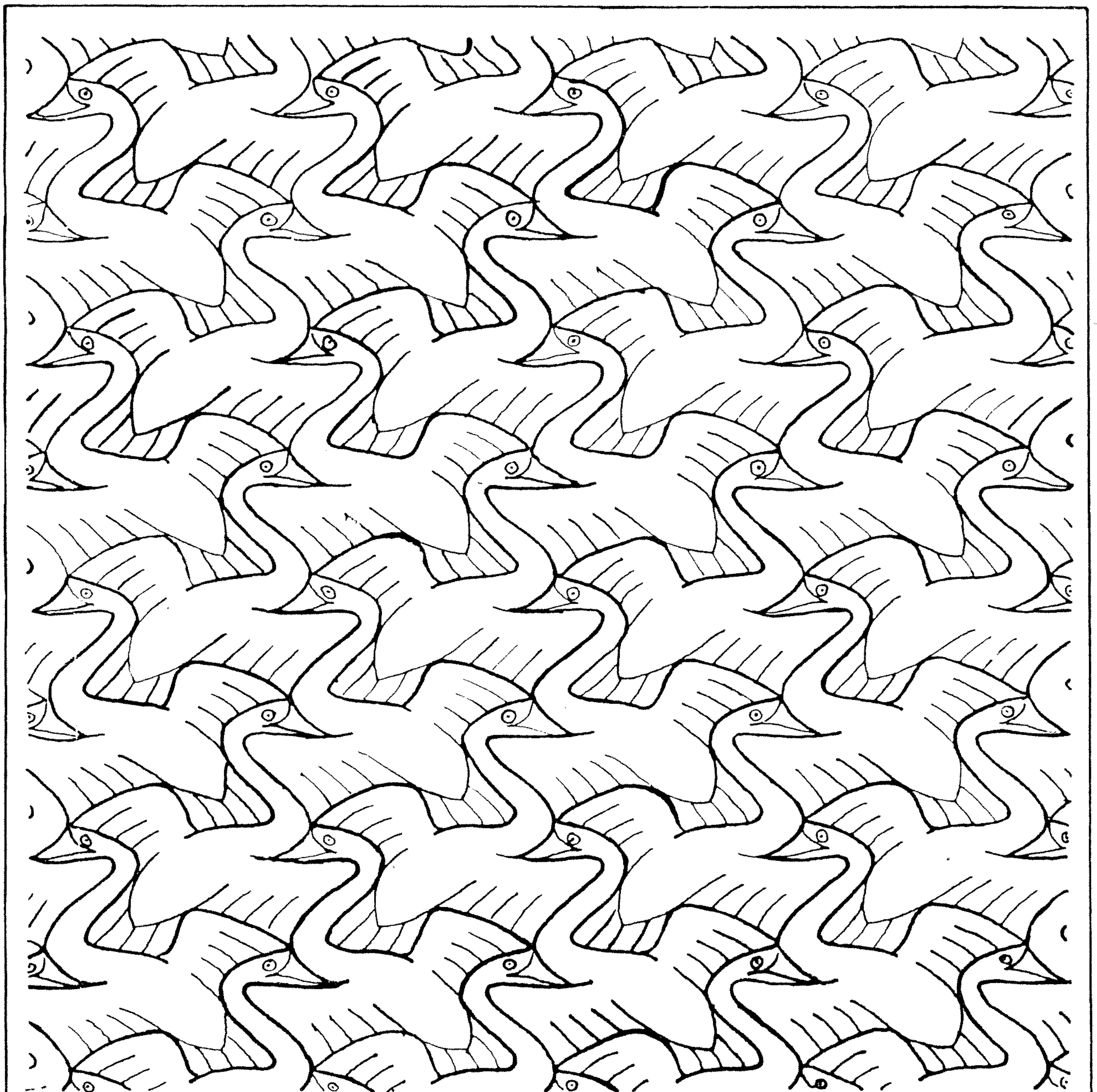
l'ouvert n°4

ORGANE D'INFORMATION ET D'ECHANGE
DE LA REGIONALE APMEP D'ALSACE ET
DE L'IREM DE STRASBOURG – NOV. 74



NOTRE COUVERTURE :

Reproduction simplifiée d'une oeuvre de M.C. Escher : Etude d'un remplissage périodique d'un plan avec des oiseaux (1955) ; encre de chine et aquarelle gris-brun. Dimensions 303 x 225 mm. Extrait de l'ouvrage "Le monde de M.C. Escher" aux éditions du chêne. Voir page trois de la couverture.

A PROPOS DE LA COUVERTURE

<u>Exercice idiot</u> : Démontrez que l'opération définie sur $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ par : Pour tout a, b, a' et b' dans $\mathbb{Z}$:

$$(a,b) * (a',b') = (a+a', (-1)^{a'} b + b')$$

munit l'ensemble $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ d'une structure de groupe.

<u>Exercice intelligent</u> : La page de couverture représente une étude d'un remplissage périodique d'un plan avec des oiseaux, étude réalisée en 1955 par M.C. Escher et qui a été utilisée pour la décoration de l'Ecole Nouvelle de Jeunes Filles à La Haye en 1959.

On demande d'étudier le groupe des isométries de cette figure supposée étendue au plan tout entier.

<u>Indication sur la solution</u> : Soit t la translation élémentaire horizontale vers la droite, t' la translation élémentaire vers le haut, σ la symétrie droite par rapport à un axe vertical bien choisi passant à peu près au milieu d'un bec ; alors $s = \sigma \circ t'^{1/2}$ fait partie du groupe des isométries et il est clair que s et t engendre ce groupe. Mais on a : $s \circ t = t^{-1} \circ s$ et donc une isométrie quelconque peut toujours s'écrire :

$$i = s^a \circ t^b \quad \text{avec } a \text{ et } b \text{ quelconque dans } \mathbb{Z} .$$

Alors il est clair que l'on a :

$$i \circ i' = (s^a \circ t^b) \circ (s^{a'} \circ t^{b'}) = s^{a+a'} \circ t^{(-1)^{a'} b + b'}$$

SOMMAIRE

Editorial

Après une longue interruption l'OUVERT reparaît, cette résurrection est due à notre collègue Jean LEFORT de Colmar qui prend ainsi la lourde succession de SAMSON, contraint d'abandonner la rédaction de l'OUVERT pour des raisons de santé.

Les statuts de la REGIONALE précisent que l'un des buts essentiels de notre association est l'emploi de tout moyen utile à la documentation professionnelle et culturelle de ses membres, l'OUVERT est évidemment un tel moyen et il est de choix. A Strasbourg nous avons la chance de posséder un I.R.E.M. très actif, il va de soi que l'OUVERT constituera aussi un organe d'information des travaux effectués à l'I.R.E.M.. Outre ce rôle d'information il est souhaitable que l'OUVERT devienne vite un organe d'échanges: relations d'expériences vécues dans les classes, bourse des idées, difficultés surmontées ou insurmontées etc.

Mais toute cette activité, déployée par des bonnes volontés exploitées au maximum, serait de peu d'efficacité si elle ne concernait qu'un petit nombre de personnes; nous avons voulu que toute l'information parvienne à tous les collègues, c'est la raison pour laquelle chacun désormais est avisé par lettre des activités de la REGIONALE.

H. Silvestre

La vie de la régionale

MEMBRES DU COMITE DE LA REGIONALE : 1974 - 1975

M. EILLER Robert	14, rue d'Erstein GERSTHEIM 67510 ERSTEIN	98 - 30 - 97
M. JEANJEAN Pierre	69, rue du Haut-Barr 67700 SAVERNE	91 - 34 - 65
M. KITTEL Bernard	2, impasse Ampère 67640 FEGERSHEIM	-
M. KOCH Bernard	4, rue Guerber 67500 HAGUENAU	-
M. KOCH Théodore	18, rue du serpent 67700 SAVERNE	-
M. KOEHLER André	11, route de Boersch 67530 OTTROTT	95 - 83 - 21
Mme. LAMBINET Paulette	4, rue Jean-Sébastien Bach 67600 SELESTAT	92 - 02 - 71
M. LEFORT Jean	27, route de Neuf-Brisach 68000 COLMAR	41 - 67 - 21
M. MARTZ André	7, rue de Scherwiller 67100 STRASBOURG	34 - 42 - 09
M. MEHL Guy	8, rue de Franck 67000 STRASBOURG	31 - 05 - 62
M. MERLIN Gérard	7, rue de Lorraine 67100 STRASBOURG	-
Mlle. MOLLET Françoise	Centre C.E.G., avenue de la Forêt Noire, 67000 STRASBOURG	36 - 15 - 60
M. POULIER Jean-Louis	C.R.D.P., 5, quai Zorn 67000 STRASBOURG	35 - 46 - 14
M. RIEHL Bernard	5, rue des Veaux 67000 STRASBOURG	35 - 66 - 95
M. RUDLOFF Jean	31, rue des Fleurs 67000 STRASBOURG	-
M. SILVESTRE Henri	17, rue Grimling 67200 STRASBOURG	30 - 33 - 96

MEMBRES DU BUREAU : 1974 - 1975

Président : M. Silvestre

Secrétaire : M. Martz

Trésorière : Mme. Lambinet

LES COMMISSIONS : (le nom du responsable est souligné)

Elémentaire et maternelle : Mme. Lambinet

Premier Cycle : Mlle. Mollet, M. Eiller, M. Koehler, M. Riehl

Second Cycle : M. Mehl, M. Martz

Technique :
- C.E.T. : M. Jeanjean
- Lycées : M. Merlin, M. Koch Bernard, M. Lefort

Enseignement post-baccalauréat : M. Kittel, M. Rudloff

"Ouvert" : M. Lefort, M. Poulier

Le jour était si sombre qu'il faisait presque nuit
mais tu as allumé les lumières et continué à dicter.

Le vent a tourné la page de ton livre
mais tu as simplement refermé la fenêtre.

Secoués par la tempête qui se levait, les arbres nous faisaient
des signes pour nous inviter à sortir ; et le tonnerre a grondé ;
et l'éclair a brillé . . .

Mais toi tu as tiré les rideaux, tu as continué à lire,
à nous forcer à t'écouter, comme si nous étions hors du monde
tu as ajouté : "Le calcul vivant : page 173 exercice 7."

Albert Cullum.

Activités de l'I.R.E.M. en 1974-75

L' I.R.E.M. de Strasbourg étend son programme de formation permanente. Il offre aux stagiaires différentes activités où les préoccupations pédagogiques et mathématiques sont étroitement mêlées.

Cependant nous classons les groupes de travail en fonctionnement cette année scolaire selon le thème dominant.

GROUPES P

Ce sont les groupes où l'accent est mis sur l'activité des élèves.

PSYCHOPEDAGOGIE

P_1) Observation et analyse des différents types de communication dans la classe.

P_2) Recherche sur le raisonnement :

les difficultés rencontrées par les élèves en 5e, 4e, 3e et les conditions dans lesquelles elles se trouvent parfois levées.

Le travail dans ces deux groupes ne suppose aucune connaissance théorique en psychologie. Le travail proposé est un travail de groupe, les problèmes rencontrés par les participants dans leur classe constituant la matière de la recherche commune. Des cours d'initiation à la psychopédagogie ne sont pas envisagés cette année.

PEDAGOGIE DES MANIPULATIONS EN 6e ET EN 5e

P_3) La progression du travail pendant l'année 1973-74 a fait apparaître les points suivants :

1º Au départ, scepticisme et curiosité des stagiaires devant les possibilités offertes par les manipulations.

2º En deuxième lieu, hésitation des professeurs à expérimenter en classe les thèmes proposés.

3º Après plusieurs mois les participants proposent de plus en plus des sujets personnels. Les séances perdent leur caractère "recyclage".

4º Les nombreuses réalisations des élèves témoignent de la mise en pratique des sujets élaborés.

Il ressort de cette courte analyse que c'est la méconnaissance autant des possibilités d'utilisation des manipulations que des thèmes aptes à être exploités qui font hésiter les enseignants à s'engager dans cette voie.

Dans la mesure où le groupe "Pédagogie des manipulations" a pu sensibiliser les adhérents aux diverses possibilités des manipulations, le travail effectué en 73-74 méritait d'être reconduit.

L' ART DE RESOUDRE DES PROBLEMES

L'objectif principal de l'enseignement des mathématiques est d'entraîner les élèves à réfléchir sur des situations inhabituelles, c'est-à-dire à se poser et à résoudre des problèmes. Trois groupes consacrés à la pédagogie du problème (heuristique) fonctionnent cette année ; dans les groupes (P_4) et (P_5) la préparation de séance de recherche, à l'usage des élèves, est combinée avec l'entraînement heuristique des stagiaires. Dans les trois groupes on élabore des techniques pour observer en classe les comportements de recherche des élèves.

P_4) Le problème d'intelligence et d'imagination en CM2, 6e et 5e.

P_5) Le problème dans le deuxième cycle.

Une séance de trois heures tous les quinze jours.

P_6) Le problème dans le deuxième cycle.

Une séance de trois heures tous les mois.

GROUPES E

Dans ces groupes, on se souciera autant de la pratique pédagogique que de l'information scientifique des maîtres.

PREMIER CYCLE

Ces groupes réunissent des professeurs enseignant dans les classes du premier cycle et se proposant de confronter leurs expériences. A partir des problèmes concrets ainsi soulevés, chaque stagiaire aura l'occasion de parfaire ses connaissances mathématiques et pédagogiques.

E_1) Une séance tous les quinze jours pour les classes de 6e et de 5e.

E_2) Une séance tous les quinze jours pour les classes de 4e et de 3e.

INFORMATIQUE

E_3) Ce groupe s'adresse aux membres du groupe informatique 1973/1974 et aux professeurs ayant des connaissances d'informatique. Il continue le travail entrepris l'an passé, à savoir l'utilisation possible de l'informatique pour faciliter l'acquisition et l'emploi des concepts mathématiques dans l'enseignement secondaire.

ENSEIGNEMENT TECHNIQUE

Trois groupes fonctionnent cette année, deux à Mulhouse et un à Strasbourg.

E_4) Compléments théoriques et réflexions sur la géométrie dans les C.E.T.

Groupe à Strasbourg.

Les deux autres groupes se réunissent à Mulhouse et portent sur les actuels programmes des C.A.P.

E_5) Réflexion sur les programmes de géométrie des sections industriel et "industriel féminin".

E_6) Réflexion sur les programmes d'algèbre pour l'ensemble des C.A.P.

MATHEMATIQUE ET TECHNOLOGIE

E_7) L'objectif de ce groupe est d'étudier les répercussions possibles d'une part des programmes de mathématique en technologie et d'autre part des programmes de technologie en mathématique.

ETUDE CRITIQUE DES FICHES DE 4e

E_8) Ce groupe réunit des professeurs utilisant le matériel expérimental de l'I.R.E.M. Le travail de ce groupe est la mise au point définitive de ce matériel.

Note : L'I.R.E.M. de Strasbourg publie déjà, sous forme de polycopiés, des fiches de 4e. Par rapport à ces documents, des améliorations ont déjà été étudiées.

Le matériel expérimental est fourni aux classes par l'I.R.E.M. aux conditions habituelles, aussi les professeurs membres de ce groupe peuvent éviter d'engager leurs élèves dans un achat d'ouvrage scolaire.

GROUPE S

Ce sont des groupes où l'information scientifique est prépondérante.

ANALYSE

S_1) Objectifs

Ils comprennent deux aspects :

1º Etude aussi détaillée que possible des ingrédients mathématiques nécessaires pour comprendre les programmes d'analyse dans les classes de première et de terminale.

2º Réflexion sur le mode d'enseignement de ces programmes.

Programme de travail :

Continuation des études faites pendant l'année 1973/74. Parmi les thèmes essentiels, citons les suivants : dérivation, fonction linéaire tangente et différentielle, primitives et intégration.

GROUPE DE LIAISON MATH-PHYSIQUE

S_2) Objectifs

1º Elaboration de documents concernant des leçons de physique ou de chimie extraites des programmes de second cycle et utilisant les notions "modernes" de mathématiques.
2º Travail sur le projet du "livre du problème de physique".

R) RECYCLAGE DES INSTITUTEURS

PARENTS D' ELEVES

Pour permettre aux professeurs de répondre à certaines demandes des parents, nous rappelons que l'I.R.E.M. de Strasbourg organise, en liaison avec le Département de Formation Permanente de l'Université Louis Pasteur, un cycle destiné aux parents d'élèves, intitulé : "Les mathématiques prétendument modernes".

A propos de cosinus et sinus hyperboliques

I

On sait comment sont définies, en classe de première, les fonctions,(petit)cosinus et (petit)sinus. On sait d'autre part que :

$$\forall t \in \mathbb{R} \ , \quad \cos t = \frac{e^{it} + e^{-it}}{2} \quad \text{et} \quad \sin t = \frac{e^{it} - e^{-it}}{2i}$$

<u>Problème</u> : <u>Peut-on définir de façon analogue cosinus et sinus hyperboliques ?</u>

1) On étudie, en première, le groupe $(\mathcal{R}, \circ)$ des rotations planes, le groupe $(M, \times)$ des matrices de la forme $\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$ telles que $a^2 + b^2 = 1$, le groupe $(\mathcal{A}, +)$ des angles et, en terminale, le groupe $(\mathcal{U}, +)$ des nombres complexes de module 1. Ces groupes sont isomorphes.

Soit : $\quad F : M \longrightarrow [-1, +1] \qquad\qquad G : M \longrightarrow [-1\ ,\ +1]$

$\qquad\qquad \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} = m \longmapsto a \qquad\qquad \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} = m \longmapsto b$

l'homomorphisme canonique θ de $(\mathbb{R}, +)$ sur $(M, \times)$ permet de définir les applications (petit)cosinus et (petit)sinus ...

$$\cos : \begin{tikzcd} & M \arrow[dr, "F"] & \\ \mathbb{R} \arrow[ur] \arrow[rr, "F \circ \theta"'] & & {[-1\ ,\ +1]} \\ t \arrow[rr, mapsto] & & \cos t \end{tikzcd} \qquad \sin : \begin{tikzcd} & M \arrow[dr, "G"] & \\ \mathbb{R} \arrow[ur] \arrow[rr, "G \circ \theta"'] & & {[-1\ ,\ +1]} \\ t \arrow[rr, mapsto] & & \sin t \end{tikzcd}$$

Posons $\begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix} = \theta(t) = e^{it}$ avec $a^2 + b^2 = 1$

(On identifie ainsi $(M, \times)$ et $(\mathcal{U}, +)$)

alors: $\left.\begin{array}{l} \frac{1}{2}\left(e^{it} + e^{-it} \right) = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix} = a \\ \frac{1}{2}\left(e^{it} - e^{-it} \right) = \begin{pmatrix} 0 & -b \\ b & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} = ib \end{array}\right\}$ par identification de $\mathbb{R}$ et de l'ensemble des matrices $\begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & x \end{pmatrix}$ où $x \in \mathbb{R}$

d'où : $\cos t = F(\theta(t)) = a = \frac{1}{2}(e^{it} + e^{-it})$

$\sin t = G(\theta(t)) = b = \frac{1}{2i}(e^{it} - e^{-it})$

en conclusion, toute matrice de rotation peut s'écrire sous la forme :

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2}(e^{it} + e^{-it}) & -\frac{1}{2i}(e^{it} - e^{-it}) \\ \frac{1}{2i}(e^{it} - e^{-it}) & \frac{1}{2}(e^{it} + e^{-it}) \end{pmatrix}$$

2) Soit $t \in \mathbb{R}$ et $a' = \frac{1}{2}(e^{t} + e^{-t})$

$b' = \frac{1}{2}(e^{t} - e^{-t})$

on a : $a'^2 - b'^2 = 1$; de plus $a' + b' = e^t$ ne prend que des valeurs positives (de même que $a' - b'$). Considérons alors M' , ensemble des matrices $\begin{pmatrix} a' & b' \\ b' & a' \end{pmatrix}$ telles que $a'^2 - b'^2 = 1$ et $a' + b' > 0$. On démontre que $(M', \times)$ est un groupe et on démontre que l'application :

$$\begin{aligned} \theta' : \mathbb{R} &\longrightarrow M' \\ t &\longmapsto \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(e^{t} + e^{-t}) & \frac{1}{2}(e^{t} - e^{-t}) \\ \frac{1}{2}(e^{t} - e^{-t}) & \frac{1}{2}(e^{t} + e^{-t}) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

est un homomorphisme surjectif.

Soit alors : $F' : M' \longrightarrow \mathbb{R}$, $\begin{pmatrix} a' & b' \\ b' & a' \end{pmatrix} = m' \longmapsto a'$ $\qquad G' : M' \longrightarrow \mathbb{R}$, $\begin{pmatrix} a' & b' \\ b' & a' \end{pmatrix} = m' \longmapsto b'$

On définit alors les applications cosinus et sinus hyperboliques :

$$\begin{tikzcd} & M' \arrow[dr, "F'"] & \\ \mathrm{Ch} : \mathbb{R} \arrow[ur, "\theta'"] \arrow[rr] & & \mathbb{R} \\ t \arrow[rr, mapsto, "F' \circ \theta'"] & & \mathrm{Ch}\ t \end{tikzcd} \qquad \begin{tikzcd} & M' \arrow[dr, "G'"] & \\ \mathrm{Sh} : \mathbb{R} \arrow[ur, "\theta'"] \arrow[rr] & & \mathbb{R} \\ t \arrow[rr, mapsto, "G' \circ \theta'"] & & \mathrm{Sh}\ t \end{tikzcd}$$

et on peut démontrer des formules concernant cosinus et sinus hyperbloiques de façon analogue à la démonstration des formules trigonomètriques.

3) C'est cette idée qui est à l'origine d'un énoncé de problème fabriqué par un groupe de stagiaires à l'I.R.E.M. de Strasbourg il y a trois ans :

<u>Problème 1</u>.

Soit M l'ensemble des matrices $\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$ où a et b sont des nombres réels tels que $a^2 - b^2 = 1$ et $a + b > 0$.

1) Montrer que $(M, \times)$ (où $\times$ désigne la multiplication des matrices) est un sous-groupe du groupe multiplicatif des matrices 2×2 à coefficients réels. Ce sous-groupe est-il commutatif ?

2) Si $m = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$ est un élément de M , on pose $a = F(m)$ et $b = G(m)$.

Soit m et m' deux éléments de M : calculer $F(m' \times m)$, $G(m' \times m)$, $F(m^2)$, $G(m^2)$, $F(m^{-1})$, $G(m^{-1})$ en fonction de $F(m)$, $G(m)$, $F(m')$, $G(m')$. Démontrer que pour tout p de $\mathbb{N}^*$ et pour tout m de M :

$$(F(m) + G(m))^p = F(m^p) + G(m^p)$$

3) Soit E un espace vectoriel euclidien de dimension deux, et $(\vec{i}, \vec{j})$ une base orthonormée de E. Soit m un élément de M : m est la matrice dans la base $(\vec{i}, \vec{j})$ d'un endomorphisme φ de E. La matrice de φ dans une autre base orthonormée de E est-elle un élément de M ?

Comparer la situation avec celle des matrices de rotation.

4) On définit l'application $m \longmapsto t$, de M dans $\mathbb{R}$, comme composée des applications :

$$M \longrightarrow \mathbb{R}^+_* \qquad \text{et} \qquad \mathbb{R}^+_* \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix} = m \longmapsto a + b \qquad\qquad x \longmapsto \operatorname{Log} x = t$$

Montrer que cette application est un isomorphisme de $(M, \times)$ sur $(\mathbb{R}, +)$.

On définira alors les fonctions :

$$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \quad \text{et} \quad g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$$

$$t \longmapsto a \qquad\qquad t \longmapsto b$$

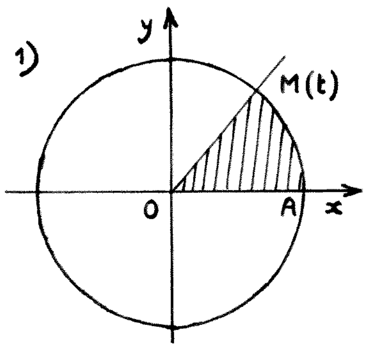
Etudier f et g. Soit t et t' deux nombres réels. Calculer $f(t' + t)$, $g(t' + t)$, $f(2t)$, $g(2t)$, $f(-t)$, $g(-t)$ en fonction de $f(t)$, $g(t)$, $f(t')$, $g(t')$.

Démontrer que pour tout p de $\mathbb{Z}$ et tout t de $\mathbb{R}$:

$$(f(t) + g(t))^p = f(pt) + g(pt) .$$

5) Avec quelles fonctions F, G, f, g présentent-elles des analogies ?

II

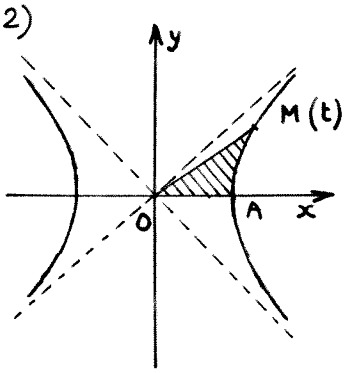
1) 

Le cercle trigonométrique a pour équation $x^2 + y^2 = 1$. Si t est la détermination de $(\widehat{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OM}})$ de $[0, 2\pi[$, l'aire du secteur angulaire est $t/2 = S$. Dans la représentation paramétrique du cercle trigonométrique :

$$\begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t \end{cases} \quad t \in [0, 2\pi[$$

t représente donc le double de l'aire du secteur angulaire "balayée" par OM .

2)



On considère l'hyperbole équilatère d'équation $x^2 - y^2 = 1$

On cherche une représentation paramétrique de la branche H_1 de cette hyperbole dont les points sont d'abcisses positives , où le paramètre t soit le double de l'aire S du triangle curviligne OAM .

En fonction de l'abcisse x de M , l'aire S est :

$$S = \frac{1}{2} \operatorname{Log} (x + \sqrt{x^2 - 1})$$

d'où $t = 2S = \operatorname{Log} (x + \sqrt{x^2 - 1})$, ce qui équivaut à $x = \frac{1}{2} (e^t + e^{-t})$ car $x > 0$. D'où une représentation paramétrique de H_1 :

$$\begin{cases} x = 1/2 (e^t + e^{-t}) \\ y = 1/2 (e^t - e^{-t}) \end{cases}$$

3) C'est cette idée qui est à l'origine d'un énoncé de problème fabriqué par un groupe de stagiaires de l' I.R.E.M. de Strasbourg il y a trois ans :

<u>Problème 2</u> ;

Le plan est rapporté à un repère orthonormé d'axes $x'Ox$, $y'Oy$; (unité 2 cm).

1) Construire la courbe (C) d'équation $x^2 - y^2 = 1$. Préciser ses éléments remarquables. Pour $y \geqslant 0$ donner l'expression de y en fonction de x . Soit A l'intersection de (C) avec la demi-droite Ox $(x \geqslant 0)$.

2) Montrer que la fonction $Z = \frac{1}{2} x \sqrt{x^2 - 1} - \frac{1}{2} \operatorname{Log} (x + \sqrt{x^2 - 1})$ est une primitive de $y = \sqrt{x^2 - 1}$.

3) On considère la partie (Γ) de (C) correspondant à $x > 0$, $y \geqslant 0$. Soit $P(x,y)$ un point de (Γ) . Evaluer en fonction de x l'aire intérieure au contour formé par les segments OA , OP et l'arc AP de (Γ) .

Application numérique : $x = 5$.

4) Soit $t = 2\mathcal{A}$, $\mathcal{A}$ étant l'aire trouvée dans la question précédente en fonction de x . Exprimer les coordonnées x et y de P en fonction de t . Montrer que x et y peuvent s'écrire :

$$x = f(t) = \frac{e^t + e^{-t}}{2} \quad ; \quad y = g(t) = \frac{e^t - e^{-t}}{2}$$

Etudier les variations de ces deux fonctions de la variable t . Graphique.

5) Calculer $(f(t))^2$ et $(g(t))^2$ et en déduire une relation simple entre $f(t)$ et $g(t)$. Démontrer les relations :

$$f(a+b) = f(a) \, . \, f(b) + g(a) \, . \, g(b)$$

$$g(a+b) = g(a) \, . \, f(b) + f(a) \, . \, g(b)$$

En déduire les expressions de $f(2a)$ et $g(2a)$ en fonction de $f(a)$ et $g(a)$.

Démontrer la relation : $(f(t) + g(t))^n = f(nt) + g(nt)$. Avec quelles fonctions bien connues $f(t)$ et $g(t)$ présentent-elles des analogies ?

<u>N. B.</u> En posant $t = \frac{1}{2} \operatorname{Log} \left(\frac{1+u}{1-u} \right)$ on obtient :

$$\begin{cases} x = \dfrac{1}{\sqrt{1-u^2}} \\ y = \dfrac{u}{\sqrt{1-u^2}} \end{cases}$$

autre représentation paramétrique de H_1 ; (cf. le problème de baccalauréat deSTrasbourg -- session de remplacement de 1974).

Le Système Binaire Réfléchi

INTRODUCTION

On connaît les diagrammes en feuille de trèfle, comme celui ci-dessous, qui permettent les raisonnements ensemblistes quand le nombre d'ensembles ne dépasse pas trois. Ce diagramme envisage effectivement les huit cas possibles suivant l'appartenance ou la non appartenance d'un élément aux ensembles A , B ou C. A partir de quatre ensembles malheureusement, ce diagramme n'est guère lisible ; (cf. fig. 2). Il est cependant possible, comme l'a déjà proposé Venn, de faire des dessins assez lisibles dans le cas de quatre ou cinq ensembles (cf. fig. 3 et 4) en considérant cependant dans ce dernier cas que la petite ellipse centrale est extérieure à C.

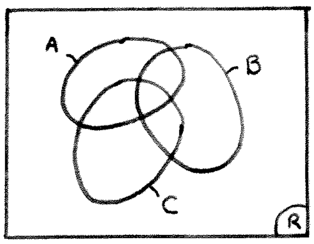


fig. 1

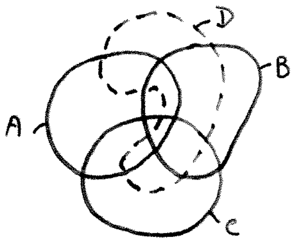


fig. 2

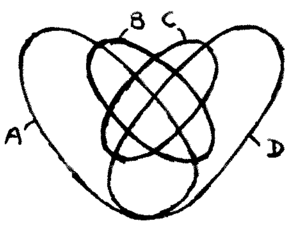


fig. 3

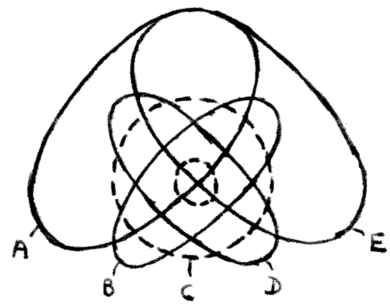


fig. 4

Mais Venn lui-même reconnaît que ce n'est pas très simple et de toute façon on est vite limité par le nombre d'ensembles ; c'est l'objet du paragraphe suivant que de donner une méthode de construction de diagrammes pour un nombre quelconque d'ensembles ; ce sont les diagrammes de Veitch-Karnaugh.

DIAGRAMMES DE VEITCH-KARNAUGH

Considérons les trois diagrammes ci-dessous (fig. 5 , 6 et 7). Ils représentent respectivement des diagrammes de Veitch pour trois, quatre et cinq ensembles. On comprend aisément comment ils sont générés et comment on peut construire un tel diagramme pour un nombre quelconque d'ensembles. Chaque petit carreau représente ce qu'on appelle un <u>minterme</u> (On choisit un terme dans tous les couples $(X,\overline{X})$ et on en fait l'intersection). Il est clair qu'il y a 2^n mintermes où n est le nombre d'ensembles. Par exemple, sur la figure 7, le

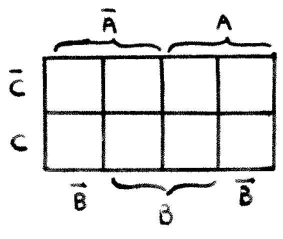


fig. 5

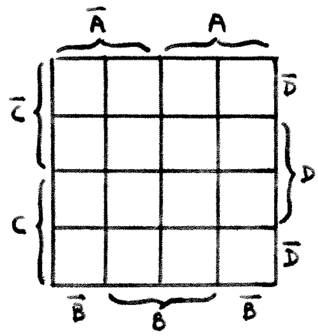


fig. 6

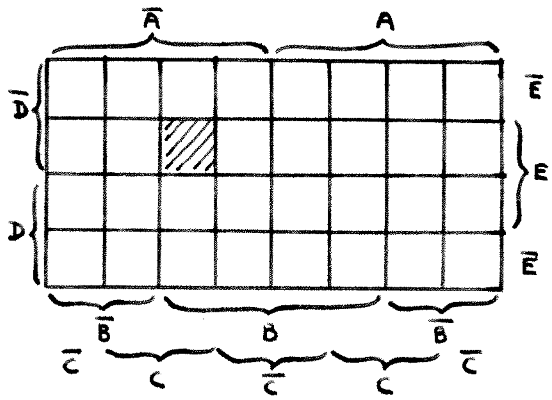


fig. 7

minterme noirci représente le sous-ensemble $\bar{A} \cap B \cap C \cap \bar{D} \cap E$. En res-pectant l'ordre alphabétique, par exemple, il est alors facile de numéroter les minternes. Dans un diagramme à quatre ensembles, le minterme $\bar{A} \cap B \cap C \cap \bar{D}$ portera le numéro 0110, (on met des 1 pour les ensembles et des 0 pour les complémentaires). Pour retrouver plus facilement la numérotation, on peut placer directement les nombres comme dans les exemples ci-dessous (fig. 8 et 9) :

CD \ AB	00	01	11	10
00				
01				
11				
10				

fig. 8

CD \ AB				
	0000	0100	1100	1000
	0001	0101	1101	1001
	0011	0111	1111	1011
	0010	0110	1110	1010

fig. 9

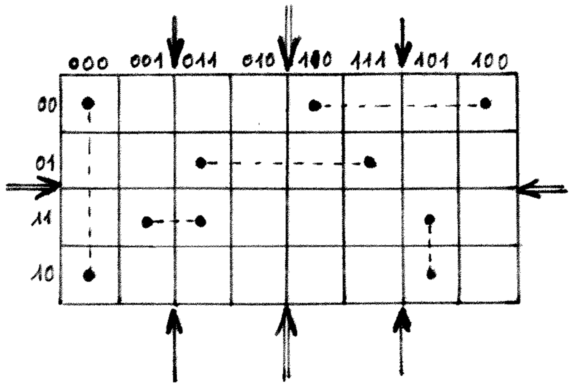


fig. 10

On obtient alors ce qu'on appelle un diagramme de Veitch-Karnaugh ou diagramme de Karnaugh.

L'avantage de cette disposition est de faire intervenir une sorte de réflexion par rapport à certains axes : Deux mintermes représentés par des carrés symétriques par rapport à ces axes ne diffèrent que par une variable. La réunion de ces deux mintermes s'obtient donc en éliminant cette variable (cf. fig. 10). Un cas particulier de symétrie est celui où les deux mintermes sont contigües.

LE SYSTEME BINAIRE REFLECHI (SBR)

Reprenons la numération des mintermes : Elle s'interprète aisément en base deux. Le minterme portant le numéro 0100 sera noté m_4 ; le minterme 1011 sera noté m_{11} , etc.

Cependant l'ordre de succession des mintermes, quelque soit le che-

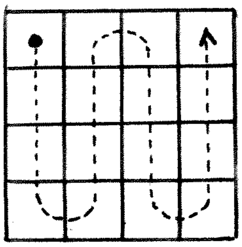


fig. 11

minement continu choisi sur le diagramme de Karnaugh, n'est pas l'ordre habituel. Nous allons nous intéresser à un ordre très particulier qui est donné par le cheminement de la figure 11 : On part du premier minterme en haut à gauche, on descend la première colonne, on monte la deuxième, on descend la troisième ... Il est facile de voir qu'on obtient la séquence de la figure 12. Cet ordre de succession correspond au <u>Système Binaire Réfléchi</u> (SBR). On y retrouve en effet les mêmes réflexions que sur un diagramme de Karnaugh.

0
1
1 1
1 0
1 1 0
1 1 1
1 0 1
1 0 0
1 1 0 0
1 1 0 1
1 1 1 1
1 1 1 0
1 0 1 0
1 0 1 1
1 0 0 1
1 0 0 0
1 1 0 0 0
1 1 0 0 1
1 1 0 1 1
....

fig. 12

Ce système présente divers avantages dont :

1º) Dans de nombreux automatismes, il évite l'apparition de nombres intermédiaires. Par exemple en binaire quand on passe de 111 à 1 000 il risque d'apparaître n'importe quel nombre si les quatre chiffres ne changent pas simultanément.

2º) C'est l'ordre de succession des nombres sur un côté d'un diagramme de Karnaugh (cf. fig. 10).

Il faut cependant savoir passer du système binaire ordinaire au SBR et vice-versa. On remarque que :

1º) Dans les deux systèmes un nombre a le même nombre de chiffres.

2º) La parité d'un nombre dans le SBR est celle du nombre de ses chiffres 1.

3º) Si a est pair, le suivant de a s'obtient en modifiant le premier chiffre à droite de a . Si a est impair, le suivant de a s'obtient en modifiant le premier chiffre à gauche du 1 le plus à droite :

<u>exemples</u> : 1 111 pair ; suivant 1 110
1 110 impair ; suivant 1 010
110 pair ; suivant 111
1 101 impair ; suivant 1 111 ...

Soit alors $\overline{dcba}$ un nombre écrit en binaire ordinaire et $\overline{\delta\gamma\beta\alpha}$ le même nombre en SBR. On a les relations suivantes dont on laisse la démonstration au soin du lecteur :

$$\begin{cases} \alpha = a \oplus b \\ \beta = b \oplus c \\ \gamma = c \oplus d \\ \delta = d \end{cases} \qquad \text{avec} \qquad \begin{array}{c|cc} \oplus & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{array}$$

L'opération $\oplus$ donnant une structure de groupe abélien à l'ensemble $\{0,1\}$ il est facile de résoudre le systéme précédent en :

$$\begin{cases} d = \delta \\ c = \delta \oplus \gamma \\ b = \delta \oplus \gamma \oplus \beta \\ a = \delta \oplus \gamma \oplus \beta \oplus \alpha \end{cases}$$

Il est alors simple de trouver un procédé systématique de passage du SBR au binaire ordinaire. Dans un nombre écrit en SBR on remplace alternativement en partant de la gauche les 1 par 1 puis 0 puis 1 .... et on complète les chiffres intermédiaires par l'image du dernier 1 de droite :

exemple : 110 010 110 en SBR donne 10. .1. 01. puis 100 011 011 en binaire.

APPLICATION AU BAGUENAUDIER

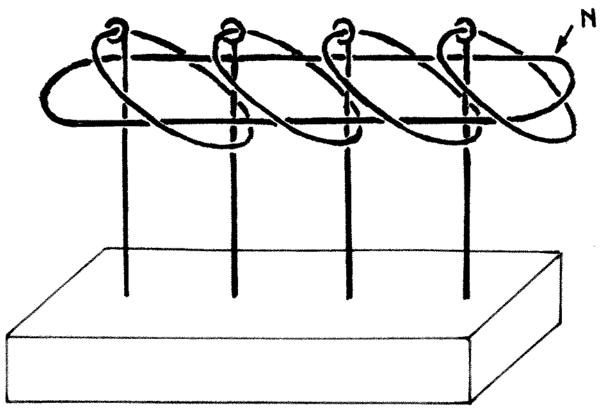


fig. 13

La figure 13 représente un exemple de baguenaudier à quatre anneaux. Dans le commerce on en trouve généralement à sept anneaux. Le dessin ci-contre montre un baguenaudier monté ; le problème est d'ôter la navette N ou, une fois ôtée de la remonter. On dira qu'un anneau est monté si la navette passe en son intérieur, démonté dans le cas contraire. En dehors des deux premiers anneaux qui peuvent être montés ou démontés simultanément, un anneau ne peut être déplacé que s'il se trouve immédiatement à gauche (position de la fig. 13) d'un anneau monté et que celui-ci soit le seul anneau monté à la droite de l'anneau considéré.

On reconnaît ici l'analogie avec le comptage en SBR ; en notant par 1 un anneau monté et par 0 un anneau démonté, une position quelconque du baguenaudier apparaît comme un nombre du SBR et la marche du baguenaudier se fait suivant l'ordre SBR.

Pour sept anneaux, un baguenaudier complètement monté est noté 1 111 111 et complètement démonté 0 000 000. Or 1 111 111 en SBR vaut, en binaire 1 010 101 soit 85 . Il faut donc 85 opération pour démonter un baguenaudier de sept anneaux. En fait il faut tenir compte de la marche accélérée que permet le déplacement simultané des deux premiers anneaux. Le nombre d'opérations est alors de 64.

On remarque par ailleurs que la position 1 111 111 n'est pas la plus compliquée, puisqu'avec sept chiffres on peut représenter 128 nombres.

La position la plus longue à démonter est donc celle notée 1 000 000 qui nécessite 127 opérations (ou 95 en marche accélérée).

BIBLIOGRAPHIE

1º) Récréations mathématiques par Lucas chez Blanchard

2º) La mathématiques et ses applications par Galion chez CEDIC

Dans ce dernier ouvrage on trouvera aussi une description du jeu du Loony Loop. On pourra vérifier que sa manipulation est basée sur le système ternaire réfléchi.

3º) Tout ouvrage sur les bases mathématiques pour l'étude des automatismes.

AU SOMMAIRE DU N° 5

- Le jeu de Nim.
- Aspect mathématique de la relativité.
- Les lycées techniques en Alsace.
- Sur quelques livres.

Ces titres ne sont donnés que sous toutes réserves et la rédaction n'est pas responsable d'une éventuelle modification.

"L'Ouvert" espère que nombreux seront les collègues qui apporteront leur collaboration à la rédaction de ce bulletin. Pour le numéro cinq, les articles doivent parvenir à J. Lefort, 27, route de Neuf-Brisach, 68000-Colmar, avant le 15 Janvier 1975.

"L'Ouvert" ne sera que ce que ses lecteurs voudront qu'il soit.

La communication dans la classe

COMPTE-RENDU D'UN GROUPE DE TRAVAIL
DE L'IREM - JUIN 1974 -

Avec un groupe de neuf enseignants appartenant à différents types d'établissements (C.E.T. : trois ; C.E.S. : trois ; Lycée : deux ; Ecole Normale : un), nous nous sommes proposés de réfléchir au problème de la communication dans la classe. Les questions qui se posaient étaient multiples. Que se passe-t-il dans la classe lorsque le maître parle ? Est-il facile pour un élève de prendre la parole, de poser des questions, de demander des informations, de suggérer une idée ? Pourquoi tant d'élèves ne prennent-ils jamais l'initiative d'une question ou n'interviennent-ils pas lorsque le maître veut donner la parole à la classe ? Qu'est-ce qui empêche ou facilite la communication ? Qu'est-ce que le maître perçoit des échanges qui se font et dans lesquels il est impliqué ? Comment se développe la communication dans le travail en groupe ? Quelles transformations cela apporte-t-il dans les échanges entre le maître et les élèves ? Quels sont les différents modes de communication qui interviennent, mots, gestes, regards, intonations ? Quelles sont les relations interpersonnelles qui s'établissent dans la classe ? Que recouvre cette "intuition affective" que le maître et les élèves peuvent avoir les uns des autres ? ...

Pour réfléchir à ces questions, il semblait important de partir de ce qui était effectivement vécu par chacun dans la "réalité quotidienne des classes". Avant de s'engager dans l'examen et la discussion des résultats de recherches et d'expériences déjà faites en ce domaine, la plupart des membres du groupe voulaient d'abord mieux prendre conscience de ce qui se passait effectivement dans leurs classes. Pour cela des visites mutuelles durant les heures d'enseignement s'imposaient, l'échange et l'analyse des observations devant constituer le premier travail du groupe.

Dans ces conditions, même si l'objectif n'était pas directement l'examen de l'attitude du maître, chacun acceptait de s'exposer aux remarques de ses collègues. Toutefois cela ne garantissait nullement au point de départ une liberté de parole pour le visiteur et une parfaite sérénité pour celui qui recevait : pour certains il fallait surmonter une certaine peur inavouée, génératrice de fuite et de conflits, et qui pouvait paralyser l'intégration et le travail du groupe. Telle était la tâche qui était fixé au début de l'année scolaire. Ces quelques pages n'ont d'autre but que de recenser les aspacts positifs et les difficultés d'une telle entreprise.

1) Les grilles d'observation

Comme chacun se sentait un peu désarmé pour aller observer les classes, deux grilles ont été proposées. D'une part le schéma d'analyse établi par Landsheere et Bayer (Revue Française de Pédagogie nº 24 - 1973) de préférence à celui de Flanders parce que permettant une analyse plus fine. D'autre part une grille d'observation avait été élaborée en vue de ce travail de groupe et présentait l'avantage de pouvoir être utilisée immédiatement et non sur un enregistrement au magnétophone.

Or, ces grilles ont été vite abandonnées. Elles ont été ressenties comme un obstacle dans la mesure où par manque d'entraînement, par manque de familiarité suffisante avec cet instrument, par le désir de pouvoir regarder librement le déroulement de la classe, beaucoup ont eu le sentiment et de ne pouvoir identifier rapidement les comportements qui devaient être observés et de ne pouvoir les relever tous même sur un court échantillon de temps. Il est apparu que ces grilles ont été introduites trop tôt, qu'elles auraient dû être construites par les utilisateurs eux-mêmes puis progressivement perfectionnées en fonction des information cherchées et obtenues. On se serait ainsi rapproché des grilles initialement proposées lesquelles auraient alors pu être utilisées efficacement.

Cet essai ne fut cependant pas sans bénéfice. L'étude de la grille de Landsheere au cours d'une séance de groupe et les "exercices" faits avec l'autre ont orienté les observations, fourni quelques pistes de réflexion et conduit quelques membres à mieux prendre conscience de leurs propres comportements en classe.

2) Les visites

L'importance des visites mutuelles pour la conduite de la réflexion a été perçue par tous et n'a jamais été remise en cause au cours de l'année. La plupart, malgré les distances et le temps que prenaient les déplacements, ont régulièrement effectué ces visites à raison d'une par mois. A chaque fois, on s'arrangeait pour voir un enseignant dans deux classes différentes.

Importantes pour le travail du groupe, ces visites semblent avoir été directement bénéfiques au plan personnel. Elles ont permis à chacun d'assister à la vie d'autres classes et dans un premier temps, selon l'expression de l'un des membres : de se mettre dans la situation d'un élève. Cela a favorisé la prise de conscience de certains comportements habituels et de leurs conséquences sur l'attitude des élèves. "Il est plus facile de se remettre en cause en voyant d'autres dans l'exercice de leur tâche, en étant assis dans une salle placé dans la même situation qu'un élève, en remarquant ce qui nous frappe ou nous échappe à ce moment là. En fait trop souvent nous aussi nous agissons de la même manière." Un autre enseignant, après les visites, a davantage observé ses propres classes et y a remarqué les mêmes détails qui l'avaient fappé ailleurs. Les visites ont eu pour effet direct une " plus grande sensibilité à ses propres classes". Certains ont aussi estimé que non seulement les visites faites mais encore les visites reçues ont été fructueuses.

Toutefois les objectifs visés à travers ces visites n'ont pas tous été atteints. L'apport des visites a paru plus grand en ce qui concerne les méthodes de travail que les problèmes de communication. Des difficultés sont apparues tenant pour une part à la nouveauté de cette démarche d'observation pour des enseigants mais plus encore à l'organisation. L'un des membres du groupe a ainsi décrit les difficultés éprouvées : "à chaque visite trop de variables et d'inconnues (le professeur, les élèves, la situation scolaire, le contexte scolaire, l'atmosphère habituelle...) m'ont empêché de saisir le phénomène "classe" (classe $\neq$ élèves) d'analyser sa démarche ponctuelle (dans l'heure de cours) et sa démarche dans le temps (évolution de la classe sur un an)". L'organisation des visites avait été conçue de telle façon que chaque enseignant reçoive dans deux de ses classes chacun des membres du groupe. Ce principe avait été adopté pour faciliter l'intégration du groupe. Il aurait été difficile au début que seules les classes de deux ou trois soient prises comme terrain d'observation. Mais peu à peu les inconvénients de cette dispersion inévitable ont été ressentis. D'où en fin d'année le souhait unanime d'une autre organisation des visites autour des deux règles suivantes :

- Pouvoir aller régulièrement dans la même classe de manière à suivre les phases de son évolution au cours de l'année,
- Être plusieurs à observer et suivre la même classe.

Il a aussi été souhaité que cette observation ne se limite pas aux classes de mathématiques, et que d'autres enseignants y participent.

Concernant le problème des visites il semble indispensable de faire deux remarques. Dans une expérience de ce genre, il semble difficile d'adopter la première année un mode d'organisation autre que celui des visites mutuelles, parce que les participants ne se connaissent pas ou se connaissent insuffisament. Ensuite, les distances à parcourir constituent pour la régularité et surtout pour la fréquence des visites, un handicap sérieux. C'est pourquoi, du moins pour cette deuxième remarque, il serait souhaitable qu'une telle expérience soit menée dans le cadre d'un établissement ou de deux établissements proches. Mais...

3) Les échanges entre les membres du groupe

Les visites devaient être des occasions de rencontre plus personnelles, des possibilités d'amorcer un échange d'impressions, une analyse d'observations avant la réunion du groupe. Ces échanges ne se sont pas produits. Par suite d'horaires serrés, le visiteur partait juste à la fin de la deuxième heure de classe. Etait-ce la seule raison ? Quelqu'un a remarqué : "après les visites, les contacts ont été rares souvent pour une question de temps, mais il est bon également de prendre du recul avant de faire part de ses réflexions".

Au cours des réunions, outre la mise en commun des observations faites, les échanges ont permis d'aborder plusieurs problèmes précis auxquels tel ou tel se trouvait affronté : que faire dans une classe où les élèves semblent se moquer de tout, que faire lorsqu'un élève devient ouvertement et systématiquement agressif, que faire avec des apprentis venant une journée par semaine en classe de C.P.A., parfois ivres, souvent très fatigués, etc... ? Ces échanges ont été perçus comme fructueux, ou faits "dans un climat de confiance", ou suscitant "l'envie de venir" ou comme "inégaux"... Ce qu'il est important de souligner pour préciser la signification de ces appréciations, est qu'il est relativement facile pour des enseignants d'aller mutuellement dans leurs classes et de se faire part de leurs observations sans que cela crée des problèmes. Il ne semble pas pourtant que la plupart des enseignants soient prêts à tenter une telle expérience...

4) Les observations

Les observations faites ne sont pas entièrement nouvelles ; mais relevées par les enseignants eux-mêmes dans le fonctionnement de leurs classes, elles ont pris un relief particulier. Il ne saurait être question ici de les analyser en détail, mais seulement d'en dresser une liste. Les deux types de situation dans lesquelles ces observations ont été faites sont :

- Le dialogue de l'enseignant avec sa classe, ponctué par de courts exercices à faire seul ou à plusieurs,

- Le travail par groupes, l'enseignant proposant la tâche au début de l'heure, et se tenant ensuite à la disposition des groupes.

a) Le comportement de l'enseignant

C'est presque toujours l'enseignant qui prend l'initiative de la parole en pro-im-posant la tâche, en lançant les questions, en décidant de l'organisation du travail, du temps à consacrer à chaque activité (toutefois dans deux des classes observées, l'organisation du travail était entièrement remise aux élèves) en désignant parmi les doigts levés qui va au tableau, qui va donner la réponse demandé... Cette monopolisation de l'initiative se traduit souvent dans le contenu de son discours : "vous me faites", "dessinez-moi"... etc... Et en fin d'heure, on voit l'enseignant accaparer presque totalement la parole, et ce pour plusieurs raisons : difficulté théorique du cours qui ne permet pas d'échanger, la fatigue et la difficulté de concentration des élèves, etc...

Lorsqu'un élève parle, l'enseignant exerce une fonction permanente de contrôle. On voit ainsi l'enseignant reprendre très vite la réponse d'un élève et "casser" soit le cheminement du raisonnement soit une discussion possible. Cette fonction peut aussi facilement être repérée par tous les adverbes et interjections, le plus souvent de nature évaluative, dont l'enseignant ponctue les phrases des élèves. S'agit-il ici de maintenir la communication et d'encourager l'élève dans son discours ? Peut-être, mais pour l'élève cela semble perçu comme un label de vérité ; car lorsque l'enseignant se tait, l'élève se met souvent à hésiter, même si au début il était sûr de lui.

b) Le comportement des élèves

Au sein de la classe, la prise de parole est un fait exceptionnel pour un élève. Ce fait peut-être en partie masqué par cet autre que plusieurs élèves sont appelés à intervenir au cours de l'heure. Exceptionnelle, la prise de parole est difficile sinon exclue pour la plupart des élèves. Cependant en 6ème les élèves ont une spontanéité qu'ils semblent perdre au fur et à mesure qu'ils avancent dans la scolarité.

Lorsqu'il prend la parole l'élève s'adresse principalement à l'enseignant. Cela se traduit de différentes manières. Très souvent dans l'intensité de la voix : les élèves parlent faiblement même lorsqu'ils sont sûr de la réponse, comme s'il leur suffisait d'être entendu de l'enseignant. Dans la dissymétrie de la direction des échanges : quelqu'un a relevé, dans les classes où il est passé, que la fréquence des échanges entre les élèves interrogés et la classe était de moitié inférieure à celle entre ces mêmes élèves et l'enseignant. Dans ces classes en revanche l'enseignant faisait aussi souvent appel à la classe qu'à des élèves nominativement. Ces appels à la classe ne semblent pas perçus comme une adresse directe qui concerne tous les élèves en tant que groupe.

Une observation directe du travail en groupe est plus difficile à faire, car la présence de l'observateur modifie davantage la dynamique des échanges. Les rapports qui s'établissent entre les différents groupes et le maître peuvent être partiellement observés. Il y a les interventions systématiques de l'enseignant pour "voir" ce que font les élèves, pour les empêcher de sécher. Il y a à l'inverse les interventions uniquement sur l'appel du groupe. Il faut noter qu'en général les élèves lorsqu'ils travaillent en groupe, surtout à partir de la troisième, cherchent à faire appel le moins possible à l'enseignant.

Le contraste entre le comportement des élèves dans la situation de dialogue classe-enseignant et dans la situation de travail en groupe est frappant : la prise de parole pour chacun dans ce dernier cas est naturelle.

c) Facteurs favorisant la communication

- le temps : il faut laisser le temps aux élèves pour comprendre ce qui leur est demandé, pour prendre des notes au tableau car trop souvent la plupart ont un léger retard qui ne leur permet pas d'écouter les explications. Et de ce fait ils se trouvent davantage enfermés dans une situation de réponse et deviennent incapables de prendre une initiative relativement à la tâche exécutée.

- la possibilité d'échanger sur des sujets extra-scolaires : le temps est aussi nécessaire pour permettre la possibilité d'échanges dont le contenu peut être extra-scolaire. De tels échanges doivent avoir lieu normalement dans la classe autrement que sous forme d'un bavardage sujet à un rappel à l'ordre. L'effet bénéfique de tels échanges pour l'intérêt porté aux tâches scolaires semble très grand. Cela suppose que l'enseignant prenne son temps, accepte même d'en "perdre" pour laisser les élèves se livrer aux échanges dont ils ont besoin. Cette attitude est difficile à repérer dans des comportements bien définis, mais facilement perceptible de façon intuitive : il y a une attitude d'écoute à l'égard des élèves, différente d'une simple concession à des besoins considérés comme perturbants. Une classe change lorsque les élèves sont écoutés et ont la possibilité d'échanger entre eux.

- l'évaluation positive : il ne s'agit pas seulement d'encourager les élèves et de mettre en valeur leur réussites. Il faut tenir compte du statut de l'élève dans la classe, signaler à l'ensemble qu'un élève habituellement faible a trouvé peut stimuler les autres ; à l'inverse signaler qu'un élève habituellement fort a trouvé peut les arrêter.

- le caractère ouvert ou fermé des questions. Il est important de laisser les questions "ouvertes" et de donner l'occasion d'améliorer les réponses en aidant les élèves à "s'autoguider" et en considérant leurs remarques comme positives.

- la disposition matérielle de la classe.

- la fréquence des séances de travail en groupe : même si une classe paraît soudée et si des échanges libres s'y manifestent entre elle et l'enseignant, le nombre est un handicap à une communication riche et vivante. Dans les groupes de travail les élèves "redeviennent" eux-mêmes : ils parlent, bougent, la position du maître n'étant plus celle de la personne qui sait tout, mais de celle prête à aider en cas de demande.

d) observations plus globales

Le comportement de la classe est souvent calqueé sur celui de l'enseignant : l'enseignant risque de ne percevoir que son propre comportement réfléchi par la classe. Il ne percoit jamais toutes les communications qui se produisent dans sa classe : aussi il peut mal comprendre certaines réactions. Il obtient parfois des réponses justes mais qui ne signifient rien parce qu'elles relèvent du hasard ou d'automatismes mal contrôlés. En cherchant à agir sur sa classe l'enseignant passe par le relais d'une image déformée.

e) une exemple de problème discuté

Parmi les problèmes abordés il y a eu celui de la liberté. Une double crainte s'est parfois faite jour dans les discussions : d'une part crainte d'une démission des enseignants, d'autre part crainte que les élèves n'abusent de cette liberté qui leur est octroyée. A ce propos l'échec d'une expérience dite de "non-directivité" a été évoquée. Mais l'expérience ce tel ou tel a permis de préciser les conditions de cette pédagogie de la liberté :

- même si l'initiative est laissée aux élèves pour le découpage et l'ordre des tâches, l'ensignant ne cesse pour autant de se fixer un but pour l'heure et de choisir l'éventail des activités qu'il proposera.

- il faut qu'il y ait une équipe de professeurs qui adoptent la même attitude. Un individu isolé risque d'être exploité. Pour le bon fonctionnement de cette équipe il faut éviter des horaires aménagés, c'est dans les rencontres au détour d'un couloir et dans de petites réunions informelles que se fait le meilleur travail. Cette pédagogie de la liberté est une pédagogie d'équipe.

- Il faut faire réellement confiance aux élèves. Cette confiance les libère et leur donne souvent le goût de faire ce qui autrement les laisse indifférents.

5) Perspectives

Au cours de cette année, il y a eu pour chacun une sensibilisation à l'importance du problème de la communication dans la classe. Il a été nettement perçu que les difficultés de la communication ne tiennent pas uniquement à la personnalité des enseignants, lesquels désirent presque toujours les échanges avec leurs élèves et se plaignent souvent de l'insuffisance de leurs réactions, qu'à une certaine organisation du jeu de la communication verbale. Etant donné la nouveauté de la méthode (les visites) l'attention s'est davantage fixée sur le professeur que sur la classe. Ces visites ont parfois eu la fascination d'un miroir. Mais "il est indispensable à ce stade, d'en savoir davantage". La réflexion commune va donc se poursuivre.

Des modifications dans la méthode de travail sont envisagées. Il n'est évidemment pas question de supprimer les visites car il est impossible de tenir à la fois le rôle d'observateur et celui d'enseignant, les deux points de vue étant irréductiblement différents. Une autre organisation va cependant être adoptée de façon à centrer l'observation sur deux ou trois classes maximum. Il apparaît important maintenant de tenter une analyse des différentes composantes de la communication et d'utiliser à nouveau des grilles. On aura recours à l'enregistrement au magnétophone et au magnétoscope et on "disséquera" ces documents : étude de l'image seule, de la bande sonnore seule, puis des deux. Enfin une part du travail sera aussi consacrée à la confrontation de nos observations et remarques avec les résultats de recherches déjà entreprises sur ces problèmes.

Dans tout ce travail projeté il apparaît aussi important de poursuivre une transformation progressive des attitudes de chacun dans ses classes que de parvenir à des conclusions théoriques demandant aux participants une spécialisation trop coûteuse.

A propos de l'esprit scientifique

Les trois textes qui suivent sont tirés d'une encyclopédie publiée à Paris vers 1865 et intitulée : "Les merveilles de la science" par Louis Figuier.

L'Ouvert se propose d'en donner plusieurs extraits relatifs à l'histoire de l'électricité. Pour ce numéro nous donnons trois textes ayant tous traits au jugement scientifique. Quelques commentaires s'imposent avant la lectures de ces passages.

Pour la première citation, il faut savoir, qu'après l'invention de la bouteille de Leyde, un des rares moyens de vérification du passage du courant électrique était de mettre un bonhomme dans le circuit et d'observer sa réaction. D'ailleur prendre une bonne décharge devint vite à l'époque une grande distraction pour laquelle on payait dans les foires.

La deuxième citation est relative à l'accueil fait en Grande Bretagne à l'invention du paratonnerre par Franklin. On rapprochera cette situation de l'affaire Lyssenko.

Enfin la troisième citation donne les idées de Descartes et de ses contemporains sur le phénomène de la foudre et du tonnerre. A la lecture de ce passage, on ne peut que s'inquiéter de l'état de l'atmosphère des villes et de leur odeur au dix septième siècle.

TEXTE 1

Sigaud de Lafond était professeur au collège d'Harcourt à Paris, aujourd'hui lycée Saint-Louis. Vers 1747, en répétant l'expérience de la chaîne électrique, sur les élèves de sa classe, composée de soixante jeunes gens, il remarqua que, bien que la bouteille fût assez fortement électrisée, la commotion ne se fit sentir que jusqu'à une demi-douzaine de personnes. Il rechargea la bouteille et répéta de nouveau l'expérience, mais le résultat fut encore le même : l'électricité s'arrêtait toujours à la sixième personne du côté de celui qui tirait l'étincelle. Tout le monde s'en prit alors au jeune homme placé à ce rang de la chaîne, et qui semblait mettre obstacle à la propagation du fluide. On l'accusa d'être la cause de l'insuccès de l'expérience. On soupçonnait ce jeune élève, nous dit Sigaud de Lafond, "de n'être pas pourvu de tout ce qui constitue le caractère distinctif de l'homme." Il se fit à ce sujet un si grand tumulte, que force fut d'abandonner l'expérience et de renvoyer les jeunes gens dans leurs salles.

Quelques jours après, Sigaud de Lafond, dans le cours de physique qu'il faisait publiquement à Paris, se hasarda à mattre en avant cette hypothèse, que l'électricité n'a aucune action sur les personnes que la nature a maléficiées dans le sens du jeune homme dont il vient d'être question. Sigaud de Lafond, à ce qu'il nous assure, énonçait cette idée, non comme un fait réel, mais comme un simple soupçon à vérifier. Toutefois, ce bruit se répandit bientôt dans Paris, et la renommée, qui ne sait pas tenir compte de la réserve des savants, publia partout la curieuse remarque de notre physicien. Il se trouva alors des gens bien informés, qui prétendirent, à l'appui de cette observation, que le même fait avait été constaté sur un célèbre chanteur italien, dont l'état n'était point équivoque, et que la nature dédommageait, par une voix ravissante, du triste état où l'art l'avait réduit.

Le duc de Chartres (depuis duc d'Orléans), informé de ces rumeurs, résolut de s'assurer du fait par lui-même. Il se rend aussitôt chez Sigaud de Lafond, et lui témoigne son désir de voir procéder sans retard, à une expérience décisive sous ce rapport. Le physicien essaya en vain de résister au voeu du prince. Il dut se rendre sur-le-champ, muni de ses appareils, au Palais-Royal, où il trouva plusieurs savants que l'on avait invités dès la veille à être témoins de l'expérience. Trois musiciens de la chapelle du roi, dont la situation physique était connue, devaient être les sujets de cette épreuve d'un nouveau genre.

On forma donc une chaîne composée de vingt personnes : le duc de Chartres en tête d'un côté, et de l'autre le physicien. Mais les trois sujets n'interceptèrent aucunement le passage du fluide, ni la commotion électrique. Ils parurent même plus sensibles à son impression que les autres personnes qui l'éprouvèrent avec eux. Cet excès de sensibilité provenait sans doute de la surprise que dut occasionner à nos trois virtuoses une commotion qu'ils n'avaient jamais ressentie, car ils étaient restés jusque-là sans aucune idée de l'électricité.

Une expérience aussi concluante semblait devoir terminer cette singulière discussion. Mais il se trouva de grands raisonneurs qui prétendirent qu'il fallait poser une distinction entre les personnes mutilées par l'art, et celles envers lesquelles la nature seule s'était montrée marâtre ; de sorte que, les premières pouvant demeurer sensibles à l'électricité, il était bien possible que les secondes fussent impropres à éprouver son action. Comme il était difficile de se procurer un sujet qui se trouvât positivement dans le cas exigé, et qui voulût se prêter à l'expérience, la discussion reprit de plus belle sur ce thème engageant.

Ce ne fut qu'au bout de six mois que tout finit par s'expliquer. Sigaud de Lafond reconnut, un peu tard sans doute, mais enfin il reconnut, que, dans la partie de la cour du collège où l'expérience avait été faite, et à la place même qu'avait occupée le jeune homme suspecté, l'humidité du sol était considérable, et avait suffi pour détourner le courant électrique. En effet, la même expérience, répétée en cet endroit, échouait toujours, quelle que fût la personne occupant cette place ; la commotion se faisait au contraire parfaitement sentir quand on faisait monter les élèves sur les bancs.

Ainsi tout fut expliqué, justice fut rendue à l'élève incriminé, et en attendant qu'ils fussent proclamés égaux devant la loi, tous les hommes furent reconnus égaux devant l'électricité.

TEXTE 2

A l'époque où l'établissement du paratonnerre fut proposé comme conséquence et application pratique des travaux de Franklin, une guerre acharnée existait entre l'Angleterre et ses colonies d'Amérique, qui combattaient avec gloire, pour conquérir leur indépendance, et briser le joug de la tyrannie britannique. Le roi d'Angleterre, George III, avait inutilement épuisé toutes les forces de ses Etats, et fait couler des torrents de sang, pour retenir un pouvoir qui échappait à ses mains. Ni les trésors du royaume prodigués pendant une longue suite d'années, ni des milliers de marins et de soldats sacrifiés à la défense d'une cause injuste, ne purent faire obstacle à l'accomplissement d'un acte arrêté dans les desseins de la Providence, et empêcher un peuple nouveau et plein de loyales ardeurs, de conquérir sa liberté sur les champs de bataille.

Quand tout espoir de réussite fut perdu à la cour d'Angleterre ; quand il fallut se résoudre enfin à voir une nation s'élever, puissante et libre, loin des entraves de la métropole européenne, l'esprit haineux et vindicatif de George III passa des champs de bataille et des conseils diplomatiques dans le domaine des sciences, asile si étranger, par sa nature, aux contestations entre les peuples et les rois. Pendant la longue et mémorable lutte soutenue par les colonies insurgées, Franklin avait été l'agent utile, le représentant fidèle, le conseiller, toujours bien inspiré, du peuple américain. Il était impossible qu'une découverte scientifique due à un adversaire politique de l'Angleterre fût accueillie favorablement chez cette dernière nation.

Il était pourtant difficile, à moins de nier l'évidence, de contester l'utilité des paratonnerres pour défendre la vie des hommes, et préserver les édifices menacés par le feu du ciel. Ne pouvant s'en prendre au fond même de la matière, on s'attaqua à la forme. Selon Franklin, les paratonnerres devaient être terminés en pointe, et en une pointe très aiguë. Sous l'inspiration de la cour d'Angleterre, Wilson, et avec lui, la plupart des savants de ce pays, décidèrent que Franklin avait tort, que les paratonnerres à tige pointue étaient les plus dangereux des appareils, et qu'au lieu de les terminer en pointe, il fallait les munir à leur extrémité, d'une boule ou d'un globe. Les paratonnerres en boule furent donc déclarés les seuls efficaces, et les recueils scientifiques anglais s'enrichirent de plusieurs mémoires où ce point était compendieusement établi.

Afin que personne n'en ignorât, le roi George avait même fait élever sur son propre palais, plusieurs paratonnerres en boule, et l'amour-propre national se trouva ainsi comme engagé à soutenir une thèse scientifique placée sous l'égide du roi.

La discussion entre les physiciens anglais et ceux du reste de l'Europe, au sujet des paratonnerres en boule, se prolongea longtemps. Il fallut, pour la terminer, que le physicien piémontais Beccaria fît sur ce points des expériences spéciales. Elevant, à peu de distance l'un de l'autre, deux paratonnerres, l'un en pointe et l'autre en boule, munis chacun de leur conducteur, Beccaria démontra que, sous l'influence de la même électricité aérienne, le conducteur du paratonnerre à tige pointue donnait des étincelles quand on pratiquait, d'une manière convenable, une légère solution dans sa continuité ; tandis que, disposé de la même manière, le paratonnerre en boule ne donnait que de très faible manifestations électriques.

A partir de ce moment il ne fut plus question de paratonnerre en boule.

Ainsi se termina ce singulier procès, dans lequel le roi George III avait pris, en haine de Franklin, une part active, et où les savants anglais avaient plaidés avec une ardeur digne d'une meilleure cause. Le souvenir de cette dispute ridicule et des productions scientifiques auxquelles elle a donné lieu, mérite d'être conservé, afin de rappeler tout ce que perd la science en considération et en honneur, quand elle s'abaisse à flatter les mesquines passions et les rancunes des princes.

TEXTE 3

Descartes pensait que le tonnerre se manifestait lorsque des nuages placés plus haut dans l'atmosphère tombent sur d'autres situés plus bas. L'air contenu entre les deux nuages, étant comprimé par cette chute soudaine, produit, selon Descartes, un grand dégagement de chaleur, d'où résultent l'apparition de l'éclair et le bruit qui caractérisent le tonnerre.

Meilleur physicien que Descartes, l'illustre Boerhaave a émis, après ce philosophe une théorie du tonnerre plus fortement raisonnée, sans être pour cela plus vraie. (...)

Dans ses Notes sur le Cours de chimie de Lémery, le chimiste Baron expose en ces termes la théorie de Boerhaave, qu'il adopte sans réserve :

"Cet excellent physicien () prouve d'une manière très satisfaisante, dans ses Elementa chimica, que les particules d'eau que l'action du soleil avait élevées en l'air, venant à se réunir plusieurs ensemble sous la forme de nuées, composent des masses de glace qui réfléchissent la lumière du soleil par celle de leur surface qui regarde cet astre, tandis que leur surface opposée éprouve un froid glacial. S'il arrive donc, comme cela se peut rencontrer souvent, que plusieurs nuées soient disposées les unes à l'égard des autres de façon qu'elles fassent l'effet de plusieurs miroirs concaves dont les foyers concourent dans un foyer commun, on comprend aisément que les rayons du soleil, ainsi réfléchis et rassemblés dans un même lieu, doivent produire une chaleur excessivement prodigieuse. Le premier effet de cette chaleur sera de dilater considérablement l'air environnant et de causer une espèce de vide dans l'espace renfermé entre les nuées ; mais bientôt après, ces mêmes nuées venant à changer de situation et les foyers se trouvant détruits, l'eau, la neige, la grêle et généralement tout ce qui environne le vide dont nous avons parlé, mais surtout les grandes masses de glace qui forment les nuées mêmes, fondent avec une impétuosité sans pareille les unes vers les autres pour remplir ce vide. L'énorme vitesse du mouvement par lequel toutes ces matières sont emportées occasionne un frottement si violent de toutes les parties les unes contre les autres, qu'il s'ensuit non seulement un bruit éclatant et quelque fois horrible, mais encore l'inflammation de toutes les exhalaisons sulfureuses, grasses et huileuses qui se trouvent dans le voisinage, et dont l'air est toujours chargé abondamment pendant les grandes chaleurs. Ainsiil n'est pas étonnant que le tonnerre soit presque toujours accompagné d'éclairs..."

L'idée de Boerhaave sur la concentration des rayons solaires par des petites masses d'eau congelée flottant au sein des nues ne fut pas acceptée, car on ne pouvait admettre que les rayons du soleil traversassent sans les fondre ces corpuscules de glace. Mais la seconde idée présentée par l'illustre physicien hollandais, resta universellement adoptée, car elle répondait à une opinion fort en faveur depuis l'antiquité. On admis donc, avec Boerhaave, que le phénomène de l'éclair et de la foudre provenait de l'inflammation de toutes les exhalaisons sulfureuses, grasses, huileuses et essentiellement combustibles, qui, émanées de la terre, viennent se réunir et s'accumuler dans les airs.

Cette explication physique du tonnerre, fort plausible pour cette époque, devint la théorie dominante, l'opinion classique jusqu'au milieu du XVIIIème siècle ; c'est contre ce système chimérique que dut lutter plus tard la théorie des électriciens.

Extraits du B.O.E.N.

Organisation de l'année scolaire en classe de 6e	B.O.27 p. 2051
Liste 74/4 des moyens d'enseignement agréés	B.O.27 p. 2064
Formation à l'informatique (C.N.T.E.)	B.O.27 p. 2076
C.A.P. armurier	B.O.27 p. 2105
Prêt de livres et de fournitures scolaires aux élèves de 6e	B.O.27 p. 2127
Liste 74/2 des matériels scientifiques agréés	B.O.27 p. 2133
Liste 74/5 des moyens d'enseignement agréés	B.O.29 p. 2212
B.E.P. ouvrier vendeur opticien	B.O.29 p. 2218
C.A.P. aide comptable	B.O.29 p. 2225
C.A.P. employé de bureau	B.O.29 p. 2225
C.A.P. employé de comptabilité	B.O.29 p. 2232
C.A.P. mécanographe	B.O.29 p. 2237
C.A.P. sténodactylographe	B.O.29 p. 2238
Marchés d'exploitation de chauffage	B.O.30 p. 2291
B.T. industries et commerce du bois	B.O.30 p. 2342
C.A.P. fraiseur	B.O.30 p. 2350
C.A.P. tourneur	B.O.30 p. 2357
C.A.P. coiffure	B.O.30 p. 2363
Liste 74/3 des jouets éducatifs agréés	B.O.30bis p.2409
Liste 74/6 des moyens d'enseignement agréés	B.O.31 p. 2460
Allégements des programmes	B.O.31 p. 2493
Place et rôle du professeur délégué à l'information	B.O.31 p. 2505
Horaires, programmes et organisation des enseignements dispensés dans les classes du second cycle	B.O.31 p. 2513
Grille des horaires de diffusion des émissions de l'OFRATEME	B.O.32 (Encart)
B.T. industries de l'habillement	B.O.32 p. 2566
C.A.P. cuisinier	B.O.32 p. 2567
B.T. podo-orthésiste	B.O.32 p. 2575
Programme des épreuves de l'agrégation de mathématique (rectificatif)	B.O.33 p. 2656
Rénovation des formations du secteur tertiaire sanctionnées par un C.A.P.	B.O.33 p. 2668
Accidents de travail et accidents de service	B.O.34 p. 2696
C.A.P. couvreur zingueur, couvreur ardoisier, plombier sanitaire, monteur en chauffage, monteur caloriste du bâtiment	B.O.34 p. 2726
C.A.P. secteur de l'habillement	B.O.34 p. 2738

Extraits du fichier du C.R.D.P.

Ouvrages d'intérêt général

ADDA (J) et FAIVRE (W)	Eléments de logique pour servir à l'enseignement Mathématique A P M E P 1971
ADLER (I)	Initiation à la Mathématique d'aujourd'hui OCDL 1964 Statistiques et probabilités pour aujourd'hui O.C.D.L. 1969
ALEXANDROFF (P.S.)	Introduction à la théorie des groupes Dunod 1968
ANDERSON (R.W.)	Dansons avec les Mathématiques Dunod 1960
APMEP	La mathématique parlée par ceux qui l'enseignent A P M E P 1967
ARTIN (E)	Algèbre - Géométrie Gauthier Villars 1967
BAKST (A)	Amusements Mathématiques Dunod 1957
BAZERGUE (G) TRULLEN (C)	Clefs pour l'informatique Seghers 1971
BERGE (C)	Théorie des graphes et ses applications Dunod 1967
BLANCHARD (A)	Les corps non commutatifs P.U.F. 1972
BOREL (E)	Les nombres premiers P.U.F. 1958 L'imaginaire et le réel en Mathématique et en Physique Albin Michel 1952 Probabilités et certitudes P.U.F. 1963
BOREVITCH (Z.I.) CHAFAREVITCH (I.R.)	Théorie des nombres Gauthier Villars 1967
BOUILLON (M)	Enseignement mathématique et télévision C.R.D.P. Amiens 1973
BOULANGER (B)	Mathématique (notions utiles aux Instituteurs) C.R.D.P. Amiens 1971
BOURBAKI (N)	Eléments de Mathématique Hermann
CAILLE (M)	Une présentation de la géométrie en classe de 4e C.R.D.P. Amiens 1972 Une présentation de la géométrie en classe de 3e C.R.D.P. Amiens 1972
CARTAN (H)	Formes différentielles Hermann 1967 Calcul différentiel Hermann 1967
CASANOVA (C)	L'Algèbre de Boole P.U.F. 1967
CERCLE Pédagogique de Montluçon	Activités Mathématiques à l'école élémentaire C.R.D.P. Clermont 1972
CHATELET (A)	Arithmétique et Algèbre Modernes P.U.F. 1959
CHOQUET (G)	L'enseignement de la Géométrie Hermann 1964
COLOMB (J) GLAYMANN (M)	Ensembles Logique et Cartes perforées O.C.D.L. 1968
COUDERC (P)	Parmi les étoiles Bourrelier 1953 Le Calendrier Bourrelier 1948
COUFFIGNAL (L)	La cybernétique P.U.F. 1966
COUTY (R) EZRA (J)	Analyse Col.U A.Colin 1966

C.R.D.P. NANCY — Recueil de sujets du B.E.P.
Les mathématiques en classe de 6e 1969
Les mathématiques en classe de 5e 1970
Les mathématiques en classe de 4e 1971
Les mathématiques en classe de 3e 1972
Bilan d'une expérience de formation continue des Instituteurs en Mathématiques 1972

C.R.D.P. REIMS — Exemples de groupes disométrie laissant en variant un ensemble donné 1972
Mathématiques en 3e (Algèbre et Géométrie) 1972
Complexes et motrices carrées à coefficients réels 1972

C.R.D.P. STRASBOURG — Réflexions sur le nouveau programme de Mathématique de l'enseignement élémentaire 1971

DANJON (A) — Description du Ciel Rides 1926

DAVIS (M.D.) — La théorie des jeux Colin 1973

DELEDIC (A) — Clefs pour les mathématiques modernes Seghers 1972

DIENES (Z.P.) — Comprendre la mathématique O.C.D.L. 1965
Pensée et structure O.C.D.L. 1967
L'apprentissage de la logique O.C.D.L. 1966
La mathématique moderne dans l'enseignement primaire O.C.D.L. 1967

DIEUDONNE (J) — Algèbre linéaire et Géométrie élémentaire Hermann 1964
Fondements de l'analyse moderne Gauthier Villars 1965

DUVERT (L) GAUTHIER (R) GLAYMANN (M) — Travaux pratiques de Mathématique 3 Tomes O.C.D.L.1968

EXETER (équipe d') — Nous construisons nos propres ordinateurs O.C.D.L. 1970

FAUVERGUE (P) BRIANCON(R) — Initiation à la mathématique moderne 3 tomes Hachette 1969

FELIX (L) — Mathématiques modernes - enseignement élémentaire Blanchard 1965

FLETCHER (T.J.) L'apprentissage de la mathématique aujourd'hui O.C.D.L. 1966

FRECHET (M) — Les mathématiques et le concret P.U.F. 1955

FRENKEL (J) — Les Angles A.P.M.E.P. 1970

FREUDENTHAL (H) — Mathématiques et réalités Hachette 1967

GALION — La concrétisation en mathématique O.C.D.L. 1972

GAMOW (G) — Un, deux, trois .... l'infini Dunod 1956

GAUTHIER (R) GOURET (A) — Logique et enseignement de la Mathématique O.C.D.L.1971

GLAESER (G) — Mathématiques pour l'élève professeur Hermann 1971

GLAYMANN (M) ROSENBLOOM(PC) La logique à l'école Cedic 1972

GODEMENT (R) — Cours d'Algèbre Hermann 1973

GOUYON (R) — Intégration et distribution Vuibert 1967
Calcul Tensoriel Vuibert 1963

GROSS (M) LENTIN (A) — Notions sur les grammaires formelles Gauthier Villars 1967

GUERBER (L) HENNEQUIN(P.L) Initiation aux probalités APMEP 1970

HALMOS (P.R.)	Introduction à la théorie des ensembles Gauthier Villars 1970
HUISMAN (A)	Le fil d'Ariane Wesmael Charlier 1959
IREM STRASBOURG	Le livre du problème 1 - 2 - 3 Cedic 1973
ITARD (J)	Matériaux pour l'histoire des nombres complexes A P M E P 1969
JAFFARD (P)	Initiation aux méthodes de la statistique et du calcul des probabilités Masson 1973
KAUFMANN (A)	Des points et des flèches ... la théorie des graphes Dunod 1968
KLEENE (S.C.)	Logique Mathématique Colin 1972
KRIVINE (J.L.)	Théorie axiomatique des ensembles P.U.F. 1969
KUNTZMANN (J)	Mathématiques : variables complexes Hermann 1967 Mathématiques : systèmes différentiels Hermann 1967 Mathématiques : Séries Hermann 1967
LAURET (A)	Principes de programmation des ordinateurs Masson 1972
LELONG-FERRAND (J)	Ensembles : Algèbre - Analyse- les notions mathématiques de base de l'enseignement du 2e degré Colin 1964
LICHNEROWICZ (A)	Eléments de calcul tensoriel Colin 1958
MORRIS (N.M)	Circuits logiques Masson 1971
NORTHROP (E)	Fantaisieset paradoxes Mathématiques Dunod 1961
OGILVY (C.S.)ANDERSON(J.T)	Excursion dans la théorie des nombres Dunod 1970
PAPY	Le premier enseignement de l'Analyse P.U.Bruxelles 1968 Mathématiques modernes 5 volumes Didier
PENAUD (J)	La mathématique moderne en dialogue avec vous VUIBERT 1970
PHAM (D)	Informatique à l'usage des éducateurs Col.Sup. 1970
POLYA (G)	La découverte des Mathématiques 2 tomes Dunod 1967 Comment poser et résoudre un problème Dunod 1965
POULIER (J.L.)	Ensembles - logique - relations C.R.D.P. STRASBOURG 1972
REEB (G) FUCHS (A)	Statistiques commentées Gauthier Villars 1967
REVUZ (A)	Mathématique moderne - Mathématique vivante O.C.D.L.1968
REVUZ (A et G)	Le cours de l' A.P.M.E.P. Topologie A.P.M.E.P. 1966
ROSENSTIEL (P) MOTHES (J)	Mathématique de l'action - langage des ensembles, des statistiques et des aleas Dunod 1968
ROUCHE (N) MAWHIN (J)	Equations différentielles ordinaires -théorie générale Masson 1973
SAMUEL (P)	Théorie algébrique des nombres Hermann 1967
SCHATZMAN (E)	Astronomie Hachette 1968
SIMON (J.C)	Introduction au fonctionnement des ordinateurs Masson 1970
TAILLE (J)	L'approche des entiers naturels C.R.D.P. NANTES 1972
TARSKI (A)	Introduction à la logique Gauthier Villars 1969
THIRIOUX (A)	Mathématiques actuelles C.R.D.P. Orléans 1972
VIGNON (B)	Mathématiques modernes - perfectionnement des institu-

	teurs de la Côte d'Or C.R.D.P. DIJON 1970
VISSIO (P) ZADOUNAISKY (G)	A la conquête de l'espace.des structures algébriques de la géométrie euclidienne O.C.D.L. 1963
WALUSINSKI (G)	Pourquoi une Mathématique moderne Colin 1970
WARUSFEL (A)	Les nombres et leur mystère Seuil 1961 Dictionnaire raisonné des Mathématiques Seuil 1966 Les mathématiques modernes Seuil 1969
WHEELER (W)	Mathématiques modernes dans l'enseignement élémentaire O.C.D.L. 1970
ZIGLON (R)	Vers les structures, nouvelle pédagogie de la mathématique Hermann 1971

Ouvrages d'intérêt historique

BAIRE	Leçons sur les théories générales de l'Analyse. I - principes fondamentaux : variables réelles II - Variables Complexes - application géométriques Gauthier 1908
BERMAN (S) BEZARD (R)	Mathématique pour maman - Mathématique pour papa Chivron 1968-1969
BLUTEL	Leçons de mathématiques spéciales Hachette 1914
BOREL (E)	Algèbre et géométrie du 2e degré Albin Michel 1946 Le hasard Alcan 1914
DEDRON ITARD	Mathématiques et Mathématiciens Magnard 1959
DELTHEIL (R)	Mathématiques Générales Baillère 1967 T.M.P. Baillère 1965
PIAGET	La genèse du nombre chez l'enfant Delachaux
PIAGET-DIEUDONNE-BETH	L'enseignement des mathématiques Delachaux 1955
TATON (R)	Le calcul mental P.U.F. 1957
VEZO (L)	La mathématique de l'ouvrier moderne Dunod 1921
RECHERCHES PEDAGOGIQUES n° 19	Les nouvelles tendances de l'enseignement des mathématiques 1963

Revues

° Cahier de liaison du C.R.E.M. de Bordeaux - C.R.D.P. Bordeaux

° Bulletin de liaison des C.E.T. - C.R.D.P. Limoges

° Bulletin de liaison enseignement technique - C.R.D.P. Rennes

° Bulletin de liaison des P.E.G. sciences de C.E.T. - C.R.D.P. Amiens

° Bulletin de liaison enseignement technique - C.R.D.P. Montpellier

° Bulletin de liaison enseignement technique - C.R.D.P. Caen

° Bulletin de liaison informatique dans l'enseignement secondaire I.N.R.D.P.

° Bulletin de mathématique pour les maîtres de l'enseignement élémentaire C.R.D.P. Grenoble

° Recherches pédagogiques I.N.R.D.P.

° Comptes rendus stages mini ordinateur I.N.R.D.P. - I.R.E.M.

° Documents de recherche (cycle élémentaire) I.N.R.D.P.

° Information mathématique - Enseignement du 2e degré C.R.D.P. Marseille

° Mémoires et documents scolaires

° Horaires, programmes , instructions

° Rapports de jurys de concours

° Cahiers pédagogiques I.C.E.M. n° 110 - L'école en proie à la mathématique

° Dossiers documentaires I.N.R.D.P.

° Bulletin de la Régionale de Cermont Ferrand (A.P.M.E.P.)

° Dossiers d'accompagnement des émissions de la R.T.S.

° Bulletin régional de liaison - Informatique dans l'enseignement secondaire C.R.D.P. Marseille

° Bulletin A.P.M.E.P.

° L'éducation mathématique Vuibert

° Le journal de mathématique élémentaires Vuibert

° L'école des mathématiques et des sciences physiques (2e cycle) L'école

° L'école des mathématiques et de la technologie (1er cycle) L'école

° Documents et recherche Hatier

° Nouvelle revue pédagogique Nathan

° La recherche

Recherches pédagogiques I.N.R.D.P.

n° 40 L'enseignement des mathématiques au cycle élémentaire 1970

n° 35 Les mathématiques en 6e - Expérimentation et nouveaux programmes 1969

n° 39 Les mathématiques en 6e - 5e - Recherches sur quelques thèmes 1970

n° 42 Les mathématiques en 5e - Expérimentation et nouveaux programmes 1970

n° 50 Mathématiques en 3e - Fin d'une expérimentation dans le 1er cycle 1971 n° 45 L'école maternelle et la mathématique vivante 1972

n° 48 Mathématique en 4e - Présentation de quelques thèmes 1972

n° 54 Emploi des calculateurs programmables dans le second degré 1972

n° 56 Enseignement du français et enseignement des mathématiques 1973

n° 64 Essai de développement simultané des mathématiques et de la physique 1974

n° 27 L'initiation mathématique au cycle élémentaire 1966

n° 31 L'enseignement des mathématiques modernes dans l'enseignement élémentaire et préscolaire 1967

Tous ces ouvrages, ainsi que de nombreux manuels scolaires, sont prêtés par le C.R.D.P. (15 jours).