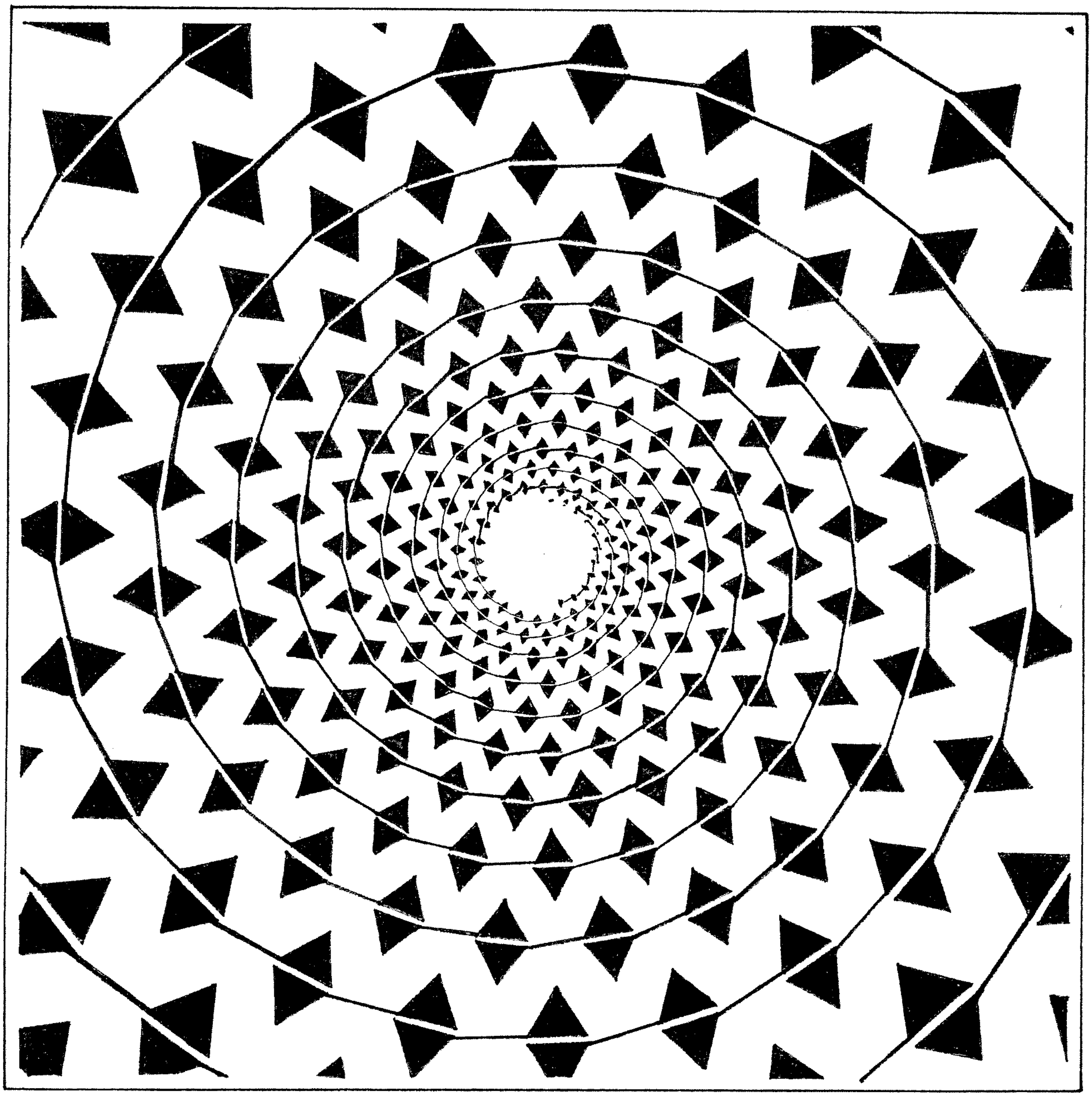
l'ouvert n°6

ORGANE D'INFORMATION ET D'ECHANGE
DE LA REGIONALE APMEP D'ALSACE ET
DE L'IREM DE STRASBOURG — MAI 75



NOTRE COUVERTURE : Nous ne voyons pas toujours les choses comme elles sont, mais comme nous nous attendons à les voir, en fonction de notre expérience. L'interprétation logique modifie les données purement sensorielles et l'image perçue par notre cerveau est souvent bien différente de l'objet réel. Les illusions d'optique en apportent la preuve :
Le dessin de couverture est formé d'une série de cercles concentriques dont les rayons sont en progression géométrique de raison 4/5. Les 23 losanges reliés par des tangentes nous invitent à y voir une spirale logarithmique.

A PROPOS D'ILLUSION

Voici deux raisonnements qui conduisent à des résultats manifestement faux. Où sont les erreurs :

I) Soit ABC un triangle et I l'intersection de la bissectrice intérieure de $\hat{A}$ et de la médiatrice de BC . Soit H le milieu de BC et B' et C' les pieds des perpendiculaires abaissées de I à AC et AB respectivement. Il est clair que les triangles rectangles AB'I et AC'I sont isométriques (un angle et un côté isométriques) et par conséquent AB' et AC' ont même longueur. De façon analogue les triangles rectangles BC'I et CB'I sont isométriques (deux côtés isométriques) et par conséquent B'C et C'B ont même longueur. En conclusion AB et AC sont isométriques et le triangle ABC est isocèle. En faisant le même raisonnement sur les deux autres côtés, on démontre ainsi que tout triangle est équilatéral !

II) Soit à résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (1) : $x^2 + x + 1 = 0$

Cette équation est équivalente à : $\left.\begin{array}{r} x^3 + x^2 + x = 0 \\ x \neq 0 \end{array}\right\}$

Mais d'après (1) $x^2 + x = -1$ et par conséquent le système précédent est équivalent au système : $\left.\begin{array}{r} x^3 - 1 = 0 \\ x \neq 0 \end{array}\right\}$

qui admet comme unique solution évidente : $x = 1$ et par suite 1 est solution de (1) !

Dans le même genre d'idées, voici une erreur attribuée à un illustre mathématicien (je crois que c'est Gallois) :

Soit f une fonction continuement dérivable qui tend vers une limite finie l quand la variable tend vers l'infini. Alors dans les mêmes conditions la fonction dérivée f' tend vers 0 .

SOMMAIRE

Editorial

AFIN QUE L'OUVERT NE SE REFERME PAS .....

La résurrection de l'OUVERT (Nov. I974) est essentiellement due à notre collègue J. LEFORT. Pour la rédaction des N° 4, 5 et 6, il a consacré de nombreuses heures à la recherche d'articles (dans sa documentation personnelle et chez de proches collègues), à la mise en page de la revue, à sa couverture, ...

L'appel aux lecteurs de l'OUVERT N° 4 (p. I8) n'a pas été entendu, on espérait que l'OUVERT, en tout qu'organe d'échange, deviendrait un carrefour d'idées. Jusqu'à présent l'OUVERT est surtout resté l'oeuvre de son responsable.

Chacun d'entre nous a fait des "expériences" dans ses classes (présentation de notions nouvelles suivant des voies non classiques, exercices originaux illustrant des notions classiques, prolongements divers , etc .....) Elles ont réussi ou n'ont peut-être pas satisfait. Peu importe, elles ont été enrichissantes pour les élèves ou pour le professeur et certaines d'entre elles méritent d'être relatées dans l'OUVERT. Elles peuvent intéresser quelles que soient les classes dans lesquelles on enseigne.

Si vous voulez que l'OUVERT ait longue vie et qu'il vous apporte ce que vous en attendez, n'hésitez plus à proposer des articles à

Monsieur Jean LEFORT
27, rue de Neuf-Brisach
68000 - COLMAR

A. MARTZ

Secrétaire de la Régionale

Activités de l'I.R.E.M. en 75-76

Le texte ci-dessous est extrait des propositions des activités de l'IREM pour la prochaine année scolaire. Les collègues intéressés trouveront auprès de leur chef d'établissement les renseignements complémentaires (lieux, périodicité, ...) et les papiers nécessaires à leur inscription.

A- INITIATION A L'ANALYSE D'ACTIVITES SCOLAIRES

(Exemple : analyse des programmes, des livres, des énoncés de problèmes ; confection de tests ou de questions de contrôle, docimologie).

A_1 et A_2 Groupes multiniveaux

Partant de l'idée que les aptitudes d'un individu sont au moins aussi diversifiées que ses aptitudes physiques, nous souhaitons nous intéresser à l'exploitation de cette idée dans la pratique enseignante. Dans un premier temps le groupe se proposera :

- d'analyser les différents niveaux d'acquisition des notions des programmes ;
- d'analyser et d'élaborer des exercices en rapport avec ces niveaux souhaités.

Ensuite, une analyse partielle des différences de résultats d'un élève suivant les différences d'exercices pourra être abordée : les résultats de certains élèves fluctuent parfois beaucoup d'un exercice à l'autre ; peut-on repérer des différences associées à ces fluctuations ? Peut-on dans certains cas les expliquer ?

P- PSYCHOPEDAGOGIE

P_1 Initiation à la pédagogie de groupe

Nous proposons un enseignement sur trois plans :

1º) Le plan théorique consistera en une série de cours sur la psychologie des g groupes, suivi d'une réflexion sur ses implications pédagogiques.

2º) Le plan pratique : il s'agira de faire réaliser, dans les classes, des recherches collectives ou de faire résoudre des problèmes par des élèves travaillant en petits groupes.

3º) Le plan personnel : ce troisième aspect visera à attirer l'attention des participants sur le type effectif de relations qu'ils établissent spontanément dans les groupes.

P_2 et P'_2 Un deuxième groupe de psychopédagogie fonctionnera tous les quinze jours autour de l'un des deux thèmes suivants : soit la communication dans la classe, soit le raisonnement. Le choix du thème sera décidé par le nombre de demandes.

P_2 Les communications dans la classe

Ce travail est déjà commencé avec des enseignants depuis maintenant deux ans. On trouvera le compte-rendu de la première année dans l'Ouvert nº 4.

P'_2 Recherches sur le raisonnement

Toutes les difficultés rencontrées dans l'enseignement des mathématiques en 5e, 4e, 3e sont-elles des difficultés tenant au raisonnement ? Y-a-t-il des difficultés spécifiques au raisonnement en mathématique relativement au développement des opérations formelles décrites par Piaget et son école à propos de l'analyse des phénomènes physiques ?

Le travail consistera d'abord à réfléchir à ces deux questions en partant de documents. Mais l'objectif à atteindre en cours d'année sera l'analyse la plus précise possible des difficultés auxquelles les membres du groupe se heurtent effectivement dans l'enseignement des mathématiques.

H- ACTIVITES DE RESOLUTION DE PROBLEMES (HEURISTIQUE).

H_1 Manipulations, exercices et problèmes du CM à la 4e

Recherche de manipulations simples et l'élaboration de textes d'exercices et de problèmes susceptibles :

a) d'approfondir des techniques fondamentales indispensables (calcul numérique et algébrique, fonctions et représentations graphiques, PGCD et PPCM ...)

b) d'illustrer des situations classiques rencontrées à différents niveaux (groupe, triangle de pascal, système binaire ...)

c) de susciter le goût de al recherche et de développer le raisonnement (géomètrie, dénombrements, jeux ...)

Remarque

Si un certain nombre de professeurs d'Ecole Normale se trouvaient intéressés par des questions du même ordre, il serait possible d'envisager la mise en place d'un groupe analogue plus spécialement concentré sur les problèmes relatifs aux clases du CE et CM.

H_2 Le problème d'intelligence et d'imagination au CM, en 6e et 5e

H_3 Le problème d'intelligence et d'imagination dans le deuxième cycle

H_4 L'art du Calcul

Mise au point d'activités scolaires destinées à développer l'aptitude au calcul numérique, algébrique, vectoriel etc... chez les élèves des deux cycles de l'enseignement secondaire. Ce groupe travaillera parallèlement à un programme de recherche de l'I.R.E.M. : rédaction d'un fascicuoe du "Livre du Problème" sur l'"art du calcul".

H_5 Enseignement mathématique dans les classes "non scientifiques"

Quelles mathématiques faire faire aux élèves des classes "non scinetifiques" du second cycle ? Comment ? Y-a-t-il place entre la "rigueur mathématique" et l'enseignement de "recettes" pour un meilleur apprentissage mathématique ?

Voici quelques questions auxquelles les enseignants de classes "littéraires" ou de classes de "techniciens" (*) chercheront à répondre, par leur pratique pédagogique et la réflexion du groupe.

F- FORMATION PERMANENTE DES PROFESSEURS DU PREMIER CYCLE

F_1 Critique des fiches de 3e

Ce groupe réunira des professeur utilisant le matériel expérimental de l'I.R.E.M. Le travail de ce groupe sera la mise au point définitive de ce matériel.

F_2 La géomètrie et les transformations

Présentation d'un enseignement de la géomètrie du programme de 4e qui privilègie les dilatations et les translations. Une place prépondérante est donnée aux dessins géomètriques. C'est le point de vue qui est utilisé dans les fiches de l'I.R.E.M. publiées pour la rentrée.

F_3 Les mathématiques en classes de seconde

Etude du programme de la classe de seconde s'adressant avant tout aux <u>professeurs du premier cycle</u> soucieux des prolongements de leur enseignement. Ils auront aussi l'occasion de compléter leur culture mathématique.

T- ENSEIGNEMENT TECHNIQUE

T_1 et T_2 Compléments théoriques et réflexion sur la géométrie dans les C.E.T.

- Compléments de géomètrie
- Réflexion sur le programme de géomètrie dans les classes de CAP et

---

(*)NDLR : Faut-il en conclure qu'est réputée non scientifique une classe dont l'horaire mathématique est peu important ?

BEP industriels.

- Etablissement et critique de fiches pour les élèves
- Usage du langage ensembliste dans le cours de mathématique
- Réflexion sur le contrôle continu.

I- INFORMATIQUE

$\underline{I_1}$ Ce groupe s'adresse aux membres du groupe informatique 1974/75 et aux professeurs ayant des connaissances d'informatique. Il se propose de continuer le travail entrepris depuis 1973 à savoir l'utilisation possible de l'informatique pour faciliter l'acquisition et l'emploi des concepts mathématiques dans l'enseignement secondaire.

MP- MATH - PHYSIQUE

Ce groupe s'adresse aux membres du groupe de liaison math-physique 1974-75. Il a pour objectif de terminer le travail entrepris l'année dernière sur le "livre du problème de physique".

R- RECHERCHE DE THEMES EN ASTRONOMIE

Le groupe se fixe pour objectif de fournir un champ d'application original aux programmes de l'enseignement secondaire tout en servant la culture générale des élèves.

REMARQUE : L'I.R.E.M. de Strasbourg continuera à s'occuper à petite échelle de la formation des instituteurs

Un groupe de travail destiné aux maîtres des classes de transition en liaison avec la formation permanente est envisagé.

Le cycle destiné aux parents d'élèves sera poursuivi.

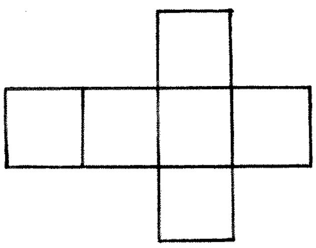
Le cube

De tous les polyèdres réguliers le plus connu, le plus commun aussi, est le cube. Ceci n'implique nullement que son étude est sans intérêt et au fur et à mesure qu'on étend le domaine des questions qui s'y rattachent on découvre des résultats insoupçonnés.

CONSTRUCTION D'UN CUBE

Avant de construire un polyèdre avec du papier ou du carton nous dessinons sur la feuille le "patron". On l'appelle encore <u>développement</u> du polyèdre.

La figure suivante représente <u>un</u> développement du cube. Bien que ce soit pratiquement toujours celui-là qu'on donne, ce n'est certainement pas le seul possible.



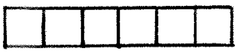
<u>POLYMINOS</u> : On appelle polyminos ces formes curieuses qui recouvrent des cases adjacentes d'un échiquier. Pour cinq cases on les appelle <u>pentaminos</u> : ils sont au nombre de douze.

La figure ci-dessus nous donne un exemple d'<u>hexamino</u> : elle recouvre six cases adjacentes d'un échiquier.

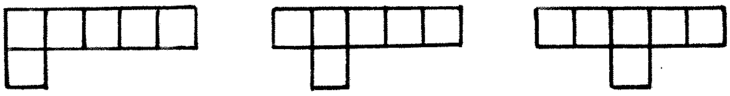
<u>PROBLEME</u> : Quel est le nombre des hexaminos ? Quels sont ceux qui peuvent être considérés comme les développement d'un cube ? Etudier le nombre des bandes de collage.

<u>REPONSES</u> : Il y a 35 hexaminos. Les voici classés d'après le nombre de carreaux par ligne. Onze d'entre eux sont des développements de cube. Ils sont hachurés. Quel que soit l'hexamino choisi parmi les onze acceptables il faut toujours sept bandes de collage.

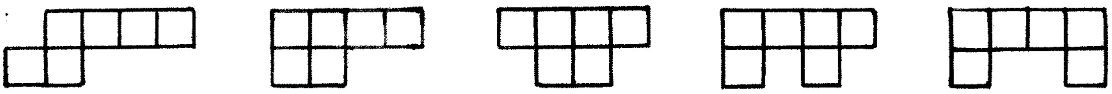
6



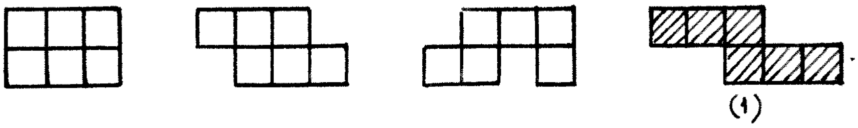
5, 1



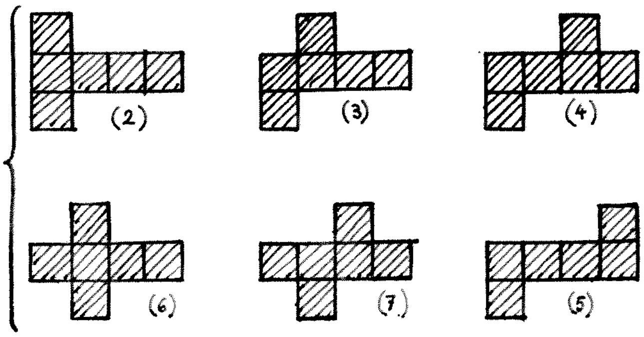
4, 2



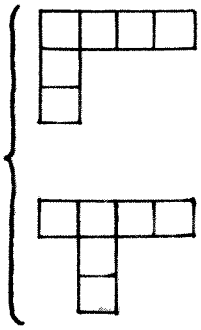
3, 3



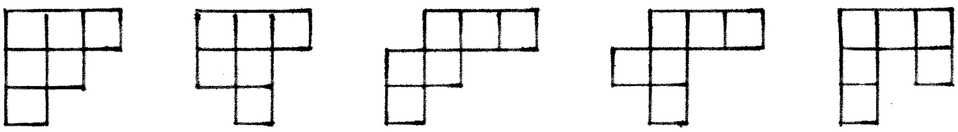
1, 4, 1



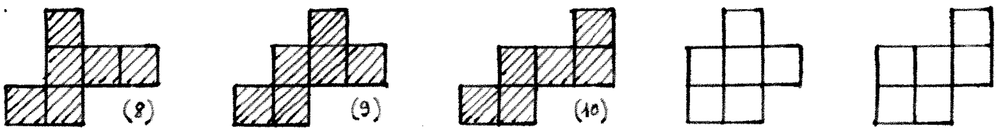
4, 1, 1



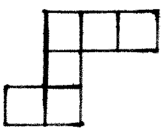
3, 2, 1



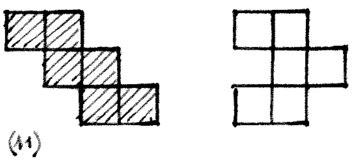
1, 3, 2



3, 1, 2



2, 2, 2



7 PROBLEMES ET LEUR SOLUTION

1) Sur une feuille carrée, dessiner le développement permettant de construire le plus grand cube possible.

2) Quelle est la longueur de la plus courte bande de papier de 5 cm. de large qu'on puisse plier pour former un cube dont l'arête mesure 5 cm. ?

3) Si cette bande est noircie d'un côté, quelle est alors la longueur de la bande si on veut obtenir un cube dont la surface est entièrement noire ?

4) Un carré de papier de 9 cm. de côté est noir d'un côté et blanc de l'autre. On le divisera en 9 carrés de 3 cm. de côté. En ne découpant la feuille que selon les lignes que nous venons de tracer, est-il possible de plier la figure obtenue suivant les lignes tracées pour en faire un cube dont toutes les faces sont blanches ?

Le problème reste-t-il possible avec la figure de 8 carrés obtenue en découpant dans le carré initial l'un quelconque des carrés de 3 cm. de côté ?

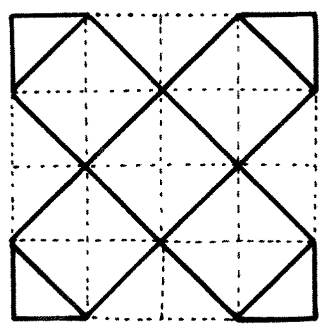
5) Sur une feuille rectangulaire de 9 cm. de large et de 18 cm. de long est-il possible de dessiner le patron d'un cube dont l'arête est supérieure à 3 cm. ?

6) Est-il possible de juxtaposer les développements de deux cubes égaux pour obtenir le développement d'un cube d'aire double ?

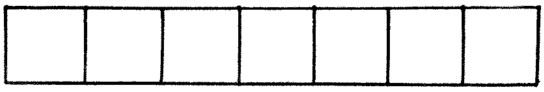
7) Découper une feuille rectangulaire de 15 cm. de large et de 20 cm. de long en deux morceaux qui, juxtaposés, forment le développement d'un cube.

---

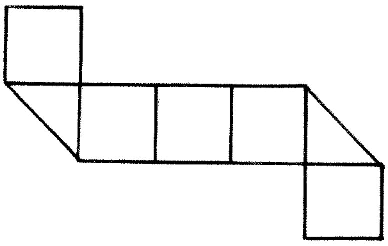
1) A côté des hexaminos que nous avons vu plus haut il y a évidemment d'autres développement comme celui-ci (qui répond à la question posée) et qui ne sont pas formés exclusivement de carrés.

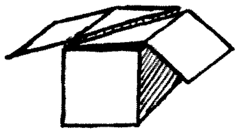


2) La longueur minimum de la bande de papier

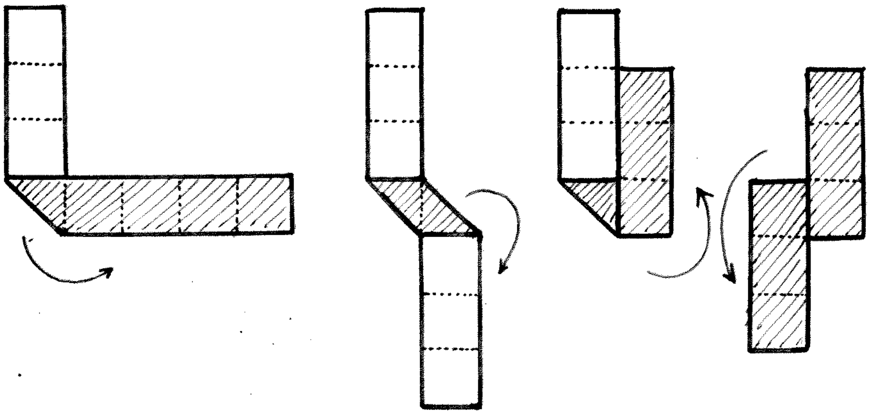


est 35 cm. Les schémas suivants nous montrent le pliage.

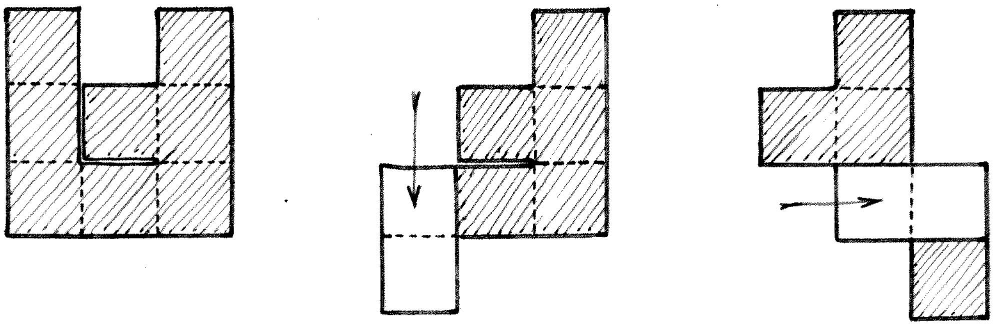




3) Dans ce cas il faut une bande de 40 cm. de longueur. On la pliera de façon à obtenir l'hexamino nº (1).

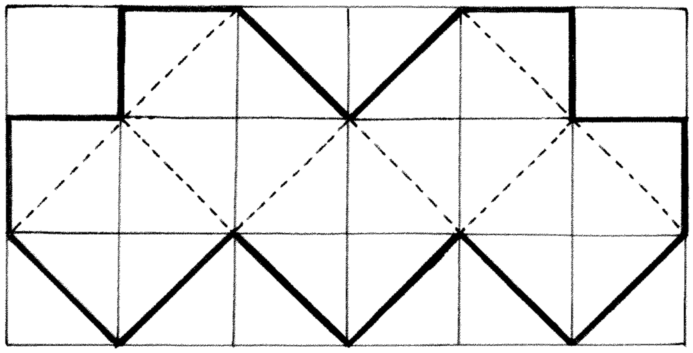


4) Le problème est possible, même si l'on enlève l'un quelconque des carrés. La figure le montre dans le cas où l'on a découpé le carré situé au milieu du bord supérieur.



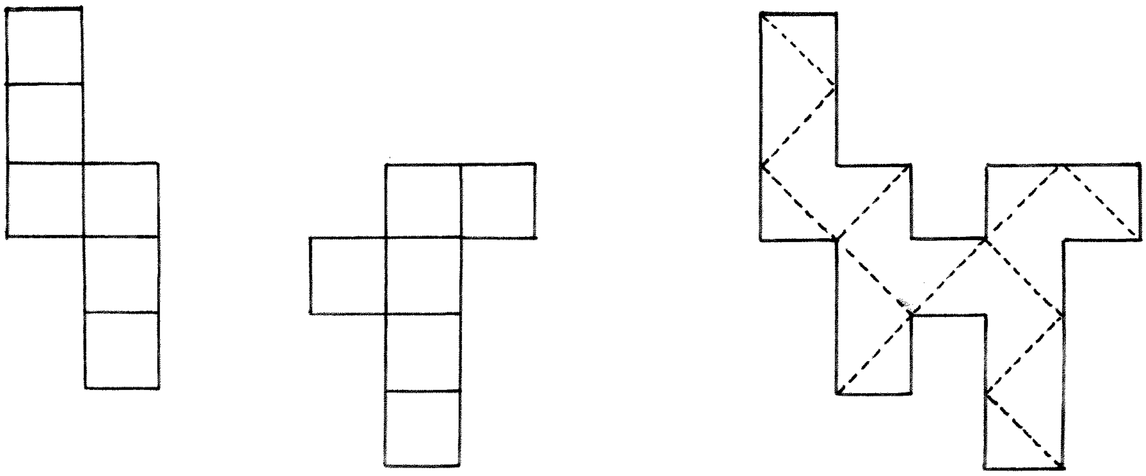
On a obtenu ainsi l'hexamino nº (9) qui est blanc sur la face opposée à celle dessinée.

5)

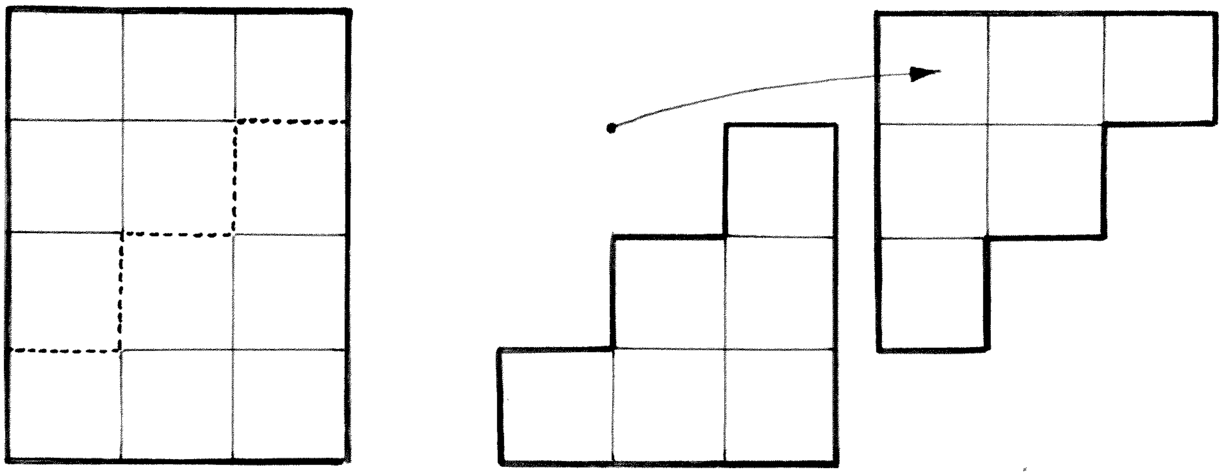


échelle 1/2

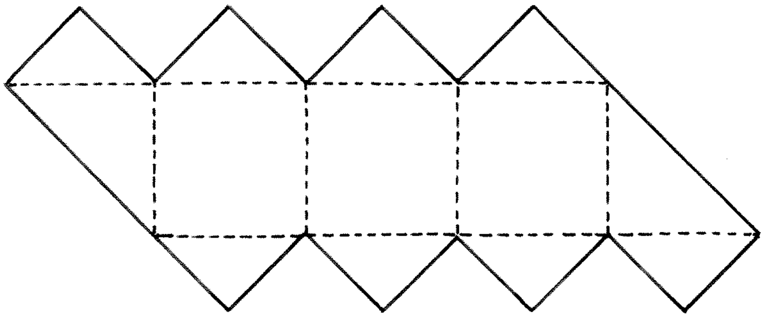
6) Voici une solution de ce problème obtenue à partir des hexaminos nº (1) et nº (3) .



7)



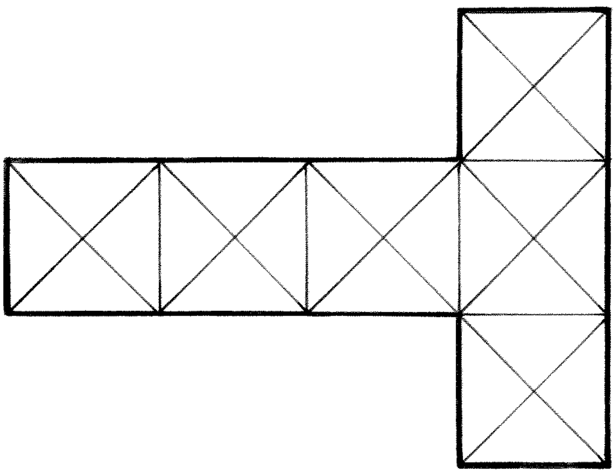
Découper la feuille suivant les pointillés et juxtaposer les morceaux comme l'indique le schéma ci-dessus. (échelle 3/10). Plier ensuite suivant les pointillés.

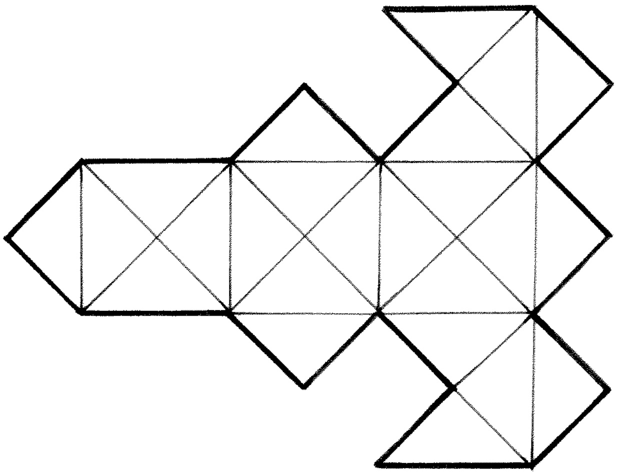


MANIPULATION

Découper dans du carton six carrés égaux d'environ 6 cm. de côté. Les colorier à l'aide de 6 couleurs différentes. Découper chaque carré en quatre triangles rectangles isocèles en suivant les diagonales. Réunir à nouveau les morceaux et former un hexamino représentant un développement du cube. Déplacer maintenant les morceaux triangulaires en prenant soin de ne les placer qu'en un endroit où la nouvelle figure puisse encore être reconsidérée comme un développement de cube.

La figure suivante nous en donne un exemple :





Cet exercice, destiné principalement à développer la vision dans l'espace, permet non seulement d'obtenir des formes de développement de cube extrêmement curieuses, mais aussi de trouver les solutions des problèmes 5), 6), 7) qui semblent peu aisés de prime abord.

Groupe de manipulation de
l'I.R.E.M. de Strasbourg.

Jeu de lettres

Ce jeu, qui a été expérimenté à l'école annexe de l'Ecole Normale de Sélestat est un des exercices qui figureront dans un prochain fascicule du "livre du problème" : la géomètrie d'incidence.

Le but de ce jeu est de familiariser les enfants avec les axiomes de la géométrie (ici, il s'agit de l'étude d'un modèle du plan projectif à sept points) sans utiliser les mots "point" et "droite".

Matériel : Six jeux de 21 cartons, sur chaque carton est inscrite l'une des sept lettres suivantes (chaque lettre étant inscrite trois fois) :

1er jeu : B , C , E , I , L , O , S .
2e jeu : C , E , I , O , P , R , T .
3e jeu : A , B , C , E , L , S , U .
4e jeu : B , E , I , L , O , S , T .
5e jeu : C , E , I , L , O , S , U .
6e jeu : C , E , I , L , O , S , T .

Expérimentation au CM 1 (janvier 1975 , 1/2 heure)

1. On distribue un jeu par groupe de deux élèves et on demande aux enfants de l' observer :

- Combien de cartons ?
- Combien de lettres différentes ?
- Combien de fois chaque lettre est-elle inscrite ?

2. On demande aux enfants de former librement des mots français de trois lettres différentes, ces mots sont inscrits au tableau pour pouvoir être utilisés ensuite.

3. On donne la règle du jeu : fabriquer avec tous les cartons sept mots français de trois lettres distinctes tels que deux mots différents aient une lettre commune et une seule.

Sur les onze groupes d'élèves, deux groupes trouvent presque instantanément une liste complète. Au total, huit groupes ont trouvé sans aide extérieure ; les trois autres ont eu besoin d'être guidés.

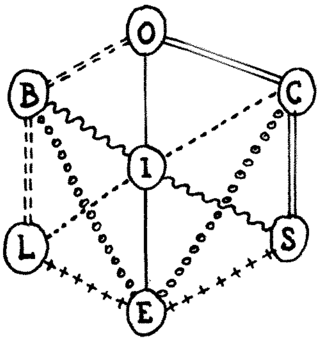
Après la récréation, une petite séance (1/4 d'heure)

Une des listes trouvée est inscrite au tableau :

OIE , LES , BIS , BOL , SOC , CIL , BEC .

1. On vérifie que tout couple de lettres distinctes intervient dans un mot et un seul.

2. On trace la figure suivante :



Les enfants retrouvent la figure des autoroutes (travail expériemental de l'année scolaire précédente). Il s'agissait de relier sept villes par des autoroutes de façon que sur chaque autoroute se trouvent trois villes, que chaque ville soit reliée à toutes les autres et que deux autoroutes distinctes n'aient qu'une ville en commun.

Au CM 2 deux séances :

- une première assez courte (un samedi matin de 10h 30 à 11h) d'observation du jeu et de recherche de la liste complète. Tous les groupes n'ont pas eu le temps d'aboutir.
- une deuxième séance pour essayer de voir si les enfants découvrent et utilisent une stratégie qu'ils peuvent exprimer.

Un groupe d'enfants fait remarquer que l'on peut échanger deux voyelles. Ils avaient la liste : OIE , LIS , BIC , BOL , SOC , CLE , SEB . BIC et SEB n'étant pas des mots du dictionnaire (bien qu'il existe le crayon à bille BIC et la cocotte SEB) ils écrivent :

LES et BEC à la place de LIS et BIC ,
CIL et BIS à la place de CLE et SEB .

Un autre groupe utilise la technique suivante : après avoir formé quelques mots, ils recherchent les lettres qu'ils peuvent encore associer à la lettre O par exemple ; OIE étant écrit, il reste les lettres B , L , S , T ; on peut écrire soit BOL et SOT , soit BOT et SOL ; ils choisissent, se résevant de changer s'ils n'arrivent pas à trouver des mots avec les autres voyelles.

A la fin de cette deuxième séance, on propose aux enfants de jouer à la maison en refabriquant les cartons et en inventant des séries de lettres.

Remarque : Les enfants semblent avoir plus de difficultés avec les jeux où figurent quatre voyelles q'avec ceux où ne figurent que trois voyelles.

La vitesse en physique relativiste

Le texte ci-dessous est la partie finale d'une étude de la notion de vitesse réalisée par le groupe math-physique de l'I.R.E.M.. Un premier travail avait consisté à étudier deux ouvrages de Piaget :

1) Notion de mouvement et de vitesse chez l'enfant (P.U.F.)
2) Le développement de la notion de temps chez l'enfant (P.U.F.)

ouvrages qui montrent que la notion de vitesse s'élabore indépendamment et que c'est celle de temps qui se définit à partir de la vitesse.
Partant d'une discussion avec Einstein et Piaget, Abelé et Malvaux ont construit "axiomatiquement" le temps à partir de la longueur et de la vitesse. C'est leur ouvrage : "Vitesse et univers relativiste" (chez Sedes) qui a été le thème de travail suivant et dont le texte ci-dessous est un résumé.

---

a) Grandeur repérable ; grandeur mesurable :

Une grandeur est repérable si on sait définir sur l'ensemble de ses états une relation d'ordre total. Par exemple l'indicateur de dureté où l'on a du plus tendre au plus dur : 1) Talc ,2) Gypse 3) Calcite 4) Fluorine 5) Apalite 6) Orthose 7) Quartz 8) Topaze 9) Corindon 10) Diamant ; tout corps étant classé comme rayant tous les précédents et étant rayé par tous les suivants. L'indicateur de température est un autre exemple : longueur d'une colonne de mercure, valeur d'une résistance électrique, déviation d'un couple thermo-électrique .... le problème étant de relier entre-elle toutes ces indications.

Dans la pratique on se contente d'une application croissante de l'ensemble des états dans $\mathbb{R}$ et on parle alors par abus de langage de "mesure".

Une grandeur est mesurable si on a défini sur l'ensemble de ses états une opération qui munit cet ensemble d'une structure de groupe. Par exemple la mesure des longueurs, des masses...

Dans la pratique on se contente d'un isomorphisme de groupe entre l'ensemble des états muni de l'opération considérée et une partie de $\mathbb{R}$ muni d'une loi de groupe convenable. Voyons plusieurs cas :

1- La bijection a lieu sur $\mathbb{R}$ tout entier. On considère alors le groupe ($\mathbb{R}$, +) comme dans le cas des mesures de longueur ou de masse (généralisée).

2- La bijection a lieu sur l'ensemble des réels positifs. On considère alors le groupe multiplicatif des réels positifs. Un passage au logarithme permet de revenir au groupe additif. Un exemple important est fourni par la hauteur des sons :

> On sait que les sons musicaux sont ordonnés spontanément par notre ouie suivant une échelle de hauteur croissante dont l'unité est l'octave, elle-même divisée en douze demi-tons tempérés. A la composition des hauteurs de sons correspond l'addition des demi-tons. Mais par ailleurs, on sait, depuis Pythagore, qu'aux intervalles sonores jugés égaux correspondent des rapports de fréquence (la fréquence étant l'élément physique correspondant à la hauteur). Par conséquent physiquement, nous avons non pas une addition mais une multiplication. Le recourt aux logarithmes permet de faire la liaison. On multiplie par mille le logarithme décimal du rapport (pour une octave c'est 2), le demi-ton correspondant à $(1/12) . 1000 . \log 2 = 25$ savarts.

3- Dans le cas le plus général, il existe un théorème qui affirme qu'il existe un isomorphisme entre un groupe abélien continu ordonné connexe et le groupe additif des réels. (Un groupe I est ordonné si pour 3 éléments quelconques de I a, b, c on a $a \leqslant b \Longrightarrow a * c \leqslant b * c$). La démonstration ressemble à celle utilisée pour la construction des exponentielles.

b) La vitesse, grandeur repérable :

Piaget a montré que sur une trajectoire rectiligne commune, tout mobile en dépassant un autre est reconnu posséder une vitesse supérieure à celui-ci à l'instant du dépassement. On peut donc définir l'égalité des vitesses comme étant celle de deux mobiles avançant côte à côte sans se dépasser mutellement.

Il est clair alors que la vitesse le long du même trajet rectiligne apparaît comme une grandeur repérable au sens où nous l'avons définie puisque deux vitesses quelconques peuvent toujours être comparées et même, on peut imaginer un nombre quelconque de véhicules tels que chacun dépasse le précédent et est dépassé par le suivant, en attribuant correctement un numéro d'ordre à chaque véhicule.

Si nous faisons tendre le nombre de véhicules vers l'infini, on voit aisément qu'on peut trouver une application croissante de l'ensemble des vitesses dans $\mathbb{R}$. Essayons de fonder cette intuition sur une technique expériementale.

Considérons les indicateurs de vitesses des autos ou les cinémomètres de la police de la route ou tout autre appareil qui permettent une graduation purement ordinal (c-à-d respectant seulement l'ordre induit par les dépassements) et satisfaisant aux conditions suivantes :

1º) L'aiguille de chaque indicateur est en face du zéro quand la voiture est immobile et y revient fidèlement à chaque arrêt.

2º) Il y a identité de fonctionnement de tous les appareils ; c-à-d que deux quelconque de ces indicateurs de vitesse placés sur un même véhicule indiquent un même nombre à tout moment quelque soit la vitesse du véhicule.

3º) Au cours d'expérience de dépassement on vérifie que le chiffre indiqué par l'appareil de la voiture qui dépasse est toujours supérieur au chiffre indiqué par l'appareil de la voiture dépassée.

La comparaison de vitesses non simultanées par l'intermédiaire d'un indicateur de vitesse suppose que :

1º) Il y a identité de répétition au cours du temps.

2º) L'appareil utilisé est fidèle.

Nous remarquons enfin que la seule existence des indicateurs de vitesse permet de définir le mouvement rectiligne et uniforme par la permanence de l'aiguille en face d'une position déterminée de l'appareil ; (donc plus de cercle vicieux pour la définition du mouvement uniforme).

c) <u>Limite supérieure de la vitesse</u> :

Ayant ainsi étalonné différents indicateurs de vitesse, il est possible pour un étalonnage donné de parler de limite supérieure de la vitesse. L'expérience montre que la vitesse de la lumière dans le vide représente une telle limite - et je ne reviendrai pas sur la description des expériences de Michelson et d'autres -. Nous conviendrons que l'étalonnage adopté donne une vitesse finie à la vitesse de la lumière, soit c . Dans la suite il nous arrivera de prendre $c = 1$. Cet étalonnage est conforme au sens commun puisque la transmission d'un signal lumineux n'est pas instantannée.

d) <u>La vitesse, grandeur mesurable</u> :

Soient deux points A et B tels que A et B échangent leur position au cours du mouvement. Nous pouvons supposer A fixe et B mobile ou le contraire. Des indicateurs de vitesse tels que les cinémomètres de la police routière montreraient que la vitesse de A dans le repère de B et celle de

B dans le repère de A sont les mêmes en valeur absolue ; que si la vitesse de A est constante il en est de même de celle de B et que le sens de variation de la distance entre A et B est indépendant du repère. Nous admettrons comme principe cette réciprocité des vitesses.

Cette remarque étant faite, nous allons définir une loi de composition interne dans l'ensemble des vitesses. L'expérience nous fournit de nombreux exemples de "compositions" des mouvements :

- Mouvement de la Lune autour de la Terre et mouvement de la Terre autour du Soleil.
- Mouvement d'un nageur dans une rivière et écoulement de la rivière par rapport à la rive.

Nous sommes donc amenés à considérer la composition physique de la vitesse et à rechercher une certaine loi telle que : $v_{A/C} = f(v_{A/B}, v_{B/C})$

et c'est la nature de la fonction f qui nous intéresse.

Vérifions que la composition des vitesses donne bien à l'ensemble des vitesses une structure de groupe abélien.

1º) En reprenant l'exemple du nageur on peut lui associer un observateur qui reste à sa hauteur sur la rive et qui possède par rapport à cette rive une certaine vitesse qui sera la composée de celle de l'écoulement de l'eau (vitesse d'un flotteur) et de celle du nageur.

2º) Remplaçons le nageur par un bateau sur le pont duquel marche un bonhomme. En se rapportant à un observateur sur la rive, on vérifie l'associativité.

3º) Si le nageur se laisse flotter, il a une vitesse nulle qui apparaît comme l'élément neutre.

4º) Le principe de réciprocité nous permet d'affirmer l'existence d'une vitesse symétrique d'une vitesse donnée.

5º) la commutativité se démontre comme l'associativité.

Nous avons donc un groupe commutatif et comme nous sommes en mesure grâce à notre indicateur de vitesse de considérer des vitesses arbitraires entre $-c$ et $+c$, l'alinéa (a) nous démontre l'existence d'une fonction F telle que :

si $\alpha = f(\beta, \gamma)$

alors $F(\alpha) = F(\beta) + F(\gamma)$

α, β et γ étant des vitesses. Le but de l'alinéa suivant étant de calculer l'une des deux fonctions f ou F (l'autre en résultant).

e) <u>La mesure des vitesses</u> :

Deux expériences, celle de Michelson qui donne une vitesse limite c pour l'ensemble des vitesses et celle de Fizeau qui donne dans certaines conditions une expression approchée de la relation $\alpha = f(\beta, \gamma)$ nous permettent une approche de la solution.

Supposons en effet la fonction f analytique, ce qui semble une hypothèse licite en sciences expérimentales, la formule de Taylor donne :

$$\alpha = f(\beta, 0) + \gamma f'_{\gamma}(\beta, 0) + (\gamma^2/2) f''_{\gamma^2}(\beta, 0)$$

et l'expérience de Fizeau donne :

$$\alpha = \beta + \gamma(1 - \beta^2)$$

aux erreurs d'expériences près, avec γ petit devant β et $1 - \beta^2$. On suppose ici $c = 1$.

Or en revenant à la structure de groupe des vitesses et en différentiant par rapport à γ on a :

$$F(\alpha) = F(\beta) + F(\gamma) \qquad \text{et} \qquad \alpha = f(\beta, \gamma)$$

$$\frac{\partial \alpha}{\partial \gamma} = f'_{\gamma}(\beta, \gamma) = \frac{F'(\gamma)}{F'(\alpha)}$$

Par ailleurs si $\gamma = 0$ alors $\alpha = \beta$

On en déduit : $F'(\beta) = \dfrac{F'(0)}{1 - \beta^2}$

Ce qui montre l'existance d'une vitesse limite.

Intégrons maintenant cette équation et reportons dans l'équation en F : après simplification par $F'(0)/2$:

$$\text{Log}\frac{1+\alpha}{1-\alpha} = \text{Log}\frac{1+\beta}{1-\beta} + \text{Log}\frac{1+\gamma}{1-\gamma}$$

Soit encore : $$\frac{1+\alpha}{1-\alpha} = \frac{1+\beta}{1-\beta} \cdot \frac{1+\gamma}{1-\gamma}$$

d'où : $$\alpha = f(\beta, \gamma) = \frac{\beta + \gamma}{1 + \beta\gamma}$$

f) Retour sur la notion de temps :

On définit le temps à partir de l'équation $t = x/v$ et on veut que cette équation soit conservée par des changements de repère en mouvement rectiligne uniforme l'un par rapport à l'autre.

Nous nous placerons dansun cas particulier : La vitesse du repère O'x'y'z' se fait sur l'axe ox du repère Oxyz . Nous supposons que les deux repères sont inertiels, c-à-d qu'ils conservent les mouvements rectilignes uniformes, ce qui implique que les équations de changement de base sont linéaires. Nous avons vu le caractère relatif et réciproque des vitesses de O et O' . Si on suppose que c'est O' qui a une vitesse v positive par rapport à O , on peut écrire : $\alpha x' = x - vt$ et $\beta x = x' + vt'$

où α et β dépendent à priori de v . Mais à cause du principe de réciprocité ces deux équations doivent se changer l'une en l'autre si on échange x en x' , t en t' et v en $-v$. Donc :

$$\beta(v) = \alpha(-v)$$

De même si on change l'orientation de x et x' à la fois alors v est remplacé par $-v$ et $\alpha(-v)$ par $\alpha(v)$; et on remarque que $\alpha(v) = \alpha(-v)$ et par conséquent $\alpha = \beta$. D'où les équations :

$$\begin{cases} x' = (1/\alpha)(x - vt) \\ x = (1/\alpha)(x' + vt') \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \begin{cases} t' = (1/\alpha)\left(t - \dfrac{1-\alpha^2}{v}x\right) \\ t = (1/\alpha)\left(t' + \dfrac{1-\alpha^2}{v}x'\right) \end{cases}$$

Il reste à calculer . On peut le faire de deux manières. Soit en introduisant un mobile animé de la vitesse u' sur $O'x'$ et en calculant sa vitesse u sur Ox par la loi de composition des vitesses ; soit en utilisant la vitesse limite c qui est la même dans les deux repères (ce qui est un cas particulier de la méthode précédente): $x'/t' = x/t = c$

$$\frac{x'}{t'} = \frac{x - vt}{t - \dfrac{1-\alpha^2}{v}x} = \frac{\dfrac{x}{t} - v}{1 - \dfrac{1-\alpha^2}{v}\,\dfrac{x}{t}} \Longrightarrow c = \frac{c - v}{1 - \dfrac{1-\alpha^2}{v}c}$$

D'où il vient : $\alpha^2 = 1 - (v^2/c^2)$

Ce qui donne finalement les équations de Lorenz :

$$\begin{cases} x' = \dfrac{x - vt}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} \\[2ex] t' = \dfrac{t - \dfrac{xv}{c^2}}{\sqrt{1 - \dfrac{v^2}{c^2}}} \end{cases}$$

On est ainsi ramené à l'étude d'un changement de base . On vérifie que ces matrices de changement de base forment un groupe commutatif. On peut rechercher les formes bilinéaires symétriques conservées par de tels changements de base. On retrouvera facilement celle donnée dans "l'Ouvert n°5" au chapitre "Aspects mathématiques de la relativité".

Divertissements mathématiques

L'âge du capitaine

Ce professeur de mathématiques s'était payé pour fêter sa retraite une longue croisière maritime. Il avait lié amitié avec le capitaine qui avait appris l'art des nombres à force de naviguer. Un jour qu'ils devisaient ensemble, le maître du navire lui annonce, le sourire aux lèvres, qu'il venait de faire une bien curieuse constatation : "Si on multiplie ensemble le nombre de mes enfants, le nombre des vôtres, le nombre de ceux de mon second et enfin le nombre de ceux de mon quartier maître, on trouve le double de mon âge. Or personne n'a le même nombre d'enfants et il n'y en a pas plus de 17 au total."
Après quelques rapides calculs sur son calepin, l'ancien professeur qui connaissait l'âge de son ami, conclut : " J'hésite entre trois solutions". Et le capitaine d'ajouter que chaque famille a au moins un garçon et une fille. Le vieux professeur donne alors le nombre total d'enfants et leur répartition.
Et vous ? Sauriez-vous en faire autant et déterminer le nombre d'enfants du professeur ainsi que l'âge du capitaine ?

Messages interplanétaires

Les deux exemples de codage ci-dessous sont tirés d'un article du "Courrier de l'Unesco" publié en janvier 1966. Il s'agit d'exemples explicatifs de la manière dont sont codés des messages à destination d'autres êtres pensants de la Galaxie dans le cadre de différents programmes dont le programme Ozma. Les deux exemples ne sont pas exploitables tels que, le premier parceque une fois déchiffré , il n'a aucune signification pour des étrangers, le deuxième parcequ'il utilise 24 symboles ce qui complique la transmission ; mais chacun d'eux montre un aspect du problème. Sauriez-vous les déchiffrer ?

I) ..0.........00..........0000...0....0...0..0............0...0....0......0...
000.....0....0..00000...0....000....00....0....0....0.....000......0...0....
0...0...........0..0...0........0000.........00..

II) Ce deuxième message a été publié pour la première fois dans un journal de Tokyo en 1960 :

1) A.B.C.D.E.F.G.H.I.J.K.L.M.N.P.Q.R.S.T.U.V.W.Y.Z.

2) AA, B ; AAA, C ; AAAA, D ; AAAAA, E ; AAAAAA, F ; AAAAAAA, G ; AAAAAAAA, H ; AAAAAAAAA, I ; AAAAAAAAAA, J.

3) AKALB ; AKAKALC ; AKAKAKALD. AKALB ; BKALC ; CKALD ; DKALE. BKELG ; GLEKB. FKDLJ ; JLFKD.

4) CMALB ; DMALC ; IMGLB.

5) CKNLC ; HKNLH. DMDLN ; EMELN.

6) JLAN ; JKALAA ; JKBLAB ; AAKALAB. JKJLBN ; JKJKJLCN. FNKGLFG.

7) BPCLF ; EPBLJ ; FPJLFN.

8) FQBLC ; JQBLE ; FNQFLJ.

9) CRBLI ; BRELCB.

10) JPJLJRBLSLANN ; JPJPJLJRCLTLANNN. JPSLT ; JPTLJRD.

11) AQJLU ; UQJLAQSLV.

12) ULWA ; UPBLWB ; AWDMALWDLDPU. VLWNA ; VPCLWNC. VQJLWNNA ; VQSLWNNNA. JPEWFGHLEFWGH ; SPEWFGHLEFGWH.

13) GIWIHYHN ; TKCYT. ZYCWADAF.

14) DPZPWNNIBRCQC.

Si l'Etat favorise le secteur édmcation au détriment du secteur santé c'est que la pression ressentie par les autorités publiques pour dévelop-per l'éducation est plus forte que celle manifestée par le secteur santé. De même, s'il favorise - comme on l'a vu - le secondaire au détriment du primaire, et le supérieur au détriment des deux autres niveaux, c'est que les rapports politiques entretenus entre l'Etat et chaque catégorie de clientèle débouchent sur cette hiérarchisation des impératifs.

à qui profite l'école ? (J. Hallak)

"L'OUVERT" responsable de la publication : Jean Lefort, 27 rte de Neuf-Brisach, 68000 COLMAR . Tel : (89) 41 67 21 . Imprimerie de l'IREM de Strasbourg.

Une analyse de deux manuels : MONGE & REVUZ de 4 è.

La proposition de l'A.P.M.E.P. pour l'analyse des ouvrages scolaires fait un inventaire des différents aspects à examiner. Cet inventaire a le mérite de poser beaucoup de questions, mais il demande à être complété par des procédures effectives de réponse à ces questions.

Notre objet ici est de décrire certaines procédures d'analyse et de les illustrer par l'application à deux manuels de 4è.

I. Un protocole d'analyse.

Les questions suivantes (posées dans la proposition A.P.M.) nous ont paru particulièrement intéressantes à examiner tout en se prêtant bien à une évaluation objective. Par rapport à l'inventaire de l'A.P.M., ce protocole est réduit ; il permet cependant déjà de dépasser largement les simples impressions de lecture et d'estimer un ouvrage sur des points essentiels.

I Généralités	1 Objet analysé : - Titre. Auteurs. - Manuel, Fiches, ... Format - Date de parution. Nº de l'édition.
	2 Introduction - Préface : - Objectifs déclarés des auteurs - Principes généraux et techniques pédagogiques invoquées.
	3 Typographie : - Description des caractéristiques (couleurs, mise en évidence de certaines parties ....) - Place des exercices.

	(4) Existence d'index (vocabulaire, symboles), de tables numériques, de références bibliographiques.
	(5) Nombre de pages, Nombre d'exercices } consacrés aux différents titre du programme
II Langage	(1) Lexique : mots, symboles } - description et dénombrement - distribution (fréquences à différents endroits).
	(2) Lisibilité.
	(3) Figures : illustrations et modèles.
	(4) Tournures syntaxiques propres aux mathématiciens (Soit ..., ... si et seulement si ..., ... un et un seul ..., Etant donné ..., ...) fréquence.
III Contenu et présentations mathématiques	(1) Organigramme (progressions possibles)
	(2) Correction mathématique : (relevé d'incorrections ou de présentations sujettes à caution) - définitions - résultats (rigueur annoncée par rapport à rigueur pratiquée)
	(3) Présentations. Importance et qualité des - présentations actives - présentations iconiques - présentations symboliques.
IV Exercices	(1) Eventail : des exercices par objectifs poursuivis (réf. Glaeser)
	(2) Eventail par niveaux (classification NLSMA avec regroupements de certaines classes).

II. Une analyse comparative.

Nous avons retenu deux ouvrages voisins tant par leur forme (manuels de formats analogues) que par leurs objectifs déclarés. Ceci pour tester l'analyse elle-même : les procédures mettent-elles en évidence des différences significatives ?

Voici les résultats de l'analyse partielle que nous avons menée.

I - Généralités

1° Objets analysés :

- Mathématiques, classe de 4e par M. Monge, M. Guinchan J.P. Pelle, F. Pescastaings S Hautcoeur - Tardieu	- Mathématiques, 4e Collection Queysanne-Revuz par P. Biancamiara, E. Dehame G. Keramsi
- Manuel 22 X 19,5	- Manuel 19,5 X 22
- Belin 1974 - Edition refondue Cet ouvrage sera noté M dans la suite.	- Nathan 1973 - Edition refondue Cet ouvrage sera noté R dans la suite.

2° Introduction

- Objectif : "pour nos collègues et pour leurs élèves un instrument de travail sympathique et efficace"	- Objectifs " un document qui reste dans les mains de l'élève et qui doit, à la fois, l'inciter au travail personnel et lui fournir des repères ..." "auxiliaire pour le maître"
- Principes pédagogiques invoqués : • emploi d'"un style simple et précis". • introduction des définitions par l'étude d'exemples concrets • marge importante	- Principes pédagogiques • centrer l'attention sur les points fondamentaux • utilisation de couleurs différentes

3° Typographie

- Couleurs utilisées : noir, bleu, vert, bistre rouge	- Couleurs utilisées : noir, bleu, vert, rouge
- Titres des paragraphes en très gros caractères rouges	- Titres des paragraphes en caractères gras et noirs
- Texte en caractères noirs	- Texte en caractères noirs

- Définitions en caractères gras et noirs isolés par deux traits rouges.	- Définitions en caractères noirs dans un encadrement rouge ou sur un fond rose.
- Exercices en caractères bleus <u>plus petits</u> Ils sont placés dans une marge qui occupe presque la moitié de la page.	- Exercices en caractères bleus insérés dans le texte
- Du fait de l'importance de cette marge il y a une densité élevée de caractères au cm^2, ce qui fait un texte peu aéré. Largeur des traits des figures : 0,2 à 0,3 mm en général.	- Largeur des traits des figures : en général 0,5 mm ou 1 mm. Densité moins élevée de caractère au cm^2, d'où texte plus aéré.
- Exercices à la fin de chaque chapitre. Le rapport <u>exercices en cours de texte</u> et exercices à la fin du chapitre n'a pas été évalué.	- Exercices à la fin de chaque chapitre Idem

4° <u>Existence d'index</u>

- Index des termes techniques 101 termes sont relevés	- Index des termes techniques 143 termes sont relevés
- Table des carrés des entiers naturels de 1 à 720	- Table des carrés des entiers de 0 à 199.
- Pas de références bibliographiques	- Pas de références bibliographiques.

5° <u>Nombre de pages consacrés aux différents titres du programme</u>

Titre I	2 chap.	29 p.	soit 8,3%	Titre I	2 chap.	23 p.	soit 9,7 %
Titre II	13 chap.	164 p.	soit 49,8%	Titre II	13 chap.	127 p.	53,8 %
Titre III, Titre IV	10 chap.	136 p.	soit 41,9%	Titre III, Titre IV	7 chap.	86 p.	36, 5 %
Total		329 p.				236 p.	

Le nombre d'exercices consacrés aux différents titres du programme n'a pas été décompté.

II - Langage

1° Etude du lexique : non fait

2° Indice de lisibilité. *

Cet indice est évalué en fonction de la longueur moyenne des phrases (nombre de mots) et la longueur moyenne des mots (nombre de syllabes usuellement prononcées) . Il ne suffit pas pour évaluer la difficulté d'un texte qui relève d'autres facteurs, comme la perception de l'enchaînement entre les phrases, la familiarité avec les termes employés etc...
Mais il permet d'évaluer ce qu'on pourrait appeler le bruit de fond, lequel on le sait peut parfois rendre difficilement audible le message transmis.
Un mauvais indice de lisibilité indique un bruit de fond trop important , rendant le texte difficilement accessible, indépendamment de la difficulté propre de ce que l'on cherche à exposer.

Voici pour l'interprétation de cet indice, le tableau des niveaux de lecture proposé par Flesch.

Niveaux	Qualité de style	Longueur moyenne de la phrase en mots	Syllabes pour cent mots	%(chez les adultes des U.S.A.) de la population auquel ce niveau est accessible
inférieur à 30	Très difficile	29 ou au-dessus	192 ou au-dessus	4,5
30 - 50	Difficile	25	167	24
50 - 60	Assez difficile	21	155	40
60 - 70	Courant	17	147	75
70 - 80	Assez facile	14	139	80
80 - 90	Facile	11	131	86
supérieur à 90	Très facile	8 ou au-dessous	129 ou au-dessous	90

L'application d'un tel indice aux manuels de mathématiques soulève des problèmes particuliers, tant au niveau de la procédure que de l'étalonnage. L'essai tenté ici a pour but de suggérer l'intérêt de cet indice.

* Références :

1. G. de Landsheere Recherches sur ... la lisibilité ... Liège, XIe Colloque International de l'A.I.P.E.L.F. 1964 pp. 73 - 90.

G. de Landsheere Lecteurs et lectures ... Sciences de l'Education n° 2 - 3 1967.

Pour prendre un exemple, il suffit de se référer d'une part aux quatre définitions données en encadrés dans M pp 62-63, et d'autre part aux définitions correspondantes dans R p. 57 également en encadré. Les énoncés de R présentent un indice de lisibilité nettement meilleur que ceux du M , alors que les termes utilisés sont à peu près les mêmes et que le nombre de mots est dans les deux cas du même ordre. Peut-on trouver des différences entre les deux textes vu ces différences d'indices ? On remarque que dans M la formule "on appelle intervalle .... d'extrémités x et y l'ensemble des éléments z de $\mathbb{D}$ qui vérifient ....", est répétée quatre fois. Dans R la formule répétée quatre fois se réduit à : "l'ensemble des décimaux x tel que .... Cet intervalle est dit ....", ce qui permet de saisir plus rapidement le point important et propre à chaque définition. Sur cet exemple comme sur d'autres, le lecteur pourra apprécier l'intérêt d'un indice de lisibilité.

Indice de lisibilité :

M	R
- Textes non encadrés des chapitres 5, 6, 10, 17, 19. indice de lisibilité : 39	- Textes non encadrés des chapitres correspondants (2,6,12,17,19) indice de lisibilité : 56
- Texte encadrés des chapitres 5, 6, 17, 19. Indice de lisibilité : 38	- Textes encadrés des chapitres 2, 6, 17, 19. Indice de lisibilité : 40,6

Les comparaisons d'indices nous permettent de tirer les deux remarques suivantes

- dans les deux manuels, les énoncés encadrés, c'est-à-dire les énoncés les plus importants, sont plus difficiles à lire que le reste.
- l'un des deux manuels se révèle dans l'ensemble plus difficile à lire que l'autre. (Ce qui ne signifie pas pour autant qu'un élève de quatrième puisse lire aisément ce dernier).

II- 3° Figures

Nous classons les figures en deux catégories :

a) Les illustrations (représentations à valeurs purement "figurative", destinées à accrocher l'attention, à favoriser la fixation ou à mettre en garde contre des erreurs tentantes).

b) Les modèles (l'élève est supposé agir selon les indications de ce type de figures, ou produire lui-même des figures de ce type).

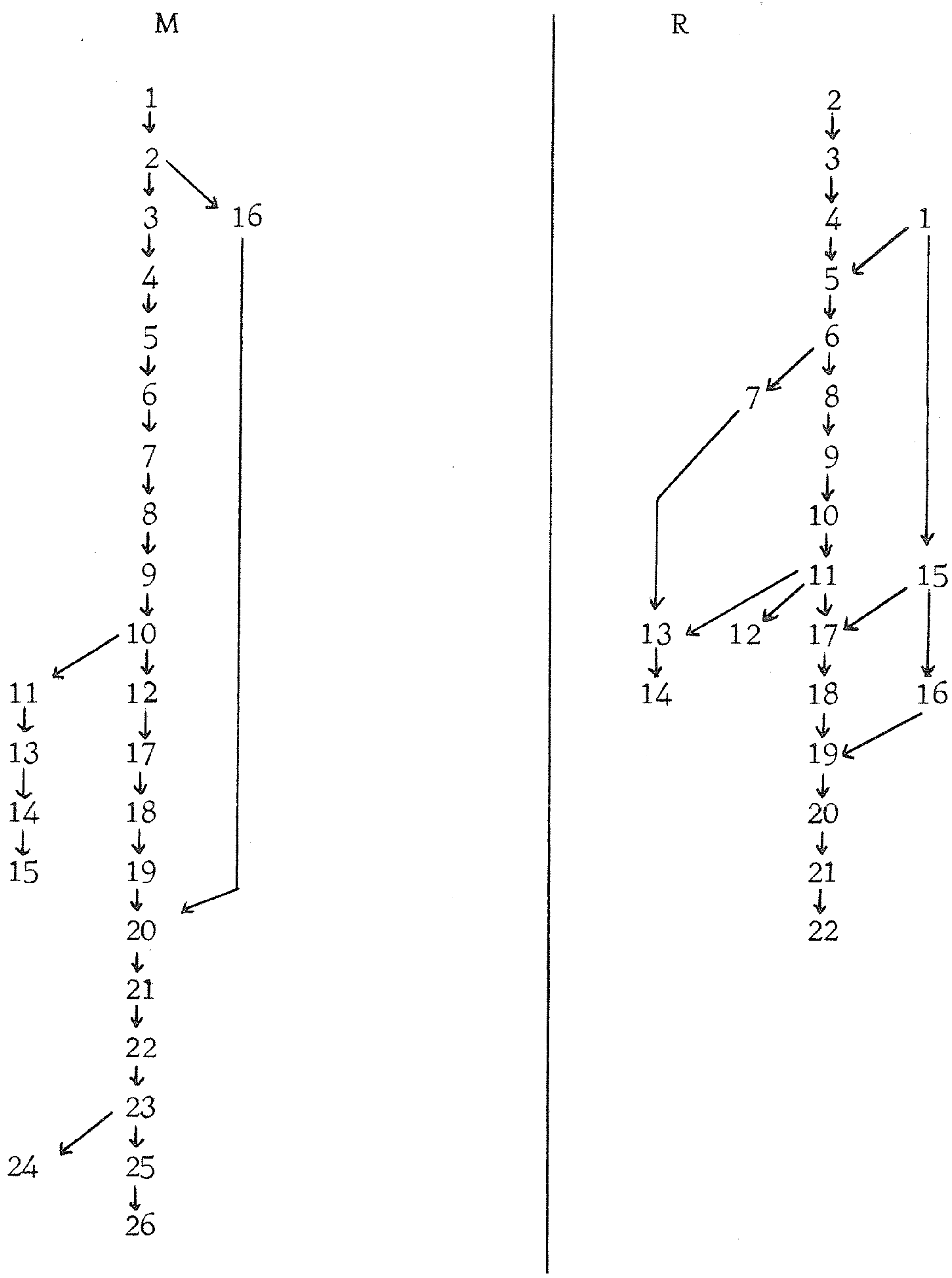
M	R
1° Aucune illustration	1° Quatre illustrations. chap. 6 fig. 2 chap. 16 fig. 1 et 18 chap. 20 fig. 5
2° • 162 modèles dont 141 pour la géométrie • 35,5 % des pages comportent des figures.	2° • 117 modèles dont 89 pour la géométrie • 33 % des pages comportent des figures.

Conclusion : De ce côté, le premier ouvrage ne fait aucun effort pour intéresser les élèves. Le second n'en fait guère. Il est bon de renvoyer ici le lecteur aux indications sur la typographie (I, 3), en soulignant que les figures se détachent mieux chez R que chez M ; en outre il y a un peu plus de figures en dehors de la géométrie chez R que chez M Les pourcentages de pages avec figure ou sans figure sont très voisins.

4° Syntaxe : Analyse non faite

III- 1° <u>Organigrammes.</u>

Ces organigrammes indiquent les antériorités à respecter dans l'étude des chapitres.



Conclusion : Les deux ouvrages présentent des organisations nettement du type linéaire, sur l'organigramme de gauche encore plus nette que sur celui de droite. Dans les deux cas, les progressions possibles ne s'écarteront guère de l'ordre des chapitres. Notamment, il n'est guère possible d'avancer en géométrie tant que l'étude des réels n'est pas achevée.

III - 2° Correction mathématique. Analyse non faite, à l'exception de l'axiome de Thalès :

- Chez M (p.345), l'axiome de Thalès indiqué et encadré n'a pas de sens par lui-même. En réalité l'axiome de Thalès énoncé dans cet ouvrage se compose également du paragraphe qui précède l'encadré : seul cet ensemble est utilisable par un élève. Et encore ! Car il manque une quantification sur D, D' et p.

- Chez R (p. 194), le découpage en phrases est incorrect : la première phrase de P2 n'en est pas une ; les deux points de la ligne suivante constituent une faute de ponctuation.

Conclusion sur cet énoncé : les deux ouvrages semblent s'être souciés là de la possibilité de fixation par un élève ; mais le résultat est loin d'être satisfaisant dans la mesure où la compréhension est sacrifiée.

III - 3° Présentations.

Dans les deux ouvrages toutes les présentations de notions sont du type symbolique (le plus difficile), à l'exception de celle du plan physique (partiellement active).

IV - 1° Eventail des exercices par objectifs visés.

M	R
Dans tout l'ouvrage	Sur six chapitres (2, 6, 12, 17, 19, 21)
• 95 % environ d'exercices didactiques.	• 119 exercices didactiques.
• 5% environ d'exercices d'exposition.	• 17 exercices d'exposition.
• Aucun exercice d'une autre catégorie (P, ETT, A, M, T).	• 8 exercices d'application. • 1 manipulation. • 1 problème.

Conclusion : L'éventail est beaucoup plus ouvert chez R que chez M

IV - 2° Eventail des exercices par niveaux cognitifs.

Nous avons regroupé, après l'analyse (il est préférable pour l'analyse de s'astreindre à situer chaque exercice à sa place précise dans la classification NLSMA), de la manière suivante :

A 1 A 2 B 1	vérifications de connaissances immédiates
A 3	calcul pur
B 2 B 3	compréhension de faits spécifiques ou de concepts en interaction
B 4 B 5 B 6	interprétation
C	application directe du cours
D 1 D 2	où l'on peut trouver les exercices d'application au sens de Glaeser
D 3 D 4	preuves
D 5	résultats à formuler puis à prouver.

L'analyse porte sur les mêmes chapitres que ceux utilisés pour l'indice de lisibilité.

* Exercices dans le texte, en pourcentage.

	M	R
A 1 2 B 1	35 %	34 %
A 3	14	4,5
B 2-3	33	50
B 4-5-6	2	4,5
C	14	7
D 1-2	0	0
D 3-4	2	0
D 5	0	0

* Exercices dans le texte et exercices en fin de chapitre.

	ALGEBRE		GEOMETRIE	
	M	R	M	R
A 1-2 B 1	15 %	19 %	1,5 %	15 %
A 3	15	3	6	3
B 2-3	63	45	17	59
B 4-5-6	1	3	0	3
C	5	22	63	18
D 1-2	0	8	1,5	0
D 3- 4	1	0	11	0
D 5	0	0	0	2

Conclusions : Pour les exercices dans le texte seuls, les palettes sont très analogues ; la différence la plus notable se situe au niveau A 3, davantage représenté chez M . Par ailleurs, notons qu'il y a à peu près autant d'exercices dans le texte pour l'un et l'autre manuel, tandis qu'au total on trouve 7 exercices chez M pour 4 chez R . Mais on constate, pour ce total, que l'éventail est plus ouvert chez R que chez M (notre regroupement masque un peu ce phénomène, puisque chaque colonne comporte le même nombre de zéros, à savoir 2).

En algèbre, la moins grande variété des exercices chez M que chez R saute aux yeux à la simple lecture. Le premier ouvrage en comporte quantitativement plus grâce à de multiples répétitions : ainsi un énoncé tel que "Calculer $\frac{5}{6}+\frac{4}{21}$ sous forme d'une fraction irréductible" sera chez R accompagné de deux ou trois autres énoncés analogues, contre une bonne dizaine chez M .

Mais on ne trouvera en revanche, chez M , aucun énoncé du type : " Un élève met entre tant et tant de temps pour se rendre de son domicile à son établissement scolaire. Les portes de cet établissement sont ouvertes entre telle et telle heure. Quand l'élève doit-il partir de chez lui pour arriver : avant l'ouverture des portes ; pendant l'ouverture des portes ; ..." (R : encadrements de décimaux).

En géométrie, les exercices recueillis chez M sont nettement plus difficiles que les exercices proposés chez R La lecture des tableaux met en évidence une distorsion flagrante chez M entre l'algèbre et la géométrie, opposée à une bonne homogénéité de niveau chez R .

Conclusion Générale

Il y a évidemment d'autres aspects sous lesquels ces deux manuels devraient être examinés. La grille d'analyse proposée par l'A.P.M. s'est efforcée d'en dresser la liste.

Nous nous en sommes délibérément tenus à un protocole d'analyse réduit pour, d'une part, tester la possibilité de mettre en évidence des différences précises et significatives par le moyen de procédures objectives, et pour, d'autre part, montrer que l'examen de quelques aspects limités est suffisant pour dégager des éléments d'appréciation précieux.

Le choix de manuels très voisins dans leurs conceptions doit être interprété dans cette perspective. Le fait d'obtenir des différences entre un manuel d'exposition et des fiches de travail aurait pu être considéré comme trivial.

Nous sommes par ailleurs convaincus que dans certains cas les méthodes utilisées doivent être précisées ou améliorées. Nous espérons que cela se fera dans l'avenir. L'essentiel pour nous est de montrer qu'une recherche en ce sens se révèle féconde, même si elle en est encore à ses débuts.

R. DUVAL et
F. PLUVINAGE

Il nous reste deux problèmes généraux à mentionner. Le premier tient à la préparation des maîtres, ce qui constitue en fait la question préalable de toutes les réformes pédagogiques à venir, car tant qu'elle ne sera pas résolue de façon satisfaisante, il est entièrement vain de faire de beaux programmes ou de construire de belles théories sur ce qui devrait être réalisé. Or, cette question est double. Il y a d'abord le problème social de la valorisation ou de la revalorisation du corps enseignant primaire et secondaire, dont l'opinion publique n'estime pas les services à leur juste valeur,(......). Il y a ensuite la formation intellectuelle et morale du corps enseignant, problème très difficile car, meilleures sont les méthodes préconisées pour l'enseignement, et plus malaisé devient le métier de maître qui suppose à la fois le niveau d'une élite au point de vue des connaissances de l'élève comme des matières et une vocation véritable dans l'exercice de la profession. A ces deux problèmes ne correspond qu'une seule et même solution rationnelle : une formation universitaire complète pour les maîtres de tous les niveaux (car plus les élèves sont jeunes, et plus l'enseignement implique de difficultés si on le prend au sérieux),(......).

Jean PIAGET
Où va l'éducation ?
(chez Denoël-Gonthier).

Extraits du B.O.E.N.

C.A.P. monteur en équipement technique du bâtiment	B.O. 35 p. 2804
B.E.P. monteur dépanneur froid et climatisation	B.O. 35 p. 2811
B.T.S. chimiste	B.O. 36 p. 2864
Programme des classes de biologie-mathématiques supérieures	B.O. 36 p. 2870
C.A.P. métiers de l'habillement	B.O. 37 p. 2955
C.A.P. habillement, fabrications industrielles	B.O. 37 p. 2957
B.T.S. biochimiste	B.O. 37 p. 2962
B.T.S. création textile et impression	B.O. 37 p. 2968
B.T.S. chaudronnerie tuyauterie industrielle	B.O. 37 p. 2972
C.A.P. forgeron de pièces mécaniques	B.O. 38 p. 3061
B.E.P. opérateur géomètre topographe	B.O. 38 p. 3069
C.A.P. peintre en lettres	B.O. 38 p. 3071
C.A.P. lapidaire	B.O. 38 p. 3076
C.A.P. joaillier	B.O. 38 p. 3080
C.A.P. plâtrier	B.O. 38 p. 3083
C.A.P. déménageur	B.O. 38 p. 3091
C.A.P. mineur	B.O. 38 p. 3097
B.T.N. sciences médico-sociales	B.O. 38 p. 3103
Programmes des classes préparatoires technologiques T	B.O. 39 p. 3153
C.A.P. conducteur d'engins de dragage et de traitement des granulats	B.O. 41 p. 3270
C.A.P. mécanicien réparateur d'automobiles	B.O. 41 p. 3277
C.A.P. navigation fluviale	B.O. 41 p. 3284
Epreuve de mathématiques aux examens du CAP et BEP (session 75)	B.O. 41 p. 3289
B.E.P. conducteur d'appareils	B.O. 42 p. 3357
Epreuves écrites du baccalauréat (session 75) (choix des sujets)	B.O. 42 p. 3363
Publications intéressant la formation continue	B.O. 46 p. 3679
Examens 75 (brevets de technicien, brevets d'enseignement industriels, brevets de technicien supérieur	B.O. 46 p. 3668
Concours d'entrée aux grandes écoles	B.O. 47 p. 3769
Examens 75 (baccalauréats)	B.O. 48 p. 3818
Commentaires sur les programmes de mathématiques des classes préparatoires aux grandes écoles scientifiques de type C	B.O. 1 p. 55

Les animateurs de formation continue	B.O. 1 p. 55
Brevet de capacité à l'enseignement de l'économie familiale et sociale	B.O. 3 p. 322
Examens 75 (1er cycle)	B.O. 4 p. 419
Examens 75 (baccalauréats) (rectificatif)	B.O. 4 p. 420
Stages de formation d'enseignants (informatique)	B.O. 5 p. 494
Liste 75/1 des moyens d'enseignement agréés	B.O. 6 p. 594
Recherches et expériences pédagogiques (année scolaire 75/76)	B.O. 6 p. 601
Organisation du baccalauréat dans les établissements expérimentaux	B.O. 6 p. 608
B.E.P. préparation aux carrières sanitaires et sociales	B.O. 10 p. 948
Epreuves orales du baccalauréat	B.O. 11 p. 1054