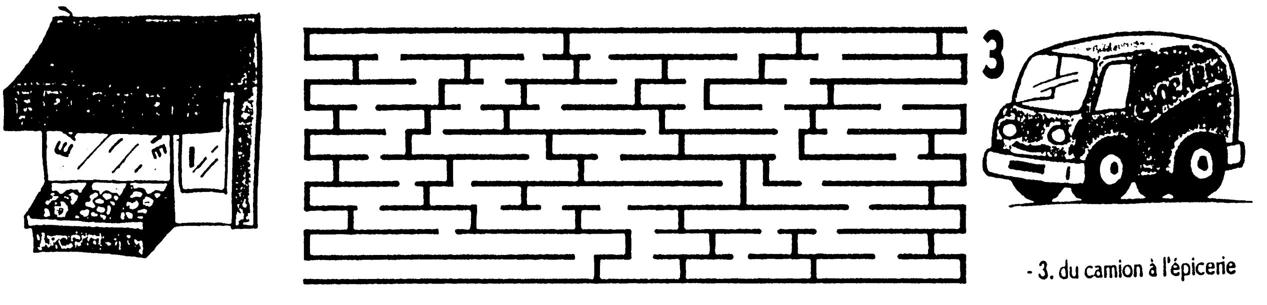


Labyrinthe N°3

Une seule entrée et une seule sortie si l'interprétation est : "je passe entre les traits". Le tracé figure une projection plane des cloisons.

Interrogation quant à l'entrée et à la sortie pour l'interprétation rare : "nous construisons le chemin sur le tracé".

Méthodes : progressive, régressive, mixte, donnent la même performance. Il y a, à chaque bifurcation possible, test avec exhaustivité de choix, ou non, selon la chance. La méthode mixte a été utilisée pour des problèmes de visibilité.



- 3. du camion à l'épicerie

Labyrinthe N°4

La clarté du graphisme est telle que certains "voient" le bon trajet. Ce labyrinthe est différent du n°2, en ce sens)

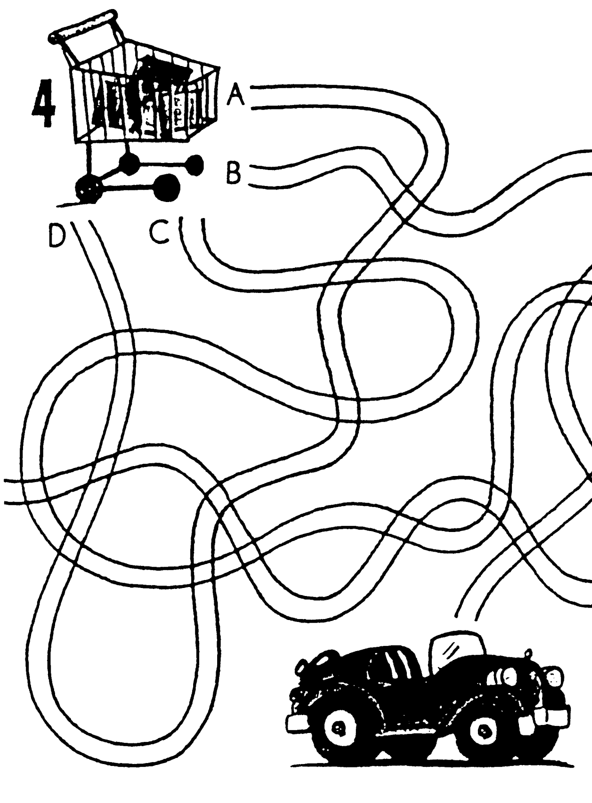
Quatre entrées, une seule sortie.

Problème de sens :

bifurcation aux intersections du graphisme.

Méthode progressive discrète, exhaustive ou non, et méthode régressive sont si performantes qu'une méthode plus élaborée est inutile.

La méthode régressive est, bien sûr, la plus rapide.

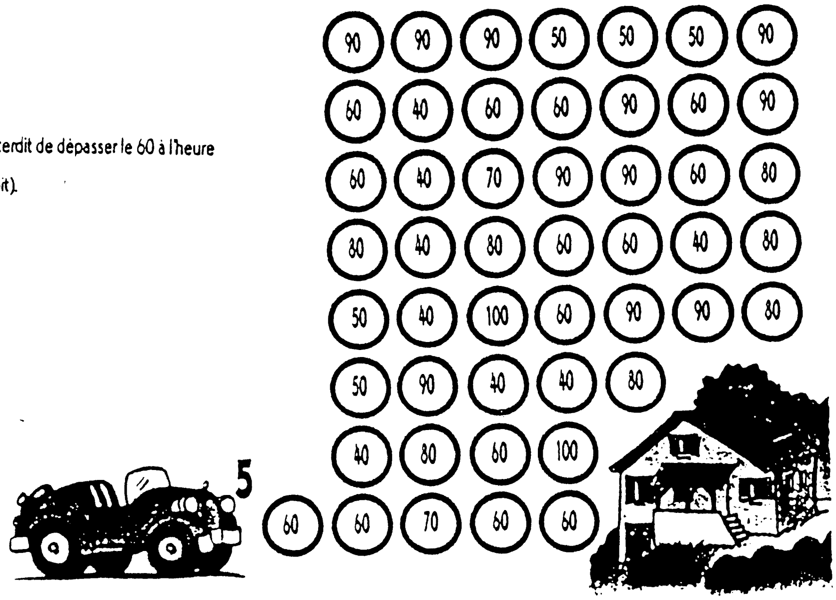


- 4. du caddie à la voiture

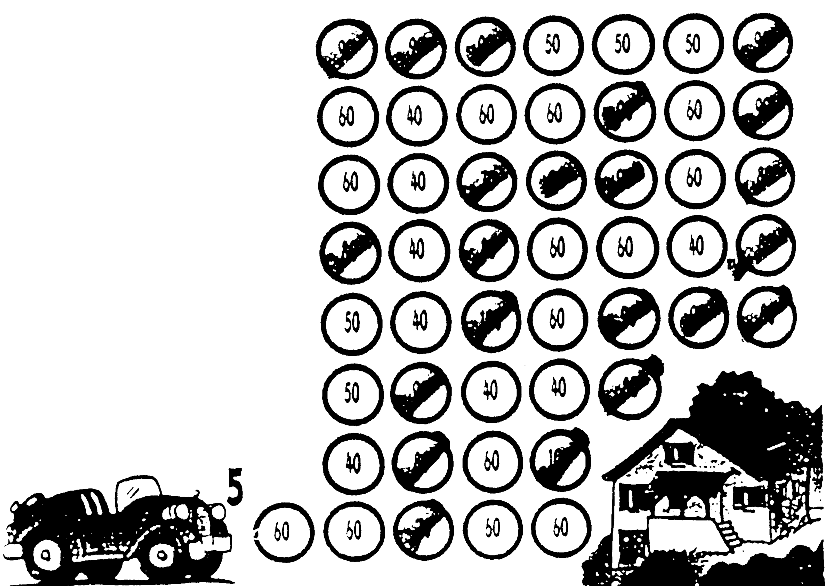
Labyrinthe N°5

Ne peut être effectué sans la lecture de la consigne: ce qui le différencie des précédents, pour ceux qui ont l'habitude de ces jeux. Les camerounais ont lu le texte avant toute opération.

- 5. de la voiture à la maison (il est interdit de dépasser le 60 à l'heure
- et on ne peut tourner qu'à angle droit).



Les problèmes de sens, soulevés, concernent la façon de tracer le trajet (sur les panneaux , à côté des panneaux) en fonction de la règle, et de l'interprétation de "on ne peut tourner qu'à angle droit". Les méthodes progressive, régressive, mixte , d'analyse totale sont utilisables. L'analyse totale est, ici, peu coûteuse.
exemple :

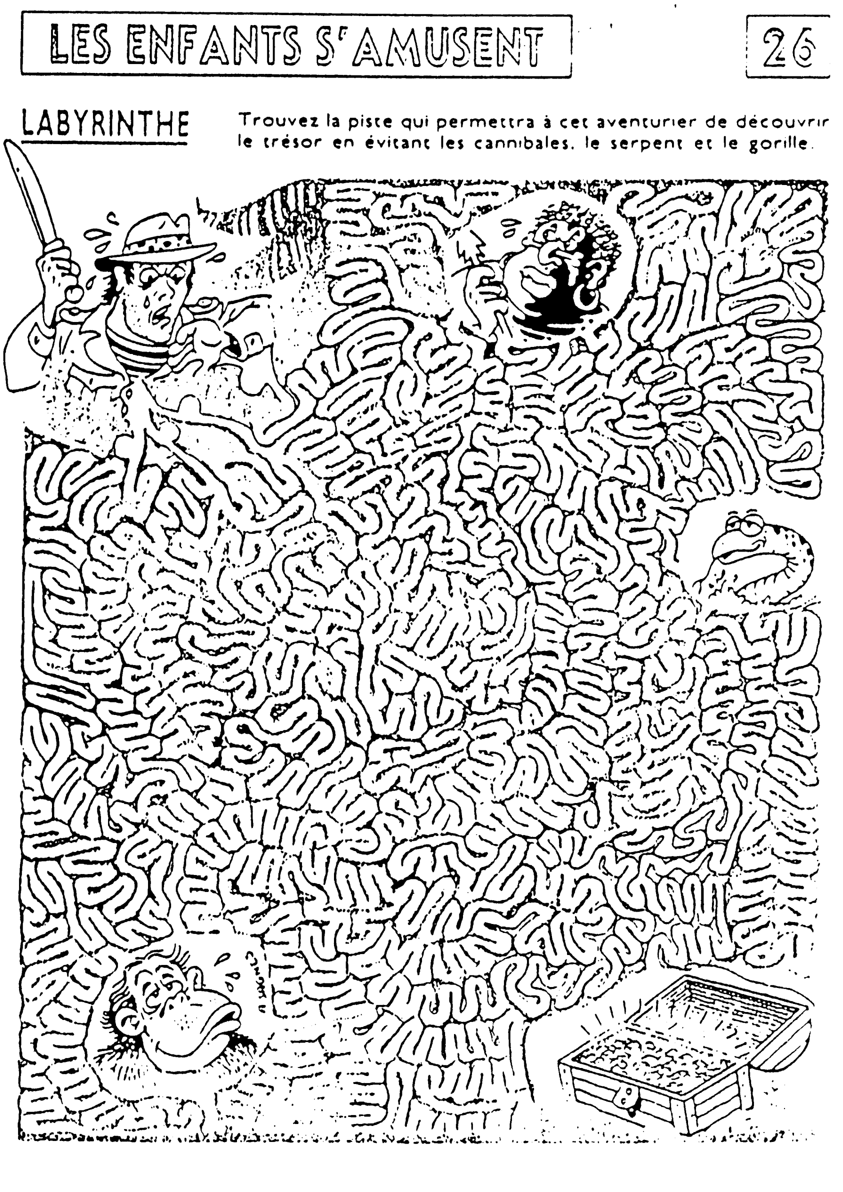


Labyrinthe N°6

Le labyrinthe de l'aventurier présente 4 entrées, une seule arrivée au trésor, et une consigne: " éviter les cannibale, serpent et gorille "

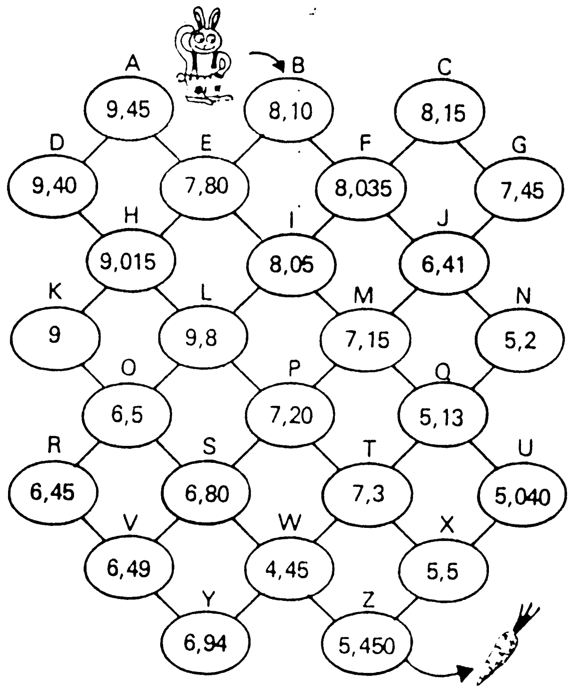
Il semble qu'il n'y ait pas de problème de sens. Toutes les méthodes sont utilisables (excepté la méthode mixte). Une performance en temps est obtenue par la méthode régressive.

Il est distinct des n°2 et n°4, au sens où il faut construire le trajet et non le choisir, avec évitement comme pour le n°3 (impasses)



Clapyrinthe (Pythagore 6° p 17)

57. *Le Clapyrinthe*
Pour aller chercher sa carotte, le petit lapin peut descendre vers un nombre plus petit ou remonter vers un nombre plus grand. Les autres déplacements sont interdits. Aidez-le à trouver son chemin.



Le problème de sens concerne les possibilités d'entrée (A, B, C), les possibilités de sortie (Y, Z et même X), la règle de déplacement.

Le texte semble pourtant fermé !

Cette fois-ci, **la découverte du chemin est liée à la mobilisation d'un acquis mathématique** : la comparaison des nombres décimaux.

L'analyse des protocoles de recherche met en évidence une méthodologie variée, indépendante de l'acquis testé :

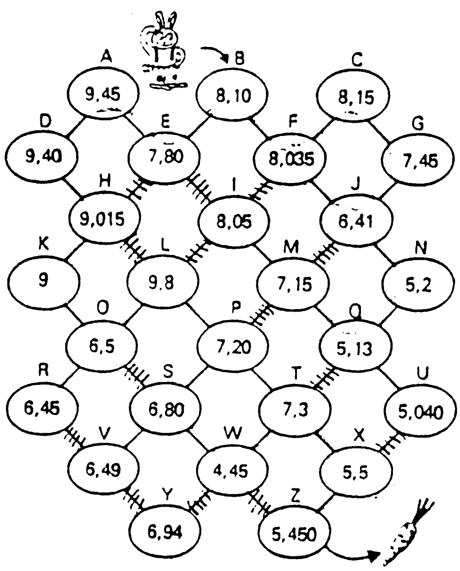
*progressive discrète, avec itération du procédé, retour en arrière selon le chemin suivi, ou retour direct à la case départ.

*progressive discrète exhaustive, avec avancée de tous les possibles, à chaque fois. (ex. E et F ...)

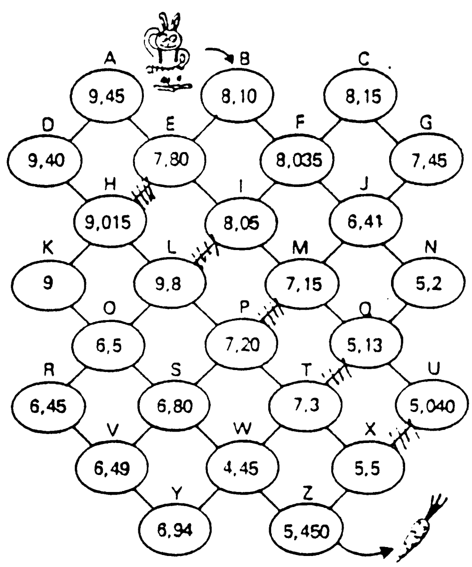
*régressive discrète.(départ de Z, essai de W, puis de X,suivi de l'essai de T ou U...)
*analytique, par codage différencié des possibles et des impossibles.
*mixte.

Un point annexe, à caractère méthodologique, concernant l'acquis mathématique, est la manoeuvre d'évitement, ou de contour d'obstacle, consistant à multiplier les décimaux par 10, 100 ou 1000, de façon à les éliminer en grande en partie, ou en totalité.

exemples d'analyse totale et partielle :



Codage ++++ chemin interdit
— chemin possible



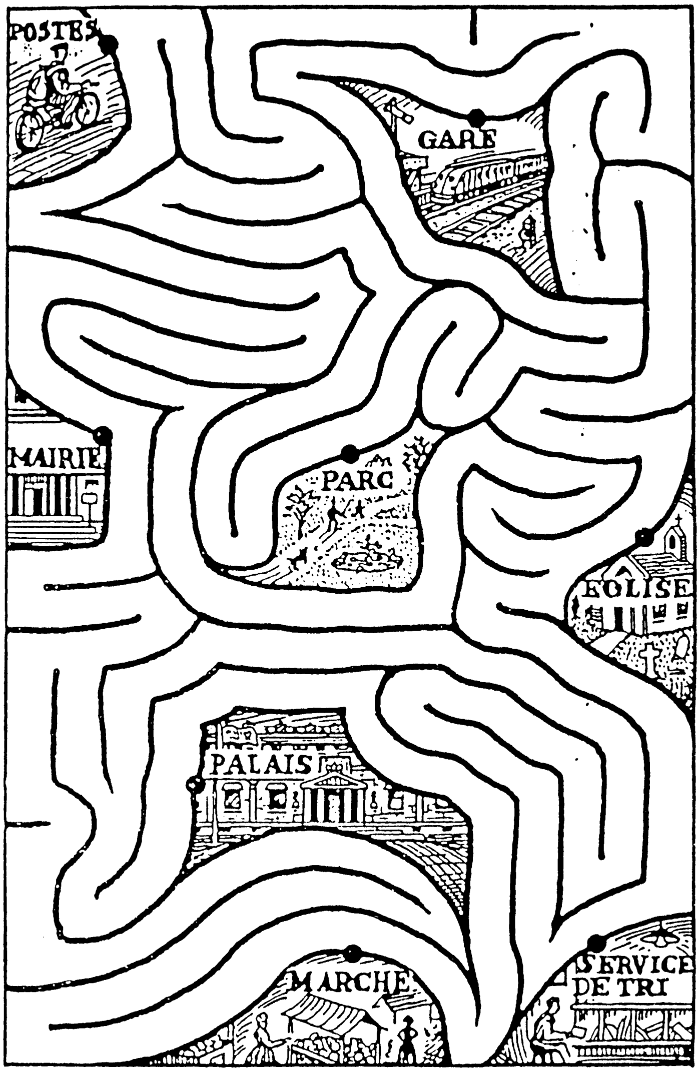
on ne peut emprunter les chemins hachurés d'où seul passage AD

Labyrinthe du facteur

Il s'agit, ici, de construire un trajet, ce qui est le cas pour les labyrinthes n°1, n°3 et n°5, ainsi que pour le clapyrinthe.

Mais la règle de construction du trajet est liée à deux contraintes : ne jamais passer deux fois au même endroit et passer par tous les points demandés.

Tout le monde connaît Paul. Il travaille à la poste et est chargé de relever les boîtes aux lettres en fin de journée.
Pourriez-vous l'aider à trouver un chemin aussi court que possible qui aille du bureau de poste au service de tri en passant par toutes les boîtes à relever (marqués d'un gros point) et ne passant jamais deux fois par le même endroit ?

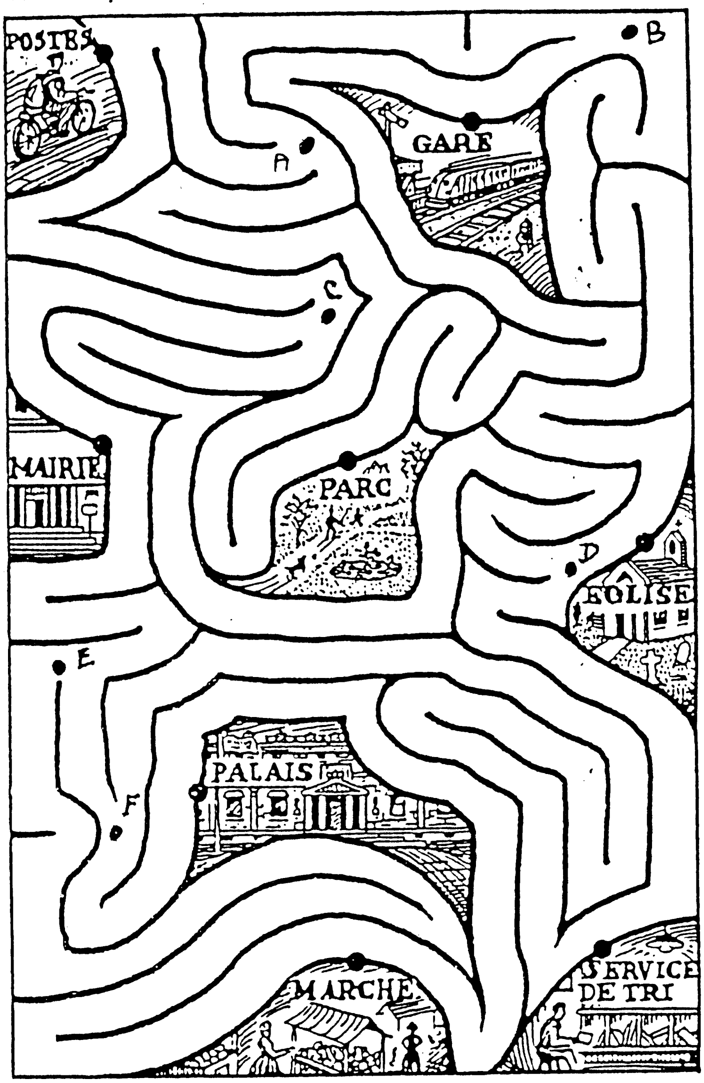


Si les méthodes progressive et régressive sont utilisables, ce ne sont pas les plus logiques. Dans ces cas, la rapidité de solution est liée au hasard.

La méthode analytique est bien préférable, pour éviter une perte de temps.*

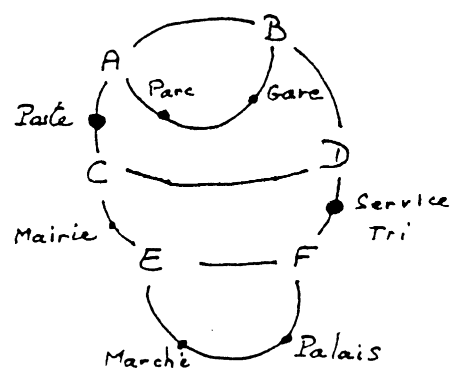
exemple de méthode analytique :

Tout le monde connaît Paul. Il travaille à la poste et est chargé de relever les boîtes aux lettres en fin de journée.
Pourriez-vous l'aider à trouver un chemin aussi court que possible qui aille du bureau de poste au service de tri en passant par toutes les boîtes à relever (marqués d'un gros point) et ne passant jamais deux fois par le même endroit ?



- repérage et appellation des carrefours A, B, C, D, E, F

- graphe de liaison



- d'où solution unique

Poste, Parc, Gare, Mairie, Marché, Palais, Service de tri.

*Cependant, ici, la méthode régressive est rapide.

LES PROBLEMES DE MATHEMATIQUES

Le clapyrinthe est une combinaison labyrinthe - problème extrait du livre scolaire "Pythagore 6°". Nous allons considérer, maintenant, uniquement des problèmes extraits des manuels des élèves, nous intéressant aux différentes méthodologies, de recherche ou de résolution, mises en oeuvre lors d'expérimentation, ou non utilisées mais souhaitables.

Dans certains cas, les textes proposés l'étaient dans un unique but d'observation de la phase d'appropriation, afin de modifier cette dernière si nécessaire.

Nombres palindromes (Pythagore 6° p I7)

56. *Nombres palindromes* -
L'écriture d'un nombre est *palindrome* quand on trouve le même nombre en la lisant de gauche à droite ou de droite à gauche.

Exemples : 3 553 et 171 sont des écritures palindromes.
978 n'est pas une écriture palindrome car 978 $\neq$ 879.
On dit qu'un nombre est *palindrome* s'il a une écriture palindrome.

Pour chacun des nombres suivants, essayer de trouver le plus petit nombre entier qu'il faut lui ajouter pour obtenir un nombre palindrome.
9 821 ; 75 040 ; 1 739 ; 2 783 ; 123 456.

L'exercice est légèrement ouvert par l'emploi du terme " ajouter" qui est interprété additionner(1) ou adjoindre par concaténation, écrire à droite ou à gauche(2). Nous avons donc un problème de sens.

Dans certains cas les difficultés sont liées à une lecture incomplète du texte.

La méthodologie progressive (itération), est rejetée, car considérée comme trop coûteuse en temps et en opérations, elle est seulement évoquée.

La majorité des personnes cherche le palindrome demandé et procède par soustraction, dans le cas (1); il s'agit d'une manoeuvre de style régressif ou donne le palindrome, dans le cas (2).

Pour le cas (1), une troisième méthode consiste à construire, le plus petit entier demandé, par utilisation de la technique d'addition ...

Le total mystérieux (pythagore 6° p.21)

Cette grille était entièrement remplie de nombres.

		8	4	5	2	27
4			3	9	1	23
7	1			0	4	23
8	4	3			8	39
5	6	7	2			31
9	7	5	4	6		?
38	23	30	30	33	24	

Totaux des lignes

Totaux des colonnes

Mais certaines cases sont maintenant effacées. Le total de la dernière ligne aussi.
Retrouver ce total.

Cet exercice présente la caractéristique de n'admettre, en définitive, qu'une procédure unique, progressive. On trouve la valeur du chiffre de la case (1,1), puis celle de la case (1,2), (2,2), (2,3), (3,3), etc...

En situation de sur-connaissance, il est possible de mettre en oeuvre des outils inutilement puissants, ce n'est pas le cas des élèves auxquels s'adresse l'exercice.

Les problèmes du grand-père (Durrande 5°)

A une époque et dans un pays où les récipients étaient rares et le vin plus encore, un brave homme possédait dans sa cave une vieille bonbonne de 12 l pleine de vin. Comme il avait bon cœur, il désirait donner la moitié de son vin, soit 6 litres, à un vieil ami venu lui rendre visite. Après bien des recherches il découvrit deux bonbonnes vides dont les capacités respectives étaient 5 l et 7 l. Les voici donc, tous deux, avec trois bonbonnes et un entonnoir.
En onze opérations, ils parvinrent au résultat désiré c'est-à-dire à mettre 6 l de vin dans une des bonbonnes.
Comment ont-ils opéré?

Ce problème fut cherché par des groupes d'enseignants, et des groupes d'étudiants de maîtrise, exclusivement. Le temps de recherche fut, en général, très long, et souvent sans succès, ou interrompu par décision d'abandon.

Les protocoles de recherche furent tous progressifs. A savoir, départ de A(12), B(0), C(0), où A, B, C, représentent, respectivement les outres de 12, 7, et 5 litres. Puis considération des états successifs possibles.

La recherche se conforme à ce que serait une démarche réelle.

Il est à remarquer qu'un protocole régressif est possible (une outre avec 6 litres, et une hypothèse pour les deux autres ; le point de départ n'est pas unique), mais, à priori plus long. (cf protocole de recherche progressif en annexe)

La sorcière et le magicien (Eiller CM2)

2 La sorcière Barbara et le magicien Merlin ont découvert une formule pour préparer un mélange aux effets magiques.
Lorsqu'on trempe un billet de 10 F dans le mélange, le billet se transforme en lingot d'or.
Attention ! Si les proportions ne sont pas respectées, le billet est détruit.

a/ Observe la composition des mélanges fabriqués par la sorcière et le magicien.

Mélange fabriqué par la sorcière
pour 60 cl de mélange
20 cl de sang de vampire
20 cl de venin de vipère
15 cl de bave de crapaud
5 cl de larmes de crocodile

Mélange fabriqué par le magicien
pour 60 cl de mélange
15 cl de bave de crapaud
5 cl de larmes de crocodile
16 cl de sang de vampire
24 cl de venin de vipère

Que se passe-t-il lorsque :
— la sorcière plonge un billet de 10 F dans son mélange ?
— le magicien plonge un billet de 10 F dans son mélange ?

♦ Justifie tes réponses.

b/ Calcule la quantité d'ingrédients différents qui seront nécessaires à la sorcière et au magicien pour obtenir 120 cl de mélange.

Ce problème n'a été proposé qu'à la classe de quatrième en difficulté, dans le cadre d'une **réflexion sur la phase d'appropriation du texte**, et dans l'optique de l'étude et de l'amélioration de la méthodologie des élèves.

La caractéristique de ce texte tient dans sa **longueur et sa complexité** (utilisation de trois "cadres" différents).

La **phase d'appropriation fut longue**, et l'extraction, des renseignements contenus dans les parties encadrées, **laborieuse**.

La méthode progressive consiste, ici, à s'intéresser, en premier lieu, aux hypothèses et à les réécrire, les confronter.

On trouvera, en annexe, une proposition d'étude de style régressif, partant de ce qui est demandé...A proprement parler, il serait plutôt question d'une méthode des liens entre hypothèses et but recherché.

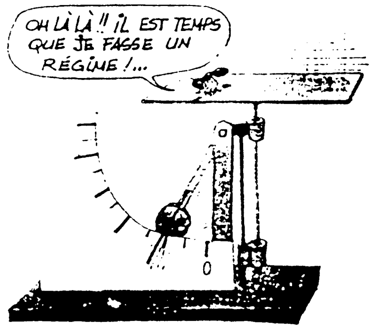
L'intérêt de cet exercice, dans le contexte de la classe considérée, n'était pas unique ; il s'agissait de "régresser" au sens psychologique du terme, jusqu'à un "niveau" où les élèves pouvaient, enfin, se trouver en situation de réussite en mathématiques, mais ceci sans conscience, pour eux, d'une régression, donc pour un texte nécessitant un certain travail en phase d'appropriation; il était possible de mettre en évidence des différences, entre élèves, dans la tâche de repérage et d'organisation des hypothèses, ainsi que dans les processus de résolution.

Ceci nous a permis de battre en brèche la "situation d'échec" de ces élèves, en leur prouvant qu'ils pouvaient résoudre un problème d'une certaine complexité. Et d'autre part, nous avons pu faire le lien avec les jeux de labyrinthe, constatant qu'il n'existait pas une procédure unique de résolution.

L'envoi postal (Eiller CM2)

Voici un extrait des tarifs postaux en vigueur en 1988.

Masse en g	Tarif lettres
jusqu'à 20 g	2,20 F
de 20 à 50 g	3,70 F
de 50 à 100 g	5,60 F
de 100 à 250 g	12,30 F
de 250 à 500 g	15,30 F
de 500 à 1 000 g	20,00 F



La secrétaire d'une entreprise doit expédier à la même adresse trois documents A, B et C dont les masses figurent dans le tableau ci-contre.

Document	Masse en g
A	25
B	70
C	390

Pour envoyer ces documents, elle dispose uniquement d'enveloppes pesant chacune 30 g.

a/ Calcule le montant en F des frais d'affranchissement si elle met ensemble les trois documents dans une seule enveloppe (n'oublie pas la masse de l'enveloppe).

b/ Même question si elle place chacun des documents dans des enveloppes séparées.

c/ Même question si elle place A et B dans la même enveloppe, et C dans une seconde enveloppe.

d/ Essaie de trouver une solution qui soit encore plus économique que chacune des solutions envisagées en **a/**, **b/** ou **c/**.

Ce texte a des caractéristiques similaires au précédent, cependant, il est moins complexe, et ne permet pas une démarche d'organisation des données avant la recherche. Les hypothèses sont directement exploitables.(cf annexe)

Exercices cryptarithmétiques (6° Pythagore)

Additions secrètes

Chaque lettre représente un chiffre. *Trouver quel peut être ce chiffre.*

MOT	NEUF	FORTY	CHIEN
+ MOT	+ UN	+ TEN	+ CHASSE
+ MOT	+ UN	+ TEN	
BLA	ONZE	SIXTY	GIBIER

Les résultats de préexpérimentation ont incité à choisir le texte qui suit pour les élèves de collège. Ceux-ci furent utilisés, seulement en groupe d'enseignants et d'étudiants, avec une légère modification : donner toutes les solutions possibles. Les résultats sont insatisfaisants car très partiels (une solution correcte, et encore pas toujours) ceci à cause d'un manque de méthodologie "exhaustive".

Donald et Gérald (Introduction à la psychologie LINDSAY et NORMAN)

$$\begin{array}{r} \text{D O N A L D} \\ +\ \underline{\text{G É R A L D}} \\ \text{R O B E R T} \end{array} \qquad D = 5$$

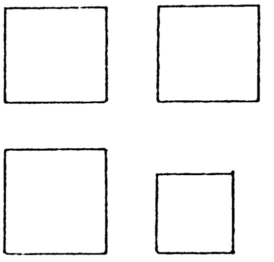
Ceci est un problème de cryptarithmétique. Il y a dix lettres dans l'expression, chacune correspondant à un chiffre différent. Le problème consiste à découvrir quel chiffre on doit associer à chaque lettre de sorte que, lorsque toutes les lettres seront remplacées par les chiffres correspondants, l'addition sera correcte.

Cet exercice ne nécessite que la connaissance de la technique d'addition. De plus il admet une solution unique. Son diagramme de recherche ressemble à un labyrinthe, la rapidité de solution est dépendante d'un bon choix dans la succession de considération des "colonnes".

Le problème des carrés (Texte Arsac, Germain, Mante Irem de Lyon)

1

Voici deux carrés identiques.
Comment découper ces deux carrés pour en faire un seul ?
Même problème avec deux carrés inégaux.
(à partir du premier cycle)



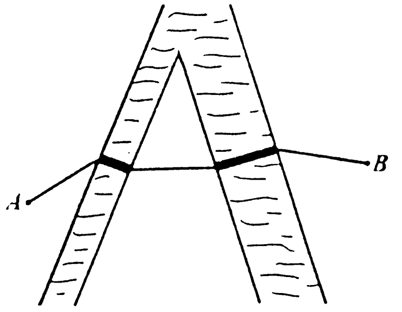
On trouvera certains résultats d'exploitation en S.E.M. 89. Il n'y eut aucune solution, pour le cas des carrés inégaux, dans les groupes d'enseignants et ceux des étudiants, lors des recherches individuelles (excepté deux personnes, ce qui est anecdotique)

Par contre, lors des phases de mise en commun et de recherche collective, dans un groupe de maîtrise, des solutions furent trouvées, en général, au bout d'une heure.

Les deux ponts (3° Hachette collèges 1989)

53 **Les deux ponts**

Où doit-on construire les deux ponts (perpendiculairement aux berges de chaque rivière) pour relier *A* et *B* par le trajet de longueur minimale ?



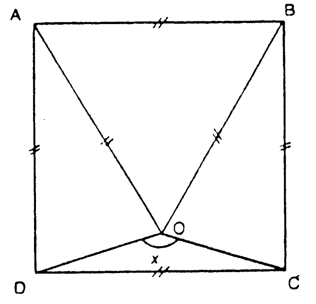
Ce texte fut testé avec enseignants et étudiants de maîtrise. Le temps de recherche a dépassé en moyenne une demi-heure, lors d'une première phase, puis il fut repris au cours d'une nouvelle séance ; pour certains, il y eut réflexion, de plus, à domicile, entre deux, mais en respectant les consignes (poursuivre éventuellement la recherche, seul, sans saut informationnel d'aucune sorte). Les résultats témoignent du respect de ces consignes.

Les repérages portent sur la nomination des extrémités des segments tracés (75%), sur l'existence d'essais de positions successives de trajets, sur l'appel aux acquis (ici, "la ligne droite est le plus court chemin d'un point à un autre") et leur utilisation intuitive (conduisant à l'erreur), ou avec analyse (menant au succès).

Le taux de réussite est de 15% !(cf annexe)

La mesure de l'angle (4° Transmath NATHAN)

78. x est la mesure de l'angle $\widehat{COD}$.
Calculer x.



Problème cherché, en petits groupes, par des élèves d'une classe de 4° en difficulté, par des étudiants de maîtrise (unité : "enseignement des mathématiques") préparant des "sorties de classe", et des enseignants suivant un P.A.F. d'intitulé "apprentissage de méthodes de démonstrations"

L'intérêt de cet exercice réside dans le fait qu'il est possible de mettre en évidence deux processus de démonstration bien distincts : partir des hypothèses, les ordonner...et finir par aboutir à x, ou partir de la considération de x, et appliquer successivement les acquis et hypothèses donnés par la figure. (Voir, en annexe, les démonstrations et des comptes-rendus d'expérimentation).

Nous avons, là, un cas d'illustration de glissement de la méthodologie utilisée pour les problèmes de 1° cycle, à l'université, aux contenus de collège.

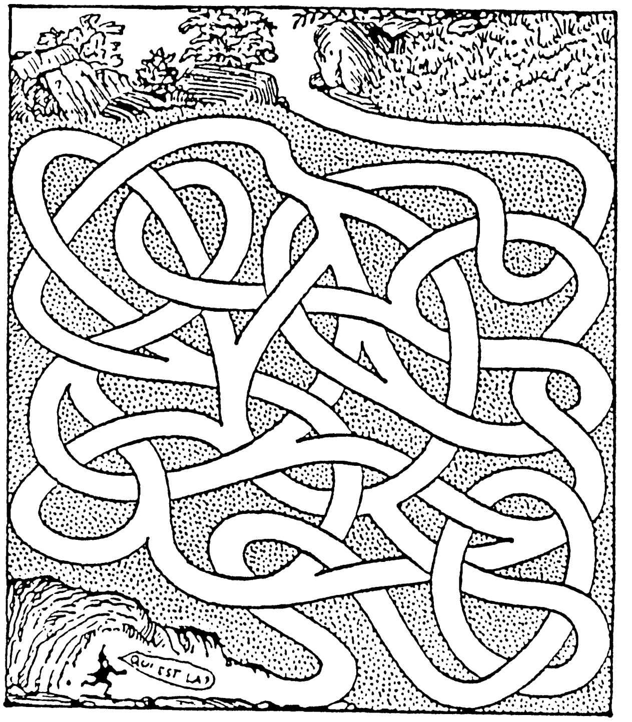
Lors de l'expérimentation, dans la classe de 4° en difficulté, nous avons proposé, quelques labyrinthes, divers problèmes ouverts, ainsi que des exercices extraits du manuel des élèves. Pour les labyrinthes, le "clapyrinthe", le "palindrome", nous avons utilisé des entretiens individuels ; par contre, pour les problèmes ouverts et les exercices, après phase de recherche individuelle, les élèves ont travaillé par petits groupes, avec un observateur "non muet".

Un moyen de débloquage, quand il n'y avait aucune production de la part des élèves, fut l'emploi de manoeuvre d'"habillage".(voir en annexe)

Le repère des minouchets (cf Article "*Quand les peu-doués raisonnent et prouvent*" *M-P Aubert* PLOT n°53)

Le repère des Minouchets

Les elfes de la tribu des Minouchets ont élu domicile dans une grotte profondément enfouie en dessous de la montagne. On aperçoit à peine l'entrée des longues galeries venteuses qui y mènent entre deux gros blocs de pierre. Saurez-vous trouver le chemin le plus court qui va de l'entrée, tout au-dessus du dessin, à la grotte des elfes ? Ce labyrinthe a été dessiné en trois dimensions, si une galerie passe clairement en dessous d'une autre on peut continuer à la suivre. Aucune galerie n'est sans issue, le tout c'est de trouver celle qui ira le plus rapidement au repère des Minouchets.



Ce labyrinthe fut proposé, parce qu'il donne un exemple de performance pour l'utilisation de la méthode mixte. Il présente, également, l'avantage de préparer les élèves au passage d'un problème donné à un probléme plus simple (sous-problème)

Il fut testé dans des groupes variés. Le seul recueil exploitable est celui de maîtrise. On trouvera en annexe les photocopies de certains protocoles de recherche.

LES EXPERIMENTATIONS AVEC LES ELEVES

Tous ces exercices ont étés proposés à des élèves de 6°, 4°, 3°, CM1, 2°, à des étudiants de 1°, 2° et 4°années à l'université (voir chapitre SEM), ainsi qu'à un échantillon de la population, en tout ou en partie. Certains labyrinthes et problèmes furent soumis à tous les groupes précédents (cf rapports).

Le protocole d'expérimentation était le suivant:

-distribution des feuilles de jeux, une à une.

-consigne: lire les textes silencieusement, ne poser aucune question oralement, mais écrire, tout ce qui vient à l'esprit, au verso de la feuille. Faire ce qui est demandé.

-travail individuel, sans communication avec autrui (en ce qui concerne les enfants de primaire ou collège un expérimentateur muet se trouvait face à chaque sujet, *dans la salle d'expérimentation*).
Les élèves venaient en groupe, par moitié ou tiers de classe, et n'avaient pas la possibilité de communiquer avant la fin de l'expérimentation. Il y avait une douzaine d'expérimentateurs préparés à la réalisation de cette tâche (étudiants de l'unité " enseignement des mathématiques").

Résultats, rapports, en primaire et secondaire

* C.M.1

Ce qui caractérise cette classe, c'est l'abondance des **problèmes de sens**, et l'**utilisation** presque **exclusive** de la méthode **progressive**. Ils ont mis plus de temps, que les élèves de collège, pour tracer les chemins, et nous avions l'impression d'une certaine crainte vis à vis des expérimentateurs (plus marquée que dans les groupes de 6°, 4°, 3°), et d'une grande application à une tâche qui ne leur apparaissait pas comme un jeu.

L'effectif était de 29 élèves (5filles, 24 garçons). Tous ont considéré les cinq premiers labyrinthes, 17 d'entre eux ont eu le temps d'étudier le "clapyrinthe", et certains le labyrinthe de l'aventurier (n°6).

Trois élèves ont utilisé une démarche régressive pour les labyrinthes n°2 et n°4. Trois autres élèves sont passés une fois d'une démarche progressive à une régressive. Toutes les autres démarches sont **presque exclusivement progressives**, comme en témoignent les résultats d'exploitation suivants.

tableau des %

n° labyr.	1	2	3	4	5
mèth. progr.	86	90	97	86	100
" regr.	14	10	3	10	0
pb de sens	10	14	3	0	48

Pour le labyrinthe de l'aventurier (n°6) et le clapyrinthe **toutes les procédures sont progressives**. Un problème de sens est manifesté par le quart de ceux qui ont eu le temps de considérer le clapyrinthe (avec chiffres entiers, version CM1, cf annexe).
Seize élèves ont montré, au moins une fois, un problème de **sens (56%)**.

* COLLEGE

Une différence s'est fait sentir au niveau comportemental, entre les 6° et les 3°. Nous sommes passés d'un état d'inquiétude plus ou moins avouée, selon les enfants, à celui de la décontraction la plus complète (au moins en apparence).

Nous avons testé une classe de 6°, de bon niveau, une classe de 4° et une de 3° de niveaux moyens, une classe de 4° d'enfants en difficulté (problèmes divers, familiaux, de santé, psychologiques) ayant en moyenne deux ans de retard. La qualification des niveaux revient aux enseignants du collège, qui ont d'ailleurs, participé à la répartition des élèves selon ce critère.

Classe de 6°

Les élèves, au nombre de 22 (17 filles, 5 garçons), ont tous traité les cinq premiers labyrinthes, 13 d'entre eux ont étudié le clapyrinthe, 6 le "palindrome" et 3 le labyr. n°6.

Les **démarches uniquement progressives** concernent **50%** de l'effectif (60% des garçons, 47% des filles). Les problèmes de **sens** sont repérés pour **27%** des élèves. La moitié des enfants ont commis des erreurs (corrigées ou non) concernant la comparaison des décimaux. Les traitements du clapyrinthe sont **tous progressifs**. Le succès pour le pb palindrome est de 14%.

tableau des %

n° labyr.	1	2	3	4	5
méth. prog.	91	65	74	61	87
méth. regr.	5	30	17	35	0

Un élève procède de façon mixte pour le 3 et le 5.

Classe de 4° (en difficulté)

L'effectif est de 17, dont 7filles. Les démarches sont **exclusivement progressives pour 65%** des élèves, y compris pour le clapyrinthe, (4filles sur7, 10 garçons sur 17). Les problèmes de **sens** sont manifestés par **59%** d'entre eux. Il y a 12% de succès pour le clapyrinthe. On voit apparaitre deux démarches mixtes, mais après départ progressif. La méthode **régressive** apparaît pour **29%** de l'effectif.

tableau des %

n° laby.	1	2	3	4	5
méth. prog.	76	71	94	71	100
méth. régr.	12	29	6	24	0

Classe de 4° (normale)

Sont présents 12 filles et 10 garçons. Ont une démarche de recherche uniquement **progressive** : 8 enfants (**36%**) dont 7filles. Seulement 23% d'entre eux ont manifesté un problème de sens (4 filles, 4garçons) . Les erreurs liées à l'acquis testé (décimaux) sont de 50%. ce qui concerne le **clapyrinthe**, la démarche **progressive** est utilisée par **73%** des élèves, et le succès est de 36%.

tableau des %

n° laby.	1	2	3	4	5
méth. prog.	77	59	77	59	82
méth. régr.	23	36	18	36	5
" mixte					9

Classe de 3°

Effectif : 23, 10 filles, 13 garçons. Le protocole **exclusivement progressif** est utilisé par 4 filles et 2 garçons (26%). Il existe toujours des pbs de sens, mais seulement pour 22%. Les erreurs apparaissent pour 39% (4filles, 5garçons). L'utilisation du protocole **progressif** dans le cas du **clapyrinthe** est de **87%**, avec réussite pour 52%. On trouve une démarche mixte.

Certains élèves ont pu aborder le "palindrome"(65%), on trouve 48% de succès pour la fourniture d'au moins un nombre et 22% pour plus de 3 nombres.

tableau des %

n° laby.	1	2	3	4	5
méth. prog.	70	65	74	65	91
méth. régr.	22	35	17	26	9
méth. mixte	9	0	9	0	0

On constate, par lecture du tableau comparatif des % suivant, l'existence d'une évolution méthodologique de la 6° à la 3°, ce qui faisait partie des hypothèses de recherche.

	% méth.prog.					% méth. régr.				
n°lab.	1	2	3	4	5	1	2	3	4	5
CM1	86	90	97	86	100	14	10	3	10	0
6°	91	65	74	61	87	5	30	17	35	0
4°dif	76	71	94	71	100	12	29	6	24	0
4°nor	77	59	77	59	82	23	36	18	36	5
3°	70	65	74	65	91	22	35	17	26	9

en %	CM1	6°	4°dif	4°nor	3°
1 à 5 progr.	79	45	65	36	26
2 régressif	10	30	29	45	35
4 régressif	10	35	29	36	26
erreurs décim.	/	50	35	50	39
pbs sens	55	27	59	23	22
clapy. progr.	100	100	80	84	87
succès clapy.	23	27	12	36	52
1 " palind.	/	14	6	/	48*

En analysant la colonne des pourcentages de la **4° d'élèves en difficulté**, et en la comparant aux autres, on constate qu'elle ne fait **pas partie de la fourchette "normale"**. Pour respecter, en général, les conditions de croissance ou décroissance, qui apparaissent selon les lignes, il faudrait placer la colonne 4° dif.entre CM1 et 6°.

Ces élèves ont donc des **problèmes liés au sens et à la méthodologie**, mais **pas au niveau de l'acquis** des décimaux pour lequel ils sont plus performants que les 3°! Inutile, donc, de procéder de façon habituelle avec eux, mais les aider à progresser sur le plan de la constitution et de **l'évolution de leur méthodologie personnelle**. Puis étudier les problèmes qui se posent à eux, quant au sens...

* cf p. préc.

* LYCEE

Classe de 2°°

Ce qui apparait immédiatement, c'est la **diminution des protocoles progressifs au profit des régressifs et des mixtes**, qui font une percée spectaculaire. Autre point, les **problèmes de sens** sont, à peu près, **inexistants**, sauf pour le pb palindrome (13%). Dans cette classe le temps fut suffisant pour étudier ce texte, et même pour obtenir la réussite partielle (47% obtiennent au moins 3chiffres corrects)

Il n'y a qu'un seul cas de démarche exclusivement progressive. Il n'y a pas de cas systématiquement régressif (idem mixte).

tableau des %

n° laby.	1	2	3	4	5	6	clap
méth. prog.	33	20	47	33	60		80
méth. régr.	47	80	20	67	13	27	0
méth.mixte	20	0	33	0	27		13

Ily a 87% de réussite pour le clapyrinthe. Et on trouve 20% de cas sans utilisation de progressivité. Dernière remarque, la méthode progressive est ré-utilisée, massivement, avec la légère complexité de l'introduction d'une "règle" en 5 et en "clapyrinthe".

Cette observation reste constante pour tous les groupes, quel que soit le niveau.

EXPERIMENTATIONS A L'UNIVERSITE

Depuis 1988, les étudiants de D.E.U.G. 2° année ont à choisir une U.V. optionnelle, parmi plusieurs, dont la dénomination commune est "U.V. non scientifique".

L'unité "Sensibilisation à l'enseignement des mathématiques" (s.e.m.) etait proposée, en 1990-1991, pour la 2° fois. Sa mise en place datait de la rentrée 88, mais en tant qu'unité de second semestre. Pour l'année 89-90, l'unité était annuelle. Mes interventions s'effectuèrent dans le cadre d'un enseignement et d'une réflexion dont l'intitulé etait "didactique des mathématiques et psychopédagogie".

Les étudiants de S.E.M. 88-89 ont participé à une enquête concernant leurs difficultés et à une expérimentation sur la phase d'appropriation du texte d'un problème, en situation de recherche.

Les étudiants de S.E.M. 89-90 ont répondu à plusieurs enquêtes et participé à plusieurs études conçues dans le but de leur apporter une meilleure connaissance d'eux-mêmes et des moyens qu'ils mettent en oeuvre lors de la **phase d'appropriation de texte et d'un processus de recherche.**

On trouvera un exemplaire des questionnaires d'enquête en annexe.

Quelques recueils, obtenus lors de T.D., effectués en DEUG, bien antérieurement à cette étude, sont analysés dans un but comparatif.

Dans le même but, j'ai étudié les copies d'examen de deug A de la session de Septembre 1990.

Les étudiants ont donné leurs commentaires à la lecture de textes de problèmes (extraits de "*Problème ouvert et situation-problème*" G. Arsac, G. Germain, M. Mante IREM de Lyon), avant de les résoudre. Il s'agissait de répondre à la question : que se passe-t-il pendant la phase d'appropriation du texte ? Y a-t-il un lien entre cette phase et celle de résolution ? Le travail s'est déroulé sur trois séances de deux heures.

Puis, ils ont répondu à deux questionnaires d'enquête, lors d'une séance ultérieure.

En ce qui concerne les problèmes ouverts, ils sont au nombre de sept. Les énoncés furent proposés tels qu'ils le sont dans les ouvrages.

Le résultat de l'analyse des réponses est porté dans le tableau suivant. La correspondance de mon tableau, pour la numérotation est la suivante :

	"*Problème ouvert et situation-problème*"	
n°1	n°21 p 83	
n°2	n°28 p 84	
n°3	n° 8 p 81	
n°5	n°11 p 81	
n°6	n°10 p 81	
n°7	n° 7 p 81	
n°4	CM2 Eiller	(cf annexe pbs)

tableau des %

Problème	correct	sans réponse	faux	déclaré impossible
n°1 *	0	80	11	9
n°2	31	57		
n°3	26	34	17	17
n°4	77		17	3
n°5	0	23	71	
n°6	0	63	20	

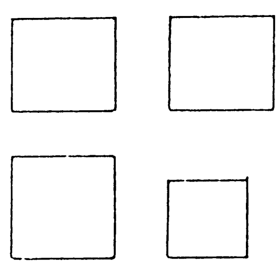
* ces résultats concernent la deuxième partie de l'exercice (deux carrés inégaux)

L'effectif de ceux qui ont participé à la recherche de tous les problémes est de 35. Il est à noter que ces problèmes sont tels qu'ils sont proposés en collège ; leurs champs conceptuels d'appartenance font partie de l'acquis des étudiants, mais ne sont plus utilisés de façon habituelle. Ils sont sans lien direct avec les études en cours, pour les étudiants de SEM.

Autre remarque : les résolutions furent tentées après la phase de réflexion, demandée, lors de l'appropriation de texte.

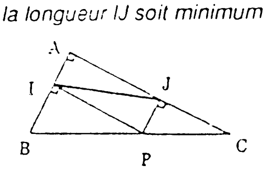
Cette phase fut observée, plus spécialement, pour les problèmes n°1

Voici deux carrés identiques.
Comment découper ces deux carrés
pour en faire un seul ?
Même problème avec deux carrés inégaux.
(à partir du premier cycle)
IREM LYON



et n°7.

On donne un triangle ABC rectangle en A.
Comment choisir P sur l'hypoténuse pour que la longueur IJ soit minimum ?
(premier cycle).



Voici les résultats :

n°1 *Appropriation du texte* (1° partie)

-incompréhension (39%)

-demande de précisions (20%)

-demande de manipulation (9%)

-déclaration de texte "clair" (35%)

-le texte n'est pas clair pour 50% de l'effectif

-supposition de manque d'information (33%)

-réécriture jugée nécessaire (20%)

-demande du but de l'exercice

Résolution

-correcte (24%)

-déclarée impossible (11%)

n°7 *Appropriation du texte*

-supposition de manque d'information (34%)

-texte jugé "clair" (55%)

Les commentaires à la lecture du texte sont de différentes natures, ils concernent :

*le langage

*la traduction de ce qui est exprimé dans le cadre graphique

*la mobilisation des outils, probablement utiles pour la résolution du problème

*l'interrogation sur **l'existence** d'outils utilisables

*la simulation d'action (variation de P)

*des réactions psychologiques (12%) : "j'ai horreur de la géométrie

*l'interrogation sur le champ conceptuel d'appartenance

*l'interrogation sur l'**existence de méthodes** liées au champ

*la nécessité de relire le texte pour arriver à la compréhension (12%)

*des manifestations intuitives ("voilà ce qui me vient à l'esprit", "voilà la solution")

*des questions liées au processus de recherche

*l'évocation d'acquis antérieurs

Il est intéressant de constater que les étudiants, pour lesquels **champs et outils** sont évoqués à la lecture du texte, utilisent directement ces outils.

Certains procèdent par discrétisation (variation de P)

Résolution

-correcte (30%)

-sans solution (19%)

-erreurs (47%) : * P en B (19%)

* P milieu de BC (15%)

* P sommet d'un carré (13%)

Le fait de trouver le texte clair ou non n'influe pas sur les résultats : la moitié de chaque groupe donne une solution correcte.

Enquête A

La même enquête fut proposée à trois autres groupes, de niveau différent, dans un but comparatif.

Les résultats, qui suivent, concernent donc

-un groupe de 1° année de Deug	: S2	effectif	29
-un groupe de 2° année de Deug	: SEM	éffectif	41
- " 1° "	: S1	"	31
- " maîtrise	: MM4	"	12

Q1 : "Avez-vous reçu un enseignement sur le raisonnement, si oui, dire ce que vous entendez par là ?"

OUI S2 : 21% SEM : 17% S1 : 29% MM : 50%

Q2 : "Avez-vous reçu un enseignement de méthodes, si oui, dire de quoi il s'agit ?"

OUI S2 : 45% SEM : 24% S1 : 51% MM : 100%

Q3 : "Vous a-t-on "appris" à lire un texte de problème ?"

OUI S2 : 41% SEM : 41% S1 : 68% MM : 17%

Q4 : "Avez-vous l'habitude de relire un texte de problème ?"

1 fois	S2 : 45%	SEM : 39%	S1 : 19%	MM : 50%
>1 fois	72%	88%	97%	50%

Q5 : "Quand vous cherchez à résoudre un problème ou un exercice, faites- vous l'inventaire des hypothèses ?"

OUI	S2 : 83%	SEM : 85%	S2 : 75%	MM : 75%

Q6 : "idem Retraduisez-vous à l'aide de propositions a) hypothèses

b) conclusion

a)	OUI	S2 : 48%	SEM : 66%	S1 : 58%	MM : 100%
b)	OUI	41%	54%	29%	33%

Q7 : "Essayez-vous de décomposer tout problème complexe en sous-problèmes plus simples ?"

OUI	S2 : 62%	SEM : 54%	S1 : 65%	MM : 67%

Les précisions aux questions 1 et 2 (seconde partie ouverte) sont données, sauf par le groupe S2. On trouvera les réponses, en annexe.

Bien sûr, il s'agit de ce que les étudiants croient faire. C'est une **évaluation subjective**. Mais, en cela, elle a un intérêt. Y-a-t-il une différence entre ce qu'ils croient faire et leurs **pratiques** ? Il est indispensable qu' ils prennent conscience d'un **décalage existant**, si c'est le cas.

Les analyses des recueils mettent en évidence, pour la majorité des étudiants, une réalité différente de leurs dires, au moins sur une partie des points concernés.

Les étudiants de maîtrise ont répondu aux questions 1 et 2 transposées au cursus universitaire, les 25% de oui à la question 1 sont donnés exclusivement par ceux qui étaient dans un de mes groupes de 1°année. Pour la question 2 les, 67% de oui correspondent à la donnée d'algorithmes.

Enquête B

Q1 : Quels ont été les "points noirs", pour vous, dans l'enseignement secondaire, en mathématiques?

Q2 : Même question, à l'université.

Les étudiants de SEM étaient au nombre de 41.

Pour les champs de l'enseignement secondaire, on trouve :

- la géométrie **37%**
- les suites **10%**
- les nombres complexes **10%**
- théorie des ensembles < 5%
- probabilités "
- équations différentielles "
- intégrales "

Pour les champs de l'université, on trouve :

- la topologie 34%
- l'algèbre linéaire 20%

sont mentionnés : valeurs d'adhérence, continuité, limites, et la totalité des contenus ("tout" !).

La même question 2, proposée à un groupe de 1° année (effectif : 29) obtient pour réponses :

-l'algèbre **67%** (dont 27% pour la dualité)

-l'analyse < 10%.

Il reste à mentionner, quelques résultats, obtenus par ce même groupe, après début d'enseigement méthodologique, pour le texte :

"Soient deux ensembles A et B, X une partie de A, f une application de A dans B. Montrer que $X \subset f^{-1}(f(X))$."

-écriture de **propriétés**, faisant partie de l'acquis, en lien avec le champ, mais **inutiles pour la conduite de la démonstration** (**57%**)

-**aucun** démarrage (9%)

-démarrage correct avec **erreur** (32%)

-démonstrations correctes dont trois-quarts de façon directe (17%)

On ne trouve **aucune écriture**, préalable à l'essai de démonstration, de **traduction propositionnelle**, pas plus que de mention du **lien entre données et but à atteindre**.

Nous sommes loin des 66% et 54% annoncés, par les dires de l'enquête A...!

S.E.M. 90

Enquête N°1

Les étudiants ont répondu à ce questionnaire d'enquête en première activité, après la présentation du contenu de mon intervention dans le cadre de l'unité.

L'effectif est de 42 : 12 filles et 30 garçons ; il y a deux étrangers.

Le dépouillement du corpus donne les résultats suivants avec le codage des questions

Pensez vous avoir reçu un enseignement sur le raisonnement		
	dans le secondaire?	R 1
	à l'université?	R 2
Pensez vous avoir reçu un enseignement de méthodologie		
	dans le secondaire?	M 1
	à l' université?	M 2
Lisez vous un texte de problème habituellement		
	une seule fois	L 1
	2 fois	L 2
	plus de 2 fois	L.3
dans des cas particuliers	une seule fois	L 4
	2 fois	L 5
	plus de 2 fois	L 6
Faites vous l'inventaire des hypothèses?		H 1
Réécrivez-vous les hypothèses sous d'autres formes, à l'aide de propositions, de façon habituelle?		H.2
Repérez vous systématiquement la conclusion?		C.1
Réécrivez vous en général la conclusion sous une autre forme?		C.2

Essayez vous de décomposer tout problème complexe en sous-problèmes plus simples? D

	oui	non	sans rep .	% oui	% non
R1	19	23		45	55
R2	17	24	1	40	57
M1	23	19		55	45
M2	16	24	2	38	57
L1	2			5	
L2	31				
H1	41	1		98	2
H2	23	19		55	45
C1	22	20		52	48
C2	13	29		31	69
D	28	14	2	67	33

Nous obtenons un tableau, concernant la lecture en phase d'appropriation de texte, plus fin, avec :

	oui	non	%oui	%non
L 1	2	23	5	55
L 2	31	8	74	19
L 3	13	16	31	38
L 4	9	16	21	38
L 5	5	14	10	36
L 6	35	2	83	5

Labyrinthes 1 à 5 (cf annexe)

Analyse des protocoles de recherche.

En seconde activité, cinq labyrinthes furent proposés avec comme consigne : "lire ce qui est en bas de la page et tracer les chemins corrects, ne poser aucune question oralement, mais écrire tout ce qui vous vient à l'esprit..."

Après explication concernant les différentes méthodes recensées et utilisées, l'exploitation est faite par chaque étudiant, qui porte à côté de chaque jeu les codes correspondant à son protocole de recherche.

avec le code : p = progressif r = regressif m=mixte g = vue globale a = analytique ou autre

Nous obtenons, pour 40 feuilles rendues, le tableau suivant :

Labyrinthe	effectif				pourcentage			
	p	r	m	g	p	r	m	g
1	26	9	5		65	22,5	12,5	
2	9	30	1		22,5	75	2,5	
3	19	13	8		47,5	32,5	20	
4	6	27		7	15	67,5		I7,5
5	29	8	3		72,5	20	7,5	
Total	89	87	I7	7	44,5	43,5	8,5	3,5

Des problèmes de "sens" sont relevés :

- Pour le 1,

6 interprétations tridimensionnelles par rapport au 34 interprétations planes

- Pour le 5,

1 parcours entre les panneaux
1 circuit en diagonale (règle non respectée)
1 non terminé
1 non effectué

- Pour le 2,

Nature des trajets, possibilité de bifurquer à une intersection

En définitive des **problèmes de sens** sont soulevés par **10%** du groupe.

Autre remarque: parmi les "progressifs discrets" on trouve pour le 2 et pour le 4, 66% des étudiants du groupe qui suivent l'ordre lexicographique pour les essais successifs.

Problème clapyrinthe

Nous retrouvons *un problème de **sens**

-Concernant le départ (A ou B ou C?) 10%

-Concernant la consigne de déplacement possible : 4 %

*et des erreurs, au niveau de l'acquis (décimaux), corrigées (ou non) : 36%

Méthodologie

	p	r	analyse-totale
effectif	33	7	1
%	79	I7	2

L'exhaustivité (très relative), n'est utilisée que par **10%** de l'effectif.

Sont progressifs puis régressifs (pr) 24%

1 seul mixte (p r m)

et 1 procède par analyse totale, ce qui met en évidence la nécessité de passer par D !

Problème Palindromes

On trouve trois méthodes:

-itération (progressif) évoquée mais non utilisée : 5%

-recherche du palindrome et soustraction, c'est à dire intervention d'un problème intermédiaire : 34 avec 8 réussites, soit 23% pour cette méthode.

-recherche du nombre demandé, directement, par technique d'addition et de symétrisation avec 5 réussites soit 83% pour cette méthode

Réussite totale : **31%**

Problème de sens: *entier >0 ou <0?

-<0 , interprétation plus petit en valeur absolue : 2

->0 , choix arbitraire : 1

*premier au lieu de entier.

*interrogation (est-ce le plus petit ?) ou vérification du résultat : 2

*théorème implicite faux : 1

" Dans les 2000 il n'y a pas de palindrome"

Enquête N°2 (cf annexe)

effectif : 50

Les étudiants sont invités à réfléchir sur les difficultés ressenties à l'université et dans le secondaire, par rapport aux différents contenus, et à en rechercher les causes.

Q1 a) : Dans le secondaire quelles sont les parties du programme de math pour lesquelles vous avez ressenti le plus de difficultés ?

nature	effectif	%
géomètrie	32	62
coniques	3	6
proba stat	4	8

Q1 b) A votre avis, quelles en sont les causes ?

nature	effectif	%
personnelles	16	32
environnement	5	10
enseignants	27	54
autres	6	12

Q2 a) A l'université, quelles sont vos difficultés en math ?

L'analyse des réponses révèle une certaine variété avec un faible effectif pour chaque point évoqué.
Cependant, en classant les contenus selon le critère d'appartenance à un "champ" on obtient, par regroupement, ce qui suit :

	effectifs	%
analyse	28	56
algèbre	16	32

Q2 b): A votre avis les causes en sont:

	effectifs	%
personnelles	19	38
enseignants	17	34
autres	11	22

Q3 a) : Apprenez vous le cours entre deux séances de cours (oui:18, soit 36%, à leurs dires) ou entre cours et T D (31 quelquefois)

Q3 b) Relisez vous les cours?

	effectif	pourcentages
Lecture une fois	25	50
" deux fois	16	32
" > deux fois	12	24

Ces questions ne sont pas disjointes !

Q3 c) Mémorisation ?

	oui	pourcentages
Apprennent les théorèmes et formules par coeur	24	48
Essaient de retenir le sens	48	96
Recopient le cours	10	20
" théorèmes et formules	32	64
N'apprennent rien :	23	**46**

Pour cette dernière question que conclure des **27 non réponses** (**54 %**)?

Un point d'information est important pour l'interprétation des résultats de la question 2 a) : celui des unités suivies, au premier semestre, par les étudiants. Cela apporte un éclairage sur l'énumération des difficultés ressenties : il s'agissait uniquement d'analyse...Ces réponses sont à comparer avec les résultats de l'enquête similaire de Juin 89 (*après enseignement sur toute l'année*), c'est **l'algèbre** qui l'emporte comme **point noir**.

Certains étudiants ont donné des précisions à leurs réponses en Q1 b) et Q2 b). En voici un échantillon :

Difficultés de causes personnelles

*dans le secondaire

-"refus d'apprendre quelque chose par coeur"

-"difficulté d'abstraction"

-"ne parvient pas à une représentation concrète"

-"manque de travail"

-"pas vraiment passionné par les maths"

-"il fallait trop apprendre sans qu'il y ait de chose à vraiment comprendre (et je n'aime pas apprendre pour apprendre)"

-"manque de recul par rapport à cours théorique"

-"sorte de bloquage, je comprenais une fois que j'avais la correction mais était incapable de démarrer seule"

-"timidité pour avoir explication, pas assez de relations avec enseignant, manque d'échange"

-"explications trop rapides"

-"transmission professeur-élève ne passe pas"

*à l'université

-"notion mal acquise dés le départ"

-"pas assez de travail"

-"manque d'approfondissement faute de temps"

-"difficultés de mettre en évidence le problème posé et ainsi d'appliquer les propriétés et théorèmes"

-"besoin d'exercices d'application"

-"les démonstrations abstraites (algèbre) où je ne sais pas comment partir"

-"je ne vois jamais les difficultés"

Causes des difficultés : les enseignants.

*dans le secondaire

-"notion expliquée de façon trop théorique, pas assez concrète"

-"mauvaises explications"

-"absence d'exercices"

-"pour Thalès l'enseignant a pensé que le support du dessin suffisait"

-"cours non structuré, peu d'exercices d'application"

-"enseignant brouillon là où il faut être rigoureux"

-"manque de méthode de démonstration en géométrie"

-"méthode d'enseignement pas assez individuelle"

-"ne savent pas expliquer autrement qu'en répétant ce qu'ils viennent de dire"

-"n'ont aucune idée des difficultés rencontrées par la classe"

*à l'université

-"on va trop vite"

-"cours trop théorique"

-"très peu d'applications"

-"aucun approfondissement sur problèmes supposés connus"

-"cours en amphi trop abstrait"

-"les cours ne sont pas souvent explicites"

-"mauvaises explications en T.D."

-"pas assez de rigueur"

-"ne s'assurent pas de nos connaissances"

-"devraient faire des rappels"

-"les profs utilisent des notions qu'eux seuls maîtrisent dés le début d'un nouveau chapitre"

-"ils n'essaient pas de nous donner une représentation concrète des choses"

-"ils se lancent d'emblée dans des démonstrations surchargées qui pourraient être beaucoup plus explicites en étant mieux rédigées"

-"ne peut se permettre de répondre, tout le temps, aux questions personnelles de chacun"

-"problème pas toujours bien présenté"

-"manque de gestion du temps par certains"

-"trop de temps pour un seul exercice"

-"fin de programme souvent fait trop rapidement par manque de temps"

Rubrique "autres"

-"manque de temps"

-"problème de technique pour les démonstrations"

-"il faut bien comprendre l'énoncé et appliquer la bonne méthode"

Enquête N°3 " Votre Profil"

effectif : 50

Les étudiants étaient invités à répondre par oui ou par non aux questions suivantes:

1-Face à un problème, vous passez le temps qu'il vous faut, mais vous n'abandonnez pas.

2-Vous voulez , à tout prix, avoir la solution d'un problème

a) éventuellement en trichant.

b) "tout seul", sans aucune aide.

3- Vous avez des limites et ne dépassez jamais un certain temps de recherche.

4- Si un problème vous semble trop difficile,

a) vous ne le cherchez pas.

b) vous demandez de l'aide.

c) vous cherchez à plusieurs.

5- Vous ne cherchez un problème que si vous connaissez une méthode à appliquer pour le résoudre.

6- Vous aimez résoudre un problème à l'aveuglette, le trouver par hasard.

7- Vous pensez que faire des maths

a) c'est très amusant.

b) cela détend.

c) il faut en passer par là.

d) c'est intéressant.

8- Pensez -vous

a) "il faut être doué, pour faire des maths "

b) "il faut être astucieux "

c) "il faut avoir des idées géniales, au bon moment"

d) "il faut travailler beaucoup et avoir de la mémoire"

9- Avez-vous des difficultés pour élaborer des démonstrations ?

10- Quand vous faites une démonstration d'une implication
ou d'un problème du style:
" soient les hypothèses... montrer que... "
Démarrez-vous
a) d'une hypothèse?
b) de la conclusion?
c) d'une propriété ou d'un théorème qu'il vous semble devoir appliquer?

11- Arrivez-vous toujours
a) à démarrer une démonstration?
b) à conduire une démonstration?
c) à conclure?

Portez toutes vos remarques et commentaires au dos de la feuille.

Nous obtenons le tableau des effectifs

question	1	2a	2b	2c	3	4a	4b	4c	5	6	7a	7b
oui	**31**	**40**	16	**16**	13	8	**44**	35	10	8	13	8
non	18	5	25	21	**35**	**36**	3	9	39	**41**	31	**37**

	7c	7d	8a	8b	8c	8d	9	IOa	IOb	IOc	IIa	IIb	11c
oui	26	**45**	11	**41**	31	35	35	38	29	39	16	15	20
non	21	6	38	7	I9	14	10	1	14	6	34	30	29

Et celui des pourcentages

question	1	2a	2b	2c	3	4a	4b	4c	5	6	7a	7b
oui	62	80	32	32	26	16	88	70	20	16	26	I6
non	36	10	50	42	70	72	6	18	78	82	62	74

	7c	7d	8a	8b	8c	8d	9	IOa	IOb	10c	11a	11b	11c
oui	52	90	22	82	62	70	70	76	58	78	32	30	40
non	42	12	76	14	38	28	20	2	28	12	68	60	58

L'analyse de ces tableaux révèle des problèmes importants : selon leurs dires et écrits.

62% n'abandonnent pas mais passent le temps qu'il faut pour trouver la solution

80% Veulent la solution d'un problème à tout prix

32% Veulent trouver seuls

72% Recherchent la solution d'un problème même s'il semble "trop difficile"

78% Recherchent la solution d'un problème sans **la connaissance de méthode appropriée**

Et cependant:

82% N'aiment pas résoudre un problème à l'"aveuglette"

90% Trouvent les maths intéressantes

Si

76% ne pensent pas qu'il faut un don pour les maths ,

82% Estiment qu'il faut être **astucieux**

62% Estiment qu'il faut avoir des **idées géniales** au bon moment

70% Estiment qu'il faut travailler beaucoup, avoir de la mémoire

70% **Ont des difficultés pour élaborer une démonstration**

68% **Ne démarrent pas toujours** une démonstration.

60% n'arrivent pas à **la construire**.

58% ne peuvent conclure.

Le labyrinthe du facteur

Nous avions déja exploité les procédures de six labyrinthes, parlé de méthodes progressive, régressive, mixte, d'analyse, de connaissance totale...Pour cet exercice les résultats sont:

-Essais uniquement **progressifs** discrets	62%
-Régressivité utilisée (11)	30%
dont d'emblée (4)	11%
-Méthode mixte	5%
-Introduction d'éléments auxiliaires **(tous Bac C)**	11%
-Analyse (5) (4 **bac C**, 1 bac D)	14%
-Exhaustivité **(Bac C)**	5%

Enquête N°4

Le protocole de passation fut le suivant : tous les étudiants reçoivent, en début de séance, le questionnaire. Ils doivent le remplir, individuellement, sans communication, dans le but d'effectuer un diagnostic personnel qui leur permettra une meilleure connaissance d'eux-mêmes et d'apporter les corrections éventuelles pour un progrès dans la construction de démonstration,ce qui est un point de difficultés pour la majorité d'entre eux...

L'enquête comporte deux parties non indépendantes :

- la réponse à un questionnaire polycopié.
- l'élaboration de démonstrations sur une deuxième feuille.

1° Partie

Le contenu du questionnaire est le suivant :

Voici des textes d'exercices de Deug 1ere année ,et des écritures constituant pour, certains étudiants des années passées, des débuts de démonstrations . Voulez vous dire lesquelles de ces écritures vous semblent des démarrages possibles (p) ,impossibles (i), astucieux (a), nécessaires (n), pour faire la démonstration.

<u>Texte 1</u> : Soient A et B deux ensembles, X_1 et X_2 des parties de A, f une application de A dans B,

montrer que si $X_1 \subset X_2$ alors $f(X_1) \subset f(X_2)$.

1	$\forall x \in X_2$	5	$\exists x \in X_2$
2	$\forall x \in X_1$	6	$\exists x \in X_1$
3	$\forall y \in f(X_2)$	7	$\exists y \in f(X_2)$
4	$\forall y \in f(X_1)$	8	$\exists y \in f(X_1)$

Texte 2 : Soient A et B deux ensembles , X_1 et X_2 des parties de A, f une application de A dans B, si $f(X_1) \not\subset f(X_2)$ démontrer que $X_1 \not\subset X_2$. (Remarque : Ce texte fait apparaître la contraposée de la proposition du texte précédent, cela était laissé à la "découverte" des étudiants).

1	$\forall\ x \in X_2$	5	$\exists\ x \in X_2$
2	$\forall\ x \in X_1$	6	$\exists\ x \in X_1$
3	$\forall\ y \in f(X_2)$	7	$\exists\ y \in f(X_2)$
4	$\forall\ y \in f(X_1)$	8	$\exists\ y \in f(X_1)$

Texte 3 : Soient A et B deux ensembles, X_1 et X_2 des parties de A, f une application de A dans B. Montrer que $f(X_1 \cap X_2) \subset f(X_1) \cap f(X_2)$.

1	$\forall\ x \in X_1$	8	$\exists\ x \in X_1$
2	$\forall\ x \in X_2$	9	$\exists\ x \in X_2$
3	$\forall\ x \in X_1 \cap X_2$	10	$\exists\ x \in X_1 \cap X_2$
4	$\forall\ x \in f(X_1)$	11	$\exists\ x \in f(X_1)$
5	$\forall\ x \in f(X_2)$	12	$\exists\ x \in f(X_2)$
6	$\forall\ x \in f(X_1) \cap f(X_2)$	13	$\exists\ x \in f(X_1) \cap f(X_2)$
7	$\forall\ x \in f(X_1 \cap X_2)$	14	$\exists\ x \in f(X_1 \cap X_2)$

Questions : Pensez vous, lorsque vous avez procédé à une démonstration de la forme $P \Rightarrow R$:

1) que vous avez une connaissance nouvelle.
2) P et R sont différents.
3) que vous n'avez rien de plus.
4) P est contenu dans R.
5) R est contenu dans P.

Porter vos commentaires et remarques au dos.

Nous obtenons le tableau des effectifs des différents choix, selon le code suggéré p,i,n,a, auquel est ajouté sr (pour "pas de réponse") et "autre" pour réponse différente des cinq précédentes.

Effectif 71 (24 F, 47 M)

Texte 1

Choix	1	2	3	4	5	6	7	8
p	22	24	16	34	20	21	24	21
i	35	2	49	17	39	37	34	34
n	12	35	3	9	4	6	4	6
a	1	9	2	IO	3	3	5	7
sr	1	1	1	1	4	3	3	2
autre					1	1	1	1

Texte 2

Choix	1	2	3	4	5	6	7	8
p	14	I9	22	28	25	23	30	29
i	50	43	30	17	33	23	29	19
n	1	2	12	20	3	14	2	9
a	1	2	3	4	5	8	2	7
r	5	5	4	2	5	3	8	7
p+n+a	16	23	37	52	33	45	34	45

Texte 3

Choix	1	2	3	4	5	6	7
p	22	21	24	24	24	15	26
i	39	40	5	39	40	38	18
n	3	4	28			5	15
a	1		9	1		6	7
sr	6	6	5	7	7	7	5
p+n+a	26	25	61	25	24	26	48

Choix	8	9	10	11	12	13	14
p	18	16	22	22	19	21	20
i	42	44	32	39	40	30	31
n	3	3	4	1	2	4	3
a			4	1	1	7	7
sr	8	8	9	9	9	9	10
p+n+a	21	19	30	23	21	31	29

Texte 1

%	1	2	3	4	5	6	7	8
p+n+a	49	**96**	**30**	**75**	**38**	42	46	48
i	49	**3**	**69**	**24**	**55**	52	48	48

Texte 2

%	1	2	3	4	5	6	7	8
p+n+a	**22**	**32**	52	**73**	46	**63**	48	**63**
i	**70**	**61**	42	**24**	46	**32**	41	**27**

Texte 3

%	1	2	3	4	5	6	7
p+n+a	37	35	**86**	35	34	37	**68**
i	55	56	**7**	55	56	54	**25**

	8	9	10	11	12	13	14
p+n+a	**30**	**27**	42	**34**	**31**	**45**	42
i	**59**	**62**	45	**55**	**56**	42	44

questions		1	2	3	4	5
	oui	58	11	11	25	45
	non	7	52	51	37	I5
%	oui	**82**	**I5**	**I5**	35	**63**
%	**non**	**10**	**73**	**72**	52	**21**

Pour l'exploitation de ce tableau, il est indispensable de se reporter aux commentaires, les questions étant très ouvertes et, de ce fait, les réponses liées à l'interprétation de chacun.

Il est intéressant de noter que les *possibilités de démonstration directe* concernant les textes proposés sont au nombre de 2 pour le texte 1 (n° 2 et n°4), pour le texte 2 (n°8 et n° 6), et pour le texte 3 (n°3 et n°7). Les *démonstrations par contraposée* correspondent aux n°8 et n°6 pour le texte 1, aux n°4 etn°2 pour le texte 2. **On ne peut pas faire de démonstration par contraposée**, pour le **texte 3**, faute d'"hypothèse déterminante",par contre on peut utiliser la *technique "par l'absurde"*, de même que pour les cas précédents.

Pour les cas "démonstration directe", les pourcentages entre impossible et possible(p+n+a), sont très nettement marqués. Mais il est manifeste que **le choix consistant à partir de la considération des objets de la conclusion**, (cf type $\forall\Rightarrow\forall$ et type $\exists\Rightarrow\exists$ dans "apprentissage du raisonnement et de méthodes de démonstrations" M.-P. AUBERT I.R.E.M. de Rouen) d'une part reçoit **le plus faible pourcentage** d'adhésions, d'autre part est **considéré comme impossible par le quart de l'effectif**. Il s'agit des numéros 4, 8 et 7 respectivement.

%	Texte 1		Texte 2		Texte 3	
	2	4	6	8	3	7
p+n+a	96	**75**	63	**63**	86	**68**
i	3	**24**	32	**27**	7	**25**

A la suite de ce questionnaire, les étudiants ont dû procéder : à l'élaboration des démonstrations de certains des textes proposés, ainsi qu'à l'écriture de texte sous forme différente.

2°Partie

<u>1° Texte</u> : "Soit E un ensemble, X une partie de E. Montrer que si pour toute partie A de E on a $A\cup X = E$ alors $X = E$."

<u>Demandes</u> : Elaborer une première démonstration, puis, si possible, une seconde différente de la première.

Réécrire le texte en utilisant la contraposée de la proposition qu'il contient, en faire la démonstration. (Ce qui donne la possibilité d'une seconde démonstration pour certains étudiants qui n'en ont qu'une...)

résultats: (effectif 69)

1°démonstration

*démonstrations correctes : 36 (soit **52%**)

-directes (A=ø) : 31 (soit 46%)

-par l'absurde :4 (6%)

-par contraposée : 1

*pas de démonstration : 7 (soit 10%)

*démonstrations mauvaises : 23 (soit **33%**)

-dues à des erreurs ou à une incompréhension du texte.

2°démonstration

tentée et correcte : 8 (soit **12%**)

écriture de la contraposée

de la proposition du texte ou nouvelle écriture du texte entier (avec contraposée):

réponses **correctes** : 28 (soit **41%**)

pas de réponse : 10 (soit 14%)

réponses **fausses** : 31 (soit **45%**)

démonstration de la contraposée

correctes : 14 (soit 20%)

incorrectes : 11 (soit **16%**)

néant : 42 (soit **61%**)

Seulement 8 étudiants ont répondu, avec succès, à la demande de la **réalisation d'une seconde démonstration**, différente de la première, ce qui correspond à **12%** de l'effectif.

Il s'agit de 3 démonstrations directes, de 4 démonstrations par l'absurde, d'une par contraposée.

On trouve aussi l'utilisation de théorèmes implicites faux, pour 9%. Est également à remarquer l'écriture de $\{\emptyset\}$ pour ø, une confusion entre élément et partie d'un ensemble, une mauvaise compréhension du texte (6%).

2° Texte : "Soient deux ensembles A et B, f une application de A dans B, X_1 et X_2 des parties de A, montrer que si $f(X_1) \not\subset f(X_2)$ alors $X_1 \not\subset X_2$."

Résultats pour un effectif de 68 :

* démonstrations correctes : 18%réparties en

- directes avec départ $\exists\ y \in f(X_1)$42%
- par contraposée 33%
- par l'absurde 25%

* PAS de démonstration : 10%

* démonstrations incorrectes 62% dont

- erreur liée à l'existence supposée d'une application réciproque : 20%
- application de théorème implicite faux : 7%
- départ en $\forall\ x \in X_1$ conduisant à une démonstration incomplète ou non rigoureuse : 71%

* démonstrations non rigoureuses (implicites) : 10%

Ces résultats furent donnés à la séance suivante, faute de temps pour mener l'expérimentation d'un bloc, avec tous les commentaires nécessaires et un cours bref sur l'analyse de textes et les **méthodologies de résolution** qui en découlent...(cf polycopié M-P AUBERT I.R.E.M. de ROUEN). Malgré la brièveté, il fut insisté sur la **nature des départs de démonstrations selon le type des propositions contenues dans hypothèses et conclusion** (type $\exists$, type $\forall$...).

C'est dans cette situation que les étudiants durent tester la méthodologie sur le texte suivant (texte dont il n'avait pas eu connaissance la fois précédente) :

3° texte : "Soient A et B deux ensembles, X_1 et X_2 des parties de A, f une application de A dans B,

montrer que $f(X_1 \cap X_2) \subset f(X_1) \cap f(X_2)$."

Il est à noter une chute de participation de 29%, après une croissance due à l'attrait des jeux et des recherches de problèmes ouverts...On se trouve face à un effectif un peu supérieur à celui des premières séances.(48 étudiants)

Nous obtenons des résultats bien différents des précédents :

Tout le monde entreprend une démonstration, il n'y a plus d'abstention...(ce qui concernait, au moins une fois, par rapport à l'ensemble des questions, **61%** des étudiants)

Les démonstrations sont **correctes** pour **67% de l'effectif** et correspondent **toutes à un départ de la forme "$\forall\ y \in f(X_1 \cap X_2)$"**. Les démonstrations incorrectes avec début correct sont dûes à des erreurs (considération d'une application réciproque, $\subset$ au lieu de $\in$, équivalence fausse, langage); elles concernent 12 % des étudiants.

Les départs de la forme "$x \in X_1 \cap X_2$", "$\forall\ x \in X_1 \cap X_2$" sont réduits à 16%, une moitié correspond à des démonstrations incomplètes et l'autre moitié à des blocages ou erreurs.

Entre le 1° recueil (démonstrations produites "comme à l'habitude") et le second (après cours de méthodologie) il existe des différences nettes. **Ont progressé de façon spectaculaire** en passant de la situation "sans démonstration" ou "démonstration fausse" à "démonstration correcte" : 27 personnes, soit **56%**. Ont **amélioré** leurs **performances 68%** des étudiants...

Ces résultats sont donc *très* significatifs !

Au cours précédent, on enregistrait seulement 19% de réussites pour les demandes du texte n°1, et 18% pour celles du n°2.

Il est important de noter que cette amélioration est liée à l'enseignement méthodologique, et qu'aucun enseignement sur le champ conceptuel n'a été dispensé. C'est la **mesure de l'impact** de la réflexion sur raisonnement et **méthodologie, uniquement**.

Une nouvelle mesure a eu lieu, trois mois après la précédente, lors du contrôle pour l'obtention de l'unité. Cette situation était, par conséquent, différente des précédentes. Les circonstances matérielles (composition en amphi avec peu de surveillants) ne permettent pas d'assurer qu'il n'y a eu aucune communication.

Autre point important, un cours de sensibilisation à la psychologie (traitement de l'information sensorielle), très succinct, avec expérimentation personnelle, (étude et comparaison de comportements, dans des situations de "vie courante") fut entrepris aprés la séance du texte n°3. Nous ne sommes pas revenus sur les considérations méthodologiques, sauf de façon anecdotique.

C'est dans cette situation qu'a eu lieu le contrôle. L'effectif était de 83. Les étudiants présents ont suivi le cours (théorie et pratique, neuf séances) de façon inégale.

Les relevés sont les suivants :

A aucune présence (pour 7 d'entre eux)

B présence à un seul cours (pour 15)

C présence à deux cours (pour 17)

D " trois cours (pour 2)

E " tous les cours sauf un (pour 15)

F " totale (pour 27).

Par conséquent, seulement 42 étudiants ont participé de façon correcte à l'enseignement de l'unité. Ceci apparaît d'ailleurs dans les résultats.

Les demandes du contrôle sont (en I) le choix des *débuts de démonstrations* corrects pour les textes n°1 et n°2 de l'enquête 4, puis (en II) un **texte nouveau** : "Soient A et B deux ensembles, Y_1 et Y_2 deux parties de B, f une application de A dans B, montrer que si $Y_1 \subset Y_2$ alors $f^{-1}(Y_1) \subset f^{-1}(Y_2)$."

Quatorze étudiants ont *réussi totalement* ces questions, ils font partie de ceux qui ont *suivi l'enseignement* (E ou F).

23 ont donné une *démonstration correcte* pour l'exercice II et 22 *d'entre eux* sont du *groupe* $E \cup F$.

41 ont répondu de façon correcte à la première question, dont *33 du groupe* $E \cup F$.

Conclusions

Le pourcentage de réussite totale est donc de **33% pour ceux** qui ont eu **connaissance de la méthodologie**, de **0%** pour **les autres**.

La capacité de résolution d'un exercice (différent de ceux proposés) est de **52%** pour ceux qui **ont suivi l'enseignement de méthodologie**, de 3% pour les autres.

La possibilité de **commencer une démonstration**, et ce, de façon satisfaisante, concerne **48% du groupe ayant suivi le cours** régulièrement, **58% de ceux** qui ont participé au moins à l'**enquête n°4** et aux **exercices suivants** (partie la plus importante pour la construction de démonstration), contre 8% pour les autres.

.

On trouve un **départ**, au moins, de démonstration, **correct pour 79%** du groupe E∪F, **contre 18%** pour les autres (ce qui correspond exactement aux résultats obtenus avant donnée de la méthodologie pour le groupe E∪F).

Ceux qui n'ont pas donné de réponse font partie, exclusivement,de ceux qui n'ont pas suivi l'enseignement.(les autres étant en partie dans cette situation, avant enseignement méthodologique)

La comparaison avec les pourcentages d'amélioration, post-enseignement, immédiate, met en évidence une **maintenance**, trois mois après, de cette **amélioration**.

Les résultats de S.E.M. peuvent être comparés à ceux des années précédentes, en tenant compte des différences de valeur de certaines variables didactiques

Les étudiants étaient en 1° année de DEUG. La méthodologie était dispensée en même temps que le cours sur le "champ conceptuel" concerné. Les mesures furent effectuées systématiquement lors de l'enseignement, mais les documents furent en général détruits, après exploitation et communication des résultats aux étudiants intéressés... Je ne fais état que des **résultats liés aux recueils encore en ma possession.**

-<u>mesure d'octobre 83</u>

La date n'est précisée sur aucun des éléments du corpus, mais la nature du texte ainsi que le recueil suivant permettent de le situer dans le temps; il s'agit probablement de la 4° ou 5° séance de T.D. de l'année 83-84.

*<u>texte</u> : "Soient A et B deux ensembles, f une application de A dans B, montrer que si f est injective, alors quelle que soit X, partie de A, $f^{-1}(f(X))=X$."

*<u>résultats</u> : effectif de 25, 3 sans démonstration (étudiants étrangers arrivés en retard...probablement 1° T.D. pour eux), pour les autres 27% de démonstrations correctes (correspondant toutes au "bon départ" du type $\forall\Rightarrow\forall$ ou $\exists\Rightarrow\exists$), 73% de démonstrations non valables (dont les trois-quarts avec départ de l'hypothèse précédent l'implication pour $\forall\Rightarrow\forall$, 30% de blocage, 19% d'erreurs).

*<u>erreurs</u> : confusion entre définition d'une application et définition d'une injection ; confusion entre élément et ensemble ; démonstration pour certaines parties (les singletons) seulement ; conclusion supposée vérifiée.

-mesure du 7-11-83

*texte : "Soient E, F, G, trois ensembles, f une application de E dans F, g une application de F dans G, montrer que si $g \circ f$ est injective alors f est injective."

La démonstration directe ne fait pas partie des documents conservés. Ce corpus ne contient que les démonstrations par contraposée, et par l'absurde, demandées explicitement (après les démonstrations directes), ceci pour s'entraîner au type "$\exists \Rightarrow \exists$", et aussi, afin de comparer les deux formes et de mettre en évidence l'avantage de la première sur la seconde. La mesure porte donc sur les démonstrations de f non injective $\Rightarrow$ $g \circ f$ non injective.

*résultats : 76% de démonstrations correctes, 12% de démonstrations erronées, 12% sans démonstration (pour la forme par contraposée).

En ce qui concerne la forme "par l'absurde", on obtient 16% de démonstrations correctes, 12% avec mauvaise expression sur le plan du langage, 32% sans réponse, 16% non terminé, 24% de démonstrations erronées. Il est à noter que c'était le premier appel de l'année à l'utilisation de cette technique.

Pour ce qui est des erreurs, on retrouve, comme à l'habitude, les problèmes de quantificateurs (absence ou échange de $\forall$ et $\exists$), les traductions propositionnelles fausses de "f est injective"..., les problèmes de langage.(cf annexe "copies étudiantes")

-mesure du 8-11-83

*texte : "Soient E, F et G des ensembles, f une application de E dans F, g une application de F dans G, montrer que si $g \circ f$ est surjective et g injective alors f est surjective."

Ne sont en ma possession que les feuilles correspondant à la consigne : " Faire la démonstration en supposant f non surjective."

*<u>résultats</u> : -écriture de $\neg C$ correcte pour 57%

-démonstration correcte (par l'absurde) 46%

Les étudiants étaient "en progrès" net, après les trois semaines d'enseignement méthodologique.

-<u>mesure du 11-2-86</u> (1° entretien méthodologie-contenu)

*<u>texte</u> : "le carré d'un nombre impair est impair implique qu'il n'existe pas de nombre rationnel de carré égal à 2"

*<u>résultats</u> : Aucune démonstration de l'implication, pour 17%, démonstration fausse pour 13%, ont écrit quelque chose ne menant pas vers un raisonnement correct 57%, sont sur la bonne voie mais bloqués 13%, justification de l'hypothèse ,au cours de l'analyse de texte par 57%.

Ont **traduit la conclusion** de la forme "**il n'existe pas**" en proposition du **type** $\forall$: **17%** de l'effectif. Ecrivent le texte sous la forme équivalente $\neg C \Rightarrow \neg H$: **9%** des étudiants.
Evoquent la possibilité de démonstration par l'absurde : 22%.

-<u>mesure du 14-2-86</u>

*<u>texte</u> : Montrer que la suite de terme général $u_n = \frac{(-1)^n}{n}$ converge vers zéro, et que celle de terme général $1+\frac{1}{2n}$ converge vers 1.

*<u>résultats</u> : Ceux qui ont donné une **bonne démonstration** sont les mêmes que **ceux** qui ont **écrit correctement le critère de convergence** : **70%** de l'effectif.Pour ceux qui n'ont pas écrit le critère correctement (faux ou incomplet), soit 30%, il y a deux-tiers de démonstrations incorrectes, le reste sans réponse.

Le groupe est en progression très nette, mais deux exercices similaires avaient été traités avant.

On trouve parmi les défauts habituels : l'écriture d'inégalités successives, sans explication de lien, ou avec implication vers la condition recherchée (en sens contraire), l'utilisation à tort d'équivalence ou celle d'implication au lieu d'équivalence et vice-versa.

-mesure du 6-3-86

*texte : "Soit la suite de terme général $u_n=1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+...+\frac{1}{n}$, $n\in\mathbb{N}$, montrer que ce n'est pas une suite de Cauchy."

*résultats : Ont écrit correctement la négation du critère de Cauchy : 40% ; n'ont pas donné de réponse : 12% ; ont donné une réponse fausse : 48%.

Pour la recherche d'un autre exercice, après correction du précédent, on obtient des pourcentages différents.

- 32% sans démonstration ou avec écriture des hypothèses,
- 16% de démonstrations fausses,
- 52% de démonst. correctes ($u_1>u_0$) pour une petite partie de la question posée, à savoir "montrer que $\forall\ n \in \mathbb{N}$ $u_0<u_n<u_{n+1}<v_{n+1}<v_n<v_0$". Ici, le contenu de type calculatoire permet une légère augmentation des "performances".

Après le cours magistral d'analyse, sur les limites, le test suivant est proposé à un groupe de 25 étudiants : " Quels sont les critères de convergence d'une fonction f, en un point x_0, vers une valeur l de $\mathbb{R}$, en considérant les différents cas pour x_0 et l (fini, $+\infty$, $-\infty$)

*résultats en %

		correct	sans rép.	faux
x_0 fini	l fini	88	8	4
"	l $+\infty$	36	24	40
"	l $-\infty$	28	24	48
x_0 $+\infty$	l fini	16	40	44
"	l $+\infty$	12	56	32
"	l $-\infty$	12	60	28
x_0 $-\infty$	l fini	16	52	32
"	l $+\infty$	12	60	28
"	l $-\infty$	8	56	32

-<u>mesure de septembre 1990</u>

Un groupe de 110 étudiants devait résoudre, en situation d'examen, un exercice dont la première moitié est le texte de la mesure du 7-11-83 et la seconde fait, également, partie de la sélection des exercices utilisés pour l'enseignement méthodologique.

*<u>texte</u> : Soient f : E --> F et g :F --> G deux applications. Montrer que $g \circ f$ injective $\Rightarrow$ f injective et que $g \circ f$ surjective $\Rightarrow$ g surjective.

*<u>résultats</u> <u>1°</u> <u>partie</u> : Ceux qui qui ne donnent **pas de démonstration** et n'écrivent rien (excepté deux étudiants qui recopient le texte, et un qui exprime qu'il s'agit d'un théorème connu) sont au nombre de 28, soit **25%**.

Les démonstrations **correctes**, rigoureuses, avec justification complète sont au nombre de 19, soit **17%** de l'effectif, réparties en.

- départ de l'hypothèse (10%)
- par "l'absurde"(37%)
- par contraposée(26%)
- avec départ des objets de la conclusion(16%)

Les démonstrations par l'absurde (ou similaires, avec utilisation du **principe de non-contradiction**) sont au nombre de 15 (14% de l'effectif) avec 9 succès : donc **60% de réussite**. Les cas d'échec sont liés à des problèmes de quantificateurs ou de langage.

Les démonstrations "avec **départ de l'hypothèse**" concernent **49%** des étudiants. Pour ce groupe, il y a moins de 2% de démonstrations justifiées, 63% d'écritures d'implications successives sans aucune justification, **30%** de démonstrations **non valables**, car entâchées d'erreurs liées à la création d'hypothèses supplémentaires explicites : g injective, existence de g^{-1} ou f^{-1} (19%), ou implicites : g injective, linéarité (13%).

Il est à remarquer que, pour ce texte, le départ de démonstration des objets mathématiques de la conclusion est identique à celui de l'hypothèse ; il y a, seulement, une différence dans la démonstration...(cf, en annexe, les différentes démonstrations, selon la méthodologie employée).

Parmi les erreurs, en plus de ce qui vient d'être mentionné, on trouve l'écriture **d'équivalence**, alors que seule une implication est vérifiée (**20%**). Existent, aussi des non-sens ($E \subset F$, $x \in g \circ f$, $g(f(x))$ au lieu de $g \circ f$...).

*<u>résultats</u> <u>2°partie</u> : Ceux qui n'ont **rien** écrit sont au nombre de 39 (**35%** de l'effectif)

Les démonstrations **correctes** sont obtenues par 33 étudiants, soit **30% de l'effectif**.

Certains manifestent une idée "probablement" correcte, mais n'aboutissent pas à l'élaboration d'une démonstration (8%).

Les démonstrations sont mauvaises ou "en panne" pour **27%** de tout le groupe.

Les **départs de l'hypothèse** sont utilisés par **49%** des étudiants, comme pour la première partie, mais, dans ce cas précis, pour les formes de démonstration avec quantificateur, il y a **coïncidence avec départ des "objets" de la conclusion**. On trouvera en annexe les démonstrations, y compris celles sans quantificateur. Le taux de réussite est de **52%**.

On trouve une seule démonstration "par contraposée" (correcte) et 7 démonstrations "par l'absurde" (réussite **43%**).

Les erreurs sont liées à des confusions entre ensembles ou entre injection et surjection, à une mauvaise écriture de "g non surjective", à l'introduction d'application réciproque, aux quantificateurs.

ETUDE DE MANUELS

Premier cycle universitaire

Exercices d'Algèbre 1°année (Collection U) ARMAND COLIN

Cet ouvrage comporte 152 exercices, pour 58 d'entre eux il faut appliquer un algorithme ou effectuer un calcul(38%), 5 correspondent à des applications directes de théorème(3%), 5 sont du champ de l'arithmétique(3%), 69 sont **bénéficiaires de la méthodologie(45%)**.

Pour cette dernière classe, on obtient la répartition, par chapitre, en pourcentage, dans le tableau suivant :

chap.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
%	72	59	82	0	85	29	13	11	90

sachant que ch. 1 correspond à "Ensembles"
2 " "Groupes"
3 " "Anneaux Corps"
4 " "Complexes"
5 " "Espaces vectoriels"
6 " "Matrices"
7 " "Déterminants et Equations linéaires"
8 " "Polynomes et Fractions rationnelles"
9 " "Problèmes de synthèse"

Exercices d'Algèbre 2°année (Collection U)

Il y a six chapitres.

Pour le ch. 1 **"Ensembles, Groupes, Anneaux, Corps"** et pour le Chapitre 2 **"Algèbre linéaire"**, la méthodologie est utile à **100%**.

Pour le chapitre 2 **"Réduction des matrices"**, algorithme ou calculs concernent la moitié des exercices, la méthodologie s'applique pour l'autre moitié (**50%**).

Pour le chapitre 4 "Polynômes", 55% des exercices se résolvent uniquement par calculs, application d'algorithmes et 45% sont bénéficiaires de la méthodologie.

CH. 5 **"Formes bilinéaires quadratiques hermitiennes"**, les exercices se résolvent toujours soit par calcul-algorithme uniquement (42%) soit avec la **méthodologie (58%)**.

Les **"Problèmes de synthèse"** constituent le dernier chapitre; on peut appliquer la méthodologie à 6 d'entre eux sur 7 (**86%**).

Globalement, cet ouvrage comporte 114 exercices ou problèmes, la **méthodologie est utile** pour 85 d'entre eux (**75%**)

Exercices d'Analyse 1°année (Collection U)

Il comporte 7 chapitres, pour lesquels le tableau ci-dessous nous renseigne quant à l'impact de la méthodologie (m %).

n°ch.	intitulé	nbre ex	m%
1		21	57
2	Fonctions réelles d'une variable	28	28
3	"différentiables "	18	28
4	Expon. Logarithmes Devel. lim.	30	3
5	Etude de fonctions	18	0
6	Intégration	34	26
7	Equat. Diff.	14	7
8	Problèmes de synthèse	10	50

Globalement, ce manuel présente 173 exercices ou problèmes, et la méthodologie présente une utilité pour 42 d'entre eux, soit pour **24%**.

Exercices d'Analyse 2°année (Collection U)

n°ch	intitulé	nbr exe	m%
1	Propr. top. esp.métr.	18	94
2	Applic. de dans	28	14
3	Calcul diff. extérieur	15	13
4	Intégration	28	11
5	Fonctions de var.complexe	20	5
6	Séries	43	0
7	Syst. diff. Equat. diff.	13	0
8	Problèmes de synthèse	7	87

Le nombre total des exercices ou problèmes est 172. La méthodologie est utile, seulement, pour **19%**. Car pour les autres, des algorithmes ou règles sont connus.

Conclusions

Il apparaît très nettement une différence d'utilité de la méthodologie enseignée, entre les champs **Algèbre et Analyse**. Si on exclut les problèmes de synthèse d'analyse (qui font appel à des contenus d'algèbre), on obtient un pourcentage d'utilité de la méthodologie de **23%** en 1° année, et de **16%** en 2° année.

Pour l'Algèbre, les performances sont **plus intéressantes**, avec un point culminant pour les chapitres : **Ensembles, Groupes, Anneaux, Corps, Espaces vectoriels, Algèbre linéaire, Formes bilinéaires**. la croissance d'utilité est inverse de celle de l'analyse. Elle passe de 45% du corpus de 1° année à 75% de celui de 2° année.

AUTRES ENQUETES

Enquête en milieu enseignant : "Pensez-vous ?"

De nombreux enseignants ont participé, dans des cadres différents, à des ateliers de réflexion, sur le thème "raisonnement, démonstration", dans lesquels l'étude de labyrinthes et de textes de problèmes de mathématiques, de niveaux variés, étaient proposés.

Lors de la première séance, en général, ils étaient invités à préciser, autant que possible, quelles étaient leurs attentes par rapport au contenu de l'atelier, puis s'ils pensaient avoir, auprès de leurs élèves, dispenser un enseignement "sur" le raisonnement et (ou) un enseignement de méthodologie.(cf annexe pour exemple de questionnaire)

Ces questions étant particulièrement ouvertes, ils étaient invités à préciser ce qu'ils entendaient par là, et quel sens ils donnaient à "raisonnement" et "méthodologie", les réalités recouvertes par les mots variant, souvent, d'un individu à l'autre. De plus, indépendamment des interprétations personnelles, il y a, ici, polysémie pour chacun des termes.

En réunissant tous les groupes, on obtient un effectif de plus d'une centaine de personnes. Cependant, la majorité s'étant sentie embarrassée par ces questions, les réponses exploitables dépassent, à peine, la trentaine.

En fin d'atelier, nous devions procéder à un bilan. Quelles étaient les attentes satisfaites, celles qui étaient déçues, se trouvait-il des apports ou des ouvertures inattendus, dépassant les espérances ? Sur ce point, les recueils sont très succincts, il y a davantage d'expressions de souhaits pour le contenu d'un atelier complémentaire. On trouve aussi quelques suggestions.

Voici quelques expressions concernant :

Les attentes

"prendre des idées et des résultats de recherche susceptibles de me faire progresser"

"répondre aux questions : comment enseigner de façon spécifique le raisonnement, les méthodes, expliciter ce qui est non-dit, trouver une typologie"

"prendre connaissance des démarches d'autres collègues pour animation de stages"

"mener une réflexion et prendre connaissance de démarches structurées pour arriver"

"trouver des idées pour apprendre aux élèves à mieux raisonner"

"propositions de situations-problèmes"

"pouvoir remédier aux difficultés des élèves"

Ce qui revient, le plus souvent, c'est le désir de connaissance des idées d'autrui, en apport aux siennes, ressenties, par nombre d'entre nous, comme insuffisantes, face à notre but ("je ne suis pas satisfait des résultats de mes élèves et je ne sais plus quoi faire...")
Ceci est particulièrement indiqué dans les :

Raisons de choix d'atelier

"en fonction de l'intitulé, la démonstration est un problème de langage crucial"

"à la suite de l'observation des difficultés des élèves, intérêt pour la lecture et la compréhension des énoncés, pour la recherche sur écriture et rédaction"

"animatrice de stages pour professeurs de collèges, j'ai une forte demande au sujet de la démonstration en 4°"

"pouvoir faire en sorte que les élèves de fin de 3° sachent raisonner et démontrer"

"je travaille sur l'enseignement de la démonstration en collège" "connaissance de ce que font d'autres"

"constat des difficultés de raisonnement éprouvées par mes élèves"

"intérêt pour le sujet : raisonnement, méthodes, analyse de textes"

"cherche à remédier aux difficultés des élèves : pour raisonnement, méthodes de travail, démarrage pour une recherche"

"difficultés à faire comprendre l'utilité de travailler avec méthode ainsi que l'utilité de démontrer"

"importance accordée aux différentes manières d'aborder un problème plutôt qu'à la considération de la solution en soi ou à l'application de recettes"

"je cherche des méthodes pour aider les élèves, d'abord à comprendre ce qu'est un raisonnement bien construit, et ensuite à en bâtir"

Nous allons maintenant résumer ce qui est consideré comme la donnée d'un enseignement "sur" :

Le raisonnement

"en 4°, distinguer les données de la conclusion"

"résolution de problèmes en petits groupes, démarche démonstrative abordée lors des cours et de la rédaction des exercices"

"tentative de synthèse, à chaque type de raisonnement rencontré, de ce qui classique et qui peut se réutiliser dans d'autres situations"

"ne pas croire qu'on obtient du premier coup un raisonnement parfait et rapide, ne pas avoir peur des erreurs, des impasses, des essais ratés"

"proposer des situations où il y a nécessité de prouver, parce que les élèves sont en désaccord et qu'il apparaît nécessaire d'argumenter"

"recherche des données, de la conclusion à laquelle on veut arriver, des liens possibles entre les données et la conclusion"

"trouver la donnée utile, ce qui se fait en même temps que le choix de l'outil" "par la pratique des problèmes ouverts...et tout au long du cours"

"avec le prof. de français, en 2°, travail sur *cause-conséquence*"

"utilisation des copies d'élèves pour montrer, à tous, les erreurs de raisonnement faites et les bons raisonnements utilisés"

"faire passer un élève au tableau et lui demander d'expliquer sa solution quelle qu'elle soit"

"à l'occasion d'exercices, de corrections... mais pas en tant que tel"

"j'essaie, sur des exemples, d'expliquer comment on a bâti certains raisonnements"

De même pour l'enseignement de :

Méthodes

"en 4°, 3°, lire un énoncé, pour découvrir le type de réponse appelé : fraction, valeur approchée, phrase..."

"exposées au fil du temps...le plus difficile est d'apprendre à faire, devant un problème, une liste des méthodes possibles et à choisir"

"conseils ponctuels, pas d'enseignement systématique"

"comment organiser son travail"

"en 2° : travail à partir du Polya, en 6° : lecture d'énoncés"

"questionnaire sur la façon de travailler des élèves, un peu du style check-list"

Concernant notre sujet d'étude, voici le relevé des

Points importants

"Il faut non seulement donner une méthode, en collège, mais susciter un *désir* de démontrer, chez les élèves"

"le décryptage des symboles"

"améliorer l'efficacité de l'enseignement sur la lecture par rapport à la compréhension" "développer le raisonnement en collège"

"méthodologie à donner à tout niveau des enseignements"

"aide de l'écriture à la résolution du problème"

"proposition de situations-problèmes"

"réflexion sur la présentation d'un exercice de Mathématiques : existe-t-il une ou plusieurs présentations idéales ? Que doit-on exiger, à ce sujet, de la part des élèves ?"

"le paramètre temps"

"remédier aux difficultés des élèves : raisonnement, méthodes, démarrage de recherche"

On trouve, maintenant, les suggestions pour :

Un nouvel atelier

"prévoir un contenu plus concret au niveau collège et lycée"

"faire des expériences, dans des classes de 1° cycle, avec des élèves en majorité *contraints* à faire des mathématiques ou débutant les démonstrations"

"mettre en situation, de façon plus importante, les participants, devant des problèmes et jeux"

"prévoir une forme plus dynamique de participation, avec travail de réflexion à partir de chaque tâche concrète"

"ajouter une étude philosophique-épistémologique, concernant raisonnement et démonstration"

"mieux séparer les idées de résolution de problèmes de l'élaboration des démonstrations"

Ainsi, après les enquêtes et expérimentations, à différents niveaux, auprès des élèves et étudiants, nous avons un aperçu de l'opinion, des pratiques, et des souhaits de certains enseignants. Les relevés précédents reflètent, assez bien, dans leur ensemble, tous les aspects évoqués.

Ces aspects sont en lien direct avec le contenu des propositions d'atelier, dont les participants avaient connaissance, et le recouvrent (cf contenu des propositions P.A.F. Académie de ROUEN 89-90, 90-91, ou "Un trésor est caché dedans" A.P.M.E.P. 1989 p.89 et 90, ou annexe)

EXPERIMENTATIONS PAR LES ETUDIANTS

(voulez-vous jouer avec nous ?
nous menons une enquête sur les
différentes façons de jouer...)

Les étudiants de S.E.M. devaient, au cours de l'unité, après expérimentation personnelle des labyrinthes et de quelques problèmes ouverts, observer la méthodologie d'autrui lors de sa phase de recherche.

Ils durent, donc, pour cela, à ma demande, proposer certains des textes, étudiés dans les chapitres précédents, à plusieurs personnes de leur entourage. Afin que les résultats obtenus, d'un étudiant à l'autre, soient comparables, une étude préliminaire des protocoles de passation fut entreprise.

Ceci a donné naissance à un corpus qu'il serait dommage de ne pas exploiter, bien que l'échantillon ne soit pas représentatif de la population française.

L'effectif atteint les deux-cents personnes. Quelques feuilles sont inexploitables.

L'étude est faite pour les formes de méthodologie : progressive, régressive, mixte, analytique.

Les variables retenues sont celles de l'âge et du sexe, car il y a des disproportions trop importantes dans les effectifs des autres variables. (Profession, milieu social...)

Avec le code : p = progressif, r = régressif, m = mixte, a = analytique, g = vision globale ou autre, l_i = labyrinthe numéro i nous obtenons le tableau des pourcentages suivant, pour la variable sexe

Masculin \ Féminin

%	p	r	m	g
l_1	74\78	14\14	5\3	8\5
l_2	40\37	60\60	1\3	0\0
l_3	57\58	31\33	10\8	3\1
l_4	33\37	55\50	1\5	11\8
l_5	73\84	20\ 9	8\7	0\1

Nous constatons, à la lecture de ce tableau, que **les pourcentages sont très voisins pour les deux sexes**. Ainsi, pour les labyrinthes n°2 et n°4, la méthode régressive est utilisée de la même façon (en tenant compte de la méthode mixte qui l'inclut, pour le n°4) Or, dans ces cas, l'utilisation de cette méthode est performante.

Nous relevons une **différence importante pour le labyrinthe n°5**, quant à l'utilisation de la méthode régressive, mais elle n'est pas, dans ce cas, plus performante que la méthode progressive.

Une personne (sexe F) utilise la méthode analytique pour le n°5.

En conservant le même code, nous obtenons le tableau pour la variable âge :

âge	effect.	l_1			l_2			l_3		
		p	r	m	p	r	m	p	r	m
5-10	2	2			2			2		
10-15	6	5	1		2	4		4	1	1
15-20	37	30	4	1	20	17		23	10	4
20-25	90	61	12	6	25	56	1	44	29	11
25-30	14	9	3	1	2	12		8	5	1
30-40	5	2	2		2	3		3	2	
40-50	27	23	4		12	14	1	17	9	
50-60	9	9			6	3		8	1	
60-	6	3	1		1	5		4	2	

âge	effect.		l_4			l_5	
		r	r	m	p	r	m
5-10	2	2			2		
10-15	6	2	3		5	0	1
15-20	37	16	16	1	27	6	4
20-25	90	23	50	2	51	16	8
25-30	14	6	8		13		
30-40	5	2	2	1	3	1	1
40-50	27	11	13	1	21	6	
50-60	9	7	1		9		
60-	6	1	5		6		

Le cas "g" est insignifiant, sauf pour les labyrinthes 1 et 4, dans la tranche 20-25, où on trouve respectivement des effectifs de 7 et 10.

On trouve un cas d'analyse totale, pour le n°5, dans la tranche 25-30 ans.

CONCLUSIONS GENERALES

En reprenant les résultats de chaque chapitre, il est possible d'affirmer les points suivants :

-chaque personne utilise une méthodologie naturelle.

-cette méthodologie est variable d'une personne à l'autre.

- " évolue en fonction de l'âge.

-la méthodologie est, en général, exclusivement de style progressif, chez les enfants, à l'école primaire.

-il ne semble pas que la variable sexe ait une influence, puisque les résultats sont très voisins pour les deux sexes.

-l'évolution de la méthodologie est repérable, à partir de la classe de 6°, par l'utilisation, pour certains, de la méthode régressive.

-les étapes d'évolution sont le passage de la méthode progressive (naturelle, élémentaire) à la méthode régressive, puis à la méthode mixte, dans les cas rares à la méthode analytique (plus particulièrement pour les étudiants titulaires d'un Bac C...)

-la capacité d'adaptation de la méthodologie est repérée dés la classe de 6° (mais il s'agit d'une apparition timide), elle bat son plein dans la tranche d'âge 20-25 ans (laquelle est fortement corrélée à la variable sociale : étudiant)

-il y a retour à la méthode progressive, pour les labyrinthes, quand la difficulté augmente, principalement avec l'ajout de règles de conduite

-les tenants de la méthodologie variée et adaptée invoquent la variable "gain de temps", comme raison de leur choix

-les démarches de résolution de problèmes sont, en général exclusivement progressives (excepté les cas où le procédé est extrêmement coûteux en temps)

-la démarche progressive est la démarche naturelle de recherche, et, par conséquent, c'est, en principe, la seule utilisable pour un problème dont on ne connait pas la solution (ex : calculer la limite de la suite ...) Cependant j'ai quelques exemples autres.

-les démarches régressives, mixtes, analytiques sont plus performantes, en général, qu'une démarche progressive, pour les problèmes dont le but est connu (résultat, conclusion), car minimisant et rentabilisant le temps de recherche par repérage et mobilisation des nécessaires, en même temps que non-considération des inutiles

-les expérimentations révèlent, tant chez les enseignants que chez les élèves et étudiants des pertes de temps considérables en recherches inutiles, par manque de mèthode et de logique dans la recherche (aucun lien entre conclusion recherchée, lorsqu'elle est connue, et données du texte ou acquis)

-un enseignement de méthodologie a un impact très positif sur les capacités de résolution des bénéficiaires de cet enseignement (expérimentations : en Deug A, à l'université et dans une classe de 4° en grande difficulté). On constate un gain de temps dans la recherche qui devient, de plus, opérationnelle lorsque ce n'était pas le cas.

-la variation de la méthodologie est repérée chez ceux qui trouvent toujours une solution à un problème

-l'enseignement méthodologique a pour conséquence de faire disparaître totalement les "non-réponses" et d'augmenter de façon spectaculaire les résultats corrects pour les problèmes dont la conclusion est donnée, mais pas seulement pour eux.

-l'expérimentation dans la classe de 4° en difficulté a dépassé toutes nos espérances et nos hypothèses de recherche se trouvent plus que confirmées. Après cinq séances de travail, cette classe atteignit, en mathématiques, le niveau des autres classes, ce qui ne faisait pas partie de nos projets, car nous n'en soupçonnions pas la possibilité...Le détail des interventions dans cette classe fera l'objet d'une publication ultérieure.

Des expérimentations méthodologiques et des mesures précédentes, il découle qu' un **enseignement efficace** ne peut et ne doit consister, comme c'est actuellement le cas pour la majorité des enseignants, de façon habituelle, en la donnée de textes, de problèmes ou d'exercices, suivie, après un temps plus ou moins long, selon les circonstances, de la donnée d'une solution ou d'une démonstration correcte. Si on peut s'accommoder de cette façon de faire en ce qui concerne les textes qui nécessitent l'utilisation d'algorithmes, il en est tout autrement pour les textes qui en diffèrent.

Le temps "didactique" est limité, les enfants lents sont plus particulièrement pénalisés que d'autres par cette limitation, la donnée d'une méthodologie est nécessaire pour eux encore plus que pour leurs camarades.

L'enseignant **doit pouvoir transmettre tout le processus** qui lui permet d'arriver à une solution, et même **tous les processus à sa connaissance possibles** , montrer *comment le raisonnement se mène* et *comment une démonstration se construit* peu à peu... Evidemment, il ne s'agit pas de le faire systématiquement, mais seulement **le temps d'un apprentissage** nécessaire pour les enseignés.

Bien sûr, pour transmettre, *encore faut-il connaître*, et le point le plus délicat est, l'expérience le prouve, l'observation de soi-même en situation de recherche, de résolution de problème, tant nous faisons les choses mécaniquement, voire inconsciemment. D'où la *nécessité, pour les enseignants*, d'une **étude de méthodologie**.

ANNEXE DU CHAPITRE

INTRODUCTION

Ministère de l'Education nationale, de la Jeunesse et des Sports

Direction de l'information et de la communication

SUP

N°2
JUIN 1990

BULLETIN D'INFORMATION SUR L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

Les étudiants jugent l'université: de fortes attentes

Pas facile, la vie en fac! Un sondage exclusif réalisé par SCP-Communication du 26 mars au 24 avril 1990, à la demande de la direction de l'information et de la communication du ministère de l'Education nationale et du *Monde*, auprès de 6 169 étudiants et de 500 lycéens, met clairement en évidence leurs difficultés.

S'adapter à la vie en fac? Difficile, voire très difficile: la moitié des étudiants interrogés ne s'attendaient pas à une rupture aussi brutale avec le lycée. Ce que confirment les lycéens: un tiers d'entre eux avouent appréhender l'entrée à l'université et plus de la moitié ont le sentiment de ne pas savoir ce qui les attend. Les trois quarts des lycéens pensent que le lycée ne les a pas bien préparés à affronter les cours de l'université: un point de vue que partagent les deux tiers des étudiants! Les problèmes rencontrés en première année sont d'ordre matériel et pédagogique. Parmi les difficultés pédagogiques, il faut ranger le travail personnel demandé, sa quantité et l'organisation des cours. Au rang des difficultés matérielles, un sentiment d'isolement dans un milieu nouveau, renforcé par l'éloignement du domicile familial et par la durée du trajet. A quoi s'ajoutent les mauvaises conditions de travail, de logement, les bibliothèques insuffisantes, les TD surchargés etc.

D'une manière générale, la contestation ne porte pas sur la qualité de l'enseignement, ni sur la compétence du corps professoral: les trois quarts des étudiants sont satisfaits de l'aspect théorique de la formation. Les principales critiques d'ordre pédagogique portent sur l'absence de formation au travail personnel, sur les relations avec les enseignants, sur l'ouverture sur d'autres matières ou sur l'apprentissage des méthodes de travail (voir tableau ci-contre). Si les étudiants apprécient les qualités scientifiques des enseignants, ils se montrent très sévères, en revanche, sur leurs pratiques pédagogiques: 72% d'entre eux -76% en premier cycle- déplorent en particulier l'absence d'entretiens individuels avec les professeurs.

S'il y a malaise, faut-il réformer l'université? Des améliorations sont souhaitées: de meilleures conditions matérielles, davantage d'interventions du milieu professionnel, des enseignants plus disponibles. Mais 86% des étudiants interrogés pensent qu'une réforme des universités est nécessaire: près de la moitié pensent qu'il faut réformer l'ensemble des cursus et 38% qu'il faut s'attaquer d'abord au premier cycle (opinion que partagent 43 % des étudiants de premier cycle). Au rang des réformes prioritaires: l'information et l'orientation, l'organisation matérielle et le financement des universités, l'aide financière aux étudiants, le développement des diplômes à finalité professionnelle.

La moitié des étudiants disent choisir dès le lycée leurs études universitaires. Un tiers cependant décident seulement après le bac, *in extremis*, au moment de s'inscrire à l'université. Le choix se fait surtout sur l'intérêt de la discipline (67%), plus que sur les débouchés en rapport avec la formation reçue (23%).

Constatation qui fait réfléchir: 74% des lycéens ne comptent pas sur leurs professeurs de lycée pour les aider dans le choix de leurs études supérieures... C'est que l'information manque cruellement aux jeunes étudiants: en majorité, ceux-ci disent ne pas être informés de l'organisation des études ni de leurs débouchés. 63% reconnaissent avoir reçu une information sur l'organisation des études lors de leur inscription en DEUG mais 58% pensent qu'elle était insuffisante. Un manque d'informations qui se retrouve en corollaire, lorsque les étudiants jugent à quel moment ils devraient choisir définitivement options ou filières: pour un étudiant sur deux (49%), c'est à l'entrée en deuxième année. 76% pensent qu'une période d'orientation serait une bonne chose en première année et devrait durer quelques semaines (50%), un trimestre (34%) ou un semestre (15%).

S'agissant de la sélection, les étudiants confirment, par principe, leur hostilité à celle-ci, même si l'analyse détaillée du sondage indique qu'ils se montrent aussi réalistes et acceptent que certaines filières soient sélectives pourvu que le principe de l'ouverture de l'université à tous demeure garanti.

Enfin les opinions évoluent sur le coût des inscriptions: la moitié des étudiants accepteraient de payer jusqu'à 2 000F et un sur trois 3 000F ou plus. Et 80% d'entre eux ne s'opposeraient pas au doublement des montants actuels (de 450F à 1 000F).

MANQUE DE METHODE ET DE PRATIQUE

Etes-vous satisfait ?	tout à fait	plutôt		peu	pas du tout		NSP
De la formation théorique dans votre discipline	25	51	= 76	17	6	= 23	1
De l'ouverture sur d'autres disciplines	11	29	= 40	35	24	= 59	1
De la préparation à la vie professionnelle	7	21	= 28	34	37	= 71	1
De l'apprentissage des méthodes de travail	9	30	= 39	38	21	= 59	2
De la formation au travail personnel	14	32	= 46	32	20	= 52	2
Des relations avec les professeurs	10	31	= 41	34	24	= 58	1
De l'ouverture internationale de votre formation	9	20	= 29	29	40	= 69	2

annexe page 5

ANNEXE DU CHAPITRE

LES LABYRINTHES

3↑

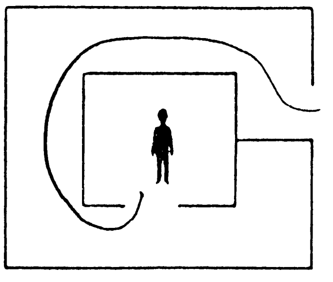
WISC-R

LABYRINTHES
CODE

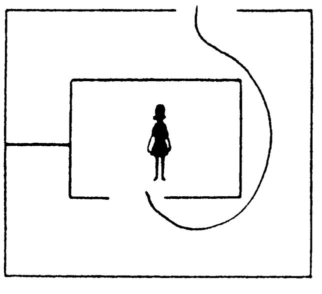
NOM ______________________________

EXAMINÉ PAR ______________________ DATE ______________

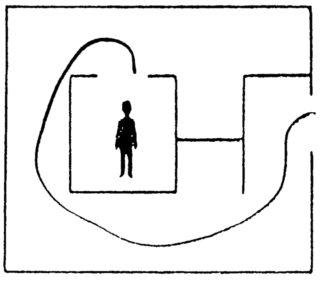
EXEMPLE



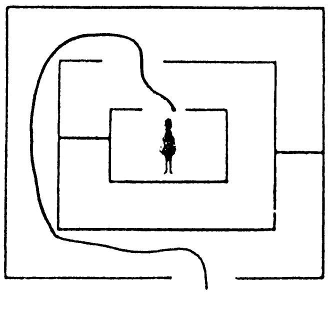
1



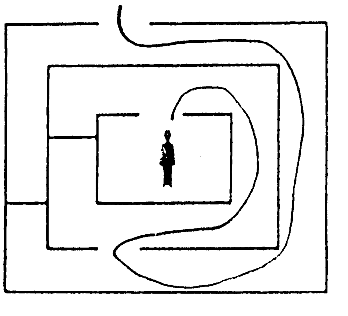
2



3



4



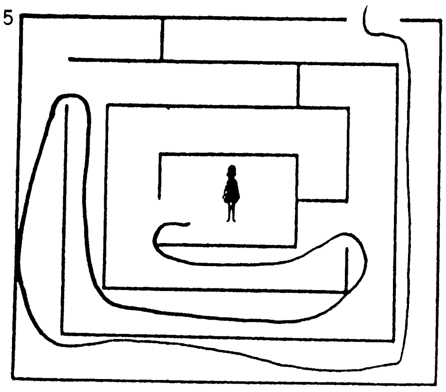
LES EDITIONS DU CENTRE DE PSYCHOLOGIE APPLIQUÉE 48, avenue Victor Hugo 75783 PARIS CEDEX 16
Translated and adapted by les Editions du Centre de Psychologie Appliquée with Permission

Traduit et adapté par les Editions du Centre de Psychologie Appliquée après accord

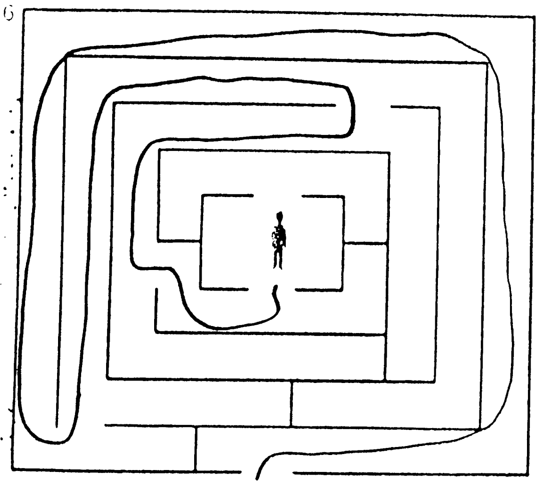
Dépôt légal 1e trim. 1981 Ed. n° 654

annexe page 8

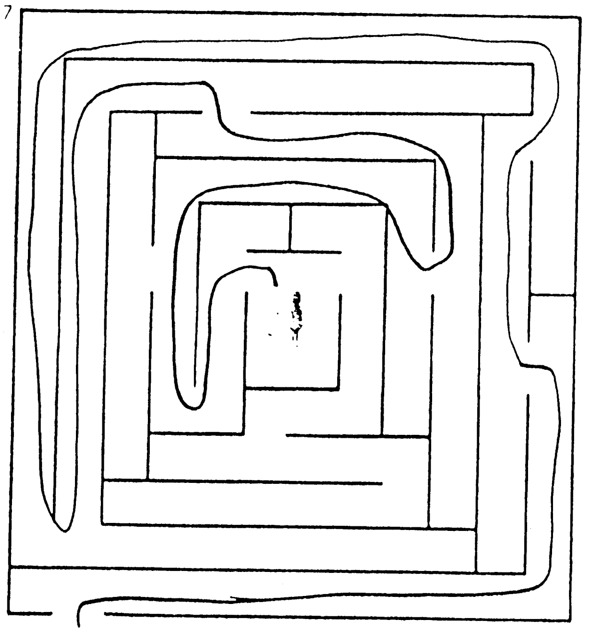
5



6



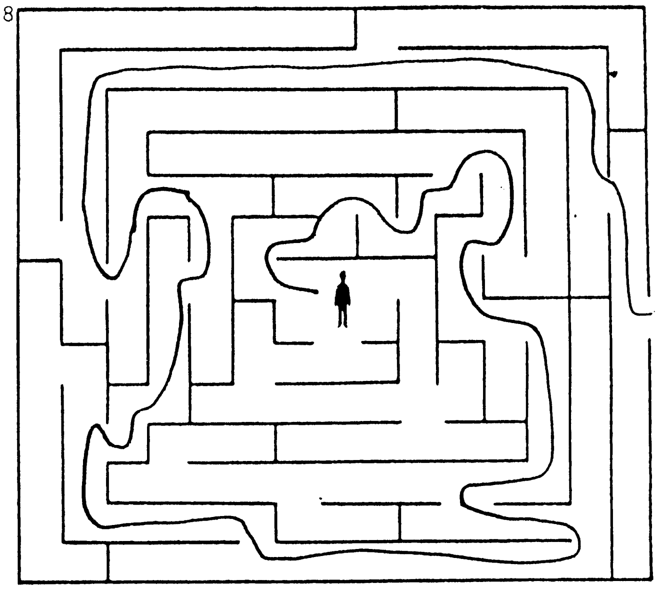
7



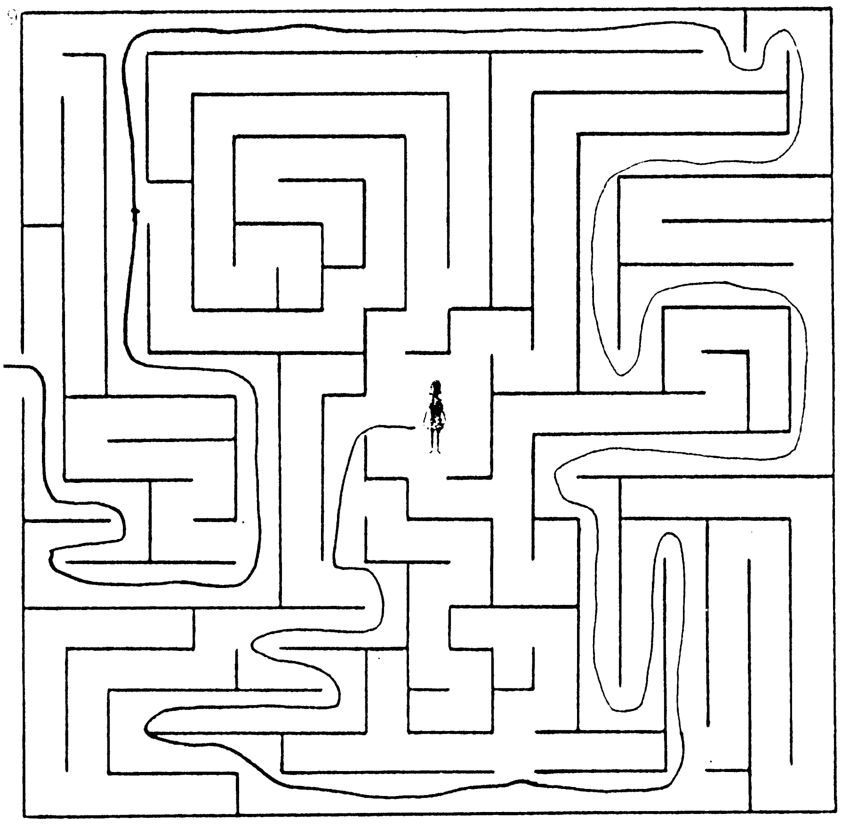
annexe page 8

3↑

8



9



annexe page 8

Exercice n° 7

(Voir document annexe à l'exercice n° 7)

On considère les labyrinthes 1 et 2 du document annexe. Ce document devra obligatoirement être joint à la copie.

On appelle solution d'un labyrinthe une ligne tracée du point entrée au point sortie qui ne coupe aucune ligne du labyrinthe, qui ne le contourne pas et que l'on peut suivre de la pointe du crayon sans que celle-ci ne quitte la feuille.

Les labyrinthes 1 et 2 admettent-ils des solutions ?
Argumenter la réponse en travaillant sur le document annexe.

Le barême sera le suivant :

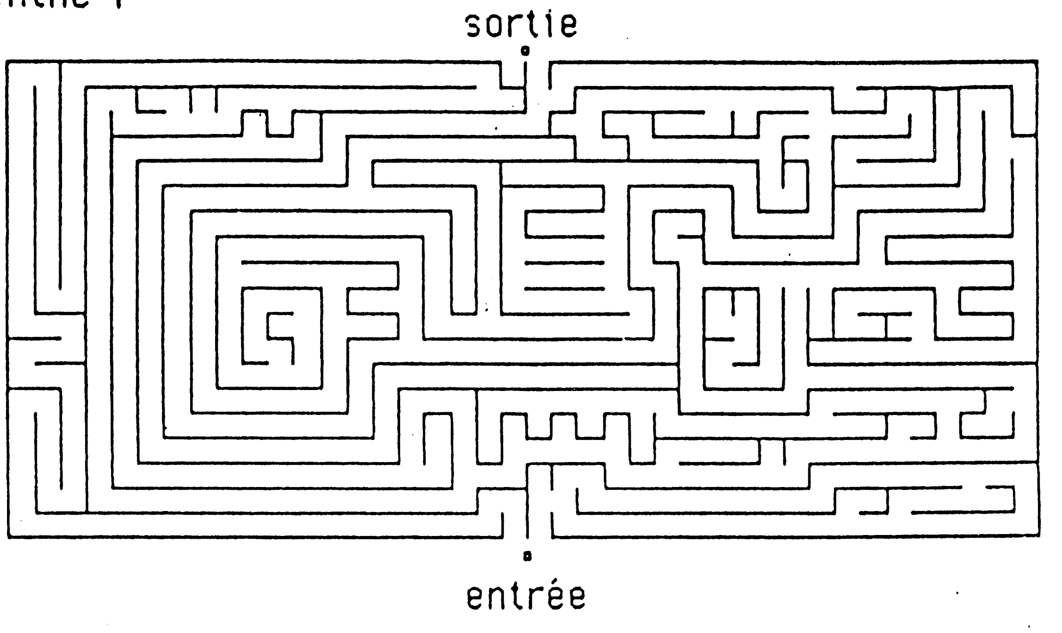
Numéro de l'exercice	*Nombre de points*
1	2
2	2
3	2
4	2
5	6
6	4
7	2

CONCOURS de RECRUTEMENT des ÉLÈVES INSTITUTEURS

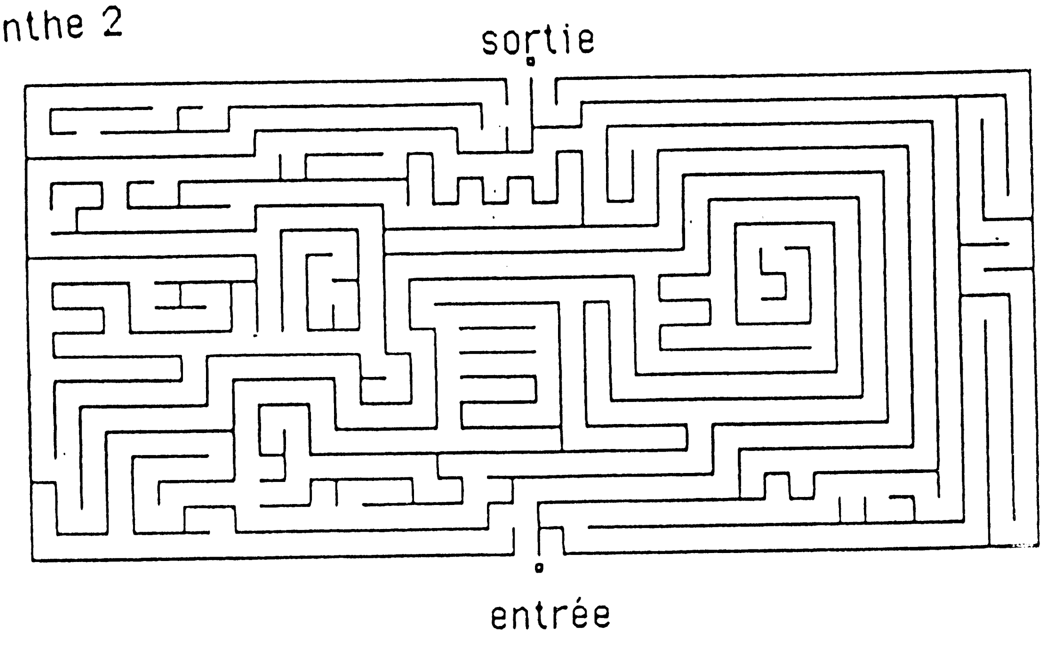
annexe page 8

DOCUMENT ANNEXE A L'EXERCICE N° 7
A JOINDRE AVEC LA COPIE

Labyrinthe 1



Labyrinthe 2



CONCOURS RECRUTEMENT
ÉLÈVES INSTITUTEURS

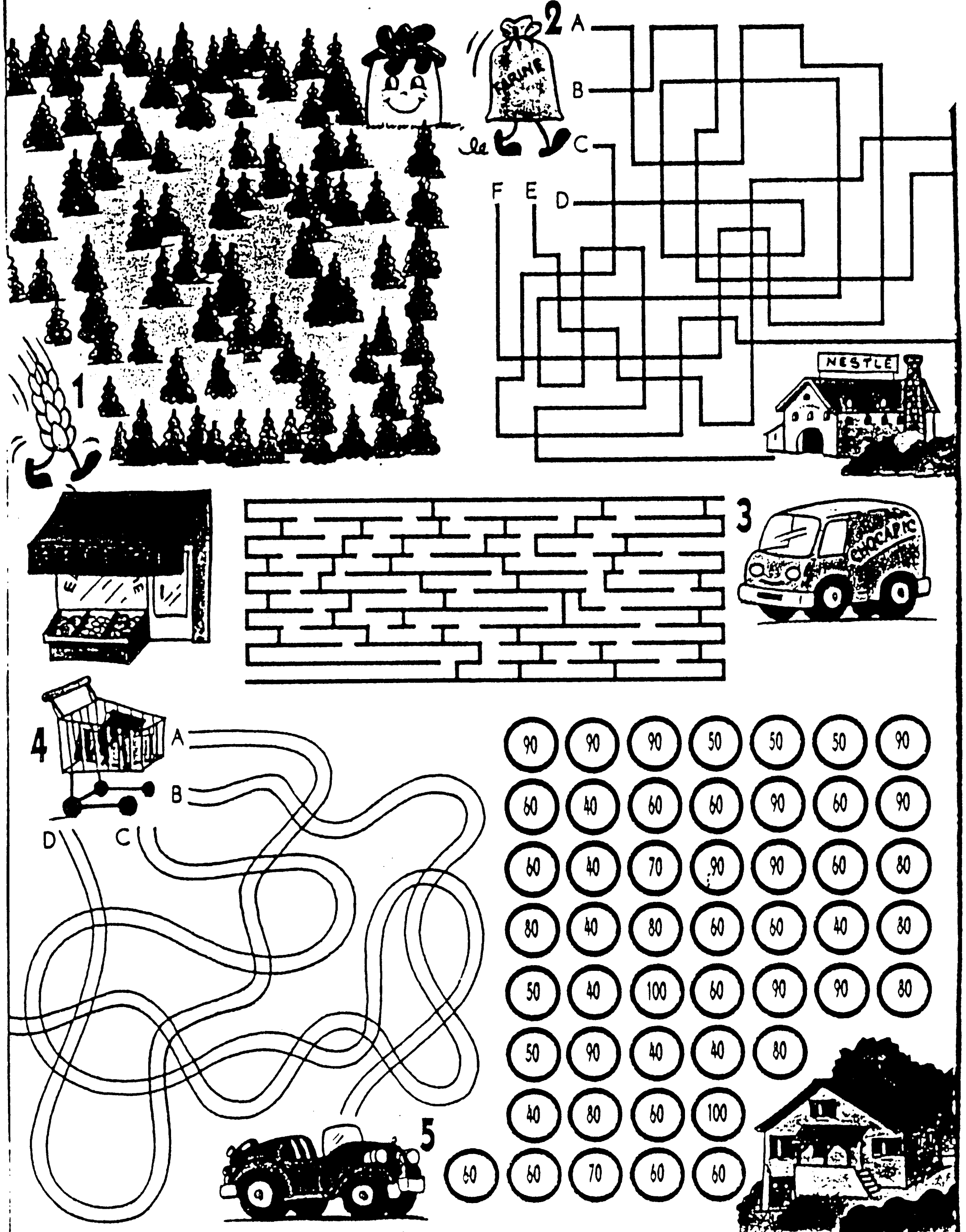
annexe page 8

classe : sexe : F M date naissance :

NOM : Prénom : jeux préférés :

ou profession :

JOUE AU MAXI LABYRINTHE

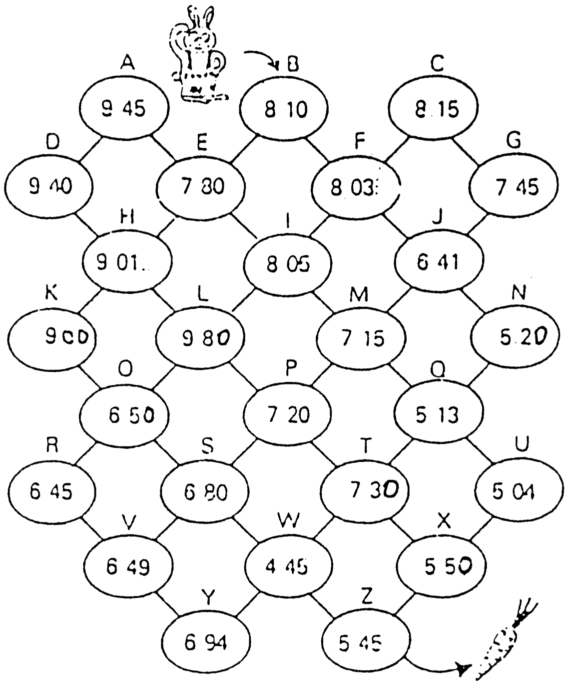


Les 5 maxi labyrinthes. Va: 1. du blé au moulin - 2. de la farine à l'usine - 3. du camion à l'épicerie - 4. du caddie à la voiture - 5. de la voiture à la maison (il est interdit de dépasser le 60 à l'heure et on ne peut tourner qu'à angle droit).

annexe page 9

Nom :
Prénom :
âge :
jeux préférés :
habituels :

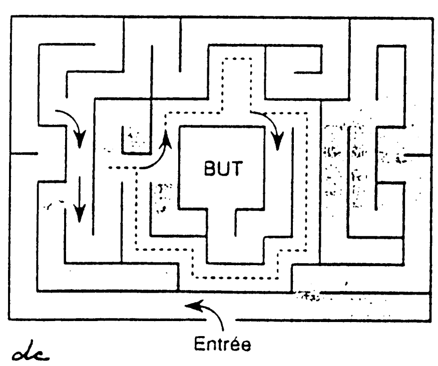
57. *Le Clapyrinthe*
Pour aller chercher sa carotte, le petit lapin peut descendre vers un nombre plus petit ou remonter vers un nombre plus grand. Les autres déplacements sont interdits. Aidez-le à trouver son chemin.



Version CM 1

A condition de n'être pas trop pressé. Il suffit de suivre le chemin en s'appuyant sans cesse contre un même mur, celui de gauche ou de droite, au choix. Ce moyen allonge considérablement le parcours, puisqu'il emprunte souvent "les accidents", mais il permet de s'en sortir.

Pourtant le procédé ne convient pas à tous les réseaux, voir le plan ci-dessous. Au contraire, il vous éloigne constamment du but et vous renvoie sur vos pas... jusqu'à l'entrée ! Les topologistes concernés ont érigé une théorie des réseaux, qui résout généralement ces problèmes de labyrinthes, mais les règles à appliquer res-



extrait de
Tangente
"Labyrinthes en Folie"

13

annexe LABYR de page 8 et page 30

ANNEXE DU CHAPITRE

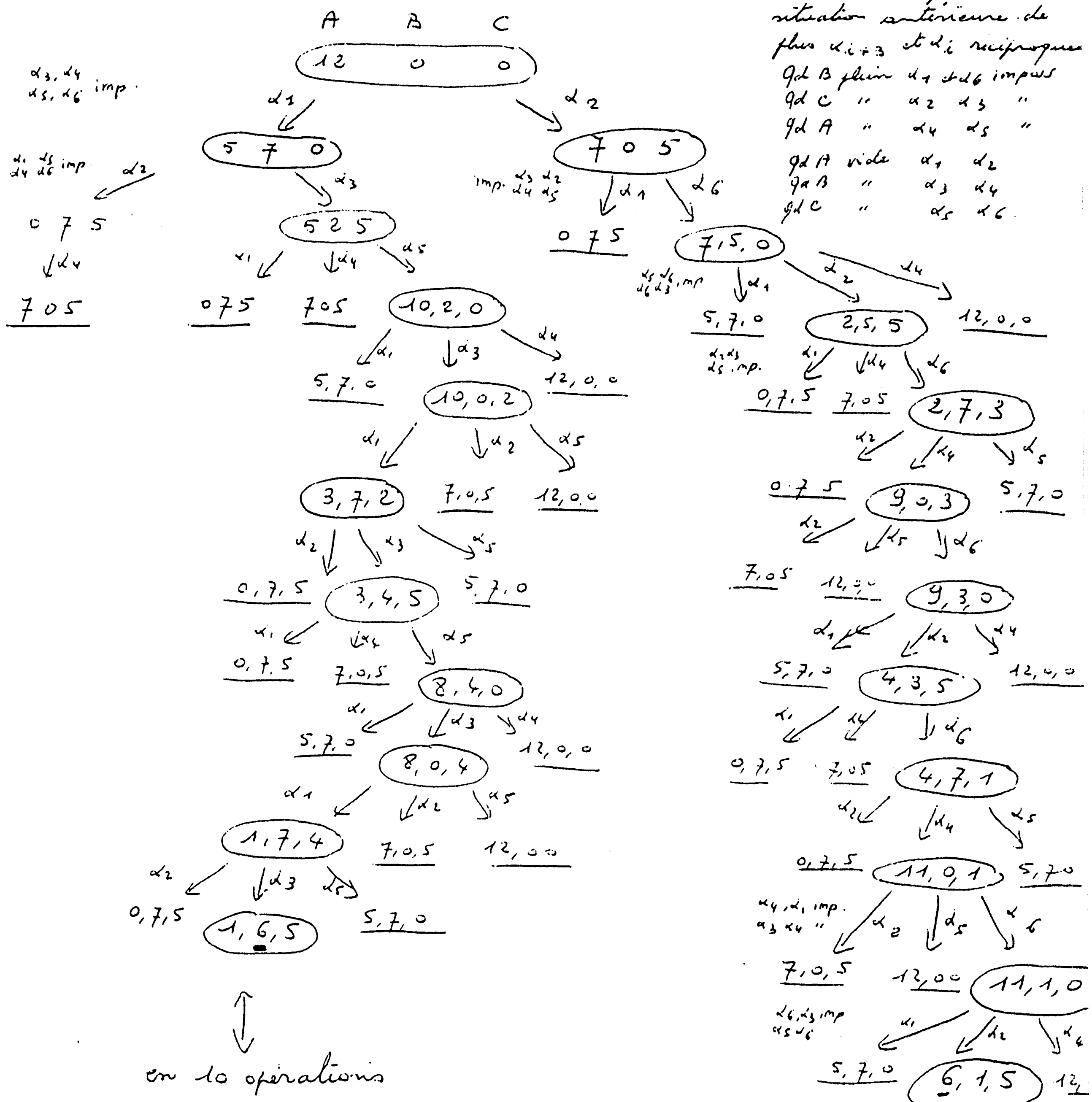
PROBLEMES DE MATHEMETIQUES

Le pb du grand père.

Soit A l'autre contenant les 12 l de vin B l'autre de 7 l et C l'autre de 5 l. les seules opérations possibles sont α_1 verser de A dans B
α_2 " A ds C
α_3 " B dans C
α_4 " B " A
α_5 " C dans A
α_6 " C " B

Nous allons indiquer les opérations par une flèche accompagnée du α_i correspondant partant d'une situation correspondant à la notation des quantités contenues.

les règles qui apparaissent.
On ne revient pas à une situation antérieure de plus α_{i+3} et α_i réciproques
qd B plein α_1 et α_6 impos
qd C " α_2 α_3 "
qd A " α_4 α_5 "
qd A vide α_1 α_2
qd B " α_3 α_4
qd C " α_5 α_6



en 10 opérations

(Commentaire : le texte dit en 11 coups exactement ! .....)

en 11 operations

annexe page 22

Pb ouvert

$$\begin{array}{r} D\,\emptyset\,N\,A\,L\,D \\ +\;G\,E\,R\,A\,L\,D \\ \hline =\;R\,\emptyset\,B\,E\,R\,T \end{array} \qquad D = 5$$

$$\begin{array}{r} 5\;\emptyset\;N\;A\;L\;5 \\ +\;G\;E\;R\;A\;L\;5 \\ \hline =\;R\;\emptyset\;B\;E\;R\;0 \end{array}$$

$T = 0$ car $5+5 = 10$

et $R = 2L+1$ est impair

$\emptyset + E = \emptyset$ ou $\emptyset + E = \emptyset + 10$

or $E \neq 0$ donc $E = 9$ et il y a une retenue due à la colonne précéd.

$R > 5$ impair et $\neq 9 \Rightarrow R = 7$

puisque $E = 9$ il y a une retenue pour la colonne de gauche et $G = 1$

$$\begin{array}{r} 5\;\emptyset\;N\;A\;L\;5 \\ +\;G\;9\;7\;A\;L\;5 \\ \hline 7\;\emptyset\;B\;9\;7\;0 \end{array}$$

$2L+1 = 7$ ou 17 donc

$L = 3$ ou 8 puisque $2A$ est pair $9 = 2A+1$ ou $19 = 2A+1$

donc retenue et $2L+1 = 17$ $L = 8$

$A = 4$ car $A = 9$ impossible

$N + 7 = 10 + B$ $\quad N - B = 3 \quad N > B$

restent à attribuer

$2, 3, 6 \Rightarrow N = 6 \quad B = 3$

donc $\emptyset = 2$

$$\begin{array}{r} 5\;\emptyset\;N\;4\;8\;5 \\ +\;1\;9\;7\;4\;8\;5 \\ \hline 7\;\emptyset\;B\;9\;7\;0 \end{array}$$

$$\Rightarrow \begin{array}{r} 5\;2\;6\;4\;8\;5 \\ +\;1\;9\;7\;4\;8\;5 \\ \hline =\;7\;2\;3\;9\;7\;0 \end{array}$$

analyse de texte : "LA SORCIÈRE et LE MAGICIEN"

complexité, longueur du texte, 3 cadres différents, interprétation des contenus des différents cadres
possibilité de "mathématiser" ou non (à repérer) pr élèves.

protocole de recherche ("lien", style régressif)

* Je pars de ce qui est demandé "La sorcière plonge un billet de 10F dans son mélange → Hyp tableau mélange sorcière → comparaison avec formule lingot d'or → Hyp interprét formule magique → interprétation, traduction des Hyp. → utilisation de l'acquis proportion → retour tableau sorcière transfon Hyp

d'où Vamp $\frac{20}{60} = \frac{1}{3}$

Vip $\frac{20}{60} = \frac{1}{3}$

crap $\frac{15}{60} = \frac{1}{4}$ → compar. à nouveau formule magique.

croc $\frac{5}{60} = \frac{1}{12}$

mobilis. acq. 1 acq 2

↓

acquis $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$

↓

LINGOT

* Je pars de ce qui est demandé "le magicien plonge son billet de 10F dans le mélange → Hyp mélange Tab 3 → formule magique fraction → appel à l'acquis → Transf. Hyp. de tab 3 : $\frac{15}{60}$, $\frac{5}{60}$, $\frac{16}{60}$, $\frac{24}{60}$ → acquis simplif. fract.

Vamp $\frac{4}{15} \neq \frac{1}{3}$

$\xrightarrow{\hspace{1cm}}$ compar à hyp form. mag. → pas de lingot.

Faire remarquer aux enfants que certains enchaînements sont nécessaires et non permutables, d'autres oui ....

expérim. classe 4e diff

annexe page 23

La Sorcière

Muriel.

{ Isabelle [redacted]
{ Anne [redacted].

- Phase d'appropriation du texte

9h29 à 9h35 . ≈ 6 min .

Bilan

- bien repérés les noms : sang de vampire, venin de vipère chez Magicien et chez la sorcière, à savoir 20cl et 20 cl ; 16cl et 24cl -
- Isabelle n'avait pas pris en considération l'encadré en haut, à droite où se trouve la Formule Magique, croyant au départ qu'il s'agissait d'une simple illustration, alors que Anne l'avait bien vu - Par conséquent, Isabelle croyait qu'il manquait justement les proportions, alors qu'en fait, elles étaient dans l'encadré -

---

- Résolution du Pb : 9h35 — 9h57 ≈ 22 mn

Bilan

- Des difficultés à cerner le problème : càd à mettre un lien entre l'énoncé et les 3 encadrés - (cf les remarques des enfants plus loin)
- Des difficultés de calcul, surtout pour les fractions et simplification de fractions -

Déroulement : — Isabelle parle la 1re, Anne reste plongée dans sa feuille :

Isab
- 1re remarque : " on a bien 60 cl pour les 2 mélanges "
- "pour la sorcière, on a 20cl de ... et 20cl de ... , alors que pour le Magicien, il y a une différence de 4, car on a 16cl de .. et 24 cl de ..."
- "Il manque des proportions ... "

Anne - Anne intervient pour lui signaler l'encadré de la Formule Magique

Anne - " il manque quelque chose, cela ne nous dit rien $\frac{1}{3}$ du mélange, quel mélange ? " -

Isab - " Le mélange, c'est 60cl ".

rem : ⇒ pb de relation entre 1/3 du mélange, $\frac{1}{3}$ de 60cl et 20cl -

Isab - " on va le mettre (les 20cl) sous forme de fraction pour comparer avec la formule " -

Isab - " 30cl = $\frac{2}{3}$ car la moitié de 60, c'est 30 ! " (je n'ai pas compris son résonnement)

Anne - $\frac{20}{60} = \frac{10}{30} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$ avec bcp de mal
donc c'est bon -

Anne - " donc 16 cl — Faux donc le Magicien aura un billet d'entrée vérifions que la Sorcière a bon partout " -

Puis calcul de fractions :

annexe page 23

• $\frac{1}{4}$ mélange $\frac{15}{60} = \frac{3 \times 5}{3 \times 20} = \frac{5}{20} = \frac{5 \times 1}{5 \times 4} = \frac{1}{4}$ Isabelle trouva

[posa un problème à Isabelle qui disait 30×2.
et n'a pas réussi à passer à 3×20!
Anne trouva la réponse

"Donc c'est bon"

• $\frac{1}{12}$ mélange $\frac{5}{60} = \frac{5 \times 1}{5 \times 12} = \frac{1}{12}$ Anne

• $\frac{20}{60} = \frac{1}{3}$ Isab.

si $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ Anne

"Donc la Sorcière c'est bon –

question b)
du mal aussi à "éplucher" la question –
Mais après avoir vu : 120 cl = 2 × 60 cl, elles ont donné la réponse. 40 – 40 – 30 – 10.

Autres remarques:

– Des difficultés à travailler en groupe, c'est à dire toutes les deux, c'était plutôt, un peu chacune de son côté, c'était surtout très nette pour "l'envoi postal", Anne a foncé droit devant et sans mes interventions, le contact entre les 2 auraient été quasi nul.
Anne me paraît être assez "indépendante" et désabusée – Isabelle du début s'adressait à Anne –

autre exemple
→ voir p. 144

annexe page 23

analyse de texte : "ENVOI POSTAL"

- cadre linguistique
- " iconographique '
- " tableau

nécessité de "va et vient" entre deux des cadres

METHODE des LIENS (style régressif)

a) Calcule le montant en F des frais.

Je vois des F dans le tableau "Tarif lettres", le montant des frais en F dépend de la masse en g (interprétation d'une hypothèse qui n'est pas du cadre linguistique, ni du cadre graphique, disons du cadre "tableau")

J'en déduis que le montant demandé est lié à la masse de ce que je dois envoyer (interprétation d'hypothèse) D'où la question : quelle est la masse (deuxième cadre interp. d'hypothèse) des trois documents dans une enveloppe ?

utilisation d'acquis

Je fais une addition masse totale : [25 + 70 + 390 + 30] g soit 515 g.

Maintenant que j'ai la masse j'utilise le tableau Hyp n° 1 à nouveau utilisation d'acquis : 500 < 515 < 1000

donc réponse : le montant des frais d'affranchissement pour l'envoi des 3 documents dans une seule enveloppe est 20 F

b) m̂ procédure appropriation du texte de b)

montant en F ⟶ tableau Hyp n° 1 ⟶ interprétat. Hyp tabl ⟶ quelle est la masse ? ⟶ appropriat de b) traduction de b) ⟶

⟶ A + enveloppe ? ⟶ B + " ? ⟶ C + " ?

acquis mobil addit Interp. Hyp.

25 + 30 = 5

70 + 30 = 100

390 + 30 = 420

⟶ Hyp tableau 1 avec ? pour bornes !

selon interprétation des bornes (≤ position) ⟶ solution (min 26F,50 ;) (pr d'autres 33F,20 ...)

expériment. classe 4e diff.

annexe page 25

c) Je pars de la demande prise en F d'affranchissement

de A+B + enveloppe → tableau 1 pour F

et → tableau 2 interp. d'hyp → mobilis. acquis

de C + enveloppe pour masse

d'acquis (addit.) → 125 g → (retour au tab 1) trad. Hyp. → 12F,30

→ 420 g → 15F,30

→ mobil acquis 27F,60

d) entraînement à "méthodologie exhaustive".

Si il existe une solution moins coûteuse, plus économique c'est une solution ≠ a) ≠ b) ≠ c)

alors, il faut fractionner l'envoi pour ne pas être dans le cas a) une seule enveloppe.

• il faut effectuer un regroupement pour ne pas être dans le cas b) un document par enveloppe (3 enveloppes)

• il ne faut pas être dans le cas c) ne pas mettre A et B dans la même enveloppe.

. On peut donc mettre C avec A ou avec B. d'où

A + C + env B + env

A + env B + C + env

en d) raisonnement : passage au complémentaire ...

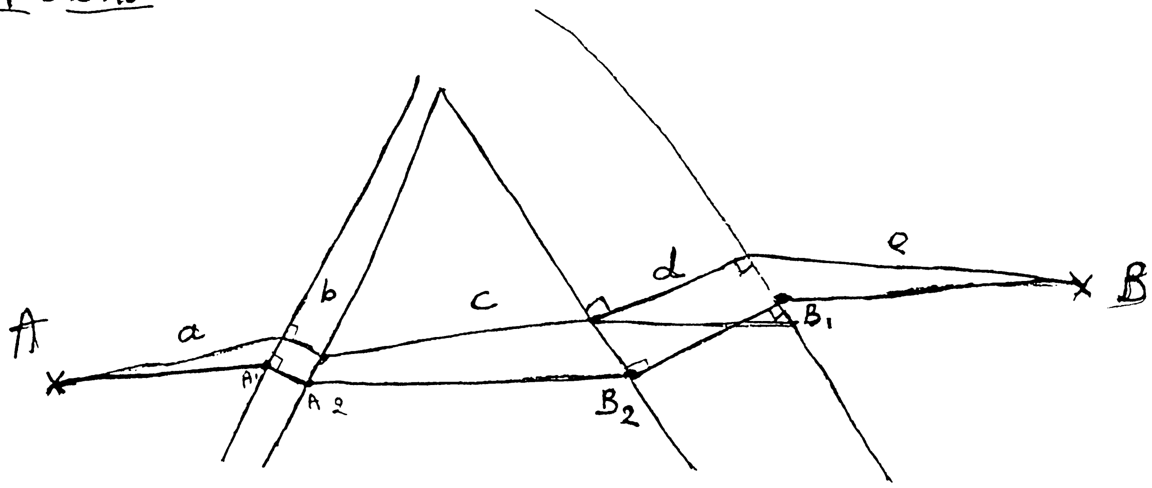
expérim. classe 4e diff.

annexe page 25

Isabelle

1ère recherche

3h24 - 10h00



Trouver le chemin le plus court.

Il faut a + c + e minimum. b et d étant constant

la distance minimum entre deux pts est la ligne droite il faut donc s'en approcher le plus possible

traçons la droite AB, on peut prendre AA, confondu avec AB et BB_1 confondu avec AB

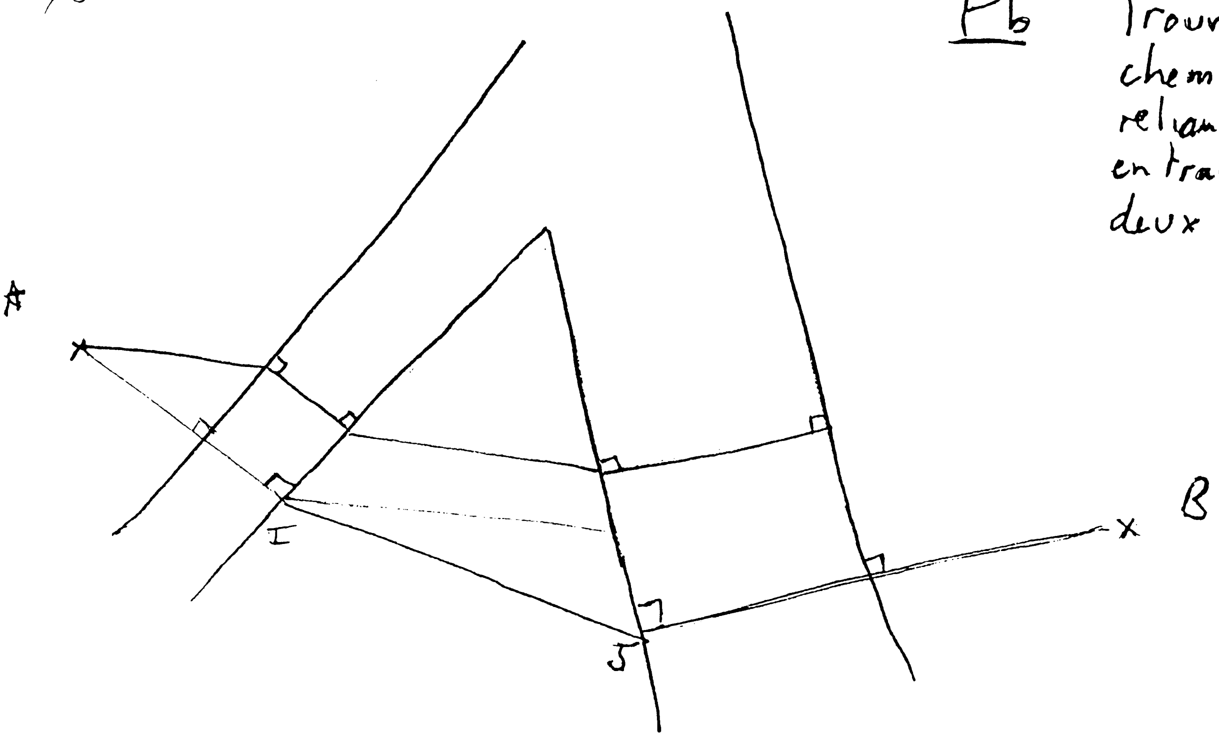
on obtient alors c ~~p~~ plus gd

On peut aussi prendre c confondu avec (AB) ~~et~~ a et e plus gd

mais on obtient un chemin plus gd.

12/03/90.

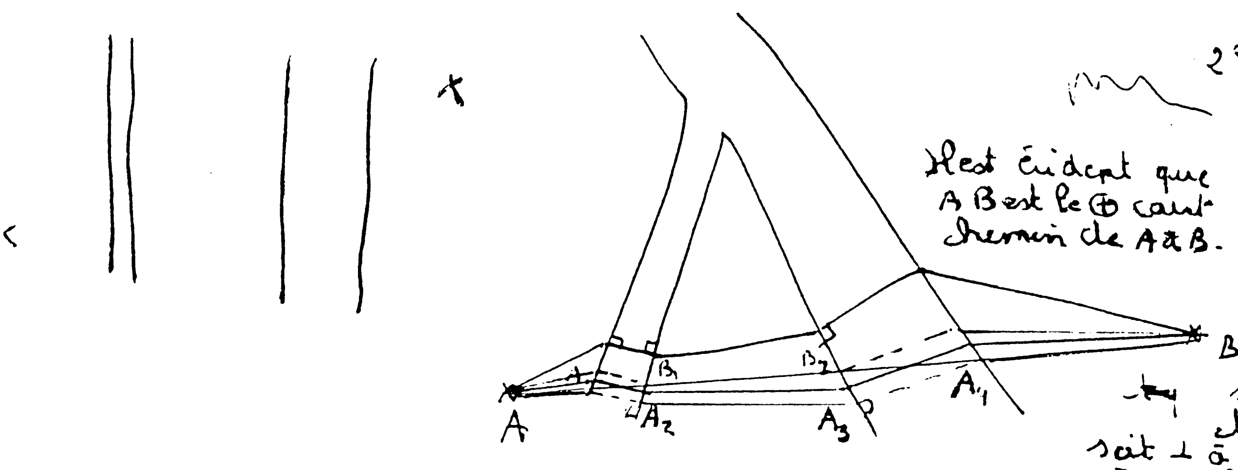
Pb Trouver le chemin minimal reliant A et B en traversant les deux rivières ⊥



2nde recherche (5')

→ tracé de la perpendiculaire en A : I
B : J

chemin $AI + IJ + JB$ plus court que le précédent



2e recherche A.C.

2 minutes

Il est évident que AB est le + court chemin de A à B.

on trace la droite AB. Il faut que le nouveau chemin soit le plus proche de AB tq A_1A_2 soit ⊥ à la rivière et A_3A_4 soit ⊥ à la 1e rivière

Reprise à 9H45 : arrêt à 10H A.C

Si on garde AA_1 et A_4B comme chemins stables alors on obtient le chemin rouge.

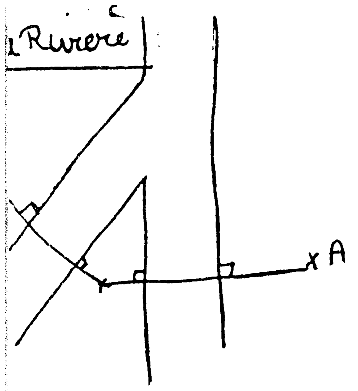
Si on garde B_1B_2, on obtient le chemin en bleu.

Lequel des 2 chemins bleu et rouge est-il le plus court ?

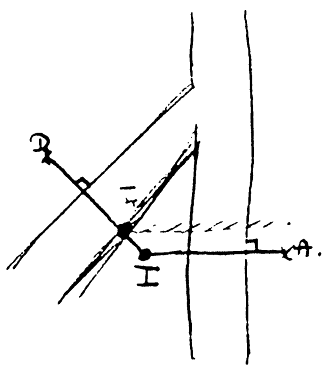
En fait, ça varie en fonction de l'écart des 2 rivières et de la position des 2 points A et B.

Possibilité : prendre le chemin médian. (ennui)

Florence



Trouver le plus court chemin.
Il faut nager en empruntant un chemin perpendiculaire au cours de la rivière.
Et encore pour la deuxième partie de la rivière, traverser perpendiculairement au cours de la rivière.

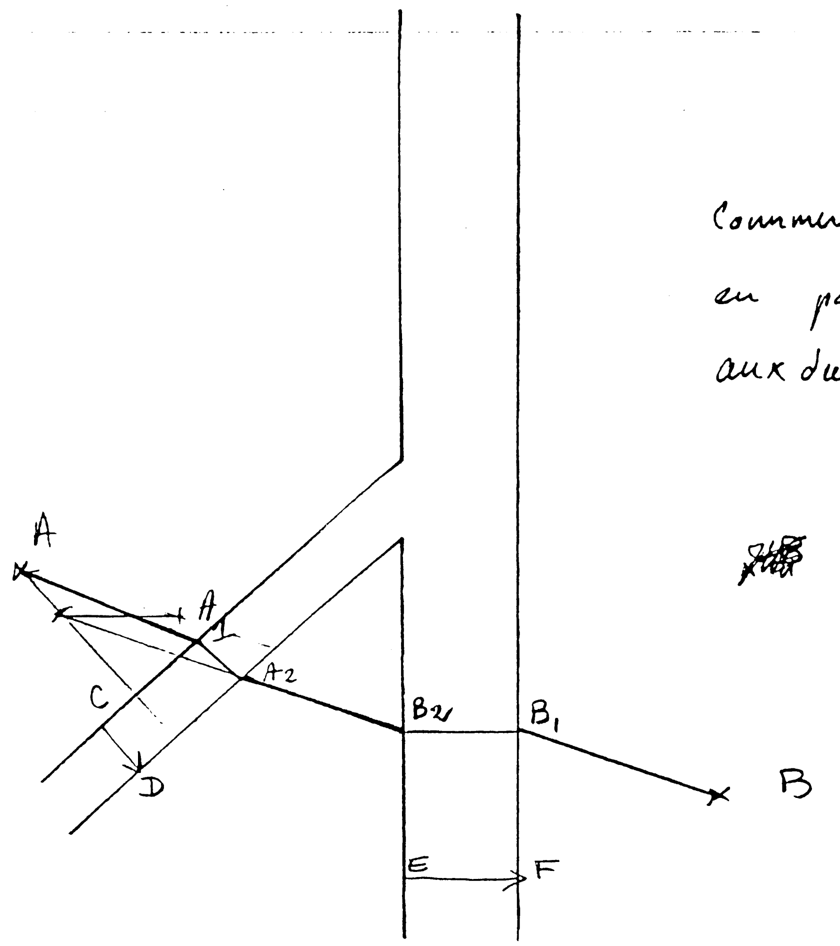


Il reste à déterminer le point I.
Il y a une infinité de possibilités pour le point I, les deux positions extrêmes étant I_0 et I_n.
Ceci est faux puisque les points D et A sont fixés au départ.
Le trajet cherché est donc — (voir dessin)

sol :

Rémi

2ème explication



Comment aller de A en B
en passant perpendiculairement
aux deux rivières -
chemin le plus court?

couper la petite rivière revient à se déplacer de $\overrightarrow{CD}$, couper la grande, revient à se déplacer de $\overrightarrow{EF}$ en translatant A de $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EF}$. on obtient un chemin comme s'il n'existait pas de traversée à faire - donc la direction d'arrivée en B : Rouge. (chemin le plus court entre 2 points sans obstacles = la ligne droite -) Ayant obtenu ainsi un point B_1 on traverse la rivière (B_2) à angle droit en translatant le reste de la figure, on obtient la direction entre les 2 rivières (A_2). On traverse la petite rivière à angle droit (A_1) en translatant le reste de la figure - on obtient le chemin le plus court

annexe page 27

que ~~le~~ carré soit grand ou petit la mesure de l angle F.F
sera le même.

, le carré A B C D, il y a un triangle équilatéral A B O de
Base A B.

thèse:

): triangle équilatéral
= // isosél
= // //
= // //
D= carré

somme des angles = 180°
O : 3 angles = 60°
c :
60° $\hat{B}$ = 60° $\hat{O}$ = 60°
le que A B O est un triangle équilatérale.

3 0° car 90° - 60° = 30°

nc =

30°

$\hat{C}$

0 - 30 = 150

= 75°

75° $\hat{C}$ = 75° $\hat{D}$ = 75°

- 75 = 15°

15° $\hat{C}$ = 15°

0 - 30 = $\boxed{150°}$

exemple de
protocole de
recherche
progressif.

annexe de page 37

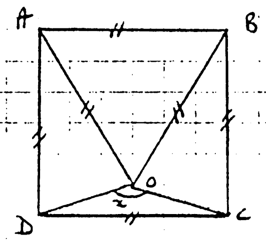
HMu **Rapport.**

[redacted]
Isabelle.

Problèmes posés à [redacted] Stéphane, 4^{e}C, né le 12-12-75.

1er Problèmes posé

x est la mesure de l'angle $\widehat{COD}$. Calculer x.



1re réaction devant le problème :

"Encore de la géométrie, ça va être dur !"
"Comment on peut faire, il n'y a aucune mesure ?".

L'élève est donc dérouté par le fait que dans les hypothèses il n'y ait aucune mesure. Il n'y a pas de données explicites.
Pas de donné, donc on ne sait pas quoi faire, on ne sait pas d'où partir.

Résolution du problème.

"COD c'est un angle."

Après avoir observé le dessin, il explicite ce que l'on doit chercher. Sur le dessin, il va donc se pencher tout d'abord sur ce qui nous interresse (ici l'angle COD) D'ailleurs après quelques minutes d'observation il dit :

"OD = OC".

"Alors OD ça fait 45 et OC ça fait 45, donc DOC ça fait 90."

Il a donc trouvé une hypothèse "OD = OC" surlaquelle il se base pour essayé de trouver la solution. En fait il tente une demonstration, sans être sûr de ce qu'il fait, il se dit que c'est peut être ça.
D'ailleurs quand je lui demande pourquoi ça fait 45, il ne sait pas quoi dire, et me repète l'hypothèse qu'il a donné :

"parce qu'il y a 2 côtés égaux".

exemple de "démarche régressive"

annexe page 27

[redacted] Claude
[redacted] Rémi

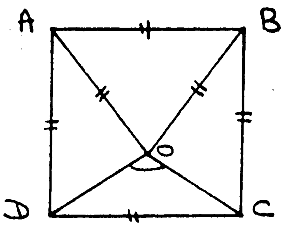
MM4

Sortie du 7 juin 1990

4ème C : Tony [redacted]
Simon [redacted]

I) Exercice du carré :

- On considère un carré (ABCD) et un point O à l'intérieur tel que $AO = OB = AB$ - Calculer l'angle $\widehat{COD}$.



- Résolution :

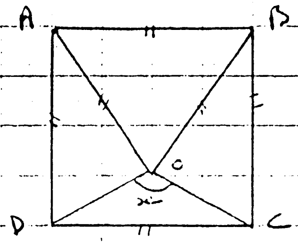
Au départ, les élèves donnent plusieurs propriétés comme : triangle (AOD) = triangle (BOC) mais ils ne peuvent justifier leurs affirmations. Ils enumèrent toutes les propriétés qu'ils connais-sent sur les figures proposées : un carré à quatre côté égaux, un triangle équilatéral à 3 angles égaux ect..., en espérant ainsi "tomber" sur la bonne mais au hasard ; ils ne réfléchissent pas à ce qu'il ~~faut~~ leur est demandé exactement. De plus, ils donnent les propriétés par oral, ils n'ont visiblement pas envie d'écrire, encore moins de dessiner. Ils ont des connaissances mais absolument aucune

annexe page 27

L[redacted] RACHID

Elève : (Eric A[redacted])

Problème 1



x est la mesure de l'angle $\widehat{COD}$ calculer x

Première réaction de l'élève : "Comment on va faire ? on n'a aucune valeur".

"Ah si on a des droites de même longueur"

Réflexion de cinq minutes puis l'élève à nouveau : "De toute façon j'y arriverai pas"

- Question : Dis moi toutes les sortes de figures que tu vois dans ce dessin.

- Réponse :

ABCD carré
ABO triangle équilatéral
ADO " isocèle
BOC " isocèle

- Question : Dis moi quelques propriétés de ces figures que tu viens de citer.

Réponse :

ABO équilatéral a 3 angles de mêmes mesures

annexe page 27

ABCD est un carré d'un angle droit en A.

- A ce moment là réaction de l'élève : "Ah oui nous pouvons trouver quelques angles maintenant."

Question : Comment !

Réponse : la somme des angles d'un triangle quelconque est égal à 180°

Voir copie : donc a = 180 : 3 = 60°

dans un triangle isocèle, 2 angles égaux. donc

180 - 30 = 150°

150 : 2 = 75°

$\hat{C}$ est égal à 90°

90 - 75 = 15°

$\hat{D}$ est égal à 90°

90 - 75 = 15°

$\hat{C} + \hat{D}$ = 15 + 15 = 30°

$\hat{x}$ = 180 - 30 = 150°

Commentaires : C'est un élève très dissipé qui n'arrive pas à se concentrer, lors de la première séance avec cet élève au début il m'avait dit : "de tout de façon je fais pas ce problème, j'attends que mes copains le résolvent"

Mais la deuxième semaine je me suis rendu compte qu'en lui posant

annexe page 27

deux ou trois questions sur le problème traité, il a su en tirer quelques bons argument et il arrivait à résoudre ce problème, bien sûr sa mise en équation n'est pas parfaite, mais j'ai remarqué quand même une grande différence de concentration entre la première semaine et la deuxième semaine, et je pense aussi que cela se traduit premièrement par le fait qu'il était seul et que même en faisant des erreurs ses copains n'étaient pas là pour les entendre et deuxièmement ce genre de problème l'a plus interessé.

Problème 2. (Quelle doit être la dimension du petit côté du rectangle pour que la surface de ABC soit égale à la surface de BEDC.) (voir figure)

- Tout d'abord il a fait comme pour le problème 1 il remarque toutes les figures particulières possible. puis il essait d'en tirer les conclusions possibles.
- il n'y a pas eu de problème de sens ni de compréhension, il a compris ce qu'il fallait faire dès la première lecture. (Voir son raisonnement sur polycopié).

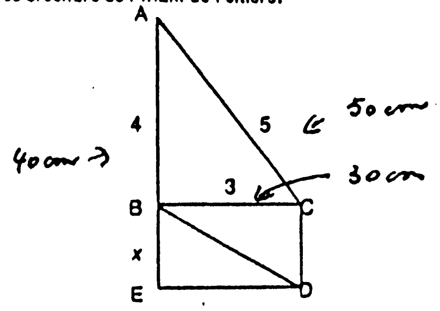
annexe page 27

"habillage" de texte

7. *a.* Trouver x pour que le triangle ABC et le rectangle BCDE aient la même aire.

b. Quel est alors le périmètre du trapèze ABDC?

D'après brochure de l'IREM de Poitiers.



TRANS MATH classe de 4^e

En classe de 4^e (en difficulté)

apparence de non appropriation du texte, d'incompréhension

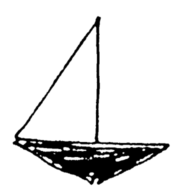
habillage : ⇒ recherche et résolution ...

Tartempion, garçon de 4^e a un petit frère qui s'ennuie.
Tartempion, ce mercredi, a décidé de fabriquer un jouet qui ressemblera, une fois terminé, à un bateau.

Il dispose de deux bombes de peinture (1 blanche, 1 bleue) ce qui permet de peindre la même surface.

Voir le schéma de la planche de contreplaqué, qu'il va utiliser, avec les dimensions (sauf une)
Quelle doit être la dimension du petit côté du rectangle pour que la surface de ABC (peinte avec la bombe blanche) soit égale à la surface de BEDC (peinte en bleue)

Toto, le petit frère est ravi du resultat
Tartempion a résolu le problème

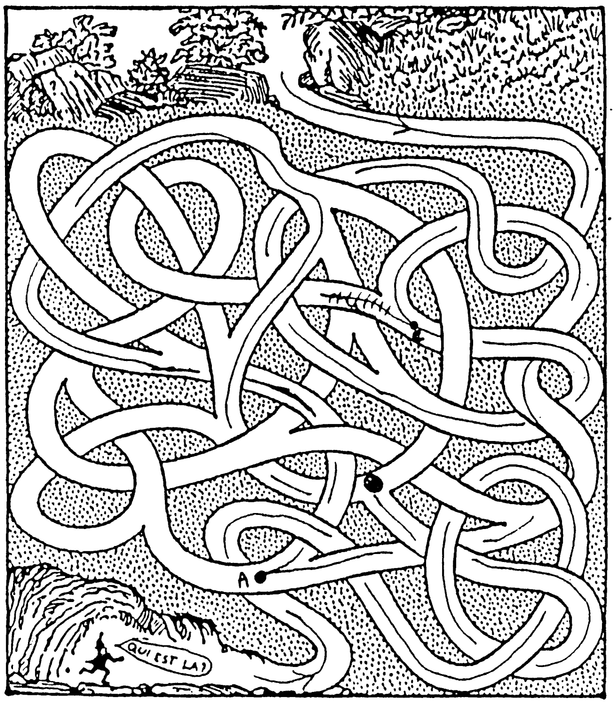


annexe de page 28

Florence B.

Le repère des Minouchets

Les elfes de la tribu des Minouchets ont élu domicile dans une grotte profondément enfouie en dessous de la montagne. On aperçoit à peine l'entrée des longues galeries venteuses qui y mènent entre deux gros blocs de pierre. Saurez-vous trouver le chemin le plus court qui va de l'entrée, tout au-dessus du dessin, à la grotte des elfes ? Ce labyrinthe a été dessiné en trois dimensions, si une galerie passe clairement en dessous d'une autre on peut continuer à la suivre. Aucune galerie n'est sans issue, le tout c'est de trouver celle qui ira le plus rapidement au repère des Minouchets.



1°) Je suis partie de la grotte (démarche régressive).
J'arrive ainsi au premier endroit de bifurcation ⊛.
Je tourne à gauche (au hasard), mais finalement je me retrouve sur le même chemin que si j'avais tourné à droite (les deux bifurcations se rejoignent).

2°) Démarche progressive.
Je pars du départ, de façon, je l'espère, à y "voir plus clair", c'est-à-dire dans le but de visualiser plus facilement mon chemin en rejoignant mon premier tracé (je devrai aller en A).
De façon assez rapide, je trouve à rejoindre le point A.
Mais je ne sais pas si le chemin que j'ai emprunté est bien le plus court chemin.

Remarque : quand je suis arrivée au point C, j'avais deux chemins possibles à emprunter. ~~Mais avec~~ Et dans mon choix, je ne l'ai pas fait au hasard. J'ai ~~[illegible]~~ vu (à l'œil) qu'un des deux chemins me permettait directement de rejoindre le point A.

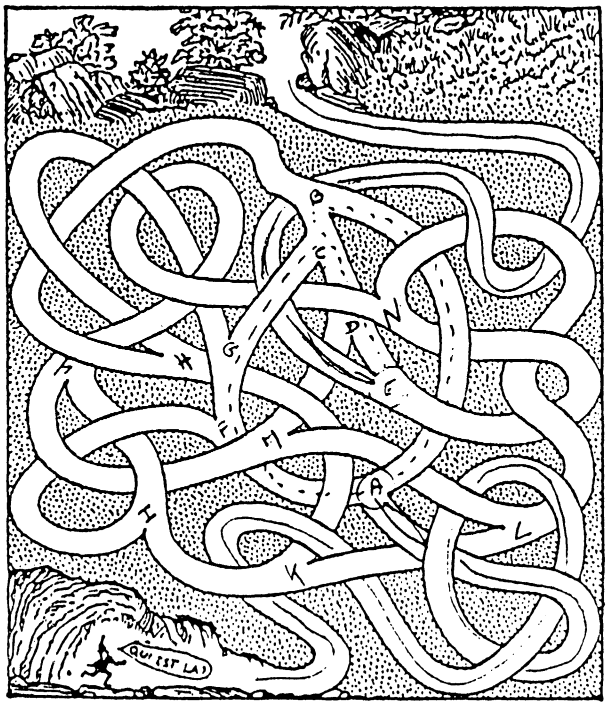
annexe page 28

ML

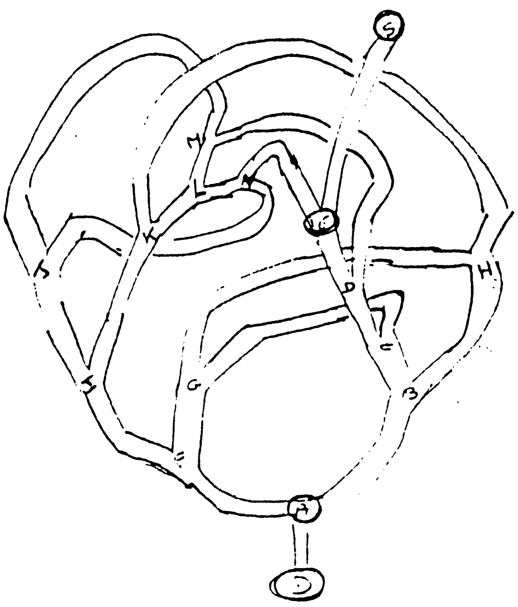
Le repère des Minouchets

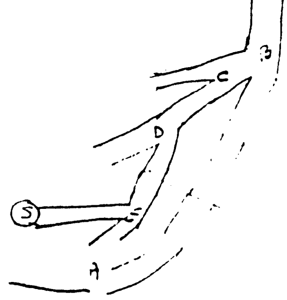
exemple de méthode analytique

es elfes de la tribu des Minouchets ont élu domicile dans une rotte profondément enfouie en dessous de la montagne. On aperoit à peine l'entrée des longues galeries venteuses qui y mènent ntre deux gros blocs de pierre. Saurez-vous trouver le chemin le lus court qui va de l'entrée, tout au-dessus du dessin, à la grotte les elfes ? Ce labyrinthe a été dessiné en trois dimensions, si une alerie passe clairement en dessous d'une autre on peut continuer à a suivre. Aucune galerie n'est sans issue, le tout c'est de trouver elle qui ira le plus rapidement au repère des Minouchets.



je lis les intersections
je pars de la fin jusqu'à une
premiere intersection
je pars du début jusqu'à une
premiere intersection
j'essaie de noter ttes les
intersections en essayant
de mettre à plat le
labyrinthe
ceci donne un dessin assez
compliqué et on ne pourra
pas le simplifier beaucoup
plus. Le dessin donne plus
les chemins, reste à choisir
le plus court
2 possibilités : A F G C D E
ou A B C D E
Ces 2 chemins (en pointillés)
ont l'air d'avoir la même
longueur
Les autres chemins sont tous
plus long





annexe page 28

page 28

ANNEXE DU CHAPITRE

LES EXPERIMENTATIONS EN ETABLISSEMENT SCOLAIRE

CM		CM1											
! 03		1 met	sens	2 met	sens	3 met	sens	4 met	sens	5 met	sens	clapy met	sens
! Richard	M	p		p		p		p		p		/	
! Eve-Marie		p		p		p		p		p	+	p	
! Frederic		p		pr	+	pr		p		p	+	/	
! Patrice		p		r		p		r		p	+	p	+
! Michael		p		p		p		p		p	+	/	
! Aline		r		p	+	p		p		p	+	p	
! Brice		p		p		p		p		p		p	
! Olivier		p		p		p		p		p	+	~~p~~	
! Michael		r		p		p		p		p	+	p	+
! Mathieu		p	+	p		p		p		p		p	
! Guillaume		p		p		p		p		p		p	+
! Ludovic		p		p		p		p		p	+	p	
! David		p		p		p		p		p		~~p~~	[illegible]
! Maxime		p		p		p		p		p		/	
! Joris		r		p		p		p		p	+	p	
! Richard		p		p		p		p		p		p	
! Alexandre		p		r		r		r		p		p	
! Solenne		p		p		pr		p		p	+	p	
! Ambroise		p		p		p		p		p		/	
! Arnaud		p		r		p		r		p		p	
! Steve		p		p		p		?		p	+	p	
! Victorien		p		pr		p		p		p		/	
! Francois		p	+	p	+	p	+	p		p	+	p	÷
! Vincent		p	+	p	+	p		p		/		/	
! Aldric		p		p		p		p		p		p	
! Caroline		p		p		p		p		p		/	
! Alice		p		p		p		p		p		/	
! Sébastrien		r		p		p		p		p	+	/	
! Martial		p		p		p		p		p	+	p	~~p~~

nature des protocoles

p = progressif

r = régressif

03	06	07	24	25	1	2	3	4	5	2 6	cla meth	cla aeq	cla resol	pal sens	pal resol	clap sens	remarques générales
Julie	F	26/11/78	47	43	p	r	p	r	p	/	ppr		+	ajout	+ (4)		vive intell.
Celine	F	13/10/76	61		p	r	p	r	p	/							
Lucie	F	28/05/79	22		p	p	p	p	p	/	p	/					
Virginie	F	18/07/78	22		p	p	p	p	p	r	p	err.	+				veut bien faire
Estelle	F	30/10/77		01	p	p	p	p	p		p	err.					
Marie-Claire	F	21/08/79	38		p	r	r	r	pr		pr						
Virginie	F	20/08/77	56														
Emmanuelle	F	07/07/77	51		p	p	p	p	p		p	err.					
Aurelie	F	17/03/78	61		p	p	p	p	sens								
Valerie	F	03/09/78		43	p	pr	prm	p	p			err.				+	défaut quelquefois pas ? (sens.)
Ludivine	F	13/12/78	47		p	p	p	p	p		p	err.		incomp.			
Cedric	M	12/11/77	21		p	p	p	p	p								
Djamil	M	20/03/75	33		p	r	pr	r	p	r	p		+				
Christophe	M	19/06/78	47		r	p	p	p	p		p	err				+	
Charlotte	F	21/03/79	21		p	p	p	p	p								
Melanie	F	17/08/79	37		p	p	p	r	p		p	err.					
Frederique	F	06/08/78	46	51	p	p	p	p	p	/		err.		Soust. →		+ départ	
Bruno	M	19/10/77	38		p	p	p	p	p			err	+		+ (3)		
Karine	F	26/11/78	51		pr	r	pr	p	p			err.		/			
Chemseddine	M	01/07/78	37		p	p	p	p	p		p		+	ajout			
Phuc Hoa Binh	M	21/06/77	/														
Valerie	F	13/04/79	34		p	p	m	r	m	r	p		+			-	[illegible]
Nathalie	F	29/06/78	51		p	r	r	r	[illegible]								
Magali	F	16/09/79	21		p	r	r	r	p		pm	err.		ajout. Soust. →	+ (3)		
				p	21	15	17	14	20								
				r	1	7	4	8	0								
				m			1		1								

Code p = méthode progressive m = méthode mixte
r = " régressive

Requis pour le clapyrinthe : comparaison des décimaux.
err. = erreurs

résultats en pourcentage

pourcentages	1	2	3	4	5
progressif	91	65	74	61	87
regressif	5	30	17	35	0

tout progressif : 45%
régressif pr le 2 : 30%
erreurs décimaux : 50% (corrigées ou non)
prog. clapy départ / effectif exercice : 100%
succès clapyrinthe / effectif classe : 27%
problèmes de sens : >27%
succès palind. : 14%.

annexe p. 31

03	06	07	24	25	labyr 1	2	3	4	5	26	sens	clap math	acq.	resol	pal sens	resol	
Severine	F	15/10/76	61		p	p	p	p	p	r?		p	ar.	+			
Ludovic	M	29/08/76	48		r	r	r	p	m			p		+			
Alexandre	M	13/09/75		22	p	p sens	p	p	p			p	ar.				
Frederic	M	25/05/76	48	43	p	p	p	p	p			p	ar.	+			
Aurore	F	23/08/76	61		p	p	p	p	p			prp		+			
Stephanie	F	13/09/75	22		p	prm	pr	p	p	r?		pr	ar.				
Anne France	F	31/12/75		42	p	r	p	r	p		d+A						
Jennifer	F	26/02/76		43	p	p	p	p	p	r?		p		+			
Corinne	F	22/10/76	38	22	p	p	p	p	p	p		p	ar.				
Sebastien	M	11/09/74	61														
Arnaud	M	16/04/75	37	37	p	r	p	g	p sens			p	ar.				
Loic	M	06/04/76	53	56	r	p	p	p	m			p					
Linda	F	08/07/74		22	r	p	p	r	p			p	ar				
Samuel	M	07/11/75	23		p	p	p	r	r			rpp					
Jerome	M	16/09/76	22	43	p	r	r	r	p	p		p					
Frederic	M	13/11/75		51	p	p	p	r	p			p	ar.				
Sandrine	F	02/10/76	51		p	p	p	p	p	p							
Ludovic	M	10/10/75	37		r	r	p	r	m			p	ar.	+			
Alexandre	M	02/10/76	43														
David	M	24/07/74		51	p	r	p	p	p	r?		p		+			
Aurelie	F	16/04/75	61	51	p	r	r	r	p								sens 90 ... 90°
Marc	M	24/03/76	37														
Pascale	F	29/11/75	51	51	p	p	p	p	p sens			p	ar.				compréhension ?
Christelle	F	19/04/75	56	42	p	r	p	r	p			p	ar	+			anticipation par morceaux tige
Francoise	F	04/05/75	56	10	r	p	r	p	p	p		p					lent et agitée

annexe p. 31

22 présents 10 M 12 F

tout progressif d'emblée 1 à 5 : 8 (dt 7 F)
régressif pour n° 2 : 10 (6 M, 4 F)
(dt 2 prog. puis regressif)
pb de sens : 5

succès clapyr : 8 (4 F, 4 M)

Pourcentages

tout prog 1 à 5 : 36 %
reg. pr n° 2 : 45 %
n° 4 : 36 %
erreurs décimaux : 50 %
probl. de sens : 23 %
progr. pr clapyr : ~~73~~ 93 %
Succès pr clapyr : 36 %

pourcent	1	2	3	4	5
p	77	59	77	59	82
r	[illegible]	36	18	36	5

annexe p. 32

! 03	! 06	! 07	! 24	! 25	Labyr. 1	2	3	4	5	26	clap. sens	meth	arg.	resol	pal sens	resol		
! Katarina	! F	! 15/12/74	! 48	!	p	r	p	p	p	p		p						[illegible]
! Stephanie	! F	! 29/08/74	! 51	! 51	p	p	pm	p	p	p?								
! Laetitia	! F	! 15/03/75	! 56	!	r	pr	prp	r	p	r		ppr	err.					
! Stephane	! M	! 12/12/75	! 66	! 66	p	pr	prr	p	p		+	r	err.					sens pour 5
! Simon	! M	! 22/04/75	! 37	!	p	p	p	p	p	p		p		+				à côté panneaux
! Thibault	! M	! 04/10/75	! 21	!	p	p	p	p	p	p	+	p	err.					timidité trouble.
! Tony	! M	! 17/03/75	! 22	!	p	r	p	r	p	r	+							
! Ann	! F	! 17/04/74	! 81	!	p	r	p	r	p			p						erreur en 5 (sens)
! Claude	! M	! 19/12/74	! 43	!	r	r	r	p	p	p		pr	err.					
! David	! M	! 05/01/75	! 61	! 56	p	p	p	p	p	p		p						nervosité timidité absence
! Elodie	! F	! 28/07/73	!	! 37	p	p	p	p	p	—	[illegible]	p						
! Virginie	! F	! 13/02/75	! 22	! 22	p	p	p	p	p	r		r?						
! Emmanuel	! M	! 15/05/75	! 53	!	p	p	p	p	p			p		+				sens demande expl.
! Sebastien	! M	! 02/07/74	! 42	!	p	p	p	rp	p	p	+	p	err.					
! Sebastien	! M	! 12/03/75	! 43	! 43	p	r	p	r	p	r		m			ajout	+(1)		n'aime pas dessiner
! Isabelle	! F	! 23/05/74	! 22	!	p	p	p	p	p			p	err.					manque d'intérêt trav. [illegible]
! Fabien	! M	! 20/04/75	! 21	!	p	p	p	p	p	m	+	p						voulait étude courte
! Pierre-Samuel	! M	! 24/11/73	!	! 43	p	r	m	r	pm									

effectif

départ progressif 1 à 5 : 11 (4F, 7M)

départ regressif pr 2 : 5 (2F, 3M)

" " 4 : 5

effectifs	1	2	3	4	5
p	14	12	16	12	17
r	2	6	1	5	0
m	0	0	1	1	1

Pourcentages

tout prog. 1 à 5 : 65%

reg. pour n° 2 : 29%

" n° 4 : "

erreurs acquis décisionnelles : 35%

problèmes de sens : 59%

progr pr clapyr : 65%

succès pour clap : 12%

pourcent	1	2	3	4	5
p	76	71	94	71	100
r	12	29	6	24	0

03	06	07	24	25	1	2	3	4	5	26	sens	clap méth	arg.	résol	sens	pal résol	
Martha	F	26/03/74	38		p	r	r	r	p		défaut A	p		+		[illegible] (4)+	
Virginie	F	04/10/74		56	m	p	p	p	r			p	er.				persévérance pb sens.
Frederic	M	08/05/74	22	51	r	r	r	r	p	r		p		+		+(5)	
Linda	F	20/01/74	10		r	r	p	r	p		défaut A	p					
Pierre	M	25/09/74	43		p sens	r	p	g	p			p	er.		ajout		
Gaelle	F	31/10/73			r	p	p	p	p			p					
Laurent	M	03/03/73	61		p	p	p	r	p	r		p		+		+(3)	
Fabrice	M	03/10/72	61		p	p	p	p	p			p		+			
Benoit	M	06/06/73		43	p	p	p	r	p		ψ	m				+(3)	
Laure	F	20/10/73	51	43	p	p	p	g	p			p		+		+(2)	
Christophe	M	15/07/73	37		p	r	p	p	p				er.		concept		
Laurent	M	26/11/73	48	51	p	p	p	p	p			p		+			
Sylvie	F	25/02/74	48	51	r	p	r	p	p			p	er.	+	+		
Frederic	M	26/11/74	47		p	r	p	p	p			p	er.	+	ajout	+(1)	sens lettre clapy.
Sandy	M	18/07/74	51	51	m	p	rm	p	p			p	er.			+(2)	
Celine	F	14/06/74	47		p	p	p	p	p			p		+			compréh. palind
Eric	M	15/03/74			p	r	p	p	p			p				+	
Elisabeth	F	17/11/73	47		p	p	p	p	p			p	er.				entre panneaux lenteur
Michael	M	20/02/75		56	p	p	mp	p	p			p	er.				
Fabrice	M	30/11/74		56	r	r	r	r	r			p		+		prog.	
Stephanie	F	18/10/74	47	31	p	p	p	p	p			p		+		+(2)	
Magali	F	09/09/74	53		p	p	p	p	p				er.			+ 3	
Ludovic	M	23/02/74	21		p	p	p	p	p	p		p		+		omi +(3)	
												20p	8	12+	3	11+	5 pb sens.

Collège

progress. de 1 à 5 : 6 (4F)
regr. de 1 à 5 : 1 (M)
regress pr le n° 2 : 8 (5M, 3F)
" 4 : 6 (3M, 3F)

	1	2	3	4	5
p	16	15	17	15	21
r	5	8	4	6	2
m	2	0	2	2	0

Pourcentages

tout prog. 1 à 5 : 26 %
regressif n° 2 : 35 %
" 4 : 26 %
erreurs décisionnelles : 39 %
problème de sens : 22 %
progressif clapyr : 87 %
succès clapyr : 52 %
palindrome 1 à 5 (correct) : 48 % ⟵ { dt + : 2 ; 3 com : 4 ; 2 com : 3 ; 1 com : 2 }
plus de 3 22 %

pourcent.	1	2	3	4	5
p	70	65	74	65	91
r	22	35	17	26	9

page 32

121

	âge	1	2	3	4	5	clap	pal
Saadia	16½	p	r	p	p	p	p_d +	3 + 2>
Nathalie	16	r	r	p	r	p	p_d A +	3 + 2/
Géraldine	15	m	r	m	r	p	p_osl +	4 + 1>
Laure	15	m	r	p	r	m	m_osl +	3 + 2>
Nathalie	17	p	p	p	p	p	m +	sens?
Séverine	17½	p	r	p	r	p	p_d A +	"
Stéphanie	16	pμ	p	p	p	m	p_d +	
Aline	16½	r	r	m	r	p	p +	3 + 1> 1/
Céline	17	r	r	m	r	m	p +	3 + 1> 1/
Sabrina	17	r	r	m	r	p	p +	/
Hélène	17	r	r	p	r	p	p +	/
Sandrine S	17½	p	p	r	p	r	p 0	/
Sandrine L	16½	m	r	r	r	r	sens 0	/
Sophie B	17	r	r	r	r	m	p +	1+ 4 /
Sophie V	16	r	r	m	p	p	p +	début
prof phys.	27	p	r	m	r	m	r +	5 +
irlandaise	16½	p	p	p	r	p	t_A +	moins 0

9 interprétations planes pour le bât n°1

classe de 2e

protocoles individuels

+ = correct
/ = pas de réponse
p = prog.
r = régu
m = mixte
> : nbres palindromes trop grands
0 : pas de trajet correct
erreur décimaux

ANNEXE DU CHAPITRE

LES EXPERIMENTATIONS A L'UNIVERSITE

1ère Enquête S.e.m. 16-1-90 90 Lengai

NOM : [redacted]
Prénom : Alain
date naissance : 28/05/69
nationalité : Française
année Bac : 1987
section Bac : C

Deug Math
" (Info)

Pensez-vous avoir reçu un enseignement sur le raisonnement
dans le secondaire oui ☒ non ☐
à l'université oui ☒ non ☐

Si oui dire de quoi il s'agit :
Dans le secondaire (première - terminale) : analyse du problème (on fait
c'est plutôt un enseignement de méthodologie

Pensez vous avoir reçu un enseignement de méthodologie
dans le secondaire oui ☒ non ☐
à l'université oui ☐ non ☒

Si oui dire de quoi il s'agit :
non à l'université car les méthodes restent celles du secondaire

		habituellement	des cas particuliers
- Lisez-vous un texte de pb.	une seule fois	oui ☐ non ☒	oui ☐ non ☐
	deux fois	oui ☒ non ☐	oui ☐ non ☐
	+ de 2 fois	oui ☐ non ☒	oui ☒ non ☐

pour les cas particuliers préciser : + 2 fois si je ne le comprend pas

- Faites-vous l'inventaire des hypothèses oui ☒ non ☐
Réécrivez-vous les hypothèses sous d'autres formes oui ☐ non ☒ parfois oui
à l'aide propositions de façon habituelle

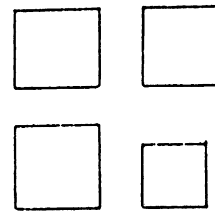
- Repérez-vous systématiquement la conclusion ? oui ☒ (en encadré) non ☐
- réécrivez-vous en général la conclusion sous une autre forme (formulation différente) oui ☐ non ☒

- Essayez-vous de décomposer tout problème complexe en ~~simples~~ + simple.
c'est-à-dire sous-problèmes
oui ☒ non ☐
pas toujours

Commentaires éventuels :
Il me semble que le plus dur est généralement
de trouver le but du problème, mais qu'il ne faut pas
[illegible] trouver [illegible] tout [illegible], le but n'étant pas
obligatoirement la conclusion mais par exemple une astuce...

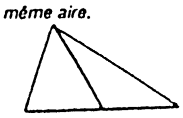
Pbs ouverts annexe S.e.m. 89

1 Voici deux carrés identiques.
Comment découper ces deux carrés pour en faire un seul ?
Même problème avec deux carrés inégaux.
(à partir du premier cycle)



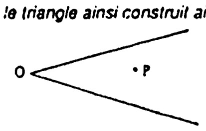
IREM LYON

2 Une médiane d'un triangle partage un triangle en deux triangles de même aire.
Comment découper l'un pour obtenir l'autre ?



3 Quel est le chiffre des unités de 23^{1988} ? IREM LYON
(premier cycle)

5 On donne deux demi-droites de même origine O et un point P.
Tracer une droite passant par P tel que le triangle ainsi construit ait une aire minimum.
(classe de quatrième).

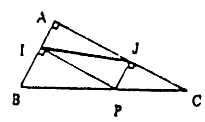


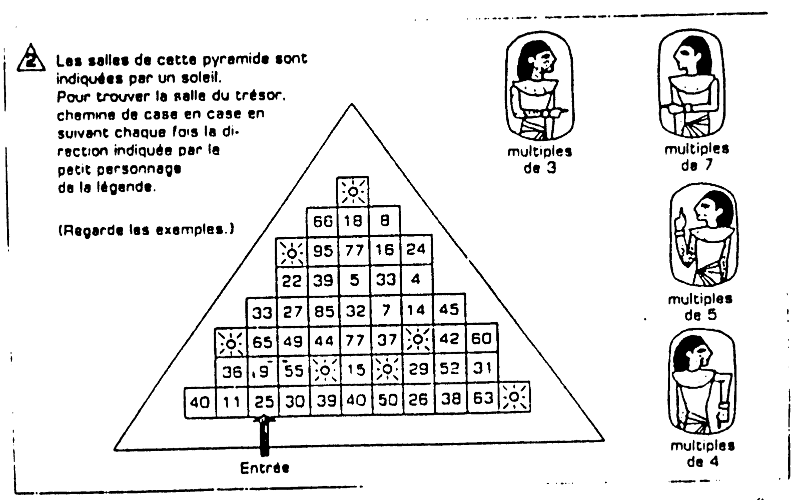
IREM LYON

6 Etant donné deux droites D_1 et D_2 et deux points A et B, construire M_1 sur D_1 et M_2 sur D_2 tels que :

$\overrightarrow{AM_1} + \overrightarrow{AM_2} = \overrightarrow{AB}$ (erreur d'impression corrigée) IREM LYON

7. On donne un triangle ABC rectangle en A.
Comment choisir P sur l'hypoténuse pour que la longueur IJ soit minimum ?
(premier cycle).





CM2 GILLER

annexe S.e.m. 89

Avez-vous reçu un enseignement sur le RAISONNEMENT ?

relevés S_2 :

"jusqu'en terminale par bribes, dispensé lors de la correction d'exercices ou de devoirs. plus systématiquement en cours de philo."
"enseignement par la pratique"
"entraînement pour passer logiquement d'une étape à une autre lors de la réalisation d'un problème"
"Tous les cours de Math sont des enseignements sur le raisonnement"
"En biologie ... technique pour aborder une donnée et rapport avec les connaissances, l'acquis. Étude de l'enchaînement du raisonnement".
"On nous a appris à raisonner à travers les problèmes rencontrés".
"Au cours de notre scolarité on doit acquérir une maturité de raisonnement qui devrait nous permettre de traiter toutes les solutions ou presque. Les connaissances acquises dans les formations théoriques ne sont pas toujours importantes en soi mais cela nous apprend plutôt à apprendre".
"méthode empirique, jamais d'enseignement proprement dit".
"manière dont il faut réagir face à un problème"

non

"on est toujours parti d'un problème, puis un raisonnement pour ce problème. mais pas appris comment faire partir un raisonnement".
"on nous a toujours laissé nous débrouiller".

enseignement de MÉTHODES

relevés S_2 :

"bilan des hypothèses, connaître la conclusion, utiliser les étapes données par les différentes questions, s'inspirer des questions suivantes pour guider la recherche".
"méthodes pour certains problèmes".
"la méthode repose sur l'analyse approfondie du problème
"demontrer les hypothèses, écrire la conclusion, faire le tri de ce qu'on possède pour arriver à faire la jonction".
"Lire le texte, noter les informations qu'il véhicule, les transcrire dans un langage que l'on maîtrise, résoudre le problème".
". Lire le texte en entier avec toutes ses questions
• transcrire les hypothèses : essayer de retirer un maximum de renseignements à partir des données
• Toujours partir des hypothèses pour en déduire la conclusion (à moins de raisonner par contraposée)"
"Comment réagir à un problème, comment l'aborder"
"On nous a montré plusieurs méthodes de résolution en nous montrant les bonnes et les mauvaises"
"Après chaque nouvelle définition, un problème d'application nous a fait découvrir une méthode de résolution qu'on doit acquérir".

Avez-vous reçu un enseignement sur le RAISONNEMENT ? oui

relevés S_1 :

"faire attention liaison entre différentes réponses"

"toujours partir des données et procéder par ordre et justification"

"logique"

"En Terminale être logique liaison entre ≠ réponses"

"Fonction et ou implication"

"Par apprentissage"

"raisonnement par récurrence"

"raisonnement mathématiques, raisonnement par l'absurde"

8/31 26%

Vous a-t-on appris à résoudre un problème ? (enseignement de méthodes)

relevés S_1 :

"bien analyser les données, procéder par étapes"

"détacher hypothèse et but"

"reconnaître les hypothèses"

"partant hypothèses, démonstration, enfin conclusion"

"traduction des données"

"algorithmes"

"se servir de toutes les hypothèses mises à notre disposition"

"par apprentissage"

"hypothèses, raisonnement, conclusion"

"poser les hypothèses et les conclusions et raisonner en fonction"

"méthode pour résoudre des équations"

11/31 35%

Réponse à la question 7 : "Avez-vous trouvé des méthodes ... ?"

"On peut résoudre certains problèmes grâce à la logique (probabilités)"

Nom : [redacted] S. e. m. enquête n° 2 35

Sexe : F M

date naissance : 11.08.68

Deug : MATH, INFO, MECA, AUTRE

Section BAC : C
Année BAC : 87
Salarié :

1) a Dans le secondaire, quelles sont les parties du programme de Math. pour lesquelles vous avez ressenti le plus de difficultés ? :
géométrie dans l'espace au lycée

b A votre avis les causes en sont : O personnelles : santé, fatigue, pbs ?, pbs famille, ...
O dues à l'environnement : bruit, classe difficile
O dues à l'enseignant : expliquer
autres : problème de visualisation dans l'espace

2) a Dans l'enseignement supérieur, quelles ont étés ou sont vos difficultés en Math. ? contenus continuité dans $\mathbb{R}^2$, notions de boule, ouvert, ferm
Incompréhension totale :
Besoin d'éclaircissement : sur la visualisation du problème

b A votre avis quelles en sont les causes ? O personnelles
⊗ les enseignants
⊗ autres
précisez : pas toujours bien présentées, et problème de ne pas bien voir comment cela se passe réellement

3) Relisez vous ou apprenez-vous le cours entre 2 séances cours ⊗ entre cours et T-D O
jamais O
quelquefois ●

	oui	non
— lecture 1 fois	☒	☐
2 fois	☐	☒
davantage > 2 f	☐	☐
— apprentissage * par coeur théorèmes + formules	☒	☐
* essai de retenir le sens	☒	☐
* vous recopiez le cours en entier	☐	☒
seulement les théor + propriétés + formules :	☒	☐
* néant	☐	☐

annexe page 47

NOM : [redacted]
Sexe : (F) M
date naissance : 11.08.68
Deug : $\boxed{\text{Math}}$, Info
Réca, Autre

S.e.m. enquête n°3 35

Section BAC : C
Année Bac : 87
Salarié :

PROFIL de RECHERCHE

	oui	non
– Face à un pb, vous passez le temps qu'il vous faut mais vous n'abandonnez pas	☒	☐
– Vous voulez à tout prix avoir la solution d'un pb	☒	☐
– éventuellt en trichant	☐	☒
– "tout seul" sans aucune aide	☐	☒
– Vous avez des limites et ne dépassez jamais un certain temps de recherche	☐	☒
– Si un problème vous semble trop difficile vous ne le cherchez pas	☐	☒
vous demandez de l'aide	☒	☐
vous cherchez à plusieurs	☒	☐
– Vous ne cherchez un pb que si vous connaissez une méthode à appliquer pour le résoudre	☐	☒
– Vous aimez résoudre un pb à l'aveuglette le trouver par hasard	☐	☐
– Vous pensez que faire des maths c'est très amusant	☒	☐
cela détend	☒	☐
il faut en passer par là	☐	☒
– c'est intéressant	☒	☐
– Pensez-vous "il faut être doué pour faire des maths"	☐	☒
"il faut être astucieux "	☒	☐
"il faut avoir des idées géniales au bon moment"	☒	☐
"il faut travailler beaucoup et avoir de la mémoire "	☒	☐

– Avez-vous des difficultés pour élaborer des démonstrations ? ☐ parfois ☐

– Quand vous faites une démonstration d'une implication $P \Rightarrow Q$ ou d'un problème du style "soient les Hypothèses .... montrer que. " démarrez vous

	oui	t/rs	non	
d'une Hypothèse	☐	☐	☐	L
de la conclusion	☐	☐	☐	L
d'une propriété ou d'un théorème qu'il vous semble devoir appliquer	☐	☐	☐	E

– Arrivez-vous toujours à démarrer une démonst.	☒	☒
conduire "	☐	☒
conclure	☐	☒

annexe page 47

Les différentes démonstrations

$E \xrightarrow{f} F \xrightarrow{g} G$ $\quad g \circ f$ injective $\Rightarrow f$ injective.

equivalences de définition

f injective :

1) Pour tout $(x,y) \in E^2$ t.q $x \neq y$ alors $f(x) \neq f(y)$

2) Si il existe $(x,y) \in E^2$ t.q $f(x) = f(y)$ alors $x = y$

→ départ de H avec 1) * Pour tout (x,y) de E^2 tel que $x \neq y$ $\;g\circ f(x) \neq g \circ f(y)$ (puisque $g \circ f$ injective) donc $g(f(x)) \neq g(f(y))$ et $f(x) \neq f(y)$ (puisque f est une application) f injective.

→ départ de C avec 1) c'est à dire de la considération des "objets" de la conclusion

* Pour tout $(x,y) \in E^2$ tel que $x \neq y$ je considère $g\circ f(x)$ et $g \circ f(y)$ qui sont $\neq$ puisque $g \circ f$ injective donc $f(x) \neq f(y)$ puisque g est une application.

→ par l'absurde avec 1) je suppose $g\circ f$ injective et f non injective

* $\exists (x,y) \in E^2$ $x \neq y$ t.q. $f(x) = f(y)$ (f non inject) $g(f(x)) = g(f(y))$ (puisque g application) or $g \circ f$ injective $\Rightarrow g\circ f(x) \neq g \circ f(y)$ d'où contradiction. f ne peut être non injective.

→ par contraposée $\quad f$ non inject $\Rightarrow g \circ f$ non inject.

* $\exists (x,y) \in E^2$ $x \neq y$ et $f(x) = f(y)$ donc $g(f(x)) = g(f(y))$ soit $g\circ f(x) = g \circ f(y)$ donc $g \circ f$ non injective

→ avec equival de inj. directe avec 2) $\quad f$ injective forme propositionnelle si $\exists (x,y) \in E^2$ t.q. $f(x) = f(y)$ alors $x = y$

* Si $\exists (x,y) \in E^2$ t.q $f(x) = f(y)$ alors $g(f(x)) = g(f(y))$ puisque g est une application et $g\circ f(x) = g \circ f(y)$ d'où $x = y$ puisque $g \circ f$ injective donc f injective

Nous remarquons que nous partons du début de la ~~phrase~~ logique de la conclusion dans ce cas 5).

$\Rightarrow$ directe avec 2) départ de H

$*$ si $\exists (x,y) \in E^2$ t.q. $g \circ f(x) = g \circ f(y)$ alors $x = y$
or g est une application et $f(x) = f(y)$.
nous nous heurtons ici à une difficulté qui échappe en général à presque tous les étudiants. Nous n'avons pas ici la certitude de l'égalité de x et y si $f(x) = f(y)$ car $f(x) = f(y)$ découle de l'égalité de $g \circ f(x)$ et $g \circ f(y)$.
Il y a une précision à apporter qui va ramener à la forme 5 et la rallonger !

Pour si $\exists$ .. t.q.. $\Rightarrow$ si $\exists$.. t.q.. il est préférable de partir de la phrase logique (début) de la conclusion.
comme pour $\forall \Rightarrow \forall$.

La considération de 1) et 2) nous amène à préférer le départ de H pour $\forall$ ... t.q ... alors $\Rightarrow$
$\forall$ ... t.q ... alors.

Nous avons utilisé les deux Formes propositionnelles de l'Injection.
nous avons le cas technique $\forall$.. t.q... alors $\Rightarrow \forall$.. t.q...alors
en 1) et en 2) ($\neq$ de $\forall \Rightarrow \forall$)
le cas technique si $\exists$.. t.q.. alors $\Rightarrow$ si $\exists$.. t.q.. alors.
en 5)
(qui se traite différ.t de $\exists \Rightarrow \exists$)

cF nouvelle édition :
Apprentissage du raisonnement et de méthodes de démonstration TOME I

annexe de page 70

Les différentes démonstrations

$A \xrightarrow{f} B \xrightarrow{g} C$

$g\circ f$ surjective $\Rightarrow$ g surj.

équivalences de définition g surjective : $g(B)=C$

: $\forall z\in C \ \exists y\in B \ \ g(y)=z$

→ <u>départ objet conclusion. identique à départ de H</u>

* $\forall z\in C$ j'utilise l'hypothèse $\exists x\in A$ $z=g\circ f(x)$ $z=g(f(x))$

donc $\exists y=f(x)\in B$ t.q $z=g(y)$ g est surjective.

→ <u>absurde forme 1</u>

* $\exists z\in C \ \forall y\in B \ g(y)\neq z$ et puisque $g\circ f$ surjective

$\exists x\in A$ $z=g\circ f(x)$ donc $\exists y=f(x)\in B$ $z=g(y)$ contradictoire.

→ <u>absurde forme 2</u>

* $g(B)\subset C$ $g(B)\neq C$ et $g\circ f(A)=C$ $g(f(A))\subset g(B)$

donc $C\subset g(B)$ et $C=g(B)$ contradictoire.

→ <u>directe forme ensembliste</u>

* considérons $g(B)$, $B\supset f(A)$ donc $g(B)\supset g(f(A))=g\circ f(A)$

puisque $g\circ f$ surjective $g\circ f(A)=C$ donc $g(B)=C$

(départ de la considération de "l'objet" de la conclusion)

* $g\circ f(A)=C$ puisque $g\circ f$ surjective $g(f(A))=C$ or

$f(A)\subset B$ donc $g(B)=C$

(départ de l'explicitation de l'hypothèse lien à établir en cours de démonst° avec le but.)

annexe sujet 7

ANNEXE DU CHAPITRE

AUTRES ENQUETES

NOM :

PRENOM :

Enseignant OUI NON - Chercheur OUI NON - ou autres :

Lieu d'enseignement :

Adresse :

Pensez-vous avoir dispensé un enseignement sur le raisonnement dans vos classes ? OUI NON

Précisez de quoi il s'agit :

Pensez-vous avoir dispensé un enseignement de méthodes dans vos classes ?

OUI NON

Précisez de quoi il s'agit :

Année de début d'enseignement :

Choix de l'atelier, vos raisons et vos attentes :

Etes-vous intéressé(e) par la recherche en cours ?

Quels sont les points qui vous semblent importants ?

AUBERT Marie-Pascale

Apprentissage du raisonnement et de méthodes de démonstrations
Participation possible à la poursuite de la recherche dans ce domaine

Public concerné. Informations

Cet atelier s'adresse à tous les enseignants, quel que soit le niveau de leur enseignement.

La présence au groupe de travail devrait faciliter la participation éventuelle, et souhaitable, à la poursuite de la recherche engagée au niveau de l'enseignement en collège, en lycée ou à l'université.

Les personnes, partiticipant à l'atelier, sont invitées à se munir des textes dont elles souhaitent l'étude typologique amenant la méthode de démonstration.

Toute personne, *absente* au colloque, ou à l'atelier, mais, interessée par les résultats dejà acquis, ou la poursuite de la recherche, est invitée à se manifester. (M-P AUBERT Département de Mathématiques Université de Rouen B.P. 118 76134 MONT-SAINT-AIGNAN)

Contenu de l'atelier

Historique (très brève) de la recherche: origine, méthode, expérimentation, résultats d'expériences.

Présentation de plusieurs types de raisonnement à l'aide d'activités ludiques.

Mise en évidence des analogies et différences entre les types précédants et ceux utilisés en mathématique, lors de l'élaboration de démonstrations.

Etude de textes de problèmes de différents niveaux, classiques, "ouverts", voire ludiques, avec élaboration des démonstrations appropriées. Plan d'étude habituel:

- *sens "objectif", sens "subjectif".*
- reconnaissance des parties: *"hypothèses", "conclusion"*, ...lorsqu'elles sont explicites.
- mise en évidence des implicites.
- décomposition du texte, et des implicites en éléments *"unitaires"*. Recherche du type "∀" et du type "∃"...

• réécriture de certains éléments.

• liste des outils mathématiques utilisables selon les niveaux des élèves ou étudiants.

• repérage de "types" appelant un mode de raisonnement et la construction d'une démonstration *"minimale"*.

• construction exhaustive (selon les possibles) de démnstrations.

• raisonnement de l'enfant ou de l'étudiant, raisonnement *"habituel" de l'enseignant.*

Motif de l'atelier

Lutte contre l'échec dans la conduite de démonstrations. Amélioration de l'état *"psychologique" de l'élève (ou étudiant) en situation de raisonnement mathématique et d'élaboration de démonstrations.*

Bibliographie

"Apprentissage du raisonnement et de méthodes de démonstrations"
M-P AUBERT IREM ROUEN

"Apprentissage du raisonnement"
(dec 85) IREM GRENOBLE

"Questions à la didactique des Mathématiques"
Claudine BLANCHARD-LAVILLE

"Ensembles et symboles de la maternelle à l'université"
M-P AUBERT IREM ROUEN

"Recherche en Didactique des Mathématiques" (revue)

"Comment poser et résoudre un problème"
Georges POLYA DUNOD

"Les modèles, une Méthode générale"
Georges POLYA DUNOD

Mots-Clés

Raisonnement, Méthode, Démonstration, Type, Sens, Construction Exhaustive, Etude de textes.

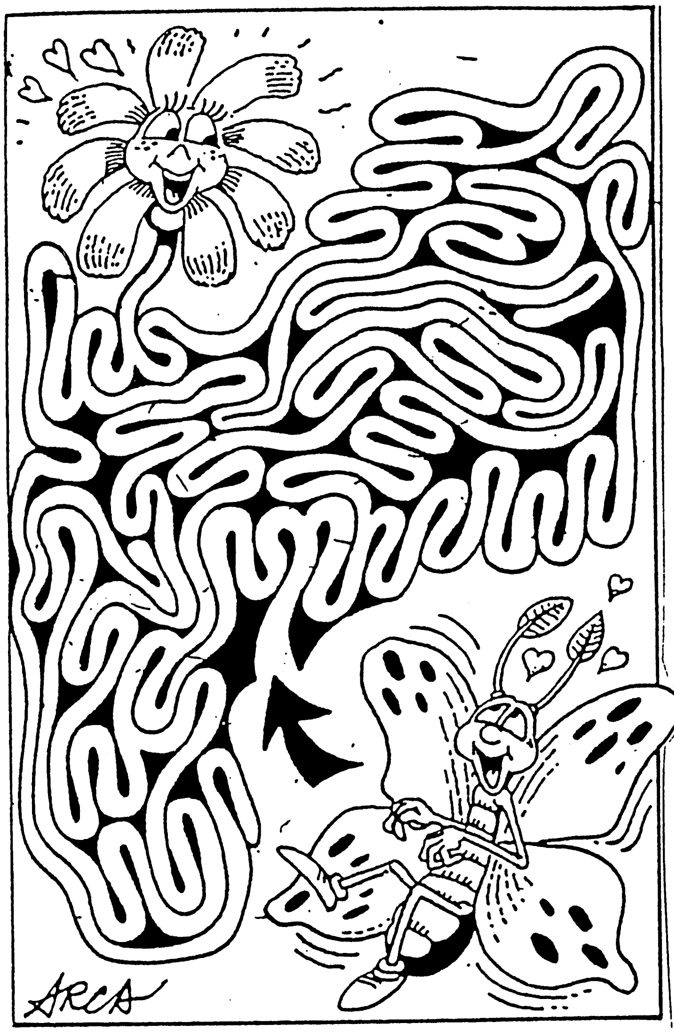
Extrait de

Un trésor est caché dedans

A. P. M. E. P.

ANNEXE

SUPPLEMENT DU CHAPITRE LABYRINTHE



Sans Paroles

1 entrée
1 sortie

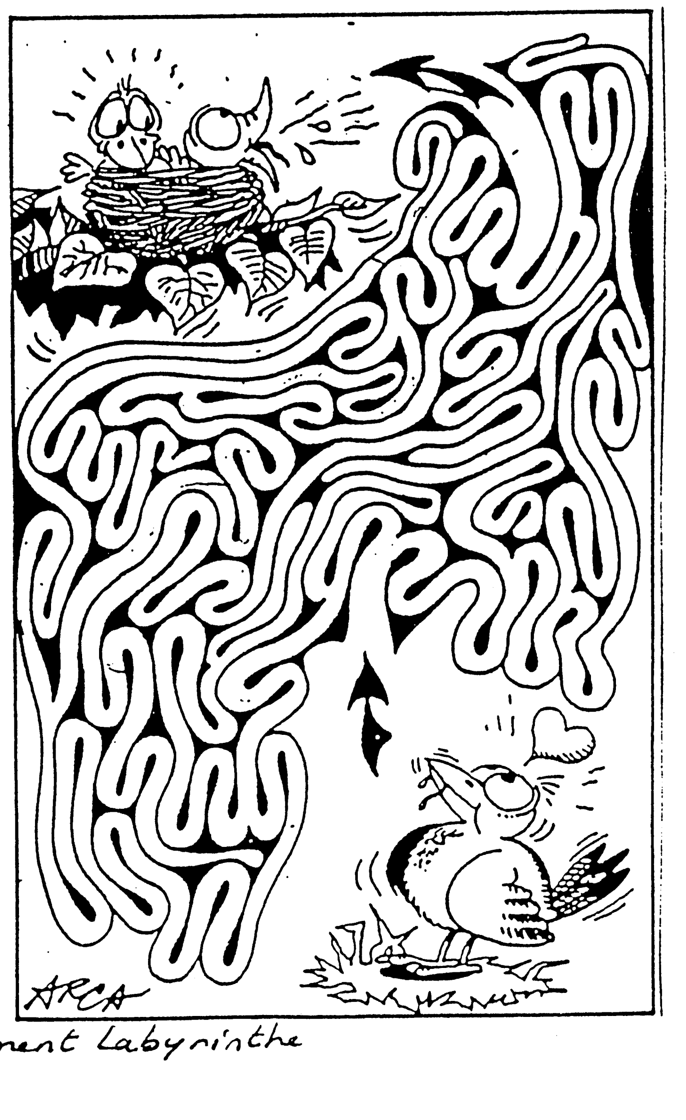
LABYRINTHE

Pour souffler la bougie du sapin Télé 7 Jeux, il vous suffit de traverser ce labyrinthe.

Maman oiseau doit vite retrouver le chemin de son nid, car ses petits ont très faim.

1 entrée
1 sortie

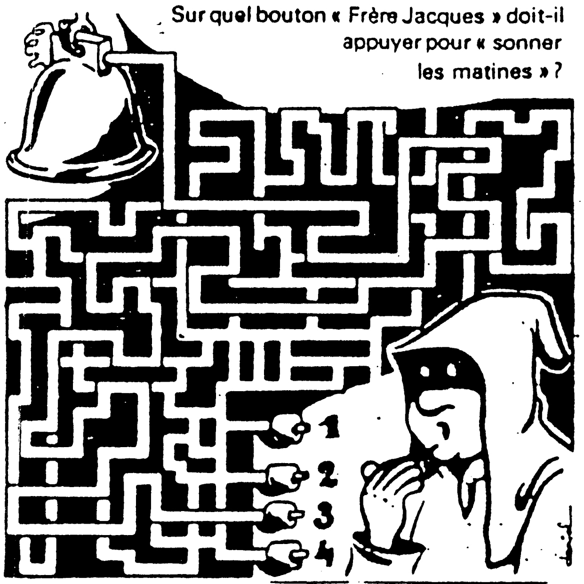
toutes méthodes
...
en tps



annexe supplément Labyrinthe

le labyrinthe

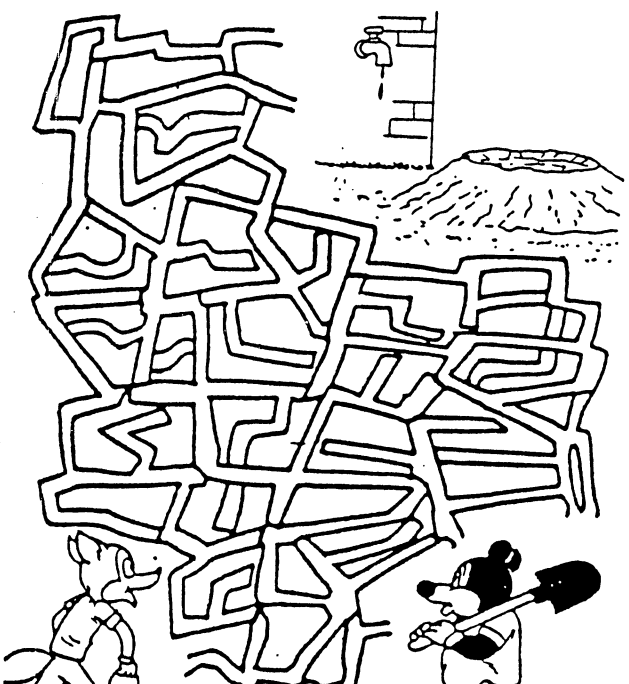
Sur quel bouton « Frère Jacques » doit-il appuyer pour « sonner les matines » ?



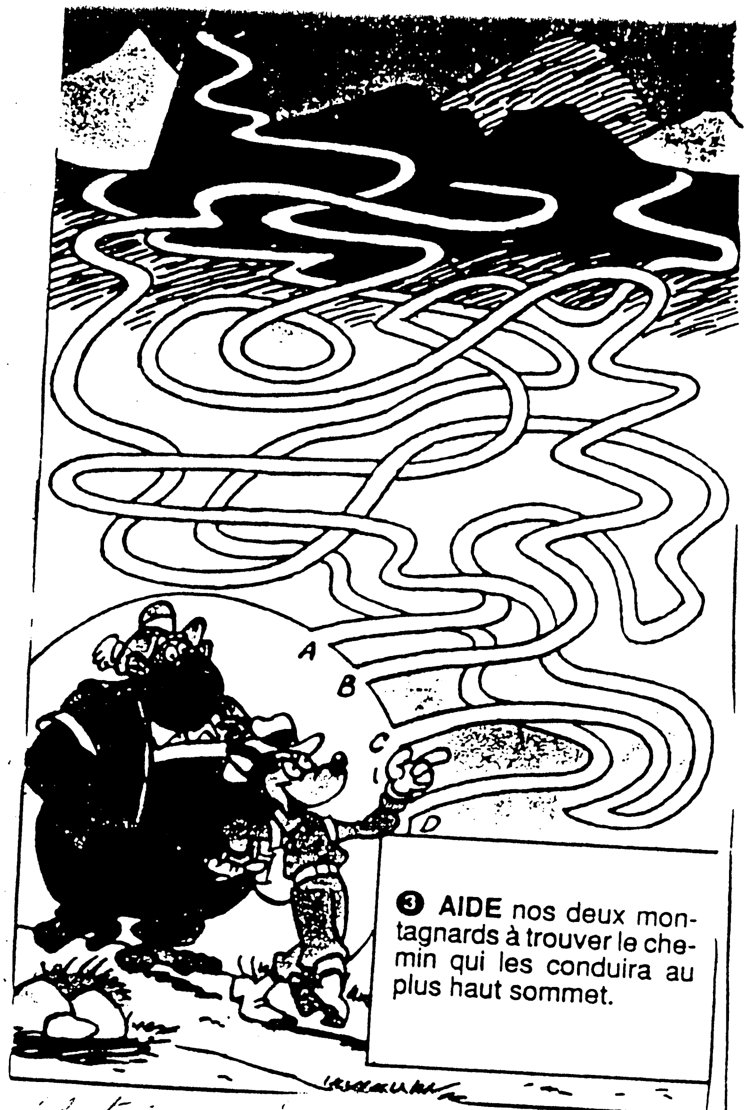
1 cloche perform. régressive
4 boutons.

le labyrinthe

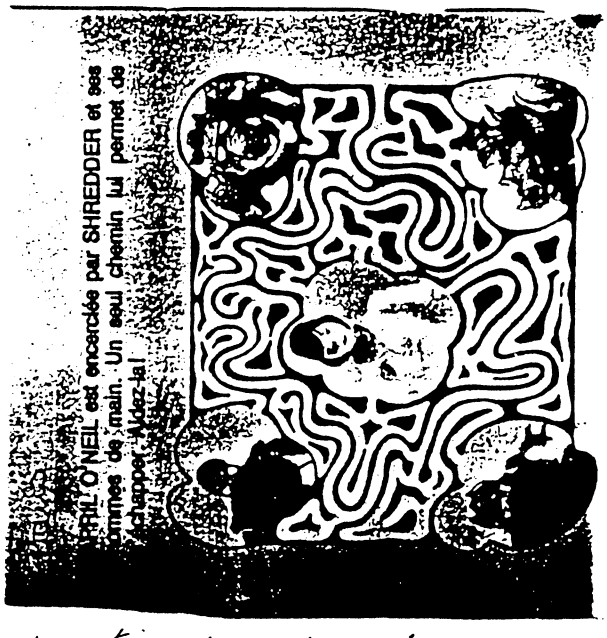
Lequel de nos deux amis va pouvoir travailler ?



7 entrées, 2 "sorties"
méthode régressive
ou analytique.



sélection de l'arrivée perform. régressive

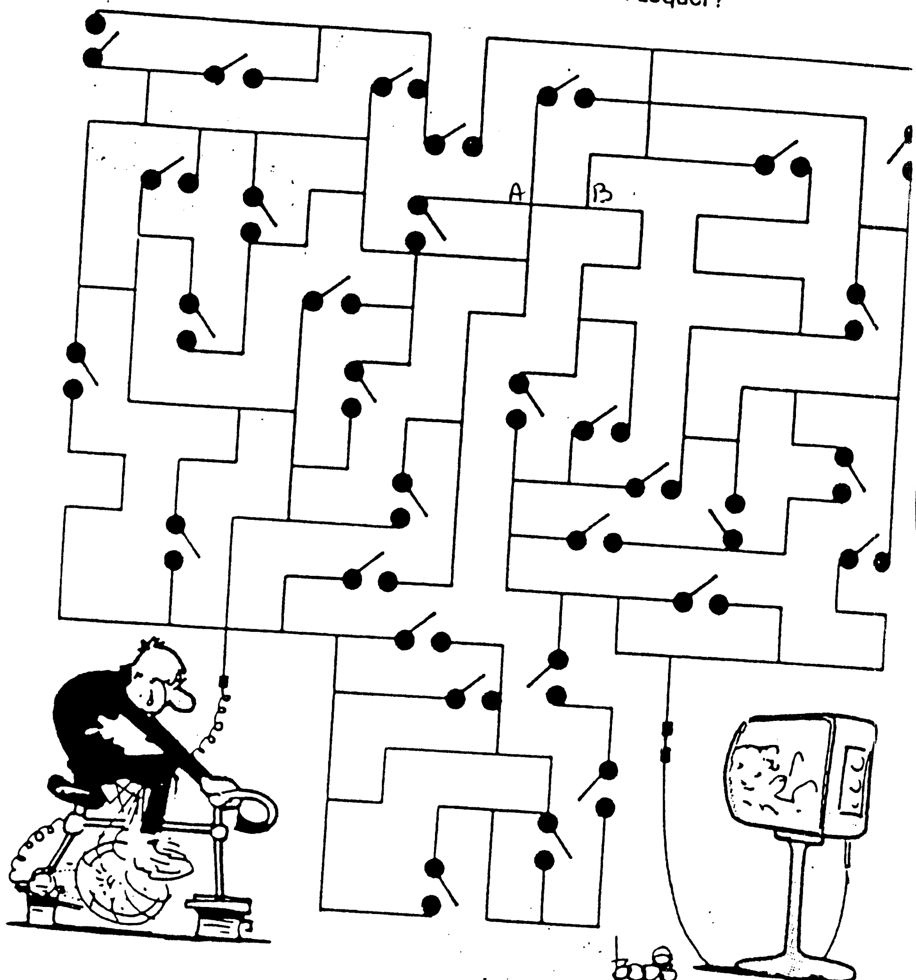


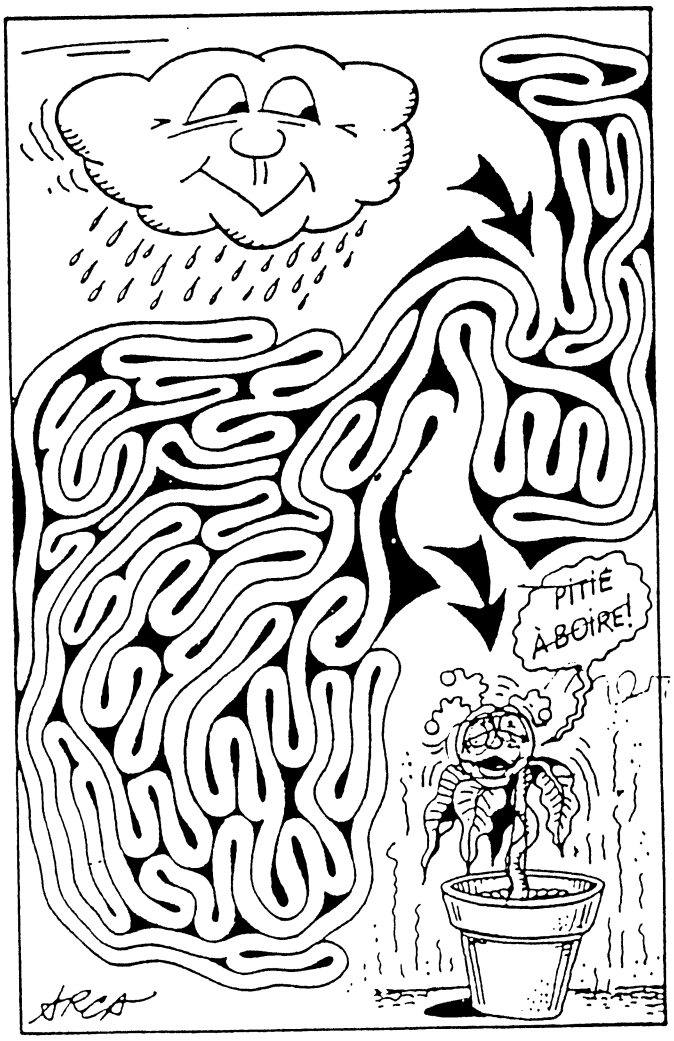
1 sortie, des évitements
4 départs, méthode régressive ou
analytique

CONTACT !

Un seul interrupteur doit être actionné pour fermer la ligne, et faire ainsi fonctionner la TV. Lequel ?

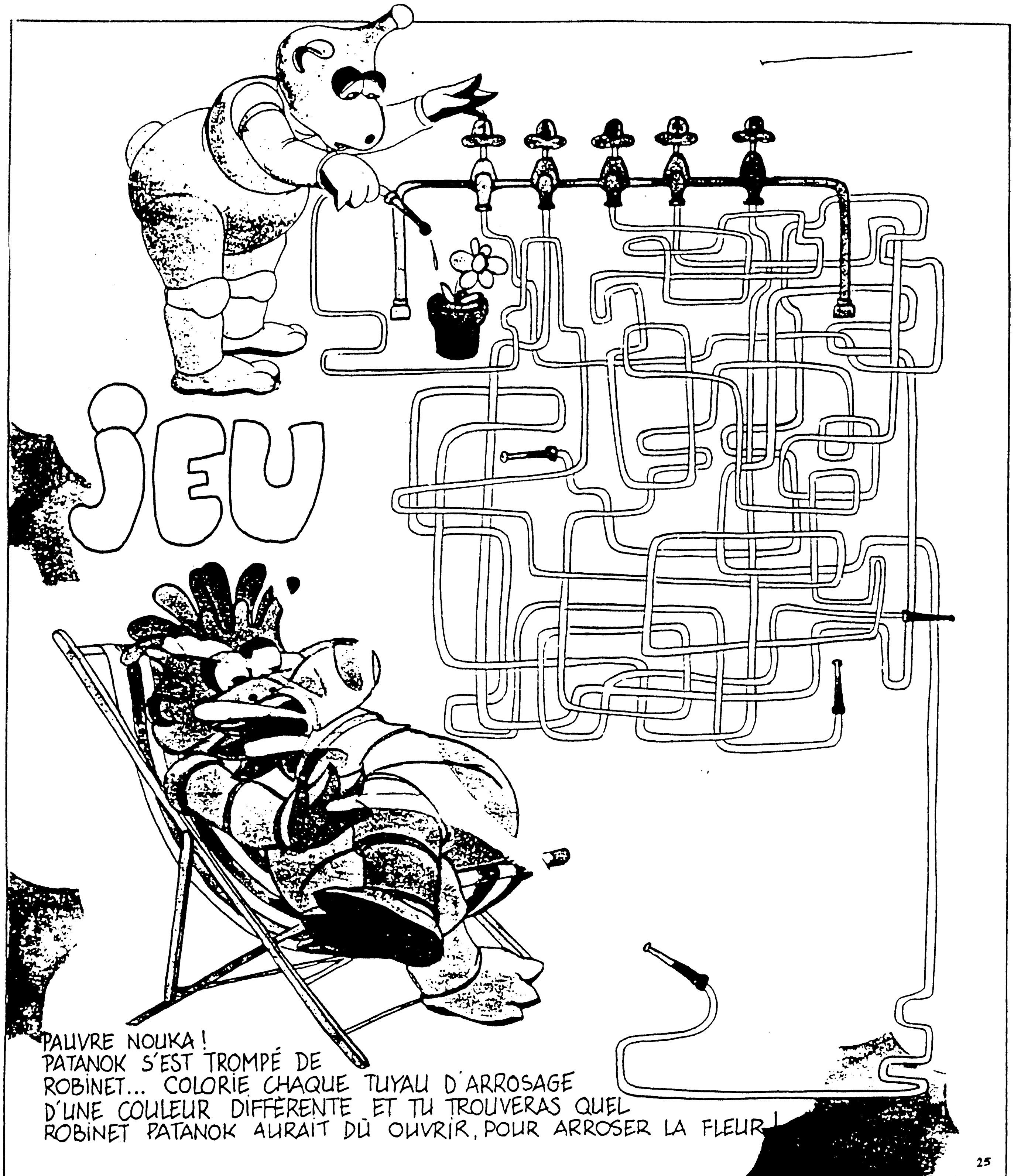
méthode
analytique
préférable
conduit à
repérage de
passage
gauche-droite
obligatoire
en AB.





1 entrée
1 sortie
toutes méthodes
équivalentes

annexe labyrinthe supplément 140



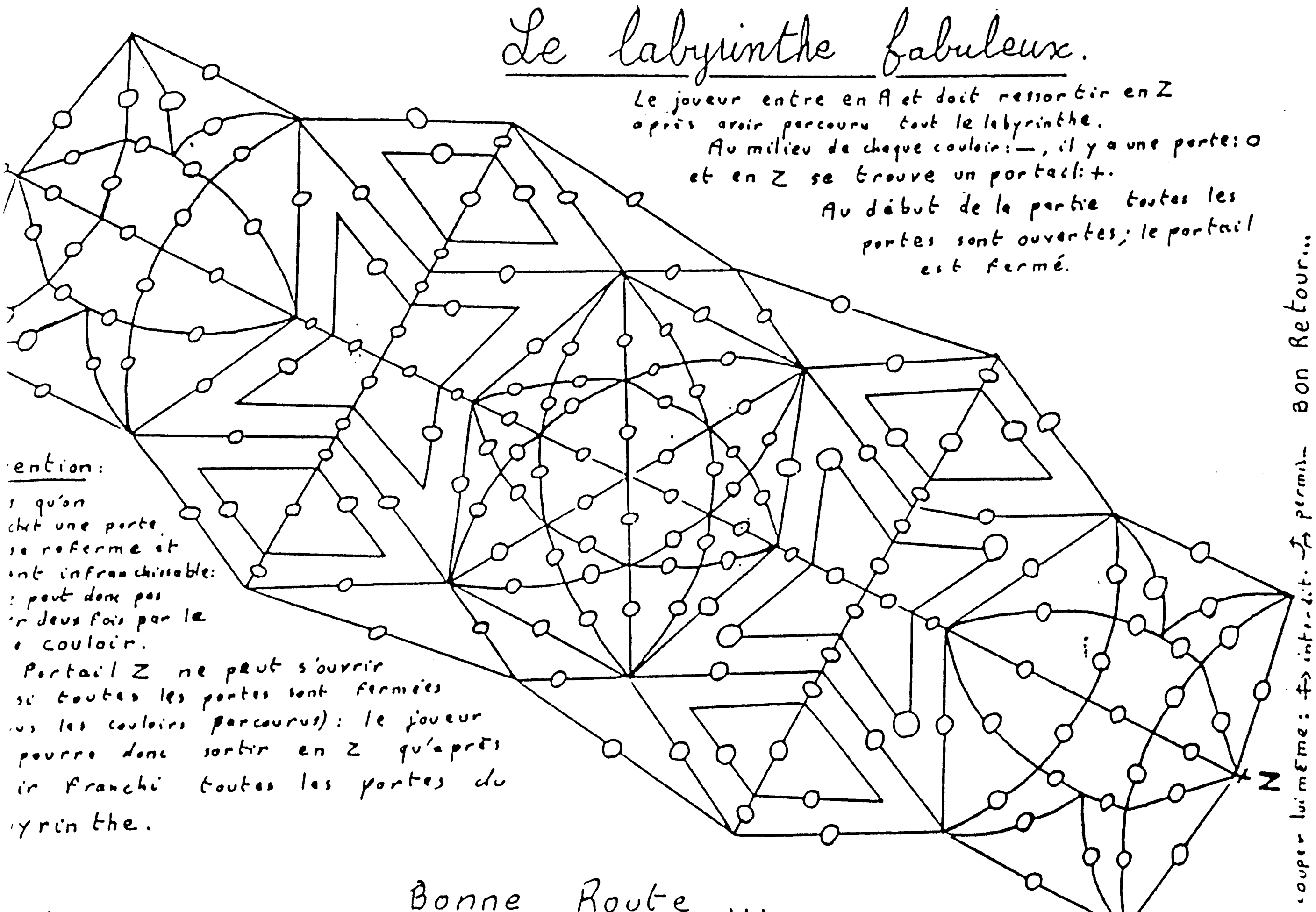
performance "régressive"

annexe Labyr. supplément

III - UN ENONCE, PUIS UN TRAVAIL D'ELEVE

C. FRATTINI 39 rue Mérimée 06110 LE CANNET

1) "La façon de donner vaut mieux que ce qu'on donne". "Le labyrinthe fabuleux" passionne mes élèves de la 6ème à la 2e, alors que le même exercice, que l'on trouve actuellement dans à peu près tous les livres de classe sous sa forme classique, n'a jamais été réussi par mes élèves et n'en a intéressé que fort peu.



Feuille à problèmes. n° 30.

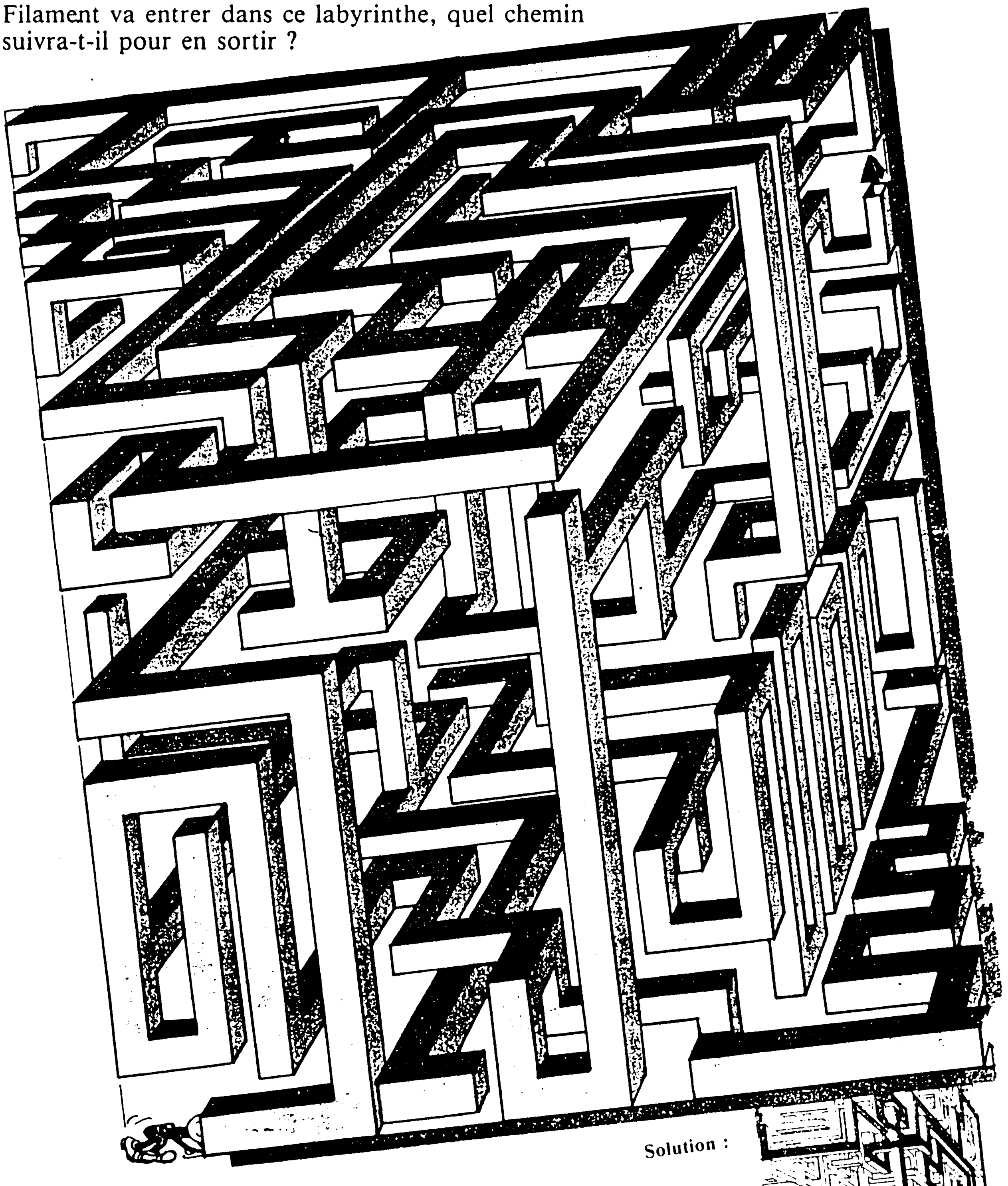
exemple de labyrinthe nécessitant une analyse.

Annexe LABYRINTHE supplément 142

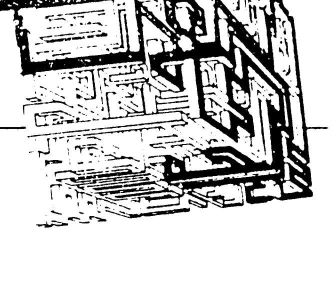
LE P'TIT CANARD

LE LABY-FOU

Filament va entrer dans ce labyrinthe, quel chemin suivra-t-il pour en sortir ?



Solution :



Calculons la : Formules Magiques

F.P

sang de vampire : un tiers du mélange
Bave de crapaud : un quart du mélange
Larmes de crocodile : un douzième du mélange
venin de vipère : ~~deux~~ sixièmes du mélange

$\frac{1}{3}$ de 60 cl = 20 cl.

$\frac{1}{4}$ de 60 cl = 15 cl

$\frac{1}{12}$ de 60 cl = 5 cl

$\frac{2}{6}$ de 60 cl = 20 cl

conversion des données formule magique sorcière " unités

La sorcière a mis ces résultas.

- le billet de 10F de la sorcière est transformé en lingo -
- le billet de 10F du magicien est détruit.

B)

$\frac{1}{3}$ ~~de~~ 120 cl = (le double de ~~..~~ 20) 40 cl
$\frac{1}{4}$ de 120 cl = (// // // 15) 30 cl
$\frac{1}{12}$ de 120 cl = (// // // 5) 10 cl
$\frac{2}{6}$ de 120 cl = (// // // 20) 40 cl

annexe page 23

BIBLIOGRAPHIE

[01] Encyclopaedia universalis *Sciences et discours rationnel*

" *Hilbert*

" *Formalisme et formalisation*

" *Logique*

" *Fondements des Mathématiques*

" *Preuve*

" *Argumentation*

" *Raisonnement*

" *Dialectique*

" *Jugement*

" *Valeur, norme et règle*

" *Enfance (Opérations et structures intellectuelles)*

" *Epistémologie*

" *Méthode*

" *Mathématiques*

[02] A. BOUVIER *Sur les styles pédagogiques I.R.E.M. DE LYON*

[03] J. BERBAUM *Comment les élèves apprennent-ils? GRENOBLE II*

[04] P. OLERON *Le raisonnement "que sais-je ?" P.U.F.*

[05] G. ARSAC G. GERMAIN M. MANTE *Problème ouvert et situation problème I.R.E.M. de LYON*

[06] G. ARSAC G. GERMAIN M. MANTE D. PICHOD *Varions notre enseignement avec les problèmes ouverts I.R.E.M. de LYON*

[07] M. CHASTRETTE *Démarches et outils de l'évaluation I.R.E.M. de LYON*

[08] j. DIEUDONNE *Pour l'honneur de l'esprit humain. Les mathématiques aujourd'hui. HACHETTE*

[09] J. PIAGET *Introduction à l'épistémologie génétique 1) La pensée mathématique P.U.F.*

[10] Georges POLYA *Comment poser et résoudre un problème DUNOD*

[11] " *La découverte des mathématiques IMPRIMERIE NOUVELLE*

[12] Le livre du problème *I R E M Strasbourg*

[13] Imre LAKATOS *Mathématics, science et epistémology*

[14] " *Preuves et réfutations*

[15] F. KONE *Le raisonnement logique comme moyen de résoudre les problèmes de l'erreur chez l'élève I R E M de BORDEAUX*

[16] Marc LEGRAND Denise GRENIER Daniel ALIBERT Françoise RICHARD *Introduction du débat scientifique dans un cours de Ière année du Deug A à l'université de Grenoble I*

[17] idem *L'introduction du débat scientifique en situation d'enseignement 4° ECOLE DE DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES 1986*

[18] GROUPE"Apprentissage du raisonnement" *Apprentissage du raisonnement I R E M de GRENOBLE*

[19] Marc LEGRAND *La crise de l'enseignement, un problème de qualité. Le rôle spécifique des mathématiques. INSTITUT FOURIER 1989*

[20] C. BLANCHARD-LAVILLE *Questions à la didactique des Mathématiques octobre 1987*

[21] Pierre BERDOT Claudine BLANCHARD-LAVILLE *Ce que Jocelyne nous a appris LES CAHIERS MATHEMATIQUES DE PARIS X - NANTERRE*

[22] *La didactique des sciences "Que sais-je ?" P.U.F.*

[23] O. DUCROT *Dire et ne pas dire. Principes de sémantique linguistique HERMANN*

[24] L. RESNICK *Rôle de l'apprentissage par analogie en mathématique* Séminaire de didactique des mathématiques n°42 *IMAG*

[25] LINSAY et NORMAN *Traitement de l'information etcomportement humain*

[26] Colette LABORDE *Recherches sur les fondements d'une pédagogie authentique*

[27] Claude AVELINE *Le code des jeux*

[28] Collectif *Comment font-ils ? L'écolier et le problème de Mathématiques RENCONTRES PEDAGOGIQUES 1984 n°4*

REVUE INTERNATIONALE DE PHILOSOPHIE

[29] G. MORPURGO-TAGLIABUE *la preuve au point de vue philosophique*

[30] André HAYEN Un interprète thomiste du kantisme : Joseph Maréchal

[40] Pierre LACHIEZE-REY *Réflexions historiques et critiques sur la*

possibilité des jugements synthétiques à priori

[41] P. RICOEUR *L'histoire de la philosophie et l'unité du vrai*

[42] M.F. SCIACCA *Moment scientifique et moment métaphysique*

CAHIER DE DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES I.R.E.M. PARIS VII

[43] M. ARTIGUE *Modèlisation et reproductibilité en didactique des mathématiques* (n°8)

[44] R. DOUADY *De la didactique des mathématiques à l'heure actuelle (n°6)*

[45] J. ROBINET *Informatique-Enseigement (n°14)*

[46] A. ROBERT *Didactique de l'enseignement supérieur : une démarche. (n°28)*

[47] J. ROBINET *Esquisse d'une genèse des notions d'algèbre linéaire enseignées en deug. (n°29)*

[48] A. ROBERT J. ROGALSKI R. SAMURCAY *Enseigner des méthodes (n° 38)*

[49] J. *ROGALSKI* *Acquisition de savoirs et de savoir-faire en informatique (n° 43)*

REVUE DE METHAPHYSIQUE ET DE MORALE

[50] A DOROLLE *Les formes du raisonnement*

RECHERCHES EN DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES La Pensée Sauvage éditions

[51] Gilbert ARSAC *Les recherches actuelles sur l'apprentissage de la démonstration et les phénomènes de validation en France VOL 9-3*

[52] Gilbert ARSAC *L'origine de la démonstration : essai d'épistémologie didactique. VOL 9-1*

[53] Michèle ARTIGUE *Ingénierie didactique VOL 9- 3*

[54] Marc LEGRAND *Rationalité et démonstration mathématiques, le rapport de la classe à une communauté scientifique*

[55] Janine ROGALSKI *Didactique de l'informatique et acquisition de la programmation*

[56] A.I. RASOFOLONIAINA *Conditions d'apprentissage mathématique par la lecture*

[57] S. MAURY *Combinatoire et résolution de problèmes*

[58] A. GAGATSIS *Préalables à une mesure de la compréhension*

[59] N. BALACHEFF *Preuve et démonstration en mathématiques au collège*

ACTES DU 7 éme COLLOQUE INTER-IREM HISTOIRE ET EPISTEMOLOGIE des MATHEMATIQUES

[60] N. ROUCHE *Prouver : amener à l'évidence ou contrôler les implications.*

[61] Jacqueline GUICHARD *Arrière-plans philosophiques de la démonstration*

[62] R. BKOUCHE *Quelques remarques sur la démonstration*

[63] J.C MARTZLOFF *Quelques exemples de démonstrations en mathématiques chinoises*

[64] M.LELOUARD C.MIRA J.M.NICOLLE *Différentes formes de démonstration dans les mathématiques grecques*

[65] B.BETTINELLI *Intuition et démonstration chez Archimède*

[66] M.F.COSTE-ROY *Démonstration automatique en géométrie : une approche par l'algèbre*

[67] G ITARD *L'enseignement, la démonstration et l'Histoire*

THESES

[68] Michèle ARTIGUE

[69] Nicolas BALACHEFF *Une étude des processus de preuve en mathématiques chez des élèves de collège GRENOBLE 1989*

[70] Jean-Luc DORIER

[71] André ANTIBI *Etude sur l'enseignement de méthodes de démonstration. TOULOUSE 1988*

[72] Colette LABORDE *Langue naturelle et écriture symbolique. GRENOBLE 1982*

[73] Ana MESQUITA *Influence des aspects figuratifs dans l'argumentation des élèves en géomètrie : élèments pour une typologie. STRASBOURG 1989*

[74] Guy BROUSSEAU

[75] Danièle COQUIN

[76] Camille MAUDET

[77] François PLUVINAGE

[78] Navideh NASSIRI

T A B L E   D E S   M A T I E R E S

BIBLIOGRAPHIE

[01] Encyclopaedia universalis *Sciences et discours rationnel*
" *Hilbert*
" *Formalisme et formalisation*
" *Logique*
" *Fondements des Mathématiques*
" *Preuve*
" *Argumentation*
" *Raisonnement*
" *Dialectique*
" *Jugement*
" *Valeur, norme et règle*
" *Enfance (Opérations et structures intellectuelles)*
" *Epistémologie*
" *Méthode*
" *Mathématiques*

[02] A. BOUVIER *Sur les styles pédagogiques I.R.E.M. DE LYON*

[03] J. BERBAUM *Comment les élèves apprennent-ils? GRENOBLE II*

[04] P. OLERON *Le raisonnement "que sais-je ?" P.U.F.*

[05] G. ARSAC G. GERMAIN M. MANTE *Problème ouvert et situation problème I.R.E.M. de LYON*

[06] G. ARSAC G. GERMAIN M. MANTE D. PICHOD *Varions notre enseignement avec les problèmes ouverts I.R.E.M. de LYON*

[07] M. CHASTRETTE *Démarches et outils de l'évaluation I.R.E.M. de LYON*

[08] j. DIEUDONNE *Pour l'honneur de l'esprit humain. Les mathématiques aujourd'hui. HACHETTE*

[09] J. PIAGET *Introduction à l'épistémologie génétique 1) La pensée mathématique P.U.F.*

[10] Georges POLYA *Comment poser et résoudre un problème DUNOD*

[11] " *La découverte des mathématiques IMPRIMERIE NOUVELLE*

[12] Le livre du problème *I R E M Strasbourg*

[13] Imre LAKATOS *Mathématics, science et epistémology*

[14] " *Preuves et réfutations*

[15] F. KONE *Le raisonnement logique comme moyen de résoudre les problèmes de l'erreur chez l'élève I R E M de BORDEAUX*

[16] Marc LEGRAND Denise GRENIER Daniel ALIBERT Françoise RICHARD *Introduction du débat scientifique dans un cours de Ière année du Deug A à l'université de Grenoble I*

[17] idem *L'introduction du débat scientifique en situation d'enseignement 4° ECOLE DE DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES 1986*

[18] GROUPE"Apprentissage du raisonnement" *Apprentissage du raisonnement I R E M de GRENOBLE*

[19] Marc LEGRAND *La crise de l'enseignement, un problème de qualité. Le rôle spécifique des mathématiques. INSTITUT FOURIER 1989*

[20] C. BLANCHARD-LAVILLE *Questions à la didactique des Mathématiques octobre 1987*

[21] Pierre BERDOT Claudine BLANCHARD-LAVILLE *Ce que Jocelyne nous a appris LES CAHIERS MATHEMATIQUES DE PARIS X - NANTERRE*

[22] *La didactique des sciences "Que sais-je ?" P.U.F.*

[23] O. DUCROT *Dire et ne pas dire. Principes de sémantique linguistique HERMANN*

[24] L. RESNICK *Rôle de l'apprentissage par analogie en mathématique* Séminaire de didactique des mathématiques n°42 *IMAG*

[25] LINSAY et NORMAN *Traitement de l'information etcomportement humain*

[26] Colette LABORDE *Recherches sur les fondements d'une pédagogie authentique*

[27] Claude AVELINE *Le code des jeux*

[28] Collectif *Comment font-ils ? L'écolier et le problème de Mathématiques RENCONTRES PEDAGOGIQUES 1984 n°4*

REVUE INTERNATIONALE DE PHILOSOPHIE

[29] G. MORPURGO-TAGLIABUE *la preuve au point de vue philosophique*

[30] André HAYEN Un interprète thomiste du kantisme : Joseph Maréchal

[40] Pierre LACHIEZE-REY *Réflexions historiques et critiques sur la*

possibilité des jugements synthétiques à priori
[41] P. RICOEUR *L'histoire de la philosophie et l'unité du vrai*
[42] M.F. SCIACCA *Moment scientifique et moment métaphysique*

CAHIER DE DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES I.R.E.M. PARIS VII
[43] M. ARTIGUE *Modèlisation et reproductibilité en didactique des mathématiques* (n°8)
[44] R. DOUADY *De la didactique des mathématiques à l'heure actuelle (n°6)*
[45] J. ROBINET *Informatique-Enseigement (n°14)*
[46] A. ROBERT *Didactique de l'enseignement supérieur : une démarche. (n°28)*
[47] J. ROBINET *Esquisse d'une genèse des notions d'algèbre linéaire enseignées en deug. (n°29)*
[48] A. ROBERT J. ROGALSKI R. SAMURCAY *Enseigner des méthodes (n° 38)*
[49] J. *ROGALSKI* *Acquisition de savoirs et de savoir-faire en informatique (n° 43)*

REVUE DE METHAPHYSIQUE ET DE MORALE
[50] A DOROLLE *Les formes du raisonnement*

RECHERCHES EN DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES La Pensée Sauvage éditions
[51] Gilbert ARSAC *Les recherches actuelles sur l'apprentissage de la démonstration et les phénomènes de validation en France VOL 9-3*
[52] Gilbert ARSAC *L'origine de la démonstration : essai d'épistémologie didactique. VOL 9-1*
[53] Michèle ARTIGUE *Ingénierie didactique VOL 9- 3*
[54] Marc LEGRAND *Rationalité et démonstration mathématiques, le rapport de la classe à une communauté scientifique*
[55] Janine ROGALSKI *Didactique de l'informatique et acquisition de la programmation*
[56] A.I. RASOFOLONIAINA *Conditions d'apprentissage mathématique par la lecture*
[57] S. MAURY *Combinatoire et résolution de problèmes*
[58] A. GAGATSIS *Préalables à une mesure de la compréhension*
[59] N. BALACHEFF *Preuve et démonstration en mathématiques au collège*

ACTES DU 7 éme COLLOQUE INTER-IREM HISTOIRE ET EPISTEMOLOGIE des MATHEMATIQUES

[60] N. ROUCHE *Prouver : amener à l'évidence ou contrôler les implications.*

[61] Jacqueline GUICHARD *Arrière-plans philosophiques de la démonstration*

[62] R. BKOUCHE *Quelques remarques sur la démonstration*

[63] J.C MARTZLOFF *Quelques exemples de démonstrations en mathématiques chinoises*

[64] M.LELOUARD C.MIRA J.M.NICOLLE *Différentes formes de démonstration dans les mathématiques grecques*

[65] B.BETTINELLI *Intuition et démonstration chez Archimède*

[66] M.F.COSTE-ROY *Démonstration automatique en géométrie : une approche par l'algèbre*

[67] G ITARD *L'enseignement, la démonstration et l'Histoire*

THESES

[68] Michèle ARTIGUE

[69] Nicolas BALACHEFF *Une étude des processus de preuve en mathématiques chez des élèves de collège GRENOBLE 1989*

[70] Jean-Luc DORIER

[71] André ANTIBI *Etude sur l'enseignement de méthodes de démonstration. TOULOUSE 1988*

[72] Colette LABORDE *Langue naturelle et écriture symbolique. GRENOBLE 1982*

[73] Ana MESQUITA *Influence des aspects figuratifs dans l'argumentation des élèves en géomètrie : élèments pour une typologie. STRASBOURG 1989*

[74] Guy BROUSSEAU

[75] Danièle COQUIN

[76] Camille MAUDET

[77] François PLUVINAGE

[78] Navideh NASSIRI

TABLE DES MATIERES

TITRE Raisonnement et méthodes de démonstration Tome 2

Croyances mathématiques et méthodologies d'élèves et d'étudiants

AUTEUR Marie-Pascale AUBERT

REALISATION 1989-1990

PUBLICATION Février 1991

PUBLIC CONCERNE Enseignants en C.M., Collège, Lycée, D.E.U.G. A. Formateurs

MOTS CLES Méthodologie, raisonnement, démonstration, jeux, problèmes ouverts, analyse de textes.

RESUME Cet ouvrage expose des procédés de repérage de la méthodologie individuelle des élèves et étudiants, dans les activités de raisonnement et de construction de démonstration, ainsi que des possibilités de modification de cette méthodologie dans le sens d'une amélioration performante.

Les expérimentations et enquêtes rapportées concernent jeux, problèmes ouverts, textes de manuels scolaires, textes de DEUG A, elles sont directement reproductibles, en classe ou lors d'entretiens cliniques...

I.S.B.N. 2-86239-030-5

Nombre de Pages 151 PRIX 95 F