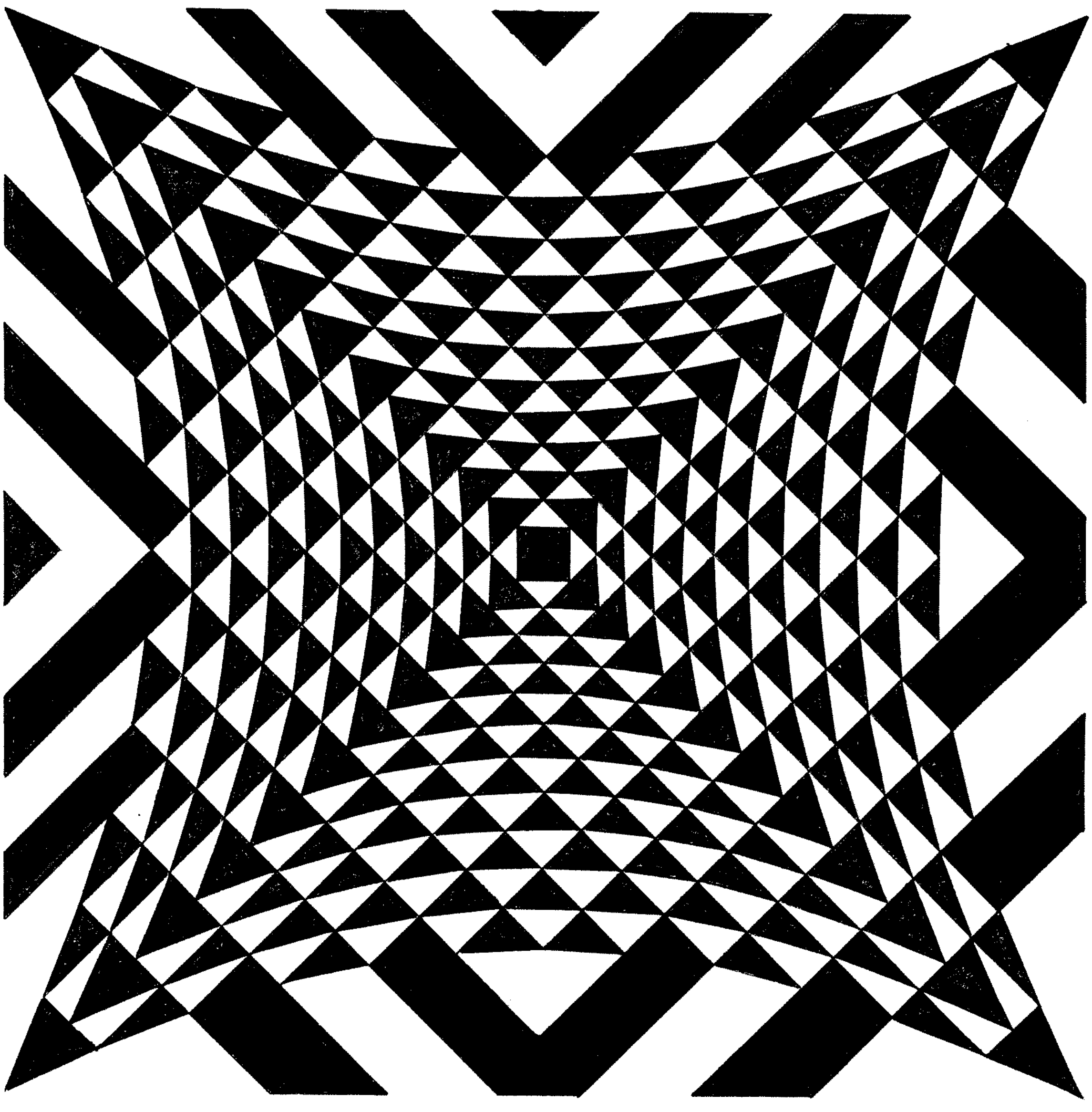
l'ouvert n°5

ORGANE D'INFORMATION ET D'ECHANGE
DE LA REGIONALE APMEP D'ALSACE ET
DE L'IREM DE STRASBOURG — FEV. 75



NOTRE COUVERTURE : "Projet de sol en mosaïque". Echelle 1/40 . Reproduction extraite du livre "un module parcourt l'espace" par L. Empain, édité par Dessain et Tolra. Le dessin a été réalisé en jaune et bleu, d'après les croquis de l'auteur, par André Naurovisky. (cf. commentaires page III de la couverture).

A PROPOS DE LA COUVERTURE

UN LIVRE : "Un module parcourt l'espace" par L. Empain chez Dessain et Tolra. (un volume de 64 pages, 25 francs).

Ce livre porte en sous-titre "l'art et la géométrie" et nous ne saurions trop le recommander aux professeurs férus d'interdisciplinarité.

- Un module parcourt l'espace (en l'occurrence le plan), c'est l'art et la manière d'orienter des triangles rectangles et de les assembler de façon décorative.
- Dans le cas des triangles rectangles isocèles, le mathématicien verra apparaître des tables de pythagore de certains groupes ainsi que certaines relations d'équivalence.
- Une deuxième partie de l'ouvrage s'occupe des "modules variables" et le dessin de couverture montre que les préoccupations mathématiques ne sont pas toujours absentes de l'art.

UN EXERCICE : Les modules (triangles rectangles) du dessin de couverture sont obtenus par deux ensembles de droites parallèles, les deux directions étant orthogonales, dont les distances entre elles sont de 20 cm au centre et augmentent selon une progression géométrique de raison 1,1 .

On vérifiera que les sommets des modules sont sur des hyperboles équilatères dont les asymptotes sont communes pour un quadrant donné.

SOMMAIRE

La vie de la régionale

I - Le premier trimestre de l'année scolaire a été marqué par trois conférences importantes :

le 15 Octobre : "Quelques règles empiriques de l'enseignement" par le professeur G. Polya.

le 24 Octobre : "Applications de la théorie des catastrophes à l'étude du comportement humain" par le professeur E. C. Zeeman.

le 4 Décembre : "Solutions périodiques de certaines équations différentielles" par monsieur B. Schmitt, maître de conférence.

On trouvera dans ce numéro de l'Ouvert les comptes-rendus de ces deux dernières conférences.

II- Nous signalons la réunion de la départementale A.P.M.E.P. du Haut-Rhin, le 15 Janvier 1975. Dans son prochain numéro, l'Ouvert informera ses lecteurs sur les activités de cette départementale.

III- Aux membres du comité de la régionale pour l'année scolaire 74-75, il convient d'adjoindre les deux personnes suivantes :

Mr. BULBER	Directeur de C.E.S. 4, rue Poincaré 67700 SAVERNE	91 - 12 - 68
Mr. GOERG Jean	29, rue St Florent 67200 STRASBOURG	30 - 01 - 87

Applications de la théorie des catastrophes à l'étude du comportement humain

Texte de la conférence du Professeur

E. C. Z E E M A N

prononcée le jeudi 24 octobre 1974

d'après les notes de jean lefort.

APPLICATIONS
DE LA THEORIE DES CATASTROPHES
A L'ETUDE DU
COMPORTEMENT HUMAIN

PRESENTATION PAR LE PROFESSEUR B. MORIN

Monsieur Zeeman est aujourd'hui à Strasbourg pour être reçu Docteur Honoris Causa de l'Université Louis Pasteur, Samedi prochain. Et il mérite cette distinction pour trois raisons au moins :

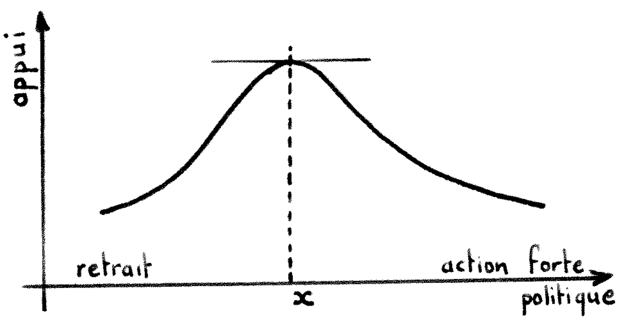
- C'est tout d'abord un illustre universitaire qui a proposé et participé dès 1964 à la création du premier symposium de mathématiques du monde, symposium qui à la différence des colloques ordinaires doit durer une année pleine. C'est lui aussi qui a fondé en même temps que la nouvelle université de Warwick (G.B.), son département de mathématiques.
- C'est ensuite un brillant chercheur ; c'est en effet lui qui a transformé en une oeuvre cohérente (de 1954 à 1965 environ) tous les résultats jusqu'alors épars de la théorie des variétés linéaires par morceaux.
- C'est enfin sa participation et sa contribution à la théorie des catastrophes, théorie qui sera sans doute amenée à jouer un rôle aussi important dans l'étude des sciences humaines que les travaux de Leibnitz en sciences physiques au dix-neuvième siècle. Dès 1962, Zeeman propose un modèle d'un fonctionnement physiologique du cerveau, modèle qu'il appelle "topologie du cerveau". Parallèlement, René Thom cherche à appliquer à la physique (physique quantique) ses méthodes sur les fonctions discontinues. Et c'est la confrontation réciproque de leur travaux qui les amènera à créer la théorie des catastrophes.

Quand on sait que René Thom, bien qu'étant appelé à d'autres tâches, est toujours professeur de la faculté de Strasbourg, on comprend mieux la raison de la distinction qui honore aujourd'hui le professeur Zeeman.

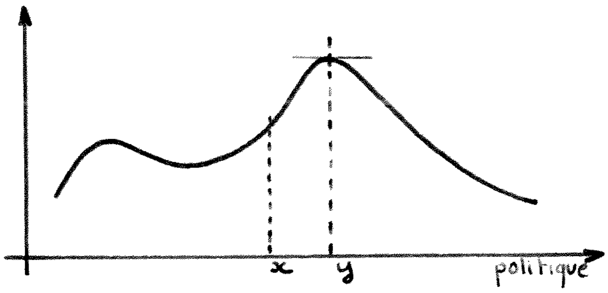
EXPOSE DU PROFESSEUR E. C. ZEEMAN

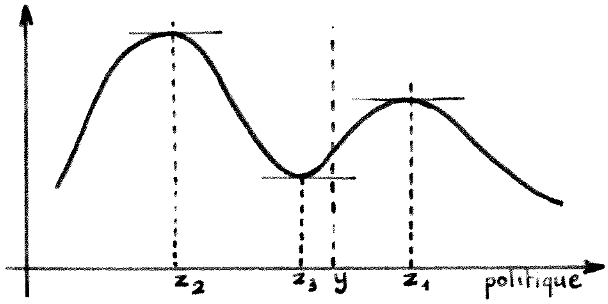
La théorie des catastrophes est la première méthode générale pour l'étude de la discontinuité. Elle a dans l'étude du comportement humain un champ d'application important puisque l'on remarque dans de nombreux exemples qu'un changement lent, minime et continu de l'environnement entraîne un changement brutal de l'attitude humaine. Or la théorie des catastrophes peut parfaitement rendre compte de ces faits, sans aucune déshumanisation, contrairement à ce qui se produit trop souvent en mathématiques. En effet la théorie des catastrophes permet une synthése qualitative.

1er exemple : Considérons l'influence de l'opinion publique sur l'administration. Soit F une fonction continu représentant l'opinion publique. Si l'administration maximalise l'appui de l'opinion publique, dans le cas ci-contre, elle sera amenée à suivre la politique x . Par exemple, dans une guerre, plus x est grand et plus l'action militaire sera forte.



Mais supposons maintenant que l'opinion se divise en colombes et en faucons. Alors l'administration adoptera la politique y par une variation continue de x en y . Supposons de plus que par suite de facteurs externes, il existe un flux continue des faucons vers les colombes de manière à obtenir bientôt une courbe à l'aspect ci-contre. Quel sera l'attitude du gouvernement ? Il est clair que l'attitude z_3 est la moins probable. Il est vraissemblable par contre, que ce sera l'attitude z_1 qui sera choisie, car :

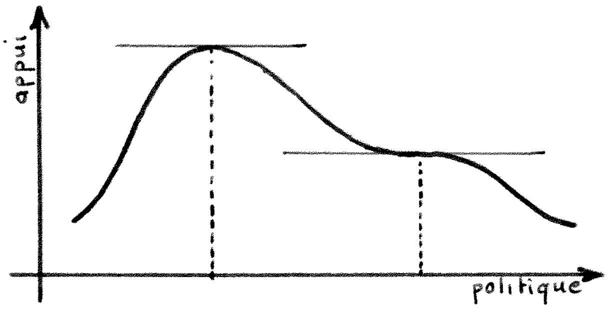




- Il faut prendre des décisions très vite (loi du moindre effort);
- Faute de renseignement, on ne connaît pas la dérivée en y ;
- La pression sociologique entraîne qu'un revirement fait perdre la face ;
- L'inertie entraîne un coût élevé pour un revirement politique ;
- La versatilité de l'opinion publique ne permet pas de renverser la politique à

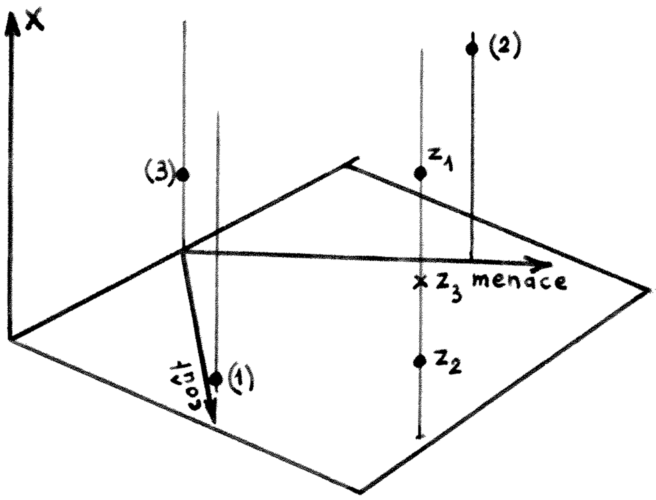
tout bout de champ.

Par conséquent il existe une dynamique D qui maximalise localement la fonction F . Par conséquent, malgré l'opinion publique l'administration suit la politique des faucons et une politique de plus en plus dure à mesure que le peuple aspire à la paix puisque ce seront les plus tièdes des faucons qui passeront aux colombes, entraînant le gouvernement à accentuer son effort de guerre.

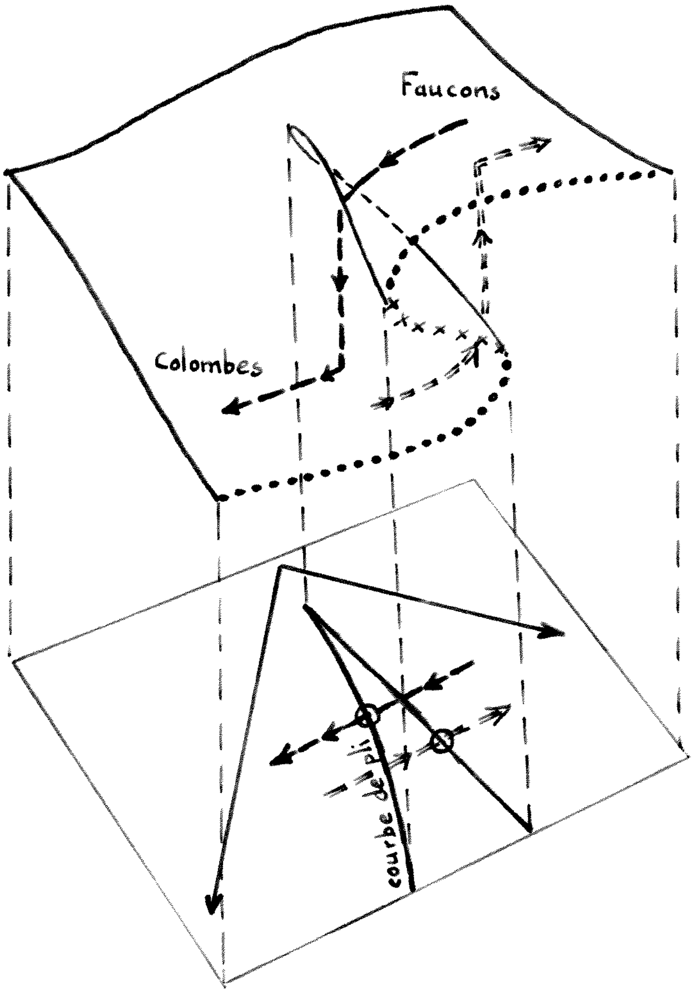


Mais si le flux continue vers les colombes, on arrivera au cas limite représenté par le graphique ci-contre ; alors la dynamique change brutalement de sens pour imposer au gouvernement une politique de paix. Ce revirement brutal est appelé une catastrophe. Il est bien évident qu'on aurait pu échanger le rôle des faucons et des colombes sans rien changer à la théorie.

Essayons de représenter l'ensemble des phénomènes précédents d'une manière plus précise. Pour cela schématisons les causes d'une politique militaire en la conjonction de la menace ressentie et des dépenses engagées. Nous appellerons plan de contrôle le plan engendré par les deux vecteurs unités de menace et de coût. Nous porterons verticalement les extremums des fonctions étudiées précédemment ; nous appellerons cet axe, l'axe des effets et le noterons X . Il est clair que si les frais engagés sont élevés pour une menace

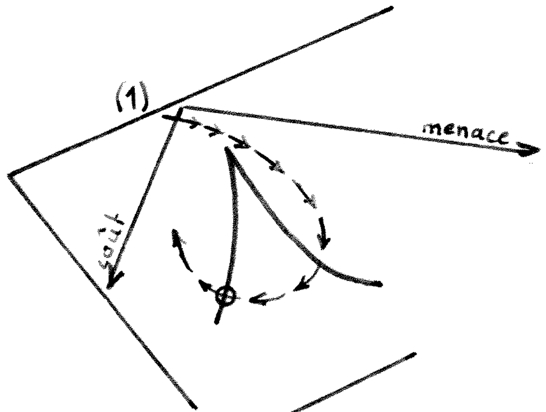


faible, la politique suivie sera faible (1). Inversement, si la menace est forte et les dépenses faibles, la politique suivie sera forte (2). Dans le cas où menace et dépenses engagées sont faibles, la politique suivie sera neutre (3). Mais si menace et dépenses sont élevées, nous avons vu que l'opinion publique peut se diviser, donnant deux politiques possibles en z_1 et en z_2 avec une politique de minimum d'appui en z_3 (cf croquis ci-dessus). En reliant ensemble tous les points et les croix précédents on obtient une surface lisse ; mais ce sont les points qui sont importants et non les croix car un point correspond effectivement à une politique suivie.

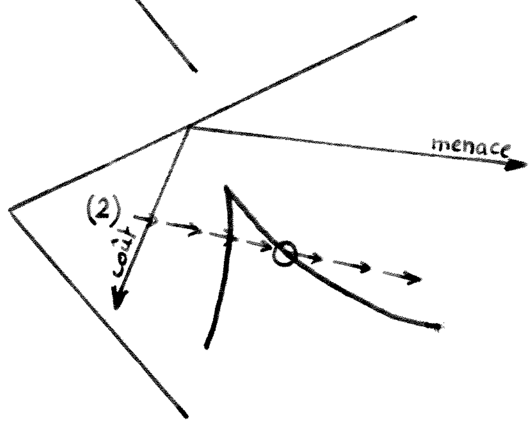


La projection de cette surface dans le plan de contrôle fait apparaître une courbe dite <u>courbe de pli</u>. La partie supérieure de la surface correspond à la politique des faucons et la partie inférieure à celle des colombes. Une politique dure <u>subit une catastrophe</u> au passage du pli : il y a cessez-le-feu (chemin --→--→). Inversement une politique d'apaisement (chemin ⇒⇒) conduit à une déclaration de guerre ; c'est aussi une catastrophe.

<u>Quelques exemples de conflits récents</u> :

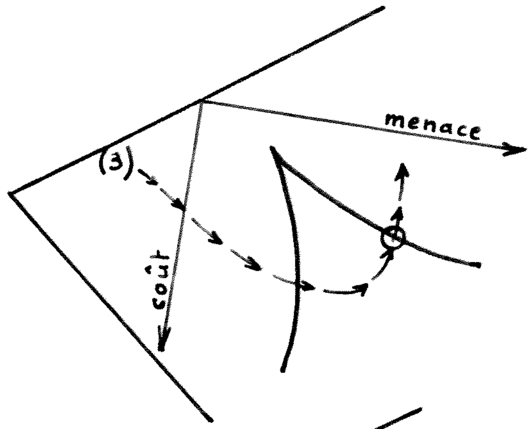


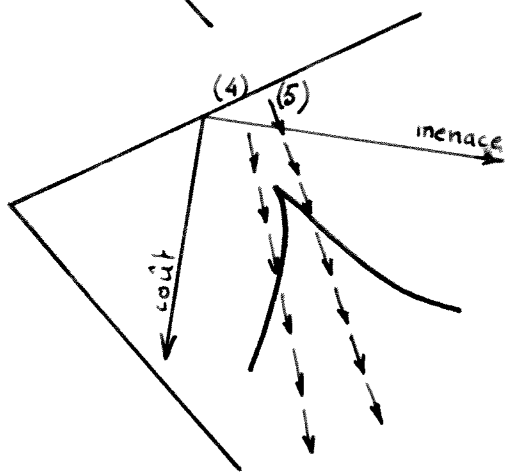
<u>En (1) les U.S.A. au Vietnam</u> : C'est une nation riche qui se sent de plus en plus menacée et augmente en conséquence son effort de guerre alors que la menace devient constante et même diminue, et c'est alors seulement qu'il y a cessez le feu.



<u>En (2) la Grande-Bretagne en 1939</u> : Elle suit une politique d'apaisement puisque ses dépenses militaires n'augmente pas alors que la menace croît. Cela n'empêche pas la déclaration de la guerre.

<u>En (3) l'Egypte face à Israël en 1973</u> : C'est une nation très vulnérable et qui se sent très menacée ; elle suit d'abord





une politique d'apaisement et s'équipe militairement ce qui diminue ses dépenses à long terme et c'est alors qu'Israël s'y attend le moins, puisque la menace n'a pas variée, que la guerre est déclarée.

<u>En (4) et (5) les politiques respectives de l'URSS et des USA devant la crise cubaine</u> : Les politiques initiales sont très voisines, mais l'URSS suit une politique plus pacifique que celle des USA. La guerre est évitée car l'adversaire peut à tout moment sauver la face ; sinon il y aurait eu passage du chemin (4) au chemin (5) et déclaration de la guerre.

Un phénomène analogue se présente souvent en biologie où une petite divergence au départ entraîne une grande divergence par la suite. A l'heure actuelle, la théorie des catastrophes est la meilleure mathématisation possible.

Si au lieu de raisonner comme il a été fait jusqu'ici en dimension deux, on augmente le nombre des dimensions, d'autres phénomène apparaîssent ; c'est ainsi qu'en dimension quatre on peut expliquer le <u>compromis</u>.

Avant de continuer à citer des exemples, donnons un résultat mathématique :

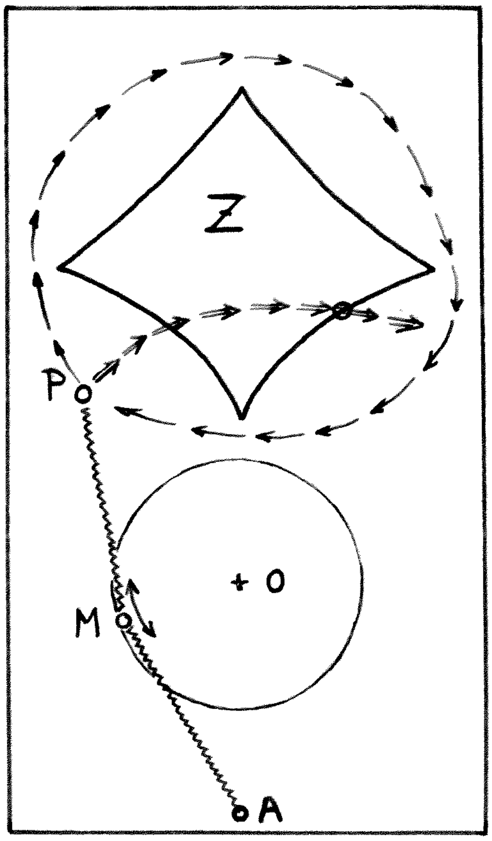
<u>Théorème</u> : Soit C un espace de contrôle de dimension deux ;
Soit X un espace de comportement de dimension arbitraire ;
Soit F une fonction générique sur X ;
Soit D une dynamique qui maximalise ou minimalise F .
Alors le graphique G des maximas de F est une surface dans $C \quad X$ et la frontière de G se compose seulement des courbes de plis et des points anguleux.

Ce théorème permet de déduire les quatre propriétés suivantes (propriétés qui ont été mises en évidence dans les exemples précédents).

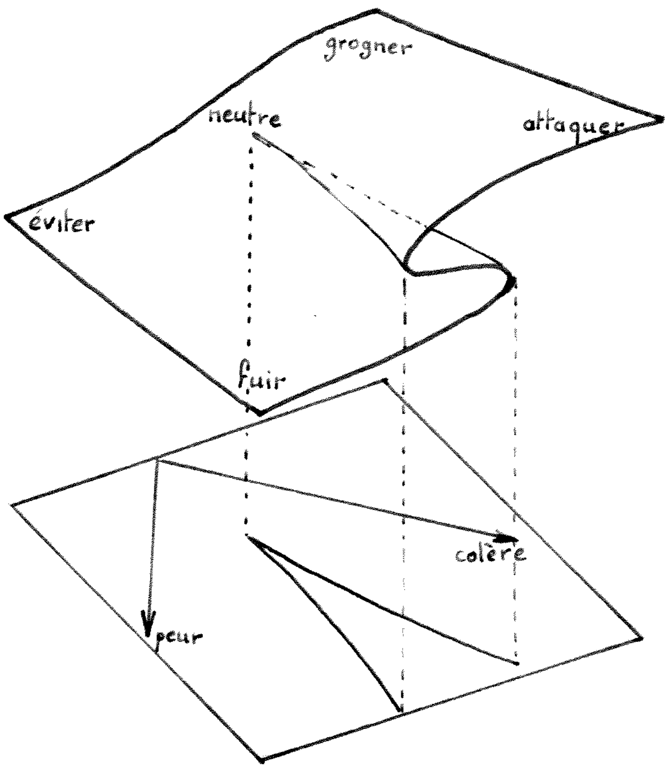
i) bimodalité
ii) catastrophe
iii) hystéresis
iv) divergence

Si un phénomène naturel présente l'une de ces quatre propriétés il faut s'attendre à trouver les trois autres. Mais si la dimension de C est supérieure à deux, d'autres propriétés apparaîssent.

<u>2ème exemple</u> : <u>La machine à catastrophes</u>. Sur une planchette représentant le plan de contrôle, est fixé un cercle mobile autour de son centre O . Un point M de la circonférence de ce cercle est relié par deux élastiques d'une part à un point fixe A de la planchette et d'autre part à un point mobile P sur la planchette. Sous l'action des forces qui agissent en M le cercle prend une position d'équilibre qui dépend de la position du point P sur la planchette. Cette position d'équilibre est unique si P se trouve à l'extérieur de la zone Z qui a sensiblement l'allure d'un as de carreau ; mais il y a deux positions possibles si P est à l'intérieur de Z .(voir dessin ci-contre). Etudions ce qui se passe quand on déplace P de façon continue : Si P suit un chemin continu qui contourne Z le point M varie continuement, et fait un tour complet ; par contre si P suit un chemin qui traverse Z , M passe brutalement d'une position d'équilibre à l'autre au deuxième passage de la frontière de Z : il y a catastrophe. Dans cette expérience, on retrouve facilement les effets de divergence en considérant deux chemins voisins passant de part et d'autre d'un point anguleux et d'hystéresis en considérant un chemin coupant deux fois la frontière de Z et que l'on parcourt en aller et retour.



<u>3ème exemple</u> : Considérons maintenant l'attitude d'un chien qui face à la peur ou à la colère répond par la fuite ou l'attaque (et à un degrè moindre par l'évitement ou le grognement). Si on excite un chien initialemnt calme, il finit par attaquer ; inversement si on augmentait sa peur, il finirait par s'enfuir. (voir croquis page suivante).



Des comportements analogues peuvent se rencontrer chez les humains ; or on sait que l'hypothalamus est à la base de ces comportements ; on pense donc que la théorie des catastrophes permettra une synthèse entre la psychologie et la neurologie.

Reste le problème de la mesure des différents facteurs, en particulier de la peur et de la colère. K. Lorenz a montré dans son livre "l'agression" que chez le chien les comportements de peur et de colère sont parfaitement déterminés, respectivement par l'inclinaison des oreilles et l'ouverture de la bouche.

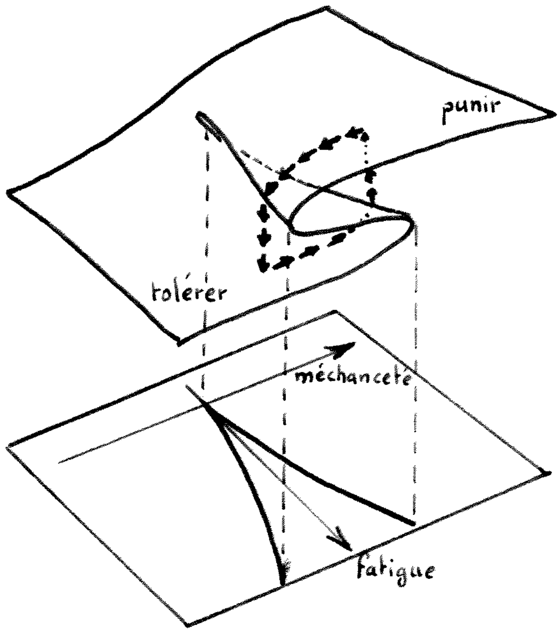
Considérons alors les comportements humains suivants :

1) hystérie
2) abus
3) arguments déraisonnables
4) arguments raisonnables
5) concessions
6) excuses
7) larmes

Mettez un adversaire en colère et brusquement faites lui peur ; alors son attitude passera brutalement de l'utilisation d'arguments déraisonnables à la concession. Mais si vous augmentez petit à petit la colère puis la peur, vous lui interdisez successivement les attitudes 3 et 5 puis 2 et 6 . Si vous voulez cependant l'amener à comprendre votre point de vue, il ne vous reste qu'une solution : vous en allez ! car alors seulement votre adversaire peut revenir au point d'équilibre de son hypothalamus et à l'utilisation d'arguments raisonnables (4).

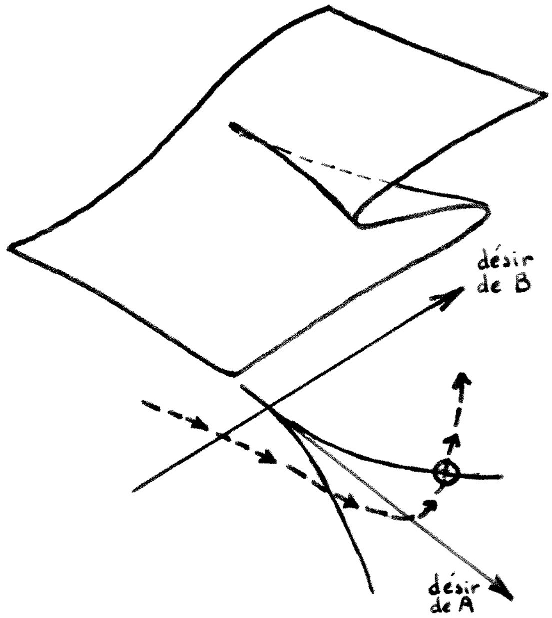
3ème exemple : Prenons le comportement des parents face à leur enfant. Simplifions au maximum et supposons que les parents punissent ou tolèrent les actions de leur enfant considérées comme plus ou moins méchantes et ce en fonction de leur degrè de fatigue.

Sans insister longuement, tous les parents savent qu'ils tolèrent



les actions de leur enfant jusqu'à un certain point où brusquement ils ne le peuvent plus ; alors ils le grondent et tout revient à la normale quand l'enfant est redevenu <u>très</u> sage. On a ici un parfait exemple de cycle d'hystéresis (chemin →→→ sur la figure ci-contre).

<u>4ème exemple</u> : Pour conclure donnons un exemple plus général de l'interaction entre deux personnes ou deux groupes A et B dont l'un A est plus agressif que l'autre B . Pour se fixer les idées, on a par exemple Capitalisme et Communisme, Homme et Femme, deux babouins mâles se disputant le commandement de la tribu... Explicitons le cas du couple. Soit A l'homme et B la femme. Portons dans le plan de contrôle le désir de chaque partenaire. On sait que l'activité sexuelle d'un couple dépend pour beaucoup du désir de l'homme : si l'homme n'a pas un grand désir, l'activité sexuelle est à la discrétion de la femme, par contre si l'homme a un grand désir, l'activité sexuelle du couple est soit intense (la femme étant soumise) soit nulle (la femme ayant peur d'être rapidement submergée).



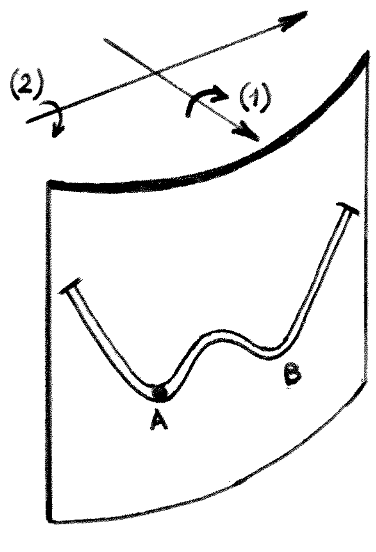
Imaginons alors le petit roman suivant, illustré par la trajectoire dans le plan de contrôle du dessin ci-dessus : Initialement l'homme et la femme se désirent modérément, puis le désir de l'homme augmente très vite jusqu'à la passion la plus extrême, tandis que le désir de la femme croît, lui, plus lentement (faisant ainsi passer le chemin dans le plan de contrôle légèrement à gauche du point anguleux). Pour l'homme rien ne se produit et c'est alors qu'il se découragé et que son désir décroît que la femme lui tombe dans les bras (cercle sur la figure) car son désir à elle à continuer à grandir.

De nombreux autres exemples du comportement humain peuvent s'expliquer par la théorie des catastrophes ; par exemples le stress, l'anxiété, la culpabilité,... Mais on ne sait pas encore si cette théorie permet une analyse suffisament scientifique de ces phénomènes. En particulier, il semble qu'il faille travailler avec un nombre de dimensions égal au nombre de neurones du cerveau ! De toute façon, tous les exemples donnés dans cette conférence sont naïfs et très simplifiés afin de donner un aperçu du nouveau langage qu'est la théorie des catastrophes.

<u>Bibliographie :</u>

- Stabilité structurelle et morphogénèse
  R. Thom — Benjamin 1972
- Use of models in social sciences
  Isnard + Zeeman — L. Collins-Tavistock London 1975
- Lecture notes on elementary catastrophes (dim $\leqslant 5$)
  Warwick University

Après la conférence du professeur Zeeman, Monsieur Maresquelle présenta à l'assistance une machine à catastrophe de son invention :



Sur un carton cintré il est fixé un tube transparent courbé comme il est montré sur la figure ci-contre. A l'intérieur du tube une bille peut se mouvoir, soumise à la seule force de pesanteur. Quand on bascule l'ensemble autour de l'axe (1), on passe brutalement d'une position d'équilibre autour du point A , à une position d'équilibre autour du point B. Mais si on bascule d'abord l'appareil autour de l'axe (2), quelque soit la position autour de l'axe (1), la bille est en équilibre.

Si on veut reprendre l'analogie avec le comportement du chien tel qu'il a été décrit par le professeur Zeeman, on peut dire qu'une rotation autour de l'axe (1) correspond à une augmentation du rapport peur sur colère, tandisqu'une rotation autour de l'axe (2) correspond à une augmentation de la maîtrise de soi.

L'enseignement technologique dans les lycées d'Alsace

Les renseignements qui suivent nous ont été aimablement fournis par le Centre d'Information et d'Orientation de Sélestat.

Si les lecteurs de l'ouvert sont interressés par de tels articles, nous pourrons publier ultérieurement des renseignements analogues sur :

- l'enseignement agricole,
- les B.E.P. ou les C.A.P.,
- l'enseignement post-baccalauréat ....

Pour ce numéro, nous nous sommes limités à l'enseignement technologique dans les lycées d'Alsace (toutes les sections n'ayant pas une préparation dans notre région) ; Ce sont les filières qui se préparent à partir d'une seconde AB , T ou TI. Il faut toutefois noter, qu'en raison de la prochaine réforme (réforme Haby) certaines filières changeront de nom ou apparaîtront comme des options, mais d'après ce que l'on sait à l'heure actuelle les diplômes préparés seront très voisins sinon identiques.

I) A partir des classes de seconde AB.

Ces classes conduisent d'une part au bac. B (économique et social) et d'autre part aux bac. G (technicien économique). Elles sont caractérisées par une initiation aux faits économiques et sociaux (4h.) ; les mathématiques et les sciences physiques occupent chacune 3h., toutefois en mathématique il existe un enseignement facultatif de 2h. recommandé à tous. Différentes options (AB_1 , AB_2 , AB_3) permettent d'harmoniser les préparations en fonction de la provenance des élèves. L'horaire hebdomadaire des élèves est de 35/37 heures.

A l'issue de la seconde AB les élèves se dirrigent vers les :

- lère B et le baccalauréat B économique et social
- lère H et le baccalauréat de technicien en techniques informatiques, sous certaines conditions, en particulier anglais obligatoire et bon niveau en mathématique.
- lère G et les baccalauréats de technicien économique. Il y a trois sections :
  - G_1 : Techniques administratives (secrétariat). Les techniques administratives, le secrétariat, l'organisation des entreprises occupent

15 h. en 1ère et 16 en terminale. Droit et économie générale 4h. La bonne connaissance d'une langue vivante est souhaitable.

- G_2 : Techniques quantitatives de gestion (comptabilité). Les techniques quantitatives de gestion, l'économie et l'organisation des entreprises, la comptabilité occupent 14 heures en 1ère et 13 en terminale ; droit et économie générale 4h. Un bon niveau en mathématiques est indispensable.

- G_3 : Techniques commerciales. Les techniques commerciales, l'organisation des entreprises représentent respectivement 14 et 13 heures. Droit et économie générale 4h. Aptitude à établir des contacts humains un bon niveau en mathématiques et en langues sont nécessaires.

Le baccalauréat de technicien économique sanctionne un enseignement général et un enseignement professionnel. Il permet d'accéder à une profession (secrétariat, comptabilité, commerce, banque, assurances, etc.), mais aussi de poursuivre certaines études supérieures (I.U.T. et brevets de technicien supérieur, par exemple).

II) A partir des classes de seconde T.

Ces classes conduisent aux baccalauréats de technicien F et H. Elles conduisent également au baccalauréat E (mathémtiques et technique). Les secondes T_1 , T_2 , T_3 et T_4 ont les mêmes horaires en mathématiques (5h.) et en sciences physiques (4h.) que la seconde C. Les disciplines littéraires ont un horaire un peu moins important. Les disciplines techniques (dessin industriel, technologie, travaux pratiques) tiennent une large place (12h.). L'horaire hebdomadaire des élèves est de 35/36 heures.

Les classes de seconde T comportent les options suivantes :

2 T 1 : mécanique - électricité : Un bon niveau en mathématiques est demandé. Elles conduisent, outre à la section E, aux sections :

- F_1 : Construction mécanique. L'entrée dans la vie active se fait dans des entreprises de construction mécanique (automobile, aéronautique, etc.) dans des ateliers de fabrication et les bureaux d'études.

- F_2 : Electronique. L'entrée dans la vie active se fait dans la construction radioélectrique, dans les entreprises utilisant des appareillages électroniques (aéronautique, télécommunication). Travail en bureau d'études, en laboratoires d'essais et de contrôle fabrication.

- F_3 : Electrotechnique. L'entrée dans la vie active se fait dans les entreprises industrielles de construction électrique : bureaux d'études, laboratoires d'essais et de contrôle fabrication.

Dans ces trois sections, l'horaire est moins chargé en mathématiques (3 ou 4 h.) qu'en seconde. Les travaux d'atelier, le dessin technique, la technologie tiennent une place très importante (la moitié de l'horiaire global environ).

- H : Informatique. L'horaire de mathématiques est de 5 heures, celui de physique de 2. La programmation, la technologie et l'économie des entreprises occupent 12 heures. L'entrée dans la vie active se fait comme programmeur dans les sociétés de construction d'ordinateurs et dans les entreprises utilisant des ordinateurs.

2 T 2 : génie civil (bâtiment et travaux publiques) : Cette section demande également un bon niveau en mathématiques. Elle conduit aux premières et terminales F_9 (Equipement technique du bâtiment). Les matières scientifiques (math., mécanique, résistance des matériaux, physique, mécanique des fluides) occupent une quinzaine d'heures, les matières professionnelles en représentant autant. L'entrée dans la vie active peut se faire dans les installations thermiques, les bureaux d'études de chauffage, les exécutions de dessins d'installations, chantiers d'installations de chauffage, installations sanitaires.

2 T 3 : laboratoire (option dessin industriel, option techniques biologiques) :
Cette section conduit aux :

- F_5 : Physique. L'enseignement général porte sur les mathématiques (5 heures en 1ère et 8 en terminale) et sur les sciences physiques (8h.) Aux travaux pratiques de physique (9h. puis 12 h.) s'ajoutent dessin, technologie et atelier. L'entrée dans la vie active se fait dans les laboratoires de contrôle et d'essais : montage-réglage, entretien et réparation des appareils de mesure, contrôle des mesures. Emplois aussi dans la petite et grosse métallurgie, les aciéries, la chimie, les fonderies, etc.
- F_6 : Chimie. Les sciences physiques (7 et 5h.) tiennent la première place alors que les mathématiques n'occupent que 3 puis 2 heures. Aux travaux pratiques de physique et chimie (12 puis 13 h.) s'ajoutent technologie et montage d'appareils. L'entrée dans la vie active a lieu dans les laboratoires d'usines chimiques ou d'entreprises industrielles.
- F_7 et Terminale F_7 : biochimie ; $F_{7'}$: biologie. Les mathématiques occupent 2 heures les sciences physiques 5, les sciences biologiques 3.

Les travaux pratiques occupent 16 heures. L'entrée dans la vie active se fait, pour F_7 (biochimie) dans les laboratoires de contrôle et de recherches de l'industrie, l'industrie alimentaire et pharmaceutique ; pour $F_{7'}$ (biologie) dans les laboratoire d'analysesmédicale, de recherches médicales et dans les laboratoires d'hôpitaux.

2 T 4 : sciences médico-sociales : Dans cette section, les sciences et techniques médico-sociales occupent 8 heures, les sciences biologiques 4 heures. Elle conduit à :

- F_8 : Science médico-sociale. L'ensignement scientifique occupe 8 h. dont 2 pour les mathématiques. Les enseignements professionnels (droit science et technique médico-sociales, économie, législation sociale, technologie médicale, dactylographie) occupent 13 h. en lère et 14 en terminale. L'entrée dans la vie active se fait dans le secrétariat médical (hôpitaux, cliniques, cabinets médicaux).

2 T 5 : musique : 10 heures sont consacrées aux enseignements musicaux, 5 aux mathématiques et 2 aux sciences physiques. Une solide formation musicale est indispensable. Cette section conduit à :

- F_{11} : Musique. où prédominent les enseignements musicaux. Les mathématiques n'occupent que 4 heures en lère et 2 en terminale. Entrée dans la vie active dans les discothéques ou comme exécutant ou interprète. Des débouchés dans l'enseignement ne sont pas exclus.

Les baccalauréats de techniciens permettent aussi de poursuivre des études supérieures, soit en I.U.T. soit en préparant un B.T.S.. Quelques écoles d'ingénieurs leur sont accessibles, principalement aux baccheliers F1, F2 et F3. Il faut alors un très bon niveau en mathématiques et des aptitudes au raisonnement abstrait. Le baccalauréat F8 permet d'entrer dans les écoles d'assistantes sociales et d'infirmières, ainsi que dans les écoles préparant au B.T.S. de diététique.

La section E : mathématiques et techniques : Pour accéder à une première E il faut avoir fait une 2T1. L'enseignement scientifique qui y est dispensé est voisin de celui des classes de C (mathématiques 6 h. puis 8 h.). S'y ajoutent le dessin industriel et la technologie (8 puis 7 h.) et les travaux d'atelier (4h.).

L'entrée dans le monde du travail demande en général un complément de formation pour les bacheliers E. Toutefois certaines entreprises industrielles et commerciales, les banques, les compagnies d'assurances, les services techniques de la fonction publique, la S.N.C.F. peuvent les accueillir.

Le baccalauréat E offre un large éventail de possibilités quant à la poursuite des études, en particulier :

- Ecoles nationales d'ingénieurs et instituts nationaux des sciences appliquées.
- Classes préparatoires aux grnades écoles scientifiques.
- Etudes supérieures de sciences, de sciences économiques ou commerciales.
- I. U. T. et classes de préparation au Brevet de Technicien Supérieur.

III) A partir des classes de seconde TI.

Les études sont particulières à chaque formation dès la classe de seconde et ne permettent pas de choix à l'entrèe en première. L'enseignement dans les différentes sections de seconde TI présente une caractéristique commune : l'enseignement général y est de 18 à 20 heures dont 5 en mathématiques ; l'enseignement professionnel (atelier, dessin industriel, technologie) occupe en règle général 16 à 18 heures.

En première et en terminale, l'enseignement professionnel prend une place plus importante (22 à 24 heures)que l'enseignement général (14 à 15 heures). En règle générale une bonne habileté manuelle est nécessaire.

Les classes préparant aux différents brevets de techniciens sont ouvertes aux jeunes filles, à l'exception de celles conduisant à des métiers interdits aux femmes par le code du travail.

Le niveau acquis permet au technicien breveté, une fois entré dans la vie active de suivre des cours de promotion. Il permet aussi, tout au moins pour un certains nombres de brevets de techniciens, de préparer un brevet de technicien supérieur dans un lycée technique.

Les sections préparées en Alsace sont au nombre de six, sous réserve de l'ouverture à la rentré 1975 de la seconde TI de mécanique automobile au LTI de Sélestat.

Industrie de l'habillement : le technicien exerce le plus souvent ses fonctions au bureau d'études de l'entreprise (organisation des opérations de fonction d'un atelier).

Collaborateur d'architecte : Au bureau d'études, concourt à l'élaboration des projets met au net croquis et dessins, étudie les devis. Sur le chantier prend part à la surveillance des travaux.

Ameublement : Ebénisterie, surtout la conception.

Mécanique automobile : Le technicien participe en usine à la fabrication en série : montage des différents organes, assemblage ; peut également travailler en bureaux d'études et en atelier d'essais.

Hôtellerie : Deux options : A) Cuisine-restaurant , B) réception et tâches de secré-

tariat. Débouchés dans l'hôtellerie et la restauration (chaînes, motels), mais aussi dans les collectivités, les villages et camps de vacances, etc.
Pour entrer en seconde TH (technique hôtelière), les élèves doivent avoir reçu l'avis favorable du conseil d'orientation et en outre avoir subi un examen (tests d'aptitude, langue vivante étrangère, français).
Tourisme : Trois options : Voyage et transport de voyageurs, Information touristique, Hôtesse d'accueil. Emplois dans les agences de voyage, les organismes de tourisme, les clubs de vacances, les compagnies de transport. (Deux langues vivantes obligatoires).

Le tableau de la page suivante donne la liste des établissements où sont données les préparations aux filières indiquées ci-dessus : En ordonnée, localisation des établissements ; en abcisse section préparée. Une case noire indique que la préparation en question a lieu dans l'établissement considéré.

POST - SCRIPTUM : Au moment d'envoyer ce numéro à l'impression, nous recevons le numéro 128 des "Cahiers Pédagogiques" qui traite de l'enseignement technique . Bien que ce numéro soit d'avantage orienté vers les C.E.T. il met en lumière un certain nombre de problèmes propres à l'enseignement technique et nous ne saurions trop recommander sa lecture à tous les professeurs qui à un moment ou à un autre sont amenés à conseiller une orientation vers le technique à certain de leurs élèves.

1, 2, 3, 4, 5.
6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10.
12 ?
11 !

Poème mathématique extrait d'un ouvrage collectif : "La littérature potentielle" et signé oulipo , paru chez Gallimard dans la collection "idées".

	E	F_1	F_2	F_3	F_5	F_6	$F_{7'}$ F_7	F_8	F_9	F_{11}	G_1	G_2	G_3	H	Brevet de Technicien: Ameublement	Collabo. Archit.	Hôtellerie	Ind. Habillement	Tourisme	Mécanique Auto.
	T_1				T_3			T_4	T_2	T_5	AB			C						
ALTKIRCH L·N· "J·J· Henner"											■									
BARR L·N· "Schuré"											■									
BISCHWILLER L·C·M· municipal											■	■								
COLMAR L·T·N·	■	■		■							■	■								
GUEBWILLER L·C·N·											■	■								
GUEBWILLER L·T·N·		■		■																
HAGUENAU L·T·C· "Siegfried"								■			■	■	■							
HAGUENAU L·T·I·	■	■		■																
ILLKIRCH-GRAFFEN. L·T· munic.																	■		■	
MULHOUSE L·E· "Schweitzer"											■	■	■							
MULHOUSE L·E· "Montaigne"								■			■		■							
MULHOUSE L·T·E·	■	■	■	■		■	■													
MUNSTER L·P·N·											■	■								
SAINT-LOUIS L· Polyvalent	■	■		■							■	■								
SAVERNE L·N· "Leclerc"											■	■								
SELESTAT L·N· "Koeberlé"								■			■	■								
SELESTAT L·T·I· "Schwilgué"	■	■		■																■
STRASBOURG L· "Kléber"										■										
STRASBOURG L·C·M· J·F·											■									
STRASBOURG L·T· J·F·					■	■	■											■		
STRASBOURG L·T· "Couffignal"	■	■	■	■					■						■	■				
STRASBOURG L·T·C·											■	■	■	■						
STRASBOURG "Ste Clotilde"								■			■	■								
THANN L·N· "Scheurer-Kestner"											■									

Le jeu de Nim

Le jeu de Nim est souvent connu en France sous le nom de jeu de Marienbad, depuis le film "l'année dernière à Marienbad" où l'on y voit un joueur acharné. *

D'une façon générale le jeu de Nim se joue comme suit :

Un nombre quelconque d'allumettes sont mises en plusieurs tas, le nombre des tas et celui des allumettes dans chaque tas étant arbitraire. On joue à deux : A et B . Le premier joueur A prend un nombre quelconque d'allumettes dans un tas ; il peut n'en prendre qu'une, ou un nombre quelconque jusqu'à la totalité du tas, mais il ne doit toucher qu'à un seul tas. B alors joue de la même façon et les joueurs continuent à tour de rôle. Le joueur qui prend la dernière allumette gagne.

Il existe une théorie mathématique précise du jeu, et l'un ou l'autre des joueurs peut toujours s'arranger pour gagner.

On définit une position *gagnante* comme une position telle que si l'un des joueurs J (A ou B) y arrive par son jeu laissant son adversaire K (B ou A) jouer ensuite, alors, quoique fasse K , J peut jouer de façon à gagner. Toute autre position sera appelée position *perdante*.

Par exemple, la position ../.. ou (2,2) est une position gagnante. Si A laisse cette position à B , B doit prendre une des allumettes d'un tas ou les deux. Si B en prend deux, A prendra les deux restantes ; si B en prend une, A en prendra une dans l'autre tas ; dans les deux cas A gagne. De la même façon le lecteur vérifiera aisément que ./../... ou (1,2,3) est une position gagnante.

On définit ensuite une position *correcte*. Pour cela, on exprime le nombre d'allumettes de chaque tas dans le système binaire et on forme le tableau T en les écrivant les uns au dessous des autres. Ainsi (2,2) , (1,2,3) et (2,3,6,7) donnent les tableaux :

$$\begin{array}{r} 10 \\ \underline{10} \\ 20 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 01 \\ 10 \\ \underline{11} \\ 22 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 010 \\ 011 \\ 110 \\ \underline{111} \\ 242 \end{array}$$

---

* Il s'agit toutefois d'une variante du jeu expliqué ici. Voir à ce propos le dernier paragraphe de l'article.

Il est plus agréable d'écrire, 01 , 010 ,... pour 1 , 10 ,... afin d'égaliser le nombre de chiffres de chaque ligne. Ensuite on additionne les colonnes comme indiqué dans le tableau (sans faire de retenues). Si la somme de chaque colonne est paire (comme dans les exemples ci-dessus) la position est dite correcte. Dans le cas contraire, la position est dite <u>incorrecte</u>. Ainsi (1,3,4) est incorrecte.

<u>Théorème</u> : Une position du jeu de Nim est une position gagnante si et seulement si c'est une position correcte.

1) Considérons d'abord le cas particulier dans lequel aucun tas ne contient plus d'une allumette. Il est évident que la position est gagnante si le nombre d'allumettes laissées est pair et perdante s'il est impair ; et les mêmes conditions définissent les positions correctes et incorrectes.

2) Supposons que J doive jouer à partir d'une position correcte. Il doit remplacer un nombre définissant une ligne de T par un nombre plus petit. Si on remplace un nombre quelconque écrit dans le système binaire, par un nombre plus petit, on change la parité d'au moins un de ses chiffres. Par conséquent, <u>si J joue à partir d'une position correcte, il la transformera nécessairement en une position incorrecte.</u>

3) Si une position est incorrecte, alors la somme d'au moins une colonne de T est impaire. Supposons pour fixer les idées que les sommes soient :

paire, paire, impaire, paire, impaire, paire.

Alors il y a au moins un 1 dans la troisième colonne, (la première ayant une somme impaire). Supposons (à nouveau pour fixer les idées) qu'une ligne dans laquelle cela se produit soit :

$$\begin{array}{cccccc} & & * & & * & \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array}$$

les astérisques indiquant que les nombres en dessous appartiennent à une colonne dont la somme est impaire. On peut remplacer ce nombre par le nombre plus petit :

$$\begin{array}{cccccc} & & * & & * & \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

dans lequel les chiffres sous astérisques et ceux-là seulement ont été changés. Effectivement, cette modification correspond à un jeu possible et rend la somme de chaque colonne paire. Cette démonstration s'étend sans peine au cas général. Finalement <u>J s'il se trouve devant une position incorrecte peut toujours la transformer en une position correcte.</u>

4) Si A laisse une position correcte à B , ce dernier est obligé de la transformer en une position incorrecte, et A peut alors jouer pour retrouver une position correcte. Ce processus continuera jusqu'à ce que chaque tas soit éliminé

ou qu'il ne contienne plus qu'une seule allumette. Le théorème est ainsi ramené au cas particulier déjà démontré.

La fin du jeu est maintenant claire. En général, la position initiale est incorrecte et le premier joueur gagne s'il joue soigneusement, mais il perd si la position initiale est correcte et que le deuxième joueur joue soigneusement.*

Il existe une variante dans laquelle le joueur qui prend la dernière allumette <u>perd</u>. La théorie est la même aussi longtemps qu'il reste un tas contenant plus d'une allumette. Ainsi (2,2) et (1,2,3) sont encore des positions gagnantes. Le lecteur réfléchira lui-même aux petites variations de tactique à apporter à la fin du jeu.

Extrait de "An introduction to the theory of numbers" par Hardy et Wright
Traduction de J. Lefort.

---

* Quand on joue contre un adversaire qui ne connaît pas la théorie du jeu, on n'a pas besoin de jouer strictement suivant la règle. Le joueur expérimenté peut jouer au hasard jusqu'à ce qu'il reconnaisse une position gagnante d'un type relativement simple. Il est facile de savoir que :

$(1,2n,2n+1)$, $(n,7-n,7)$, $(2,3,4,5)$

sont des positions gagnantes ; que $(1,2n+1,2n+2)$ est une position perdante et que la combinaison de deux positions gagnantes est une position gagnante.

La façon de gagner n'est pas toujours unique. La seule façon de rendre correcte la position incorrecte (1,3,9,27) est d'ôter 16 de 27. La position (3,5,7,8,11) est aussi incorrecte, mais on peut la rendre correcte en ôtant 2 de 3, de 7 ou de 11.

Addition et multiplication des fonctions polynômes à une variable

Le texte ci-dessous traite d'une certaine manière de calculer les additions et les multiplications des fonctions polynômes et de quelques applications (problèmes de B.E.P.C. ou autre).

J'ai pratiqué cette méthode dans deux classes de troisième où j'ai obtenu d'excellents résultats : calcul beaucoup plus rapide des produits de polynômes et risque d'erreurs très réduit.

Nous n'opérons que sur des fonctions polynômes <u>ordonnés</u> dans le sens des <u>puissances croissantes</u>.

I- LA LISTE DES COEFFICIENTS DE LA FONCTION POLYNOME

Soit $A(x)$ la fonction polynôme telle que :

$A(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_4x^4 + a_5x^5 + a_7x^7$

(a_0 est le coefficient de la fonction monôme a_0x^0 ; a_p est le coefficient de la fonction monôme a_px^p ; l'indice du coefficient a étant égal au degré de la fonction monôme correspondante.)

Une autre écriture de $A(x)$ qui fait apparaître tous les monômes depuis celui de degré 0 jusqu'à celui de degré le plus grand est :

$A(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + 0x^3 + a_4x^4 + a_5x^5 + 0x^6 + a_7x^7$

La liste des coefficients de $A(x)$ notée C_A est l'ensemble ordonné tel que :

$\underline{C_A = (a_0 , a_1 , a_2 , 0 , a_4 , a_5 , 0 , a_7)}$

<u>Remarque</u> : Si une fonction polynôme P est de degré n, sa liste C_P a $(n+1)$ éléments.

II- ADDITION DES FONCTIONS POLYNOMES

Soient les trois fonctions polynômes telles que :

$A(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_5x^5 + a_6x^6 + a_8x^8$

$B(x) = b_0 + b_2x^2 + b_3x^3 + b_4x^4 + b_6x^6 + b_8x^8$

$C(x) = c_1x + c_2x^2 + c_3x^3 + c_4x^4 + c_5x^5 + c_7x^7$

Nous avons les listes correspondantes C_A , C_B , C_C :

$C_A = (a_0 , a_1 , a_2 , 0 , 0 , a_5 , a_6 , 0 , a_8)$
$C_B = (b_0 , 0 , b_2 , b_3 , b_4 , 0 , b_6 , 0 , b_8)$
$C_C = (0 , c_1 , c_2 , c_3 , c_4 , c_5 , 0 , c_7 , 0)$

Soit $S(x) = A(x) + B(x) + C(x)$; déterminons C_S :

Disposition pratique de l'opération somme :

C_A	a_0	a_1	a_2	0	0	a_5	a_6	0	a_8
C_B	b_0	0	b_2	b_3	b_4	0	b_6	0	b_8
C_C	0	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	0	c_7	0
C_S	$a_0 + b_0$	$a_1 + c_1$	$a_2 + b_2 + c_2$	$b_3 + c_3$	$b_4 + c_4$	$a_5 + c_5$	$a_6 + b_6$	c_7	$a_8 + b_8$

La fonction polynôme associée à la liste C_S est :

$$S(x) = (a_0 + b_0) + (a_1 + c_1)x + (a_2 + b_2 + c_2)x^2 + (b_3 + c_3)x^3 + (b_4 + c_4)x^4 + (a_5 + c_5)x^5 + (a_6 + b_6)x^6 + c_7x^7 + (a_8 + b_8)x^8$$

III- MULTIPLICATION D'UNE FONCTION POLYNOME PAR UNE FONCTION MONOME

Soit la fonction polynôme $A(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_4x^4$; on a $C_A = (a_0 , a_1 , a_2 , 0 , a_4)$.

Soient $b_0 , b_1 , b_2 , b_3 , b_m$ des réels quelconques et soient les fonctions monômes

$B_0(x) = b_0$ degré 0
$B_1(x) = b_1x$ degré 1
$B_2(x) = b_2x^2$ degré 2
$B_3(x) = b_3x^3$ degré 3
$B_m(x) = b_mx^m$ degré m

1) Soit $P_0(x) = B_0(x) \times A(x) = b_0 \times A(x)$

On a $P_0(x) = b_oa_o + b_oa_1 x + b_oa_2 x^2 + b_oa_4 x^4$

$$C_{P_o} = (b_oa_o , b_oa_1 , b_oa_2 , 0 , b_oa_4)$$

La liste des éléments de P_o a autant d'éléments que celle de A . Ses éléments sont les produits de b_o par les éléments correspondants de C_A .

2) Soit $\underline{P_1(x) = B_1(x) \times A(x) = b_1 x \times A(x)}$

On a $P_1(x) = b_1 a_o\, x + b_1 a_1\, x^2 + b_1 a_2\, x^3 + b_1 a_4\, x^5$

$$C_{P_1} = (0 , b_1 a_o , b_1 a_1 , b_1 a_2 , 0 , b_1 a_4)$$

La liste des éléments de P_1 a un élément de plus que celle de A, **le premier élément étant nul**, les usivants étant les produits de b_1 par les éléments de C_A.

3) Soit $\underline{P_2(x) = B_2(x) \times A(x) = b_2 x^2 \times A(x)}$

On a $P_2(x) = b_2 a_o\, x^2 + b_2 a_1\, x^3 + b_2 a_2\, x^4 + b_2 a_4\, x^6$

$$C_{P_2} = (0 , 0 , b_2 a_o , b_2 a_1 , b_2 a_2 , 0 , b_2 a_4)$$

La liste des éléments de P_2 a deux éléments de plus que celle de A, les 2 premiers étant nuls, les autres étant les produits de b_2 par les éléments de C_A.

4) Soit $\underline{P_3(x) = B_3(x) \times A(x) = b_3 x^3 \times A(x)}$

On a $C_{P_3} = (0 , 0 , 0 , b_3 a_o , b_3 a_1 , b_3 a_2 , 0 , b_3 a_4)$

La liste des éléments de P_3 a trois éléments de plus que celle de A, les 3 premiers étant nuls, les autres étant les produits de b_3 par les éléments de C_A.

5) Soit $\underline{P_m(x) = B_m(x) \times A(x) = b_m x^m \times A(x)}$

On a $C_{P_m} = (0 , 0 , 0 , \ldots\ldots , b_m a_o , b_m a_1 , b_m a_2 , 0 , b_m a_4)$

La liste des éléments de P_m a m éléments de plus que celle de A, les m premiers étant nuls, les autres étant les produits de b_m par les éléments de C_A.

6) Soit $\underline{p(x) = 0 \times A(x)}$

$C_p = (0 , 0 , 0 , 0 , 0)$ ou plus simplement $C_p = (0)$.

IV - MULTIPLICATION DE DEUX FONCTIONS POLYNOMES

Soient $A(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_4 x^4$

$B(x) = b_0 + b_1 x + b_3 x^3 + b_5 x^5$

On a $C_A = (a_0 , a_1 , a_2 , 0 , a_4)$

$C_B = (b_0 , b_1 , 0 , b_3 , 0 , b_5)$

On a $A(x) \times B(x) = P(x)$

$$P(x) = b_0 A(x) + b_1 x \,.\, A(x) + 0.A(x) + b_3 x^3 .\, A(x) + 0.A(x) + b_5 x^5 .\, A(x)$$

Disposition pratique de la multiplication :

C_B \ C_A	a_0	a_1	a_2	0	a_4					
b_0	b_0a_0	b_0a_1	b_0a_2	0	b_0a_4					
b_1	0	b_1a_0	b_1a_1	b_1a_2	0	b_1a_4				
0	0	0								
b_3	0	0	0	b_3a_0	b_3a_1	b_3a_2	0	b_3a_4		
0	0	0	0	0						
b_5	0	0	0	0	0	b_5a_0	b_5a_1	b_5a_2	0	b_5a_4
C_P	b_0a_0	b_0a_1 + b_1a_0	b_0a_2 + b_1a_1	b_1a_2 + b_3a_0	b_0a_4 + b_3a_1	b_1a_4 + b_3a_2 + b_5a_0	b_5a_1	b_3a_4 + b_5a_2	0	b_5a_4

$$P(x) = b_oa_o + (b_oa_1 + b_1a_o)x + (b_oa_2 + b_1a_1)x^2 + (b_1a_2 + b_3a_0)x^3 + (b_0a_4 + b_3a_1)x^4$$
$$(b_1a_4 + b_3a_2 + b_5a_0)x^5 + (b_5a_1)x^6 + (b_3a_4 + b_5a_2)x^7 + (b_5a_4)x^9$$

Explication de la disposition : On dispose C_A en haut, horizontalement ; on dispose C_B à gauche, verticalement. On écrit les premiers 0 du produit (escalier aux marches en tireté) ; on écrit les autres coefficients. On effectue la somme des coefficients de chaque colonne pour obtenir la liste du polynôme produit $P(x)$.

V- EXEMPLE DE CALCUL DU PRODUIT DE DEUX FONCTIONS POLYNOMES

Soit $f(x) = 2 + 3x - 5x^3 + x^4 - 9x^5$; calculons $(f(x))^2$:

c_f \ C_f	2	3	0	-5	1	-9					
2	4	6	0	-10	2	-18					
3	0	6	9	0	-15	3	-27				
0	0	0									
-5	0	0	0	-10	-15	0	25	-5	45		
1	0	0	0	0	2	3	0	-5	1	-9	
-9	0	0	0	0	0	-18	-27	0	45	-9	81
C_f2	4	12	9	-20	-24	-30	-29	-10	91	-18	81

$$(f(x))^2 = 4 + 12x + 9x^2 - 20x^3 - 26x^4 - 30x^5 - 29x^6 - 10x^7 + 91x^8 - 18x^9 + 81x^{10}$$

VI- FACTORISATION D' UN TRINOME DU DEUXIEME DEGRE (sujet de B.E.P.C.)

Soit $p(x) = (2x+3)^2 - (7-5x)(6+4x) + 18 - 8x^2$

1º) Développer, réduire et ordonner $p(x)$.

2º) Factoriser $p(x)$.

1º) $p(x) = -15 + 14x + 16x^2$

2º) Si la factorisation de $p(x)$ est possible, alors l'un des facteurs, binôme du premier degré est $(2x+3)$. Cherchons le deuxième facteur sous la forme $(ax+b)$:

On a : $p_1(x) \text{ X } p_2(x) = p(x)$

avec : $p_1(x) = 3 + 2x$ et $C_{p_1} = (3, 2)$

$p_2(x) = b + ax$ et $C_{p_2} = (b, a)$

$C_p = (-15, 14, 16)$

C_{p_2} \ C_{p_1}	3	2	
b	3 b	2 b	
a	0	3 a	2 a
C_p	3 b = -15	(2b+3a) = 14	2 a = 16

Donc $p(x) = (3 + 2x)(-5 + 8x)$

VII- DETERMINER LA FONCTION POLYNOME B(x) TELLE QUE A(x).B(x) = P(x)

$A(x) = 2 + 3x + 5x^2$

$P(x) = 14 + 23x + 46x^2 + 29x^3 + 56x^4 + 57x^5 + 45x^6$

$A(x)$ est de degré deux, $P(x)$ est de degré six, donc $B(x)$ sera de degré quatre. Soit $B(x) = a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4$.

On a : $C_A = (2, 3, 5)$

$C_B = (a, b, c, d, e)$

$C_P = (14, 23, 46, 29, 56, 57, 45)$

$C_A \backslash C_B$	a	b	c	d	e		
2	2 a	2 b	2 c	2 d	2 e		
3	0	3 a	3 b	3 c	3 d	3 e	
5	0	0	5 a	5 b	5 c	5 d	5 e
C_p	14	23	46	29	56	57	45

Ce qui donne le système suivant :

$$\left.\begin{array}{rcl} 2a & = & 14 \\ 2b + 3a & = & 23 \\ 2c + 3b + 5a & = & 46 \\ 2d + 3c + 5b & = & 29 \\ 2e + 3d + 5c & = & 56 \\ 3e + 5d & = & 57 \\ 5e & = & 45 \end{array}\right\} \Longleftrightarrow \left\{\begin{array}{rcl} a & = & 7 \\ b & = & 1 \\ c & = & 4 \\ d & = & 6 \\ e & = & 9 \end{array}\right.$$

D'où $C_B = (7 , 1 , 4 , 6 , 9)$

$$B(x) = 7 + x + 4x^2 + 6x^3 + 9x^4$$

Lucien HAEGELIN, professeur
au C.E.G. d'Orbey.

A propos de l'esprit scientifique

Nous continuons ici la publication de textes relatifs à l'histoire de l'électricité et tirés des "Merveilles de la science" par L. Figuier (Paris 1865).

Pour ce numéro, l'Ouvert propose trois extraits ; le premier relatif aux étincelles que l'on peut tirer du corps humain, le deuxième montre l'engouement vers le milieu du dixhuitième siècle pour recevoir des décharges électriques et le troisième narre les premiers essais de mesure de la vitesse de l'électricité.

Pour le deuxième texte, on pourra tenter des comparaisons entre l'attitude du public de l'époque vis à vis de l'électricité et celle du public d'aujourd'hui vis à vis du nucléaire.

TEXTE 1

Ce qui contribua surtout à rendre le nom de Dufay célèbre parmi les physiciens et à le populariser dans le gros du public, ce fut l'expérience dans laquelle il montra pour la première fois, que l'on peut tirer des étincelles électriques du corps humain. (...)

Ayant attaché au plafond deux cordons de soie, destinés à produire l'isolement électrique, Dufay se coucha sur une petite plateforme supportée en l'air par des cordons de soie, et il se fit électriser, par le contact d'un gros tube de verre frotté.

L'abbé Nollet, qui débutait alors dans la carrière des sciences, lui servait d'aide dans cette tentative intéressante. Lorsque Nollet vint à approcher son doigt à une petite distance de la jambe de Dufay, il en partit aussitôt une vive étincelle. C'était le fluide électrique, qui, pour la première fois, s'élançait entre les corps de deux philosophes !

Ce résultat causa aux expérimentateurs une douce surprise. Nollet nous dit, dans un de ses ouvrages, qu'il n'oubliera jamais l'étonnement qu'il éprouva en voyant la première étincelle électrique émanée du corps humain.

Cette étincelle occasionnait une impression de douleur très légère, semblable à celle d'une piqûre d'épingle. Elle se faisait sentir à la main qui tirait l'étincelle, aussi bien qu'à la personne d'où s'élançait le fluide. Quand on opérait dans l'obscurité, le corps de l'individu électrisé répandait une émanation lumineuse, qui étonnait beaucoup les assistants.

Aussi cette expérience occasionna-t-elle une grande sensation dans le public.

On s'empressait d'accourir dans le cabinet de Dufay pour être témoin d'un phénomène qui ouvrait une carrière inépuisable aux discussions de la philosophie et de la physique de l'époque. On croyait, en effet, voir se manifester physiquement à l'extérieur, cette "matière subtile", ces "petits corps", ces "esprits animaux", qui, depuis Descartes, défrayaient toutes les discussions scientifiques, et qui servaient à résoudre tous les problèmes relatifs aux êtres vivants ou aux êtres inanimés, les problèmes de la physique aussi bien que les questions de psychologie.

TEXTE 2

A peine les physiciens de Paris furent-ils instruits de l'étonnant phénomène qui venait de se révéler en Allemagne (*), qu'ils se mirent en devoir de le reproduire. L'abbé Nollet répéta le premier l'expérience de Leyde.

"Je ressentis, nous dit-il, jusque dans la poitrine et dans les entrailles une commotion qui me fit involontairement plier le corps et ouvrir la bouche, comme il arrive dans les accidents où la respiration est coupée."

Quand le résultat de l'expérience de Nollet fut connu dans la capitale, il y excita un intérêt et une curiosité extraordinaires. On se rendit en foule chez le complaisant physicien du collège de Navarre. Des personnes de tout sexe et de tout rang imploraient la faveur d'être soumises à la commotion électrique. Les terreurs que les premiers électriciens avaient éprouvées au sujet de cette expérience étaient alors singulièrement oubliées. On tournait en ridicule les frayeurs de Musschenbroek, et l'on opposait à la pusillanimité du physicien de Leyde, les nobles et courageux sentiments du professeur Boze, de Wittemberg, qui avait dit avec un héroïsme philosophique : "Je ne regretterais point de mourir d'une commotion électrique, puisque le récit de ma mort fournirait le sujet d'un article aux Mémoires de l'Académie royale des sciences de Paris."

Comme le nombre des personnes empressées de recevoir la commotion de la bouteille de Leyde, augmentait tous les jours, et qu'on ne pouvait suffire à satisfaire les désirs de tant d'amateurs empressés, l'abbé Nollet eut l'idée de faire ressentir le choc électrique à un grand nombre d'individus à la fois. Il disposa donc en une chaîne continue, un certain nombre de personnes, se tenant chacune par la main, et pouvant, de cette manière, recevoir successivement la décharge de la bouteille électrisée.

(*) Il s'agit de l'invention par Musschenbroek de la bouteille de Leyde et du moyen d'en tirer de fortes commotions électriques.

Après avoir préludé par des essais convenables à cette singulière expérience Nollet l'exécuta solennellement à Versailles, devant le roi et la cour. (...)

Quelques jours après, l'abbé Nollet répéta l'expérience dans le couvent des Chartreux. Il fit ranger toute la communauté en une chaîne, qui occupait une étendue de 900 toises, (*) car chacun des acteurs de cette nouvelle scène communiquait avec son voisin au moyen d'un fil de fer d'une certaine longueur tenu dans la main. Dès que le courant fut établi, la commotion électrique fut ressentie au même instant par tous les membres de la respectable congrégation, qui n'avaient peut-être pas l'habitude d'une telle unanimité d'impression. (...)

L'intérêt et la curiosité qu'excitait à Paris l'expérience de la commotion électrique, se propagèrent bientôt dans l'Europe entière. Ce divertissement d'un nouveau genre resta à la mode un grand nombre d'années. Pendant que les savants colprotaient dans les salons la bouteille de Leyde, les bateleurs la promenaient dans les rues. Des physiciens improvisés allaient, de ville en ville, montrer le spectacle de ce singulier phénomène.

On avait simplifié pour le rendre portatif, l'appareil qui servait à exécuter l'expérience. On vendait, sous le nom de <u>bouteille d'Ingenhousz</u>, un instrument qui réunissait tout à la fois la bouteille de Leyde et la machine électrique nécessaire pour la charger. Réduite à de petites dimensions, la bouteille se renfermait dans un étui. Quant à la machine électrique nécessaire pour la charger, elle se composait tout simplement d'un morceau de peau de lièvre et d'un ruban de soie, recouvert d'un vernis résineux. En frottant le ruban de taffetas verni, avec la peau de lièvre, on y développait de l'électricité. Promenant ensuite le bouton métallique sur la garniture intérieure de la bouteille, on chargeait cette dernière d'une quantité de fluide électrique suffisante pour exciter une commotion.

On vendait aussi sous le nom de <u>canne électrique</u>, un véritable instrument à surprises. C'était un tube de verre, rempli à l'intérieur d'une substance conductrice de l'électricité, et enveloppé presque jusqu'à son extrémité supérieure, d'un tube de fer-blanc. Le tout était peint, au dehors, d'une couleur de bois, de manière à simuler une canne ordinaire. Après avoir électrisé, au moyen du ruban et de la peau de lièvre, cette bouteille de Leyde dissimulée, on l'offrait à la personne à laquelle on voulait occasionner une surprise. Quand cette personne, sans défiance, saisissait la canne, par la pomme qu'on lui présentait, sa main, se trouvant à la fois en contact avec le tube de verre extérieur et la garniture métallique intérieure, recevait ainsi, à l'improviste, la commotion électrique.

(*) Une toise vaut environ 1, 95 m.

TEXTE 3

Reprenons la suite des expériences qui furent exécutées en France, en 1746, avec la bouteille de Leyde. L'instantanéïté de la commotion, et par conséquent l'étonnante vitesse de l'électricité, était le phénomène qui avait frappé le plus vivement les esprits. Des expériences furent donc entreprises, à cette époque, pour essayer de mesurer la vitesse de transport de l'agent physique qui occasionne ces effets.

Lemonnier, de l'académie des sciences, fut l'auteur des premières recherches entreprises dans ce but. dirigées avec beaucoup de sagacité, elles mirent en évidence la prodigieuse vitesse avec laquelle l'électricité se transporte d'un point à un autre.

Lemonnier commença par répéter les expériences de l'abbé Nollet sur la transmission du choc électrique à travers une chaîne composée d'un grand nombre de personnes ; mais il les varia et les étendit singulièrement. (...)

Lemonnier essaya ensuite d'estimer la vitesse de propagation du fluide électrique. A l'aide d'excellentes montres à secondes, il s'efforça de reconnaître si l'on pouvait saisir un intervalle de temps appréciable entre le moment de la décharge d'une bouteille de Leyde et celui de la commotion éprouvée par des personnes placées à une grande distance de l'appareil.

Ses premières expériences avec une montre à secondes, eurent lieu au jardin des Plantes, au moyen de fils de fer d'une longueurde 200 et de 450 toises qui faisaient le tour des deux grandes allées du jardin. Mais Lemonnier ne put obtenir, en opérant ainsi, des résultats satisfaisants. Bien que l'électricité lui semblât avoir franchi la longueur des fils dans l'intervalle d'une seconde, il hésitait, avec raison, à accorder confiance à ce chiffre, qu'il n'avait obtenu qu'un certain nombre de fois dans dix-sept expériences consécutives.

Il résolut donc de continuer les mêmes recherches, avec un fil de fer beaucoup plus long, et en suivant une méthode plus exacte que celle de l'emploi des montres.

Dans un vaste enclos qui appartenait au couvent des Chartreux, Lemonnier disposa deux fils de fer parallèles, longs chacun de 950 toises et distants entre eux de quelques pieds. Ces deux fils faisaient le tour de l'enclos et revenaient à leur point de départ ;de telle sorte que leurs extrémités venaient aboutir à l'endroit même où se trouvait placée la bouteille de Leyde.

Un observateur, placé en ce point, tenait dans chaque main une des extrémités de ce fil conducteur. Il établissait ainsi, à l'aide de son corps, une communication au moyen de laquelle pouvait se faire la décharge de la bouteille. Placé de cette manière, cet observateur pouvait apercevoir l'étincelle, qui partait de la bouteille au moment où un autre opérateur déchargeait cette bouteille en l'approchant du point de départ du double fil conducteur qui parcourait l'enclos. Il pouvait donc juger si le coup qu'il ressentait dans les bras, venait après l'explosion de l'étincelle ou en même temps.

Tout étant préparé de cette manière, Lemonnier prit dans sa main droite, la bouteille, et de sa main gauche, il approcha pau à peu de l'extrémité de ce fil la bouteille de Leyde électrisée.

Quand l'étincelle partit, l'observateur placé à l'extrémité du conducteur, ressentit la commotion, au moment même où il voyait briller la lueur de cette étincelle.

Ayant répété l'expérience en tenant lui-même les deux fils, et faisant décharger la bouteille par son aide, Lemonnier obtint les mêmes résultats.

Il la fit répéter aussi par un grand nombre d'autres personnes, et chacun tomba d'accord que l'on ne pouvait saisir aucun intervalle appréciable entre la lumière et le coup, et que par conséquent l'électricité parcourait sans une succession reconnaissable un espace de 950 toises, c'est-à-dire près d'une demi lieue.

"Il aurait été facile d'observer, dit Lemonnier, un quart de seconde s'il y avait eu cet intervalle entre la lumière et le coup ; d'où il résulte que la vitesse de la matière électrique, lorsqu'elle parcourt un fil de fer, est au moins trente fois plus grande que celle du son."

Aspects mathématiques de la relativité

Dans l'Ouvert numéro 4, M. de Cointet, dans un article sur les lignes trigonométriques hyperboliques, nous a montré comment celles-ci intervennaient à partir de matrices de la forme $\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$ qui jouissent de propriétés analogues aux matrices de rotation du plan vectoriel euclidien.

Cet article m'a fait me souvenir d'un cours que j'avais traité en fin d'année avec des terminales E. Ce cours avait pour but de montrer comment on retrouve la loi de composition relativiste des vitesses colinéaires à partir de la donnée d'une forme bilinéaire symétrique (l'analogue du produit scalaire).

Il me faut avouer que ce cours n'a pas du tout été compris par les élèves, non pour des raisons mathématiques, mais pour des raisons "philosophiques" ; ils n'ont pas accepté le fait que la vitesse de la lumière dans le vide (c) sit une vitesse limite.

Il faut remarquer que le physicien suit une démarche inverse et que c'est à partir de la constatation de l'invariance de c et de la notion de groupe des vitesses qu'il arrive à l'invariant qu'est la forme bilinéaire symétrique.

On considère un espace vectoriel V rapporté à une base (i , j). Soit x la première coordomée et t la seconde (ceci afin de ne pas troubler le lecteur). On donne dans V la forme bilinéaire symétrique f définie par : $f(v,v') = -xx' + c^2tt'$. Soit φ la forme quadratique associée.

Définitions : On dit que v est ailleur si $\varphi(v) < 0$

On dit que v est accessible si $\varphi(v) \geqslant 0$; dans ce dernier cas, on dit que v est futur si t est positif et est passé si t est négatif.

$\sqrt{\varphi(v)}$ est alors appelé la pseudo-norme de v .

I- RECHERCHE DES APPLICATIONS LINEAIRES CONSERVANT φ

Soit $\begin{pmatrix} \alpha & \gamma \\ \beta & \delta \end{pmatrix}$ la matrice d'une telle application linéaire dans la base (i , j). Si le vecteur de coordonnées (x,t) est transformé en le vecteur (x',t') on doit alors avoir :

$$\begin{aligned} c^2t^2 - x^2 &= c^2t'^2 - x'^2 \\ &= c^2(\beta x + \delta t)^2 - (\alpha x + \gamma t)^2 \\ &= (c^2\delta^2 - \gamma^2)t^2 - (\alpha^2 - c^2\beta^2)x^2 + 2(c^2\beta\delta - \alpha\gamma)xt \end{aligned}$$

ce qui conduit au système :

$$\left.\begin{array}{l} c^2 = c^2.\delta^2 - \gamma^2 \\ 1 = \alpha^2 - c^2.\beta^2 \\ 0 = c^2\beta\delta - \alpha\gamma \end{array}\right\}$$

qui une fois résolu donne les matrices de la forme :

$$\begin{pmatrix} a & \varepsilon bc \\ b/c & \varepsilon a \end{pmatrix} \qquad \text{avec} \quad \varepsilon = \pm 1 \quad \text{et} \quad a^2 - b^2 = 1$$

Une telle matrice est dite pseudo-orthogonale (On considère en général le cas c=1 ce qui montre l'analogie avec une matrice d'isométrie dans un espace vectoriel euclidien de dimension deux).

Il est clair que par définition l'ensemble de ces matrices est stable pour la multiplication, que l'inverse existe (puisque le déterminant vaut ε). Or l'inverse est :

$$\begin{pmatrix} a & -bc \\ -\varepsilon b/c & \varepsilon a \end{pmatrix}$$

qui est une matrice pseudo-orthogonale. Nous avons donc un groupe dit <u>groupe pseudo-orthogonal</u>. Il est facile de vérifier que l'ensemble des matrices pour lesquelles <u>$\varepsilon = +1$</u> est un sous-groupe dit <u>groupe de Lorentz</u> (ou groupe des pseudo-rotations). On peut remarquer que ce sous-groupe conserve l'orientation de l'espace.

II- ETUDE DU GROUPE DE LORENTZ (PSEUDO-ROTATIONS)

Toujours dans la base (i , j) une matrice de pseudo-rotation a la forme :

$$\begin{pmatrix} a & bc \\ b/c & a \end{pmatrix} \qquad \text{avec} \qquad a^2 - b^2 = 1$$

Un vecteur de coordonnées (x,t) est transformé en un vecteur de coordonnées (x',t') par les formules :

$$\left\{\begin{array}{l} x' = ax + bct \\ t' = (b/c)x + at \end{array}\right.$$

et en particulier :

$$(x'/t') = \frac{a(x/t) + bc}{(b/c)(x/t) + a}$$

ce qui montre que $(x'/t') = u'$ s'exprime directement en fonction de a , b et $(x/t) = u$. Or il est clair que u et u' doivent être considérées comme des vitesses dans l'espace physique.

Soit alors v un vecteur accessible et considérons la pseudo-rotation qui amène la base (i , j) sur la base (I , J) où J est colinéaire à v , de même sens que v et de pseudo-norme c , la même que celle de j . On a alors avec les notations précédentes :

$$J = \frac{x\,c}{\sqrt{-x^2 + c^2t^2}}\, i + \frac{t\,c}{\sqrt{-x^2 + c^2t^2}}\, j$$

soit : $$J = \frac{u\,c}{\sqrt{c^2 - u^2}}\, i + \frac{c}{\sqrt{c^2 - u^2}}\, j$$

Ce qui permet d'écrire pour la matrice de pseudo-rotation :

$$\begin{pmatrix} \dfrac{uc}{\sqrt{c^2 - u^2}} \\ \dfrac{c}{\sqrt{c^2 - u^2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b.c \\ b/c & a \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Ce qui donne : $$\begin{cases} a = \dfrac{c}{\sqrt{c^2 - u^2}} \\ b = \dfrac{u}{\sqrt{c^2 - u^2}} \end{cases}$$

On voit donc qu'une matrice du groupe de Lorentz s'exprime simplement en fonction de $u = x/t$:

$$M(u) = \frac{1}{1-(u/c)^2} \begin{pmatrix} 1 & u \\ u/c^2 & 1 \end{pmatrix}$$

Remarque : Il est impossible d'amener par pseudo-rotation i sur v car v est accessible et i ne l'est pas, or les pseudo-rotations conservent l'accessibilité.

III- OU L' ON RETROUVE LA COMPOSITION DES VITESSES

L'ensemble des matrices de la forme $M(u)$ forment un groupe ; par conséquent : $M(u).M(u') = M(u")$ avec $u" = u * u'$. L'application qui a toute matrice $M(u)$ associe le nombre u est donc un isomorphisme de groupe. Cherchons la forme algébrique de la loi $*$.

$$M(u) \cdot M(u') = \frac{1}{\sqrt{1-(u/c)^2}} \frac{1}{\sqrt{1-(u'/c)^2}} \begin{pmatrix} 1 & u \\ u/c^2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & u' \\ u'/c^2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{[1-(u/c)^2][1-(u'/c)^2]}} \begin{pmatrix} 1+\dfrac{uu'}{c^2} & u+u' \\ \dfrac{u+u'}{c^2} & 1+\dfrac{uu'}{c^2} \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1+\dfrac{uu'}{c^2}}{\sqrt{[1-(u/c)^2][1-(u'/c)^2]}} \begin{pmatrix} 1 & \dfrac{u+u'}{1+\frac{uu'}{c^2}} \\ \dfrac{1}{c^2}\,\dfrac{u+u'}{1+\frac{uu'}{c^2}} & 1 \end{pmatrix}$$

et on vérifie que : $$\frac{1+\frac{uu'}{c^2}}{\sqrt{\left[1-(u/c)^2\right]\left[1-(u'/c)^2\right]}} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{1}{c^2}\left(\frac{u+u'}{1+\frac{uu'}{c^2}}\right)^2}}$$

et par conséquent :

$$M(u).M(u') = M(u'') \quad \text{avec} \quad \boxed{u'' = \frac{u+u'}{1+\frac{uu'}{c^2}}}$$

Qui n'est autre que la loi relativiste de composition des vitesses. Cette dernière formule peut aussi s'écrire sous la forme plus symétrique et plus agréable :

$$\frac{c+u''}{c-u''} = \frac{c+u'}{c-u'} \cdot \frac{c+u}{c-u}$$

L'étude de la transformation de Lorentz permet de montrer et d'expliquer les phénomènes de dilatation du temps et de contraction des longueurs. Pour cela on considère deux points M_1 et M_2 qui ont soit leur première coordonnée égale, soit leur deuxième et on compare la différence des deux autres dans un repère et dans un autre.

> Le secteur public d'éducation ne s'est pas uniquement développé pour satisfaire les besoins en main-d'oeuvre qualifiée des détenteurs de capitaux, mais pour répondre au besoin de "socialiser les enfants pour qu'ils acceptent un système économique inéquitable". La preuve en est que dans les pays où il est possible de contrôler la masse par d'autres moyens que l'école (Eglise, autres institutions communautaires hiérarchisées) les propriétaires capitalistes vont sous-investir dans l'enseignement primaire relativement aux autres niveaux d'enseignement ; mais avec le développement de l'industrialisation et de l'urbanisation L'église et la communauté ont perdu de leur pouvoir de contrôle ; c'est l'école qui les a remplacées en tant qu'instrument de maintien de la structure sociale de production de l'économie capitaliste. Tout se passe comme si l'école a pu remplir un double rôle : fournir les économies capitalistes en personnel qualifié et légitimer la structure par classe de la société.
>
> J. Hallak (à qui profite l'école ?)

Compte rendu de la conférence du 4 décembre 1974 :
"Solutions périodiques de certaines équations différentielles" .

conférencier: Monsieur Bruno Schmitt, maître de conférence à l'université de Metz.
documents audio-visuels réalisés et présentés par monsieur Georges Ricco de l'université de Marseille II.

A. Deux interprétations physiques de l'équation différentielle de Duffing:

$$x'' + 2x^3 = \lambda \cos t \, . \quad (I)$$

I°. Le mouvement d'un point matériel de masse unité qui se déplace sur une droite D et qui est attiré par un point fixe O de cette droite selon une force d'intensité $f(x) = 2x^3$ où x désigne l'abscisse du point, s'obtient en intégrant l'équation différentielle $x'' + 2x^3 = 0$; si en plus le point est soumis à une force dont la composante sur D a pour intensité $\lambda \cos t$ (λ constante réelle), le mouvement s'obtient en intégrant l'équation de Duffing (I).

2°. Dans (I) posons $x' = y$, alors $y' = -2x^3 + \lambda \cos t$; imaginons un plan d'eau horizontal muni d'un repère, la molécule d'eau de coordonnées (x,y) a pour vitesse le vecteur de coordonnées (x',y'). A chaque instant t on obtient un champ de vecteur vitesse, c'est d'ailleurs le même aux instants t_0 et $t_0+2\pi$ et son évolution dans l'intervalle $(t_0, t_0+2\pi)$est la même que dans l'intervalle $(t_0+2\pi, t_0+4\pi)$. Une solution de l'équation (I)est représentée dans le plan $(x;y)$ par la trajectoire d'une boulette de papier qu'on laisse tomber en un point (x_0,y_0)avec une certaine vitesse à un instant donné.

B. Etat des connaissances.

Très peu de résultats sont connus en ce qui concerne le comportement des équations à coefficients périodiques, même pour des équations d'apparence aussi anodine que l'équation de Duffing (I); supposons par exemple $-10 \leqslant x \leqslant 10$ et $-10 \leqslant y \leqslant 10$ l'intégration numérique avec ordinateur ne permet pas de répondre à la question: "à quel endroit et à quel instant doit-on lancer la boulette pour qu'elle ne sorte pas du cadre fixé?"

La recherche des conditions initiales pour que le mouvement soit périodique est un problème difficile, on peut chercher à le résoudre par tâtonnement avec un ordinateur mais l'à-peu-près obtenu n'est pas suffisant.

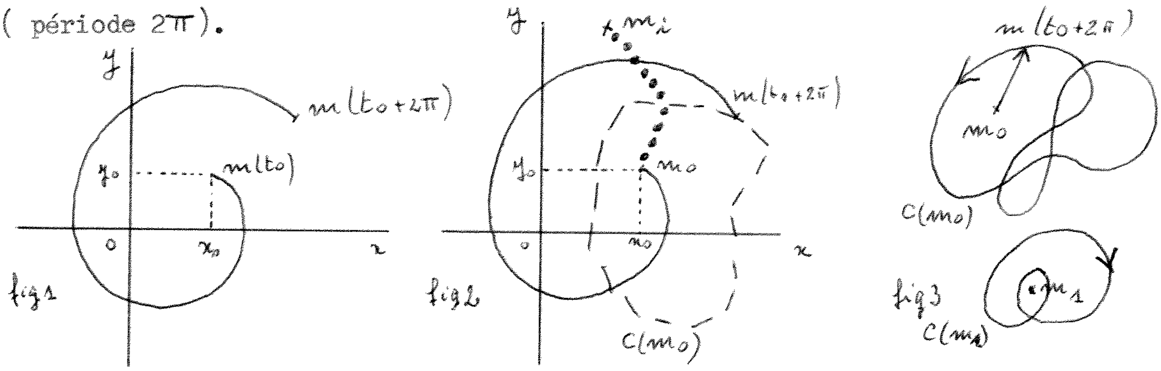
Morris en 1955 prouve que toutes les trajectoires coupent au moins une fois l'axe des abscisses $(y = 0)$, donc en particulier les trajectoires périodiques.

Césari en 1963 montre que pour $\lambda = 0{,}7$ il existe dans le voisinage du point $(1,1;0)$ une solution périodique à partir de $t=0$.

C. <u>Méthode de l'index pour localiser les solutions périodiques. de période 2π.</u>

(d'après un document de H. Seifert publié en 1950).

Lançons la boulette à partir du point de coordonnées (x_o,y_o) à l'instant t_o et notons $m(t)$ la position occupée par cette boulette à l'instant t. Si $m(t_o+2\pi) \neq m(t_o)$, lasolution n'est certainement pas périodique. (période 2π).



(figure I); si $m(t_o+2\pi) = m(t_o)$ alors les conditions initiales (position et vitesse) étant les mêmes aux instants t_o et $t_o+2\pi$, le mouvement est périodique. Larecherche des solutions périodiques revient donc à déterminer les triplets (x_o,y_o,t_o) tels que $m(t_o+2\pi) = m(t_o)$; la méthode consiste à considérer pour m_o donné de coordonnées (x_o,y_o) l'ensemble des points $m(t_o+2\pi)$ obtenus en faisant varier t_o: $0 \leq t_o \leq 2\pi$ et $m_o = m(t_o)$. La courbe obtenue (en tirets sur la figure 2) est l'indicatrice $c(m_o)$ associée à m_o; c'est une courbe continue fermée qui passe par le point m_o si et seulement si une solution de période 2π est issue de ce point.

Supposons que l'indicatrice $c(m_o)$ associée à m_o ne passe pas par m_o et considérons un point m_i du plan tel que m_o et m_i soient dans deux régions différentes délimitées par $c(m_o)$; si on imagine un point m variant continûment sur une courbe de m_o à m_i, les déformations de l'indicatrice associée à m étant continues, il y a un moment où le point m se trouve sur son indicatrice, autrement dit sur n'importe quelle courbe joignant m_o à m_i il y aura un point duquel part une solution périodique.

Index de Seifert: l'indicatrice $c(m_o)$ associée à m_o étant paramétrée par t_o, l'index $i(m_o)$ est le nombre algébrique de tours que l'indicatrice $c(m_o)$ effectue autour du point m_o (c'est à dire le nombre de tours effectués par le vecteur $\overrightarrow{m_o m(t_o+2\pi)}$) quand t_o décrit l'intervalle $(0,2\pi)$. Sur la figure 3 on a: $i(m_o) = +1$ et $i(m_1) = -2$, puisque $i(m_o) \neq i(m_1)$, tout chemin continu qui joint m_o et m_1 contient au moins un point duquel est issu une solution périodique de période 2π ; comme les index sont aisément calculables à l'aide d'un ordinateur, on obtient ainsi une méthode simple de localisation des solutions périodiques.