ASSOCIATION DES PROFESSEURS DE MATHEMATIQUES

REGIONALE DE STRASBOURG

7, rue René Descartes

STRASBOURG

N° 1

NOVEMBRE 1970

L'OUVERT

ORGANE D'INFORMATION ET D'ECHANGE

DES PROFESSEURS DE MATHEMATIQUES

DE L'ACADEMIE

Responsable de la publication : R. ISS 12, rue des Gardes-Chasses

STRASBOURG-ROBERTSAU

EN GUISE D'EDITORIAL

Le bureau de la Régionale de Strasbourg de l'A.P.M.E.P. a décidé la création d'un bulletin local dont voici le premier numéro.

Ce bulletin qui ne veut en aucune façon concurrencer le bulletin de l'A.P.M. doit être conçu comme un procédé commode d'échanges entre collègues enseignant la même discipline. Chaque lecteur peut et même doit être un jour ou l'autre auteur.

Le titre de cette nouvelle publication, l'Ouvert, a été choisi non tant pour des raisons topologiques que pour rappeler à chaque instant la raison d'être d'un organisme de liaisons, d'échanges, ouvert à tous.

Ce bulletin ne peut exister que par l'action de chacun d'entre nous. C'est pourquoi chaque collègue est invité, par l'intermédiaire de l'Ouvert, à faire part à tous les collègues, de ses expériences, de ses satisfactions et aussi de ses inquiétudes de ses problèmes.

Le comité de rédaction, qui souhaite n'être simplement qu'un groupe de coordination, est constitué par :

Monsieur IGOT	(Département de Mathématique)
Monsieur ISS	(Lycée Kléber)
Mademoiselle MOLLET	(centre de formation des professeurs de C.E.G.)
Monsieur ROCHE	(conseiller d'O.S.P.)
Monsieur SAMSON	(Lycée de Neudorf)
Monsieur VIRICEL	(Ecole normale de Neudorf)
Monsieur WENCKER	(C.E.G. Vauban)

Ce premier bulletin est envoyé gratuitement à tous les membres de l'A.P.M. , un exemplaire, au moins, est envoyé à chaque établissement du Bas-Rhin.

Le rythme de cette publication, ainsi que les conditions d'abonnement, seront fixés ultérieurement.

Le comité de rédaction a besoin de l'aide de tous pour mener à bien la tâche qu'il s'est fixé. Donnez-nous votre avis, faites nous part de votre expérience, de vos problèmes.

Merci d'avance.

Jean SAMSON .

INFORMATIONS PRATIQUES

Le bureau de la Régionale de l'A.P.M.E.P vous proposera durant cette année scolaire, outre son journal :

1) plusieurs conférences-débats à caractère pédagogiques : sur les problèmes posés par les changements de programmes dans le second cycle, au premier trimestre ; sur ceux posés par les changements de programme en quatrième, au début du troisième trimestre.

2) quelques conférences mathématiques : topologie - théorie des graphes - etc...

Il va sans dire qu'il fera tout ce qu'il peut pour réaliser les propositions que pourraient lui faire par ailleurs l'un ou l'autre des membres de la Régionale.

En outre, le bureau a été contacté dès la fin de la précédente année scolaire par l'Union des physiciens : une commision "mixte" étudie les problèmes posés par les changements de programmes de mathématiques à la coordination de l'enseignement des mathématiques et de celui de la physique. Tout membre de la Régional intéressé y est cordialement invité.

S'adresser à M. DE COINTET

62, rue Dieweg 67 - SELESTAT

Si vous n'êtes pas encore membre de l'A.P.M. , adhérez!

Pour cela adressez-vous à la rédaction de l'Ouvert qui s'occupera des formalités nécessaires.

Pour toute correspondance concernant l'Ouvert écrire à :

Jean SAMSON 9, rue du Cheval

67 - Strasbourg-Neudorf

COMPTE RENDU D'UNE ENQUETE EN CLASSE DE 3 ème

par M. ROCHÉ Conseiller d'O.S.P. à Strasbourg

Au cours du mois de juin 1970, un de nos collègues a fait faire à ses élèves de troisième C.E.G. la rédaction suivante :

"Durant votre scolarité vous avez eu plusieurs professeurs de mathématiques ; vous avez pu apprécier ou non leurs méthodes.

- Cet enseignement vous a-t-il été profitable autant que vous l'auriez souhaité ? sinon dites pourquoi .
- Comment auriez-vous aimé travailler ?
- Que représente pour vous le professeur de mathématiques au sein de la classe?"

Les conditions de cette "rédaction test" étaient les suivantes :

- Rédaction faite en classe donc pas d'influence parentale sur les jugements des élèves.
- Rédaction faite à la fin de l'année scolaire par des élèves de 3 ème d'un C.E.G. qui quittaient de façon définitive l'établissement et de ce fait savaient qu'ils pourraient s'exprimer librement sans crainte de la moindre "représaille".

Pour rassurer davantage les élèves et pour bien les convaincre de leur liberté d'expression il a été décidé que les copies seraient anonymes.

La raison invoquée pour justifier cette rédaction aux élèves de la classe était la suivante :

"recherche pour améliorer l'enseignement des mathématiques"

Les 22 rédactions obtenues ont été examinées par Monsieur ROCHÉ Conseiller d'O.S.P. qui a rédigé un cómpte rendu de cette enquête que nous vous présentons.

Malgré les maladresses de forme et d'expression, les fautes d'orthographe, de syntaxe, apparait tout de suite une spontanéité des réponses et des opinions, rassurante quant à la valeur de ce sondage.

Au niveau de la classe de troisième, la réflexion sur la discipline mathématique est pauvre et se réfère plus à des stéréotypes qu'à une analyse et à une synthèse systématiques, nous n'avons relevé que quatre observations la concernant.

Par contre les élèves nous ont fourni 38 remarques sur les problèmes de méthode et 68 relatives aux relations professeurs-élèves.

En pourcentage :	3,5 %	des réponses concernent la valeur ou l'utilité des mathématiques
	34,5 %	des réponses sont relatives à la façon d'apprendre
	61,9 %	des réponses concernent la manière d'être ou de ne pas être avec les élèves :

les critiques de certains comportements indiquent ce qu'il faut éviter et donc être.

Réponses concernant la valeur des mathématiques :

4 réponses justifient l'utilité des mathématiques :

- "à notre époque moderne, l'enseignement des mathématiques est absolument nécessaire"
- "au 20 èm siècle les math. modernes sont 1 des matières les plus importantes"
- " les math. sont 1 matière indispensable dans la vie de nos jours "
- " l' enseignement des mathématiques est importante pour comprendre beaucoup de choses de la vie moderne" [1]

[1] Les phrases entre guillemets sont tirées des rédactions et reproduites exactement comme elles ont été formulées par les élèves.

Une réponse de rejet nous a paru cependant plus intéressante que les affirmations stéréotypées précédentes.

- " je pense que les mathématiques ne sont pas aussi importantes qu'on veut bien l'affirmer. La math. n'est pas une connaissance. Elle n'est qu'une codification de certains enchainements logiques " .

Réponses concernant la méthode .

Les réflexions concernant les méthodes d'apprentissage, les techniques d'acquisition, la compétence, le "savoir expliqué " [1] sont au nombre de 38 .

- on demande une continuité de présence, de méthode, de programme (4 formulations.)
- la recherche d'un rythme de travail adapté à chacun (5)
- un retour à des méthodes actives (15)
  - . travail par petits groupes (7)
  - . travail au tableau (3) et sans livre
  - . pas de cours magistral } (5)
  - . pas de cours débité } (5)
- on n'aime pas les stagiaires (1)
- on a besoin des répétitions, d'exemples concrets ou "d'applications pratiques" , de contrôle par interrogations écrites ou par des devoirs d'application immédiats ou interrogations du lundi soir. (7)
- on voudrait des effectifs moins nombreux : idéal 10 (2)
- prendre des notes empêche de comprendre (1)
- on veut un langage clair et précis, des mots simples (3)

Il y a déjà place à un renouvellement profond des méthodes ou techniques laissant libre jeu à l'initiative, la nouveauté et l'imagination. On peut faire confiance aux élèves là-dessus.

Relations maîtres-élèves .

Si l'on aborde maintenant la rubrique affective, c'est-à-dire celles des rapports entre maître et élèves force est de constater qu'elle reste la préoccupation majeure de ceux-ci (61,9 % des formulations se greffent sur le problème).

Exprimées plus ou moins adroitement on peut les classer en gros autour de 4 besoins essentiels :

- besoin d'une autorité qui ne s'appuie pas forcément sur la sanction officielle, qui respecte le dynamisme de l'élève, qui soit faite de maîtrise de soi et de respect de l'autre.

Cette autorité peut être physique ou morale ou les 2 à la fois : 18 formulations sont données sur ce point dont, entre autres :

- "le professeur de maths doit être en quelque sorte le lien entre les élèves et la matière. Il doit s'intégrer totalement dans la classe, sans toutefois céder à de trop fortes exigences des élèves.

  Il doit s'assurer une certaine autorité vis-à-vis des élèves afin que ceux-ci gardent envers lui une forme de respect base de tout enseignement".

- "ce professeur n'est pas un traditionnel, au contraire ; carrure d'athlète sévère mais qui rit de temps à autre et qui discute parfois. Voilà le genre de professeur rêvé de beaucoup d'élèves qui voudraient travailler" .

- " le prof doit être un homme assez sévère mais pas trop sinon les élèves travailleraient dans la peur et ce ne serait pas trop bon" .

- " je préférerais et de loin la méthode de ce professeur peut-être un peu trop sévère au début mais avec qui les élèves travailleraient.

  Au commencement il s'est servi un peu de la contrainte physique mais il faut le dire la classe avait besoin d'être"tenue" ...

- " il fallait quelqu'un de sec et en même temps qu'il soit un "ami" car s'il n'était pas "accepté" par la classe, les résultats n'auraient pas été ce qu'ils sont actuellement" .

  ... "ayant une main de fer s'il le faut mais ayant le plus souvent le souci de la bonne entente entre le professeur et les élèves, nécessaire à la bonne marche de la classe" .

... "Pour l'année prochaine j'aimerais bien un professeur qui a de l'autorité, qui fait travailler les élèves".

... "Mais à la fin du trimestre elle n'eut plus d'autorité sur nous et ce fut le ... "

... "Un professeur large d'épaules, il avait dû faire du javelot ..." Etc...

On accepte donc qu'un professeur puisse être dur, sévère à condition qu'il soit très juste (13 formulations) et surtout qu'il soit gentil, qu'il soit "l'ami" , le "guide" , qu'on puisse dialoguer avec lui hors des cours, sur d'autres sujets que les mathématiques, qu'il sache annexer la "vie" à l'école, qu'il rende l'atmosphère de la classe agréable ; il ne fait pas dicter il fait découvrir aux élèves, "au fond ce sont les élèves qui font la classe" .

Sur ce thème de l'affection réciproque toujours rêvée, vécue parfois 25 formulations naîves parfois mais émouvantes dans leur authenticité.

Elles rejoignent les 12 formulations relatives à l'importance de la vie du groupe et du professeur dans le groupe : il a du contact, il n'est pas une machine, il n'est surtout pas étroit d'esprit, il aime les échanges avec les élèves sur tous les sujets de la vie. Bref il est l'homme de référence quant à la tâche à remplir mais aussi en ce qui concerne tous les problèmes de l'actualité.

Ce genre d'étude serait passionnant si on voulait donner la peine de le réaliser à tous les niveaux charnières (6è - 3è , classe terminale, 2è année de faculté) et pour chaque discipline.

Il ne représente pas un très gros travail de dépouillement et peut apporter par contre une masse énorme d'idées neuves et originales sur notre rôle.

A PROPOS DU HASARD ,

par J.P. IGOT .

Depuis quelques années, le calcul des probabilités a fait son entrée dans les programmes du second cycle.

Prudemment circonscrit, au début, à un survol des principales distributions sur la droite réelle, voilà que l'intrus se fait envahisseur dans les nouveaux programmes de Terminale C . Finies les propriétés vraies ou fausses des mathématiques déterministes. Il faut maintenant marcher sur du sable avec des énoncés vrais avec une certaine probabilité - plus qu'un demi, moins qu'un demi - s'aventurer au milieu des évènements "rares" ou "presque sûrs" en passant par d'astucieux dénombrements de cas favorables et de cas possibles.

Une fois de plus, le langage et les concepts philosophiques que véhicule la théorie des probabilités depuis sa naissance sont à l'origine de confusions auxquelles il est difficile d'échapper.

Si l'on a assez bien mis en évidence (par la loi des grands nombres) la différence entre "probabilité" et "fréquence", on attribue au mot "hasard" très fréquement utilisé, des sens différents, parfois dans le même ouvrage.

Au départ, l'expérimentateur commence à parler de "hasard" dès qu'il lui est impossible de prévoir avec certitude la réalisation ou la non-réalisation d'un évènement lié à une expérience.

Dans la plupart des cas, cette situation résulte des limites physiques ou mentales de l'être humain.

- je jette un dé bien construit, sortira-t'il un "6" ?

Si mes sens étaient suffisamment rapides pour dominer et décomposer le gestede jeter, je pourrais prévoir le résultat de mon jet .

- je joue avec un partenaire inconnu

  Il m'est impossible de connaitre la manière de penser de mon adversaire, son coup est imprévisible.

- j'essaie de mesurer un objet

  Je ne dispose pas d'appareils (appareil de mesure, oeil...) suffisamment précis pour faire cette expérience de manière sûre.

  Ma mesure sera partiellement liée au hasard.

- fera-t'il beau demain ?

  La science n'est pas assez avancée pour que je puisse prévoir le temps avec certitude. J'utilise des arguments statistiques.

En fait, si le résultat n'est pas prévisible avec certitude, il y a souvent une connaissance partielle du mécanisme de l'expérience qui peut donner des indications de préférence pour tel ou tel résultat :

- le dé est légèrement pipé du côté du "6"
- mon partenaire est intelligent et obéit aux règles du jeu
- la mesure sérieuse d'un objet de 10 cms aura peu de chances de dépasser 20 cms
- la météorologie dispose de quelques lois physiques .

C'est alors que le mot "hasard" va prendre dans la théorie des probabilités, un sens très précis :

Une expérience sera faite "au hasard", si tous les résultats logiquement prévisibles ont les mêmes chances de se réaliser.

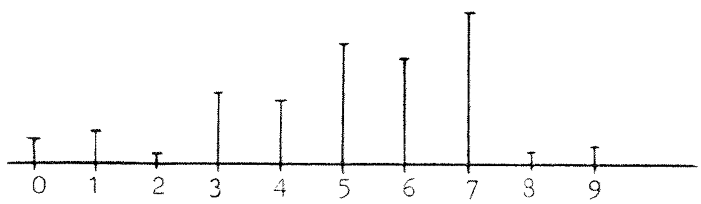
On se place en quelque sorte dans une position extrême, qui suppose une action totalement aveugle et irréfléchie, de manière à ne rien pouvoir affirmer sur le résultat.

Le "hasard" ainsi défini devient une situation limite que les circonstances réelles approchent plus ou moins, et du coup, la raison devra inventer des mécanismes suffisamment indifférents pour qu'elle puisse admettre l'équiprobabilité et appliquer le modèle probabiliste correspondant.

Quelques exemples :

- <u>le tirage "au petit bonheur"</u> . Un mécanisme très critiquable.

  . Demander aux élèves d'une classe d'inscrire très vite, sans réfléchir, un chiffre pris au hasard parmi les chiffres de 0 à 9 . Dresser ensuite un diagramme des fréquences. Vous avez de fortes chances (1) d'obtenir un diagramme ayant l'allure suivante :



  Commenter . Refaire l'expérience après le commentaire.

  .. Observer des personnes choisissant un billet de loterie. Très peu prennent le billet du dessus .

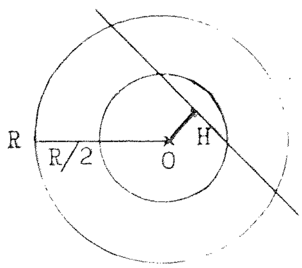
- <u>Quelques mécanismes moins critiquables</u> .

  . Certaines tables de nombres au hasard sont construites à partir des décimales successives de Π . On ne connait pas à ce jour de loi les liant.

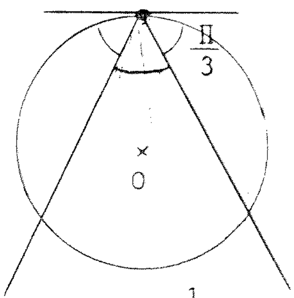
  .. De nombreux procédés reposent sur le remplacement du choix au hasard d'un nombre par le choix au hasard d'un instant : j'appuie sur un bouton au bout d'un certain temps (roue de loterie, boule de "lotto-block" ....)

L'utilisation du modèle équiprobable ne pourra se faire qu'après une étude critique des conditions de l'expérience envisagée.

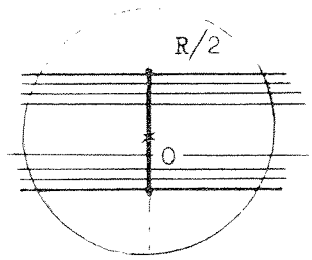
D'où découle la nécessité de poser le problème avec précision, ainsi qu'en témoigne le fameux paradoxe de H. Poincaré, illustré par ces trois figures, où il s'agit, en jetant "au hasard" une droite sur un cercle, de déterminer la probabilité d'obtenir une corde de longueur au moins égale à $R\sqrt{3}$ (R rayon du cercle).



$P = \frac{1}{4}$



$P = \frac{1}{3}$



$P = \frac{1}{2}$

Pour terminer sur une note un peu humoristique, voici une anecdote que me racontait récemment un collègue :

A l'occasion d'une fête champêtre, 2 000 plaquettes, numérotées de 0000 à 1999 , avaient été vendues et 12 numéros gagnants étaient à tirer.

L'organisateur décida de tirer le chiffre des unités, des dizaines,....

à l'aide de quatre urnes contenant les dix chiffres décimaux.

Le premier numéro sort : 6 783 . Emoi ! Suspension des opérations. A la reprise, les douze numéros sont tirés ; tous les numéros commencent par 0 ! Avait-on oublié le " 1 " dans l'urne des milles ? Pas du tout ! Dans cette urne se trouvait le "0" , le "1" ... et, comme il est difficle de tirer au hasard entre deux cartons, on avait rajouté huit "neutres" . Chaque fois qu'un neutre sortait, on annonçait "0" !

MINI ORDINATEUR EN 6 EME ET 5 EME

par J. SAMSON Professeur au Lycée de Strasbourg-Neudorf.

S'il est vrai que "comprendre les mathématiques" ne signifie pas savoir calculer, il est bien clair que certains échecs en mathématiques se produisent chez des sujets aux capacités intellectuelles normales qui, pour des raisons diverses, n'ont pas pris l'habitude de calculer correctement et qui finissent par ne pas pouvoir comprendre les diverses articulations d'une démonstration, parce que, dans cette démonstration figure une suite de calculs ("algébriques" ou autre) qu'ils n'arrivent que péniblement à reconstituer.

En l'état actuel des choses (1), pour bien comprendre ce qui se passe, il est peut-être bon d'analyser au niveau de l'entrée en 6 ème , puis au niveau du B.E.P.C. , les connaissances et les faiblesses des élèves dans la pratique du "calcul quotidien".

Un élève sortant du CM 2 sait en pratique faire les quatre opérations : il ne confond que rarement l'addition et la multiplication (2) . Il peut dans un problème où il s'agit de "mathématiser" une situation "concrète"(3) ne pas savoir quelle opération faire ; mais, quelle que soit l'opération considérée, même si elle n'a aucun rapport avec le problème posé, le résultat en est en général correct. La signification de l'opération n'est pas toujours, et de loin, bien comprise mais la technique est en général bien assimilée.

(1) Les nouveaux programmes de 6ème et 5ème puis ceux de 4ème et 3ème vont peut-être modifier favorablement la situation décrite.

(2) Il est curieux de constater que la confusion entre 2×3 et $2+3$ ne se produit presque jamais au début de la classe de 6ème et voit sa fréquence augmenter en 4ème et en 3ème. N'est-pas au moment où les élèves apprennent que $a^m \times a^n = a^{m+n}$ que cette confusion se prépare ?

(3) "concrète" est mis entre guillemets parce-que de nombreux problèmes dits concrets sont en réalité très artificiels et ne reflètent en aucun cas la réalité.

Un élève qui entre en 6ème n'a (et ceci est parfaitement normal) aucune notion de l'ordre dans lequel les opérations doivent être effectuées au sein d'une suite d'opérations. Il effectuera, dans presque tous les cas, les opérations dans l'ordre où elles se présentent dans le sens habituel de la lecture.

Ainsi $8 + 2 \times 3 = 30$ (on effectue successivement de gauche à droite l'addition puis la multiplication)

$2 \times 3 + 8 = 14$ (cette fois la multiplication se présentant en premier sera effectuée en premier).

En classe de 3ème, à l'épreuve de mathématiques du B.E.P.C., surgissent un certain nombre de fautes dites graves : celles qui provoquent des réactions "épidermiques" violents chez qui les rencontre et dont la fréquence peut être cause d'un certain nombre d'infarctus ou de dépressions nerveuses.

J'en cite quelques unes : $\sqrt{a^2 + b^2} = a + b$ (A)

$(a + b)^2 = a^2 + b^2$ (B)

$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a + c}{b + d}$ (C)

$\frac{a + c}{a + d} = \frac{c}{d}$ (on simplifie par a) (D) (4)

Si on analyse les origines de ces fautes (les autres fautes constatées en sont bien souvent des variétés allotropiques). On constate en gros trois causes possibles deux d'entre elles sont d'ordre mathématique la troisième plutôt d'ordre psychologique.

(4) On peut remarquer que (B) est une conséquence tout à fait logique de (A) et que (D) s'explique très bien à partir de (C) si l'on confond l'élément neutre de l'addition et celui de la multiplication.

1) Confusion entre la structure additive et la structure multiplicative (exemple (C) et (D)).

2) Non connaissance de l'importance de l'ordre dans lequel les opérations sont effectuées et ignorance des codifications régissant cet ordre : ainsi pour justifier (B) un élève pourrait très bien dire "on m'a demandé d'additionner, d'élever au carré, c'est ce que j'ai fait".

3) Le manque de réflexion, la tentation d'appliquer un mécanisme non compris, de bâcler, de se débarrasser le plus vite possible de son travail (5).

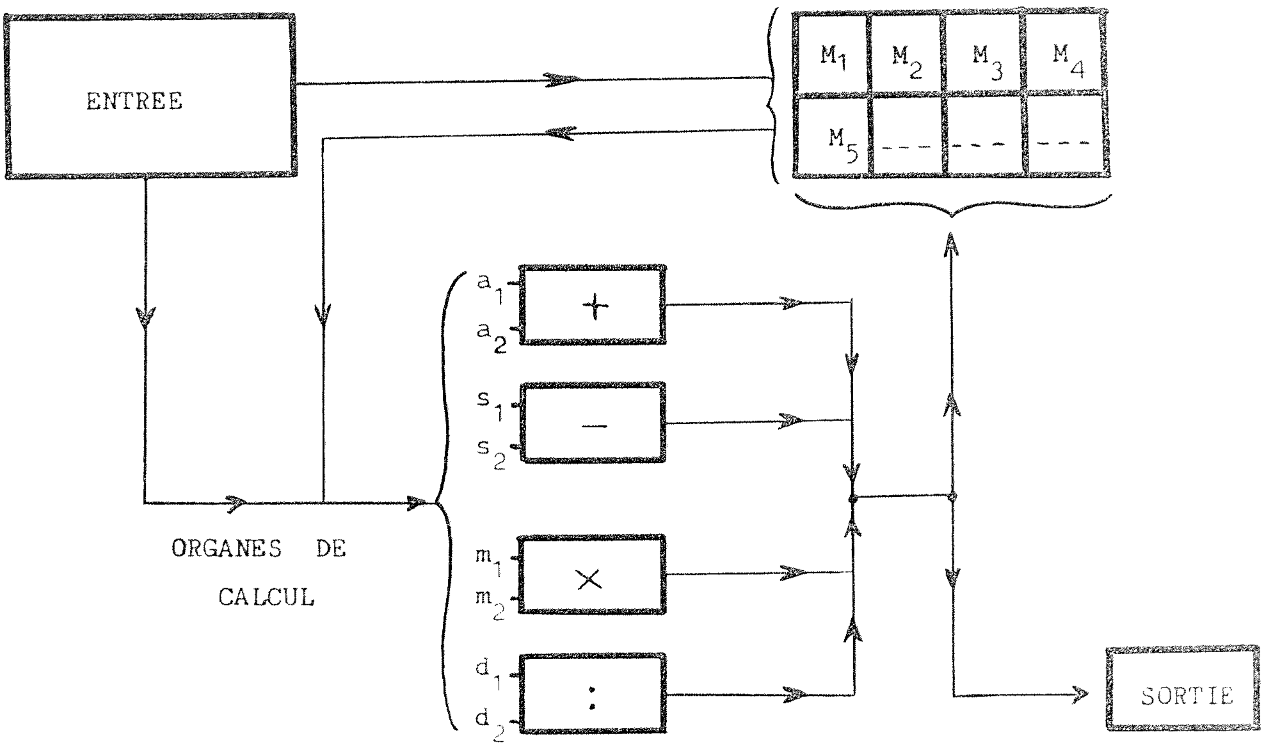
Il est assez évident que ces trois causes ne sont pas "indépendantes" qu'une motivation suffisante permet de favoriser l'attention nécessaire pour éviter les fautes citées, qu'une connaissance des règles régissant l'ordre dans lequel des opérations doivent être effectuées permet d'éviter les confusions entre deux structures distinctes et par conséquent qu'un remède apporté à l'une des trois causes de "déviation" citées réagit favorablement sur les deux autres.

Le "mini ordinateur" a été expérimenté dans mes classes à différents niveaux ; je l'ai en particulier utilisé en 6 ème et 5 ème pour permettre aux élèves de bien comprendre l'ordre dans lequel les opérations doivent être effectuées au cours d'une suite de calculs.

Le mini-ordinateur n'est qu'un plan, qu'un dessin sur une feuille de papier ; figurent sur ce plan, une entrée, des mémoires, des organes de calculs, une sortie.

(5) L'élève de seconde ou première qui calcule un discriminant et qui ne peut interpréter le résultat trouvé en est une illustration. Dans quelle mesure est-il bon de faire acquérir des "automatismes" ? Ne vaut-il pas mieux essayer de reprendre, même de façon succinte un raisonnement plutôt que d'appliquer un résultat que l'on ne sait pas toujours rapprocher de son contexte ?

Un schéma permet de comprendre aisément son fonctionnement.



Les données peuvent être envoyées en mémoire ou aux entrées des organes de calcul, les contenus des mémoires peuvent être envoyés dans les entrées des organes de calculs, les résultats des calculs effectués peuvent être acheminés soit vers le mémoire soit vers la sortie.

Si l'on effectue une opération $(x,y) \longmapsto x * y$ le premier élément du couple (x,y) doit nécessairement être adressé à une entrée de calcul portant le n° 1, le deuxième élément à une entrée portant le n° 2 . Les diverses données se combinent entre elles au moyen d'opérations qu'il est nécessaire de préciser et dont il est nécessaire de préciser l'ordre. L'élève qui doit indiquer la suite des opérations à effectuer se comporte comme un aiguilleur, il doit indiquer l'origine et la destination des nombres qu'il manipule (6). La suite d'instructions donnée par l'élève constitue un programme et nous utilisons le verbe programmer à la place de la locution "fabriquer un programme".

Ainsi pour programmer $7 + 3$ nous formons le schéma suivant :

$$(1) \qquad \left.\begin{array}{l} 7\ E \longrightarrow a_1 \\ 3\ E \longrightarrow a_2 \end{array}\right\} \xrightarrow{+} S$$

$3 + 7$ se programmera de la façon suivante :

$$(2) \qquad \left.\begin{array}{l} 3\ E \longrightarrow a_1 \\ 7\ E \longrightarrow a_2 \end{array}\right\} \xrightarrow{+} S$$

Un élève ayant à programmer $7 + 3$ utilise le programme (2) est-ce grave ? En aurait-il été de même pour les opérations $\times$? : ? - ?

La notion de commutativité apparait alors très vite.

Programmons maintenant $2 \times 3 \times 5$: les élèves entrant en 6ème et effectuant les opérations dans l'ordre indiqué de droite à gauche proposeront alors de calculer 2×3 et de multiplier le produit obtenu par 5 (7).

Nous obtenons alors le programme suivant :

$$\left.\begin{array}{l} 2\ \ E \longrightarrow m_1 \\ 3\ \ E \longrightarrow m_2 \end{array}\right\} \xrightarrow{\times} M_1$$

$$\left.\begin{array}{l} M_1 \longrightarrow m_1 \\ 5\ \ E \longrightarrow m_2 \end{array}\right\} \xrightarrow{\times} S$$

Ce programme nécessite l'utilisation d'une mémoire.

(6) Il est possible avec des élèves de 6ème de réaliser effectivement ces manipulations en matérialisant les nombres sur de petits bouts de carton découpé et en promenant ces cartons comme des wagons, dans une gare de triage.
Certains films de Dienes montrent des réalisations analogues effectuées dans un contexte différent (classification d'éléments en fonction de "critères" donnés).

(7) Cette "invocation" au bon sens de l'élève est tout à fait artificielle programmer à ce stade $2 + 3 \times 5$ conduirait à une catastrophe ; l'élève est ce qu'il est, et une certaine "directivité" est nécessaire dans le choix des exemples.

Il est difficile de réaliser à ce stade des programmes plus compliqués, il vaut mieux faire analyser des programmes "tout fait" pour faire découvrir aux élèves les "règles de priorité" régissant les diverses opérations.

<u>Exemple</u> : soit le programme :

$$\left.\begin{array}{l} 2 \quad E \longrightarrow a_1 \\ 3 \quad E \longrightarrow a_2 \end{array}\right\} \xrightarrow{+} M_1$$

$$\left.\begin{array}{l} M_1 \longrightarrow m_1 \\ 5 \quad E \longrightarrow m_2 \end{array}\right\} \xrightarrow{\times} S$$

Entourer d'un rectangle, pour écrire ce programme sur une seule ligne, les termes entrant dans le même registre de calcul.

On trouve successivement $\boxed{M_1 \quad 5} \longrightarrow S$

puis en demandant d'expliciter le contenu de M

$$\boxed{\boxed{2 \quad 3} \quad 5} \longrightarrow S$$

en explicitant les opérations à effectuer et en désignant par s le contenu de S on est amené à écrire

$$\boxed{\boxed{2 + 3} \times 5} = s$$

On demande alors aux élèves d'effectuer les calculs dans l'ordre proposé par le programme. On trouve successivement

$\boxed{\boxed{2 + 3} \times 5}$ $\boxed{5 \times 5} = 25$ qui permet de préciser le contenu de S

Le programme

$$\left.\begin{array}{l} 3 \quad E \longrightarrow m_1 \\ 5 \quad E \longrightarrow m_2 \end{array}\right\} \xrightarrow{\times} M_1$$

$$\left.\begin{array}{l} 2 \quad E \longrightarrow a_1 \\ M_1 \longrightarrow a_2 \end{array}\right\} \xrightarrow{+} S$$

conduit à écrire $\boxed{2 + M_1} = s$ soit $\boxed{2 + \boxed{3 \times 5}} = s$

puis $\boxed{2 + \boxed{3 \times 5}}$ $=$ $\boxed{2 + 15}$ $= 17$ résultat que l'on peut vérifier en utilisant le programme donné .

Il est alors possible de faire passer les élèves des "rectangles" à un programme. Par exemple :

programmer $\boxed{\boxed{\boxed{2 \times 3} + 5} \times 2}$

on trouve le programme suivant :

$$\left.\begin{array}{l} 2 \quad E \longrightarrow m_1 \\ 3 \quad E \longrightarrow m_2 \end{array}\right\} \xrightarrow{\times} M_1$$

$$\left.\begin{array}{l} M_1 \longrightarrow a_1 \\ 5 \quad E \longrightarrow a_2 \end{array}\right\} \xrightarrow{+} M_2$$

$$\left.\begin{array}{l} M_2 \longrightarrow m_1 \\ 2 \quad E \longrightarrow m_2 \end{array}\right\} \xrightarrow{\times} S$$

Nous sommes alors arrivés à la connaissance d'une écriture qui permet de représenter tout programme et dont la lecture permet de reconstituer le programme correspondant. La prise de conscience de cette espèce de "correspondance bijective" étant faite, il reste, lorsque cette écriture est bien comprise c'est-à-dire lorsque tout élève est capable de faire la liaison écriture $\leftrightarrows$ programme (ce qui est rapide même chez les élèves dits "non doués") à passer de cette écriture à l'écriture usuelle.

Pour ce faire, il suffit d'expliquer que les parenthèses ont même effet que lesrectangles, par exemple on pourra remplacer :

$\boxed{\boxed{\boxed{2 \times 3} + 5} \times 2}$ par $(((2 \times 3) + 5) \times 2)$ puis (quelques précautions oratoires sont nécessaires) par $[(2 \times 3) + 5] \times 2$

Il reste alors à expliquer la règle de priorité de la multiplication par rapport à l'addition qui s'énonce simplement par le fait qu'il est inutile d'entourer d'un rectangle les deux facteurs d'un produit ce qui pourra par exemple s'exprimer de la façon suivante :

$$\boxed{2 + \boxed{3 \times 15}} \quad = \quad \boxed{2 + 3 \times 15} \quad \text{ou} \quad 2 + 3 \times 15 = 2 + (3 \times 15)$$

Il reste alors à s'assurer que l'élève est capable de transcrire l'écriture traditionnelle soit en utilisant les rectangles soit en réalisant le programme correspondant à cette écriture, par exemple écrire :

$7 + 2 \times 3$ sous la forme $\boxed{7 + \boxed{2 \times 3}}$ puis rédiger le programme

$$\left.\begin{array}{l} 2 \quad E \longrightarrow m_1 \\ 3 \quad E \longrightarrow m_2 \end{array}\right\} \xrightarrow{\times} M_1$$

$$\left.\begin{array}{l} 7 \quad E \longrightarrow a_1 \\ M_1 \longrightarrow a_2 \end{array}\right\} \xrightarrow{+} S$$

Il est bon, si l'on introduit le mini ordinateur en classe, de l'introduire avant l'étude de la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition. Cette notion parait difficile parce que les élèves comprennent mal le problème posé. L'étude de quelques programmes permet de mieux faire comprendre ce qui se passe.